

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL DESEMPEÑO DE LOS ALGORITMOS FSD Y
QRD-M EMPLEADOS EN LA DETECCIÓN DE SEÑALES EN SISTEMAS MIMO**



**CATALINA MUÑOZ COLLAZOS
TITO LIVIO MUÑOZ RÍOS**

**Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y de Telecomunicaciones
Departamento de Telecomunicaciones
Grupo Nuevas Tecnologías en Telecomunicaciones GNTT
Gestión Integrada de Redes, Servicios y Arquitecturas de
Telecomunicaciones
Popayán
2012**

**ANÁLISIS COMPARATIVO DEL DESEMPEÑO DE LOS ALGORITMOS FSD Y
QRD-M EMPLEADOS EN LA DETECCIÓN DE SEÑALES EN SISTEMAS MIMO**



**Trabajo de grado presentado para optar por el título de Ingeniero en
Electrónica y Telecomunicaciones**

**CATALINA MUÑOZ COLLAZOS
TITO LIVIO MUÑOZ RÍOS**

**Directora:
Mag. Claudia Milena Hernández Bonilla**

**Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y de Telecomunicaciones
Departamento de Telecomunicaciones
Grupo Nuevas Tecnologías en Telecomunicaciones GNTT
Gestión Integrada de Redes, Servicios y Arquitecturas de
Telecomunicaciones
Popayán
2012**

CONTENIDO

| | pág. |
|--------------------------------------------------------------------------|------|
| 1. INTRODUCCIÓN | 1 |
| 1.1 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS MIMO Y A LOS ALGORITMOS FSD Y QRD-M..... | 1 |
| 1.2 MOTIVACIÓN DEL TRABAJO DE GRADO | 2 |
| 1.3 OBJETIVOS | 3 |
| 1.3.1 Objetivo General..... | 3 |
| 1.3.2 Objetivos Específicos | 3 |
| 1.4 ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE GRADO | 3 |
| 2. GENERALIDADES..... | 5 |
| 2.1 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS MIMO | 5 |
| 2.1 ARREGLO DE ANTENAS | 6 |
| 2.2 ESQUEMAS DE FUNCIONAMIENTO | 7 |
| 2.3 MODULACIÓN | 9 |
| 2.4 CANAL DE COMUNICACIÓN..... | 10 |
| 2.5 RECEPCIÓN EN SISTEMAS MIMO | 12 |
| 2.5.1 Descomposición QR..... | 12 |
| 2.5.2 Algoritmos de Detección..... | 15 |
| 3. METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE LA SIMULACIÓN | 23 |
| 3.1 PROCESO DE DESARROLLO DE UNA SIMULACIÓN | 23 |
| 3.2 FASE 1 DEFINICIÓN DEL SISTEMA | 24 |
| 3.3 FASE 2 ANÁLISIS | 24 |
| 3.4 FASE 3 FORMULACIÓN DEL MODELO..... | 25 |
| 3.4.1 Diagrama de flujo del sistema MIMO | 26 |
| 3.4.2 Diagrama de flujo algoritmo ML | 27 |
| 3.4.3 Diagrama de flujo algoritmo QRD-M | 28 |
| 3.4.4 Diagrama de flujo algoritmo FSD | 29 |
| 3.5 FASE 4 SELECCIÓN DEL LENGUAJE | 30 |
| 3.6 FASE 5 CODIFICACIÓN DEL MODELO | 30 |
| 3.6.1 Transmisor..... | 30 |
| 3.6.2 Canal..... | 31 |
| 3.6.3 Detección | 32 |
| 3.6.4 Recepción | 35 |
| 3.6.5 Complejidad Computacional | 35 |

| | | |
|-------|----------------------------------------------------|----|
| 3.7 | FASE 6 VALIDACIÓN..... | 38 |
| 3.8 | FASE 7 EXPERIMENTACIÓN..... | 38 |
| 3.9 | FASE 8 IMPLANTACIÓN..... | 38 |
| 3.10 | FASE 9 MONITOREO Y CONTROL..... | 38 |
| 4. | VALIDACIÓN DE RESULTADOS..... | 39 |
| 4.1 | VALIDACIÓN DE RESULTADOS DE SISTEMAS MIMO 2X2..... | 40 |
| 4.1.1 | Algoritmo FSD..... | 40 |
| 4.1.2 | Algoritmo QRD-M..... | 41 |
| 4.2 | VALIDACIÓN DE RESULTADOS DE SISTEMAS MIMO 4X4..... | 43 |
| 4.2.1 | Algoritmo FSD..... | 43 |
| 4.2.2 | Algoritmo QRD-M..... | 46 |
| 5. | ANÁLISIS DE RESULTADOS..... | 51 |
| 5.1 | RESULTADOS OBTENIDOS..... | 51 |
| 5.1.1 | Escenario 1: MIMO 2x2, modulación 4-QAM..... | 51 |
| 5.1.2 | Escenario 2: MIMO 2x2, modulación 16-QAM..... | 53 |
| 5.1.3 | Escenario 3: MIMO 4x4, modulación 4-QAM..... | 55 |
| 5.1.4 | Escenario 4: MIMO 4x4, modulación 16-QAM..... | 56 |
| 5.2 | COMPARACIÓN DEL MODELADO DEL CANAL..... | 58 |
| 6. | CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS..... | 67 |
| 6.1 | CONCLUSIONES..... | 67 |
| 6.2 | TRABAJOS FUTUROS..... | 68 |
| | REFERENCIAS..... | 69 |
| | ANEXO A | |
| | TABLAS DE ALGORITMOS..... | 73 |

LISTA DE FIGURAS

| | pág. |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Figura 2.1 Sistema MIMO | 5 |
| Figura 2.2 Diversidad espacial | 7 |
| Figura 2.3 Multiplexación espacial | 7 |
| Figura 2.4 Esquema de multiplexación H-BLAST | 8 |
| Figura 2.5 Esquema de multiplexación V-BLAST | 8 |
| Figura 2.6 Esquema de multiplexación D-BLAST | 8 |
| Figura 2.7 Constelaciones 4-QAM y 16-QAM | 9 |
| Figura 2.8 Árbol de búsqueda del algoritmo FSD para un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM..... | 18 |
| Figura 2.9 Formación inicial del árbol en un sistema MIMO 4x4, 4-QAM | 19 |
| Figura 2.10 Árbol de búsqueda del algoritmo QRD-M para un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM..... | 20 |
| | |
| Figura 3.1 Diagrama de flujo de la metodología empleada para la simulación | 23 |
| Figura 3.2 Diagrama en bloques del sistema básico MIMO | 25 |
| Figura 3.3 Diagrama de flujo sistema MIMO | 26 |
| Figura 3.4 Diagrama de flujo algoritmo ML | 27 |
| Figura 3.5 Diagrama de flujo algoritmo QRD-M | 28 |
| Figura 3.6 Diagrama de flujo algoritmo FSD | 29 |
| | |
| Figura 4.1 Curvas de desempeño del algoritmo FSD, en un sistema MIMO 2x2, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM | 40 |
| Figura 4.2 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2, con modulación 4-QAM..... | 42 |
| Figura 4.3 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2, con modulación 16-QAM..... | 42 |
| Figura 4.4 Curvas de desempeño del algoritmo FSD, en un sistema MIMO 4x4, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM | 44 |
| Figura 4.5 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM..... | 46 |
| Figura 4.6 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM..... | 47 |
| | |
| Figura 5.1 Curvas de desempeño del escenario 1 | 52 |
| Figura 5.2 Curvas de desempeño del escenario 2 | 54 |
| Figura 5.3 Curvas de desempeño del escenario 3 | 55 |
| Figura 5.4 Curvas de desempeño del escenario 4 | 57 |

| | | |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 5.5 | Curvas de desempeño del algoritmo FSD en un sistema MIMO 2x2 con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal | 60 |
| Figura 5.6 | Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M en un sistema MIMO 2x2, con modulación 4-QAM para los dos los modelos de canal | 61 |
| Figura 5.7 | Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal..... | 61 |
| Figura 5.8 | Curvas de desempeño del algoritmo FSD en un sistema MIMO 4x4 con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal | 63 |
| Figura 5.9 | Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM para los dos los modelos de canal | 64 |
| Figura 5.10 | Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal..... | 65 |

LISTA DE TABLAS

| | pág. |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| Tabla 2.1 Constante de normalización para las modulaciones 4-QAM y 16-QAM..... | 10 |
| Tabla 2.2 Modelo físico del perfil A | 11 |
| Tabla 3.1 Tiempo de ejecución "a priori", 2x2 | 37 |
| Tabla 3.2 Tiempo de ejecución "a priori", 4x4 | 37 |
| Tabla 3.3 Escenarios de simulación..... | 38 |
| Tabla 4.1 Interpretación del valor del CV | 39 |
| Tabla 4.2 Valores de desempeño de los algoritmos ML de referencia y FSD, en un sistema MIMO 2x2 | 41 |
| Tabla 4.3 Diferencia de los valores de SNR entre el algoritmo ML de referencia y FSD, en un sistema MIMO 2x2..... | 41 |
| Tabla 4.4 Valores de desempeño de los algoritmos ML de referencia y QRD-M, en un sistema MIMO 2x2 | 43 |
| Tabla 4.5 Diferencia de los valores de SNR para cada valor de M entre el algoritmo ML de referencia y QRD-M, en un sistema MIMO 2x2 | 43 |
| Tabla 4.6 Valores de desempeño del algoritmo FSD de trabajos de referencia y FSD simulado, en un sistema MIMO 4x4..... | 45 |
| Tabla 4.7 Diferencia de valores de SNR entre algoritmo FSD de trabajos de referencia y FSD simulado, en un sistema MIMO 4x4..... | 45 |
| Tabla 4.8 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M de trabajos de referencia, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM..... | 48 |
| Tabla 4.9 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM | 48 |
| Tabla 4.10 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M de trabajos de referencia, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM..... | 48 |
| Tabla 4.11 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM | 48 |
| Tabla 4.12 Diferencia de los valores SNR para cada valor de M entre el algoritmo QRD-M de trabajos de referencia y QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM..... | 49 |
| Tabla 4.13 Diferencia de los valores de SNR para cada valor de M entre el algoritmo QRD-M de trabajos de referencia y QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM | 49 |
| Tabla 5.1 Complejidad computacional del escenario 1 | 52 |
| Tabla 5.2 Valores de desempeño del escenario 1..... | 53 |

| | | |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 5.3 | Complejidad computacional del escenario 2 | 54 |
| Tabla 5.4 | Valores de desempeño del escenario 2..... | 55 |
| Tabla 5.5 | Complejidad computacional del escenario 3 | 56 |
| Tabla 5.6 | Valores de desempeño del escenario 3..... | 56 |
| Tabla 5.7 | Complejidad computacional del escenario 4 | 57 |
| Tabla 5.8 | Valores de desempeño del escenario 4..... | 58 |
| Tabla 5.9 | Valores de desempeño del algoritmos FSD en un sistema MIMO 2x2, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal | 60 |
| Tabla 5.10 | Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2 con modulación 4-QAM para los dos de los modelos de canal | 62 |
| Tabla 5.11 | Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un MIMO 2x2, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal..... | 62 |
| Tabla 5.12 | Valores de desempeño del algoritmo FSD, en un sistema MIMO 4x4, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal | 63 |
| Tabla 5.13 | Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM para los dos de los modelos de canal | 64 |
| Tabla 5.14 | Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un MIMO 4x4, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal..... | 65 |

LISTA DE ANEXOS

| | Pág. |
|-----------------------------------|------|
| Anexo A Tablas de algoritmos..... | 73 |

LISTA DE ACRÓNIMOS

| | |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3G | “ <i>Third Generation</i> ” – Tercera Generación. |
| 4G | “ <i>Fourth Generation</i> ” – Cuarta Generación. |
| 16-QAM | “ <i>Quadrature Amplitude Modulation of 16 States</i> ” - Modulación de Amplitud en Cuadratura de 16 estados. |
| AWGN | “ <i>Additive White Gaussian Noise</i> ” – Ruido Blanco Aditivo Gaussiano. |
| BER | “ <i>Bit Error Rate</i> ” - Tasa de Error de Bit. |
| CV | Coeficiente de Variación. |
| D-BLAST | “ <i>Diagonal –Bell Labs Layered Space Time</i> ” - Codificación Diagonal Espacio Temporal por Capas de Laboratorios Bell. |
| FE | “ <i>Full Expansion</i> ” - Expansión Completa. |
| FSD | “ <i>Fixed-complexity Sphere Decoder</i> ” - Decodificador Esférico de Complejidad Fija. |
| H-BLAST | “ <i>Horizontal –Bell Labs Layered Space Time</i> ” - Codificación Horizontal Espacio Temporal por Capas de Laboratorios Bell. |
| LOS | “ <i>Line of Sight</i> ” – Línea de Vista. |
| MIMO | “ <i>Multiple-Input Multiple-Output</i> ” – Múltiple Entrada Múltiple Salida. |
| ML | “ <i>Maximum Likelihood</i> ” - Máxima Verosimilitud. |
| NLOS | “ <i>Non-Line of Sight</i> ” – Sin Línea de Vista. |
| OE | Operación Elemental. |
| PDF | “ <i>Probability Density Function</i> ” - Función de Densidad de Probabilidad. |

| | |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| PED | <i>“Partial Euclidean Distance”</i> - Distancia Euclidiana Parcial. |
| QAM | <i>“Quadrature Amplitude Modulation ”</i> – Modulación por Amplitud en Cuadratura. |
| QRD-M | <i>“QR Descomposition-M”</i> - Descomposición QR con M algoritmos. |
| SD | <i>“Sphere Decoder”</i> - Decodificador Esférico. |
| SE | <i>“Single Expansion”</i> - Expansión Única. |
| SNR | <i>“Sinal to Noise Ratio”</i> - Relación Señal a Ruido. |
| V-BLAST | <i>“Vertical –Bell Labs Layered Space Time”</i> - Codificación Vertical Espacio Temporal por Capas de Laboratorios Bell. |
| WLAN | <i>“Wireless Local Area Network”</i> – Red de Área Local. |

1.INTRODUCCIÓN

1.1 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS MIMO Y A LOS ALGORITMOS FSD Y QRD-M

Los sistemas de Múltiples Entradas y Múltiples Salidas (MIMO, “*Multiple-Input Multiple-Output*”) han emergido en los últimos años como una de las técnicas más significativas en las comunicaciones inalámbricas, debido al aumento de la calidad y la capacidad en este tipo de sistemas de comunicaciones, mediante el uso de diversidad o multiplexación espacial; estos sistemas cuentan con dos o más antenas de transmisión y recepción, y en estas últimas las señales recibidas se encuentran combinadas mejorando la calidad de la comunicación de cada usuario.

Los sistemas MIMO demandan mayor costo dado que requieren el uso de métodos que los hagan más eficientes, como la multiplexación espacial, donde el receptor observa una superposición lineal de los símbolos transmitidos, lo que constituye un problema de detección, por lo que se requieren algoritmos de detección en el receptor.

El algoritmo de detección de señal óptimo es el algoritmo de Máxima Verosimilitud (ML, “*Maximum Likelihood*”), el cual minimiza la probabilidad de error cuando todos los vectores de datos son igualmente probables, pero presenta una complejidad computacional que crece de manera exponencial con el número de antenas y el orden de modulación. Debido a lo anterior surgen diversos algoritmos que se aproximan al algoritmo ML en su desempeño pero con una menor complejidad computacional. Dentro de estos se encuentran los basados en árbol: el algoritmo Decodificador Esférico de Complejidad Fija (FSD, “*Fixed-complexity Sphere Decoder*”) y el algoritmo Descomposición QR con M algoritmos (QRD-M, “*QR Decomposition-M*”).

El algoritmo FSD en su nivel más alto expande todos los nodos y en los niveles siguientes por cada grupo de nodos expandido, selecciona el nodo que tenga la mayor probabilidad de haber sido transmitido; por otro lado el algoritmo QRD-M recorre el árbol por niveles, seleccionando en cada nivel los M nodos con mayor probabilidad de haber sido transmitidos.



En este trabajo de grado se estudian las características de los sistemas MIMO así como el proceso de detección con los algoritmos FSD y QRD-M, con el fin de realizar un análisis comparativo del desempeño de dichos algoritmos mediante resultados obtenidos en simulación, variando diversas condiciones y parámetros del sistema, tales como el número de antenas, el orden de modulación y el modelo de canal. El desempeño se analiza a partir de la evaluación de la Tasa de Error de Bit (BER, "*Bit Error Rate*") para diferentes valores de Relación Señal a Ruido (SNR, "*Signal to Noise Ratio*") y la complejidad computacional.

1.2 MOTIVACIÓN DEL TRABAJO DE GRADO

Los sistemas MIMO ofrecen una alternativa de mejoramiento de las comunicaciones inalámbricas, la cual hace de esta tecnología una opción para diversos estándares como: IEEE 802.11n, IEEE802.16m, e IEEE802.20 [1], además de ser una tecnología que potencialmente puede aumentar la fiabilidad y velocidad de los actuales y futuros sistemas inalámbricos tales, como Red de Área Local Inalámbrica (WLAN, "*Wireless Local Area Network*"), o sistemas celulares de Tercera Generación (3G, "*Third Generation*") y Cuarta Generación (4G, "*Fourth Generation*") [2].

El uso de los sistemas MIMO representa costo y complejidad adicional; por lo tanto, se recurre a métodos que permitan una mejor aplicación de estos sistemas, para ofrecer una comunicación inalámbrica con los requerimientos actuales de capacidad y desempeño. Dentro de los métodos utilizados se encuentra el esquema de multiplexación espacial, el cual necesita algoritmos de detección de señal en el receptor.

Actualmente existen estudios sobre los diferentes algoritmos de detección de señal que pueden ser utilizados en los sistemas MIMO, algunos relacionados con los algoritmos de búsqueda en árbol, los cuales permiten una aproximación al algoritmo de detección de señal óptimo ML, con una reducción en la complejidad computacional. Por esto el interés especial fue realizar el análisis comparativo entre dos de los algoritmos más relevantes en diversos estudios, y analizar las características generales que los componen y diferencian.

Las investigaciones referenciadas [3], [4], [5], [6], [7], [8] y [9] de los algoritmos FSD y QRD-M son estudios independientes que no proveen información completa de las condiciones en las que han sido analizados, por eso es importante disponer de un análisis previo que contenga toda la información relativa al sistema y al código de los algoritmos.



1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

Analizar comparativamente el desempeño¹ de los algoritmos FSD y QRD-M de detección de señales en un sistema MIMO punto a punto 2x2 y 4x4.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Modelar los algoritmos de búsqueda en árbol FSD y QRD-M, para implementar la etapa de detección de señal en un sistema MIMO punto a punto 2x2 y 4x4, con canal invariante en el tiempo (AWGN), conocimiento perfecto del canal, desvanecimiento plano, y esquema de modulación 4-QAM y 16-QAM.
- Evaluar los algoritmos de detección de señal FSD y QRD-M en un sistema MIMO punto a punto 2x2 y 4x4.
- Comparar el desempeño de los algoritmos modelados con el algoritmo de Máxima Verosimilitud (ML), empleado en la detección de señal en un sistema MIMO punto a punto.

1.4 ESTRUCTURA DEL TRABAJO DE GRADO

El trabajo está organizado de la siguiente manera:

El capítulo 2 presenta los aspectos generales del sistema MIMO, sus componentes como arreglo de antenas, multiplexación, modulación y canal, se explican los algoritmos de detección FSD y QRD-M y el proceso a seguir para detectar los símbolos transmitidos.

El capítulo 3 presenta la metodología de desarrollo empleada para la realización de este trabajo de grado, donde se plantea el diseño del modelo con los diagramas de flujo del sistema y los algoritmos, la codificación y la complejidad computacional. Se describe la experimentación del sistema.

El capítulo 4 presenta la validación y verificación de los resultados de la simulación de los algoritmos QRD-M y FSD.

El capítulo 5 presenta el análisis comparativo del desempeño de los algoritmos FSD y QRD-M, y su complejidad computacional.

¹Desempeño determinado por la relación entre la BER, SNR y la complejidad computacional



El capítulo 6 presenta las conclusiones del presente trabajo de grado y las líneas futuras a seguir en el estudio de los sistemas MIMO y los algoritmos de detección.

2. GENERALIDADES

En este capítulo se explica el funcionamiento de los sistemas MIMO, tratando aspectos como su topología, modulación, canal, y los algoritmos empleados en la detección.

2.1 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS MIMO

Los sistemas MIMO son una alternativa para maximizar el desempeño de las redes inalámbricas, debido a que estos aprovechan la ganancia por la diversidad o la propagación multitrayecto² durante la transmisión.

Los sistemas MIMO cuentan con múltiples antenas en transmisión y recepción, como se observa en la figura 2.1.

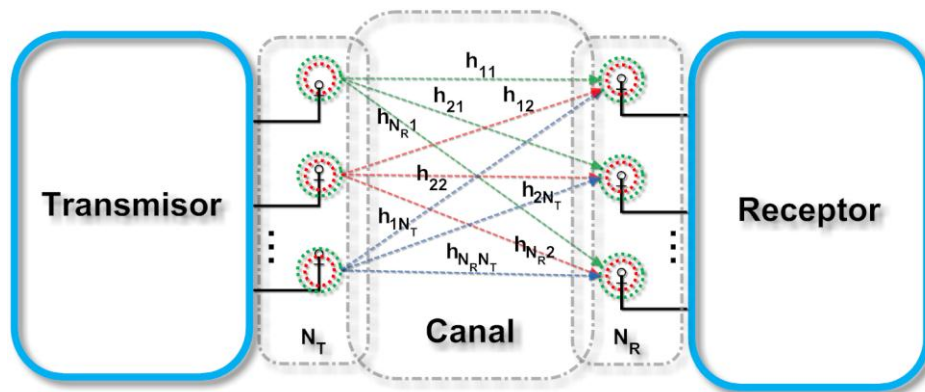


Figura 2.1 Sistema MIMO

El sistema puede ser modelado considerando N_T transmisores y N_R receptores, usando una notación matricial de acuerdo a la ecuación 2.1.

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{v}, \quad (2.1)$$

²Multitrayectoria, fenómeno por el cual la señal transmitida llega al receptor por múltiples caminos, ocasionando superposición constructiva y destructiva de la señal.



donde $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_{N_T})^T$ es el vector de símbolos transmitidos, $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_{N_R})^T$ es el vector de ruido complejo Gaussiano con varianza $\sigma^2 = N_0$, $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_{N_R})^T$ es el vector de símbolos recibidos y H denota la matriz del canal de orden $N_R \times N_T$, donde $h_{i,j}$ es la función de transferencia compleja desde el transmisor j hasta el receptor i [10], y se describe mediante la ecuación 2.2.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \dots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

2.1 ARREGLO DE ANTENAS

Al conjunto de antenas empleadas en el transmisor y en el receptor se lo conoce como arreglo de antenas y su número varía dependiendo de las necesidades y requerimientos del sistema. Usualmente se cuenta con sistemas de dos antenas en el transmisor y dos antenas en el receptor, los cuales son llamados sistemas MIMO 2X2 representados en la ecuación 2.3.

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

donde r_1 (2.4.a) y r_2 (2.4.b) son las componentes del vector de señal recibido en las antenas receptoras.

$$r_1 = h_{11}s_1 + h_{12}s_2 + v_1, \quad (2.4.a)$$

$$r_2 = h_{21}s_1 + h_{22}s_2 + v_2. \quad (2.4.b)$$

Además de la configuración 2x2, en este trabajo de grado se consideran los sistemas MIMO 4x4, descritos de forma particular en la ecuación 2.5, donde r_1 (2.6.a), r_2 (2.6.b), r_3 (2.6.c), y r_4 (2.6.d), son las componentes del vector de señal recibido en las antenas receptoras de este sistema.

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ r_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} & h_{14} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} & h_{24} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} & h_{34} \\ h_{41} & h_{42} & h_{43} & h_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

$$r_1 = h_{11}s_1 + h_{12}s_2 + h_{13}s_3 + h_{14}s_4 + v_1, \quad (2.6.a)$$



$$r_2 = h_{21}s_1 + h_{22}s_2 + h_{23}s_3 + h_{24}s_4 + v_2, \quad (2.6.b)$$

$$r_3 = h_{31}s_1 + h_{32}s_2 + h_{33}s_3 + h_{34}s_4 + v_3, \quad (2.6.c)$$

$$r_4 = h_{41}s_1 + h_{42}s_2 + h_{43}s_3 + h_{44}s_4 + v_4. \quad (2.6.d)$$

2.2 ESQUEMAS DE FUNCIONAMIENTO

Los sistemas MIMO tienen dos esquemas de funcionamiento: diversidad espacial y multiplexación espacial. En la diversidad espacial se envía la misma información por cada una de las antenas transmisoras, como se observa en la figura 2.2, siendo estas combinadas en el receptor mejorando la calidad de la señal recibida (minimizando la BER); en la multiplexación espacial, por cada antenna transmisora se envían simultáneamente flujos de datos diferentes como lo muestra la figura 2.3, cada uno de estos datos, son transmitidos en la misma banda de frecuencia [11].

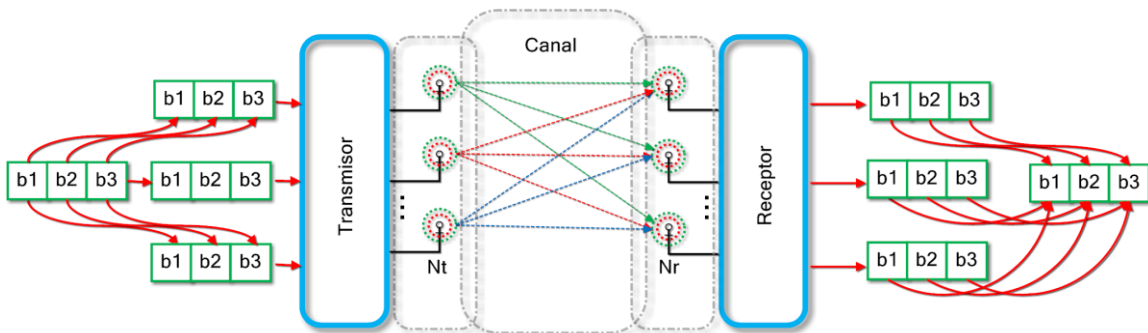


Figura 2.2 Diversidad espacial

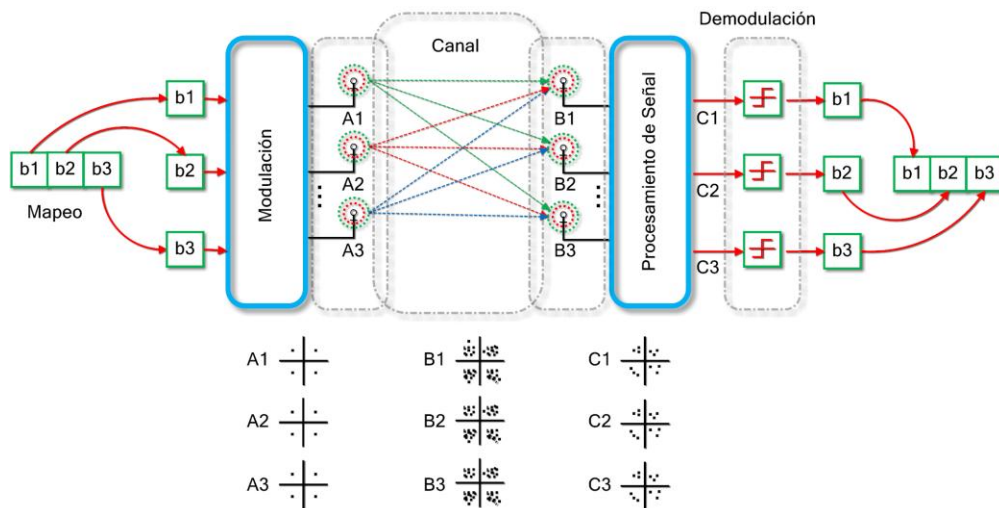


Figura 2.3 Multiplexación espacial



En la multiplexación espacial existen 3 esquemas: Codificación Horizontal Espacio Temporal por Capas, de Laboratorios Bell (H-BLAST, “*Horizontal –Bell Labs Layered Space Time*”), figura 2.4; Codificación Vertical Espacio Temporal por Capas, de Laboratorios Bell (V-BLAST, “*Vertical –Bell Labs Layered Space Time*”), figura 2.5; y Codificación Diagonal Espacio Temporal por Capas, de Laboratorios Bell (D-BLAST, “*Diagonal –Bell Labs Layered Space Time*”), figura 2.6.

