

**Evaluación y Análisis del Desempeño de un Sistema de  
Comunicación de Datos Punto a Punto Vía Radio que Utiliza  
Codificación Reed-Solomon**



**Leydi Carolina Martínez Cerón  
Paola Andrea Sevilla Ordoñez**

Director: Mag. Víctor Manuel Quintero Flórez

*Universidad del Cauca*

**Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones  
Departamento de Telecomunicaciones  
Grupo de Radio e InALámbricas -GRIAL  
Línea de investigación en Señales y Sistemas de Acceso y  
Difusión Basados en Radio  
Popayán, Febrero de 2012**

# **Evaluación y Análisis del Desempeño de un Sistema de Comunicación de Datos Punto a Punto Vía Radio que Utiliza Codificación Reed-Solomon.**



*Trabajo de Grado presentado como requisito para obtener el título de Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones*

**Leydi Carolina Martínez Cerón  
Paola Andrea Sevilla Ordoñez**

*Director: Mag. Víctor Manuel Quintero Flórez*

***Universidad del Cauca***

**Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones  
Departamento de Telecomunicaciones  
Grupo de Radio e InALámbricas -GRIAL  
Línea de investigación en Señales y Sistemas de Acceso y  
Difusión Basados en Radio**

*Popayán, Febrero de 2012*

# CONTENIDO

	pág.
RESUMEN .....	1
INTRODUCCIÓN .....	3
1. GENERALIDADES SOBRE LOS CODIGOS REED-SOLOMON.....	5
1.1 CÓDIGOS REED-SOLOMON .....	5
1.1.1 Campos de Galois.....	6
1.1.2 Polinomios primitivos y campos de Galois de orden $2^m$ .....	7
1.1.3 Distancia mínima de los códigos bloque.....	10
1.1.4 Cota o límite de Singleton .....	11
1.1.5 Parámetros de los códigos RS .....	11
1.1.6 Códigos RS modificados .....	12
1.1.7 Aplicaciones de los códigos RS.....	13
1.1.8 Algoritmos de decodificación .....	14
1.2 CODIFICACIÓN REED-SOLOMON .....	15
1.2.1 Codificación en forma sistemática .....	16
1.3 DECODIFICACIÓN REED-SOLOMON .....	18
1.3.1 Cálculo del síndrome.....	19
1.3.2 Algoritmo de Berlekamp-Massey .....	20
1.4 CAPACIDAD DE CORRECCION DE ERRORES DE LOS CODIGOS RS.....	26
1.4.1 Probabilidad de un error de decodificación .....	27
1.5 PARAMETROS DE DESEMPEÑO DE LOS CÓDIGOS RS .....	29
2. EL PROTOCOLO DE COMUNICACIÓN DE DATOS.....	32
2.1 PROTOCOLOS ORIENTADOS A BIT .....	34
2.2 PROTOCOLOS DE REFERENCIA .....	35
2.2.1 Control de enlace de datos de alto nivel.....	36
2.2.2 Control de enlace lógico .....	38
2.2.3 Ethernet.....	39
2.2.4 Golay–teleimpresión sobre radio .....	40
2.3 DISEÑO DEL PROTOCOLO DE COMUNICACIÓN .....	41
2.3.1 Estructura del protocolo de comunicación .....	42

3.	DESEMPEÑO DE UN SISTEMA DE COMUNICACIÓN DE DATOS QUE UTILIZA LA CODIFICACIÓN REED-SOLOMON-SIMULACIÓN .....	44
3.1	DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA DE COMUNICACIÓN SIMULADO ...	44
3.1.1	Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$ .....	47
3.1.2	Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$ .....	49
3.1.3	Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ .....	52
4.	PLAN DE PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	55
4.1	MEDIDA DE LA POTENCIA DE TRANSMISIÓN.....	56
4.2	MEDIDAS DE FRECUENCIA DE OPERACIÓN .....	56
4.3	MEDIDA DE ANCHO DE BANDA DE LA SEÑAL .....	59
4.4	MEDIDA DE POTENCIA RECIBIDA.....	65
4.5	MODELO DE PREDICCIÓN DE PÉRDIDAS DE PROPAGACIÓN.....	67
4.6	MEDIDA DE LA RELACIÓN $E_b/N_0$ .....	68
4.7	MEDIDA DE TASA DE ERROR DE BIT (BER) DEL SISTEMA .....	69
4.7.1	Potencia de recepción y pérdidas de propagación para el escenario 1 (exteriores) .....	69
4.7.2	Potencia de recepción y pérdidas de propagación para el escenario 2 (interiores).....	71
4.7.3	Relación $E_b/N_0$ para el escenario 1 (exteriores).....	74
4.7.4	Relación $E_b/N_0$ para el escenario 2 (interiores).....	75
4.7.5	Desempeño del sistema de comunicación en los escenarios 1 y 2.....	75
4.7.5.1	Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$ .....	75
4.7.5.1.1	Resultados obtenidos en el escenario 1 .....	76
4.7.5.1.2	Resultados obtenidos en el escenario 2 .....	77
4.7.5.2	Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$ .....	78

4.7.5.2.1	Resultados obtenidos en el escenario 1 .....	79
4.7.5.2.2	Resultados obtenidos en el escenario 2 .....	80
4.7.5.3	Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ .....	81
4.7.5.3.1	Resultados obtenidos en el escenario 1 .....	81
4.7.5.3.2	Resultados obtenidos en el escenario 2 .....	83
4.8	DESEMPEÑO EN AMBIENTES CON INTERFERENCIA .....	84
5.	CONCLUSIONES .....	88
5.1	TRABAJOS FUTUROS .....	90
	BIBLIOGRAFÍA.....	91

## LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1.1. Esquema general de la codificación sistemática. ....	5
Figura 1.2. Parámetros de los códigos RS. ....	12
Figura 1.3. LFSR con derivaciones $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_v$ y salidas $S_1, S_2, \dots, S_{2v}$ . ....	20
Figura 1.4. Diagrama de flujo del algoritmo de Berlekamp Massey. ....	22
Figura 1.5. Curvas teóricas de desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ . ....	30
Figura 1.6. Curvas teóricas de desempeño en función de la redundancia. ....	31
Figura 1.7. Curvas teóricas de desempeño para diferentes tasas de codificación. ....	31
Figura 2.1. Componentes de un sistema de comunicación de datos. ....	32
Figura 2.2. Estructura general de la trama. ....	34
Figura 2.3. Formato de trama de HDLC. ....	37
Figura 2.4. Protocolo LLC. ....	39
Figura 2.5. Formato de trama Ethernet. ....	39
Figura 2.6. Formato trama de datos G-TOR. ....	40
Figura 2.7. Formato de trama del protocolo de comunicación diseñado. ....	42
Figura 2.8. Campo preámbulo. ....	42
Figura 2.9. Campo sincronización. ....	43
Figura 3.1. Sistema de comunicación con codificación Reed-Solomon. ....	45
Figura 3.2. Sistema de comunicación sin codificación Reed-Solomon. ....	46
Figura 3.3. Espectro de FSK vs GFSK a 9600 bps. ....	47
Figura 3.4. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$ . ....	49
Figura 3.5. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$ . ....	51
Figura 3.6. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ . ....	53
Figura 4.1. Diagrama de conexión para la medida de la potencia de transmisión. ....	56
Figura 4.2. Diagrama de conexión para la medida de frecuencia. ....	56

Figura 4.3. Espectro de la modulación GFSK. ....	57
Figura 4.4. Frecuencias de marca y espacio de la señal. ....	58
Figura 4.5. Diagrama en bloques de la modulación FSK. ....	60
Figura 4.6. Representación de una señal en el dominio del tiempo y de la frecuencia para FSK. ....	60
Figura 4.7. Espectro de una señal FSK. ....	60
Figura 4.8. Diagrama en bloques de la modulación GFSK. ....	61
Figura 4.9. Representación de una señal en el dominio del tiempo y de la frecuencia para GFSK. ....	62
Figura 4.10. Espectro de una señal FSK. ....	62
Figura 4.11. Espectro de la señal de información para velocidades de transmisión de datos de 9600bps, 4800bps, 2400bps y 1200bps. ....	64
Figura 4.12. Ancho de banda práctico de la señal de información para velocidad de transmisión de datos de 1200bps. ....	65
Figura 4.13. Medidas de potencia de señal recibida. ....	66
Figura 4.14. Relación de pérdidas reales respecto a la distancia (Escenario 1). ....	70
Figura 4.15. Pérdidas de propagación respecto a la distancia (Escenario 1). ....	71
Figura 4.16. Relación de pérdidas reales respecto a la distancia (Escenario 2). ....	73
Figura 4.17. Pérdidas de propagación respecto a la distancia (Escenario 2). ....	74
Figura 4.18. Desempeño para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$ (Escenario 1). ....	76
Figura 4.19. Desempeño para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$ (Escenario 2). ....	78
Figura 4.20. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$ (Escenario 1). ....	79
Figura 4.21. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$ (Escenario 2). ....	80
Figura 4.22. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ (Escenario 1). ....	82
Figura 4.23. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ (Escenario 2). ....	83
Figura 4.24. Diagrama del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon con interferencia. ....	85

Figura 4.25. Desempeño del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza  
codificación Reed-Solomon con interferencia. .... 86



## LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1.1. Construcción de GF ( $2^3$ ).....	9
Tabla 1.2. Tabla de adición para GF( $2^3$ ) .....	9
Tabla 1.3. Tabla de multiplicación para GF( $2^3$ ) .....	10
Tabla 1.4. Resumen de las etapas del algoritmo de Berlekamp-Massey. ....	24
Tabla 2.1. Configuración del campo codificación de canal. ....	43
Tabla 3.1. Variaciones de k que producen diferentes tasas de codificación. ....	48
Tabla 3.2. Desempeño para diferentes tasas de codificación k/n e igual longitud de bloque codificado n.....	48
Tabla 3.3. Variaciones de n y k que producen igual tasa de codificación. ....	50
Tabla 3.4. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado n e igual tasa de codificación k/n. ....	50
Tabla 4.1. Características de los módulos YS-1020.....	55
Tabla 4.2. Ancho de banda práctico de la señal para diferentes velocidades de transmisión. ....	65
Tabla 4.3. Valores de n para diferentes entornos.....	67
Tabla 4.4. Valores de voltaje y potencia obtenidos de forma práctica (Escenario 1). ....	70
Tabla 4.5. Valores de voltaje y potencia obtenidos de forma práctica (Escenario 2). ....	72
Tabla 4.6. Valores de relación Eb/No para el escenario 1.....	74
Tabla 4.7. Valores de relación Eb/No para el escenario 2.....	75
Tabla 4.8. Variaciones de k que producen diferentes tasas de codificación. ....	76
Tabla 4.9. Desempeño para diferentes tasas de codificación k/n e igual longitud de bloque codificado n (Escenario 1).....	76
Tabla 4.10. Desempeño para diferentes tasas de codificación k/n e igual longitud de bloque codificado n (Escenario 2).....	77
Tabla 4.11. Variaciones de n y k que producen igual tasa de codificación. ....	78
Tabla 4.12. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado n e igual tasa de codificación k/n (Escenario 1).....	79
Tabla 4.13. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado n e igual tasa de codificación k/n (Escenario 2).....	80
Tabla 4.14. Variaciones de n para t=5 y t=10.....	81

Tabla 4.15. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ (Escenario 1).....	82
Tabla 4.16. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$ (Escenario 2).....	83
Tabla 4.17. Desempeño del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon con interferencia. ....	85

## LISTA DE ACRÓNIMOS

<b>ABM</b>	<i>Asynchronous Balanced Mode</i> , Modo Asíncrono Balanceado.
<b>ACK</b>	<i>Acknowledgement</i> , Reconocimiento.
<b>ADSL</b>	<i>Asymmetric Digital Subscriber Line</i> , Línea de Abonado Digital Asimétrica.
<b>ALE</b>	<i>Automatic Link Establishment</i> , Establecimiento de Enlace Automático.
<b>ARM</b>	<i>Asynchronous Response Mode</i> , Modo de Respuesta Asíncrono.
<b>ARQ</b>	<i>Automatic Repeat Request</i> , Solicitud de Retransmisión Automática.
<b>ASCII</b>	<i>American Standard Code for Information Interchange</i> , Código Estándar Americano para el Intercambio de Información.
<b>AWGN</b>	<i>Additive White Gaussian Noise</i> , Ruido Gaussiano Blanco Aditivo.
<b>BCH</b>	<i>Bose-Chauduri-Hocquenghem</i> .
<b>BER</b>	<i>Bit Error Rate</i> , Tasa de Error de Bit.
<b>BMA</b>	<i>Berlekamp-Massey Algorithm</i> , Algoritmo de Berlekamp-Massey.
<b>bps</b>	bits por segundo.
<b>CD</b>	<i>Compact Disk</i> , Disco Compacto.
<b>CDU</b>	Centro Deportivo Universitario.
<b>C/I</b>	<i>Carrier to Interference Ratio</i> , Relación Portadora a Interferencia.
<b>CRC</b>	<i>Cyclic Redundancy Check</i> , Verificación de Redundancia Cíclica.
<b>DSAP</b>	<i>Destination Service Access Point</i> , Punto de Acceso del Servicio de Destino.
<b>DVD</b>	<i>Digital Versatile Disc</i> , Disco Versátil Digital.
<b>EA</b>	<i>Euclidian Algorithm</i> , Algoritmo Euclidiano.
<b>Eb/No</b>	<i>Energy per Bit to Noise Power Spectral Density Ratio</i> , Relación de Energía de Bit a Densidad Espectral de Potencia de Ruido.
<b>EDAC</b>	<i>Error Detection And Correction</i> , Detección y Corrección de Errores.
<b>ESA</b>	<i>European Space Agency</i> , Agencia Espacial Europea.

<b>FCS</b>	<i>Frame Check Sequence</i> , Secuencia de Verificación de Trama.
<b>FEC</b>	<i>Forward Error Correction</i> , Corrección de Errores Hacia Adelante.
<b>FM</b>	<i>Frequency Modulation</i> , Modulación en Frecuencia.
<b>FSK</b>	<i>Frequency Shift keying</i> , Modulación por Desplazamiento de Frecuencia.
<b>GFSK</b>	<i>Gaussian Frequency Shift keying</i> , Modulación por Desplazamiento de Frecuencia Gaussiano.
<b>G-TOR</b>	<i>Golay–Teleprinting over Radio</i> , Golay–Teleimpresión sobre Radio.
<b>HDLC</b>	<i>High-Level Data Link Control</i> , Control de Enlace de Datos de Alto Nivel.
<b>IEEE</b>	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i> , Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos.
<b>ISI</b>	<i>Intersymbol Interference</i> , Interferencia Intersimbólica.
<b>ISM</b>	<i>Industrial Scientific and Medical</i> , Industrial Científica y Médica.
<b>ISO</b>	<i>International Organization for Standardization</i> , Organización Internacional para la Estandarización.
<b>ITU-T</b>	<i>Telecommunication Standardization Sector</i> , Sector de Normalización de las Telecomunicaciones.
<b>LAN</b>	<i>Local Area Network</i> , Red de Área Local.
<b>LDPC</b>	<i>Low Density Parity Check</i> , Chequeo de Paridad de Baja Densidad.
<b>LFSR</b>	<i>Linear Shift Feedback Register</i> , Registro Retroalimentado de Desplazamiento Lineal.
<b>LLC</b>	<i>Logical Link Control</i> , Control de Enlace Lógico.
<b>MAC</b>	<i>Media Access Control</i> , Control de Acceso al Medio.
<b>MDS</b>	<i>Maximum Distance Separable</i> , Separable de Distancia Máxima.
<b>MIL-STD</b>	<i>Military Standard</i> , Estándar Militar.
<b>NASA</b>	<i>National Aeronautics and Space Administration</i> , Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio.
<b>NRM</b>	<i>Normal Response Mode</i> , Modo de Respuesta Normal.
<b>OSI</b>	<i>Open Systems Interconnection</i> , Interconexión de Sistemas Abiertos.

<b>PGZ</b>	<i>Peterson-Gorenstein-Zierler.</i>
<b>RF</b>	<i>Radio Frequency, Radio Frecuencia.</i>
<b>RFIC</b>	<i>Radio Frequency Integrated Circuit, Circuito Integrado de Radio Frecuencia.</i>
<b>RS</b>	<i>Reed-Solomon.</i>
<b>SFD</b>	<i>Start of Frame Delimiter, Delimitador de Inicio de Trama.</i>
<b>S/N</b>	<i>Signal to Noise Ratio, Relación Señal a Ruido.</i>
<b>SSAP</b>	<i>Source Service Access Point, Punto de Acceso al Servicio Fuente.</i>



## RESUMEN

En este trabajo de grado se presenta la evaluación y análisis del desempeño de un sistema de comunicación de datos vía radio, en el que se utiliza la codificación Reed-Solomon como codificación de canal. Inicialmente, se describe el funcionamiento de los códigos Reed-Solomon (RS) y se muestran sus aplicaciones a través de la historia. Posteriormente, se implementa un sistema de comunicación de datos punto a punto vía radio de bajo costo en la banda libre de 433 MHz definida para usos Industriales, Científicos y Médicos (ISM, *Industrial, Scientific and Medical*), con el fin de analizar su desempeño utilizando los códigos RS como método de detección y corrección de errores. El sistema de comunicación se construye adaptando e integrando la implementación software de la codificación Reed-Solomon a tarjetas con circuitos integrados de radiofrecuencia. En la parte final del documento, se muestran los resultados de las diferentes pruebas realizadas al sistema de comunicación y se realiza el análisis del desempeño del sistema, implementado tanto en simulación como en forma real.





## INTRODUCCIÓN

Las comunicaciones le han permitido al ser humano compartir sus ideas, pensamientos, creencias e historias a lo largo de los años. Han sido parte integral del desarrollo humano desde finales del siglo antepasado cuando se implementó la red telegráfica y posteriormente se prestó el servicio telefónico. Estos eventos generaron en el hombre la necesidad de desarrollar diversas formas de comunicación, dando la posibilidad de establecer enlaces por medio de redes alámbricas e inalámbricas.

A pesar de que los avances en la tecnología inalámbrica han permitido el incremento del número de usuarios, ésta aun presenta desventajas con respecto a la tecnología de redes alambreadas, que básicamente se traducen en el uso de un medio más hostil como lo son las ondas de radio, las cuales son más vulnerables a fenómenos físicos, como el ruido, la interferencia y el multitrayecto, los cuales afectan la señal de información.

Teniendo en cuenta que la integridad de los datos recibidos es una consideración crítica en el diseño de sistemas de comunicaciones digitales, se debe asegurar el óptimo desempeño del mismo. Uno de los parámetros que miden el desempeño de un sistema de comunicación digital de datos es la Tasa de Error de Bit (BER, *Bit Error Rate*) para un cierto valor de relación Energía de Bit a Densidad Espectral de Potencia de Ruido ( $E_b/N_0$ , *Energy per Bit to Noise Power Spectral Density Ratio*).

Debido al ruido en el canal de transmisión, una de las formas de mejorar el desempeño de un sistema es incrementando la potencia de transmisión o utilizando componentes de bajo ruido; sin embargo esto resulta poco práctico y costoso, por lo que la mejor opción para proporcionar un valor de Tasa de Error de Bit (BER) aceptable es emplear codificación de canal, la cual se refiere a un conjunto de procesamientos que se aplican a la señal transmitida con el fin de detectar y/o corregir los bits erróneos en recepción, protegiendo de esta forma la información frente a degradaciones del canal. Los métodos utilizados en la codificación de canal se basan en transformar las secuencias binarias en secuencias que incluyan redundancia estructurada.

La codificación de canal se divide en dos grandes grupos: los códigos bloque y los códigos convolucionales. En el caso de los códigos bloque, el codificador procesa un bloque de  $k$  símbolos sin codificar, a los que agrega redundancia para producir un bloque de  $n$  símbolos, con  $n > k$ , denominado bloque codificado. Los  $n - k$  símbolos añadidos por el codificador se denominan símbolos de redundancia o de paridad. Los códigos bloque operan sobre bloques de datos de longitud fija a diferencia de los códigos convolucionales, los cuales operan de forma continua sobre la secuencia de datos de entrada al codificador. Una característica adicional que distingue a la codificación convolucional de la de bloque, es que esta última opera únicamente sobre la información presente a la entrada del codificador, es decir, no tiene en cuenta la información pasada y, por tanto, no tiene memoria; mientras que la codificación convolucional opera tanto sobre la información presente a la entrada del codificador, como sobre la información pasada y se trata, en consecuencia, de un proceso con memoria.

Dentro de la codificación de canal existen dos estrategias para usar la redundancia. Una de ellas es conocida como Solicitud de Retransmisión Automática (ARQ, Automatic Repeat Request), la cual utiliza los bits de redundancia para detectar si hubo error. El receptor comprueba los datos recibidos y si hubo error solicita una retransmisión, no intenta corregirlo, lo que implica la existencia de un canal de retorno que permita comunicar al transmisor la recepción correcta o incorrecta de los bits detectados. Además, solo puede utilizarse en sistemas de comunicaciones en los que el retardo que implican las retransmisiones no afecte la calidad del servicio.

La otra estrategia se conoce como Corrección de Errores Hacia Adelante (FEC, *Forward Error Correction*). En este caso, el receptor utiliza los bits de redundancia para detectar y corregir los errores sin necesidad de retransmisión, por lo que un enlace unidireccional es suficiente. Esta técnica es utilizada en los sistemas de comunicación que operan en tiempo real (es decir, el transmisor no almacena los datos que envía, como en el caso de voz y video digital). Entre los códigos que utilizan esta técnica se encuentran los códigos Reed-Solomon (RS), los cuales serán descritos en el capítulo 1.

El capítulo 2 se centra en el diseño del protocolo de comunicación desarrollado para el análisis del desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon. El capítulo 3 muestra los resultados del desempeño de los códigos RS y por lo tanto del sistema de comunicación en general, obtenidos por medio de simulación. El capítulo 4 presenta los resultados de las diferentes pruebas realizadas al sistema de comunicación de datos implementado de manera real, y la evaluación y análisis de estos resultados. Finalmente, el capítulo 5 presenta las conclusiones del trabajo de grado y posibles trabajos futuros a desarrollar en esta área.

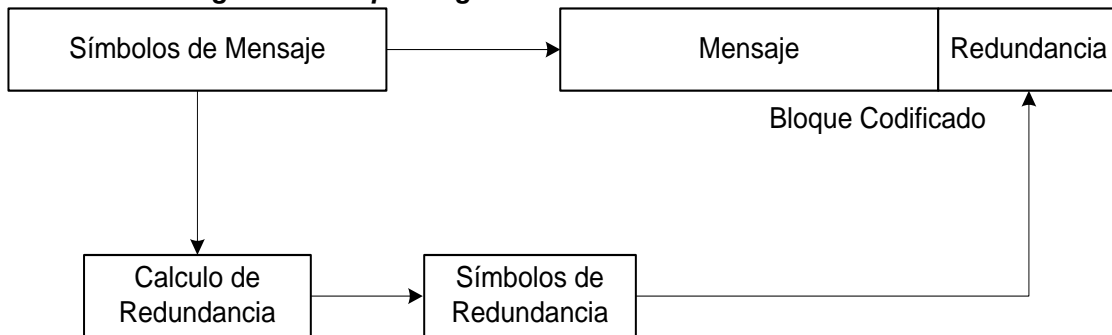
# 1. GENERALIDADES SOBRE LOS CODIGOS REED-SOLOMON

## 1.1 CÓDIGOS REED-SOLOMON

Un código Reed-Solomon (RS), llamado así por sus inventores Irving Reed y Gus Solomon, es una subclase de los códigos Bose-Chauduri-Hocquenghem (BCH) no binarios. Se distingue de los códigos binarios porque este opera sobre símbolos de  $m$  bits en lugar de bits individuales. Han sido utilizados en numerosas aplicaciones, entre ellas las comunicaciones interplanetarias y satelitales, las comunicaciones móviles e inalámbricas, los sistemas de grabación de Discos Compactos (CD, *Compact Disk*) y Disco Versátil Digital (DVD, *Digital Versatile Disc*), y en algunas tecnologías de comunicación como Línea de Abonado Digital Asimétrica (ADSL, *Asymmetric Digital Subscriber Line*) y televisión digital, entre otras.

Los códigos RS pertenecen a la familia de los códigos bloque, son sistemáticos, esto significa que los bloques codificados contienen los símbolos del mensaje sin alteración. En el codificador se aplica una función matemática reversible para generar los símbolos de redundancia o paridad y los bloques codificados se forman agregando los símbolos de redundancia a los del mensaje. La implementación del código se simplifica cuando éste es sistemático, es decir, los símbolos del mensaje se mantienen en su forma original y los de redundancia se añaden al final de la secuencia de estos, como se ilustra en la figura 1.1.

**Figura 1.1. Esquema general de la codificación sistemática.**



Además, los códigos RS son cíclicos, lo que quiere decir que si se desplaza circularmente un bloque codificado válido, se produce otro bloque codificado válido. Este tipo de códigos es popular ya que existen técnicas de decodificación muy eficientes para ellos. Finalmente, los códigos RS también son lineales, lo que significa que si se adicionan cualquier par de bloques codificados, se tiene como resultado otro bloque codificado válido.

### 1.1.1 Campos de Galois

Para comprender los principios de la codificación y decodificación de los códigos RS, es necesario incursionar en el ámbito de los campos finitos. Los campos finitos fueron creados por el matemático francés Evariste Galois y son por lo tanto algunas veces referidos como los campos de Galois. Un campo finito de  $p$  elementos se denota como  $GF(p)$ . Por ejemplo,  $GF(2)$  tiene dos elementos  $\{0,1\}$ .

Los campos de Galois tienen la propiedad de que las operaciones aritméticas binarias, adición y multiplicación, en elementos del campo siempre tienen un resultado dentro del campo. Además, cumplen con dos condiciones: tienen un número finito de elementos y son cerrados bajo la multiplicación.

Es posible extender  $GF(p)$  a un campo de  $p^m$  elementos. A esto se le conoce como extensión de campo y se denota como  $GF(p^m)$ , donde  $p$  es un número primo y  $m$  un entero positivo. La extensión de campo  $GF(p^m)$  contiene como subconjunto a los elementos de  $GF(p)$ , permitiendo que la adición entre elementos se realice en modulo  $p$ . Así por ejemplo,  $GF(2^3)$  es una extensión de campo que contiene como subconjunto a los elementos de  $GF(2)$ .

Además de los números 0 y 1, la extensión de campo contiene elementos adicionales que se representan con el símbolo  $\alpha$ . Cada elemento distinto de cero en  $GF(p^m)$  puede ser expresado como una potencia de  $\alpha$  [1].

Para asegurar que la extensión de campo  $GF(p^m)$  tiene un número finito de elementos igual a  $p^m$  elementos, se debe cumplir la igualdad dada en la ecuación 1.1.

$$\alpha^{(p^m-1)} = 1 = \alpha^0 \quad (1.1)$$

Utilizando la ecuación 1.1, cualquier elemento de  $GF(p^m)$  cuya potencia sea igual o superior a  $p^m-1$ , puede reducirse a un elemento con una potencia inferior a  $p^m-1$ . Por lo tanto los elementos del campo finito  $GF(p^m)$  se muestran en la ecuación 1.2.

$$GF(p^m) = \left\{ 0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{(p^m-2)} \right\} \quad (1.2)$$

Así por ejemplo,  $GF(2^3)$  es una extensión de campo que contiene 8 elementos, los cuales son:  $\{0, 1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\}$ .

En general, se considera la siguiente secuencia:

$$1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots, \alpha^{(p^m-2)}, \alpha^{(p^m-1)}, \alpha^{p^m}, \dots$$

Donde,  $\alpha$  está contenido en  $GF(p^m)$ . Debido a que  $GF(p^m)$  tiene un número finito de elementos, se concluye que, en algún momento, la secuencia empieza a repetirse.

Los primeros  $(p^m-1)$  elementos de la secuencia anterior son distintos, por lo tanto  $\alpha^{(p^m-1)}$  es la primera potencia positiva de  $\alpha$  en la que la secuencia repite el valor de 1, siendo de esta manera el 1 el primer elemento que se repite.

### 1.1.2 Polinomios primitivos y campos de Galois de orden $2^m$

En esta sección se revisa el concepto de polinomio primitivo, ya que a partir de tales funciones se definen los campos finitos  $GF(2^m)$ , que a la vez son necesarios para definir los códigos RS.

Un polinomio irreducible  $f(x)$  de grado  $m$  es primitivo si el menor entero positivo  $n$  para el cual  $f(x)$  divide a  $(x^n-1)$  es  $n=2^m-1$  [1]. Por ejemplo, el polinomio  $f(x)=x^3+x+1$  de grado  $m=3$  (por lo tanto  $n=2^3-1=7$ ), es primitivo si divide a  $x^n-1=x^7-1$  y además no divide a  $x^n-1$  si  $1 \leq n < 7$ .

En la aritmética de los campos de Galois de la forma  $GF(2^m)$ , las operaciones de adición y sustracción son las mismas, y la adición de cualquier elemento de campo consigo mismo es el elemento de campo igual a cero. Por lo tanto  $x^7-1=x^7+1$ . En la ecuación 1.3 se muestra que no hay residuo, por eso se dice que  $x^3+x+1$  divide a  $x^7+1$ .

Cálculos similares demuestran que  $x^3+x+1$  no divide a  $x^n+1$  si  $1 \leq n < 7$ , lo que significa que  $x^3+x+1$  es un polinomio primitivo.

$$x^7 + 0x^6 + 0x^5 + 0x^4 + 0x^3 + 0x^2 + 0x + 1 \left| \frac{x^3 + x + 1}{x^4 + x^2 + x + 1} \right. \quad (1.3)$$

$$\begin{array}{r}
 x^7 + \quad \quad x^5 + x^4 \\
 \hline
 0 + \quad \quad x^5 + x^4 \\
 \quad \quad \quad x^5 + \quad \quad x^3 + x^2 \\
 \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad 0 + x^4 + x^3 + x^2 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad x^4 + \quad \quad x^2 + x \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad 0 + x^3 + 0 + x \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad x^3 \quad \quad + x + 1 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \hline
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

A continuación se ilustra un ejemplo que implica un campo finito y el polinomio primitivo que lo define. El polinomio primitivo es  $f(x)=x^3+x+1$  definido sobre  $GF(2^m)$ , donde el grado del polinomio es  $m=3$ , por lo tanto este polinomio define el campo finito  $GF(2^3)$ . Esto significa que el campo tiene 8 elementos.

Resolver las raíces de  $f(x)$  significa hallar los valores de  $x$  para los cuales  $f(x)=0$ . Los elementos binarios 1 y 0 no son raíces de este polinomio, ya que  $f(0)=1$  y  $f(1)=1$  (con aritmética modulo 2). Sin embargo, según el teorema fundamental del algebra, un polinomio de grado  $m$  debe tener exactamente  $m$  raíces. Por lo tanto, para este ejemplo,  $f(x)=0$  debe entregar tres raíces.

Si se tiene en cuenta que  $f(x)$  es un polinomio sobre  $GF(2)$ , pues los coeficientes del polinomio son elementos de  $GF(2)$ , es decir 0 y 1, es evidente el surgimiento de un dilema, ya que las tres raíces no se encuentran en el mismo campo finito de los coeficientes del polinomio  $f(x)$ . Por lo tanto, las raíces deben estar en otro campo. Es aquí cuando se retoma el concepto de *extensión de campo*. Las raíces de  $f(x)$  están en la extensión de campo  $GF(2^3)$ .

Sea el elemento primitivo  $\alpha$ , un elemento de la extensión de campo. Se define como una raíz de  $f(x)$ , por lo tanto  $f(\alpha)=0$ , tal como se muestra en la ecuación 1.4.

$$\alpha^3 + \alpha + 1 = 0 \quad (1.4)$$

$$\alpha^3 = -\alpha - 1$$

Como se mencionó anteriormente, las propiedades de los campos de Galois permiten escribir la ecuación 1.4 tal como se indica en la ecuación 1.5.

$$\alpha^3 = \alpha + 1 \quad (1.5)$$

Por lo tanto,  $\alpha^3$  se expresa como la adición de términos  $\alpha$  de orden inferior. De hecho, todas las potencias altas de  $\alpha$  pueden ser expresadas como la adición de potencias más bajas de  $\alpha$ . Por ejemplo  $\alpha^4$ ,  $\alpha^5$ ,  $\alpha^6$  y  $\alpha^7$  se obtienen de acuerdo a las ecuaciones 1.6, 1.7, 1.8 y 1.9 respectivamente.

$$\alpha^4 = \alpha \cdot \alpha^3 = \alpha(1 + \alpha) = \alpha + \alpha^2 \quad (1.6)$$

$$\alpha^5 = \alpha \cdot \alpha^4 = \alpha(\alpha + \alpha^2) = \alpha^2 + \alpha^3 = \alpha^2 + (\alpha + 1) \quad (1.7)$$

$$\alpha^6 = \alpha \cdot \alpha^5 = \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha = (\alpha + 1) + \alpha^2 + \alpha = 1 + \alpha^2 \quad (1.8)$$

$$\alpha^7 = \alpha \cdot \alpha^6 = \alpha(1 + \alpha^2) = \alpha + \alpha^3 = \alpha + (\alpha + 1) = 1 = \alpha^0 \quad (1.9)$$

En este punto se puede apreciar que  $\alpha^7 = \alpha^0 = 1$ , verificando que la secuencia se repite. Siguiendo este comportamiento,  $\alpha^8$  será igual a  $\alpha^1$ ,  $\alpha^9$  igual a  $\alpha^2$ , y así sucesivamente. Por lo tanto los ocho elementos del campo finito  $GF(2^3)$  son los que se muestran en la ecuación 1.10.

$$GF(2^3) = \{0, \alpha^0, \alpha^1, \alpha^2, \alpha^3, \alpha^4, \alpha^5, \alpha^6\} \quad (1.10)$$

En resumen, la extensión de campo  $GF(2^3)$  puede ser construida utilizando el polinomio primitivo  $f(x)=x^3+x+1$ . Los elementos de la extensión de campo se pueden generar en términos de potencias de  $\alpha$ , siendo este un valor numérico totalmente arbitrario. Utilizando una representación polinómica se pueden asignar los valores de la tabla 1.1 a los elementos de campo. La notación binaria es una consecuencia directa de la notación polinómica, que muestra los coeficientes del polinomio para las respectivas potencias de  $\alpha$ .

**Tabla 1.1. Construcción de  $GF(2^3)$**

<b>Notación Exponencial</b>	<b>Notación Polinómica</b>	<b>Notación Binaria</b>
$0$	$0$	000
$\alpha^0$	$1$	001
$\alpha$	$\alpha$	010
$\alpha^2$	$\alpha^2$	100
$\alpha^3$	$\alpha+1$	011
$\alpha^4$	$\alpha^2+\alpha$	110
$\alpha^5$	$\alpha^3+\alpha^2=\alpha+1+\alpha^2$	111
$\alpha^6$	$\alpha^4+\alpha^3=\alpha^2+\alpha+\alpha+1=\alpha^2+1$	101

La adición en  $GF(2^3)$  se logra mediante la adición modulo 2 de los elementos representados en notación binaria. Por ejemplo,  $\alpha^5+\alpha^6 = (111)+(101) = (010) = \alpha$ . Para multiplicar dos elementos de campo, se adicionan las potencias de  $\alpha$  en modulo  $(2^m-1)$ , para este caso en particular  $2^3-1=7$ . De esta forma,  $\alpha^4.\alpha^5 = \alpha^{(4+5)mod7} = \alpha^2$ . Las operaciones de adición y multiplicación para  $GF(2^3)$  se muestran en las tablas 1.2 y 1.3 respectivamente [1].

**Tabla 1.2. Tabla de adición para  $GF(2^3)$**

<b>+</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b><math>\alpha</math></b>	<b><math>\alpha^2</math></b>	<b><math>\alpha^3</math></b>	<b><math>\alpha^4</math></b>	<b><math>\alpha^5</math></b>	<b><math>\alpha^6</math></b>
<b>0</b>	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$
<b>1</b>	1	0	$\alpha^3$	$\alpha^6$	$\alpha$	$\alpha^5$	$\alpha^4$	$\alpha^2$
<b><math>\alpha</math></b>	$\alpha$	$\alpha^3$	0	$\alpha^4$	1	$\alpha^2$	$\alpha^6$	$\alpha^5$
<b><math>\alpha^2</math></b>	$\alpha^2$	$\alpha^6$	$\alpha^4$	0	$\alpha^5$	$\alpha$	$\alpha^3$	1
<b><math>\alpha^3</math></b>	$\alpha^3$	$\alpha$	1	$\alpha^5$	0	$\alpha^6$	$\alpha^2$	$\alpha^4$
<b><math>\alpha^4</math></b>	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^2$	$\alpha$	$\alpha^6$	0	1	$\alpha^3$
<b><math>\alpha^5</math></b>	$\alpha^5$	$\alpha^4$	$\alpha^6$	$\alpha^3$	$\alpha^2$	1	0	$\alpha$
<b><math>\alpha^6</math></b>	$\alpha^6$	$\alpha^2$	$\alpha^5$	1	$\alpha^4$	$\alpha^3$	$\alpha$	0

**Tabla 1.3. Tabla de multiplicación para GF(2<sup>3</sup>)**

.	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$
$\alpha$	0	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$	1
$\alpha^2$	0	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$	1	$\alpha$
$\alpha^3$	0	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$	1	$\alpha$	$\alpha^2$
$\alpha^4$	0	$\alpha^4$	$\alpha^5$	$\alpha^6$	1	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$
$\alpha^5$	0	$\alpha^5$	$\alpha^6$	1	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$
$\alpha^6$	0	$\alpha^6$	1	$\alpha$	$\alpha^2$	$\alpha^3$	$\alpha^4$	$\alpha^5$

### 1.1.3 Distancia mínima de los códigos bloque

La distancia mínima es un parámetro importante de los códigos bloque, el cual define la capacidad de detección y corrección de errores de un código.

Una característica que se busca en un código es que los bloques codificados estén tan separados, que la probabilidad de que los errores conviertan el bloque codificado transmitido en otro bloque codificado válido sea muy pequeña.

Sea  $v=(v_0, v_1, \dots, v_{(n-1)})$  un vector binario de  $n$  elementos. El peso Hamming de  $v$ , denotado como  $\omega(v)$ , es definido como el número de componentes de  $v$  distintos de cero. Por ejemplo, el peso Hamming de  $v=(1001011)$  es 4.

Sean  $v$  y  $w$  dos vectores de  $n$  elementos. La distancia Hamming entre  $v$  y  $w$ , denotada como  $d(v,w)$ , se define como el número de posiciones en las cuales difieren. Por ejemplo, la distancia Hamming entre  $v=(1001011)$  y  $w=(0100011)$  es 3, porque  $v$  y  $w$  difieren en la posiciones 0, 1 y 3.

Teniendo en cuenta la definición de la distancia Hamming y la adición en modulo 2, se dice que la distancia Hamming entre dos vectores  $v$  y  $w$  de  $n$  elementos es igual al peso Hamming de la adición de  $v$  y  $w$ , como se muestra en la ecuación 1.11.

$$d(v,w) = \omega(v+w) \quad (1.11)$$

Por ejemplo, la distancia Hamming entre  $v=(1001011)$  y  $w=(1110010)$  es 4 y el peso Hamming de  $(v+w)$  también es 4.

Dado un código bloque  $C$ , se puede calcular la distancia Hamming entre cualquier par de bloques codificados distintos. La distancia mínima de  $C$ , denotada como  $d_{min}$  se define como se indica en la ecuación 1.12.

$$d_{min} \triangleq \min\{d(v,w): v, w \in C, v \neq w\} \quad (1.12)$$

Si  $C$  es un código bloque lineal, la adición de dos bloques codificados es también un bloque codificado. A partir de la ecuación 1.11, la distancia Hamming entre dos bloques codificados en  $C$ , es igual al peso Hamming de un tercer bloque en  $C$ . Entonces a partir de la ecuación 1.12 se obtiene la ecuación 1.13.



$$d_{min} = \min\{\omega(v + w) : v, w \in C, v \neq w\} = \min\{\omega(x) : x \in C, x \neq 0\} \triangleq \omega_{min} \quad (1.13)$$

El parámetro  $\omega_{min}$  es llamado el *peso mínimo* del código lineal  $C$ . Los resultados anteriores permiten mencionar el siguiente teorema:

**Teorema 1.** La distancia mínima de un código bloque lineal es igual a su peso mínimo [2].

#### 1.1.4 Cota o límite de Singleton

La distancia mínima  $d_{min}$  para un código  $(n, k)$  está delimitada por la cota o límite de Singleton, tal como se muestra en la ecuación 1.14.

$$d_{min} \leq n - k + 1 \quad (1.14)$$

Un código  $(n, k)$  que satisface la ecuación 1.14 con la igualdad es llamado código Separable de Distancia Máxima (MDS, *Maximum Distance Separable*), y tiene una distancia Hamming mínima óptima. Un código  $RS(n, k)$  siempre tiene una distancia mínima igual a  $(n - k + 1)$ , y por lo tanto es un código MDS. De esta forma los códigos RS pueden corregir hasta  $t$  errores, tal como se muestra en la ecuación 1.15.

$$t = \left\lfloor \frac{d_{min} - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n - k + 1 - 1}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n - k}{2} \right\rfloor \quad (1.15)$$

En 1964 Singleton demostró que esta era la mejor capacidad de corrección de errores posible para cualquier código de igual longitud y dimensión [3].

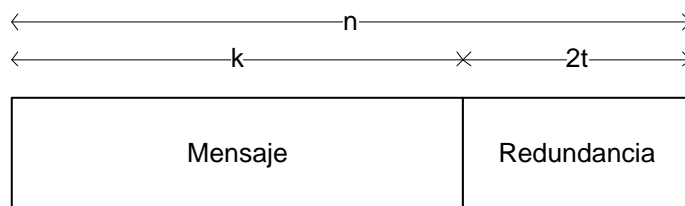
#### 1.1.5 Parámetros de los códigos RS

Un código RS se especifica como  $RS(n, k)$  con símbolos de  $m$  bits. Lo anterior significa que el codificador toma un bloque de  $k$  símbolos de  $m$  bits cada uno, y añade símbolos de redundancia para formar un bloque codificado de  $n$  símbolos, tal como se muestra en la figura 1.2. Existen  $n - k$  símbolos de redundancia de  $m$  bits cada uno. Un decodificador puede corregir hasta  $t$  símbolos que contienen errores en un bloque codificado, donde  $2t = n - k$ .

En general, un código RS definido sobre  $GF(2^m)$  tiene los siguientes parámetros:

Longitud de bloque codificado	$n \leq 2^m - 1$	Símbolos
Longitud de bloque sin codificar	$k = n - 2t$	Símbolos
Longitud de redundancia	$n - k = 2t$	Símbolos
Distancia Hamming mínima	$d_{min} = n - k + 1$	Símbolos
Capacidad de corrección de errores	$t$	Símbolos

**Figura 1.2. Parámetros de los códigos RS.**



La relación entre la longitud del bloque sin codificar y la longitud del bloque codificado se designa como *relación de código o tasa de codificación* y se denota como  $R=k/n$ .

Es importante mencionar que los códigos RS presentan una restricción en la longitud del bloque codificado, de tal forma que si un símbolo consiste de  $m$  bits, entonces la máxima longitud del bloque codificado es  $n=2^m-1$ . Así por ejemplo, la máxima longitud de un código con símbolos de 8 bits ( $m=8$ ) es de 255 símbolos. El número de símbolos redundantes  $2t$  puede tomar cualquier valor. Un código RS, utilizado en sistemas de comunicaciones submarinas, tiene como parámetros  $n=255$  y  $2t=16$ , por lo tanto  $k=n-2t=239$ . En este caso, 16 símbolos de redundancia son calculados por cada bloque de 239 símbolos de datos. El número de símbolos redundantes adicionados es inferior al 7% de los símbolos de datos, y el código es capaz de corregir hasta 8 símbolos que presenten errores en un bloque de 239 símbolos. Este código proporciona una ganancia de codificación cercana a 6 dB, lo que implica una disminución en la BER de  $1 \cdot 10^{-5}$  a  $1 \cdot 10^{-15}$  [4].