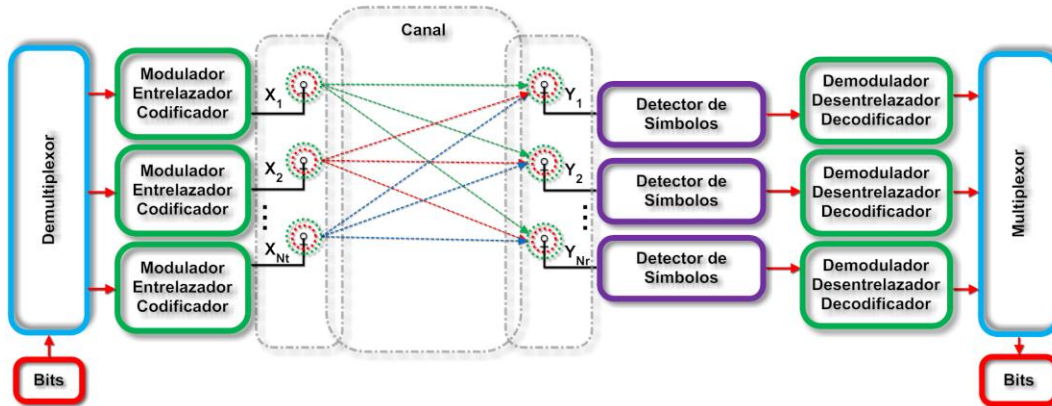


Figura 2.4 Esquema de multiplexación H-BLAST

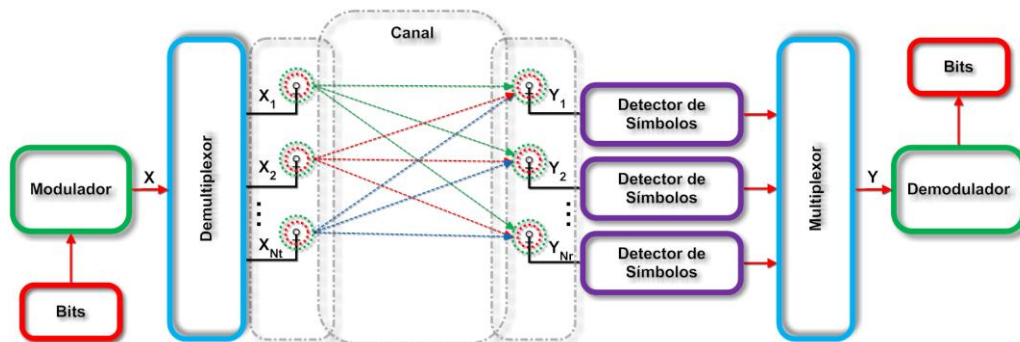


Figura 2.5 Esquema de multiplexación V-BLAST

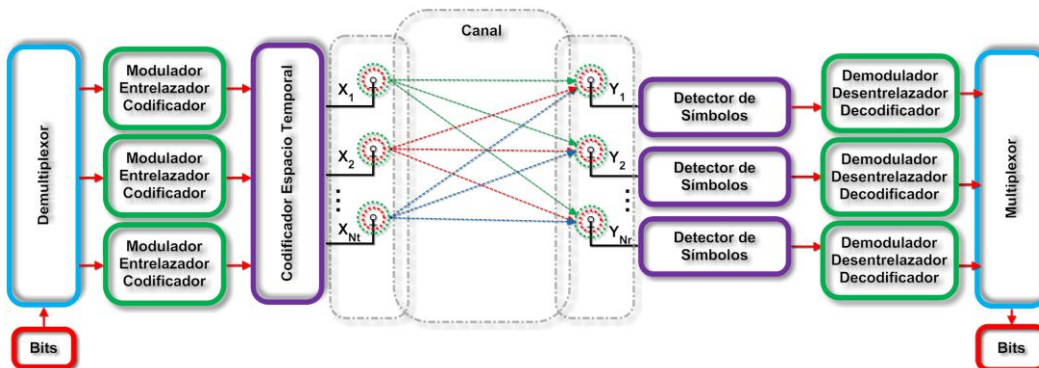


Figura 2.6 Esquema de multiplexación D-BLAST



En el desarrollo de este trabajo de grado se tuvo en cuenta el esquema V-BLAST como el más adecuado, ya que su funcionamiento en transmisión es relativamente sencillo, permite transmitir al mismo tiempo por diferentes canales la información deseada y presenta menores tiempos de retardo [11].

El esquema V-BLAST, figura 2.5, se aplica a los datos modulados y/o codificados, demultiplexa los símbolos a transmitir en flujos de datos independientes según el número de antenas transmisoras, y por cada antena se envía de forma simultánea flujos de datos diferentes.

2.3 MODULACIÓN

Para mejorar la calidad de la transmisión en los sistemas MIMO y aprovechar el ancho de banda, en este trabajo de grado se consideran las modulaciones 4-QAM y 16-QAM empleadas en los sistemas 3G y 4G.

La modulación QAM es una técnica de modulación digital, la cual se basa en transmitir dos señales de forma independiente por un único camino, esto se consigue modulando una misma portadora desfasada 90 grados [12].

La modulación 4-QAM consiste en cuatro combinaciones únicas de fase y amplitud, llamadas símbolos, los cuales son: $\alpha_{4QAM} = \{-1 + i, 1 - i, 1 + i, -1 - i\}$, esto quiere decir que esta modulación envía 2 bits de información por símbolo.

La modulación 16-QAM envía 4 bits de información por símbolo, ($k = \log_2 M = \log_2 16 = 4$) [13], tiene como característica importante la mejora en la eficiencia espectral del ancho de banda del canal pero con mayor susceptibilidad al ruido [11]. Los símbolos correspondientes a esta modulación son: $\alpha_{16QAM} = \{-3 - 3i, -3 - i, -3 + 3i, -3 + i, -1 - 3i, -1 - i, -1 + 3i, -1 + i, 1 - 3i, 1 - i, 1 + 3i, 1 + i, 3 - 3i, 3 - i, 3 + 3i, 3 + i\}$. En la figura 2.7 se observa el diagrama de constelación y la asignación de bits de las modulaciones 4-QAM y 16-QAM.

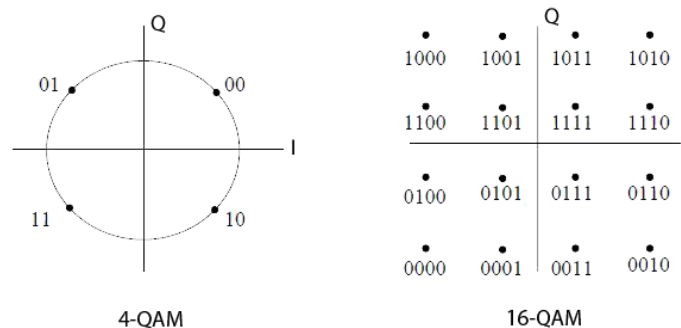


Figura 2.7 Constelaciones 4-QAM y 16-QAM



Para obtener unidades de potencia promedio o unidades de potencia pico de secuencias transmitidas, los símbolos de la constelación de coordenadas IQ son multiplicados por la constante de normalización de la tabla 2.1 según la modulación que corresponda.

Tabla 2.1 Constante de normalización para las modulaciones 4-QAM y 16-QAM

| Modulación | Constante de normalización para potencias promedio | Constante de normalización para potencias pico |
|------------|----------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| 4-QAM | $1/\sqrt{2}$ | $1/\sqrt{2}$ |
| 16-QAM | $1/\sqrt{10}$ | $1/\sqrt{18}$ |

2.4 CANAL DE COMUNICACIÓN

El canal de comunicación es el medio que permite al sistema transmisor y al sistema receptor comunicarse. En este trabajo de grado se emplea el canal AWGN invariante en el tiempo y con desvanecimiento plano.

La Función de Densidad de Probabilidad (pdf, “Probability Density Function”) de la señal recibida en un entorno con Línea de Vista (LOS, “Line of Sight”) sigue la distribución Rician, mientras que un entorno Sin Línea de Vista (NLOS, “Non-Line of Sight”), sigue la distribución Rayleigh de la ecuación 2.7 [14].

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sigma^2} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} & , \text{ para } x \geq 0, \\ 0 & , \text{ para } x < 0, \end{cases} \quad (2.7)$$

donde x es la envolvente de amplitud de la señal recibida.

En el caso particular del modelo con desvanecimiento plano, considerando una atenuación aleatoria uniformemente distribuida en un período de un símbolo, la señal en el receptor se modela por la ecuación 2.8 [15].

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{H}\mathbf{s}(t) + \mathbf{v}(t), \quad (2.8)$$

donde, $\mathbf{v}(t)$ es una señal de ruido AWGN limitada en banda y \mathbf{H} representa la respuesta impulsiva del canal (matriz de transferencia).

Un canal inalámbrico sujeto a entornos con desvanecimiento puede considerarse como un proceso aleatorio Gaussiano complejo estacionario en sentido amplio, como se muestra en la ecuación 2.9.



$$H_{iid}(x) = G_R(x) + jG_J(x), \quad (2.9)$$

donde, $G_R(x) \neq G_J(x)$ son variables aleatorias Gaussianas independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d), de media cero y varianza unitaria. La envolvente de la respuesta del canal, $g(x) = \sqrt{G_R(x)^2 + G_J(x)^2}$, mantiene una distribución Rayleigh [16].

De forma más específica se puede modelar la matriz de transferencia H, para un sistema MIMO $N_T \times N_R$, considerando la correlación tanto en recepción como en transmisión, siguiendo la ecuación 2.10 [17].

$$H = \sqrt{R_{Rx}} H_{iid} \sqrt{R_{Tx}}^T, \quad (2.10)$$

donde R_{Rx} y R_{Tx} son las matrices de correlación en recepción y transmisión respectivamente, y el superíndice T corresponde al operador de transposición matricial.

La correlación puede definirse en diferentes ámbitos, temporal, frecuencial o espacial, siendo este último un parámetro que indica el grado de similitud entre dos canales [16]. Tradicionalmente la correlación se define en función de la separación entre los arreglos de antenas, asumiendo la llegada de la dispersión al receptor de forma uniforme.

Las matrices de correlación en recepción y transmisión se modelan teniendo en cuenta las características físicas de los arreglos de antenas como: topología, separación entre elementos, Ángulos de Salida (AoD), Ángulos de Llegada (AoA), y orientación relativa [17].

El canal MIMO con desvanecimiento Rayleigh, se puede estimar siguiendo el modelo físico del perfil A del estándar IEEE 802.11n [18], el cual consta de un camino simple, donde, el desvanecimiento es plano, las terminales son fijas, no existe línea de vista, y por lo tanto el retardo es nulo y no existe efecto Doppler [17]; la descripción del modelo físico del perfil A se muestra en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Modelo físico del perfil A

| Subcanal | Retardo [ms] | Potencia [dB] | Receptor | | Transmisor | |
|----------|--------------|---------------|----------|--------|------------|--------|
| | | | AoA [°] | AS [°] | AoD [°] | AS [°] |
| 1 | 0 | 0 | 45 | 40 | 45 | 40 |

Los parámetros de la tabla 2.2 se operan mediante el modelo simplificado de *Kronecker* para obtener la matriz de correlación R, mediante el producto



Kronecker de las matrices R_{TX} y R_{RX} . El proceso mencionado es explicado en [16] y [17].

2.5 RECEPCIÓN EN SISTEMAS MIMO

Uno de los procesos más críticos de los sistemas MIMO se encuentra en la recuperación de los símbolos en la recepción, debido al esquema de multiplexación, la modulación y la configuración del sistema.

En el proceso de detección, cada antena receptora recibe de cada una de las antenas transmisoras diversos símbolos superpuestos; la función del receptor es determinar el vector de símbolos transmitido \mathbf{s} con la probabilidad a posteriori más alta, lo cual es realizado por medio de un algoritmo de detección de señal. El algoritmo óptimo para estos sistemas es el de Máxima Verosimilitud (ML), el cual se representa mediante la ecuación 2.11.

$$\hat{\mathbf{s}}_{ML} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}}\{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2\}. \quad (2.11)$$

Este algoritmo realiza una búsqueda en árbol exhaustiva, compara la señal recibida con todos los posibles símbolos transmitidos, con lo que logra una detección óptima en términos de BER, pero tiene un costo computacional que crece exponencialmente con el número de antenas N_T y el orden de la modulación P , ya que en total se realizan P^{N_T} operaciones [19].

En el proceso de encontrar el símbolo recibido con la menor distancia euclidiana, obtenido mediante la ecuación 2.12, y con menor complejidad, diversos algoritmos pueden ser usados en la detección en sistemas MIMO, dos de estos son el FSD y el QRD-M, en los que se aplica la descomposición QR a la matriz del canal \mathbf{H} para simplificar las operaciones.

$$\hat{\mathbf{s}} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}}\{\|\mathbf{r} - \mathbf{H}\mathbf{s}\|^2\}. \quad (2.12)$$

2.5.1 Descomposición QR

La descomposición QR es una factorización que produce dos matrices, una ortogonal Q y otra triangular superior R , esta puede ser realizada usando diferentes métodos matemáticos entre los cuales están: el proceso *Gram-Schmidt*, reflexiones *Householder* y rotaciones *Givens* [20]. En este caso se aplica el proceso *Gram-Schmidt* a la matriz \mathbf{H} de la ecuación 2.13, siguiendo un procedimiento similar al que se realiza en [21], y asumiendo $N_R \geq N_T$.



$$\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1N_T} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2N_T} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ h_{N_R1} & h_{N_R2} & \dots & h_{N_RN_T} \end{bmatrix} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{N_T}], \quad (2.13)$$

donde \mathbf{h}_i es la i -ésima columna de la matriz H.

Según el procedimiento de *Gram-Schmidt* $B = \{\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_{N_T}\}$, $\{\mathbf{u}_1 \quad \mathbf{u}_2 \quad \dots \quad \mathbf{u}_{N_T}\}$ es una base ortogonal de H y se satisfacen las igualdades de la ecuación 2.14.a hasta la ecuación 2.14.e.

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{h}_1, \quad (2.14.a)$$

$$\mathbf{u}_2 = \mathbf{h}_2 - \alpha_{12}\mathbf{u}_1, \quad (2.14.b)$$

$$\mathbf{u}_3 = \mathbf{h}_3 - \alpha_{13}\mathbf{u}_1 - \alpha_{23}\mathbf{u}_2, \quad (2.14.c)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{u}_j = \mathbf{h}_j - \alpha_{1j}\mathbf{u}_1 - \alpha_{2j}\mathbf{u}_2 - \dots - \alpha_{(j-1)j}\mathbf{u}_{j-1}, \quad (2.14.d)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{u}_{N_T} = \mathbf{h}_{N_T} - \alpha_{1N_T}\mathbf{u}_1 - \alpha_{2N_T}\mathbf{u}_2 - \dots - \alpha_{(N_T-1)N_T}\mathbf{u}_{N_T-1}. \quad (2.14.e)$$

Despejando \mathbf{h}_i , se tiene la serie de igualdades de la ecuación 2.15.a hasta la ecuación 2.15.e.

$$\mathbf{h}_1 = q_1\|\mathbf{u}_1\|, \quad (2.15.a)$$

$$\mathbf{h}_2 = \alpha_{12}\mathbf{u}_1 + q_2\|\mathbf{u}_2\|, \quad (2.15.b)$$

$$\mathbf{h}_3 = \alpha_{13}\mathbf{u}_1 + \alpha_{23}\mathbf{u}_2 + q_3\|\mathbf{u}_3\|, \quad (2.15.c)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{h}_j = \alpha_{1j}\mathbf{u}_1 + \alpha_{2j}\mathbf{u}_2 + \dots + \alpha_{(j-1)j}\mathbf{u}_{j-1} + q_j\|\mathbf{u}_j\|, \quad (2.15.d)$$

$$\vdots$$

$$\mathbf{h}_{N_T} = \alpha_{1N_T}\mathbf{u}_1 + \alpha_{2N_T}\mathbf{u}_2 + \dots + \alpha_{(N_T-1)N_T}\mathbf{u}_{N_T-1} + q_{N_T}\|\mathbf{u}_{N_T}\|, \quad (2.15.e)$$

donde $\alpha_{ij} = \frac{\mathbf{u}_i^* \mathbf{h}_j}{\|\mathbf{u}_i\|}$ $1 \leq i < j$ y $q_i = \frac{\mathbf{u}_i}{\|\mathbf{u}_i\|}$ para $i = 1, 2 \dots N_T$.

Las anteriores ecuaciones en forma matricial están representadas por la ecuación 2.16.a.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{h}_1 & \mathbf{h}_2 & \dots & \mathbf{h}_{N_T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1\|\mathbf{u}_1\| & \alpha_{12}q_1\|\mathbf{u}_1\| + q_2\|\mathbf{u}_2\| & \dots & \alpha_{1N_T}q_1\|\mathbf{u}_1\| + \alpha_{2N_T}q_2\|\mathbf{u}_2\| + q_{N_T}\|\mathbf{u}_{N_T}\| \end{bmatrix}, \quad (2.16.a)$$

donde $\mathbf{u}_i = q_i\|\mathbf{u}_i\|$ para $i = 1, 2 \dots N_T$.



Separando la ecuación 2.16.a en dos matrices, una de variables q_i y otra de las variables restantes se obtiene la ecuación 2.16.b.

$$[h_1 \ h_2 \ \dots \ h_{N_T}] = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_{N_T}] \begin{bmatrix} \|u_1\| & \alpha_{12}\|u_1\| & \dots & \alpha_{1N_T}\|u_1\| \\ 0 & \|u_2\| & \dots & \alpha_{2N_T}\|u_2\| \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \|u_{N_T}\| \end{bmatrix}. \quad (2.16.b)$$

En la ecuación 2.16.b, la matriz de la izquierda después del signo igual, es la matriz ortogonal unitaria Q , tal que $Q^*Q = QQ^* = I$ y la matriz de la derecha es la matriz diagonal superior R .

Según lo expuesto anteriormente se define la matriz del canal H en las ecuaciones, 2.17.a y 2.17.b.

$$H = QR, \quad (2.17.a)$$

$$H = [Q_1 \ Q_2] \begin{bmatrix} R_{m \times m} \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix}, \quad (2.17.b)$$

donde Q_1 son las N_T primeras columnas de la matriz Q , y Q_2 son las $N_R - N_T$ columnas restantes.

Tomando la ecuación 2.12, se aplica la descomposición QR, como se muestra en las ecuaciones 2.18.a, 2.18.b y 2.18.c.

$$\|Q^*(r - Hs)\|^2 = \|Q^*r - Q^*Hs\|^2 = \|Q^*r - Rs\|^2, \quad (2.18.a)$$

$$\left\| \begin{bmatrix} Q_1^* \\ Q_2^* \end{bmatrix} r - \begin{bmatrix} R_{m \times m} \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} s \right\|^2, \quad (2.18.b)$$

$$\|Q_1^*r - [R_{m \times m}]s\|^2 + \|Q_2^*r\|^2, \quad (2.18.c)$$

donde Q^* denota la conjugada transpuesta de Q .

El segundo término de la ecuación 2.18.c no depende de s por lo tanto se considera constante y se elimina, quedando la ecuación 2.12 como la ecuación 2.19.

$$\hat{s} = \underset{s}{\operatorname{argmin}} \{\|\hat{y} - Rs\|^2\}, \quad (2.19)$$

donde $\hat{y} = Q^*r$ y $R = Q^*H$.



La distancia euclidiana en la ecuación 2.19 puede ser obtenida empezando desde $i = N_T$ y disminuyendo su valor hasta $i = 1$, como se muestra en la ecuación 2.20.

$$D = \|\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|^2 = \sum_{i=N_T}^1 d_i. \quad (2.20)$$

La Distancia Euclidiana Parcial (PED, “*Partial Euclidean Distance*”) puede ser evaluada como la expresión 2.21.

$$d_i = |b_i - R_{ii}S_i|^2, \quad (2.21)$$

donde $b_i = \hat{y}_i - \sum_{j=i+1}^{N_T} R_{ij}S_j$

Entonces, la ecuación 2.20 expresada de forma extendida es la ecuación 2.22.

$$D = \sum_{i=N_T}^1 \left| \hat{y}_i - R_{ii}S_i - \sum_{j=i+1}^{N_T} R_{ij}S_j \right|^2. \quad (2.22)$$

Los algoritmos FSD y QRD-M emplean la ecuación 2.22 en el proceso de detección.

2.5.2 Algoritmos de Detección

2.5.2.1 Algoritmo FSD

El algoritmo FSD se propone como una mejora al algoritmo Decodificador Esférico (SD, “*Sphere Decoder*”) [22], el cual busca el vector transmitido dentro de una hipersfera de radio R_h alrededor de la señal recibida, donde el valor inicial del radio limita el número de puntos a ser buscados.

El algoritmo FSD busca sobre un número fijo de vectores centrados alrededor del vector recibido \mathbf{r} , estos son independientes del ruido y de las condiciones del canal [5]. La búsqueda se realiza a través de un árbol con N_T niveles, donde P ramas se originan de cada nodo, siendo P los puntos que forman la constelación compleja C . La ecuación 2.25 describe el algoritmo.

$$\hat{\mathbf{s}}_{FSD} = \underset{\mathbf{s}}{\operatorname{argmin}} \{ \|\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{R}\mathbf{s}\|^2 \}. \quad (2.25)$$

El árbol de búsqueda del algoritmo FSD se recorre definiendo un número fijo de candidatos a ser buscados por nivel i , denominados n_i .

La distribución de los nodos n_i , llamada n_S , determina el desempeño que puede ser alcanzado y la reducción de la complejidad computacional, sin embargo dicha



distribución no puede ser obtenida analíticamente para cualquier número de antenas y tamaño de constelación [22]; por lo que se propone un método general que consiste en tener n_i nodos $\in \{1, P\}$ satisfaciendo $n_1 \leq \dots \leq n_{N_T}$, por lo tanto FSD tiene dos estados de búsqueda [23]:

- 1) En el primer estado de búsqueda, denominado Expansión Completa (FE, “*Full Expansion*”) se despliegan todos los P nodos del nivel superior, $n_i = n_{N_T} = P$.
- 2) En el segundo estado de búsqueda, Expansión Única (SE, “*Single Expansion*”) en los $N_T - 1$ niveles restantes, se expande un solo nodo $n_i = 1$.

La distribución de los nodos que se escogen, se escribe de forma general en la ecuación 2.26.a y en particular para este trabajo de grado en la ecuación 2.26.b.

$$n_S = \{n_1, n_2, \dots, n_{N_T}\} \quad (2.26.a)$$

$$n_S = \{1, 1, \dots, P\}. \quad (2.26.b)$$

Debido a que en el nivel superior se expanden todos los nodos, no es necesario calcular su distancia euclidiana, por lo tanto la cantidad de nodos a los cuales se les calcula la PED se determina mediante la ecuación 2.27.

$$\text{métricaFSD}_{[veces]} = (N_T - 1)P^2. \quad (2.27)$$

A continuación se describe el proceso seguido por el algoritmo FSD, considerando un sistema 4x4.

Paso 1: El nodo raíz despliega P nodos para el nivel $i = N_T = 4$, descritos en la ecuación 2.28.a; entonces se tienen $s_{4,p}$ candidatos, de los cuales se expanden todos ($n_4 = P$).

$$\hat{s}_{4,c} = \underset{s_{4,p} \in P}{\operatorname{argmin}} \left\{ |\hat{y}_4 - R_{44}s_{4,p}|^2 \right\}, \quad \begin{array}{l} c = 1, 2, \dots, n_4, \\ p = 1, 2, \dots, P. \end{array} \quad (2.28.a)$$

Paso 2: De cada uno de los n_4 nodos se despliegan P nodos en el nivel $i = N_T - 1 = 3$, por lo tanto cada nodo desplegado tiene un grupo de nodos hijos, donde solo será expandido un nodo ($n_3 = 1$), el de menor PED. El nodo a expandir en cada grupo será el de la ecuación 2.28.b.

$$\hat{s}_{3,p}\hat{s}_{4,c} = \underset{s_3 \in P, \hat{s}_{4,c}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \begin{array}{l} |\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_3 - R_{33}s_{3,p} - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2 \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} c = 1, 2, \dots, n_4, \\ 1 \leq p \leq P. \end{array} \quad (2.28.b)$$



Paso 3: Igual que el paso anterior en el nivel $i = N_T - 2 = 2$, de cada uno de los n_3 nodos se despliegan P nodos, a cada grupo de nodos se les calcula la métrica y se escoge para expandir el nodo ($n_2 = 1$) de menor PED, que corresponde al de la ecuación 2.28.c.

$$\hat{s}_{2,p}\hat{s}_{3,p}\hat{s}_{4,c} = \underset{s_2 \in P, \hat{s}_{3,p}\hat{s}_{4,c}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \begin{array}{l} |\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_3 - R_{33}\hat{s}_{3,p} - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_2 - R_{22}s_{2,p} - R_{23}\hat{s}_{3,p} - R_{24}\hat{s}_{4,c}|^2 \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} c = 1, 2, \dots, n_4, \\ 1 \leq p \leq P. \end{array} \quad (2.28.c)$$

Paso 4: En el último nivel $i = 1$, de la misma manera que en los pasos anteriores, de los P nodos candidatos se escoge el n_1 nodo con la menor PED, representado en la ecuación 2.28.d.

$$\hat{s}_{1,p}\hat{s}_{2,p}\hat{s}_{3,p}\hat{s}_{4,c} = \underset{s_1 \in P, \hat{s}_{2,p}\hat{s}_{3,p}\hat{s}_{4,c}}{\operatorname{argmin}} \left\{ \begin{array}{l} |\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 + |\hat{y}_3 - R_{33}\hat{s}_{3,p} - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_2 - R_{22}\hat{s}_{2,p} - R_{23}\hat{s}_{3,p} - R_{24}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_1 - R_{11}s_{1,p} - R_{12}\hat{s}_{2,p} - R_{13}\hat{s}_{3,p} - R_{14}\hat{s}_{4,c}|^2 \end{array} \right\},$$
$$c = 1, 2, \dots, n_4, \quad 1 \leq p \leq P. \quad (2.28.d)$$

Cada nodo del paso 1 da origen a un vector que termina en el nodo del paso 4, debido a que la cantidad de nodos desplegados en el paso 1 es $n_4 = P$, se tienen P vectores soluciones, donde el vector solución será el de menor distancia euclidiana.

En resumen los pasos del algoritmo son:

- 1) Realización de la descomposición QR .
- 2) Despliegue de las P ramas.
- 3) Cálculo de las métricas de las ramas usando 2.22.
- 4) Selección de las n_i ramas con la menor PED.
- 5) Paso al siguiente nivel y regreso al paso 2.

En la figura 2.8 se muestra el proceso del algoritmo FSD para un sistema 4x4 con modulación 4-QAM, en el cual en el nivel 4 correspondiente al estado FE, todos los nodos de este nivel se escogen para desplegar, y en el estado SE se selecciona para desplegar un único nodo en los niveles 3, 2 y 1.

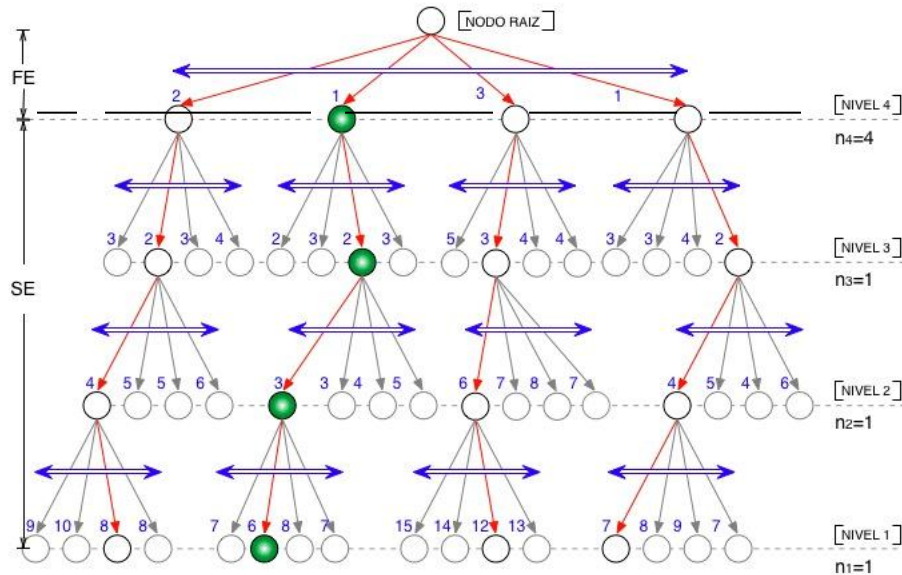


Figura 2.8 Árbol de búsqueda del algoritmo FSD para un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM

2.5.2.2 Algoritmo QRD-M

El algoritmo QRD-M se describe como un algoritmo sub-óptimo, puesto que tiene un desempeño aproximado al del algoritmo ML, pero demanda relativamente menor complejidad computacional.

El árbol de búsqueda se forma de acuerdo a las características de transmisión y el valor de M . El número de antenas transmisoras N_T determina el nivel más alto en el árbol, el orden de la modulación P establece el número de ramas que se pueden expandir de un nodo padre, y el valor de la constante M determina el número de ramas que se conservan por nivel.

En la figura 2.9, se muestra un árbol en formación, para un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM y $M=4$, por lo tanto, en el nivel más alto, el número de ramas que se pueden expandir de un nodo padre, y el número de ramas que se conservan (líneas de color rojo) es 4.

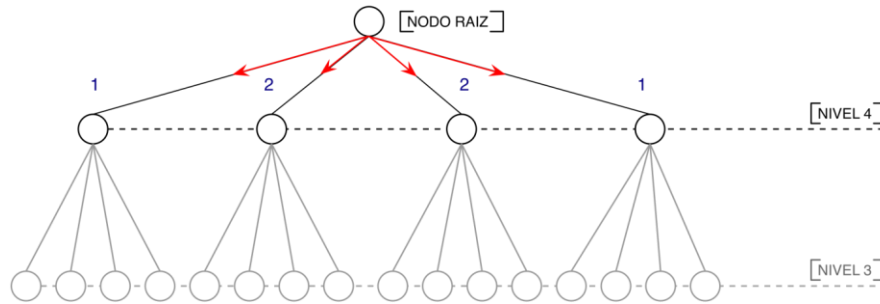


Figura 2.9 Formación inicial del árbol en un sistema MIMO 4x4, 4-QAM

El valor de M se define en un rango de 1 a P . Cuando $M = P$ la BER es semejante a la del algoritmo ML. La complejidad computacional es directamente proporcional a la variación del valor de M , al igual que la probabilidad de alcanzar las rutas correctas [3, 24].

Los símbolos se detectan de manera secuencial, utilizando la búsqueda en amplitud, es decir, el recorrido se realiza en forma iterativa en la extensión del árbol, nivel por nivel, comenzando en el nivel N_T , prosiguiendo con el nivel $N_T - 1$, hasta el nivel 1 [3, 24]. En cada nivel se calcula la métrica de los nodos y se seleccionan los M de menor métrica para posteriormente ser expandidos.

La cantidad de nodos totales a los cuales se les calcula la métrica se determina mediante la ecuación 2.23.

$$métrica_{QRDM}[\text{veces}] = P + (N_T - 1)(PM). \quad (2.23)$$

En la figura 2.10 se muestra el árbol del algoritmo QRD-M para un sistema 4x4, modulación 4-QAM, y $M = 3$. En el nivel 4 se despliegan las ramas correspondientes al nodo padre. El algoritmo calcula la métrica como la distancia euclidiana entre un nodo y su nodo inmediatamente antecesor³. Posteriormente se ordenan las ramas de acuerdo a su métrica, conservando solo las M ramas (3) con la menor métrica y descartando las restantes. A continuación se despliegan las PM ramas (12) de los nodos conservados en el nivel inmediatamente anterior y se repite el proceso hasta el último nivel [4, 24]. En el último nivel, de las M ramas conservadas, se escoge como solución la de menor métrica.

³ Nodo antecesor: un nodo X es antecesor de un nodo Y si por alguna de las ramas de X se puede llegar a Y.

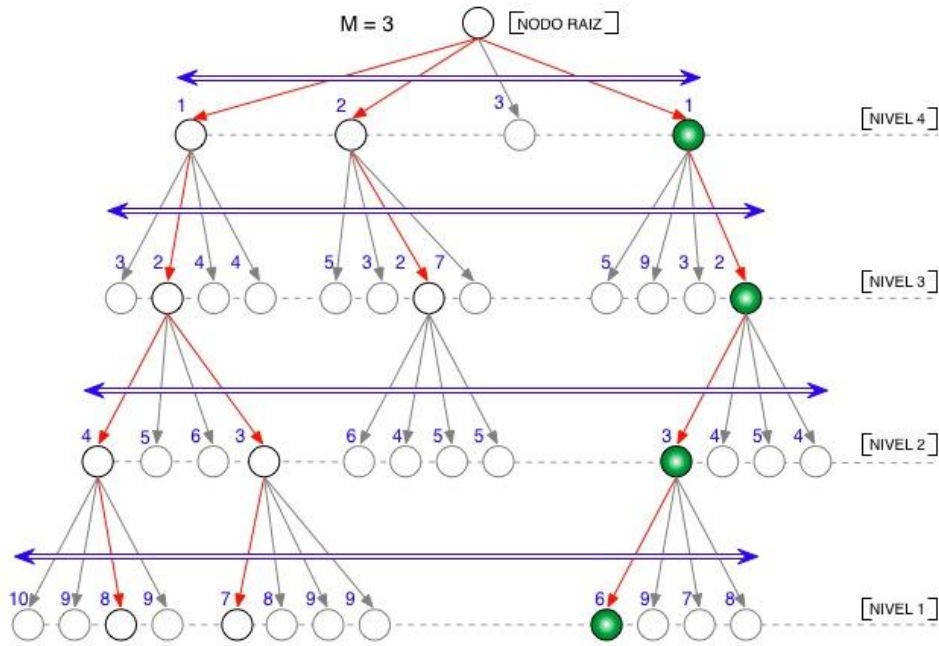


Figura 2.10 Árbol de búsqueda del algoritmo QRD-M para un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM

Las expresiones matemáticas que describen el funcionamiento paso a paso del algoritmo QRD-M, se presentan a continuación para el caso particular de un sistema MIMO 4x4 [14].

Paso 1: En el nivel $i = N_T = 4$ se tienen s_4 candidatos los cuales se encuentran entre los P nodos que han sido desplegados del nodo raíz, se seleccionan los M nodos con la menor PED que según la ecuación 2.22 es $|\hat{y}_4 - R_{44}s_4|^2$. Los M nodos se describen por la ecuación 2.24.a.

$$\hat{s}_{4,c} = \underset{s_4 \in P}{\operatorname{argmin}} \{ |\hat{y}_4 - R_{44}s_4|^2 \}, \quad c = 1, 2, \dots, M. \quad (2.24.a)$$

Nota: S_i es un símbolo de la constelación, diferente para cada $\hat{s}_{i,c}$.

Paso 2: Siguiendo el orden de la formación del árbol con el nivel $i = N_T - 1 = 3$, desde los M nodos del paso 1 ($\hat{s}_{4,c}$) se despliegan P nodos (s_3), teniendo para este nivel los PM nodos candidatos $[s_3, \hat{s}_{4,c}]$, de los cuales se seleccionan los M nodos con la menor PED, $|\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 + |\hat{y}_3 - R_{33}s_3 - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2$. Los M nodos seleccionados se describen por la ecuación 2.24.b.



$$\hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c} = \operatorname{argmin}_{s_3 \in P, \hat{s}_{4,c}} \left\{ |\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 + |\hat{y}_3 - R_{33}s_3 - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2 \right\}, c = 1, 2, \dots, M. \quad (2.24.b)$$

Paso 3: Igual que el paso anterior en el nivel $i = N_T - 2 = 2$, se tienen PM nodos candidatos $[s_2, \hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c}]$, los cuales surgen de los nodos obtenidos en el paso 2 ($\hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c}$), y se escogen M nodos con la menor PED, representados en la ecuación 2.24.c.

$$\hat{s}_{2,c}\hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c} = \operatorname{argmin}_{s_2 \in P, \hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c}} \left\{ \begin{array}{l} |\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_3 - R_{33}\hat{s}_{3,c} - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_2 - R_{22}s_2 - R_{23}\hat{s}_{3,c} - R_{24}\hat{s}_{4,c}|^2 \end{array} \right\}, c = 1, 2, \dots, M. \quad (2.24.c)$$

Paso 4: En el último nivel $i = 1$, de la misma manera que en los pasos anteriores, se cuenta con PM nodos candidatos pertenecientes a los nodos del paso 3 ($\hat{s}_{2,c}\hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c}$), de estos se escogen M nodos con la menor PED, así los últimos nodos son los de la ecuación 2.24.d.

$$\hat{s}_{1,c}\hat{s}_{2,c}\hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c} = \operatorname{argmin}_{s_1 \in P, \hat{s}_{2,c}\hat{s}_{3,c}\hat{s}_{4,c}} \left\{ \begin{array}{l} |\hat{y}_4 - R_{44}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_3 - R_{33}\hat{s}_{3,c} - R_{34}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_2 - R_{22}\hat{s}_{2,c} - R_{23}\hat{s}_{3,c} - R_{24}\hat{s}_{4,c}|^2 \\ + |\hat{y}_1 - R_{11}s_1 - R_{12}\hat{s}_{2,c} - R_{13}\hat{s}_{3,c} - R_{14}\hat{s}_{4,c}|^2 \end{array} \right\},$$

$$c = 1, 2, \dots, M. \quad (2.24.d)$$

En resumen, el algoritmo QRD-M puede describirse de la siguiente manera [4]:

- 1) Realización de la descomposición QR de la matriz de transferencia del canal H .
- 2) Premultiplicación de la salida \mathbf{r} con Q^* .
- 3) Despliegue de las PM ramas.
- 4) Cálculo de las métricas de las ramas usando la ecuación 2.22.
- 5) Ordenamiento de las ramas de acuerdo a sus métricas, conservando sólo las M ramas y descartando el resto.
- 6) Paso al siguiente nivel y regreso al paso 3.

En el algoritmo QRD-M los M nodos se escogen de los existentes en un mismo nivel, esto quiere decir que de un mismo nodo padre se puede escoger más de un nodo hijo, siempre y cuando tenga la menor PED, por lo tanto no necesariamente todos los nodos del nivel superior se ramifican hasta el nivel inferior. En el algoritmo FSD, por cada nodo padre de un nivel, se deben ramificar los n_i nodos



indicados para ese nivel. En este algoritmo todos los nodos seleccionados en el nivel superior serán ramificados hasta el nivel inferior.

3. METODOLOGÍA PARA EL DESARROLLO DE LA SIMULACIÓN

Este capítulo presenta el desarrollo de la metodología de la simulación del trabajo teniendo en cuenta los objetivos de simulación, el plan de pruebas, el proceso de desarrollo y el análisis de la simulación.

3.1 PROCESO DE DESARROLLO DE UNA SIMULACIÓN

La metodología empleada para crear y desarrollar una simulación que permita el análisis comparativo del desempeño de los algoritmos FSD y QRD-M en sistemas MIMO, es la que se muestra en la figura 3.1 [25].

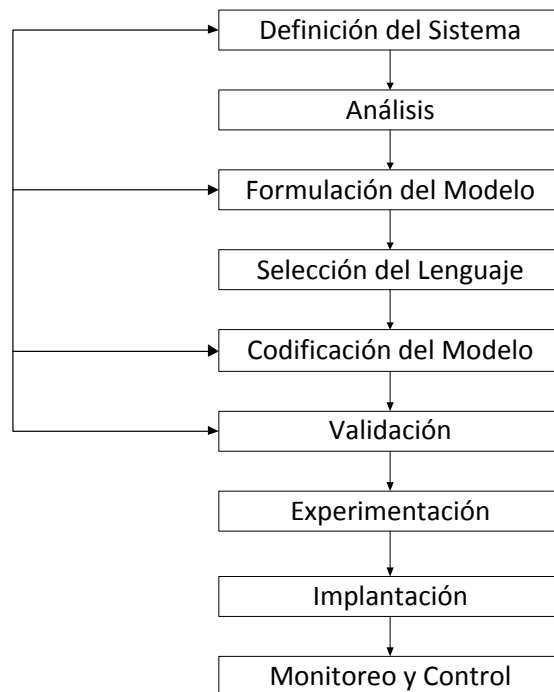


Figura 3.1 Diagrama de flujo de la metodología empleada para la simulación

A continuación se realiza una descripción de cada paso.



3.2 FASE 1 DEFINICIÓN DEL SISTEMA

El sistema a desarrollar, es un sistema MIMO con arreglo de antenas 2x2 o 4x4, con modulación 4-QAM y 16-QAM, en un canal AWGN con desvanecimiento plano, multiplexación espacial V-BLAST y algoritmos de detección FSD y QRD-M.

3.3 FASE 2 ANÁLISIS

Estado del sistema: el sistema de la simulación trabaja con dos tipos de variables, principales y secundarias, siendo las principales aquellas que afectan directamente los resultados obtenidos en la simulación y las secundarias las que influyen en las principales.

- Variables principales: Número de bits enviados, BER y tiempo de ejecución del algoritmo.
- Variables secundarias:
 1. Tipo de algoritmo:

Algoritmo QRD-M: M número de símbolos seleccionados por nivel; para un sistema con modulación 4-QAM valores de $M=1, 2, 3$ y 4 , y para un sistema con modulación 16-QAM valores de $M=4, 8, 12$ y 16 .

Algoritmo FSD: n_i , nodos a ser seleccionados en cada nivel, en el nivel superior $n_i = P$ y en los niveles restantes $n_i = 1$.
 2. Orden de modulación (P), para la modulación 4-QAM $P = 4$, y para la modulación 16-QAM $P = 16$.
 3. Número de antenas: antenas transmisoras N_T y antenas receptoras N_R .
 4. Tipo del canal: AWGN.
 5. Vector de símbolos recibidos: \mathbf{r} .
 6. Vector de símbolos transmitidos: \mathbf{s} .
 7. Matriz de transferencia del canal: \mathbf{H} .

Actividad: la detección de señales enviadas, efectuada por medio del algoritmo de detección, es la actividad principal y requiere ser evaluada según las acciones realizadas. En este proceso varía el tiempo de ejecución, que depende del algoritmo utilizado, número de antenas, bits enviados, modulación y modelo de canal.

Entidades: los objetos utilizados dentro del sistema tales como la modulación y modelo de canal.



3.4 FASE 3 FORMULACIÓN DEL MODELO

Teniendo en cuenta el análisis realizado, se genera un modelo lógico-matemático en el cual se definen las variables que forman parte del sistema, diagramas de flujo y diagrama de bloques.

Este trabajo de grado se enfoca en los algoritmos FSD y QRD-M por lo tanto la formulación del modelo se realiza teniendo en cuenta los parámetros y variables involucrados para su desarrollo.

En la figura 3.2 se presenta un diagrama en bloques del sistema MIMO.

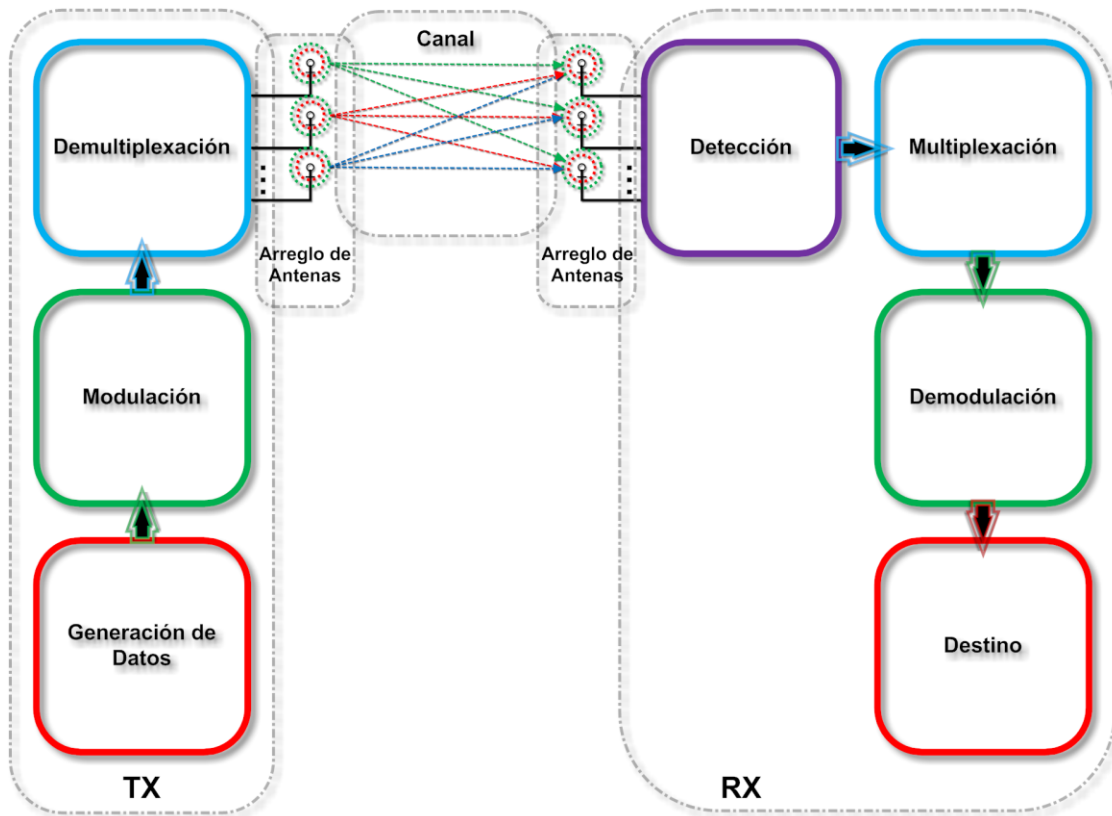


Figura 3.2 Diagrama en bloques del sistema básico MIMO

En las figuras 3.3, 3.4, 3.5 y 3.6 se presentan los diagramas de flujo del sistema MIMO y de los algoritmos ML, QRD-M y FSD, los cuales permiten comprender el sistema a implementar y los algoritmos empleados en la detección.