### 1.1.6 Códigos RS modificados

En muchas aplicaciones se presentan limitaciones en la longitud permitida del código de control de errores. Por ejemplo, las aplicaciones computacionales suelen utilizar bloques codificados cuyas longitudes son múltiplos de 8. Cuando la longitud del código que se desea utilizar no es la adecuada, se puede recurrir a la perforación (*Puncturing*) o al acortado, las cuales son técnicas de eliminación de símbolos de redundancia o símbolos de mensaje de un bloque codificado.

- Códigos RS perforados

Un código RS es perforado si se borra al menos uno de sus símbolos de redundancia. Un código  $RS(n,k)$  se convierte entonces en un código  $RS(n-1,k)$ , si se elimina uno de sus símbolos de redundancia. El código resultante ya no es cíclico, pero continua siendo MDS [5].

Un codificador puede generar perforaciones para que símbolos de redundancia específicos sean suprimidos a la salida. El decodificador que conoce el patrón de perforado, inserta ceros en las posiciones de perforado y trata estos símbolos como borraduras<sup>1</sup> (*Erasures*).

---

<sup>1</sup> Una borradura es un error cuya posición es conocida.

El perforado tiene el beneficio de lograr tasas de codificación más flexibles, degradando la capacidad de corrección de errores.

- Códigos RS acortados

Un código RS es acortado si en el proceso de codificación se borra al menos uno de sus símbolos de mensaje. Un código  $RS(n,k)$  se transforma entonces en un código  $RS(n-1,k-1)$ . El código resultante generalmente no es cíclico, pero es *MDS*. Por ejemplo, el código  $RS(204,188)$  es una versión acortada de la codificación original  $RS(255,239)$ ; la forma acortada se realiza añadiendo inicialmente 51 símbolos nulos<sup>2</sup> delante de los 188 símbolos de mensaje, con lo que se completan 239 símbolos. Al pasar por el codificador  $RS(255,239)$  se añaden los 16 símbolos de redundancia, para un total de 255 símbolos; finalmente se eliminan los 51 símbolos nulos con lo que resultan los 204 símbolos que se transmiten por cada bloque codificado.

Los códigos acortados dan flexibilidad a la tasa de codificación, sin degradar la capacidad de corrección de errores.

### 1.1.7 Aplicaciones de los códigos RS

Los códigos RS tienen un amplio rango de aplicación en comunicaciones digitales y en sistemas de almacenamiento de información. Han sido utilizados para corregir errores en varios sistemas incluyendo dispositivos de almacenamiento como CDs, DVDs y códigos de barras; sistemas de comunicaciones móviles e inalámbricas tales como la telefonía móvil y los enlaces de microondas, comunicaciones satelitales, tecnologías de comunicación como ADSL y televisión digital. Estos códigos fueron descubiertos en 1959, y han sido desde entonces uno de los más importantes códigos de corrección de errores.

- Disco de audio digital

Con seguridad puede afirmarse que los códigos RS son los más usados en el control de errores a nivel mundial. Esto se debe a que el CD utiliza los códigos RS para la detección y corrección de errores.

Debido a que los códigos RS pueden también corregir borraduras de una manera eficiente, el sistema de Disco Compacto (CD) concatena un par de códigos RS acortados de 32 y 28 símbolos de longitud, conservando la estructura de símbolos de 8 bits. El primer código se utiliza para declarar borraduras, y el segundo código para corregirlas. La longitud de bloque codificado más pequeña permite la implementación de un entrelazado<sup>3</sup> (*Interleaving*) simple, mientras que los símbolos de 8 bits proporcionan protección contra errores en ráfaga.

Las propiedades especiales de los códigos RS logran que la calidad del sonido de los CDs sea óptima, pues la Relación Señal a Ruido (S/N, *Signal to Noise Ratio*) a

---

<sup>2</sup> Un símbolo nulo es un símbolo igual a cero.

<sup>3</sup> En general, se empleará el término *entrelazado* para expresar la alteración del orden original de la secuencia.

la salida supera los 90 dB, a pesar de las imperfecciones del material y daños en la superficie del disco.

- Sistemas de telecomunicaciones del espacio profundo

Los códigos RS han estado presentes en varias misiones de exploración de la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA, *National Aeronautics and Space Administration*) y de la Agencia Espacial Europea (ESA, *European Spacial Agency*). Aunque éstos no fueron una elección obvia para los sistemas de telecomunicaciones del espacio profundo, debido a que el canal de comunicaciones espaciales usualmente no induce errores en ráfaga en los datos transmitidos, pronto se encontró que cuando se concatenan los códigos convolucionales y los códigos RS se pueden alcanzar grandes ganancias de codificación. De esta forma, estos sistemas generalmente utilizan un código convolucional de tasa de codificación 1/2 como código interno, mientras que un código RS con longitud de bloque codificado grande es usado como código externo para corregir errores a la salida del codificador convolucional.

Una de las aplicaciones más conocidas de sistema convolucional/Reed-Solomon concatenados fue la sonda espacial Voyager, una expedición a Urano y a Neptuno, en la cual los códigos RS fueron utilizados en la transmisión de fotografías, proporcionando por primera vez, imágenes muy cercanas de estos planetas que hasta entonces solo era posible visualizar como pequeñas manchas a través de telescopios de gran alcance [6].

### 1.1.8 Algoritmos de decodificación

La decodificación de códigos no binarios requiere encontrar no solo la posición del error sino también su magnitud. A pesar de que se puede recurrir a técnicas convencionales utilizadas para la decodificación de códigos cíclicos, con el paso de los años se han desarrollado mejores algoritmos.

En 1960, Peterson proporcionó la primera descripción explícita de un algoritmo de decodificación para códigos BCH binarios. El algoritmo de solución directa de Peterson es muy útil para corregir un número pequeño de errores, pero es computacionalmente imposible cuando el número de errores incrementa. Reed y Solomon publicaron en ese mismo año un artículo sobre los códigos RS, en el cual describieron un algoritmo de decodificación, el cual resultó también ineficiente para códigos largos, e insuficiente para corregir un número elevado de errores. El algoritmo de Peterson fue mejorado y extendido a los códigos no binarios por Gorenstein y Zierler en 1961, Chien en 1964, y Forney en 1965. Pero no fue sino hasta 1967 cuando Elwyn Berlekamp introdujo el primer algoritmo de decodificación verdaderamente eficiente tanto para códigos BCH binarios como para los no binarios. En 1969 Massey demostró que el problema de la decodificación BCH es equivalente al problema de sintetizar el Registro Retroalimentado de Desplazamiento Lineal (LFSR<sup>4</sup>, *Linear Shift Feedback Register*) más pequeño capaz de generar una

---

<sup>4</sup> Los LFSR son métodos para generar secuencias de números pseudoaleatorios utilizando bits que recorren un arreglo de registros de desplazamiento y que relacionan la salida con la entrada utilizando la operación XOR.

secuencia dada. Massey entonces demostró un algoritmo de decodificación basado en un registro de desplazamiento rápido, para códigos BCH y RS, el cual es equivalente al algoritmo de Berlekamp. En 1975, Sugiyama demostró que el algoritmo Euclidiano puede ser usado para decodificar códigos BCH y RS. Posteriormente, en 1978, Reed demostró que una técnica basada en fracciones continuas y en la teoría de Fermat, resulta en un algoritmo de decodificación rápido para los códigos RS [5].

Los algoritmos más utilizados en la decodificación Reed-Solomon son:

- Algoritmo de Berlekamp-Massey (BMA)

Es un método computacionalmente eficiente para resolver la ecuación clave del proceso de decodificación, en términos del número de operaciones de  $GF(2^m)$ . El BMA es utilizado para simular e implementar decodificadores BCH y Reed-Solomon en software.

- Algoritmo Euclidiano (EA)

Este es un método para resolver la ecuación clave en forma polinómica. Debido a su estructura regular, el EA es ampliamente utilizado en implementaciones hardware de decodificadores BCH y Reed-Solomon.

- Solución directa

Propuesto por Peterson, este método encuentra directamente los coeficientes de la ecuación clave, resolviendo un conjunto de ecuaciones lineales. El termino PGZ (*Peterson-Gorenstein-Zierler*) es usado frecuentemente porque Gorenstein y Zierler aplicaron el método de Peterson para decodificar códigos BCH no binarios (Reed-Solomon). La solución directa es un método que trabaja solo para un número pequeño de errores [7].

El algoritmo de decodificación de PGZ es más complejo que el algoritmo de Peterson, pues para obtener las magnitudes del error, es necesario resolver un sistema de ecuaciones adicional. Es por lo tanto, más limitado en el número de errores que puede corregir, debido a la complejidad de su implementación. Una vez más, el algoritmo de Berlekamp ofrece una alternativa mucho más eficiente para la corrección de un mayor número de errores. En el presente trabajo de grado se realizará la decodificación con el Algoritmo de Berlekamp, utilizando la interpretación de Massey basada en un LFSR.

## 1.2 CODIFICACIÓN REED-SOLOMON

Para entender la codificación Reed-Solomon, primero se debe definir el polinomio generador  $g(X)$ . De forma general, el polinomio  $g(X)$  para un código  $RS(n,k)$  se define en la ecuación 1.16. Los elementos de este polinomio se encuentran en la extensión de campo  $GF(2^m)$  [8].

$$g(X) = (X - \alpha^i)(X - \alpha^{i+1}) \dots (X - \alpha^{i+2t-1}) \quad (1.16)$$

Con  $i=1$ ,

$$g(X) = g_0 + g_1 X + g_2 X^2 + \dots + g_{2t-1} X^{2t-1} + g_{2t} X^{2t}$$

Donde  $i$  puede ser cualquier valor entero; sin embargo, por convención  $i=1$ .

El grado del polinomio generador es igual al número de símbolos de redundancia. Como los códigos RS son un subconjunto de los códigos BCH, la relación entre el grado del polinomio generador y el número de símbolos de redundancia se mantiene, al igual que para los códigos BCH [9]. Dado que el polinomio generador es de grado  $2t$ , deben existir exactamente  $2t$  potencias sucesivas de  $\alpha$ , pues  $\alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{2t}$ , se definen como las raíces del polinomio  $g(X)$ .

Si se considera el código<sup>5</sup> RS(7,3) con capacidad de corrección de error de dos símbolos, se describe entonces el polinomio generador en función de sus  $2t=n-k=4$  raíces, como se muestra en la ecuación 1.17.

$$g(X) = (X - \alpha)(X - \alpha^2)(X - \alpha^3)(X - \alpha^4) \quad (1.17)$$

$$g(X) = X^4 - \alpha^3 X^3 + X^2 - \alpha X + \alpha^3$$

Cambiando el formato, y el signo negativo a positivo, ya que en el campo binario  $1=-1$ ,  $g(X)$  se puede expresar mediante la ecuación 1.18.

$$g(X) = \alpha^3 + \alpha X + X^2 + \alpha^3 X^3 + X^4 \quad (1.18)$$

### 1.2.1 Codificación en forma sistemática

Una vez calculado el polinomio generador, se define la codificación sistemática de un código RS( $n,k$ ) mediante la ecuación 1.19.

$$U(X) = m(X) X^{2t} + [m(X) X^{2t}] \text{mod } g(X) \quad (1.19)$$

Donde  $U(X)$  es el polinomio bloque codificado de grado  $n-1$ ,  $m(X)$  es el polinomio de información de grado  $k-1$ ,  $[m(X) X^{2t}] \text{mod } g(X)$  es el polinomio de redundancia de grado  $n-k-1$ , y  $g(X)$  es el polinomio generador de código de grado  $2t$ . Por lo tanto, el polinomio bloque codificado resultante  $U(X)$  puede escribirse mediante la ecuación 1.20.

$$U(X) = m(X) X^{2t} + p(X) \quad (1.20)$$

Donde  $p(x)$  corresponde a la redundancia [10].

La codificación sistemática implica que, después de la codificación, el bloque codificado resultante es tal que los símbolos de información original se insertan en los coeficientes

---

<sup>5</sup> Este código servirá como ejemplo para todos los procesos de codificación y decodificación de los códigos RS.

de orden superior del bloque codificado y luego se seleccionan los símbolos de redundancia para formar un bloque codificado legítimo  $U(X)$ . Es decir, los símbolos de información se encontrarán en los coeficientes de mayor potencia.

Por lo tanto, al multiplicar  $m(X)X^{n-k}$ , los símbolos de información se desplazan hacia las potencias más altas de  $X$ , de  $n-1$  hasta  $n-k$ . Entonces se deben colocar ceros en las posiciones restantes de las potencias que van desde  $n-k-1$  a 0 [8]. Se considera el siguiente polinomio de información cuyos símbolos son  $\alpha$ ,  $\alpha^3$  y  $\alpha^5$ . Esto se muestra mediante la ecuación 1.21.

$$m(X) = \alpha + \alpha^3 X + \alpha^5 X^2 \quad (1.21)$$

Se realiza el proceso de codificación sistemática, utilizando el código RS(7,3), cuyo polinomio generador  $g(X)$  está dado por la ecuación 1.18. Para ello, primero se multiplica el polinomio de información (en orden ascendente)  $\alpha + \alpha^3 X + \alpha^5 X^2$  por  $X^4$ , dando como resultado  $\alpha X^4 + \alpha^3 X^5 + \alpha^5 X^6$ . A continuación se divide este polinomio de información por el polinomio generador  $g(X)$  de la ecuación 1.18,  $\alpha^3 + \alpha X + X^2 + \alpha^3 X^3 + X^4$ . La división polinómica con coeficientes no binarios es más tediosa que su contraparte binaria, porque las operaciones necesarias de adición (sustracción) y multiplicación (división) deben seguir las reglas de las tablas 1.2 y 1.3, respectivamente. El residuo (o resto) de esta división corresponde al polinomio de redundancia dado por la ecuación 1.22.

$$p(X) = 1 + \alpha^2 X + \alpha^4 X^2 + \alpha^6 X^3 \quad (1.22)$$

Entonces, según la ecuación 1.20, el polinomio bloque codificado se puede escribir como la ecuación 1.23.

$$U(X) = 1 + \alpha^2 X + \alpha^4 X^2 + \alpha^6 X^3 + \alpha X^4 + \alpha^3 X^5 + \alpha^5 X^6 \quad (1.23)$$

Donde los símbolos de datos son los coeficientes de las potencias más altas de  $X$ , es decir, de  $n-1=6$  a  $n-k=4$ ; mientras que los símbolos de redundancia son los coeficientes de las potencias restantes, las cuales van desde  $n-k-1=3$  hasta 0.

Y según la tabla 1.1 el polinomio bloque codificado se puede representar mediante la ecuación 1.24.

$$U(X) = (001) + (100)X + (110)X^2 + (101)X^3 + (010)X^4 + (011)X^5 + (111)X^6 \quad (1.24)$$

Las raíces de un polinomio generador,  $g(X)$ , también deben ser las raíces del bloque codificado generado por  $g(X)$ , porque un bloque codificado válido se representa por medio de la ecuación 1.25.

$$U(X) = m(X)g(X) \quad (1.25)$$

Por lo tanto, un bloque codificado arbitrario, cuando se evalúa en cualquier raíz de  $g(X)$  debe dar cero. Luego, al evaluar el polinomio bloque codificado de la ecuación 1.23, en las cuatro raíces de  $g(X)$  debería dar cero. En otras palabras, esto comprobaría las igualdades de la ecuación 1.26.

$$U(\alpha) = U(\alpha^2) = U(\alpha^3) = U(\alpha^4) = 0 \quad (1.26)$$

Al evaluar cada término se obtienen las ecuaciones 1.27, 1.28, 1.29 y 1.30.

$$U(\alpha) = 1 + \alpha^3 + \alpha^6 + \alpha^9 + \alpha^5 + \alpha^8 + \alpha^{11} \quad (1.27)$$

$$U(\alpha) = 1 + \alpha^3 + \alpha^6 + \alpha^2 + \alpha^5 + \alpha + \alpha^4$$

$$U(\alpha) = 0$$

$$U(\alpha^2) = 1 + \alpha^4 + \alpha^8 + \alpha^{12} + \alpha^9 + \alpha^{13} + \alpha^{17} \quad (1.28)$$

$$U(\alpha^2) = 1 + \alpha^4 + \alpha + \alpha^5 + \alpha^2 + \alpha^6 + \alpha^3$$

$$U(\alpha^2) = 0$$

$$U(\alpha^3) = 1 + \alpha^5 + \alpha^{10} + \alpha^{15} + \alpha^{13} + \alpha^{18} + \alpha^{23} \quad (1.29)$$

$$U(\alpha^3) = 1 + \alpha^5 + \alpha^3 + \alpha + \alpha^6 + \alpha^4 + \alpha^2$$

$$U(\alpha^3) = 0$$

$$U(\alpha^4) = 1 + \alpha^6 + \alpha^{12} + \alpha^{18} + \alpha^{17} + \alpha^{23} + \alpha^{29} \quad (1.30)$$

$$U(\alpha^4) = 1 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^4 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha$$

$$U(\alpha^4) = 0$$

Estos resultados demuestran que un bloque codificado evaluado en cualquier raíz de  $g(X)$  debe dar cero [9].

### 1.3 DECODIFICACIÓN REED-SOLOMON

Una diferencia importante entre la decodificación no binaria y la decodificación binaria, consiste en que en esta última, el decodificador sólo tiene que encontrar las posiciones del error. El conocimiento de que existe un error en una posición determinada implica que el bit debe cambiarse de 1 a 0 o viceversa. Pero cuando se trabaja con símbolos no binarios no basta conocer la posición del error, sino que también se debe determinar el valor correcto del símbolo para esa posición [10].



Por lo tanto, el procedimiento para decodificar los códigos RS consiste en determinar la posición y el valor de los errores en el polinomio recibido  $r(X)$ . Las posiciones son aquellas potencias de  $X$  del polinomio recibido cuyos coeficientes son erróneos. Los valores son símbolos que se agregan al símbolo que se recibió con error para encontrar el símbolo codificado original. Estas posiciones y valores constituyen el polinomio de error.

Después de la codificación de un mensaje dado, el polinomio bloque codificado  $U(X)$ , representado mediante la ecuación 1.31, se transmite y es afectado por ruido, convirtiéndose en un polinomio recibido  $r(X)$ , el cual viene dado por la ecuación 1.32 [9].

$$U(X) = U_{n-1}X^{n-1} + \dots + U_1X + U_0 \quad (1.31)$$

$$r(X) = r_{n-1}X^{n-1} + r_{n-2}X^{n-2} + \dots + r_2X^2 + r_1X + r_0 \quad (1.32)$$

Se supone que  $r(x)$  tiene  $v$  errores, los cuales se producen en las coordenadas  $i_1, i_2, \dots, i_v$ . Se define  $\{e_{iv}\}$  como los valores de error asociados a las posiciones de error  $X_{i_1} = \alpha^{i_1}$ ,  $X_{i_2} = \alpha^{i_2}, \dots, X_{i_v} = \alpha^{i_v}$ . Entonces, el polinomio de error  $e(X)$  puede escribirse mediante la ecuación 1.33.

$$e(X) = e_{i_1}X_{i_1} + e_{i_2}X_{i_2} + \dots + e_{i_v}X_{i_v} \quad (1.33)$$

Los sub-índices 1, 2, ...,  $v$  se refieren a los errores primero, segundo, ...,  $v$ -ésimo, y el sub-índice  $i$  se refiere a la posición del error.

Entonces el bloque codificado recibido con errores,  $r(X)$ , se representa por la adición del polinomio bloque codificado transmitido y el polinomio de error mediante la ecuación 1.34.

$$r(X) = U(X) + e(X) \quad (1.34)$$

### 1.3.1 Cálculo del síndrome

El síndrome es el resultado de una verificación de redundancia efectuada sobre  $r(X)$  para determinar si  $r(X)$  es un miembro válido del bloque codificado establecido [10]. Si en realidad  $r(X)$  es un miembro, el síndrome  $S$  tiene un valor 0. Al igual que en el caso binario, el polinomio de síndrome  $S(X)$  se compone de  $n-k$  símbolos  $\{S_i\}$ , con  $i = 1, \dots, n-k$  como se muestra en la ecuación 1.35.

$$S(X) = \sum_{i=1}^{2t} S_i X^i = S_1X + S_2X^2 + \dots + S_{2t}X^{2t} \quad (1.35)$$

Los valores del síndrome se pueden calcular a partir del polinomio recibido,  $r(X)$ . Este cálculo se facilita por la estructura del código, dada por la ecuación 1.25:

$$U(X) = m(X)g(X)$$

De esta estructura se puede ver que cada polinomio bloque codificado válido  $U(X)$  es un múltiplo del polinomio generador  $g(X)$ . Por lo tanto, las raíces de  $g(X)$  también deben ser

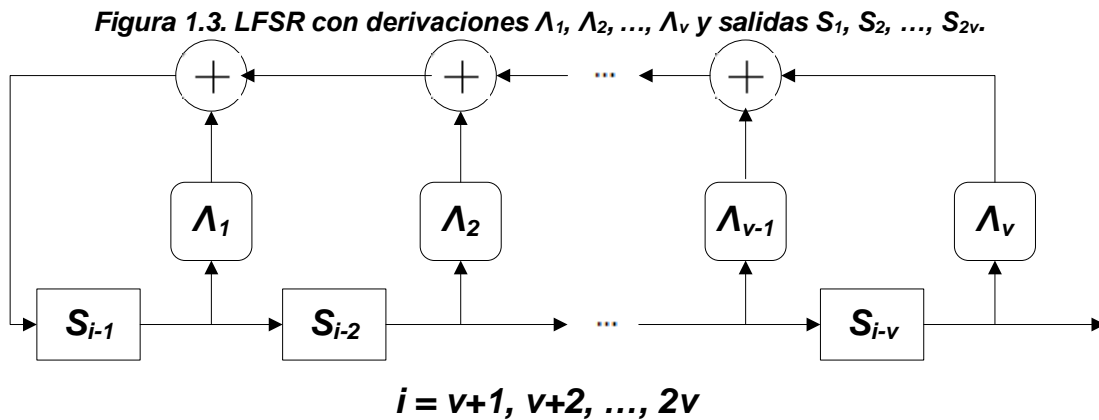
las raíces de  $U(X)$ . Como  $r(X)=U(X)+e(X)$ , entonces  $r(X)$  evaluado en cada una de las raíces de  $g(X)$  debe ser igual a cero cuando se trata de un bloque codificado válido. Por lo tanto, cualquier cálculo que produzca un resultado distinto de cero indica que el bloque codificado contiene errores. El cálculo de un símbolo de síndrome es descrito mediante la ecuación 1.36.

$$S_i = r(\alpha^i), \quad i = 1, \dots, n - k \quad (1.36)$$

Esto indica que si  $r(X)$  es un bloque codificado válido, cada símbolo de síndrome  $S_i$  es igual a 0. De lo contrario, el bloque codificado recibido contiene errores, por lo que se procede a encontrar el polinomio localizador de error utilizando el BMA.