3.4.1 Diagrama de flujo del sistema MIMO

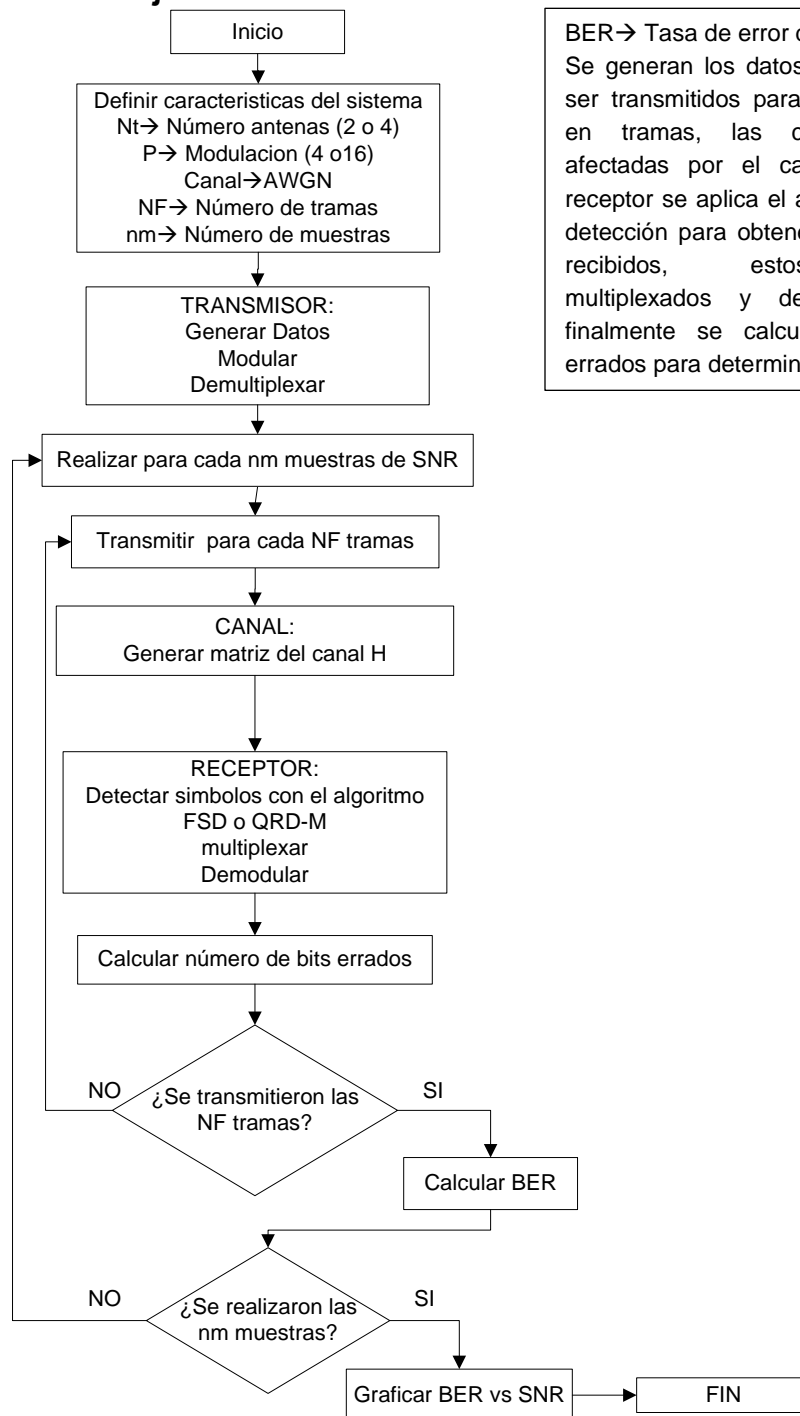


Figura 3.3 Diagrama de flujo sistema MIMO



3.4.2 Diagrama de flujo algoritmo ML

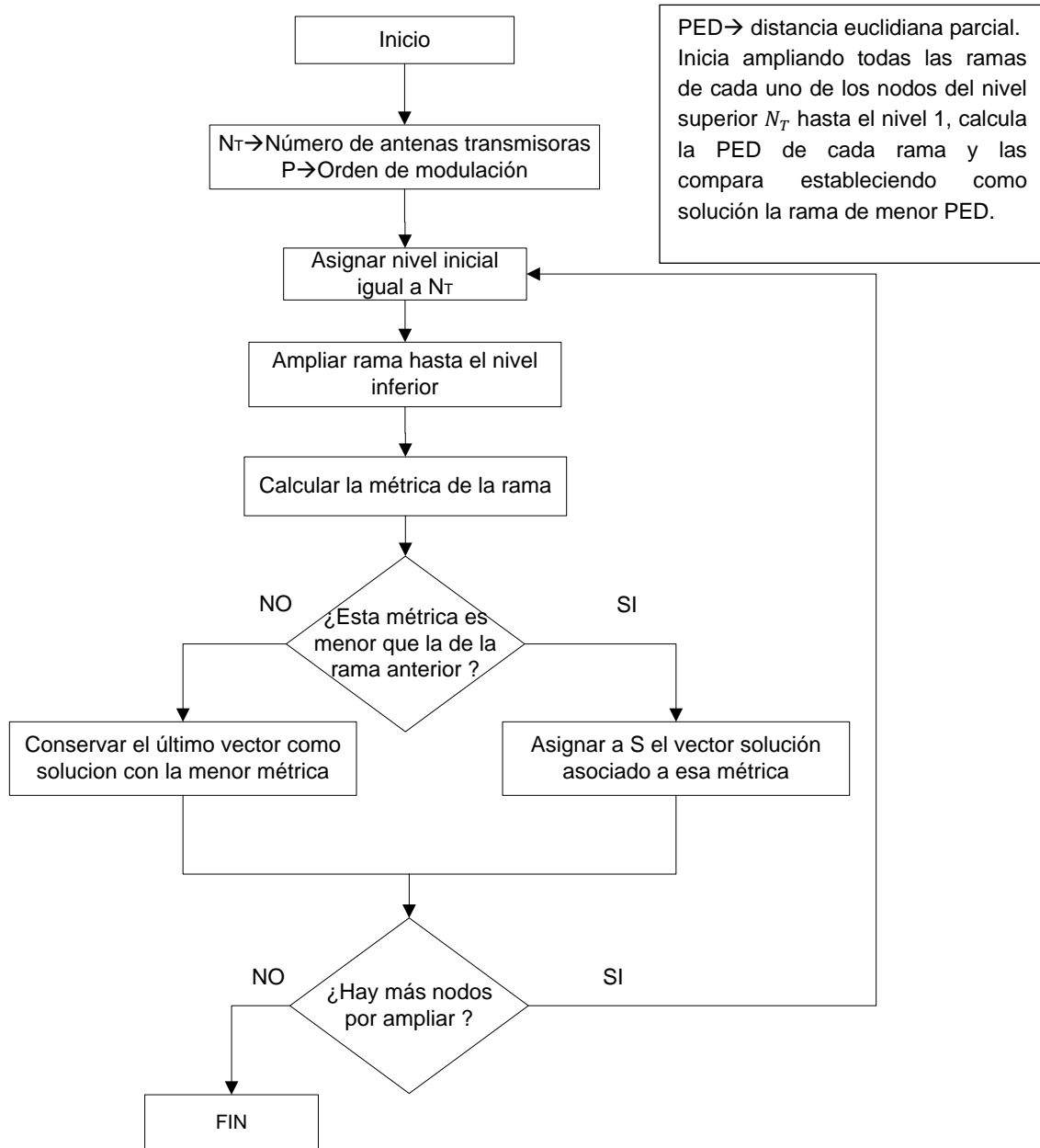


Figura 3.4 Diagrama de flujo algoritmo ML



3.4.3 Diagrama de flujo algoritmo QRD-M

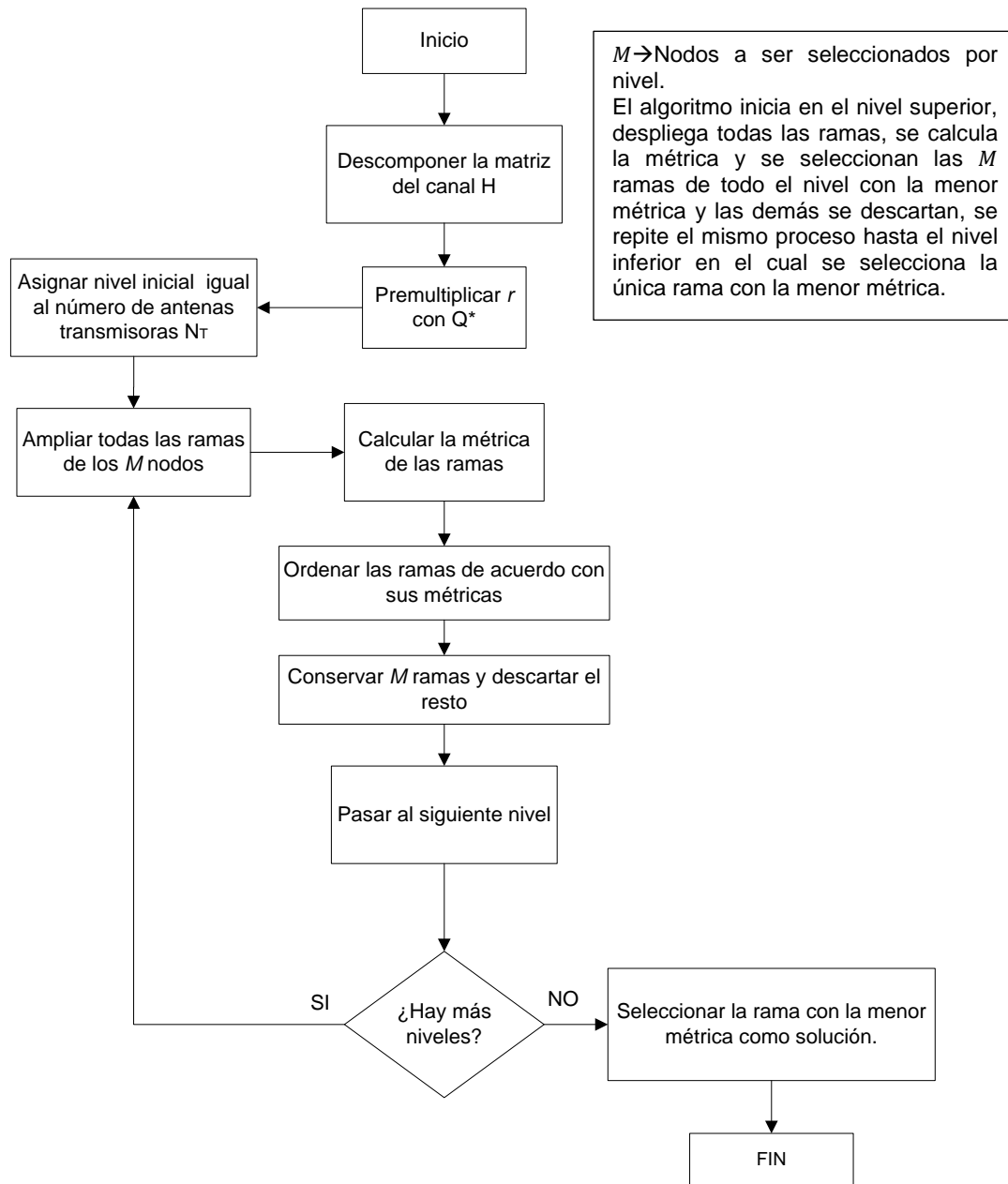


Figura 3.5 Diagrama de flujo algoritmo QRD-M



3.4.4 Diagrama de flujo algoritmo FSD

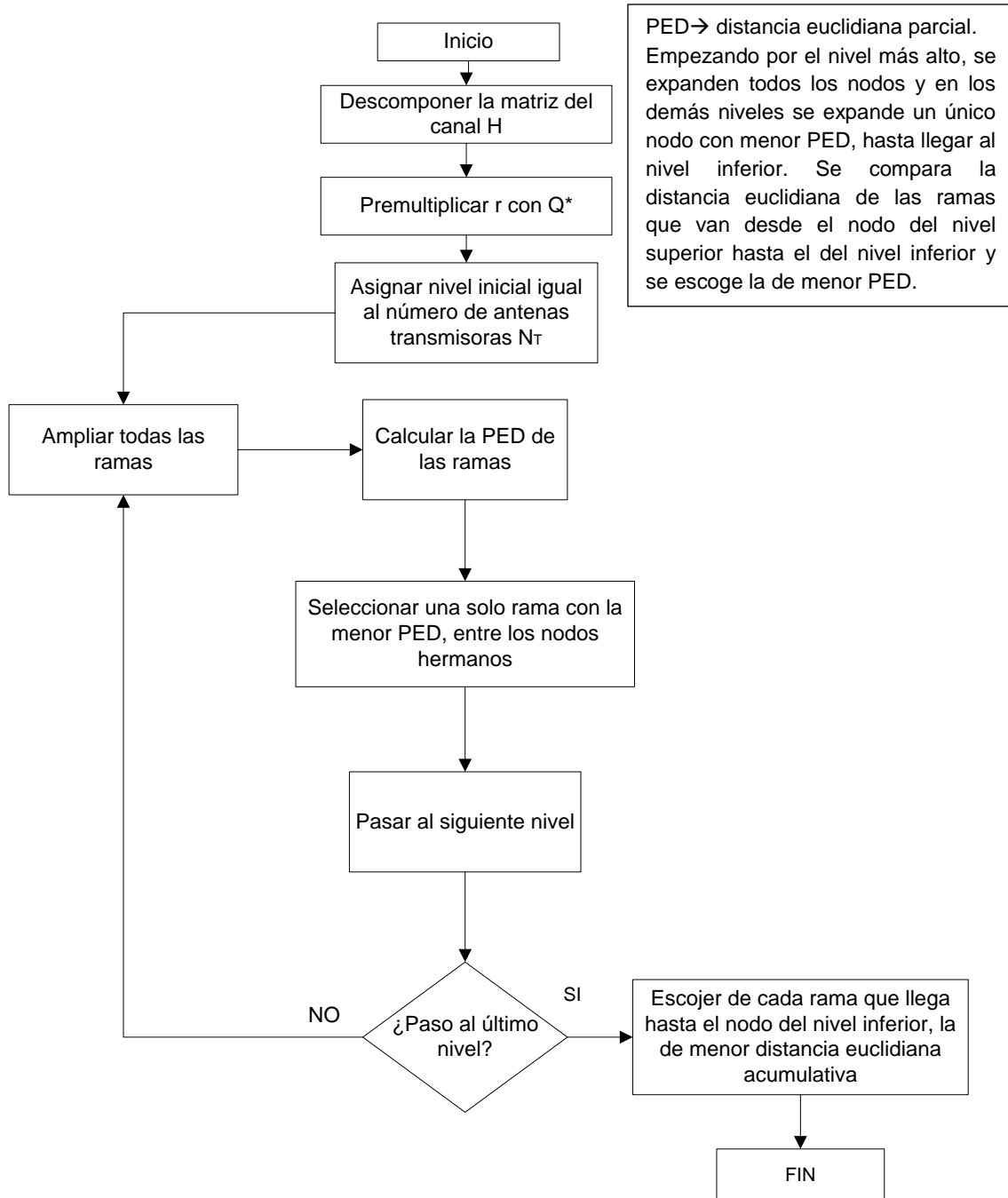


Figura 3.6 Diagrama de flujo algoritmo FSD



3.5 FASE 4 SELECCIÓN DEL LENGUAJE

En la selección de la herramienta de simulación se debe considerar el tipo de sistema a simular y el presupuesto del trabajo de grado; debido a que la mayoría de las herramientas de simulación requieren de licencia, se considera el software MATLAB® (*Matrix Laboratory*) como la herramienta de simulación, porque permite simular sistemas inalámbricos y la Universidad de Cauca cuenta con la licencia de funcionamiento.

MATLAB® es un software para el cálculo numérico orientado a matrices, y emplea un lenguaje propio de alto nivel (lenguaje M). Permite interactuar con otros programas aun cuando trabajen con otros lenguajes, además se utiliza en la representación de datos y funciones, manipulación de matrices, implementación de algoritmos, y creación de interfaces gráficas [26].

MATLAB® tiene un uso generalizado en ingeniería, siendo muy utilizado en el desarrollo de trabajos de grado y trabajos de investigación a nivel mundial, por eso es la herramienta más adecuada para el desarrollo de este trabajo de grado.

3.6 FASE 5 CODIFICACIÓN DEL MODELO

La codificación del modelo consiste en generar un código computacional según el modelo diseñado, para cada uno de los bloques de la figura 3.2. El código empleado en la simulación realizada en este trabajo de grado, se explica a continuación.

3.6.1 Transmisor

Sintaxis

```
L_Frame=log2(P)*Nt;% Longitud de la trama
data = randi([0 1],L_Frame*N_Frames,1); % Generador de bits
dataTx=reshape(data,L_Frame,N_Frames); % Datos binarios Transmitidos
normModDataTx=scale*modulate(mod,data); % Datos modulados normalizados
% Demultiplexor V-BLAST
demuxmodDataTx=reshape(normModDataTx,Nt,N_Frames);
```

Descripción:

Transmite las tramas de bit moduladas y multiplexadas por N_T antenas. Los bits inicialmente se generan de forma aleatoria, se modulan con el esquema 4-QAM o 16-QAM y se normalizan, finalmente los datos normalizados se demultiplexan con el esquema V-BLAST.



Parámetros de entrada:

- Nt: número de antenas transmisoras.
- P: orden de la modulación.
- NFrames: número de tramas.
- mod: modulador.
- scale: factor de normalización.

Parámetros de salida:

- demuxmodDataTx: datos modulados y demultiplexados transmitidos.
- dataTx: datos binarios transmitidos.

3.6.2 Canal

Sintaxis

```
if canal==1 % AWGN elementos complejos gaussianos
    Hc=random('Normal',0,1,[Nt,Nt])+1i*random('Normal',0,1,[Nt,Nt]);
    for i=Nt
        H(:,i)=Hc(:,i)/norm(Hc(:,i)); % Matriz del canal
    end
    Y=awgn(H*normdemuxmodDataTx,SNRdB,'measured'); % elementos
    recibidos
elseif canal==2 % AWGN mimochan
    chan = mimochan(Nt, Nt, 1e-4, 0);
```

Descripción:

Se genera la matriz del canal, esta se multiplica por la señal enviada y se adiciona ruido blanco Gaussiano. La matriz del canal se modela de dos formas, el modelo 1 se genera con una distribución normal Gaussiana, mientras que en el modelo 2, se realiza un modelado por medio de la función *mimochan* de MATLAB®, que tiene como parámetros tiempo de muestreo, y desplazamiento Doppler máximo, y se definen las matrices de correlación mediante el modelo físico del perfil A del estándar IEEE 802.11n.

Parámetros de entrada:

- normdemuxmodDataTx: datos modulados y demultiplexados transmitidos.
- canal: tipo de canal (AWGN Gaussiano o AWGN *mimochan*).
- SNRdB: relación señal a ruido en decibelios.

Parámetros de salida:

- H: matriz de transferencia del canal.
- Y: vector de datos recibidos.



3.6.3 Detección

3.6.3.1 Algoritmo ML

Sintaxis

```
metric = 10000;
for n = 1:P
    xtmp(1) = X(n);
    EstiY1(:,1) = Y - H(:,1).*xtmp(1);
    for o = 1:P
        xtmp(2) = X(o);
        EstiY2(:,1) = EstiY1(:,1) - H(:,2).*xtmp(2);
        metrictmp=abs(EstiY2(1))^2+abs(EstiY2(2))^2;
        if metrictmp<metric
            demuxmodDataRx = xtmp;
            metric = metrictmp;
        end
    end
end
demuxmodDataRx=demuxmodDataRx.';
```

Descripción:

Encuentra de todos los posibles símbolos transmitidos, el vector más probable enviado por el transmisor, mediante el algoritmo ML.

Parámetros de entada:

- H: matriz de transferencia del canal.
- Y: vector de datos recibidos.
- P: orden de la modulación.
- X: constelación 4-QAM o 16-QAM

Parámetros de salida:

- demuxmodDataRx: datos modulados y multiplexados recibidos.



3.6.3.2 Algoritmo FSD

Sintaxis

```
[Q R] = qr(H);
ro = Q*Y;
for n=1:P
    xtemp(2,1)=X(n);
    min=10000;
    for p=1:P
        xtemp(1,1)=X(p);
        r1=ro-R*xtemp;
        mandv=abs(r1(1))^2+abs(r1(2))^2;
        if mandv<min
            min=mandv;
            metrica(n)=min;
            xlast(:,n)=xtemp;
        end
    end
end
menor=10000;
for i=1:P
    if metrica(i)<menor
        menor=metrica(i);
        pos=i;
    end
end
[demuxmodDataRx]=xlast(:,pos);
```

Descripción:

Detecta los posibles símbolos transmitidos, utilizando el algoritmo FSD. De cada grupo de nodos desplegados por nivel se selecciona el de menor métrica, los expande y se repite el proceso, al final se tienen p vectores, donde p es el orden de modulación, se comparan y se escoge el de menor métrica como solución.

Parámetros de Entrada:

- P: orden de la modulación (4 o 16).
- H: matriz del canal.
- Y: vector de símbolos recibidos.
- X: constelación 4-QAM o 16-QAM

Parámetros de salida:

- demuxmodDataRx: mejor solución multiplexada.



Funciones:

- n: despliegue de todos los nodos del nivel superior.
- p: posibles soluciones de cada nodo del nivel antecesor.

3.6.3.3 Algoritmo QRD-M

Sintaxis

```
if M==1
    min=10000;
    for p=1:P
        x_temp(2,1)=X(p);
        r1=ro(2,1)-R(2,2)*x_temp(2,1);
        s_hat=abs(r1)^2;
        if s_hat<min
            min=s_hat;
            metrica=min;
            x_last(2,1)=x_temp(2,1);
        end
    end
    s_hat=metrica;
    min=10000;
    for p=1:P
        x_last(1,1)=X(p);
        r1=ro(1)-R(1,:)*x_last(:,1);
        metrica=s_hat+abs(r1)^2;
        if metrica<min
            min=metrica;
            x_temp=x_last;
        end
    end
    demuxmodDataRx=x_temp;
```

Descripción:

Emplea el algoritmo QRD-M en el receptor para detectar los posibles símbolos transmitidos. Este algoritmo calcula la métrica de todos los nodos del mismo nivel, selecciona los M de menor métrica para ser expandidos, pasa al siguiente nivel, repite el proceso hasta el nivel inferior y escoge como solución el vector compuesto por el nodo de menor métrica en el nivel inferior.

Parámetros de entada:

- H: matriz de transferencia del canal.
- Y: vector de datos recibidos.
- P: orden de la modulación.
- M: número de símbolos candidatos.



- X: constelación 4-QAM o 16-QAM

Parámetros de salida:

- demuxmodDataRx: datos modulados y multiplexados recibidos.

Funciones:

- stage: nivel de búsqueda.
- p: posibles soluciones por nivel.

3.6.4 Recepción

Sintaxis

```
data:demodulate(demod,demuxmodDataRx/scale);
```

Descripción:

Genera la cadena de bits recibidos. Los datos multiplexados provenientes del detector son demodulados y desnormalizados, según el tipo de modulación empleada en el transmisor.

Parámetros de entrada:

- demuxmodDataRx: datos modulados y multiplexados recibidos.
- demod: demodulador.
- scale: factor de normalización.

Parámetros de salida:

- data: datos binarios recibidos.

3.6.5 Complejidad Computacional

La complejidad computacional determina la cantidad de recursos empleados durante la solución de un problema. Los recursos que se estudian son el tiempo y el espacio (memoria) [27].

En el proceso de determinar el uso eficiente de los recursos en los algoritmos implementados en este trabajo de grado, se determinó la complejidad computacional mediante el estudio del tiempo de ejecución.

El estudio de la complejidad mediante el tiempo de ejecución consta de dos fases: una “a priori” que proporciona una medida teórica; y otra “a posteriori” en el cual se registra el tiempo promedio de ejecución del algoritmo, para valores de entrada y dispositivos específicos [28, 29].



El tiempo de ejecución “a posteriori” se presenta en el capítulo 5, a continuación se presenta el tiempo de ejecución “a priori” de los algoritmos ML, FSD y QRD-M.

El tiempo de ejecución “a priori” de los algoritmos implementados se determinó mediante una ecuación en función del orden de modulación (P), la cual surgió del cálculo de la cantidad Operaciones Elementales (OE), empleadas en la implementación del algoritmo y el número de veces que estas se repitieron [28].

Las OE utilizadas por los algoritmos son: Asignación (A), Conjugada (CON), Multiplicación (M), Acceso al Vector (AV), Comparación (C), Resta (R), Suma (S), Transpuesta (T), Tamaño de Vector (SIZE), Valor Absoluto (ABS). Cada una de ellas se contabiliza como una OE.

En los algoritmos FSD y QRD-M, se realizó una operación elemental llamada QR, la cual es en realidad la función QR de MATLAB®. Debido a que no se conoce el código de esta función, se realiza una aproximación de las OE mediante el proceso matemático de *Gram-Schmidt* de la descomposición QR.

El orden de complejidad de los algoritmos es constante, debido a que la detección se realiza trama a trama y los parámetros de sistema tales como arreglo de antenas, orden de modulación (P) y cantidad de nodos a seleccionar (M) son fijos.

A continuación se describe el proceso mediante el cual se determinan las ecuaciones para el cálculo del tiempo de ejecución “a priori”.

3.6.5.1 Proceso de cálculo de tiempo de ejecución “a priori”

Las ecuaciones que definen la cantidad de OE realizadas en cada uno de los algoritmos se obtuvieron contando el total de OE del código; donde, para cada línea de código se determinaron las OE, se contaron y se definieron cuantas veces se repetían en cada línea. La cantidad de veces que se repite una línea de código depende del ciclo de repetición (“for”) y la sentencia condicional (“if”). Este proceso se detalla en el anexo A, para cada algoritmo en cada sistema.

El tiempo de ejecución “a priori” se describe mediante ecuaciones del mejor y el peor de los casos, donde el primero se refiere a la menor cantidad de ejecuciones del código y el segundo a la mayor cantidad, debido a que las líneas dentro de la sentencia condicional se ejecutan en un rango.

Las ecuaciones del tiempo de ejecución “a priori” de los algoritmos ML, FSD y QRD-M, se presentan en las tablas 3.1 y 3.2, para los sistemas 2x2 y 4x4



respectivamente. Estas tablas se registran en el anexo A que contienen el proceso de cálculo de las OE.

Tabla 3.1 Tiempo de ejecución "a priori", 2x2

| | | | MIMO 2x2 | | |
|--------------|---------------|-------------|--------------------------|-------------------------|-------|
| | | | En el MEJOR de los casos | En el PEOR de los casos | Tabla |
| ML | | | $24P^2 + 16P + 7$ | $27P^2 + 16P + 4$ | A.1 |
| FSD | | | $24P^2 + 21P + 104$ | $30P^2 + 18P + 101$ | A.3 |
| QRD-M | 4-QAM | M=1 | $33P + 106$ | $41P + 98$ | A.5 |
| | | M=2 | $57P + 140$ | $67P + 133$ | A.6 |
| | | M=3 | $82P + 156$ | $96P + 149$ | |
| | | M=4 | $19P^2 + 14P + 102$ | $23P^2 + 14P + 98$ | A.7 |
| | 16-QAM | M=4 | $107P + 172$ | $127P + 158$ | A.6 |
| | | M=8 | $207P + 236$ | $247P + 196$ | |
| | | M=12 | $307P + 300$ | $367P + 218$ | |
| | | M=16 | $19P^2 + 14P + 102$ | $23P^2 + 14P + 98$ | A.7 |

Tabla 3.2 Tiempo de ejecución "a priori", 4x4

| | | | MIMO 4x4 | | |
|--------------|---------------|-------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-------|
| | | | En el MEJOR de los casos | En el PEOR de los casos | Tabla |
| ML | | | $38P^4 + 23P^3 + 23P^2 + 22P + 9$ | $43P^4 + 23P^3 + 23P^2 + 22P + 4$ | A.2 |
| FSD | | | $60P^2 + 85P + 600$ | $84P^2 + 64P + 597$ | A.4 |
| QRD-M | 4-QAM | M=1 | $77P + 639$ | $97P + 619$ | A.8 |
| | | M=2 | $263P + 753$ | $275P + 743$ | A.9 |
| | | M=3 | $433P + 815$ | $433P + 891$ | |
| | | M=4 | $619P + 812$ | $655P + 791$ | A.10 |
| | 16-QAM | M=4 | $631P + 877$ | $671P + 846$ | A.9 |
| | | M=8 | $1703P + 1125$ | $1847P + 1125$ | |
| | | M=12 | $3223P + 1373$ | $3391P + 1226$ | |
| | | M=16 | $5143P + 1388$ | $5671P + 1131$ | A.10 |



3.7 FASE 6 VALIDACIÓN

En esta fase se comprueba de forma objetiva la consistencia de la información derivada del trabajo de grado, respecto a la documentación proporcionada por estudios similares. En el capítulo 4 se validan los resultados obtenidos en la simulación.

3.8 FASE 7 EXPERIMENTACIÓN

La experimentación se realiza teniendo en cuenta los parámetros que constituyen variables de entrada para los algoritmos. Se realizan las posibles combinaciones de los parámetros para un mismo sistema, con el fin de analizar comparativamente el desempeño de los algoritmos FSD y QRD-M. La tabla 3.3 presenta los escenarios de simulación de los algoritmos objeto de este trabajo de grado.

Tabla 3.3 Escenarios de simulación

| Arreglo de antenas | Canal | Modulación |
|--------------------|-------|------------|
| 2x2 | AWGN | 4-QAM |
| | | 16-QAM |
| 4x4 | AWGN | 4-QAM |
| | | 16-QAM |

3.9 FASE 8 IMPLANTACIÓN

En esta fase con el modelo diseñado, se ejecutan las opciones escogidas en la fase de experimentación, con el fin de obtener diversos resultados y así verificar el correcto funcionamiento y eficiencia de la simulación.

3.10 FASE 9 MONITOREO Y CONTROL

Esta fase permite verificar que las fases anteriores se realicen correctamente, y que la simulación pueda ser modificada en cualquier momento, ya sea por posibles fallas, para adaptarla a un sistema en concreto o para actualizarla.

4. VALIDACIÓN DE RESULTADOS

En este capítulo se comparan los resultados experimentales de la simulación de los escenarios de la tabla 3.3 con los resultados de trabajos de investigación similares, teniendo en cuenta dos criterios, la equidistancia entre las curvas de desempeño correspondientes y/o el ajuste entre ellas, este último determina la diferencia entre los valores de SNR para una misma BER, mientras que el primer criterio señala la homogeneidad de dicha diferencia.

En particular, cuando el interés se centra en la relación entre las variables o en la comparación de dos conjuntos de datos, los métodos descriptivos pueden ser de gran ayuda antes de comenzar estudios más complejos. Para juzgar los criterios mencionados se utilizan las medidas estadísticas de tendencia central (media aritmética μ) y de dispersión (desviación estándar σ y Coeficiente de Variación (CV)) [30].

El coeficiente de variación, indica, en términos porcentuales, la dispersión de una serie de datos respecto al valor medio; cuanto mayor sea este valor, mayor será la variabilidad. El CV depende de la desviación estándar y en mayor medida de la media aritmética, dado que cuando ésta es cero o muy próxima a este valor, el CV pierde significado, y no necesariamente implica dispersión de datos [31].

En este trabajo se consideran equidistantes las curvas de desempeño si la variabilidad de la diferencia de los valores de SNR entre los resultados de referencia y los experimentales es menor al 50 %; según esto la tabla 4.1 define la interpretación del CV⁴. Por otro lado, el ajuste se considera cuando el CV pierde significado.

Tabla 4.1 Interpretación del valor del CV

| Valores de CV | Interpretación |
|------------------|---------------------|
| CV < 15 % | Variación baja |
| 15 % < CV < 50 % | Variación aceptable |
| CV > 50 % | Variación alta |

⁴ La tabla 4.1 presenta un rango de interpretación del CV, la cual fue realizada por los autores del presente trabajo de grado.



Las curvas que se presentan a continuación son el resultado del promedio de 20 repeticiones en la transmisión de 80.000 bits para cada repetición; donde los elementos de la matriz del canal están representados por variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria.

4.1 VALIDACIÓN DE RESULTADOS DE SISTEMAS MIMO 2X2

La validación de la simulación de los sistemas MIMO 2x2, se realiza comparando los resultados de los algoritmos FSD y QRD-M, con los trabajos de investigación del algoritmo ML, debido a que no se encontraron trabajos que emplearan los algoritmos de interés.

4.1.1 Algoritmo FSD

En la figura 4.1 se presentan los resultados de los algoritmos FSD y ML para un sistema MIMO 2x2, modulaciones 4-QAM y 16-QAM. Las curvas en dichas figuras tienen un alto grado de correlación, exhibiendo una relación directa.