### 1.3.2 Algoritmo de Berlekamp-Massey

El BMA es conocido como un procedimiento iterativo que permite construir la estructura mínima de un LFSR, como el que se muestra en la figura 1.3, que produce la secuencia de síndrome  $S_1, S_2, \dots, S_{2t}$  [7].



El objetivo del BMA es encontrar un polinomio localizador de error  $\Lambda(X)$  de grado mínimo que satisfaga la ecuación 1.37, donde  $L$  es la longitud de este registro de desplazamiento.

$$S_i = -\sum_{j=1}^L \Lambda_j S_{i-j} \quad (1.37)$$

Para  $L=0, 1, \dots, t$ .

El procedimiento que describe el funcionamiento de este algoritmo es el siguiente:

- Para cada  $i$ , empezando con  $i=1$ , se diseña un LFSR de longitud mínima  $\Lambda^{(i)}(x)$  para producir los síndromes  $S_1, S_2, \dots, S_i$ , donde  $\Lambda(x)$  se representa mediante la ecuación 1.38.

$$\Lambda(X) = 1 + \Lambda_1 X + \Lambda_2 X^2 + \dots + \Lambda_v X^v \quad (1.38)$$

Con  $v \leq 2t$ .

La longitud  $L$ , puede ser mayor que el grado de  $\Lambda^{(i)}(X)$ .

- En la iteración  $i$ , se calcula la siguiente salida del  $(i-1)$ -ésimo LFSR, para obtener la siguiente estimación del  $i$ -ésimo síndrome mediante la ecuación 1.39.

$$\hat{S}_i = - \sum_{j=1}^{L_{i-1}} \Lambda_j^{(i-1)} S_{i-j} \quad (1.39)$$

- A continuación se resta el  $\hat{S}_i$  estimado al síndrome de salida deseado  $S_i$ , para obtener una cantidad de error  $\Delta_i$  que es llamada la discrepancia  $i$ -ésima, la cual se representa mediante la ecuación 1.40.

$$\Delta_i = S_i - \hat{S}_i = S_i + \sum_{j=1}^{L_{i-1}} \Lambda_j^{(i-1)} S_{i-j} \quad (1.40)$$

- Si  $\Delta_i = 0$ , entonces  $\Lambda^{(i)}(X) = \Lambda^{(i-1)}(X)$  y  $L_i = L_{i-1}$ . De esta manera se completa la iteración  $i$ -ésima.

Pero, si  $\Delta_i \neq 0$ , el LFSR se modifica utilizando la ecuación 1.41.

$$\Lambda^{(i)}(X) = \Lambda^{(i-1)}(X) + \Delta_i A(X) = \sum_{j=0}^{L_j} (\Lambda_j^{(i-1)} + \Delta_i \alpha_j) X^j \quad (1.41)$$

Donde,

$$A(X) = \sum_{j=0}^{L_i} \alpha_j X^j \quad (1.42)$$

La longitud de  $A(X)$  es  $L_u + i - u$ . Esta longitud es mínima si  $i - u$  tiene el menor valor. Esto ocurre solo si  $u$  es el valor más próximo a  $i$ , siempre y cuando  $u < i$ , tal que  $\Delta_u \neq 0$  y  $L_u > L_{u-1}$  [11].

Este procedimiento del BMA se representa a través del diagrama de flujo de la figura 1.4.

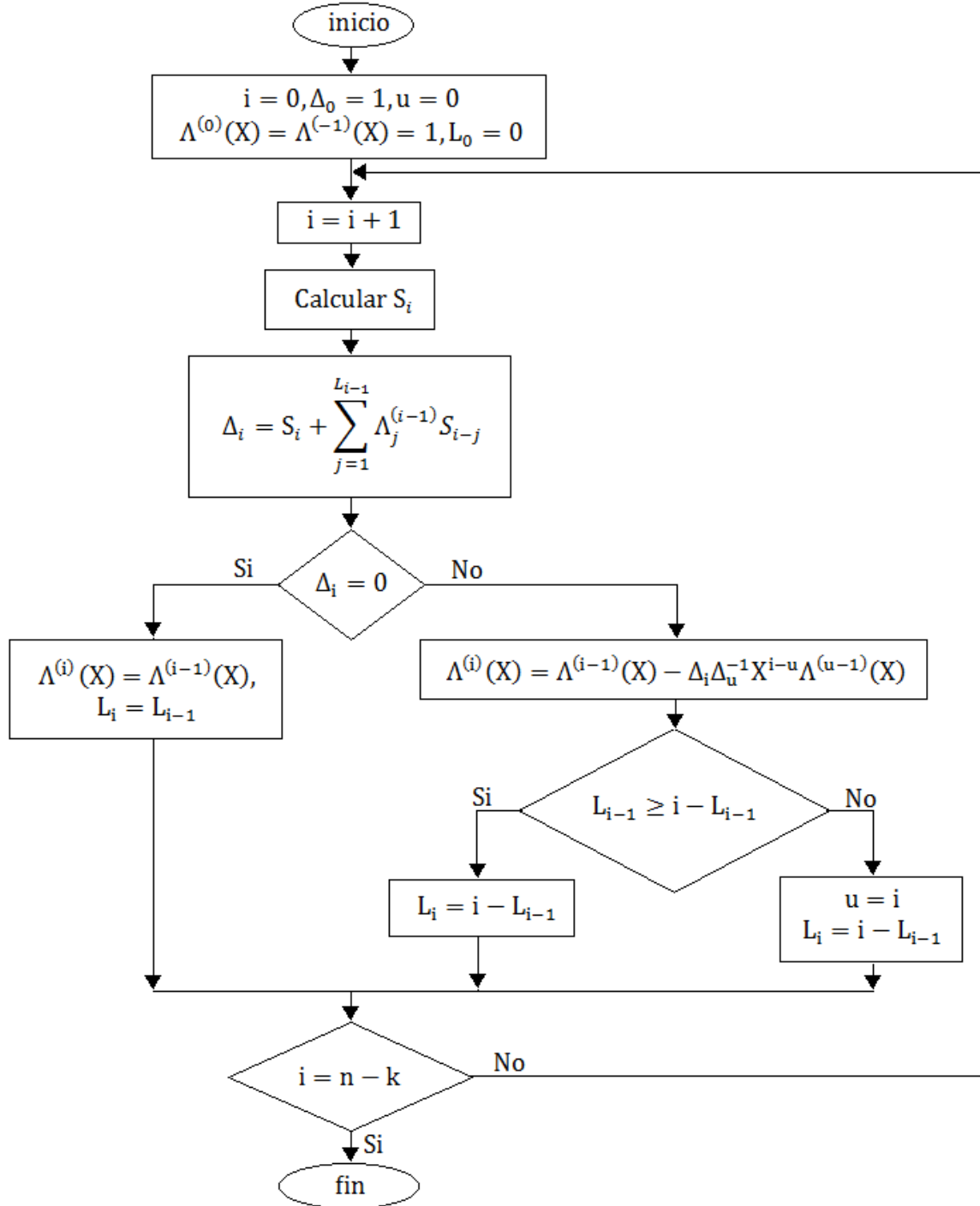
El BMA permite encontrar el polinomio localizador de error  $\Lambda(X)$ , el cual se definió en la ecuación 1.38 para el caso de  $v$  errores como:

$$\Lambda(X) = 1 + \Lambda_1 X + \Lambda_2 X^2 + \dots + \Lambda_v X^v$$

Entonces, se puede calcular el polinomio valor de error mediante la ecuación 1.43.

$$\Omega(X) = \Lambda(X) [1 + S(X)] \bmod X^{2t+1} \quad (1.43)$$

Figura 1.4. Diagrama de flujo del algoritmo de Berlekamp Massey [11].



La ecuación 1.43 se reduce a la siguiente ecuación clave, que relaciona los valores de síndrome conocidos, con el polinomio localizador de error y el polinomio valor de error. Esto se representa mediante la ecuación 1.44.

$$\Lambda(X)[1+S(X)] = \Omega(X) \bmod X^{2t+1} \quad (1.44)$$

Posteriormente, se utiliza el algoritmo de Forney para encontrar los valores de error, mediante la ecuación 1.45 [5].

$$e_{ik} = \frac{-X_k \Omega(X_k^{-1})}{\Lambda'(X_k^{-1})} \quad (1.45)$$

Donde  $\Lambda'(X_k^{-1})$  representa la derivada formal de  $\Lambda(X_k^{-1})$ . Para entender este concepto, se debe considerar el polinomio de grado  $z$  definido sobre  $GF(2^m)$  y escrito mediante la ecuación 1.46.

$$u(X) = u_z X^z + u_{z-1} X^{z-1} + \dots + u_2 X^2 + u_1 X + u_0 \quad (1.46)$$

Entonces, se puede definir  $u'(x)$  mediante la ecuación 1.47.

$$u'(X) = z u_z X^{z-1} + (z-1) u_{z-1} X^{z-2} + \dots + u_5 X^4 + u_3 X^2 + u_1 \quad (1.47)$$

$$u'(X) = \sum_{j=0}^z (j u_j) X^{j-1}$$

Donde  $ju_j=0$  cuando  $j$  es par y  $ju_j=u_j$  cuando  $j$  es impar [1] [8].

Con estos valores, se construye el polinomio de error  $e(X)$  descrito anteriormente en la ecuación 1.33 y se encuentra el bloque codificado corregido mediante el polinomio  $c(X)$ , tal como se muestra en la ecuación 1.48.

$$c(X) = r(X) + e(X) \quad (1.48)$$

A manera de ejemplo, se considera el código RS(7,3) definido sobre  $GF(2^3)$ , y se supone que el vector recibido con errores se representa mediante la ecuación 1.49.

$$r = (1, \alpha^2, \alpha^4, 1, \alpha^6, \alpha^3, \alpha^5) \leftrightarrow r(X) = 1 + \alpha^2 X + \alpha^4 X^2 + X^3 + \alpha^6 X^4 + \alpha^3 X^5 + \alpha^5 X^6 \quad (1.49)$$

Mediante la ecuación 1.36 se calculan los  $n-k=4$  síndromes, los cuales se indican en las ecuaciones 1.50, 1.51, 1.52 y 1.53.

$$S_i = r(\alpha^i) = 1 + \alpha^2(\alpha^i) + \alpha^4(\alpha^i)^2 + (\alpha^i)^3 + \alpha^6(\alpha^i)^4 + \alpha^3(\alpha^i)^5 + \alpha^5(\alpha^i)^6$$

$$S_1 = r(\alpha) = 1 + \alpha^3 + \alpha^6 + \alpha^3 + \alpha^{10} + \alpha^8 + \alpha^{11} \quad (1.50)$$

$$S_1 = 1 + \alpha^3 + \alpha^6 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha + \alpha^4$$

$$S_1 = \alpha^3$$

$$S_2 = r(\alpha^2) = 1 + \alpha^4 + \alpha^8 + \alpha^6 + \alpha^{14} + \alpha^{13} + \alpha^{17} \quad (1.51)$$

$$S_2 = 1 + \alpha^4 + \alpha + \alpha^6 + 1 + \alpha^6 + \alpha^3$$

$$S_2 = \alpha^5$$

$$S_3 = r(\alpha^3) = 1 + \alpha^5 + \alpha^{10} + \alpha^9 + \alpha^{18} + \alpha^{18} + \alpha^{23} \quad (1.52)$$

$$S_3 = 1 + \alpha^5 + \alpha^3 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^4 + \alpha^2$$

$$S_3 = \alpha^6$$

$$S_4 = r(\alpha^4) = 1 + \alpha^6 + \alpha^{12} + \alpha^{12} + \alpha^{22} + \alpha^{23} + \alpha^{29} \quad (1.53)$$

$$S_4 = 1 + \alpha^6 + \alpha^5 + \alpha^5 + \alpha + \alpha^2 + \alpha$$

$$S_4 = 0$$

Reemplazando estos síndromes en la ecuación 1.35 se construye el polinomio de síndrome  $S(X)$ , dando lugar a la ecuación 1.54.

$$S(X) = \alpha^3 X + \alpha^5 X^2 + \alpha^6 X^3 \quad (1.54)$$

Los resultados confirman que el bloque codificado recibido contiene errores, ya que  $S \neq 0$ .

Una vez que se conocen los símbolos de síndrome, se utiliza el BMA para encontrar el polinomio localizador de error que satisface la ecuación clave 1.44.

$$\Lambda(X) [1 + S(X)] = \Omega(X) \text{ mod } X^{2t+1}$$

**Tabla 1.4. Resumen de las etapas del algoritmo de Berlekamp-Massey.**

$i$	$S(X)$	$\Lambda^{(i)}(X)$	$\Delta^{(i)}$	$L_i$	$U$
0	-	1	1	0	0
1	$\alpha^3$	$1 + \alpha^3 X$	$S_1 = \alpha^3$	1	1
2	$\alpha^5$	$1 + \alpha^2 X$	$S_2 + \alpha^6 = \alpha$	1	1
3	$\alpha^6$	$1 + \alpha^2 X + \alpha^6 X^2$	$S_3 + 1 = \alpha^2$	2	3
4	0	$1 + \alpha^6 X + X^2$	$S_4 + \alpha^2 = \alpha^2$	2	-

De la tabla 1.4, se obtiene el polinomio localizador de error  $\Lambda(X)$  y se factoriza con el fin de encontrar las posiciones de error. Esto se muestra en la ecuación 1.55.

$$\Lambda(X) = 1 + \alpha^6 X + X^2 = (1 + \alpha^3 X)(1 + \alpha^4 X) \quad (1.55)$$

Esto muestra que se tienen dos símbolos con errores en las posiciones  $X_1 = \alpha^3$  y  $X_2 = \alpha^4$ . Este número de errores corresponde a la capacidad máxima de corrección de errores del código.

Al reemplazar las ecuaciones 1.54 y 1.55 en la ecuación 1.43, se puede calcular el polinomio valor de error  $\Omega(x)$  mediante la ecuación 1.56.

$$\Omega(X) = (1 + \alpha^6 X + X^2)(1 + \alpha^3 X + \alpha^5 X^2 + \alpha^6 X^3) \bmod X^5 \quad (1.56)$$

$$\Omega(X) = 1 + \alpha^4 X + \alpha X^2$$

Usando la ecuación 1.45 se encuentran los valores de error, teniendo en cuenta que las posiciones de error son  $X_1 = \alpha^3$  y  $X_2 = \alpha^4$ . Los valores de error  $e_3$  y  $e_4$  se indican en las ecuaciones 1.57 y 1.58 respectivamente.

$$e_3 = \frac{X_1 \Omega(X_1^{-1})}{\Lambda'(X_1^{-1})} = \frac{\alpha^3 \left[ 1 + \alpha^4 (\alpha^3)^{-1} + \alpha (\alpha^4)^{-2} \right]}{\alpha^6} = \frac{\alpha^3 (1 + \alpha^4 \alpha^4 + \alpha \alpha)}{\alpha^6}$$

$$e_3 = \alpha^2 \quad (1.57)$$

$$e_4 = \frac{X_2 \Omega(X_2^{-1})}{\Lambda'(X_2^{-1})} = \frac{\alpha^4 \left[ 1 + \alpha^4 (\alpha^4)^{-1} + \alpha (\alpha^4)^{-2} \right]}{\alpha^6} = \frac{\alpha^3 (1 + \alpha^4 \alpha^3 + \alpha \alpha^6)}{\alpha^6}$$

$$e_4 = \alpha^5 \quad (1.58)$$

Entonces, utilizando la ecuación 1.33 se obtiene el polinomio de error  $e(X)$  que se muestra en la ecuación 1.59 [9].

$$e(X) = \alpha^2 X^3 + \alpha^5 X^4 = (100)X^3 + (111)X^4 \quad (1.59)$$

Indicando que un símbolo de redundancia ha sido afectado con un bit erróneo (visto como  $\alpha^2$ ) y un símbolo de datos ha sido afectado con tres bits erróneos (visto como  $\alpha^5$ ).

Finalmente, se reemplazan las ecuaciones 1.49 y 1.59 en la ecuación 1.48 y se construye el bloque codificado corregido  $c(X)$  mediante la ecuación 1.60.

$$c(X) = 1 + \alpha^2 X + \alpha^4 X^2 + X^3 + \alpha^6 X^4 + \alpha^3 X^5 + \alpha^5 X^6 + \alpha^2 X^3 + \alpha^5 X^4 \quad (1.60)$$

$$c(X) = 1 + \alpha^2 X + \alpha^4 X^2 + \alpha^6 X^3 + \alpha X^4 + \alpha^3 X^5 + \alpha^5 X^6$$

Y la representación de sus símbolos según la tabla 1.1 corresponde a la ecuación 1.61.

$$c(X) = (001) + (100)X + (110)X^2 + (101)X^3 + (010)X^4 + (011)X^5 + (111)X^6 \quad (1.61)$$

Dado que los  $k=3$  símbolos más a la derecha de  $c(X)$  constituyen los símbolos del mensaje ( $\alpha$ ,  $\alpha^3$  y  $\alpha^5$ ), se tiene que el mensaje decodificado es exactamente igual al mensaje que se escogió anteriormente (ecuación 1.21). Además, con este ejemplo se verifica la capacidad de corrección de errores de un código RS(7,3), pues se han corregido  $t=2$  errores.

#### 1.4 CAPACIDAD DE CORRECCIÓN DE ERRORES DE LOS CODIGOS RS

Como se indicó en la ecuación 1.15, un decodificador RS puede detectar y corregir hasta  $t=(n-k)/2$  símbolos incorrectos, siendo  $n-k$  el número de símbolos redundantes en el bloque codificado. El decodificador utiliza 2 símbolos redundantes para corregir cada error: uno de ellos es utilizado para la detección y localización del error, y el otro símbolo redundante se utiliza para la identificación del valor exacto de ese error.

La probabilidad de un bloque no corregible  $P_{UE}$  está dada por la ecuación 1.62 [12].

$$P_{UE} = \frac{\text{Número de bloques codificados no corregibles}}{\text{Número de bloques codificados transmitidos}} \quad (1.62)$$

Un bloque no corregible ocurre cuando más de  $t$  símbolos recibidos son erróneos en un bloque dado. Cuando esto sucede, el decodificador realiza una de dos acciones: el bloque recibido es reconocido como no corregible, se declara el fallo de decodificación, es decir, el decodificador detecta que no puede recuperar el mensaje de información original y señala este hecho, por lo que entrega el bloque decodificado sin cambios (error reconocido); o el patrón de errores es asumido por el decodificador como corregible, y el decodificador recupera un mensaje de información incorrecto (error de decodificación). Cuando un error de decodificación ocurre, el bloque es decodificado de forma incorrecta, perdiendo la fiabilidad sobre los datos de todo el bloque. Por lo tanto, estos errores, cuando ocurren, invalidan o anulan bloques completos de datos. La probabilidad de un error de decodificación  $P_{DE}$  se trata por separado en la sección 1.4.1.

Un parámetro importante en la determinación de  $P_{UE}$  es la probabilidad de error de símbolo sobre el canal  $P_{SE}$ , la cual está dada por la ecuación 1.63 y representa la probabilidad de que el canal cambie un símbolo durante la transmisión del mensaje.

$$P_{SE} = \frac{\text{Número de símbolos erróneos}}{\text{Número de símbolos transmitidos}} \quad (1.63)$$

Una expresión para la probabilidad de un bloque no corregible  $P_{UE}$  está dada según la ecuación 1.64, la cual muestra la forma de calcular la probabilidad de un bloque no corregible  $P_{UE}$  para un canal que produce errores de símbolo. En la ecuación 1.64 se



asume que los errores de símbolo son independientes y que ninguna información respecto a la posición de los mismos está disponible [12].

$$P_{UE} = 1 - \sum_{i=0}^t \binom{n}{i} (P_{SE})^i (1 - P_{SE})^{n-i} \quad (1.64)$$

En la ecuación 1.64,  $n$  es el número de símbolos por bloque codificado y  $\binom{n}{i}$  es el coeficiente binomial.

Utilizando los parámetros típicos se calcula la capacidad de los códigos RS. Sustituyendo  $n=255$ ,  $t=5$  y  $P_{SE}=10^{-3}$  en la ecuación 1.64, se obtiene  $P_{UE}$  igual a  $3 \cdot 10^{-7}$ . Esto demuestra que al utilizar estos códigos, el desempeño mejora en más de tres órdenes de magnitud.

Una  $P_{UE}$  de  $3 \cdot 10^{-7}$  significa que por cada  $1/(3 \cdot 10^{-7})$  o  $(3.3 \cdot 10^6)$  bloques codificados transmitidos en promedio, uno de ellos será no corregible.

A partir de la probabilidad de error de símbolo  $P_{SE}$ , se determina la probabilidad de error de bit  $P_B$  para un determinado canal. Asumiendo errores de bit puramente aleatorios, la  $P_{SE}$  y la  $P_B$  se relacionan mediante la ecuación 1.65.

$$P_{SE} = 1 - (1 - P_B)^m \quad (1.65)$$

Donde,  $m$  es el número de bits por símbolo.

#### 1.4.1 Probabilidad de un error de decodificación

Un error de decodificación es el nombre dado a una operación errada de Detección y Corrección de Errores (EDAC, *Error Detection And Correction*). En un error de decodificación, el bloque recibido contiene una combinación de errores tal que el decodificador recupera un mensaje de información incorrecto.