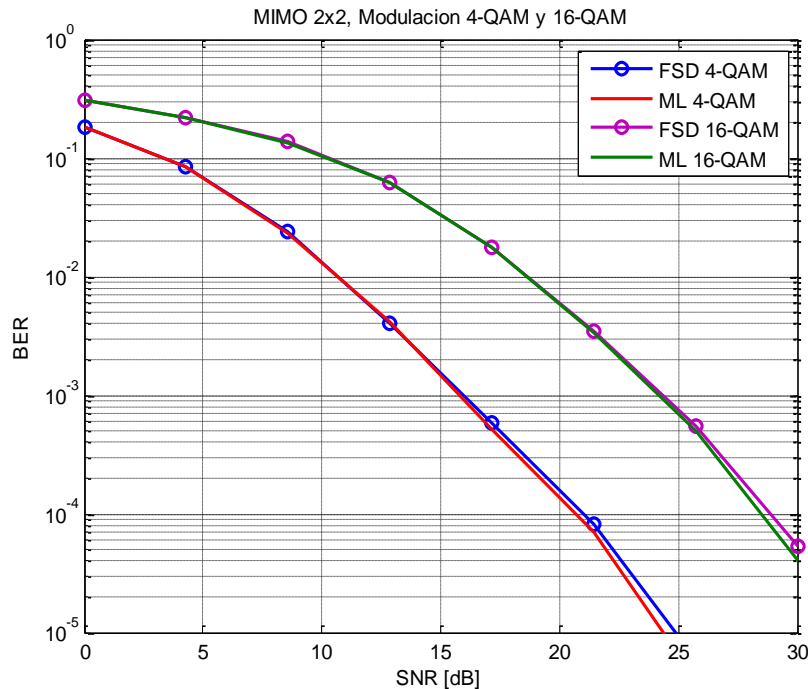


Figura 4.1 Curvas de desempeño del algoritmo FSD, en un sistema MIMO 2x2, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM



En la tabla 4.2 se muestran los valores de SNR del algoritmo ML de trabajos realizados por otros autores, con modulación 4-QAM [32] y 16-QAM [33], además de los valores correspondientes a las curvas de la figura 4.1.

Tabla 4.2 Valores de desempeño de los algoritmos ML de referencia y FSD, en un sistema MIMO 2x2

| BER | SNR (dB) | | | |
|-----------|------------|-------------|-------|--------|
| | ML | | FSD | |
| | 4-QAM [32] | 16-QAM [33] | 4-QAM | 16-QAM |
| 10^{-1} | 7.00 | 6.40 | 3.32 | 10.25 |
| 10^{-2} | 15.00 | 14.70 | 10.69 | 18.64 |
| 10^{-3} | 20.80 | 20.30 | 15.95 | 24.32 |
| 10^{-4} | 25.70 | 25.50 | 20.99 | 28.86 |

La diferencia de valores de SNR entre los algoritmos ML y FSD, indicada en la tabla 4.3, evidencia una separación promedio de 4.39 dB con un coeficiente de variación de 11.9 % para 4-QAM y 3.79 dB con un CV igual a 7.8 % para la modulación 16-QAM. Luego, el CV es bajo, por lo que se consideran las curvas de desempeño equidistantes y por tanto con comportamiento similar.

Tabla 4.3 Diferencia de los valores de SNR entre el algoritmo ML de referencia y FSD, en un sistema MIMO 2x2⁵

| BER | SNR (dB) | |
|---------------|----------|--------|
| | 4-QAM | 16-QAM |
| 10^{-1} | 3.68 | 3.85 |
| 10^{-2} | 4.31 | 3.94 |
| 10^{-3} | 4.85 | 4.02 |
| 10^{-4} | 4.71 | 3.36 |
| Media | 4.39 | 3.79 |
| σ | 0.52 | 0.30 |
| CV (%) | 11.90 | 7.80 |

4.1.2 Algoritmo QRD-M

Las figuras 4.2 y 4.3 presentan las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M para sistemas MIMO 2x2, modulación 4-QAM y 16-QAM, obtenidas a partir de las simulaciones realizadas en este trabajo de grado.

⁵ Los números en color rojo, indican una diferencia negativa, esto quiere decir que los valores del trabajo referenciado son menores a los del simulado.

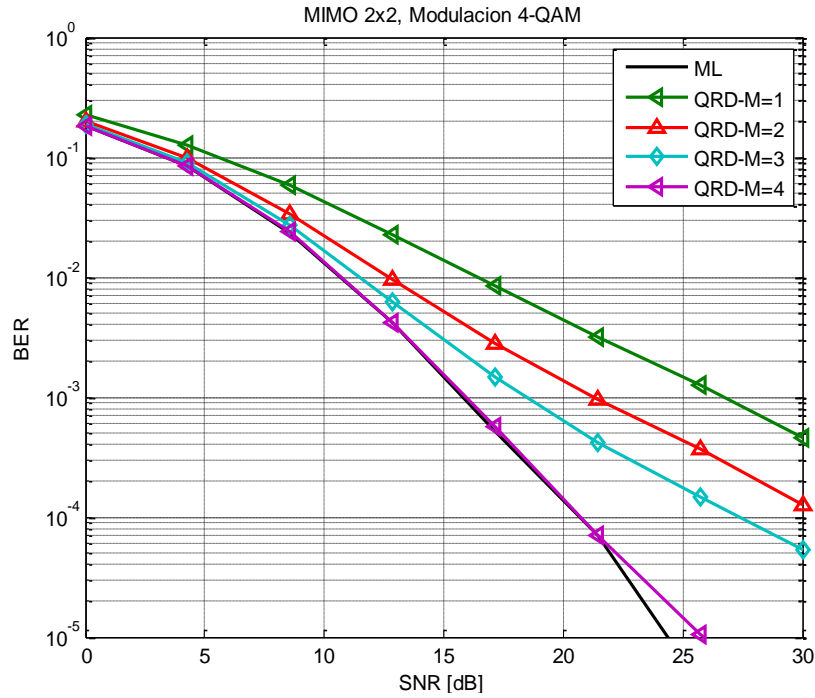


Figura 4.2 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2, con modulación 4-QAM

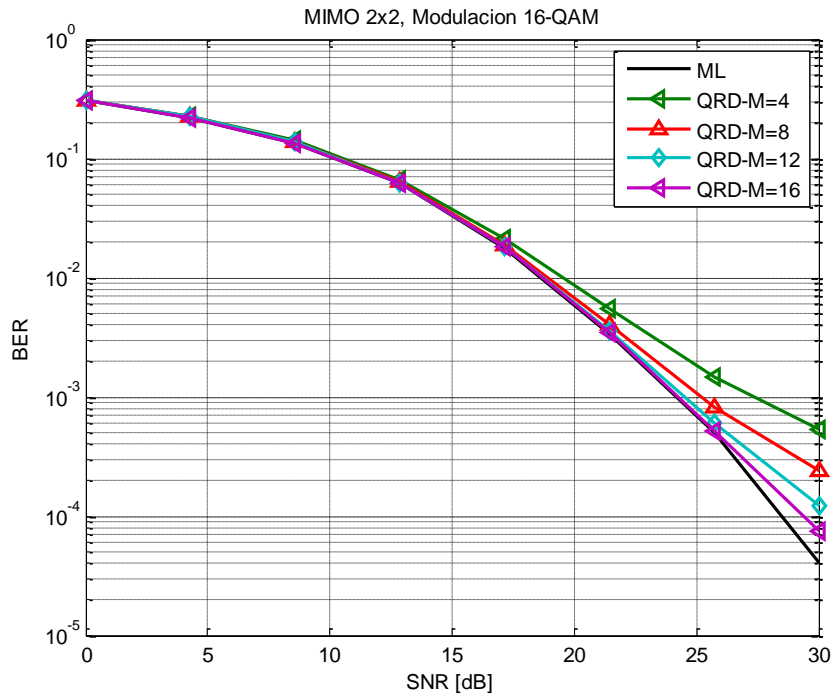


Figura 4.3 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2, con modulación 16-QAM



La tabla 4.4 muestra los valores de trabajos referenciados sobre el algoritmo ML y los valores de las figuras 4.3 y 4.4.

Tabla 4.4 Valores de desempeño de los algoritmos ML de referencia y QRD-M, en un sistema MIMO 2x2

| BER | SNR (dB) | | | | | | | | | |
|-----------|------------|-------------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| | ML | | QRD-M | | | | | | | |
| | 4-QAM [32] | 16-QAM [33] | 4-QAM | | | | 16-QAM | | | |
| | | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 | |
| 10^{-1} | 7.0 | 6.40 | 5.60 | 4.15 | 3.60 | 3.36 | 10.50 | 10.32 | 10.27 | 10.25 |
| 10^{-2} | 15.0 | 14.70 | 16.44 | 12.74 | 11.49 | 10.70 | 19.52 | 18.92 | 18.74 | 18.67 |
| 10^{-3} | 20.80 | 20.30 | 26.67 | 21.22 | 18.41 | 15.94 | 27.39 | 25.15 | 24.52 | 24.20 |
| 10^{-4} | 25.70 | 25.50 | ~ | ~ | 27.34 | 20.72 | ~ | ~ | ~ | 29.32 |

El CV de la diferencia entre la SNR del algoritmo ML de referencia y la del QRD-M ($M = P$), es menor al 13.8 % para 4-QAM y al 1.7 % para 16-QAM, siendo los más bajos respecto a los otros M , como se observa en la tabla 4.5, lo que indica que el desempeño entre los trabajos de referencia y la simulación realizada son similares.

Tabla 4.5 Diferencia de los valores de SNR para cada valor de M entre el algoritmo ML de referencia y QRD-M, en un sistema MIMO 2x2

| BER | SNR (dB) | | | | | | | |
|-----------|----------|------|------|-------|--------|-------|------|------|
| | 4-QAM | | | | 16-QAM | | | |
| | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 |
| 10^{-1} | 1.40 | 2.85 | 3.40 | 3.64 | 4.10 | 3.92 | 3.87 | 3.85 |
| 10^{-2} | 1.44 | 2.26 | 3.51 | 4.30 | 4.82 | 4.22 | 4.04 | 3.97 |
| 10^{-3} | 5.87 | 0.42 | 2.39 | 4.86 | 7.09 | 4.85 | 4.22 | 3.90 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | 1.64 | 4.98 | ~ | ~ | ~ | 3.82 |
| Media | 1.97 | 1.56 | 1.92 | 4.45 | 5.34 | 4.33 | 4.04 | 3.89 |
| σ | 3.66 | 1.74 | 2.42 | 0.61 | 1.56 | 0.47 | 0.18 | 0.07 |
| CV (%) | ~ | ~ | ~ | 13.80 | 29.20 | 11.00 | 4.30 | 1.70 |

4.2 VALIDACIÓN DE RESULTADOS DE SISTEMAS MIMO 4X4

4.2.1 Algoritmo FSD

En la figura 4.4 se presentan los resultados de la simulación obtenidos en este trabajo de grado para el algoritmo FSD en un sistema MIMO 4x4 y modulaciones 4-QAM y 16 QAM.

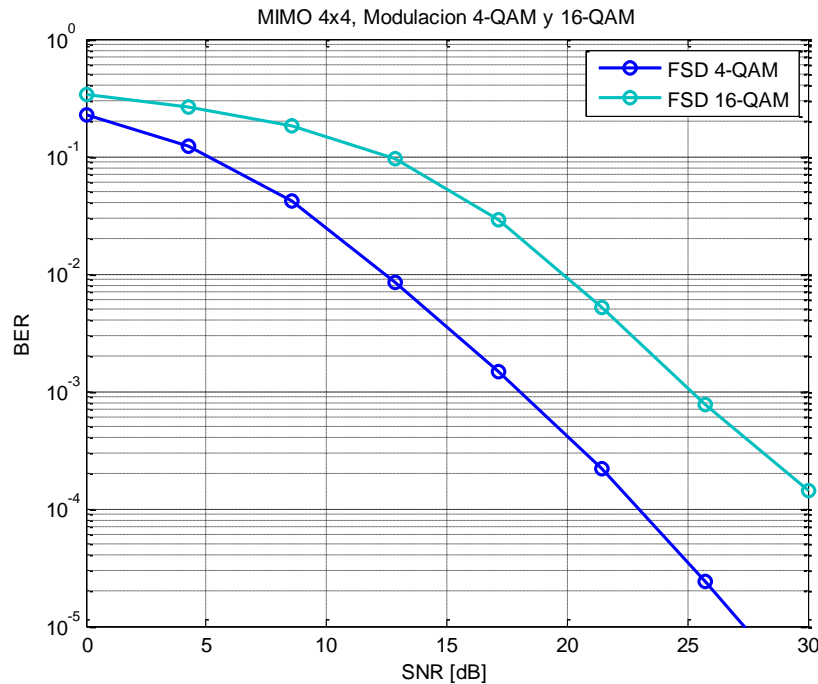


Figura 4.4 Curvas de desempeño del algoritmo FSD, en un sistema MIMO 4x4, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM

En la tabla 4.6 se muestran los valores correspondientes a trabajos de investigación similares; los resultados para la modulación 4-QAM de dichos trabajos corresponde al desempeño del algoritmo FSD con ordenamiento de la matriz del canal y los resultados para la modulación 16-QAM son del desempeño del algoritmo FSD convencional. A continuación se describen los trabajos:

- Sistema MIMO 4x4, modulaciones 4-QAM y 16-QAM, con conocimiento perfecto del canal, donde los elementos de la matriz del canal son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria [5].
- Sistema MIMO 4x4, modulaciones 4-QAM y 16-QAM, transmisión de 200 símbolos sin codificar, donde los elementos de la matriz del canal son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria [6].
- Sistema MIMO 4x4, modulación 4-QAM, transmisión de 300 símbolos, donde los elementos de la matriz del canal son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria, y [7].
- Sistema MIMO 4x4, modulación 16-QAM, donde los elementos de la matriz del canal son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria [8].



Tabla 4.6 Valores de desempeño del algoritmo FSD de trabajos de referencia y FSD simulado, en un sistema MIMO 4x4

| BER | SNR (dB) | | | | | | 4-QAM | 16-QAM |
|-----------|------------------------|-------|--------|------------|-------|--------|-------|--------|
| | Trabajos de Referencia | | | Resultados | | | | |
| | 4-QAM | | 16-QAM | 4-QAM | | 16-QAM | | |
| | [5] | [6] | [7] | [5] | [6] | [8] | | |
| 10^{-1} | 2.40 | 2.50 | 9.70 | 7.30 | 7.40 | 2.70 | 5.07 | 12.50 |
| 10^{-2} | 7.60 | 8.10 | 13.40 | 13.80 | 14.40 | 9.70 | 12.40 | 19.76 |
| 10^{-3} | 10.80 | 11.40 | 16.40 | 19.00 | 19.20 | 14.80 | 17.98 | 25.12 |
| 10^{-4} | 13.50 | 14.30 | 19.20 | 24.20 | 24.40 | 20.00 | 22.92 | ~ |
| 10^{-5} | 16.20 | 16.80 | 21.80 | 29.20 | 28.60 | 24.80 | 27.36 | ~ |

La tabla 4.6 prueba que los valores de SNR para una BER específica son más altos para la modulación 16-QAM que para la 4-QAM, lo cual es un comportamiento esperado [34]. Además, se puede comprobar que los trabajos de referencia difieren entre ellos en los valores de SNR hasta en 7.3 dB en 4-QAM y 4.7 dB en 16-QAM, para una mismo valor de BER.

Tabla 4.7 Diferencia de valores de SNR entre algoritmo FSD de trabajos de referencia y FSD simulado, en un sistema MIMO 4x4

| BER | SNR (dB) | | | | | |
|---------------|----------|-------|------|--------|------|-------|
| | 4-QAM | | | 16-QAM | | |
| | [5] | [6] | [7] | [5] | [6] | [8] |
| 10^{-1} | 2.67 | 2.57 | 4.63 | 5.20 | 5.10 | 9.80 |
| 10^{-2} | 4.80 | 4.30 | 1.00 | 5.96 | 5.36 | 10.06 |
| 10^{-3} | 7.18 | 6.58 | 1.58 | 6.12 | 5.92 | 10.32 |
| 10^{-4} | 9.42 | 8.62 | 3.72 | ~ | ~ | ~ |
| 10^{-5} | 11.16 | 10.56 | 5.56 | ~ | ~ | ~ |
| Media | 7.05 | 6.53 | 1.05 | 5.76 | 5.46 | 10.06 |
| σ | 3.42 | 3.21 | 4.01 | 0.49 | 0.42 | 0.26 |
| CV (%) | 48.5 | 49.2 | ~ | 8.50 | 7.70 | 2.60 |

Se observa que los valores del coeficiente de variación indicados en la tabla 4.7 para la modulación 4-QAM son mayores a los mostrados por 16-QAM, esto es debido a que en los trabajos de referencia del algoritmo FSD para la modulación 4-QAM se efectúa un pre-procesamiento a la matriz del canal.

El CV indicado en la tabla 4.7 es menor al 50 % en 4-QAM y al 10 % en 16-QAM, por lo que se puede decir que la equidistancia entre las curvas correspondientes es aceptable y baja respectivamente, por lo que los resultados son válidos.

Si bien la diferencia promedio entre cada trabajo de referencia y los resultados está en un rango aproximado de 1 dB a 10 dB, la variabilidad entre los trabajos de



referencia es superior al 68 % y al 36 %, para 4-QAM y 16-QAM respectivamente, evidenciando los efectos de las variables de simulación, particulares en cada trabajo de referencia.

4.2.2 Algoritmo QRD-M

Las figuras 4.5 y 4.6 muestran las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M implementado para varios valores de M . El sistema simulado es MIMO 4x4, modulaciones 4-QAM y 16-QAM respectivamente, para 8 valores de SNR igualmente espaciados entre 0 dB y 30 dB.

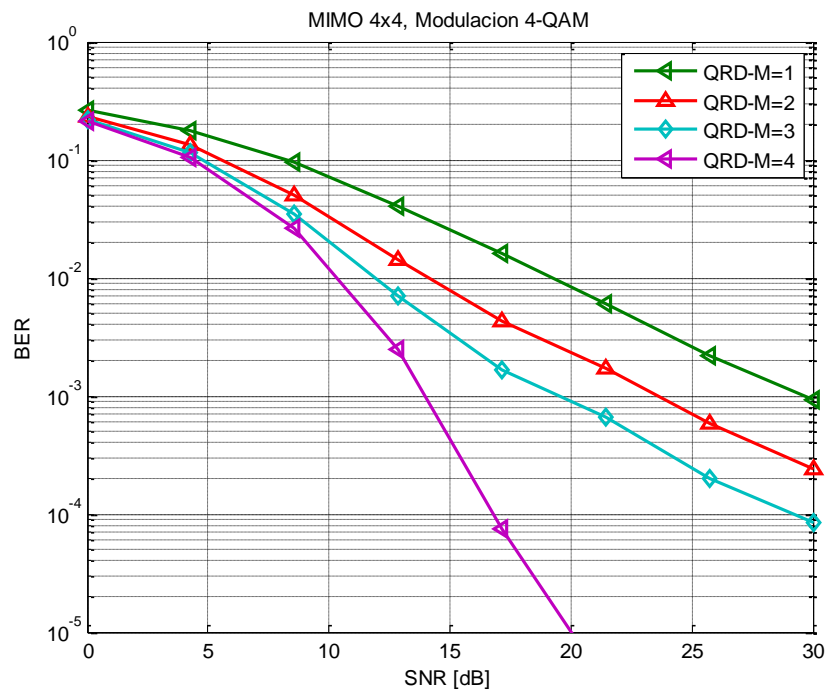


Figura 4.5 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM

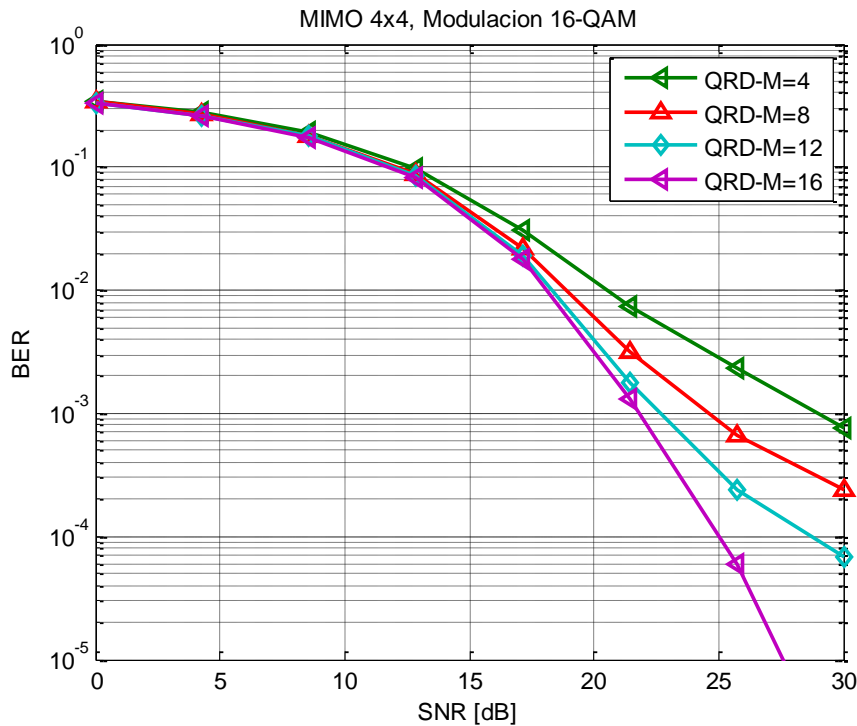


Figura 4.6 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM

En las tablas 4.8 y 4.10 se presentan los valores correspondientes a trabajos de investigación similares, en los que se ha empleado el algoritmo QRD-M, con modulación 4-QAM y 16-QAM respectivamente. A continuación se describen los trabajos:

- Sistema MIMO 4x4, canal con desvanecimiento selectivo en frecuencia, corrimiento Doppler ($f_d T_d = 0.001$), 2 trayectorias, modulación 4-QAM con valores de $M=1, 2$ y 4 , y modulación 16-QAM con valores de $M=4, 8$ y 16 [3].
- Sistema MIMO 4x4, canal con desvanecimiento plano tipo Rayleigh, modulación 16-QAM con valores de $M=4, 8, 12$ y 16 [4].
- Sistema MIMO 4x4, modulación 4-QAM con valores de $M=1, 2, 3$ y 4 , donde los elementos de la matriz del canal son variables aleatorias Gaussianas aleatorias de media cero y varianza uno [8].
- Sistema MIMO 4x4, modulación 4-QAM con valores de $M=2, 3$ y 4 , y modulación 16-QAM con valores de $M=8, 12$ y 16 , donde los elementos de la matriz del canal son variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza uno, y se asume conocimiento perfecto del canal en el receptor [9].



Las tablas 4.9 y 4.11 muestran los datos registrados en las figuras 4.7 y 4.8 respectivamente, en estas tablas se evidencia que para un mayor valor de M , el algoritmo QRD-M requiere una menor relación señal a ruido para lograr una BER específica, lo cual es coherente con la teoría.

Tabla 4.8 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M de trabajos de referencia, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM

| BER | SNR (dB) | | | | | | | | | |
|-----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | M=1 | | M=2 | | | M=3 | | M=4 | | |
| | [3] | [8] | [3] | [8] | [9] | [8] | [9] | [3] | [8] | [9] |
| 10^{-1} | ~ | 5.70 | ~ | 3.30 | 6.70 | 2.60 | 6.00 | ~ | 2.20 | 5.00 |
| 10^{-2} | 17.70 | 13.90 | 14.30 | 9.80 | 15.00 | 8.60 | 13.00 | 12.10 | 7.20 | 11.00 |
| 10^{-3} | 28.50 | 23.50 | 23.90 | 17.70 | 24.00 | 14.20 | 20.00 | 19.80 | 10.50 | 14.00 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | 28.00 | ~ | 24.30 | 29.00 | 28.20 | 13.30 | 17.00 |

Tabla 4.9 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM

| BER | SNR (dB) | | | |
|-----------|----------|-------|-------|-------|
| | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 |
| 10^{-1} | 8.23 | 5.56 | 4.80 | 4.47 |
| 10^{-2} | 19.21 | 14.15 | 11.88 | 10.34 |
| 10^{-3} | 29.64 | 23.58 | 19.47 | 13.98 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | 29.20 | 16.79 |

Tabla 4.10 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M de trabajos de referencia, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM

| BER | SNR(dB) | | | | | | | | | |
|-----------|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | M=4 | | M=8 | | | M=12 | | M=16 | | |
| | [3] | [4] | [3] | [4] | [9] | [4] | [9] | [3] | [4] | [9] |
| 10^{-1} | 7.40 | 13.70 | 6.80 | 13.20 | 14.80 | 12.80 | 14.40 | 6.40 | 13.10 | 14.00 |
| 10^{-2} | 20.60 | 20.20 | 19.80 | 19.10 | 19.20 | 18.90 | 18.50 | 19.30 | 18.50 | 18.30 |
| 10^{-3} | 30.40 | ~ | 28.50 | 24.00 | 24.80 | 22.60 | 22.50 | 27.60 | 22.00 | 21.50 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | 35.00 | ~ | 29.00 | ~ | 24.40 | 25.00 |

Tabla 4.11 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM

| BER | SNR(dB) | | | |
|-----------|---------|-------|-------|-------|
| | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 |
| 10^{-1} | 12.78 | 12.10 | 11.87 | 11.79 |
| 10^{-2} | 20.50 | 18.87 | 18.31 | 18.10 |
| 10^{-3} | 28.97 | 24.59 | 22.65 | 21.79 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | 28.67 | 24.99 |



Los trabajos de referencia alcanzan diferencias entre ellos hasta de 14.9 dB en 4-QAM y 8.0 dB en 16-QAM, en los valores de SNR para una misma BER.

Tabla 4.12 Diferencia de los valores SNR para cada valor de M entre el algoritmo QRD-M de trabajos de referencia y QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM

| BER | SNR (dB) | | | | | | | | | |
|-----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| | M=1 | | M=2 | | | M=3 | | M=4 | | |
| | [3] | [8] | [3] | [8] | [9] | [8] | [9] | [3] | [8] | [9] |
| 10^{-1} | ~ | 2.53 | ~ | 2.26 | 1.14 | 2.20 | 1.20 | ~ | 2.27 | 0.53 |
| 10^{-2} | 1.51 | 5.31 | 0.15 | 4.35 | 0.85 | 3.28 | 1.12 | 1.76 | 3.14 | 0.66 |
| 10^{-3} | 1.14 | 6.14 | 0.32 | 5.88 | 0.42 | 5.27 | 0.53 | 5.82 | 3.48 | 0.02 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 4.90 | 0.20 | 11.41 | 3.49 | 0.21 |
| μ | 1.33 | 4.66 | 0.24 | 4.16 | 0.80 | 3.91 | 0.66 | 6.33 | 3.09 | 0.36 |
| σ | 0.26 | 1.89 | 0.12 | 1.82 | 0.36 | 1.43 | 0.65 | 4.85 | 0.57 | 0.29 |
| CV (%) | 19.70 | 40.60 | 51.20 | 43.70 | 45.20 | 36.60 | ~ | 76.50 | 18.50 | 82.40 |

En la tabla 4.12 se observa que para la modulación 4-QAM, con un mismo valor de M la diferencia media (μ) entre los trabajos varía en más de 3 dB, lo que indica que pese a que los sistemas simulados utilizan el mismo algoritmo, los resultados cambian debido a las características singulares de la simulación no especificadas. Sin embargo, el ajuste entre los resultados experimentales y los de referencia [3] de $M=4$ y [9] de $M=2, 3$ y 4 es menor a 1 dB.

Considerando los CV presentados en la tabla 4.12, se puede afirmar que a excepción de las diferencias con los trabajos de referencia [3] y [9] de $M=4$, las curvas de desempeño tienen un comportamiento válido, dado que el CV es menor al 50 %.

Tabla 4.13 Diferencia de los valores de SNR para cada valor de M entre el algoritmo QRD-M de trabajos de referencia y QRD-M simulado, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM

| BER | SNR (dB) | | | | | | | | | |
|-----------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| | M=4 | | M=8 | | | M=12 | | M=16 | | |
| | [3] | [4] | [3] | [4] | [9] | [4] | [9] | [3] | [4] | [9] |
| 10^{-1} | 5.38 | 0.92 | 5.30 | 1.10 | 2.70 | 0.93 | 2.53 | 5.39 | 1.31 | 2.21 |
| 10^{-2} | 0.10 | 0.30 | 0.93 | 0.23 | 0.33 | 0.59 | 0.19 | 1.20 | 0.40 | 0.20 |
| 10^{-3} | 1.43 | ~ | 3.91 | 0.59 | 0.21 | 0.05 | 0.15 | 5.81 | 0.21 | 0.29 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 0.33 | ~ | 0.59 | 0.01 |
| μ | 1.28 | 0.31 | 0.15 | 0.25 | 1.08 | 0.49 | 0.73 | 0.54 | 0.33 | 0.53 |
| σ | 3.61 | 0.86 | 4.70 | 0.85 | 1.40 | 0.50 | 1.22 | 5.63 | 0.78 | 1.14 |



En la tabla 4.13, solo se tiene en cuenta la diferencia media entre los valores de SNR de los algoritmos de trabajos de referencia y los algoritmos simulados, debido a que estos en su mayoría son menores a 1 dB, lo que permite determinar que las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M simulado son similares a las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M de trabajos de referencia.

5. ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados de la simulación de los algoritmos de detección, de los escenarios descritos en la tabla 3.3. Al final del capítulo se realiza una comparación de dos modelados de canal AWGN.

5.1 RESULTADOS OBTENIDOS

Para los escenarios de simulación se presentan las curvas de desempeño de los algoritmos y las tablas de complejidad computacional.

Las curvas de desempeño son el promedio de 20 repeticiones para la transmisión de 80.000 bits, donde los elementos de la matriz del canal están representados por variables aleatorias Gaussianas de media cero y varianza unitaria.

La complejidad computacional, está representada por los tiempos de ejecución: “a priori” y “a posteriori”. El tiempo de ejecución “a priori” se determinó reemplazando el valor del orden de modulación de cada escenario en las ecuaciones especificadas en el capítulo 3; por otra parte el tiempo de ejecución “a posteriori” se obtuvo al simular la transmisión de 100 tramas para 5 valores de SNR igualmente espaciados. La simulación se realizó en un computador Sony Vaio, 4GB de RAM y procesador core i3.

5.1.1 Escenario 1: MIMO 2x2, modulación 4-QAM

La figura 5.1 presenta las curvas de desempeño de los algoritmos ML, QRD-M y FSD, simulados en un sistema MIMO 2x2 con modulación 4-QAM.

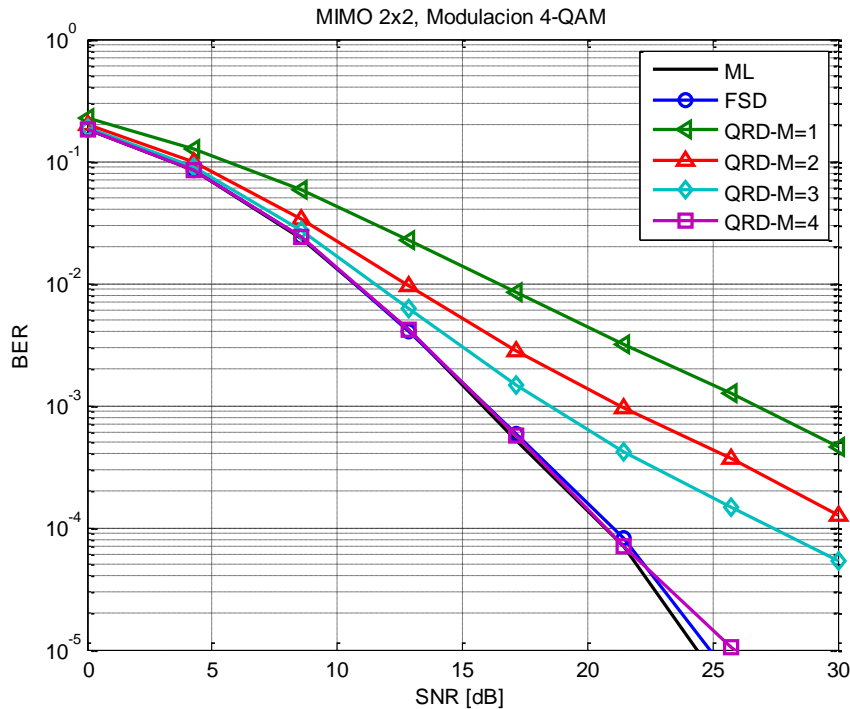


Figura 5.1 Curvas de desempeño del escenario 1

En la figura 5.1 se observa que los algoritmos FSD y QRD-M ($M=4$) tienen un desempeño similar al ML, presentando una pequeña variación después de 20 dB. El algoritmo QRD-M con M diferente a cuatro, alcanza un valor de BER con valores de SNR mayores en relación con los algoritmos ML, FSD y QRD-M ($M=4$).

En la tabla 5.1 se presentan los valores de complejidad representados por los tiempos “a priori” y “a posteriori” del escenario 1. En la tabla 5.1 se observa que el algoritmo de menor complejidad es el QRD-M ($M=1$), debido a que al seleccionar un solo nodo en cada nivel, se reduce la cantidad de métricas calculadas y comparadas.

Tabla 5.1 Complejidad computacional del escenario 1

| Tiempo de ejecución | | FSD | QRD-M | | | | ML |
|---------------------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 | |
| “a priori” (OE) | Mejor | 572 | 238 | 368 | 484 | 462 | 455 |
| | Peor | 653 | 262 | 401 | 533 | 522 | 500 |
| “a posteriori” (s) | | 0.1370 | 0.0668 | 0.0738 | 0.1060 | 0.1057 | 0.0753 |

Los valores de SNR para determinados valores de BER, se indican en la tabla 5.2, donde se observa que los algoritmos FSD y QRD-M ($M=4$) difieren en menos de



1.5 dB respecto al algoritmo ML, mientras que para QRD-M con M diferente a 4, el valor de SNR aumenta para un mismo valor de BER a medida que M disminuye.

Tabla 5.2 Valores de desempeño del escenario 1

| M BER | FSD | QRD-M | | | | ML |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 | |
| 10^{-1} | 3.32 | 5.60 | 4.15 | 3.60 | 3.36 | 3.31 |
| 10^{-2} | 10.69 | 16.44 | 12.74 | 11.49 | 10.70 | 10.67 |
| 10^{-3} | 15.95 | 26.67 | 21.22 | 18.41 | 15.94 | 15.79 |
| 10^{-4} | 20.99 | ~ | ~ | 27.34 | 20.72 | 20.68 |
| 10^{-5} | 24.93 | ~ | ~ | ~ | 25.89 | 24.39 |

Aunque el algoritmo QRD-M (M=1) es el de menor complejidad computacional, requiere aproximadamente 11 dB más para lograr valores de BER menores a 10^{-3} en relación al ML, lo que significa aumentar la potencia de la señal transmitida en más de 12 veces para reducir la complejidad a la mitad. Luego, se considera que el algoritmo QRD-M (M=1) no posee buen desempeño.

A pesar de que el desempeño de los algoritmos FSD y QRD (M=4) es cercano al del ML, la complejidad es mayor, como se muestra en la tabla 5.1, debido al método de selección y detección de los posibles símbolos transmitidos; luego, el algoritmo ML se puede emplear en este tipo de sistemas ya que al tener solo dos niveles de búsqueda, la expansión completa de las ramas, el cálculo y la comparación de estas, se efectúa más rápido que en los algoritmos FSD y QRD-M.

5.1.2 Escenario 2: MIMO 2x2, modulación 16-QAM

Las curvas de desempeño de los algoritmos de detección con modulación 16-QAM empleados en un sistema MIMO 2x2, se presentan en la figura 5.2. En esta los algoritmos FSD, QRD-M (M=12 y 16) y ML tienen un comportamiento similar hasta 22.36 dB; también se nota un punto de cruce entre los algoritmos FSD y QRD-M (M=16) en 26.61 dB aproximadamente, después de este valor, el algoritmo FSD alcanza valores de BER menores a los del QRD-M para la misma SNR, hasta 4×10^{-5} .

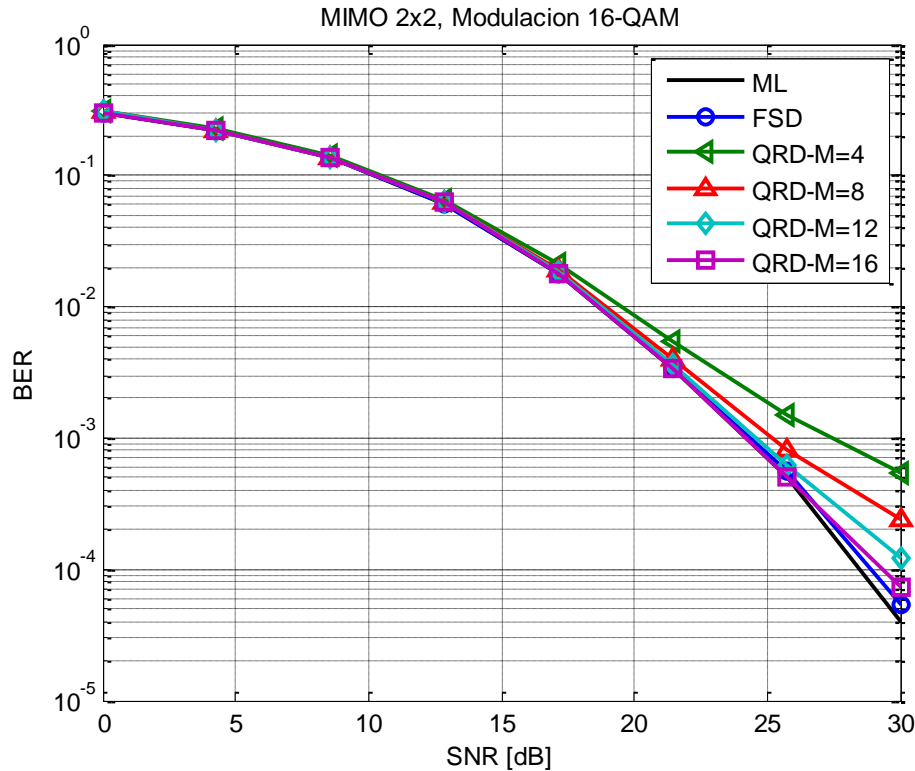


Figura 5.2 Curvas de desempeño del escenario 2

El algoritmo FSD tiene mayor complejidad que el algoritmo ML, como se nota en la tabla 5.3, debido a que estos calculan la misma cantidad de métricas, pero el algoritmo FSD realiza dos procesos de comparación: uno para cada grupo de nodos y otro al final para los nodos resultantes; mientras que el algoritmo ML solo realiza las comparaciones en un solo proceso. En la tabla también se observa que el algoritmo QRD-M es de menor complejidad que el ML.

Tabla 5.3 Complejidad computacional del escenario 2

| Tiempo de ejecución | FSD | QRD-M | | | | ML | |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|------|
| | | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 | | |
| “a priori” (OE) | Mejor | 6584 | 1884 | 3548 | 5212 | 5190 | 6407 |
| | Peor | 8069 | 2190 | 4148 | 6090 | 6210 | 7172 |
| “a posteriori” (s) | 1.0361 | 0.2605 | 0.4236 | 0.4289 | 0.4322 | 0.4332 | |

La tabla 5.4 presenta los valores de SNR para determinados valores de BER, en la cual se observa que los algoritmos ML, FSD y QRD-M (M=16) alcanzan valores de BER menores a 10^{-4} para SNR menores a 30 dB. Además, a excepción del algoritmo QRD-M (M=4), todos los algoritmos presentan diferencias menores a 3 dB, por lo que los algoritmos FSD y QRD-M (M=16) tienen aproximadamente el mismo desempeño que el algoritmo ML.



Tabla 5.4 Valores de desempeño del escenario 2

| M BER | FSD | QRD-M | | | | ML |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 | |
| 10^{-1} | 10.25 | 10.50 | 10.32 | 10.27 | 10.25 | 10.22 |
| 10^{-2} | 18.64 | 19.52 | 18.92 | 18.74 | 18.67 | 18.61 |
| 10^{-3} | 24.32 | 27.39 | 25.15 | 24.52 | 24.20 | 24.15 |
| 10^{-4} | 28.86 | ~ | ~ | ~ | 29.32 | 28.44 |

Teniendo en cuenta la tabla 5.3, el algoritmo QRD-M es el de menor complejidad computacional, además el algoritmo QRD-M (M=16) presenta diferencias en las curvas de desempeño menores a 1 dB respecto a los otros algoritmos simulados, como se muestra en la figura 5.2, por lo cual dicho algoritmo es el recomendado a utilizar en este tipo de sistemas.

5.1.3 Escenario 3: MIMO 4x4, modulación 4-QAM

En las curvas de desempeño de los algoritmos ML, QRD-M y FSD con modulación 4-QAM en un sistema MIMO 4x4 mostradas en la figura 5.3, se observa que el algoritmo QRD-M (M=4) obtiene un desempeño similar al óptimo.

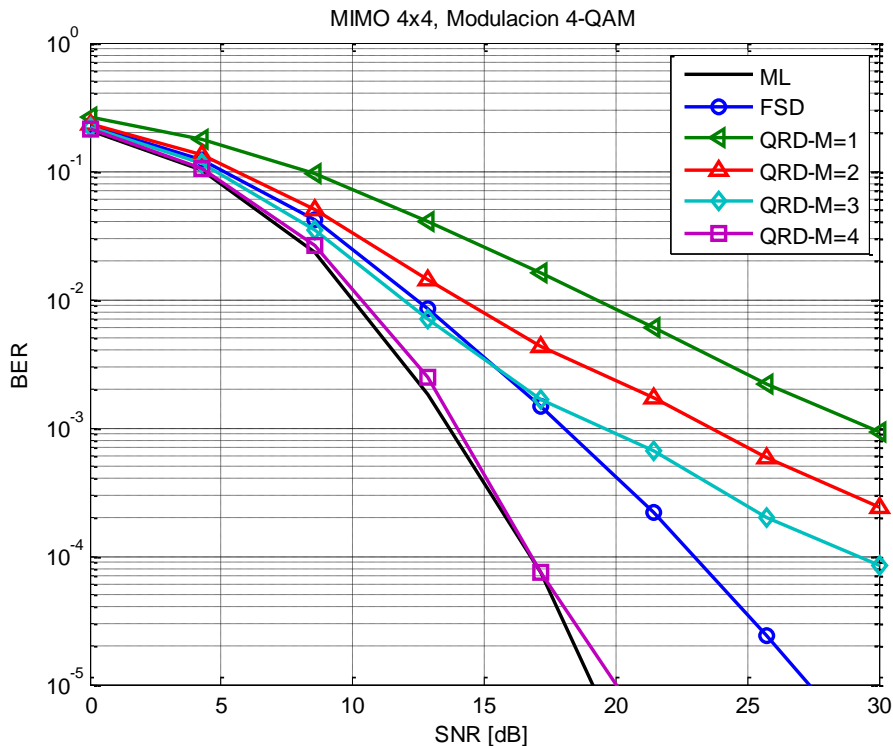


Figura 5.3 Curvas de desempeño del escenario 3



Los tiempos de ejecución de los algoritmos en el escenario 3 se encuentran en la tabla 5.5, donde se observa que el algoritmo ML es el de mayor complejidad computacional y la complejidad del algoritmo FSD es menor a la de QRD-M (M=3 y 4).

Tabla 5.5 Complejidad computacional del escenario 3

| Tiempo de ejecución | | FSD | QRD-M | | | | ML |
|---------------------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| | | | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 | |
| “a priori” (OE) | Mejor | 1900 | 947 | 1805 | 2547 | 3288 | 11665 |
| | Peor | 2197 | 1007 | 1843 | 2623 | 3411 | 12940 |
| “a posteriori” (s) | | 0.3874 | 0.1362 | 0.3652 | 0.4930 | 0.5420 | 0.5795 |

En la tabla 5.6 se observa que el algoritmo FSD alcanza diferencias hasta de 8.22 dB con el ML, mientras que el algoritmo QRD-M (M=4) difiere máximo en 0.88 dB. También se nota que los algoritmos FSD y QRD-M (M=4), al igual que el ML, obtienen valores de BER menores a 10^{-4} .

Tabla 5.6 Valores de desempeño del escenario 3

| M BER | FSD | QRD-M | | | | ML |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | M=1 | M=2 | M=3 | M=4 | |
| 10^{-1} | 5.07 | 8.23 | 5.56 | 4.80 | 4.47 | 4.30 |
| 10^{-2} | 12.40 | 19.21 | 14.15 | 11.88 | 10.34 | 9.98 |
| 10^{-3} | 17.98 | 29.64 | 23.58 | 19.47 | 13.98 | 13.68 |
| 10^{-4} | 22.92 | -- | -- | 29.20 | 16.79 | 16.76 |
| 10^{-5} | 27.36 | -- | -- | -- | 20.02 | 19.14 |

Teniendo en cuenta las tablas 5.5 y 5.6, el algoritmo QRD-M (M=4) tiene una mejor relación entre desempeño y complejidad en comparación con el algoritmo FSD.

5.1.4 Escenario 4: MIMO 4x4, modulación 16-QAM

Las curvas de desempeño de los algoritmos FSD, QRD-M y ML, empleados en un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM, se presentan en la figura 5.4.

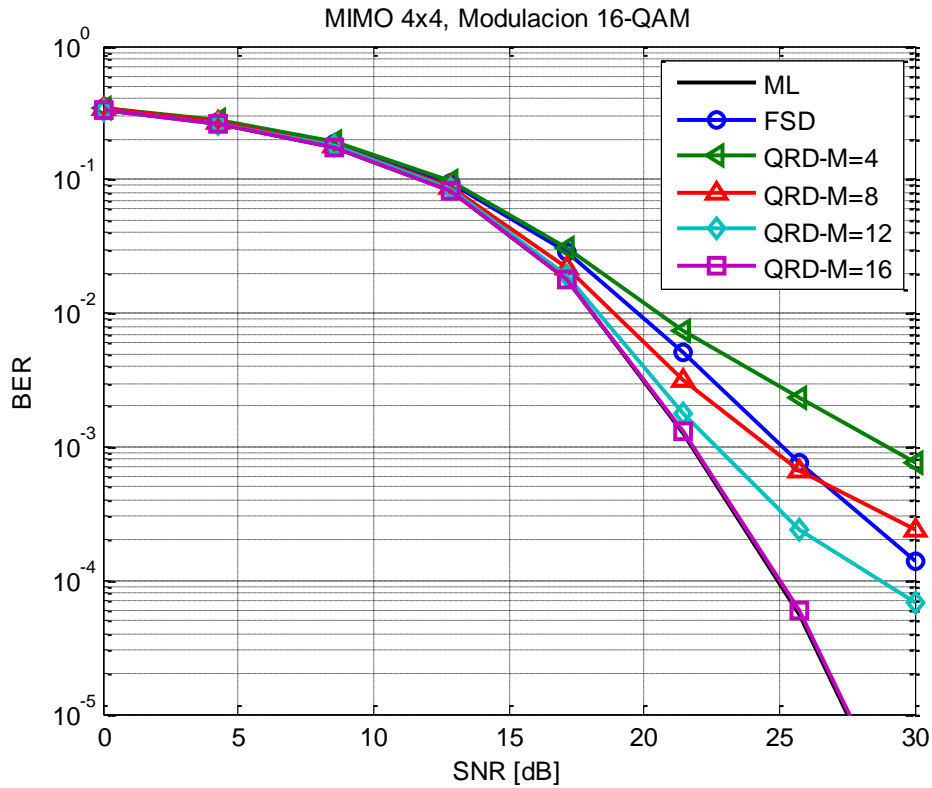


Figura 5.4 Curvas de desempeño del escenario 4

En la figura 5.4 se observa que las curvas del algoritmo QRD-M ($M=12$ y 16) requieren un menor valor de SNR en comparación con el algoritmo FSD para obtener un mismo valor de BER, además el algoritmo QRD-M ($M=16$) presenta diferencias casi indistinguibles con el algoritmo ML.

Los tiempos de ejecución “a priori” y “a posteriori” que representan la complejidad computacional del escenario 4, se presentan en la tabla 5.7, en esta se nota que la complejidad del algoritmo ML es mayor a la de los demás algoritmos, y el algoritmo FSD es de menor complejidad en comparación con el QRD-M ($M=8, 12$ y 16).

Tabla 5.7 Complejidad computacional del escenario 4

| Tiempo de ejecución | FSD | QRD-M | | | | ML | |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|---------|
| | | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 | | |
| “a priori” (OE) | Mejor | 17320 | 10973 | 28373 | 52941 | 83676 | 2590825 |
| | Peor | 23125 | 11582 | 30568 | 55482 | 91867 | 2918500 |
| “a posteriori” (s) | 4.0745 | 2.0564 | 4.3506 | 6.1900 | 8.3175 | 109.3197 | |

El algoritmo QRD-M ($M=16$) presenta diferencias con el algoritmo ML menores a 0.1 dB, como se observa en la tabla 5.8, por lo que tienen un desempeño similar;



también se observa que el algoritmo FSD difiere hasta en 3.35 dB con el ML en un valor de BER de 10^{-3} .

Tabla 5.8 Valores de desempeño del escenario 4

| M BER | FSD | QRD-M | | | | ML |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | M=4 | M=8 | M=12 | M=16 | |
| 10^{-1} | 12.50 | 12.78 | 12.10 | 11.87 | 11.79 | 11.72 |
| 10^{-2} | 19.76 | 20.50 | 18.87 | 18.31 | 18.10 | 18.09 |
| 10^{-3} | 25.12 | 28.97 | 24.59 | 22.65 | 21.79 | 21.77 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | 28.67 | 24.99 | 24.90 |
| 10^{-5} | ~ | ~ | ~ | ~ | 27.58 | 27.54 |

En este tipo de sistemas los algoritmos FSD y QRD-M tienen una complejidad notablemente menor a la del ML, pero el algoritmo QRD-M (M=16) tiene un desempeño más cercano al del ML en comparación con el FSD, por lo que es el algoritmo indicado para este escenario.

En general se presentan las siguientes observaciones:

En los sistemas 2x2 los algoritmos ML, FSD y QRD-M (M=P), tienen una complejidad computacional y un desempeño similar, presentando una variación de 1 dB para un mismo valor de BER.

En los sistemas 4x4 el algoritmo FSD presenta una diferencia máxima de 8.22 dB con el algoritmo ML, mientras que el algoritmo QRD-M (M=P) difiere con el ML en menos de 1 dB.

En la modulación 4-QAM el desempeño de los algoritmos presenta una diferencia máxima de 16 dB, mientras que para 16-QAM la diferencia máxima es de 7.2 dB.

Las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M con M diferente de P son de menor pendiente en comparación con las de los algoritmos ML, FSD y QRD-M (M=P) y para obtener valores de BER cada vez menores es necesario un incremento cada vez mayor del valor de la SNR.

El algoritmo QRD-M (M=P) logra un desempeño cercano al del ML con menor complejidad computacional en los escenarios 2, 3 y 4.

5.2 COMPARACIÓN DEL MODELADO DEL CANAL

El canal del sistema MIMO se modeló de dos formas, con variables aleatorias Gaussianas y con la función *mimochan* de MATLAB®.



El modelo de variables aleatorias Gaussianas, se implementó con la función `random` de MATLAB®, con la que se genera la matriz del canal, la cual tiene como entradas el nombre de la distribución con la que se generan los números aleatorios, sus parámetros, y el tamaño de la matriz. En el caso particular de este trabajo de grado las entradas son las siguientes: distribución normal, media cero, varianza uno y tamaño $N_R \times N_T$.

El segundo modelo de canal se implementó con la función `mimochan` de MATLAB®; esta permite crear un objeto de canal MIMO con desvanecimiento, con parámetros: número de antenas transmisoras, número de antenas receptoras, tiempo de muestreo, desplazamiento Doppler máximo, retardo y ganancias promedio de trayectos. Cuando se introducen todos los parámetros se crea un objeto con múltiples trayectos selectivo en frecuencia, pero debido a que se desean comparar los modelos de canal se toman los cuatro primeros parámetros con los que se construye un objeto de canal MIMO con desvanecimiento Rayleigh con un solo trayecto [35]. Esta función tiene algunas propiedades que pueden ser modificadas como las matrices de correlación de canal y otras que pueden ser obtenidas como la ganancia de trayecto. Para este modelo de canal los parámetros se definieron así: antenas transmisoras N_T (2 o 4), antenas receptoras N_R (2 o 4), tiempo de muestreo de 0.0001 segundos y desplazamiento Doppler máximo igual a cero, también se modificaron las matrices de correlación de transmisión y recepción y la matriz del canal se obtuvo por medio de la propiedad ganancia de trayecto.

A continuación se presentan las curvas de desempeño de los algoritmos FSD y QRD-M en los diferentes escenarios y para cada uno de los modelos de canal; las curvas obtenidas de la simulación son el promedio de 5 repeticiones cada una con transmisión de 40.000 bits.

La figura 5.5 muestra las curvas de desempeño del algoritmo FSD en un sistema MIMO 2x2, modulación 4-QAM y 16-QAM; en la cual se observa la proximidad de las curvas del algoritmo FSD entre los dos modelos de canal, tanto para 4-QAM como para 16-QAM, notándose una leve separación entre las curvas para una SNR mayor a 15 dB y 25 dB para la modulación 4-QAM y 16-QAM respectivamente.

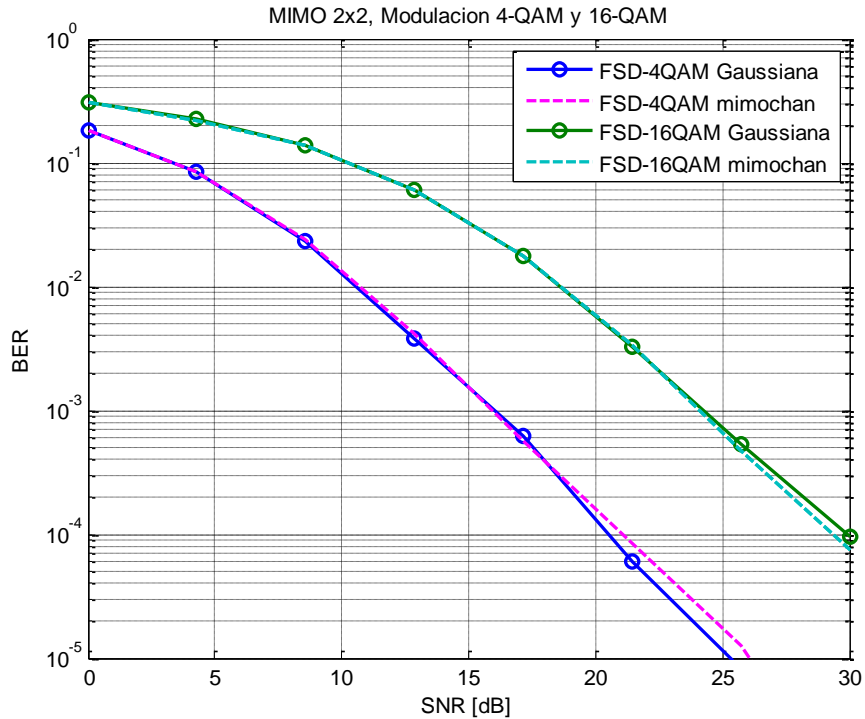


Figura 5.5 Curvas de desempeño del algoritmo FSD en un sistema MIMO 2x2 con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal

En la tabla 5.9 se advierte que la diferencia de valores de SNR para un mismo valor de BER entre las curvas es menor a 0.8 dB, lo cual indica un alto grado de proximidad.