Sea  $e$  el número de errores de posición desconocida en el bloque mensaje recibido, y  $E$  el número de borraduras de posición conocida, y si se cumple la desigualdad dada en la ecuación 1.66, entonces cualquier código bloque lineal, como un código RS, puede perfectamente decodificar y reconstruir el mensaje original transmitido. Si hay más errores y esta condición no se cumple, puede ocurrir una de las dos situaciones mencionadas en la sección 1.4.

$$2e + E \leq d_{\min} - 1 = n - k \quad (1.66)$$

La probabilidad condicional de un error de decodificación dada la ocurrencia de un bloque no corregible,  $P_{DE|UE}$ , está dada por las ecuaciones 1.67 y 1.68 [12]. La ecuación 1.67 se utiliza si al realizar la operación  $d_{\min} - E - 1$ , se obtiene un resultado par; mientras que la ecuación 1.68 se utiliza si el resultado de esta misma operación es impar.

$$P_{DE|UE} \leq \frac{1}{\left(\frac{d_{\min} - E - 1}{2}\right)!} \quad (1.67)$$

$$P_{DE|UE} \leq \frac{1}{\left(\frac{d_{\min} - E - 1}{2}\right)! (2^m - 1)} \quad (1.68)$$

Si  $(d_{\min} - E - 1)/2$  no es un número entero, entonces se utiliza el entero inmediatamente menor que  $(d_{\min} - E - 1)/2$ .

Suponiendo que no hay borraduras, para el código RS(255,235) donde  $d_{\min} = 21$  y  $(d_{\min} - E - 1) = 20$ , y reemplazando en la ecuación 1.67,  $P_{DE|UE}$  está dada por la ecuación 1.69.

$$P_{DE|UE} \leq \frac{1}{10!} = 2.8 \times 10^{-7} \quad (1.69)$$

Con una borradura,  $(d_{\min} - E - 1) = 21 - 1 - 1 = 19$ , y utilizando la ecuación 1.68,  $P_{DE|UE}$  está dada por la ecuación 1.70.

$$P_{DE|UE} \leq \frac{1}{9!(255)} = 1.1 \times 10^{-8} \quad (1.70)$$

Sin embargo, según la ecuación 1.66 y utilizando el código RS(255,235), con una borradura tan sólo se pueden corregir nueve errores, mientras que sin borraduras se pueden corregir hasta diez errores.

La probabilidad de mayor interés es la probabilidad de un error de decodificación  $P_{DE}$ , la cual se encuentra mediante la ecuación 1.71.

$$P_{DE} = (P_{DE|UE})(P_{UE}) \quad (1.71)$$

La  $P_{DE}$  también se puede expresar como se indica en la ecuación 1.72.

$$P_{DE} \leq \frac{1}{t!} \times P_{UE} \quad (1.72)$$

Estos resultados indican que cuando se utiliza codificación Reed-Solomon, menos de uno de cada millón de bloques no corregibles no será reconocido como tal. Por lo tanto, incluso si el decodificador no puede reconstruir el mensaje correctamente, éste casi siempre determina que hubo un problema, y establece la bandera de "no corregible". Esta capacidad es una característica útil de los códigos bloque lineales en general, entre ellos los códigos RS.

Para  $t \geq 8$  y  $n \geq 5t$ , la probabilidad de errores de decodificación es mucho menor que la probabilidad de errores de transmisión, y por lo tanto, es despreciable. Se ha comprobado

por resultados de simulación que esta aproximación es válida, ya que todos los errores del bloque codificado corresponden a errores de transmisión y no a errores de decodificación [13].

## 1.5 PARÁMETROS DE DESEMPEÑO DE LOS CÓDIGOS RS

Esta sección menciona los parámetros que determinan el desempeño de los códigos RS y muestra los resultados obtenidos por medio del método "Theoretical" de BERTool para un sistema de comunicación con Modulación por Desplazamiento de Frecuencia (FSK, *Frequency Shift Keying*), canal con Ruido Gaussiano Blanco Aditivo (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*), y codificación Reed-Solomon. Este método se utilizó con el fin de obtener resultados teóricos del desempeño de un sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon, además de apreciar el comportamiento del sistema cuando varían cada uno de los parámetros de desempeño de los códigos RS, lo que permitió seleccionar los códigos que fueron implementados en el sistema de comunicación de datos vía radio.

Dado que los códigos RS pertenecen a la familia de los códigos bloque, y como se mencionó anteriormente estos operan con símbolos, su desempeño puede ser evaluado desde diferentes perspectivas o funcionalidades:

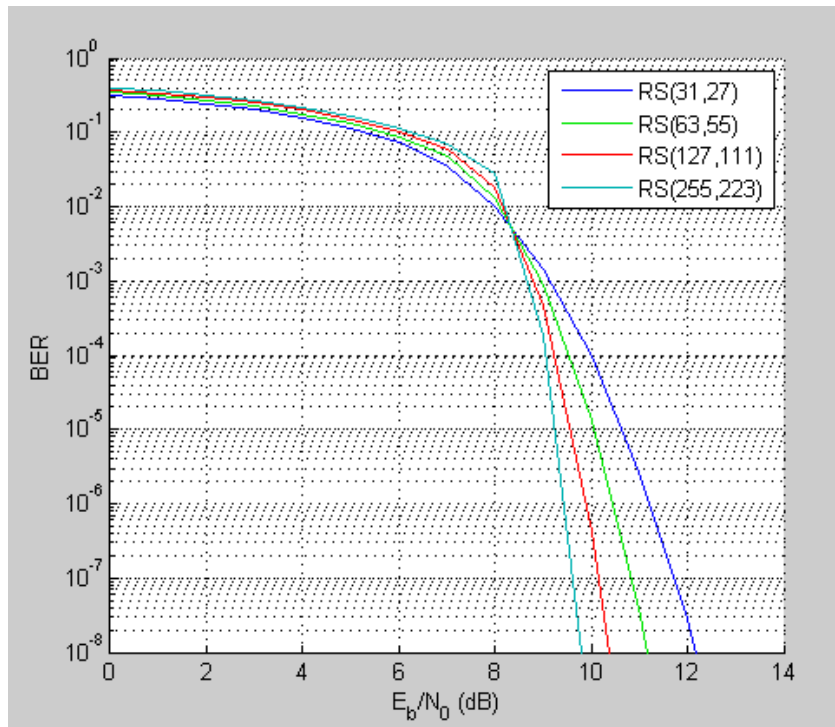
- En función de su tamaño. Al aumentar la longitud del bloque codificado  $n$ , los códigos RS se vuelven más eficientes, pues el ruido recibido es promediado a través de un mayor periodo de tiempo, lo que aparentemente reduce el efecto del ruido. Esto se visualiza en la figura 1.5, donde la tasa de codificación se mantuvo constante en 0.87, mientras se aumentó el tamaño del bloque codificado desde  $n=31$  símbolos (con  $m$  igual a 5 bits por símbolo) hasta  $n=255$  (con  $m$  igual a 8 bits por símbolo). Por lo tanto, el tamaño del bloque codificado  $n$  aumentó desde 155 bits hasta 2040 bits.
- En función de la redundancia  $n-k$ . Una mayor redundancia implica una menor tasa de codificación  $k/n$ . El beneficio que se obtiene es el mismo que al incrementar la longitud del bloque codificado  $n$ , logrando una reducción de la Tasa de Error de Bit (BER) tal como se muestra en la figura 1.6, donde la longitud de bloque codificado  $n$  se mantuvo constante en 255 símbolos, mientras se decrementó la longitud de bloque sin codificar desde  $k=251$  símbolos hasta  $k=223$  símbolos, por lo tanto la redundancia aumentó desde 4 símbolos hasta 32 símbolos respectivamente. Sin embargo se debe tener en cuenta que las implementaciones que utilizan un mayor número de símbolos de redundancia, crecen en complejidad y disminuyen la eficiencia en cuanto al transporte de información de usuario.
- En función de la tasa de codificación  $k/n$ . Una variación de la tasa de codificación desde 0 hasta 1, permite observar el comportamiento que se presenta en la figura 1.7 para una clase de códigos RS(63, $k$ ). Cuando la tasa de codificación es cercana a 1, la codificación Reed-Solomon no logra mejorar el desempeño del sistema de comunicación, ya que el error puede no ser corregido o la capacidad de corrección de errores  $t$  es muy limitada e insuficiente para superar el ruido.

Por otro lado, al disminuir la tasa de codificación  $k/n$  de tal forma que se aproxime a cero, y en consecuencia aumentar la redundancia, podría pensarse que el desempeño del sistema mejora; sin embargo esto no se cumple en un sistema de comunicación real.

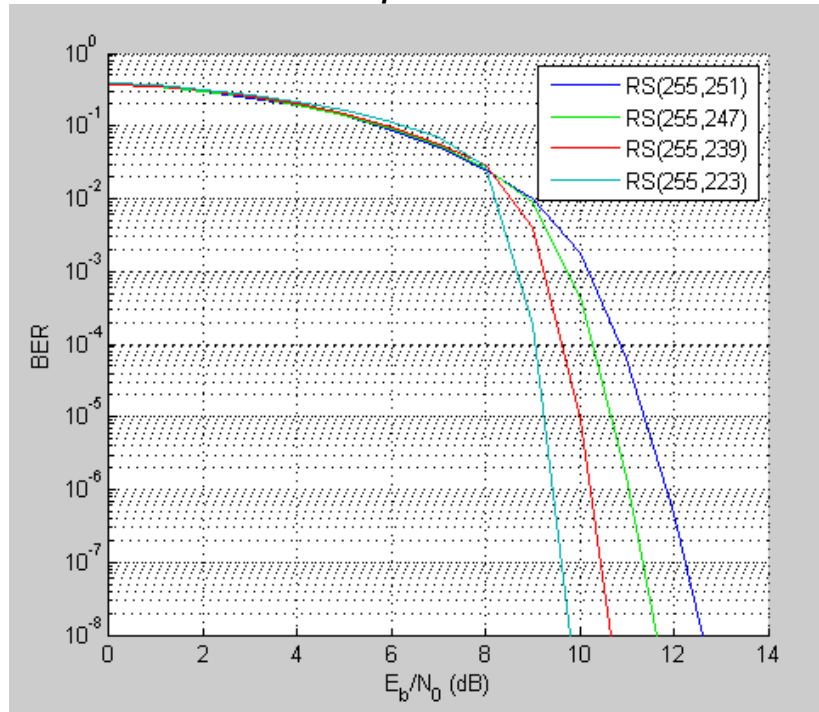
La degradación en el desempeño del sistema de comunicación para tasas de codificación bajas se explica en función de dos procesos que tienen lugar en la transmisión de datos: la codificación y la modulación. El proceso que mejora el desempeño es la codificación, a mayor redundancia, mayor será la capacidad de corrección de errores del código. Mientras que el proceso que degrada el desempeño es la modulación, debido a que un aumento en la redundancia implica una reducción de la energía por símbolo, lo que a su vez causa un mayor número de errores en el proceso de demodulación. Finalmente el número de errores ocurridos en la demodulación es superior a la capacidad de corrección de errores del código, por lo tanto con tasas de código muy bajas, el sistema sufre degradación en el desempeño.

Esto se aprecia en la figura 1.7, donde el desempeño del sistema mejora a medida que aumenta la capacidad de corrección de errores  $t$ , desde  $t=1$  hasta  $t=8$ . Los códigos utilizados para  $t=1$  y  $t=8$  fueron RS(63,61) y RS(63,47) con tasas de codificación de 0.96 y 0.74 respectivamente. Sin embargo, para  $t=28$ , que corresponde al código RS(63,7) con tasa de codificación igual a 0.11, para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $1 \cdot 10^{-5}$  se requieren aproximadamente 4.5 dB más de relación  $E_b/N_0$  en comparación con el caso  $t=8$ .

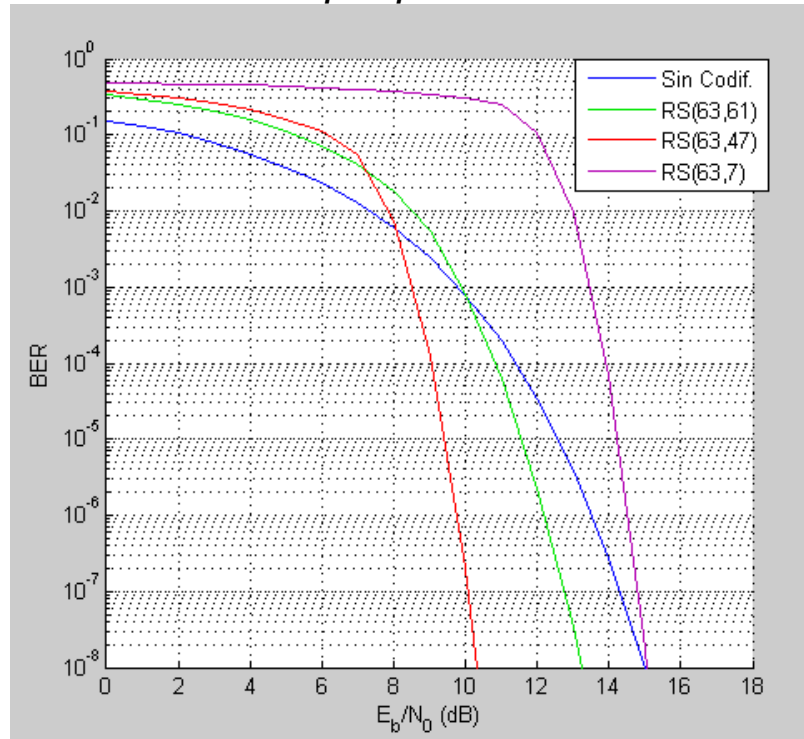
**Figura 1.5. Curvas teóricas de desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ .**



**Figura 1.6. Curvas teóricas de desempeño en función de la redundancia.**

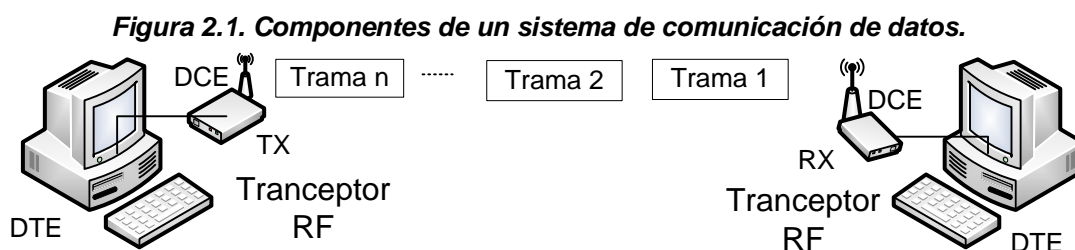


**Figura 1.7. Curvas teóricas de desempeño para diferentes tasas de codificación.**



## 2. EL PROTOCOLO DE COMUNICACIÓN DE DATOS

En comunicaciones digitales, la transmisión de información se refiere al intercambio de datos (en forma de bits) entre dos dispositivos o equipos terminales, separados por una distancia considerable, utilizando un medio de transmisión. Para que este intercambio de información sea posible, el sistema de comunicación de datos debe estar formado por cinco componentes, como se ilustra en la figura 2.1.



Estos componentes son:

1. Mensaje: información a comunicar. En otras palabras se refiere a los datos.
2. Emisor: equipo terminal que envía el mensaje.
3. Receptor: equipo terminal que recibe el mensaje.
4. Medio de transmisión: camino físico por el cual viaja el mensaje del emisor al receptor.
5. Protocolo: conjunto de reglas que rigen la transmisión de los datos. Constituye un acuerdo entre dos equipos terminales que desean comunicarse. Sin un protocolo, dos equipos terminales no pueden comunicarse aunque se encuentren conectados [14].

Este capítulo se centra en estudiar el protocolo de comunicación, el cual consta de tres elementos clave:

- Sintaxis: describe la estructura de los datos, es decir el orden en el que estos se presentan.
- Semántica: se refiere al significado de cada sección de bits.
- Temporización: define la rapidez y el momento en el cual se deben enviar los datos.

Según esto, los protocolos de comunicación se asemejan a programas (software) que se instalan tanto en el terminal de origen como en el de destino, los cuales adicionan una

serie de datos de control a la información que se desea transmitir [15]. Estos datos de control se agregan en el transmisor y se eliminan en el receptor y se utilizan para controlar la transferencia de la información [16].

Entre los objetivos que deben cumplir los protocolos se tiene que los más importantes son:

- Utilizar el canal de comunicaciones con la mayor eficiencia posible, en cuanto al transporte de información de usuario.
- Asegurar la integridad y secuencia correcta de los datos.
- Permitir la operación de comunicaciones punto a punto y multipunto.
- Ser independiente del modo de operación del canal de comunicaciones y de las características de transmisión.
- Presentar condiciones de transparencia, ante cualquier secuencia de bits que se transmitan por el canal.

Para lograr estos objetivos los protocolos ejecutan las siguientes acciones:

- Control de flujo de los datos hacia la estación receptora.
- Control de la actividad en el canal de comunicaciones para identificar la siguiente estación que realizará una intervención.
- Verificar que la información recibida se encuentre libre de errores.
- Envío de bloques de datos en forma transparente, es decir, en forma independiente del código que se utiliza en la transmisión.
- Encaminamiento de los datos hacia la estación receptora.

Se debe tener en cuenta que los protocolos de comunicaciones se pueden clasificar en: protocolos orientados a carácter y orientados a bit.

Técnicamente, en un protocolo orientado a carácter la información está organizada generalmente en tramas<sup>6</sup> cuyos campos están delimitados por caracteres correspondientes a un determinado código, normalmente Código Estándar Americano para el Intercambio de Información (ASCII, *American Standard Code for Information Interchange*). Usualmente cuentan con un sistema de detección de errores a nivel de cada bloque<sup>7</sup>. Con respecto a la información de control, esta suele estar codificada en los mismos códigos de control del alfabeto de comunicaciones que utilizan. Este tipo de protocolo emplea tramas multiformato que en general son menos eficientes para lograr una transmisión transparente y requieren mecanismos más complejos para, por ejemplo,

---

<sup>6</sup> La trama corresponde a un bloque de información subdividido en diferentes campos, los cuales se utilizan para determinadas tareas.

<sup>7</sup> Un bloque hace referencia a un conjunto de caracteres o bits que se agrupan por razones técnicas para ser transmitidos como una unidad.

diferenciar cuándo un carácter que se encuentra en el campo de información es un dato o un comando de control [17]. Además, si el protocolo trabaja con un código de 8 bits por carácter, la trama debe tener un número de bits múltiplo de 8.

En un protocolo orientado a bit la información también está constituida en tramas, y la información se transmite bit a bit. En una trama de un protocolo orientado a bit, el número de N bits que la componen puede ser un número arbitrario, pues este tipo de protocolo es independiente del código que se esté usando y a diferencia del caso anterior, para la información de control no se utilizan caracteres de ningún alfabeto, sino que se codifican en determinada posición de la trama. Este tipo de protocolos emplea tramas monoformato y en general es más eficiente para lograr una transmisión transparente.

Debido a lo mencionado anteriormente, los protocolos orientados a bit prevalecen en la industria y son la base para la mayoría de los protocolos de enlace que se utilizan en la actualidad. Por lo tanto, para el caso de este trabajo de grado, interesan los protocolos orientados a bit.

## 2.1 PROTOCOLOS ORIENTADOS A BIT

Esta familia de protocolos es la más utilizada en transmisión de datos. En estos protocolos la información se puede transmitir en secuencias de bits de cualquier longitud, pues el control se hace bit a bit. Sin embargo, consideraciones de tipo instrumental y tecnológico requieren que la longitud de una secuencia de bits sea un múltiplo entero de un byte [18].

Las características de estos protocolos son las siguientes:

- Permiten operar en modo full dúplex.
- Brindan protección contra el ruido.
- Tienen un único formato tanto para sus estructuras de control como para las estructuras de datos.
- Tienen una gran transparencia y eficiencia en la transmisión de datos.

El formato de trama de un protocolo orientado a bit se muestra en la figura 2.2.

**Figura 2.2. Estructura general de la trama.**

<b>Bandera</b>	<b>Dirección</b>	<b>Control</b>	<b>Datos</b>	<b>FCS</b>	<b>Bandera</b>
----------------	------------------	----------------	--------------	------------	----------------

Esta trama contiene 5 campos, los cuales se definen a continuación [17]:



- **Bandera:** campos que se encargan de indicar el inicio y el final de las tramas, y se trata en todos los casos de la misma secuencia de bits, correspondiente a 01111110<sup>8</sup>.
- **Dirección:** campo de importancia primordial en los enlaces con múltiples terminales, dado que indica el destino. En enlaces punto a punto no es necesario.
- **Control:** campo que contiene comandos o respuestas codificadas. Este campo contiene los datos necesarios para realizar el control del enlace, tales como: los números de secuencia y las confirmaciones de recepción, entre otros.
- **Datos:** campo que contiene información de usuario y su longitud es variable. Se debe tener en cuenta que cuando el tamaño de la trama es muy grande, se incrementa la probabilidad de errores en ráfaga, ocasionando una deficiencia en la verificación de detección de errores en trama.
- **Secuencia de Verificación de Trama (FCS, *Frame Check Sequence*):** campo que permite la detección de errores por el procedimiento de Verificación de Redundancia Cíclica (CRC, *Cyclic Redundancy Checksum*). Este campo contiene un valor de verificación CRC, creado por el transmisor y recalculado por el receptor para verificar la existencia de tramas con errores, ya que la corrupción de un solo bit durante la transmisión hará que la suma de verificación sea diferente. En caso de detectar errores en la trama, en la mayoría de los protocolos, se solicita la retransmisión de dicha trama [19].

## 2.2 PROTOCOLOS DE REFERENCIA

Actualmente existe una gran variedad de protocolos, cada uno tiene sus propias ventajas y desventajas dependiendo del tipo de aplicación a utilizar, por ejemplo, unos pueden ser muy simples, otros más confiables y algunos más rápidos que otros. Por lo tanto, ninguno de ellos se considera universal.