Tabla 5.9 Valores de desempeño del algoritmos FSD en un sistema MIMO 2x2, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal

| BER | FSD SNR(dB) | | | |
|-----------|-------------|----------|-----------|----------|
| | 4-QAM | | 16-QAM | |
| | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan |
| 10^{-1} | 3.31 | 3.33 | 10.21 | 10.19 |
| 10^{-2} | 10.59 | 10.70 | 18.57 | 18.62 |
| 10^{-3} | 16.04 | 15.90 | 24.21 | 24.08 |
| 10^{-4} | 20.50 | 21.06 | 29.86 | 29.33 |
| 10^{-5} | 25.36 | 26.09 | ~ | ~ |

Las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M en sistema MIMO 2x2, se presentan en las figuras 5.6 y 5.7 para las modulaciones 4-QAM y 16-QAM respectivamente, para diferentes valores de M y modelo de la matriz de canal con variables Gaussianas y con la función *mimochan* de MATLAB®.

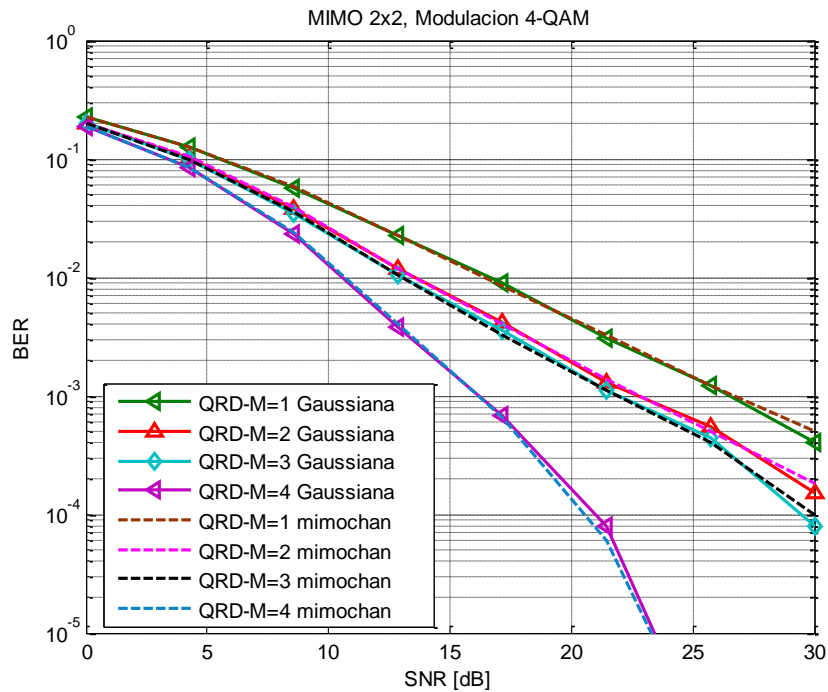


Figura 5.6 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M en un sistema MIMO 2x2, con modulación 4-QAM para los dos los modelos de canal

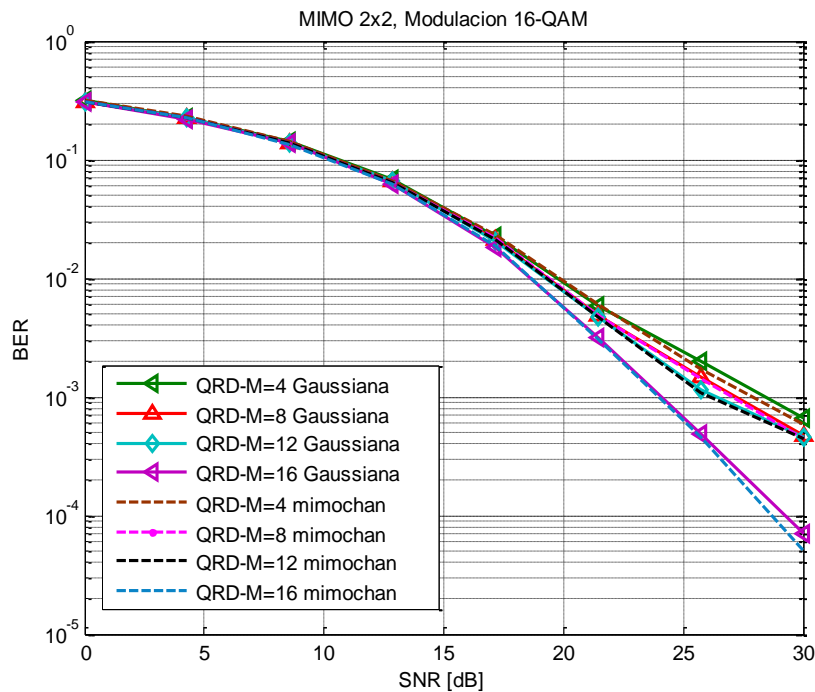


Figura 5.7 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal



La aproximación entre las curvas de modelo de canal para el algoritmo QRD-M, para los diferentes valores de M se observa en las figuras 5.6 y 5.7. Por otro lado, en la tabla 5.10 se aprecia una diferencia menor a 0.5 dB entre los dos modelos de canal.

Tabla 5.10 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 2x2 con modulación 4-QAM para los dos de los modelos de canal

| BER | QRD-M SNR(dB) | | | | | | | |
|-----------|---------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| | M=1 | | M=2 | | M=3 | | M=4 | |
| | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan |
| 10^{-1} | 5.55 | 5.61 | 4.39 | 4.43 | 4.18 | 4.20 | 3.35 | 3.40 |
| 10^{-2} | 16.71 | 16.46 | 13.54 | 13.51 | 12.99 | 13.00 | 10.59 | 10.69 |
| 10^{-3} | 26.5 | 26.62 | 22.72 | 22.77 | 21.92 | 21.92 | 16.17 | 16.16 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | 29.45 | 29.91 | 20.98 | 20.52 |
| 10^{-5} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 23.46 | 23.29 |

En la modulación 16-QAM se aprecian diferencias en la SNR entre los dos modelos de canal menores a 0.6 dB, como se muestra en la tabla 5.11. Las diferencias de los valores de SNR entre los modelos de canal indican que los resultados de estos son prácticamente los mismos.

Tabla 5.11 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un MIMO 2x2, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal

| BER | QRD-M SNR(dB) | | | | | | | |
|-----------|---------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| | M=4 | | M=8 | | M=12 | | M=16 | |
| | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | Mimochan |
| 10^{-1} | 10.58 | 10.51 | 10.42 | 10.37 | 10.40 | 10.36 | 10.27 | 10.23 |
| 10^{-2} | 19.74 | 19.84 | 19.3 | 19.35 | 19.25 | 19.29 | 18.61 | 18.62 |
| 10^{-3} | 28.42 | 27.9 | 27.17 | 27.03 | 26.36 | 26.06 | 24.06 | 23.95 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 29.21 | 28.66 |

En las curvas de desempeño de los algoritmos FSD y QRD-M en los sistemas 2x2, para las modulaciones 4-QAM y 16-QAM tienen mayor separación entre los modelos de canal a medida que la BER disminuye, y en términos de SNR las diferencias en general son menores a 1 dB.

Las curvas de desempeño mostradas en la figura 5.8 corresponden al algoritmo FSD en un sistema 4x4, modulación 4-QAM y 16-QAM y modelo de canal con variables Gaussianas y con función *mimochan*.

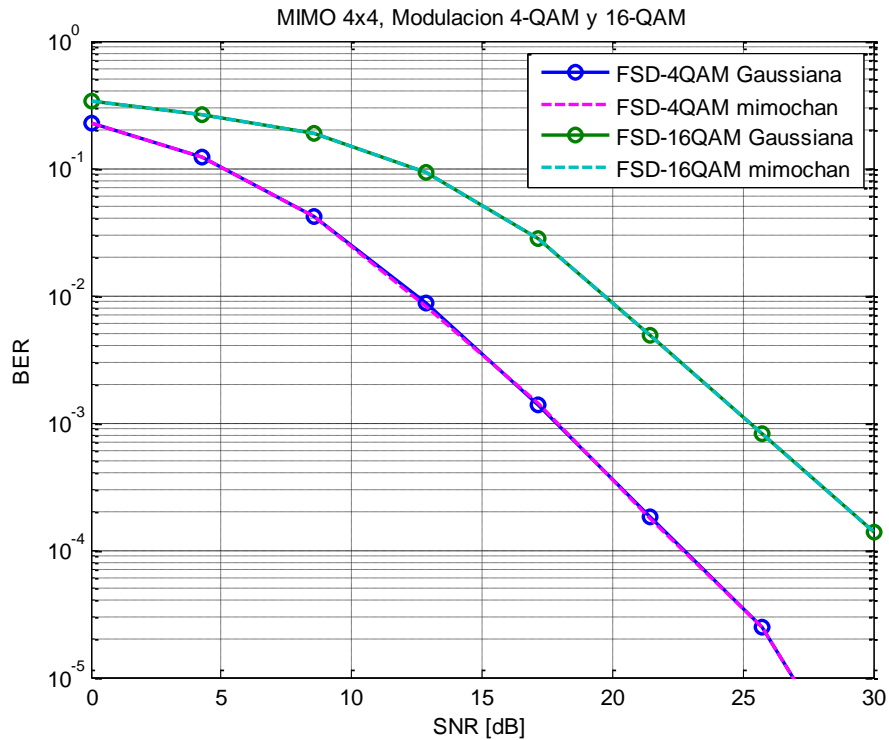


Figura 5.8 Curvas de desempeño del algoritmo FSD en un sistema MIMO 4x4 con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal

En la figura 5.8, para el algoritmo FSD con modulaciones 4-QAM y 16-QAM, se observan diferencias indistinguibles entre los modelos de canal, pero como se aprecia en la tabla 5.12, en la modulación 4-QAM la separación de las curvas es de hasta 0.09 dB, lo cual indica un alto grado de aproximación. Mientras que en la modulación 16-QAM las curvas se superponen y como se muestra en la tabla 5.12 los valores de SNR para los diferentes valores de BER son los mismos en los dos modelos.

Tabla 5.12 Valores de desempeño del algoritmo FSD, en un sistema MIMO 4x4, con modulaciones 4-QAM y 16-QAM para los dos modelos de canal

| BER | FSD SNR(dB) | | | |
|-----------|-------------|----------|-----------|----------|
| | 4-QAM | | 16-QAM | |
| | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan |
| 10^{-1} | 5.09 | 5.09 | 12.42 | 12.42 |
| 10^{-2} | 12.45 | 12.36 | 19.69 | 19.69 |
| 10^{-3} | 17.83 | 17.89 | 25.24 | 25.24 |
| 10^{-4} | 22.70 | 22.66 | ~ | ~ |
| 10^{-5} | 26.93 | 26.93 | ~ | ~ |



Las figuras 5.9 y 5.10 corresponden a las curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM y 16-QAM respectivamente, diferentes valores de M, para modelo de canal con variables Gaussianas y con función *mimochan*. En estas figuras se observa la cercanía de las curvas para los dos modelos de canal para diferentes valores de M.

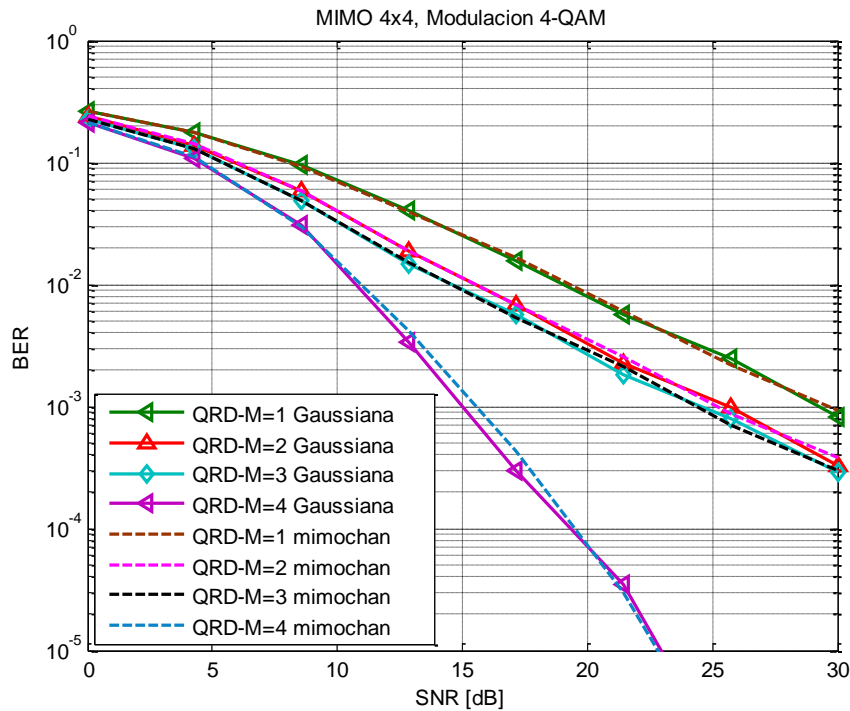


Figura 5.9 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M en un sistema MIMO 4x4, con modulación 4-QAM para los dos los modelos de canal

En la tabla 5.13 se aprecia que la diferencia entre los valores de SNR para un mismo valor de BER, en la modulación 4-QAM, es menor a 0.6 dB, mientras que en la tabla 5.14 se observa que para la modulación 16-QAM las diferencias en los valores de SNR son menores a 0.4 dB.

Tabla 5.13 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4 con modulación 4-QAM para los dos de los modelos de canal

| BER | QRD-M SNR(dB) | | | | | | | |
|-----------|---------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| | M=1 | | M=2 | | M=3 | | M=4 | |
| | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan |
| 10^{-1} | 8.19 | 8.15 | 5.93 | 5.96 | 5.42 | 5.43 | 4.59 | 4.62 |
| 10^{-2} | 19.05 | 19.32 | 15.48 | 15.49 | 14.57 | 14.59 | 10.73 | 10.94 |
| 10^{-3} | 29.25 | 29.6 | 25.71 | 25.18 | 24.53 | 24.36 | 14.99 | 15.53 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 19.33 | 19.48 |
| 10^{-5} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 22.94 | 22.81 |

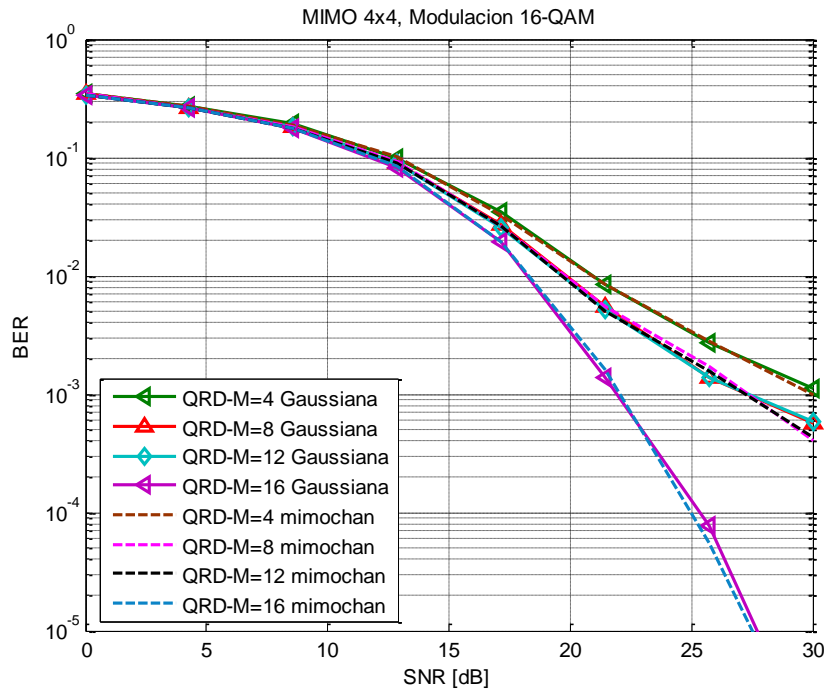


Figura 5.10 Curvas de desempeño del algoritmo QRD-M, en un sistema MIMO 4x4, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal

Tabla 5.14 Valores de desempeño del algoritmo QRD-M, en un MIMO 4x4, con modulación 16-QAM para los dos modelos de canal

| BER | QRD-M SNR(dB) | | | | | | | |
|-----------|---------------|----------|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| | M=4 | | M=8 | | M=12 | | M=16 | |
| | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan | Gaussiana | mimochan |
| 10^{-1} | 12.84 | 12.90 | 12.26 | 12.32 | 12.17 | 12.18 | 11.77 | 11.82 |
| 10^{-2} | 20.92 | 20.92 | 19.81 | 19.8 | 19.66 | 19.61 | 18.2 | 18.28 |
| 10^{-3} | ~ | ~ | 27.24 | 27.34 | 27.29 | 27.2 | 21.9 | 22.04 |
| 10^{-4} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 25.33 | 24.96 |
| 10^{-5} | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | ~ | 27.54 | 27.73 |

En general, el desempeño de los algoritmos FSD y QRD-M para los dos modelos de canal son iguales o muy cercanos tanto en los sistemas 2x2 como en 4x4, presentando diferencias mínimas entre los valores de SNR menores a 1 dB; esto se debe a que las características tenidas en cuenta para los modelos de canal son muy parecidas (desvanecimiento plano, sin desplazamiento Doppler y sin línea de vista) y la única diferencia es la consideración de las matrices de correlación de recepción y transmisión. En el modelo con la función *mimochan*, la correlación de la matriz del canal es baja, por las características del modelo físico del perfil A del



estándar IEEE 802.11n, lo que no genera diferencias apreciables con el modelo de variables Gaussianas.

Durante el proceso de simulación se observó que el tiempo de simulación del sistema aumentaba con la función *mimochan* en comparación con el uso de variables aleatorias Gaussianas, por eso para este trabajo en particular los resultados del análisis comparativo se basaron en el obtenido con el modelo a partir de variables Gaussianas.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

En este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo de grado y los trabajos futuros.

6.1 CONCLUSIONES

- El modelado de los algoritmos FSD y QRD-M por medio de diagramas de flujo, permitió implementar un código estructurado para el proceso de detección de señales en los sistemas MIMO 2x2 y 4x4. Es importante diferenciar en el modelo las variables del sistema que afectan al algoritmo para el proceso de detección de símbolos y las variables propias de cada algoritmo, así como tener en cuenta que el modelado de los algoritmos debe ser similar, ya que se realiza un análisis comparativo.
- La validación de los algoritmos FSD y QRD-M permitió comprobar la similitud de las curvas de desempeño con las de trabajos de investigación previos, encontrando que las diferencias entre éstas se deben a las características de simulación propias de cada investigación.
- El desempeño y la complejidad computacional del algoritmo ML son valores de referencia para determinar el comportamiento de los algoritmos FSD y QRD-M. En un sistema MIMO 2x2 los algoritmos FSD y QRD-M ($M=P$) tienen un desempeño y complejidad computacional similar al del ML, y en un sistema MIMO 4x4 el algoritmo QRD-M ($M=P$) tiene un desempeño similar al del ML, pero con menor complejidad computacional.
- El algoritmo ML puede ser empleado para la detección de señales en un sistema MIMO 2x2, con modulación 4-QAM, dado que es el algoritmo óptimo y su complejidad computacional es menor a la del FSD y QRD-M ($M=3$ y 4).
- En un sistema MIMO 2x2 con modulación 16-QAM, el algoritmo QRD-M ($M=16$) es el más adecuado para implementar, dado que el desempeño es similar al del ML y FSD, pero con una menor complejidad computacional.



- El algoritmo QRD-M ($M=P$) es el más adecuado a utilizar en un sistemas MIMO 4x4 con modulación 4-QAM o 16-QAM, ya que presenta mejor comportamiento respecto al algoritmo FSD, debido a que el desempeño es aproximado al del ML y con menor complejidad computacional a la de este.
- En un sistema 2x2 el desempeño del algoritmo FSD es aproximado al de QRD-M ($M=P$), mientras que en los sistemas 4x4 el algoritmo QRD-M ($M=P$) presenta un mejor desempeño en comparación con el FSD.
- El análisis de la complejidad computacional permitió mejorar el código, reduciendo el número de operaciones elementales y consecuentemente el tiempo de ejecución “a posteriori”.
- El código implementado servirá como soporte para la comprensión de los sistemas MIMO y los algoritmos de detección de señales; también permitirá ampliar los estudios sobre los sistemas MIMO, los algoritmos QRD-M y FSD, la modulación digital y los modelos de canal.

6.2 TRABAJOS FUTUROS

- Modificación del número de nodos seleccionados por el algoritmo FSD y comparación del desempeño de este con el algoritmo QRD-M y otros algoritmos basados en búsqueda en árbol.
- Estudio detallado del canal MIMO con multitrayectos y análisis comparativo del desempeño para un sistema MIMO 4x4 con los algoritmos FSD y QRD-M.
- Implementación de los algoritmos FSD y QRD-M para un sistema MIMO con los diferentes modelos de canal definidos por el estándar IEEE 802.11n.
- Evaluación del desempeño de los algoritmos QRD-M y FSD para un sistema MIMO en un entorno donde se desconocen las estadísticas de la fuente y/o no existe un conocimiento perfecto del canal.



REFERENCIAS

- [1] M. Shabany, *et al.*, "A Pipelined Scalable High-throughput Implementation of a Near-ML K-Best Complex Lattice Decoder," en *IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech, and Signal Processing Proc.*, Las Vegas, USA, 2008, pp. 3173-3176.
- [2] M. Matthaiou, *et al.*, "Reduced Complexity Detection for Ricean MIMO Channels Based on Condition Number Thresholding," en *Int. Wireless Commun. and Mobile Computing Conf.*, Creta, Grecia, 2008, pp. 988-993.
- [3] K. J. Kim, *et al.*, "A QRD-M/Kalman Filter-Based Detection and Channel Estimation Algorithm for MIMO-OFDM Systems," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 4, no. 2, pp. 710-121, Mar. 2005.
- [4] W. H. Chin, "QRD Based Tree Search Data Detection for MIMO Communication Systems," presentado en *IEEE 61st Veh. Technology Conf. Proc.*, Mayo 30- Junio 1, 2005.
- [5] M. Mohaisen y K. Chang, "On Improving the Efficiency of the Fixed-Complexity Sphere Decoder," en *IEEE 70th Veh. Technology Con. Fall Proc.*, 2009, pp. 1-5.
- [6] L. G. Barbero y J. S. Thompson, "A Fixed-Complexity MIMO Detector Based on the Complex Sphere Decoder," *IEEE 7th Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Commun.*, Jul. 2006.
- [7] J. Jaldén, *et al.*, "The Error Probability of the Fixed-Complexity Sphere Decoder," *IEEE Tran. Signal Process.*, vol. 57, no. 7, pp. 1-10, Jul. 2009.
- [8] M. Mohaisen, *et al.*, "Detection Techniques for MIMO Multiplexing: A Comparative Review," *KSII Trans. Internet and Information Systems*, vol. 3, no. 6, pp. 647-666, Dic. 2009.
- [9] I.-K. LEE, *et al.*, "Apparatus and Method for Detecting Signal in MIMO System " Patente de Estados Unidos 0304123, Diciembre 10, 2009.



- [10] L. G. Barbero y J. S. Thompson, "Performance Analysis of a Fixed-Complexity Sphere Decoder in High-Dimensional MIMO Systems," en *IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing Proc., Toulouse, Francia, 2006*, pp. 4-7.
- [11] P. Caicedo and G. Medina, "Análisis de Desempeño del Nivel Físico de un Sistema MIMO Punto a Punto," Trabajo de grado, Dep. Telecomunicaciones, Universidad del Cauca, Popayán, 2010.
- [12] A. B. Abdurrahman y M. E. Woodward, "Analysis of a Twin-Class M-QAM Transmission System for Wireless Communications," en *Proc. Eighth Informatics Workshop for Research Students*, Bradford, Reino Unido, 2007, pp. 1-4.
- [13] K. M. Islam, *et al.*, "Performance Comparison Between Traditional and Gray-Mapped 16-QAM Scheme with OFDM in Both AWGN and Rayleigh Fading Channel," *Int. J. Computer and Information Technology (IJCIT)*, vol. 1, no. 2, pp. 66-70, Jul. 2010.
- [14] Y. S. Cho, *et al.*, *MIMO-OFDM Wireless Communications with Matlab*: John Wiley & Sons, 2010.
- [15] C. T. Zambrano y C. I. P. Rueda, "Análisis de un sistema de comunicaciones afectado por los desvanecimientos plano y lento tipo Rayleigh," *Ingeniería y Universidad*, vol. 12, no.1, pp. 33-55, Jun. 2008.
- [16] O. F. Fernández, "Caracterización Experimental y Modelado de Canal MIMO para aplicaciones WLAN y WMAN," Tesis Doctoral, Dep. Ingeniería de Comunicaciones, Universidad de Cantabria, 2007.
- [17] T. Paul and T. Ogunfunmi, "Wireless LAN comes of Age: Understanding the IEEE 802.11n Amendment", *IEEE Circuits and Syst. Mag.*, vol 8, no.2, pp. 28-54, Mar. 2008.
- [18] A. Botonjić, "MIMO channel models," Tesis de maestría, Dep. Science and Technology, Universidad Linköpings, Norrköping, Suecia, 2004.
- [19] S. Roger, *et al.*, "Recent Advances in MIMO Wireless Systems," presentado en *9th Int. Conf. Mathematical and Numerical Aspects of Waves Propagation*, Pau, Francia, Junio 15-19, 2009.



- [20] G. L. Nazar, *et al.*, "Implementation Comparisons of the QR Decomposition for MIMO Detection," en *Proc. 23rd symp. Integrated Circuits and System Design*, São Paulo, Brazil, 2010, pp. 210-214.
- [21] L. Azzam y E. Ayanoglu, "Reduced Complexity Sphere Decoding for Square QAM via a New Lattice Representation," presentado en *IEEE Global Telecommun. Conf.*, Wasington, DC, Dic. 2007.
- [22] L. G. Barbero y J. S. Thompson, "Fixing the Complexity of the Sphere Decoder for MIMO Detection," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 7, no. 6, pp. 2131-2008, Jun. 2008.
- [23] L. G. Barbero y J. S. Thompson, "Extending a Fixed-Complexity Sphere Decoder to Obtain Likelihood Information for Turbo-MIMO Systems," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 57, no. 5, pp. 2804-2814, Sep. 2008.
- [24] L. Liu, *et al.*, "An Iterative QRD-M Detection Algorithm for MIMO Communication System," presentado en *Progress in Electromagnetics Research Symp.*, Beijing, China, 2009.
- [25] E. Astaiza, H. Bermudez y P. Muñoz, *Simulación de Sistemas de Telecomunicaciones*, 2007.
- [26] G. B. I. Noguerras. (2011, Noviembre 29). *Matemáticas en Ingeniería con Matlab y Octave*. Disponible: <http://iimyo.forja.rediris.es/iimyo2.pdf>. [Citado 15 de Junio de 2011].
- [27] A. Cortéz, "Teoría de la Complejidad Computacional y Teoría de la Computabilidad" *Revista de investigacion Sistema e Informatica*, vol.1, no.1, pp. 102-105, 2004.
- [28] R. Guerequeta y A. Vallecillo. 2000, Mayo). *Técnicas de Diseño de Algoritmos* [Online] Disponible: <http://www.lcc.uma.es/~av/Libro/indice.html>. [Citado 2 de Julio de 2011]
- [29] V. V. Ruz, "Manual de Análisis y Diseño de Algoritmos," 1ra ed, INACAP, Copiapó, Chile, 2003, pp. 1-126.
- [30] D. Peña, *Análisis de Datos Multivariantes*, 2004.
- [31] R. R. Villafranca y L. R. Z. Ramajo, *Métodos Estadísticos en Ingeniería*: Universidad Politécnica de Valencia, 2005.



- [32] S.-H. Moon, *et al.*, "Statistical Precoder Design for Spatial Multiplexing Systems in Correlated MIMO Fading Channels," en *IEEE 71st Veh. Technology Conf. Proc.*, Taipei, Taiwan, 2010, pp. 1-5.
- [33] I. Jelovčan y T. Javornik, "Low Complexity MIMO Detection Algorithm", *Elektrotehniški vestnik*, vol. 74, no. 4, pp. 236-240, May. 2007.
- [34] M. Lal y H. Arora, "BER Performance of Different Modulation Schemes for MIMO Systems," *Int. J. Computer Science and Network Security*, vol. 11, no.3, pp. 69-72, Mar. 2011.
- [35] MathWorks. (2011). *mimochan* [online] .Disponible: <http://www.mathworks.com/help/toolbox/comm/ref/mimochan.html>. [citado 21 de septiembre de 2011]



ANEXO A

TABLAS DE ALGORITMOS

Tabla A.1 OE del algoritmo ML, 2x2

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|----------------------------------------------|-------------------------|----|-----------------------|
| 1 | metric = 10000; | A | 1 | 1 |
| 2 | for n = 1:P | A,C | 2 | 1 |
| 3 | xtmp(1) = X(n); | 2AV,A | 3 | P |
| 4 | EstiY1(:,1) = Y - H(:,1).*xtmp(1); | 3AV,2M,2R,2A | 9 | P |
| 5 | for o = 1:P | A,C | 2 | P |
| 6 | xtmp(2) = X(o); | 2AV,A | 3 | P ² |
| 7 | EstiY2(:,1) = EstiY1(:,1) - H(:,2).*xtmp(2); | 4AV,2M,2R,2A | 10 | P ² |
| 8 | metrictmp=abs(EstiY2(1))^2+abs(EstiY2(2))^2; | 2AV,2ABS,2M,S, A | 8 | P ² |
| 9 | if metrictmp<metric | C | 1 | P ² |
| 10 | demuxmodDataRx = xtmp; | 2A | 2 | 1 a P ² |
| 11 | metric = metrictmp; | A | 1 | 1 a P ² |
| 12 | end | | | |
| 13 | end | A,C | 2 | P ² |
| 14 | end | A,C | 2 | P |
| 15 | demuxmodDataRx=demuxmodDataRx.'; | T | 1 | 1 |



Tabla A.2 OE del algoritmo ML, 4x4

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|--------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----|-----------------------|
| 1 | metric = 10000; | A | 1 | 1 |
| 2 | for l = 1:P | A,C | 2 | 1 |
| 3 | xtmp(1) = X(l); | 2AV,A | 3 | P |
| 4 | EstiY1(:,1) = Y - H(:,1).*xtmp(1); | 3AV,4M,4R, 4A | 15 | P |
| 5 | for m = 1:P | A,C | 2 | P |
| 6 | xtmp(2) = X(m); | 2AV,A | 3 | P ² |
| 7 | EstiY2(:,1) = EstiY1(:,1) - H(:,2).*xtmp(2); | 4AV,4M,4R, 4A | 16 | P ² |
| 8 | for n = 1:P | A,C | 2 | P ² |
| 9 | xtmp(3) = X(n); | 2AV,A | 3 | P ³ |
| 10 | EstiY3(:,1) = EstiY2(:,1) - H(:,3).*xtmp(3); | 4AV,4M,4R, 4A | 16 | P ³ |
| 11 | for o = 1:P | A,C | 2 | P ³ |
| 12 | xtmp(4) = X(o); | 2AV,A | 3 | P ⁴ |
| 13 | EstiY4(:,1) = EstiY3(:,1) - H(:,4).*xtmp(4); | 4AV,4M,4R, 4A | 16 | P ⁴ |
| 14 | metrictmp=abs(EstiY4(1))^2+abs(EstiY4(2))^2+abs(EstiY4(3))^2+abs(EstiY4(4))^2; | 4ABS,4M,3 S,A,4AV | 16 | P ⁴ |
| 15 | if metrictmp<metric | C | 1 | P ⁴ |
| 16 | demuxmodDataRx = xtmp; | 4A | 4 | 1 a P ⁴ |
| 17 | metric = metrictmp; | A | 1 | 1 a P ⁴ |
| 18 | end | | | |
| 19 | end | A,C | 2 | P ⁴ |
| 20 | end | A,C | 2 | P ³ |
| 21 | end | A,C | 2 | P ² |
| 22 | end | A,C | 2 | P |
| 24 | demuxmodDataRx=demuxmodDataRx.'; | T | 1 | 1 |



Tabla A.3 OE del algoritmo FSD, 2x2

| No | Código | Operaciones elementales | Número de ejecuciones |
|----|----------------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 1 | [Nt ~]=size(Y); | A,SIZE | 2 |
| 2 | [Q R] = qr(H); | QR | 75 |
| 3 | ro = Q'*Y; | 4CON,2T,4M,2S,2A | 14 |
| 4 | metrica=zeros(1,P); | A | 1 |
| 5 | xlast=zeros(Nt,P); | 2A | 2 |
| 6 | xtemp=zeros(Nt,1); | 2A | 2 |
| 7 | for n=1:P | A,C | 2 |
| 8 | xtemp(2,1)=X(n); | 2AV,A | 3 |
| 9 | min=10000; | A | 1 |
| 10 | for p=1:P | A,C | 2 |
| 11 | xtemp(1,1)=X(p); | 2AV,A | 3 |
| 12 | r1=ro-R*xtemp; | 4M,2S,2R,2A | 10 |
| 13 | mandv=abs(r1(1))^2+abs(r1(2))^2; | 2AV,2ABS,2M,S,A | 8 |
| 14 | if mandv<min | C | 1 |
| 15 | min=mandv; | A | 1 |
| 16 | metrica(n)=min; | AV,A | 2 |
| 17 | xlast(:,n)=xtemp; | AV,2A | 3 |
| 18 | end | | |
| 19 | end | A,C | 2 |
| 20 | end | A,C | 2 |
| 21 | menor=10000; | A | 1 |
| 22 | for i=1:P | A,C | 2 |
| 23 | if metrica(i)<menor | AV,C | 2 |
| 24 | menor=metrica(i); | AV,A | 2 |
| 25 | pos=i; | A | 1 |
| 26 | end | | |
| 27 | end | A,C | 2 |
| 28 | [demuxmodDataRx]=xlast(:,pos); | AV,2A | 3 |



Tabla A.4 OE del algoritmo FSD, 4x4

| No | Código | Operaciones elementales | Número de ejecuciones |
|----|-----------------------------------------------------|---------------------------------|-----------------------|
| 1 | [Nt ~]=size(Y); | A,SIZE | 2 |
| 2 | [Q R] = qr(H); | QR | 529 |
| 3 | ro = Q*Y; | 16CON,4T,16M,12S,4A | 52 |
| 4 | metrica=zeros(1,P); | A | 1 |
| 5 | xlast=zeros(Nt,P); | 4A | 4 |
| 6 | xtemp=zeros(Nt,1); | 4A | 4 |
| 7 | for n=1:P | A,C | 2 |
| 8 | xtemp(4,1)=X(n); | 2AV,A | 3 |
| 9 | r1=ro(4)-R(4,4)*xtemp(4,1); | M,R,A,3AV | 6 |
| 10 | shat=abs(r1)^2; | ABS,M,A | 3 |
| 11 | for stage=3:-1:1 | A,C | 2 |
| 12 | min=10000; | A | 1 |
| 13 | for p=1:P | A,C | 2 |
| 14 | xtemp(stage,1)=X(p); | 2AV,A | 3 |
| 15 | r1=ro(stage)- R(stage,stage:4)*xtemp(stage:4,1); | 3(A,R,3AV), 2M,S;3M,2S;4M,3S | 30 |
| 16 | mandv=shat+abs(r1)^2; | ABS,M,S,A | 4 |
| 17 | if mandv<min | C | 1 |
| 18 | min=mandv; | A | 1 |
| 19 | metrica(n)=min; | AV,A | 2 |
| 20 | xlast(:,n)=xtemp; | AV,4A | 5 |
| 21 | end | | |
| 22 | end | A,C | 2 |
| 23 | xtemp=xlast(:,n); | AV,4A | 5 |
| 24 | shat=metrica(n); | AV,A | 2 |
| 25 | end | A,C | 2 |
| 26 | end | A,C | 2 |
| 27 | menor=10000; | A | 1 |
| 28 | for i=1:P | A,C | 2 |
| 29 | if metrica(i)<menor | AV,C | 2 |
| 30 | menor=metrica(i); | AV,A | 2 |
| 31 | pos=i; | A | 1 |
| 32 | end | | |
| 33 | end | A,C | 2 |
| 34 | [demuxmodDataRx]=xlast(:,pos); | AV,4A | 5 |



Tabla A.5 OE del algoritmo QRD-M (M=1), 2x2

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|-------------------------------|-------------------------|----|-----------------------|
| 1 | [Q R]=qr(H); | Q,R | 75 | 1 |
| 2 | ro=Q*Y; | 4CON,2T,4M,2S,2A | 14 | 1 |
| 3 | min=10000; | A | 1 | 1 |
| 4 | for p=1:P | A,C | 2 | 1 |
| 5 | xtemp(2,1)=X(p); | 2AV,A | 3 | P |
| 6 | r1=ro(2,1)-R(2,2)*xtemp(2,1); | 3AV,M,R,A | 6 | P |
| 7 | shat=abs(r1)^2; | ABS,M,A | 3 | P |
| 8 | if shat<min | C | 1 | P |
| 9 | min=shat; | A | 1 | 1 a P |
| 10 | metrica=min; | A | 1 | 1 a P |
| 11 | xlast(2,1)=xtemp(2,1); | 2AV,A | 3 | 1 a P |
| 12 | end | | | |
| 13 | end | A,C | 2 | P |
| 14 | shat=metrica; | A | 1 | 1 |
| 15 | min=10000; | A | 1 | 1 |
| 16 | for p=1:P | A,C | 2 | 1 |
| 17 | xlast(1,1)=X(p); | 2AV,A | 3 | P |
| 18 | r1=ro(1)-R(1,:)*xlast(:,1); | 3AV,2M,R,A,S | 8 | P |
| 19 | metrica=shat+abs(r1)^2; | ABS,M,A,S | 4 | P |
| 20 | if metrica<min | C | 1 | P |
| 21 | min=metrica; | A | 1 | 1 a P |
| 22 | xtemp=xlast; | 2A | 2 | 1 a P |
| 23 | end | | | |
| 24 | end | A,C | 2 | P |
| 25 | demuxmodDataRx=xtemp; | 2A | 2 | 1 |



Tabla A.6 OE del algoritmo QRD-M ($M \neq P$), 2x2

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|-------------------------------|-------------------------|----|-----------------------|
| 1 | [Nt ~]=size(Y); | A,SIZE | 2 | 1 |
| 2 | [Q R]=qr(H); | QR | 75 | 1 |
| 3 | ro=Q*Y; | 4CON,2T,4M,2S,2A | 14 | 1 |
| 4 | ped=zeros(1,M); | A | 1 | M |
| 5 | valor=zeros(Nt,M); | 2A | 2 | M |
| 6 | xtemp(2,:)=X; | 2AV,P(A) | 1 | 2+P |
| 7 | r1=ro(2)-R(2,2)*xtemp(2,:); | 3AV,P(M,R,A) | 3 | 1+P |
| 8 | shat=abs(r1).^2; | ABS,M,A | 3 | P |
| 9 | for ii1=1:M | A,C | 2 | 1 |
| 10 | minimo=1; | A | 1 | M |
| 11 | for jj1=2:P | A,C,S | 3 | M |
| 12 | if shat(jj1)<shat(minimo) | C,2AV | 3 | M(P-1) |
| 13 | minimo=jj1; | A | 1 | 0 a F |
| 14 | end | | | |
| 15 | end | A,C,S | 3 | M(P-1) |
| 16 | ped(ii1)=shat(minimo); | 2AV,A | 3 | M |
| 17 | shat(minimo)=inf; | AV,A | 2 | M |
| 18 | valor(:,ii1)=xtemp(:,minimo); | 2AV,2A | 4 | M |
| 19 | end | A,C | 2 | M |
| 20 | min=10000; | A | 1 | 1 |
| 21 | for i=1:M | A,C | 2 | 1 |
| 22 | for p=1:P | A,C | 2 | M |
| 23 | valor(1,i)=X(p); | 2AV,A | 3 | MP |
| 24 | r1=ro(1)-R(1,:)*valor(:,i); | 2M,S,R,A,3AV | 8 | MP |
| 25 | metrica=ped(1,i)+abs(r1)^2; | ABS,M,S,AV,A | 5 | MP |
| 26 | if metrica<min | C | 1 | MP |
| 27 | min=metrica; | A | 1 | 1 a MP |
| 28 | xlast=valor(:,i); | 2A,AV | 3 | 1 a MP |
| 29 | end | | | |
| 30 | end | A,C | 2 | MP |
| 31 | end | A,C | 2 | M |
| 32 | demuxmodDataRx=xlast(:,1); | 2A,AV | 3 | 1 |

El código del algoritmo QRD-M para M mayores que 1 y diferente al valor del orden de modulación, tiene líneas de código, que dependiendo de la cantidad de nodos seleccionados por nivel las veces que se repiten varía; la función F determina el número de ejecuciones de dichas líneas. De forma general las ecuaciones F.1 y F.2 representan el rango de OE del algoritmo QRD-M para valores de M diferentes de P y de 1.

$$T(1) = 16M + 7P + 25MP + 108 \quad (F.1)$$



$$T(1) = F + 16M + 7P + 29MP + 104 \quad (\text{F.2})$$

Las F particulares según el valor de M son:

- $M = 2, F = 2P - 3$
- $M = 3, F = 2P - 3$
- $M = 4, F = 4P - 10$
- $M = 8, F = 8P - 36$
- $M = 12, F = 12P - 78$

Se debe tener en cuenta que el valor de M igual a 4 es para el caso de modulación 16-QAM.



Tabla A.7 OE del algoritmo QRD-M (M=P), 2x2

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|-----------------------------|-------------------------|----|-----------------------|
| | | | | |
| 1 | [Q R]=qr(H); | QR | 75 | 1 |
| 2 | ro=Q'*Y; | 4CON,2T,4M,2S,2A | 14 | 1 |
| 3 | xtemp(2,:)=X; | 2AV,PA | 1 | 2+P |
| 4 | r1=ro(2)-R(2,2)*xtemp(2,:); | 3AV,P(M,R,A) | 3 | 1+P |
| 5 | shat=abs(r1).^2; | ABS,M | 2 | P |
| 6 | valor=xtemp; | 2A | 2 | P |
| 7 | ped=shat; | A | 2 | P |
| 8 | min=10000; | A | 1 | 1 |
| 9 | for i=1:M | A,C | 2 | 1 |
| 10 | for p=1:P | A,C | 2 | M |
| 11 | valor(1,i)=X(p); | 2AV,A | 3 | MP |
| 12 | r1=ro(1)-R(1,:)*valor(:,i); | 2M,S,R,3AV,A | 8 | MP |
| 13 | metrica=ped(1,i)+abs(r1)^2; | AV,ABS,M,S,A | 5 | MP |
| 14 | if metrica<min | C | 1 | MP |
| 15 | min=metrica; | A | 1 | 1 a MP |
| 16 | xlast=valor(:,i); | 2A,AV | 3 | 1 a MP |
| 17 | end | | | |
| 18 | end | A,C | 2 | MP |
| 19 | end | A,C | 2 | M |
| 20 | demuxmodDataRx=xlast(:,1); | A,AV | 2 | 1 |



Tabla A.8 OE del algoritmo QRD-M (M=1), 4x4

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|-----------------------------------------------------|---------------------------------|-----|-----------------------|
| | | | | |
| 1 | [Q R]=qr(H); | QR | 529 | 1 |
| 2 | ro=Q'*Y; | 16CON,4T,16M,12S,4A | 52 | 1 |
| 3 | min=10000; | A | 1 | 1 |
| 4 | for p=1:P | A,C | 2 | P |
| 5 | xtemp(4,1)=X(p); | 2AV,A | 3 | P |
| 6 | r1=ro(4,1)-R(4,4)*xtemp(4,1); | 3AV,M,R,A | 6 | P |
| 7 | shat=abs(r1)^2; | ABS,M,A | 3 | P |
| 8 | if shat<min | C | 1 | P |
| 9 | min=shat; | A | 1 | 1 a P |
| 10 | metrica=min; | A | 1 | 1 a P |
| 11 | xlast(4,1)=xtemp(4,1); | 2AV,A | 3 | 1 a P |
| 12 | end | | | |
| 13 | end | A,C | 2 | P |
| 14 | shat=metrica; | A | 1 | 1 |
| 15 | xtemp(4,1)=xlast(4,1); | 2AV,A | 3 | 1 |
| 16 | for stage=3:-1:1 | A,C | 2 | 1 |
| 17 | min=10000; | A | 1 | 3 |
| 18 | for p=1:P | A,C | 2 | 3 |
| 19 | xtemp(stage,1)=X(p); | 2AV,A | 3 | 3P |
| 20 | r1=ro(stage)- R(stage,stage:4)*xtemp(stage:4,1); | 3(A,R,3AV), 2M,S;3M,2S;4M,3S | 30 | P |
| 21 | metrica=shat+abs(r1)^2; | ABS,M,S,A | 4 | 3P |
| 22 | if metrica<min | C | 1 | 3P |
| 23 | min=metrica; | A | 1 | 3 a 3P |
| 24 | xlast=xtemp; | 4A | 4 | 3 a 3P |
| 25 | end | | | |
| 26 | end | A,C | 2 | 3P |
| 27 | xtemp=xlast; | 4A | 4 | 3 |
| 28 | end | A,C | 2 | 3 |
| 29 | demuxmodDataRx=xtemp; | 4A | 4 | 1 |



Tabla A.9 OE del algoritmo QRD-M ($M \neq P$), 4x4

| No | Código | Operaciones elementales | Número de ejecuciones |
|----|-----------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------|
| 1 | [Nt ~]=size(Y); | A,SIZE | 2 |
| 2 | [Q R]=qr(H); | QR | 529 |
| 3 | ro=Q'*Y; | 16CON,4T,16M,12S,4A | 52 |
| 4 | ped=zeros(1,M); | 2A | 1 |
| 5 | valor=zeros(Nt,M); | 4A | 2 |
| 6 | xtemp(4,:)=X; | 2AV,P(A) | 1 |
| 7 | r1=ro(4)-R(4,4)*xtemp(4,:); | 3AV,P(M,R,A) | 3 |
| 8 | shat=abs(r1).^2; | ABS,M,A | 3 |
| 9 | for ii2=1:M | A,C | 2 |
| 10 | minimo=1; | A | 1 |
| 11 | for jj2=2:P | A,C,S | 3 |
| 12 | if shat(jj2)<shat(minimo) | 2AV,C | 3 |
| 13 | minimo=jj2; | A | 1 |
| 14 | end | | |
| 15 | end | A,C,S | 3 |
| 16 | ped(ii2)=shat(minimo); | 2AV,A | 3 |
| 17 | shat(minimo)=inf; | AV,A | 2 |
| 18 | valor(:,ii2)=xtemp(:,minimo); | 2AV,4A | 6 |
| 19 | end | A,C | 2 |
| 20 | shat=ped; | A | 1 |
| 21 | xtemp=valor; | 4A | 4 |
| 22 | for stage=3:-1:1 | A,C | 2 |
| 23 | index=0; | A | 1 |
| 24 | for i=1:M | A,C | 2 |
| 25 | for p=1:P | A,C | 2 |
| 26 | index=index+1; | A,S | 2 |
| 27 | xtemp(stage,i)=X(p); | 2AV,A | 3 |
| 28 | r1=ro(stage)- R(stage,stage:4)*xtemp(stage:4,i); | 3(3AV,A,R) 2M,S;3M,2S;4M,3S | 30 |
| 29 | metrica(1,index)=shat(1,i)+abs(r1)^2; | 2AV,ABS,M,S,A | 6 |
| 30 | xm(:,index)=xtemp(:,i); | 2AV,4A | 6 |
| 31 | end | A,C | 2 |
| 32 | end | A,C | 2 |
| 33 | for ii3=1:M | A,C | 2 |
| 34 | minimo=1; | A | 1 |
| 35 | for jj3=2:M*P | A,C,S,M | 4 |
| 36 | if metrica(jj3)<metrica(minimo) | 2AV,C | 3 |
| 37 | minimo=jj3; | A | 1 |



| | | | | |
|----|----------------------------|---------|---|--------------|
| 38 | end | | | |
| 39 | end | A,C,S,M | 4 | (MP-1)(2M+1) |
| 40 | ped(ii3)=metrica(minimo); | 2AV,A | 3 | 2M+1 |
| 41 | metrica(minimo)=inf; | AV,A | 2 | 2M+1 |
| 42 | valor(:,ii3)=xm(:,minimo); | 2AV,4A | 6 | 2M+1 |
| 43 | if stage==1 | C | 1 | 2M+1 |
| 44 | break | | | |
| 45 | end | | | |
| 46 | end | A,C | 2 | 2M |
| 47 | shat=ped; | A | 1 | 2M+1 |
| 48 | xtemp=valor; | 4A | 4 | 2M+1 |
| 49 | end | A,C | 2 | M |
| 50 | demuxmodDataRx=xtemp(:,1); | AV,4A | 2 | 1 |

Al igual que en los sistemas 2x2, a pesar de que se cuenta con el mismo código para los M diferentes de P, existen líneas que varían en el número de repeticiones dependiendo de los nodos a ser seleccionados por nivel, en el caso de los sistemas 4x4 existen dos funciones, F1 y F2, que determinan el número de repeticiones. Las ecuaciones I.1 e I.2 definen de forma general el rango de OE del algoritmo QRD-M para M diferentes de P en los sistemas 4x4.

$$T(1) = 62M + 7P + 14M^2P + 100MP + 629 \quad (I.1)$$

$$T(1) = F + F_2 + 62M + 7P + 14M^2P + 100MP + 629 \quad (I.2)$$

Las funciones F y F2, para los diferentes valores de M son:

- $M = 2, F = 2P - 3, F_2 = 10P - 7$
- $M = 3, F = 2P - 3, F_2 = 21P - 13$
- $M = 4, F = 4P - 10, F_2 = 36P - 21$
- $M = 8, F = 8P - 36, F_2 = 136P - 73$
- $M = 12, F = 12P - 78, F_2 = 156P - 69$



Tabla A.10 OE del algoritmo QRD-M (M=P), 4x4

| No | Código | Operaciones elementales | | Número de ejecuciones |
|----|-----------------------------------------------------|--------------------------------|-----|-----------------------|
| | | | | |
| 1 | [Q R]=qr(H); | QR | 529 | 1 |
| 2 | ro=Q*Y; | 16CON,4T,16M,12S,4A | 52 | 1 |
| 3 | xtemp(4,:)=X; | 2AV,PA | 1 | 2+P |
| 4 | r1=ro(4)-R(4,4)*xtemp(4,:); | 3AV,P(M,R,A) | 3 | 1+P |
| 5 | shat=abs(r1).^2; | ABS,M | 2 | P |
| 6 | for stage=3:-1:1 | A,C | 2 | 1 |
| 7 | index=0; | A | 1 | 3 |
| 8 | for i=1:M | A,C | 2 | 3 |
| 9 | for p=1:P | A,C | 2 | 3M |
| 10 | index=index+1; | A,S | 3 | 3MP |
| 11 | xtemp(stage,i)=X(p); | 2AV,A | 3 | 3MP |
| 12 | r1=ro(stage)- R(stage,stage:4)*xtemp(stage:4,i); | 3(3AV,A,R) 2M,S;3M,2S;4M,3S | 30 | MP |
| 13 | metrica(1,index)=shat(1,i)+abs(r1) ^2; | 2AV,ABS,M,S,A | 6 | 3MP |
| 14 | xm(:,index)=xtemp(:,i); | 2AV,4A | 6 | 3MP |
| 15 | end | A,C | 2 | 3MP |
| 16 | end | A,C | 2 | 3M |
| 17 | for ii3=1:M | A,C | 2 | 3 |
| 18 | minimo=ii3; | A | 1 | 2M+1 |
| 19 | for jj3=ii3+1:M*P | A,C,S,M | 4 | 2M+1 |
| 20 | if metrica(jj3)<metrica(minimo) | 2AV,C | 3 | (MP-1)(2M+1) |
| 21 | minimo=jj3; | A | 1 | 0 a F |
| 22 | end | | | |
| 23 | end | A,C,S,M | 4 | (MP-1)(2M+1) |
| 24 | ped(ii3)=metrica(minimo); | 2AV,A | 3 | 2M+1 |
| 25 | metrica(minimo)=inf; | AV,A | 2 | 2M+1 |
| 26 | valor(:,ii3)=xm(:,minimo); | 2AV,4A | 6 | 2M+1 |
| 27 | if stage==1 | C | 1 | 2M+1 |
| 28 | break | | | |
| 29 | end | | | |
| 30 | end | A,C | 2 | 2M |
| 31 | shat=ped; | A | 1 | 2M+1 |
| 32 | xtemp=valor; | 4A | 4 | 2M+1 |
| 33 | end | A,C | 2 | M |
| 34 | demuxmodDataRx=xtemp(:,1); | AV,4A | 2 | 1 |

El tiempo de ejecución “a priori” en general esta definido por las ecuaciones J.1 y J.2.

$$T(1) = 48M + 7P + 14M^2P + 97MP + 620 \quad (J.1)$$



$$T(1) = F + 48M + 7P + 14M^2P + 97MP + 620 \quad (\text{J.2})$$

Donde la función F , para cada $M=P$ particular estudiado en el presente trabajo de grado, es:

- $M = 4, F = 36P - 21$
- $M = 16, F = 528P - 257$