La Organización Internacional para la Estandarización (ISO, *International Organization for Standardization*), propuso un modelo de comunicación de Interconexión de Sistemas Abiertos (OSI, *Open System Interconnection*) que se basa en siete niveles: físico, enlace de datos, red, transporte, sesión, presentación y aplicación; aunque no todas las comunicaciones son tan complejas como para requerir de los siete niveles [15]. Teniendo en cuenta el enfoque de este trabajo de grado, solo se tratará el tipo de protocolos que utilizan los niveles más bajos del modelo de referencia OSI correspondientes al nivel de enlace de datos y al nivel físico.

A continuación se describen los protocolos de comunicación de datos tomados como referencia para la implementación y el diseño del protocolo que se utilizó en el presente trabajo de grado.

---

<sup>8</sup> La longitud de este campo es más extenso en los protocolos que se utilizan en comunicaciones inalámbricas, debido a la pérdida de bits al comienzo de una transmisión de datos.

### 2.2.1 Control de enlace de datos de alto nivel

El Protocolo de Control de Enlace de Datos de Alto Nivel (HDLC, *High-Level Data Link Control*), se basa en las normas ISO 3309 e ISO 4335. Este protocolo se diseñó para brindar un mecanismo de detección y corrección de errores de propósito general a los enlaces digitales [20], y por esto ha sido utilizado durante décadas en muchas aplicaciones [21]. El protocolo HDLC soporta comunicaciones semi-dúplex y dúplex a través de enlaces punto a punto y multipunto. Los sistemas que usan HDLC se pueden clasificar según sus tipos de estaciones, configuraciones y modos de respuesta de la siguiente manera [14].

Tipos de estación:

- Primarias: controlan el enlace. Envían comandos.
- Secundarias: funcionan bajo la supervisión de la estación primaria. Envían respuestas.
- Combinadas: combina las dos anteriores.

En cada estación existen dos números de secuencia, uno es el número de secuencia de envío N(S) y el otro es el número de secuencia de recepción N(R).

HDLC cuenta con dos configuraciones:

- Balanceada: dos estaciones combinadas. Pueden enviar comandos o respuestas.
- No balanceada: una estación es primaria y las otras son secundarias.

Modos de comunicación entre estaciones:

- Modo de Respuesta Normal (NRM, *Normal Response Mode*): configuración no balanceada.
- Modo Asíncrono Balanceado (ABM, *Asynchronous Balanced Mode*): configuración balanceada.
- Modo de Respuesta Asíncrono (ARM, *Asynchronous Response Mode*): configuración no balanceada, aunque la estación secundaria puede transmitir sin permiso de la primaria [22].

En HDLC se intercambian tres tipos de tramas:

- Tramas de información (I): transportan datos de usuarios.
- Tramas de supervisión (S): Transportan información de control relacionada con control de flujo y de errores. Existen 3 tipos de tramas de supervisión:
  - RR (*Received Ready*): Indica que todas las tramas hasta el valor N(R)-1 se recibieron correctamente y que la estación está lista para recibir más tramas.

- RNR (*Received not Ready*): indica que aunque se han recibido tramas correctas hasta el valor  $N(R)-1$ , no puede recibir más tramas.
- REJ (*Reject*): se utiliza para solicitar retransmisión de una trama con errores cuyo número es  $N(R)$ . Reconoce que las tramas hasta el valor  $N(R)-1$  llegaron correctas y solicita las tramas de valor  $N(R)$  y posteriores.
- Tramas sin numeración (U): transportan información de gestión.

En la figura 2.3 se muestra el formato básico de una trama HDLC<sup>9</sup>.

**Figura 2.3. Formato de trama de HDLC.**

<b>Longitud (Bytes)</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>Variable</b>	<b>2</b>	<b>1</b>
	<b>Bandera</b>	<b>Dirección</b>	<b>Control</b>	<b>Información</b>	<b>FCS</b>	<b>Bandera</b>

Los campos Bandera están formados por la secuencia 01111110 de 8 bits y se encargan de delimitar la trama, además, actúan como puntos de referencia para ubicar el campo Dirección y el campo FCS de la transmisión. El campo Dirección está constituido por 8 bits y se utiliza para identificar el terminal receptor<sup>10</sup>. El campo Control identifica la función y el propósito de la trama. El campo Información contiene los datos a transmitir, este campo permite caracteres de cualquier longitud, pero por razones de instrumentación y compatibilidad generalmente los caracteres tienen ocho dígitos; además la máxima longitud permitida es aquella que produce la mínima cantidad de bits erróneos, por lo tanto depende de la Tasa de Error de Bit (BER) del canal. El campo FCS, de 16 bits, se utiliza para la detección de errores. La verificación cíclica se realiza utilizando un código CRC, y se efectúa sobre los campos Dirección, Control e Información; con dicho código se obtiene un valor que se coloca en el campo FCS. En el extremo receptor se repite la misma operación y si el resultado de esta operación está de acuerdo con el FCS recibido, se considera que la trama está correcta; de lo contrario se pide retransmisión de la trama con errores. El código CRC es el especificado en la recomendación del Sector de Normalización de las Telecomunicaciones (ITU-T, *Telecommunication Standardization Sector*) V.41 [23].

- Recuperación de errores en HDLC:

En cada estación existen dos contadores, uno de ellos determina el número de la trama  $I$  transmitida, es decir, el número de secuencia de envío  $N(S)$ ; y el otro es el contador de secuencias recibidas, el cual cuenta las tramas recibidas sin error de acuerdo con el algoritmo CRC-16, y es igual al número de secuencia de recepción  $N(R)$ . Por lo tanto, cuando una trama  $I$  transmitida tiene un  $N(S)=4$ , y la trama recibida no contiene errores, en la estación receptora se tiene que  $N(R)=N(S)+1=5$ ,

<sup>9</sup> El formato de trama es el mismo para las tramas I, S y U. Sin embargo, la trama S no contiene el campo Información.

<sup>10</sup> El modo NRM designa la estación secundaria, el modo ARM identifica la estación emisora y el modo ABM identifica a la estación que genera la respuesta.

donde este valor debe ser el número de secuencia de envío  $N(S)$  de la próxima trama a recibir.

Los números  $N(S)$  y  $N(R)$  toman valores en módulo 7, es decir, 0, 1, 2, ..., 6, de manera que se pueden transmitir 7 tramas consecutivas hasta recibir un reconocimiento en forma de una trama S desde la estación receptora. La trama S contiene el comando RR de manera que al recibirlo, la estación transmisora envía otra serie de 7 tramas y así sucesivamente. Las tramas transmitidas quedan almacenadas en el transmisor hasta que se recibe el comando RR, pero si hay una trama con errores, esta trama y las siguientes deberán ser retransmitidas cuando se reciba el comando REJ.

Para comprender mejor cómo se efectúa la recuperación de errores en HDLC, se supone la siguiente situación: una trama con  $N(S)=4$  llega con errores, es decir, al calcularse su FCS no concuerda con el FCS transmitido, de modo que se detecta una condición de error. Después que se reciben las tramas 0 a 3, el número de secuencia recibida pasará a ser  $N(R)=4$ . Pero como la trama con  $N(S)=4$  contiene errores, el contador de recepción no puede avanzar. Después de la transmisión de la siguiente trama, se debe recibir un  $N(S)=5$ , pero la estación receptora no estará de acuerdo pues el número  $N(R)$  permanece todavía igual a 4. Como consecuencia, se transmite una trama S que contiene un comando REJ y un  $N(R)=4$ , con esto se solicita la retransmisión de las tramas a partir de la número 4; y de esta forma se efectúa la recuperación de errores en las tramas [19].

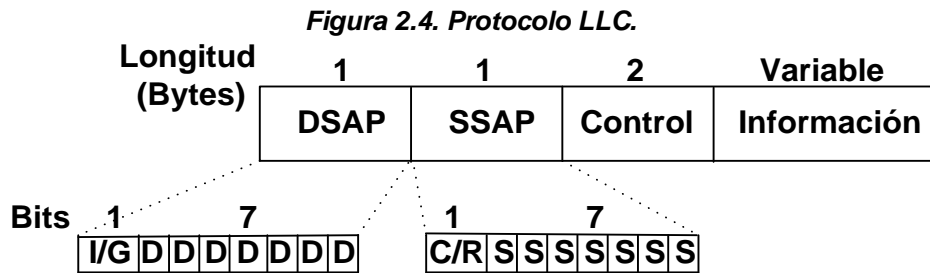
## 2.2.2 Control de enlace lógico

El Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos (IEEE, *Institute of Electrical and Electronics Engineers*) en su estándar 802.2 define el protocolo de Control de Enlace Lógico (LLC, *Logical Link Control*). Este protocolo asegura que los datos se transmitan de forma confiable por medio del enlace de comunicación [24] y proporciona mecanismos de multiplexación que permiten la coexistencia de varios protocolos (IP, IPX, Decnet y Appletalk) en una red multipunto. Además, opera entre los protocolos del subnivel de Control de Acceso al Medio (MAC, *Media Access Control*) y los protocolos de nivel de red [18].

Se tiene entonces que las principales funciones del protocolo LLC son:

- Habilitar la transferencia de datos entre el nivel de red y el subnivel MAC del nivel de enlace de datos.
- Controlar el flujo de datos.
- Efectuar enlaces para los servicios orientados a la conexión entre aplicaciones situadas en distintos puntos de red [25].

El formato del protocolo IEEE 802.2 consta de cuatro campos: dos de direccionamiento, uno de control y uno para la información. Lo anterior se muestra en la figura 2.4.



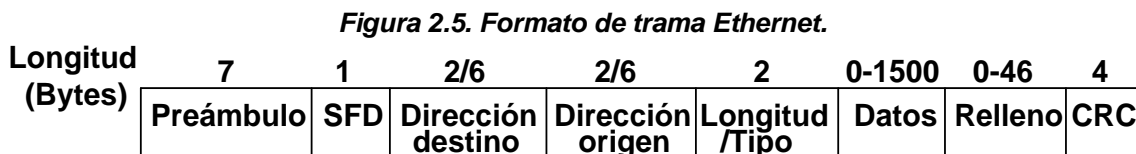
El campo Punto de Acceso del Servicio de Destino (DSAP, *Destination Service Access Point*) está asociado con un usuario particular o proceso que utiliza la estación, el primer dígito I/G del campo DSAP sirve para indicar direcciones individuales (que corresponde a un 0) o de grupo (que corresponde a un 1). La funcionalidad del campo Punto de Acceso del Servicio de Origen (SSAP, *Source Service Access Point*) es similar a la del campo DSAP, con la diferencia de que el primer dígito C/R indica si se trata de un comando (0) o de una respuesta (1). En el campo Control se especifica la función del comando de solicitud o respuesta, así como el tipo de servicio empleado. Los tres tipos de servicios que ofrece el protocolo LLC a los niveles superiores son:

- Tipo 1: servicio sin conexión y sin reconocimiento. Se trata de un servicio sin confirmación, es decir, que carece de control de flujo y de control de errores. La recuperación de tramas o de errores se deja a los niveles superiores.
- Tipo 2: servicio con conexión. Es un servicio completo, esto significa que realiza control de flujo y corrección/control de errores. La recuperación de errores es idéntica a la utilizada por el protocolo HDLC.
- Tipo 3: servicio sin conexión y con reconocimiento. Este tipo de servicio no realiza una conexión, sin embargo provee confirmación de las unidades de datos recibidas.

El último campo contiene la información que viene de los niveles superiores [19].

### 2.2.3 Ethernet

Ethernet (también conocido como estándar IEEE 802.3) es probablemente el estándar más popular para Redes de Área Local (LAN, *Local Area Network*) [26]. La estructura de trama del 802.3 se muestra en la figura 2.5.



Cada trama comienza con un preámbulo de 7 bytes que contiene el patrón de bits 10101010 y se utiliza para la sincronización entre el transmisor y el receptor. El campo

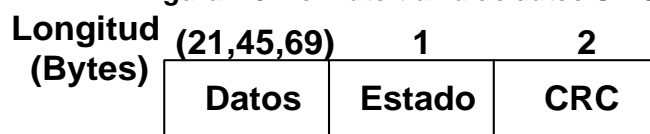
Delimitador de Inicio de Trama (SFD, *Start of Frame Delimiter*) de 1 byte corresponde a la secuencia 10101011 y se utiliza para indicar el comienzo de una trama. Los campos Dirección destino y Dirección origen indican al transmisor el destino de la trama y al receptor el origen de esta. El campo Longitud/Tipo indica cuantos bytes están presentes en el campo Datos o el tipo de protocolo de nivel superior que se debe emplear. Los campos Relleno y Datos (de 46 y 1500 bytes máximo) contienen los datos encapsulados del nivel superior (nivel de red) y el campo CRC permite verificar en el receptor que en los campos Dirección tanto de origen como de destino, Longitud/Tipo y en el campo Datos no existan errores [21].

#### 2.2.4 Golay–teleimpresión sobre radio

Golay–Teleimpresión sobre Radio (G-TOR, *Golay–Teleprinting over Radio*) se considera una variante del protocolo de Establecimiento de Enlace Automático (ALE, *Automatic Link Establishment*), el cual se especifica en la norma del Estándar Militar (MIL-STD, *Military Standard*) 188-141A [27]. Utiliza dos tipos de tramas: tramas de datos y tramas de Reconocimiento (ACK, *Acknowledgement*).

Las tramas de datos transportan información de usuario y su longitud es de 24, 48 o 72 bytes, dependiendo de la tasa de baudios: 100, 200 o 300 baudios respectivamente. Los tres campos que componen esta trama se muestran en la figura 2.6.

**Figura 2.6. Formato trama de datos G-TOR.**



El campo Datos contiene 21, 45, o 69 bytes. El campo Estado ocupa un byte en la trama y proporciona: el número de identificación de la trama, el formato del dato (ya sea estándar de 8-bits ASCII o Huffman comprimido), y un comando (dato, solicitud de cambio, desconectar/conectar). El último campo de dos bytes es el CRC. Debido a que no se agregan banderas al inicio/final de las tramas, se obtiene una mejora en cuanto a eficiencia de trama, comparada con los protocolos que utilizan campos bandera.

Las tramas ACK se utilizan para acuse de recibo correcto o incorrecto de las tramas de datos, para solicitar cambios en la velocidad de transmisión y para cambiar la dirección del flujo de información. Existen cinco diferentes tramas ACK: trama de datos recibida sin error, trama de datos con error detectado, trama rápida, trama lenta y trama de cambio. Cada una de las tramas ACK se compone de dos bytes enviados desde la estación receptora a la estación transmisora.

Para la corrección de errores, G-TOR utiliza la codificación Golay y el entrelazado [28]. El código bloque Golay utilizado posee tasa de codificación 1/2, por lo que el codificador genera un bit para corrección de errores (bit de redundancia) por cada bit transmitido, y es capaz de corregir 3 bits en un bloque recibido de 24 bits, donde la mitad de este bloque corresponde a la información y la otra mitad contiene la redundancia. Además, el código

se puede implementar para producir por separado tramas de datos y tramas de redundancia. G-TOR recurre al entrelazado para facilitar la corrección de errores en ráfaga que a menudo se producen por relámpagos o por interferencia. El entrelazado reorganiza los bits en la trama de modo que los errores en ráfagas de larga duración se presenten de manera distribuida en la trama después del des-entrelazado.

Adicionalmente, G-TOR ofrece corrección de errores mediante la concatenación de las técnicas ARQ y FEC. El código de detección de errores de transmisión en cada trama es un código CRC de 2 bytes y se utiliza para determinar si la trama se ha recibido correctamente antes de que la corrección de errores se inicie y después de que la corrección de errores se termine, con el fin de garantizar que el proceso de corrección de errores ha eliminado con éxito todos los errores en el paquete. Aunque el código CRC de detección de errores se utiliza en cada trama para detectar errores, el procedimiento de corrección de errores con el código Golay se omite, a menos que se detecten errores. Esta capacidad de omitir la corrección de errores innecesarios es muy valiosa, ya que la corrección de errores hacia adelante es muy costosa en términos de desempeño.

Con el fin de resumir los procedimientos para la formación, transmisión, recepción y recuperación de los datos se describe la siguiente situación: antes de la transmisión, las tramas que se transmiten a 300 baudios, por ejemplo, se dividen en 48 bloques de 12 bits y se combinan con 48 bloques de redundancia de 12 bits cada uno. La trama de datos de 72 bytes se entrelaza bit a bit (12 paquetes de 48 bits) y se transmite. En recepción se lleva a cabo el proceso inverso. En ese momento, la trama está sincronizada, des-entrelazada, decodificada, y verificada por el CRC. Si la trama se encuentra con errores, la estación receptora solicitará que la trama de redundancia sea enviada. Una vez recibida, la trama de redundancia se combina con la trama de datos en un intento por recuperar los bits de datos originales. Si no tiene éxito, el ciclo ARQ comienza de nuevo. La aleatorización de errores ráfaga a través del entrelazado y la capacidad del código Golay para corregir 3 bits por cada 24, por lo general resulta en la recuperación de errores en las tramas.

### 2.3 DISEÑO DEL PROTOCOLO DE COMUNICACIÓN

Para el presente trabajo de grado se implementó un sistema de comunicación de datos vía radio en la frecuencia de 433 MHz. Este enlace inalámbrico entre el transmisor y el receptor puede verse afectado por ruido y/o interferencia. Por lo tanto, se utilizó la codificación de canal Reed-Solomon, para proteger los datos en el medio de transmisión mediante la detección y corrección de errores.

Según esto, los datos se codifican y deben ser transmitidos utilizando una estructura que minimice los efectos adversos que puedan ocurrir durante la transferencia de los datos. Esta estructura debe ser reconocida por el receptor y corresponde al protocolo de comunicación.

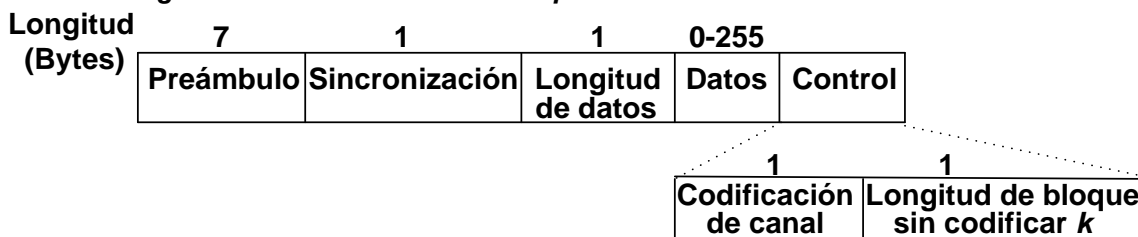
Teniendo en cuenta las características planteadas y los protocolos mencionados, se diseñó el protocolo de comunicación que se implementó en este trabajo de grado.

### 2.3.1 Estructura del protocolo de comunicación

Se debe tener en cuenta que el objetivo del protocolo que se implementó consiste en evaluar el desempeño de un sistema de comunicación de datos punto a punto vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon, y establecer una comunicación segura y fiable no es un requisito para este trabajo de grado. Por lo tanto, cuando algunas tramas se pierden o contienen errores, estas no se pueden reconocer en el receptor y se descartan, pues no se realiza ninguna clase de retransmisión.

La estructura del protocolo de comunicación de datos se basa en una trama de información que contiene el bloque de datos a enviar (figura 2.7). Las tramas deben ser detectadas y decodificadas en el receptor a fin de obtener el mensaje inicialmente transmitido. Debido a que el sistema de comunicación es punto a punto no es necesario determinar los dispositivos de origen y destino, por lo tanto, no se incluye un campo dirección en la trama.

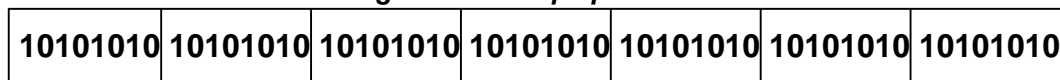
**Figura 2.7. Formato de trama del protocolo de comunicación diseñado.**



Cada campo que constituye la trama de información cumple una función determinada. Los campos Preámbulo, Sincronización, Longitud de datos y Control son campos de control del protocolo, por lo tanto sobre ellos no se aplica la codificación Reed-Solomon.

El campo Preámbulo se utiliza para estabilizar el receptor y para que este identifique el principio de cada trama de información. Corresponde a una secuencia de unos y ceros intercalados y se compone de 7 bytes como se muestra en la figura 2.8.

**Figura 2.8. Campo preámbulo.**



El campo Sincronización es indispensable para delimitar la trama, pues permite que el transmisor y el receptor estén sincronizados. Con el fin de evitar un incremento en la probabilidad de errores en la transmisión, este campo de 1 byte debe estar compuesto de una secuencia que no se repita en la trama y teniendo en cuenta que este campo complementa al preámbulo, debe ser diferente a este. Para esto, se define el patrón de bits 10101011, basado en el protocolo Ethernet.



**Figura 2.9. Campo sincronización.**

10101011

El campo Longitud de datos indica la longitud del campo Datos donde se encuentra el mensaje codificado, es decir, con redundancia. Debido a que en el campo Datos se puede transportar una carga útil codificada de hasta 255 bytes (el máximo valor que puede tomar la longitud de bloque codificado  $n$  corresponde a  $2^m-1$ , donde  $m$  es igual a 8 y representa el número de bits que componen un símbolo), se requiere que el campo Longitud tenga un tamaño de 1 byte, ya que el campo Longitud expresa el tamaño en bytes del campo Datos.

El campo Datos contiene la información de usuario. Esta información puede estar o no codificada por medio de los códigos RS.

El campo Control se utiliza para la detección y corrección de errores utilizando códigos RS y está compuesto por 2 bytes. Con el fin de analizar el desempeño del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon, este campo se divide en dos subcampos llamados Codificación de canal y Longitud de bloque sin codificar  $k$ , de 1 byte cada uno.

- El subcampo Codificación de canal indica si los datos se han transmitido de forma transparente (sin codificación) o si han sido codificados utilizando la codificación de canal Reed-Solomon. La tabla 2.1 muestra la secuencia a utilizar para identificar cada caso.

**Tabla 2.1. Configuración del campo codificación de canal.**

Codificación de canal	Secuencia
Reed-Solomon	11001101
Sin codificación	11000111

- El valor 11001101 en el campo Codificación de canal se utiliza para indicar que la información presente en el campo Datos se encuentra codificada por medio de Reed-Solomon.
- El valor 11000111 es asignado al campo Codificación de canal en el protocolo de comunicación para que el receptor identifique que la información que se encuentra en el campo Datos no presenta ningún tipo de codificación de canal.
- El subcampo Longitud de bloque sin codificar  $k$  indica el valor de la longitud en bytes del mensaje de información original (antes de ser codificado), el cual es indispensable para determinar el parámetro tasa de codificación definido como  $k/n$ , pues el valor de esta tasa es determinante en el desempeño de los códigos RS como se indicó en el capítulo 1.

### 3. DESEMPEÑO DE UN SISTEMA DE COMUNICACIÓN DE DATOS QUE UTILIZA LA CODIFICACIÓN REED-SOLOMON-SIMULACIÓN

Este capítulo está enfocado en la simulación de un sistema de comunicación de datos que utiliza la codificación Reed-Solomon, con el fin de evaluar el desempeño del sistema al variar los parámetros que caracterizan esta codificación, los cuales son: la tasa de codificación  $k/n$ , la longitud de bloque codificado  $n$ , el número de símbolos de redundancia  $n-k$  y la capacidad de corrección de errores  $t$ . El objetivo de este capítulo es obtener resultados de simulación, los cuales son comparados con los obtenidos de forma práctica.

La simulación se realizó haciendo uso de Matlab® y herramientas como Simulink y BERTool. Simulink se utilizó para modelar y simular el sistema de comunicación de datos, en tanto que BERTool permitió exportar los resultados de la Tasa de Error de Bit (BER) de estos modelos, con lo cual se realizó la evaluación del desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon por medio de simulación.

Las curvas teóricas obtenidas en la sesión 1.5 permitieron elegir los códigos que se implementaron en simulación y en el sistema de comunicación real. Se seleccionaron códigos con longitudes de bloque codificado grandes que varían desde  $n$  igual a 139 símbolos hasta  $n$  igual a 255 símbolos, con  $m$  igual a 8 bits por símbolo, y con un valor máximo de redundancia de 20 símbolos, lo que implica una capacidad de corrección de errores de máximo 10 símbolos.

Teniendo en cuenta que una de las medidas más utilizadas para evaluar el desempeño de los códigos de corrección de errores es la Tasa de Error de Bit (BER), este trabajo de grado evalúa el desempeño de los códigos RS, y por lo tanto del sistema de comunicación en general, evaluando la Tasa de Error de Bit (BER) al variar cada parámetro de los códigos RS.

#### 3.1 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL SISTEMA DE COMUNICACIÓN SIMULADO

Las figuras 3.1 y 3.2 muestran el diagrama en bloques del sistema de comunicación implementado en Matlab®, para verificar su desempeño con y sin codificación Reed-Solomon respectivamente, y observar el efecto de modificar cada uno de los parámetros que caracterizan esta codificación de canal. La fuente de datos que se utilizó es un generador aleatorio de enteros M-ario, el cual genera enteros de manera aleatoria en el rango de  $[0, M-1]$ , donde  $M$  depende del código  $RS(n,k)$  que se utilice y debe ser igual a  $n+1$ . De igual forma, el número de muestras por trama es otro parámetro que se configura en este bloque de acuerdo al código RS y es igual al valor de  $k$ . La salida de este bloque se convierte a binario mediante un conversor de números enteros a binarios.

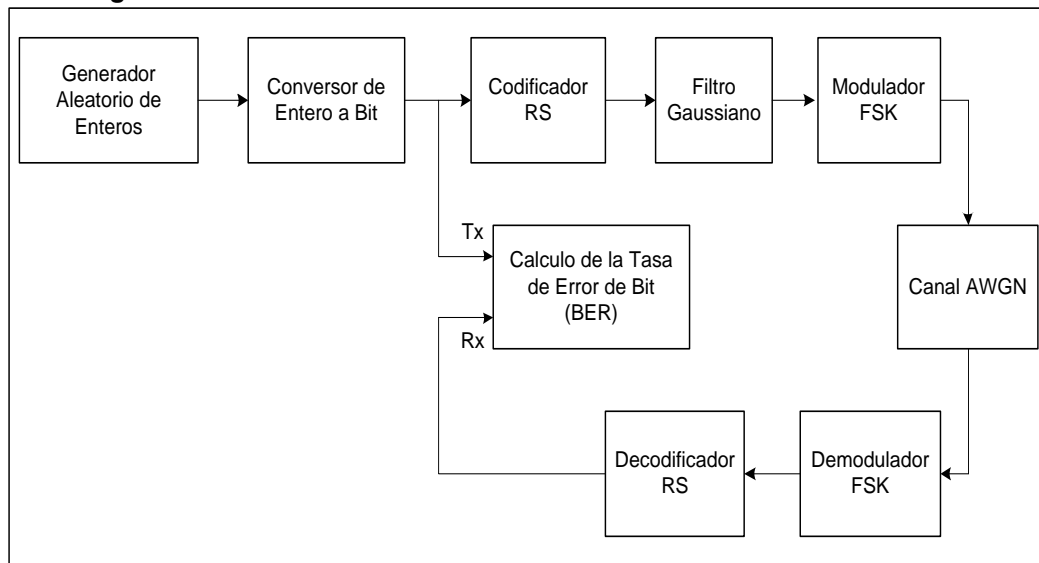
El codificador de canal utilizado genera un código  $RS(n,k)$ , donde la diferencia  $n-k$  debe ser un entero par. El valor de los símbolos del bloque codificado son enteros entre 0 y  $2^m-1$  con  $m$  igual a 8, los cuales son representados como elementos del campo finito  $GF(2^m)$  en su representación binaria. Por lo tanto la entrada y salida del codificador son

señales de valores binarios que representan el bloque sin codificar y el bloque codificado respectivamente, de esta forma la entrada debe ser un vector columna cuya longitud es un entero múltiplo de  $k*m$  bits, con lo cual se produce a la salida un vector columna cuya longitud es el mismo entero múltiplo de  $n*m$  bits. La configuración del codificador RS permite especificar el polinomio primitivo, sin embargo la simulación se realizó con el polinomio primitivo por defecto, el cual es  $f(x)=x^8+x^4+x^3+x^2+1$ .

Como modulador se utilizó un bloque que implementa la modulación FSK con separación de frecuencias  $2\Delta f$  igual a 9.6 KHz ya que este fue el valor definido por el fabricante [29] como separación de frecuencias teórico de los módulos de Radio Frecuencia (RF, *Radio Frequency*) utilizados. Teniendo en cuenta que la modulación utilizada por los módulos de RF es Modulación por Desplazamiento de Frecuencia Gaussiano (GFSK, *Gaussian Frequency Shift keying*), se realizó la integración del modulador con un Filtro Gaussiano de parámetro  $\alpha^{11}$  igual a 0.5, ya que este fue el valor definido por el fabricante [29] para el filtro Gaussiano que utiliza el módulo radio para obtener la modulación GFSK.

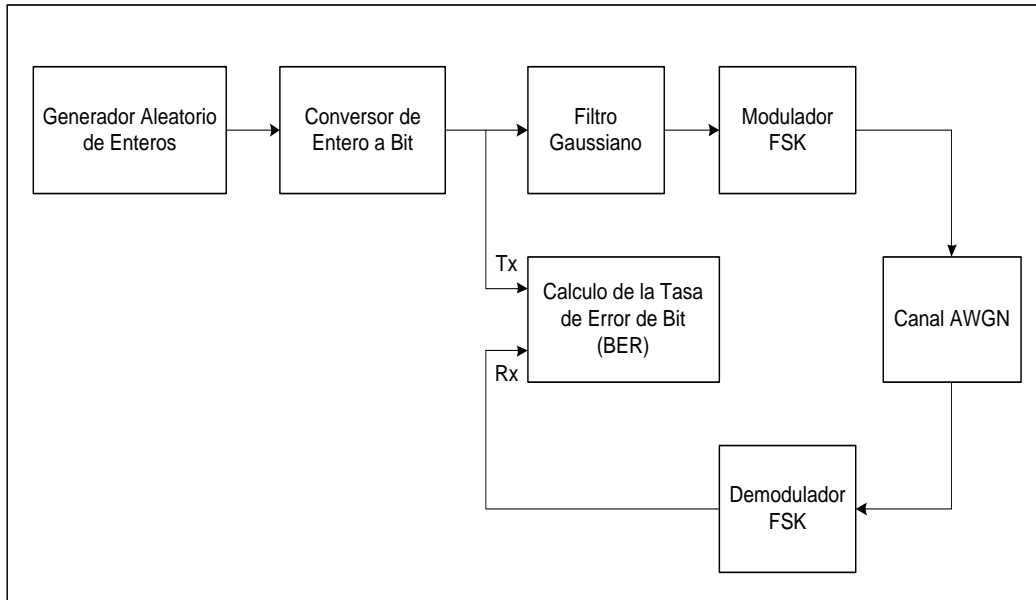
En cuanto al canal de comunicación, se utilizó un canal AWGN, el cual permite definir la relación Energía de Bit a Densidad Espectral de Potencia de Ruido ( $E_b/N_0$ ).

**Figura 3.1. Sistema de comunicación con codificación Reed-Solomon.**



<sup>11</sup> $\alpha$  equivale al tiempo de símbolo de la señal multiplicado por el ancho de banda (BT).

**Figura 3.2. Sistema de comunicación sin codificación Reed-Solomon.**



Para modelar el receptor del sistema de comunicación, se tomó un demodulador de señales FSK con una separación de frecuencias  $2\Delta f$  igual a la establecida en el modulador (9.6 KHz), y un decodificador de códigos RS el cual incluye como parámetros el mismo valor de  $n$  y  $k$  introducidos en el codificador, así como el polinomio primitivo por defecto. Además de los bloques antes mencionados se seleccionaron dos bloques adicionales, el primero con el fin de determinar la Tasa de Error de Bit (BER) y el segundo bloque para exportar los datos obtenidos en la simulación a la herramienta BERTool, la cual permite visualizar los resultados de forma gráfica.

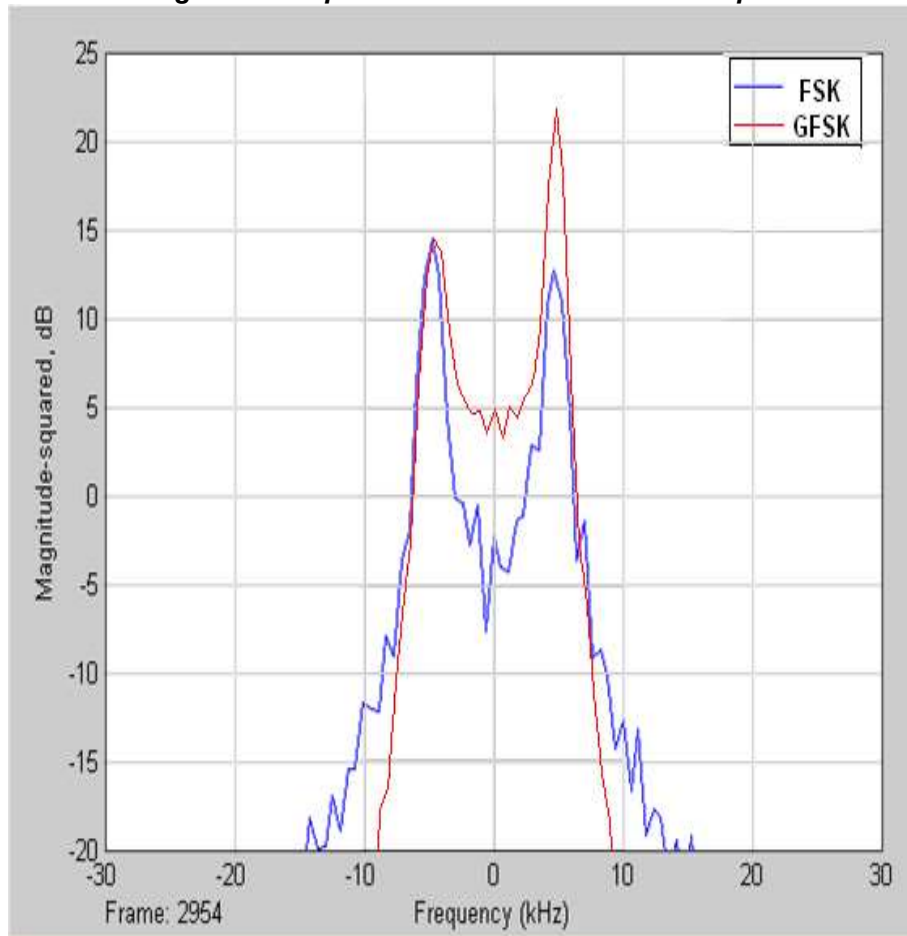
En la figura 3.3 se muestran los espectros de las modulaciones FSK y GFSK obtenidos en simulación.

El objetivo de la modulación GFSK es obtener un sistema más eficiente con respecto a FSK en cuanto al uso del ancho de banda tal como se muestra en la figura 3.3, en donde se logra un espectro de frecuencias significativamente más angosto para GFSK, lo cual permite incrementar la eficiencia espectral dada por la ecuación 3.1.

$$\eta = \frac{R_b}{BW} \quad (3.1)$$

La ecuación 3.1 relaciona la velocidad de transmisión de datos  $R_b$  y el ancho de banda  $BW$  ocupado por la señal, permitiendo de esta manera, en comparación a FSK, mayores velocidades de transmisión con el mismo ancho de banda. En redes inalámbricas, en donde el uso del espectro de frecuencias es limitado, esta característica resulta favorable.

**Figura 3.3. Espectro de FSK vs GFSK a 9600 bps.**



### 3.1.1 Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$

La tasa de codificación dada por  $k/n$ , es uno de los parámetros más importantes que determinan el desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon. Para esta prueba se mantuvo la longitud de bloque codificado  $n$  constante en 255 símbolos, mientras se disminuyó el valor de  $k$  desde  $k=253$  símbolos hasta  $k=235$  símbolos, obteniendo de esta forma diferentes tasas de codificación. Para el código RS(255,253) la tasa de codificación es de  $253/255=0.99$ , mientras que para el código RS(255,235), la tasa de codificación es de  $235/255=0.92$ . El objetivo de esta prueba es analizar el desempeño del sistema de comunicación al variar la tasa de codificación. La tabla 3.1 muestra la configuración de los parámetros  $n$  y  $k$ , la capacidad de corrección de errores  $t$  de cada código RS y su correspondiente tasa de codificación  $k/n$ .

**Tabla 3.1. Variaciones de  $k$  que producen diferentes tasas de codificación.**

$n$	$k$	$t$	Tasa de Codificación
255	253	1	0.99
255	249	3	0.97
255	245	5	0.96
255	239	8	0.93
255	235	10	0.92

En la tabla 3.2 y en la figura 3.4 se muestran los resultados de simulación para el sistema con y sin codificación Reed-Solomon, teniendo en cuenta las diferentes tasas de codificación presentes en la tabla 3.1. La relación  $E_b/N_0$  fue variada de 0 a 12 dB en pasos de 1 dB. El número de bits transmitidos para cada relación  $E_b/N_0$  fue de  $1.2 \cdot 10^8$ , con longitud de tramas de 255 símbolos y velocidad de transmisión de datos de 9600 bps.

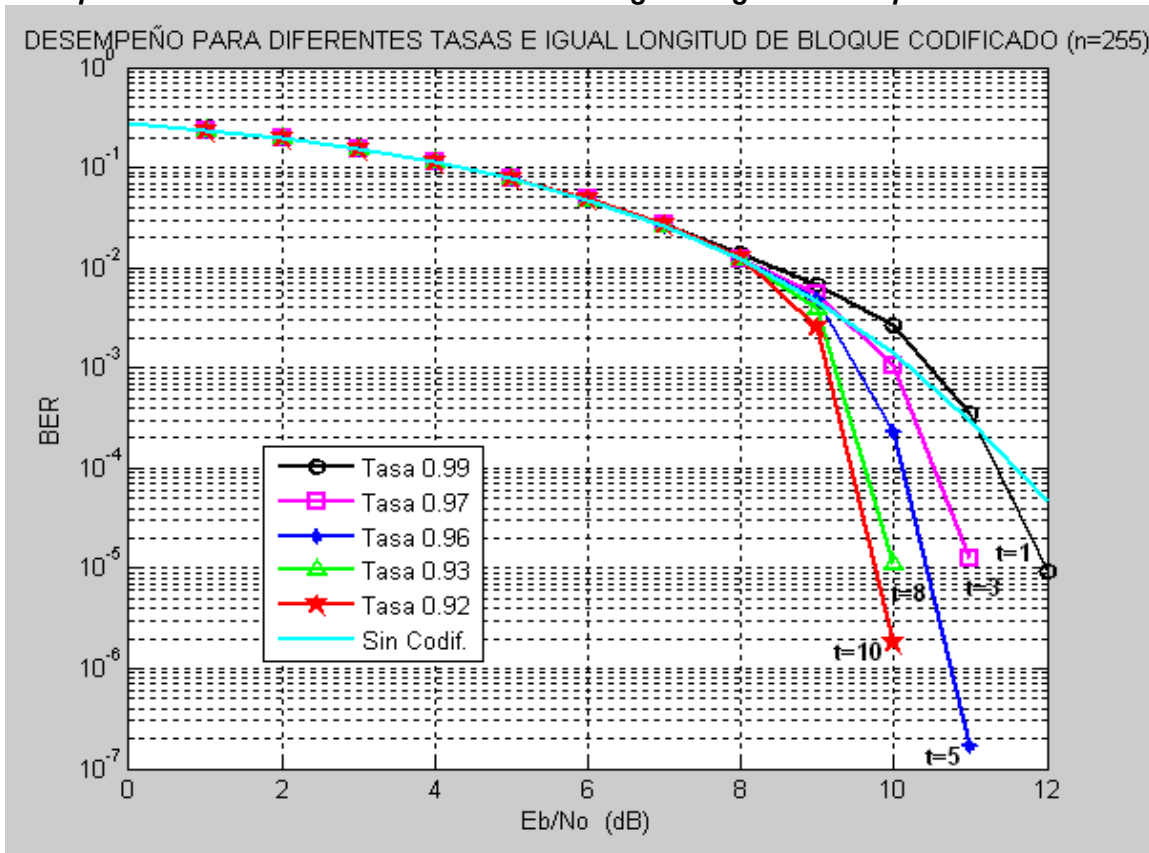
**Tabla 3.2. Desempeño para diferentes tasas de codificación  $k/n$  e igual longitud de bloque codificado  $n$ .**

Eb/No	BER					
	Tasa de Codificación					Sin Codificación
	0.99	0.97	0.96	0.93	0.92	
0	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$
1	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$
2	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.95 \cdot 10^{-1}$
3	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.53 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.53 \cdot 10^{-1}$
4	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$
5	$7.88 \cdot 10^{-2}$	$7.78 \cdot 10^{-2}$	$7.74 \cdot 10^{-2}$	$7.77 \cdot 10^{-2}$	$7.81 \cdot 10^{-2}$	$7.71 \cdot 10^{-2}$
6	$4.94 \cdot 10^{-2}$	$4.84 \cdot 10^{-2}$	$4.78 \cdot 10^{-2}$	$4.79 \cdot 10^{-2}$	$4.85 \cdot 10^{-2}$	$4.76 \cdot 10^{-2}$
7	$2.75 \cdot 10^{-2}$	$2.67 \cdot 10^{-2}$	$2.61 \cdot 10^{-2}$	$2.60 \cdot 10^{-2}$	$2.66 \cdot 10^{-2}$	$2.62 \cdot 10^{-2}$
8	$1.40 \cdot 10^{-2}$	$1.24 \cdot 10^{-2}$	$1.22 \cdot 10^{-2}$	$1.24 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$	$1.23 \cdot 10^{-2}$
9	$6.61 \cdot 10^{-3}$	$5.36 \cdot 10^{-3}$	$4.77 \cdot 10^{-3}$	$3.82 \cdot 10^{-3}$	$2.50 \cdot 10^{-3}$	$4.70 \cdot 10^{-3}$
10	$2.67 \cdot 10^{-3}$	$1.05 \cdot 10^{-3}$	$2.27 \cdot 10^{-4}$	$1.11 \cdot 10^{-5}$	$1.77 \cdot 10^{-6}$	$1.42 \cdot 10^{-3}$
11	$3.56 \cdot 10^{-4}$	$1.24 \cdot 10^{-5}$	$1.71 \cdot 10^{-7}$	0	0	$2.97 \cdot 10^{-4}$
12	$9.37 \cdot 10^{-6}$	0	0	0	0	$4.60 \cdot 10^{-5}$

En la figura 3.4 se observa que para relaciones  $E_b/N_0$  cercanas a 8 dB, el sistema se comporta igual con o sin codificación de canal. Sin embargo, si la relación  $E_b/N_0$  es mayor a 8 dB, la codificación RS introduce una notable mejora en el desempeño del sistema de comunicación, la cual aumenta al disminuir la tasa de codificación  $k/n$ . De esta manera, el sistema que utiliza codificación Reed-Solomon con tasa de codificación de 0.92 alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $4.6 \cdot 10^{-5}$  con aproximadamente 2.4 dB menos de relación  $E_b/N_0$  en comparación al sistema que no utiliza ningún tipo de codificación, lo que representa un ahorro de energía del 42.5%. Incluso al utilizar códigos RS con la más alta tasa de codificación se obtiene un ahorro de energía, aunque en menor proporción. Así por ejemplo, el código RS con tasa de codificación de 0.99, el cual muestra el más bajo desempeño comparado con el de los otros códigos RS con tasas de codificación inferiores, alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $4.6 \cdot 10^{-5}$  con 0.6 dB menos de la relación  $E_b/N_0$  requerida sin codificación de canal, obteniendo un ahorro de energía de 12.9%. Por lo tanto se puede decir que el uso de codificación Reed-Solomon en un sistema de comunicación implica un ahorro importante de energía, que se incrementa al disminuir la tasa de codificación. Sin embargo, se debe tener en cuenta que

la disminución en la tasa de codificación  $k/n$  conlleva a un incremento de la redundancia, y con ello una disminución en la eficiencia de transporte de información de usuario.

**Figura 3.4. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes tasas de codificación  $k/n$  e igual longitud de bloque codificado  $n$ .**



### 3.1.2 Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$

De acuerdo a la figura 3.4, los códigos RS presentan el mejor desempeño para una tasa de codificación igual a 0.92, por lo que en esta sección se utilizó este valor como referencia, presentando los resultados de varios códigos RS con tasa de codificación igual a 0.92. La tasa se mantiene constante mediante el incremento de  $n$  y  $k$ . El objetivo de esta prueba es analizar el desempeño del sistema de comunicación a medida que se incrementa la longitud de bloque codificado  $n$ . Las curvas obtenidas no incluyen borraduras e ilustran el desempeño de un sistema que utiliza los códigos RS para 4 valores diferentes de longitudes de bloque codificado  $n$  y en ausencia de codificación de canal. Para el código RS(139,129) con  $m$  igual a 8, la longitud del bloque codificado es de  $8 \times 139 = 1112$  bits. El código RS(255,235) con  $m$  igual a 8 tiene una longitud de bloque codificado de  $8 \times 255 = 2040$  bits. La tabla 3.3 muestra la configuración de los parámetros  $n$

y  $k$ , la capacidad de corrección de errores  $t$  de cada código RS y su correspondiente tasa de codificación  $k/n$ .

**Tabla 3.3. Variaciones de  $n$  y  $k$  que producen igual tasa de codificación.**

$n$	$k$	$t$	Tasa de Codificación
139	129	5	0.92
153	141	6	0.92
204	188	8	0.92
255	235	10	0.92

La relación  $E_b/N_0$  fue variada de 0 a 12 dB con pasos de 1 dB y una transmisión de  $1.2 \cdot 10^8$  bits para cada relación  $E_b/N_0$ . Los resultados se muestran en la tabla 3.4 y en la figura 3.5.

**Tabla 3.4. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$  e igual tasa de codificación  $k/n$ .**

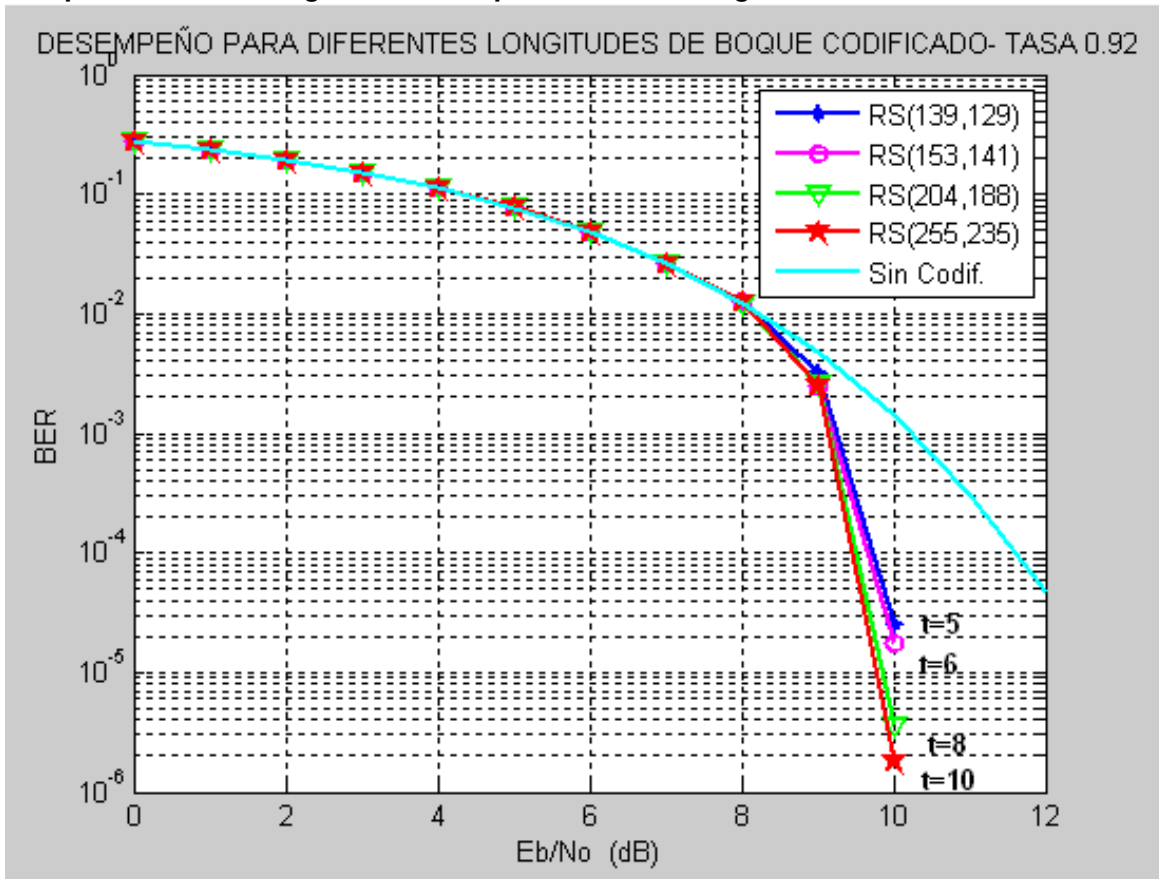
$E_b/N_0$	VER				
	RS(139,129)	RS(153,141)	RS(204,188)	RS(255,235)	Sin Codificación
0	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$
1	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$
2	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.95 \cdot 10^{-1}$
3	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.53 \cdot 10^{-1}$
4	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$
5	$7.80 \cdot 10^{-2}$	$7.77 \cdot 10^{-2}$	$7.75 \cdot 10^{-2}$	$7.81 \cdot 10^{-2}$	$7.71 \cdot 10^{-2}$
6	$4.86 \cdot 10^{-2}$	$4.79 \cdot 10^{-2}$	$4.82 \cdot 10^{-2}$	$4.85 \cdot 10^{-2}$	$4.76 \cdot 10^{-2}$
7	$2.64 \cdot 10^{-2}$	$2.63 \cdot 10^{-2}$	$2.63 \cdot 10^{-2}$	$2.66 \cdot 10^{-2}$	$2.62 \cdot 10^{-2}$
8	$1.26 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$	$1.23 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$	$1.23 \cdot 10^{-2}$
9	$3.16 \cdot 10^{-3}$	$2.45 \cdot 10^{-3}$	$2.60 \cdot 10^{-3}$	$2.50 \cdot 10^{-3}$	$4.70 \cdot 10^{-3}$
10	$2.58 \cdot 10^{-5}$	$1.74 \cdot 10^{-5}$	$3.64 \cdot 10^{-6}$	$1.77 \cdot 10^{-6}$	$1.42 \cdot 10^{-3}$
11	0	0	0	0	$2.97 \cdot 10^{-4}$
12	0	0	0	0	$4.60 \cdot 10^{-5}$

La figura 3.5 muestra que para valores de  $E_b/N_0$  inferiores a 8 dB, las curvas de desempeño no presentan ninguna diferencia significativa entre ellas, sin embargo a partir de los 8 dB de relación  $E_b/N_0$ , la curva con mejor desempeño es la obtenida por el sistema con el código RS(255,235), el cual utiliza una longitud de bloque codificado  $n$  de 255 símbolos y 20 símbolos de redundancia. Le siguen en orden descendente las curvas de desempeño del sistema con códigos RS(204,188), RS(153,141) y RS(139,129), que utilizan longitudes de bloque codificado  $n$  de 204, 153 y 139 símbolos y 16, 12 y 10 símbolos de redundancia respectivamente. De esta manera, si se comparan las curvas obtenidas en esta gráfica, se aprecia que para una relación  $E_b/N_0$  de 10 dB, el sistema con código RS(255,235) alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $1.77 \cdot 10^{-6}$ , mientras que con códigos RS(204,188), RS(153,141) y RS(139,129) alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $3.64 \cdot 10^{-6}$ ,  $1.74 \cdot 10^{-5}$  y  $2.58 \cdot 10^{-5}$  respectivamente. Esto significa que manteniendo la tasa de codificación constante, y para relaciones  $E_b/N_0$  superiores a 8 dB, a medida que se aumenta la longitud de bloque codificado  $n$  y el número de símbolos de redundancia  $n-k$ , menor es la Tasa de Error de Bit (BER) alcanzada para una misma



relación  $E_b/N_0$ . Se puede afirmar, de acuerdo a estos resultados, que para una misma tasa de codificación  $k/n$ , los parámetros que determinan el desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon son la longitud del bloque codificado  $n$  y el número de símbolos de redundancia  $n-k$ .

**Figura 3.5. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$  e igual tasa de codificación  $k/n$ .**



La figura 3.5 también incluye la curva de desempeño para el sistema de comunicación que no utiliza ningún tipo de codificación. Se debe tener en cuenta que en este caso se utiliza una longitud de trama de datos de 255 símbolos, así se puede comparar esta curva con los resultados obtenidos por el sistema de comunicación que utiliza el código RS(255,235). Nuevamente se puede apreciar que para valores de relación  $E_b/N_0$  inferiores a 8 dB las curvas son semejantes, sin embargo para valores superiores a los 8 dB, el sistema con código RS(255,235) presenta una mejora en el desempeño. De esta forma, comparando el sistema sin codificación con respecto al sistema de comunicación que utiliza el código RS(255,235) para Tasas de Error de Bit (BER) de  $3 \times 10^{-4}$  y  $5 \times 10^{-5}$ , la diferencia en la relación  $E_b/N_0$  requerida es de aproximadamente 1.7 dB y 2.5 dB respectivamente, lo que implica un ahorro de energía aproximado de 32.4% y 43.8% en cada caso. Con esto se puede concluir que el uso de la codificación Reed-Solomon en un

sistema de comunicación implica un ahorro considerable de energía, que se incrementa al aumentar la longitud de bloque codificado  $n$  y el número de símbolos redundancia  $n-k$ .

Los resultados presentes en la figura 3.5 muestran que la diferencia en el desempeño del sistema de comunicación con codificación de canal y sin codificación de canal es más relevante a medida que aumenta la relación  $E_b/N_0$ . Esto se aprecia en la figura 3.5 para relaciones  $E_b/N_0$  de 9 dB y 10 dB, pues el sistema con código RS(255,235) alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $2.5 \cdot 10^{-3}$  y  $1.77 \cdot 10^{-6}$  respectivamente, mientras que el sistema que no utiliza codificación de canal alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $4.7 \cdot 10^{-3}$  y  $1.42 \cdot 10^{-3}$  para cada relación  $E_b/N_0$ , lo que significa que para una relación  $E_b/N_0$  de 9 dB el desempeño del sistema de comunicación con y sin codificación de canal no presenta una diferencia significativa, mientras que para una relación  $E_b/N_0$  de 10 dB el desempeño del sistema de comunicación presenta una mejora en aproximadamente 3 órdenes de magnitud si se utiliza el código RS(255,235).

Es importante destacar que para valores de relación  $E_b/N_0$  superiores a 9 dB, la curva de desempeño del sistema de comunicación que utiliza el código RS(255,235) tiene una pendiente muy inclinada. El valor de 9 dB constituye entonces un umbral en el valor de relación  $E_b/N_0$  para el desempeño satisfactorio del código. Esta pendiente es favorable para las comunicaciones de datos, debido a que con pequeños incrementos en la relación  $E_b/N_0$  se logra disminuir considerablemente la Tasa de Error de Bit (BER).

### 3.1.3 Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$

La redundancia  $n-k$  es uno de los parámetros fundamentales en el desempeño de la codificación Reed-Solomon y por lo tanto del sistema de comunicación, pues determina la capacidad de corrección de errores  $t$  del código. Para esta prueba se utilizaron códigos RS con 10 y 20 símbolos de redundancia, de tal forma que tuvieran la capacidad de corregir hasta 5 y 10 símbolos erróneos respectivamente. Las curvas obtenidas no incluyen borraduras e ilustran el desempeño de un sistema que utiliza los códigos RS para 2 diferentes valores de capacidad de corrección de errores  $t$ . Los códigos elegidos para tal propósito fueron RS(150,140) y RS(255,245) para  $t$  igual a 5, y los códigos RS(150,130) y RS(255,235) para  $t$  igual a 10.

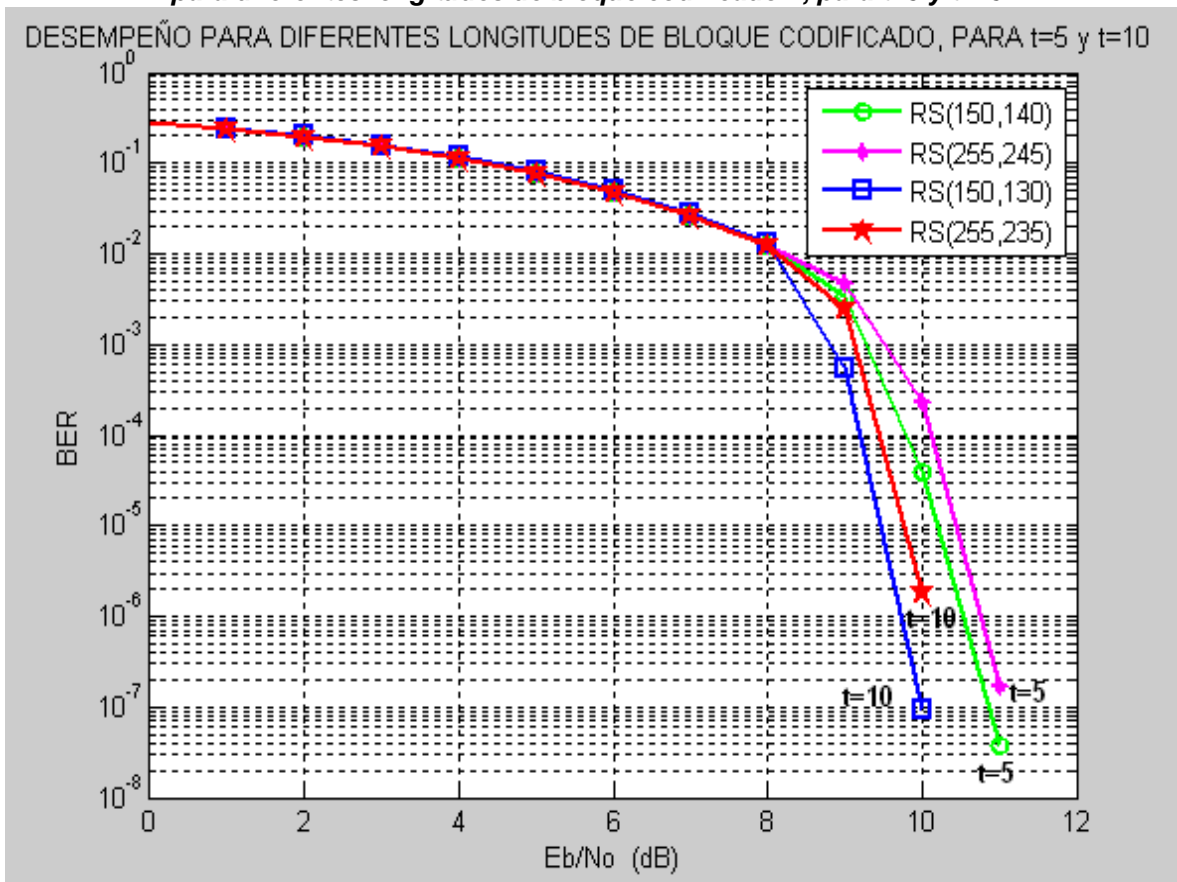
La relación  $E_b/N_0$  se varió de 0 a 11 dB en pasos de 1 dB y se realizó una transmisión de  $1.2 \cdot 10^8$  bits para cada una de las relaciones  $E_b/N_0$ . Los resultados de la simulación del sistema de comunicación se resumen en la tabla 3.5 y en la figura 3.6.

La figura 3.6 muestra que al aplicar un mayor valor de capacidad de corrección de errores  $t$ , el desempeño del sistema de comunicación mejora considerablemente. Así por ejemplo, comparando el sistema de comunicación con código RS(150,130) para el cual  $t=10$ , con el código RS(150,140) donde  $t=5$ , para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $5 \cdot 10^{-5}$ , la diferencia en la relación  $E_b/N_0$  requerida es de aproximadamente 0.7 dB, lo que implica un ahorro de energía aproximado del 14.9%.

**Tabla 3.5. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ , para  $t=5$  y  $t=10$ .**

Eb/No	BER			
	t=5		t=10	
	RS(150,140)	RS(255,245)	RS(150,130)	RS(255,235)
0	$2.77 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.76 \cdot 10^{-1}$	$2.77 \cdot 10^{-1}$
1	$2.38 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.40 \cdot 10^{-1}$	$2.38 \cdot 10^{-1}$
2	$1.97 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$	$1.99 \cdot 10^{-1}$	$1.96 \cdot 10^{-1}$
3	$1.54 \cdot 10^{-1}$	$1.53 \cdot 10^{-1}$	$1.57 \cdot 10^{-1}$	$1.54 \cdot 10^{-1}$
4	$1.14 \cdot 10^{-1}$	$1.13 \cdot 10^{-1}$	$1.16 \cdot 10^{-1}$	$1.14 \cdot 10^{-1}$
5	$7.72 \cdot 10^{-2}$	$7.74 \cdot 10^{-2}$	$8.00 \cdot 10^{-2}$	$7.81 \cdot 10^{-2}$
6	$4.79 \cdot 10^{-2}$	$4.78 \cdot 10^{-2}$	$5.02 \cdot 10^{-2}$	$4.85 \cdot 10^{-2}$
7	$2.63 \cdot 10^{-2}$	$2.61 \cdot 10^{-2}$	$2.80 \cdot 10^{-2}$	$2.66 \cdot 10^{-2}$
8	$1.24 \cdot 10^{-2}$	$1.22 \cdot 10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{-2}$	$1.25 \cdot 10^{-2}$
9	$3.35 \cdot 10^{-3}$	$4.77 \cdot 10^{-3}$	$5.45 \cdot 10^{-4}$	$2.50 \cdot 10^{-3}$
10	$3.95 \cdot 10^{-5}$	$2.27 \cdot 10^{-4}$	$9.15 \cdot 10^{-8}$	$1.77 \cdot 10^{-6}$
11	$3.82 \cdot 10^{-8}$	$1.71 \cdot 10^{-7}$	0	0

**Figura 3.6. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ , para  $t=5$  y  $t=10$ .**



También se observa en la figura 3.6 que al aumentar el nivel de relación  $E_b/N_0$  la diferencia en el desempeño se incrementa, tanto que para alcanzar una Tasa de Error de

Bit (BER) de  $2.5 \cdot 10^{-3}$ , al comparar las curvas obtenidas con códigos RS(255,235) y RS(255,245), la diferencia en la relación  $E_b/N_0$  es de aproximadamente 0.2 dB, y para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $1 \cdot 10^{-4}$  la diferencia se incrementa en 0.5 dB aproximadamente. En el primer caso se obtiene un ahorro de energía del 4.5% mientras que en el segundo caso el ahorro de energía es del 14.9%. Con estos resultados se concluye que al incrementar la capacidad de corrección de errores  $t$ , se mejora el desempeño del sistema de comunicación. Una vez más, se observa una pendiente inclinada en las curvas para una relación  $E_b/N_0$  mayor a 9 dB. La pendiente de la curva es más inclinada a medida que disminuye la tasa de codificación  $k/n$ , así como la capacidad de corrección de errores  $t$  aumenta. Se debe tener en cuenta que un valor grande de  $t$  significa que un gran número de errores pueden ser corregidos pero requiere mayor capacidad computacional en comparación con un valor pequeño de  $t$ .

Frente a un mismo valor de  $t$ , se esperaría que el código RS de mayor longitud de bloque codificado  $n$  muestre un mejor desempeño. Sin embargo para  $t=5$  y  $t=10$  se tienen códigos con longitudes de bloque codificado  $n$  de 255 y 150 símbolos para ambos casos, siendo estos últimos los que muestran un mejor desempeño. Esto se debe a que tienen una menor tasa de codificación  $k/n$ , pues el código RS(150,130) presenta una tasa de codificación de 0.86 frente a una tasa de 0.92 correspondiente al código RS(255,235). Así mismo el código RS(150,140) tiene una tasa de codificación igual a 0.93, mientras que la tasa del código RS(255,245) es de 0.96. De esta forma, si se comparan las curvas obtenidas en la figura 3.6, se aprecia que para una relación  $E_b/N_0$  de 10 dB, el sistema con código RS(255,235) alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $1.7 \cdot 10^{-6}$ , mientras que con el código RS(150,130) alcanza una Tasa de Error de Bit (BER) de  $9.1 \cdot 10^{-8}$ , lo que significa una diferencia en el desempeño de aproximadamente un orden de magnitud. Estos resultados permiten afirmar que para un sistema de comunicación simulado que utiliza códigos RS con la misma capacidad de corrección de errores  $t$ , el parámetro que determina el desempeño del mismo es la tasa de codificación  $k/n$ .

Debido a que el método "Theoretical" de BERTool utilizado en la sesión 1.5, utiliza modulación FSK y la simulación se realizó con modulación GFSK, los resultados de Tasa de Error de Bit (BER) no son comparables. Sin embargo, al variar los distintos parámetros que determinan el desempeño de los códigos RS, y por lo tanto del sistema de comunicación en general, se observa que los resultados de simulación presentan la misma tendencia de las curvas teóricas.

## 4. PLAN DE PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se describe el diseño y la implementación del plan de pruebas que se realizó sobre el sistema de comunicación de datos punto a punto vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon, con el fin de realizar un análisis de los resultados que se obtuvieron en cada una de las pruebas. Para la implementación de dicho sistema en la banda de 433 MHz se utilizaron los módulos de RF YS-1020 de la empresa “ShenZhen YiShi Electronic Technology Development Co”<sup>12</sup>, adquiridos para el desarrollo del trabajo de grado “IMPLEMENTACIÓN ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE UN SISTEMA DE COMUNICACIÓN DE DATOS VÍA RADIO PUNTO A PUNTO DE CORTO ALCANCE EN UHF” realizado por Carlos Alberto Gómez Fernández y Yuly Maritza González Luna [30].

El sistema de comunicación de datos fue probado en tres escenarios diferentes (espacio libre, interiores e interferencia) variando los parámetros de la codificación Reed-Solomon y en ausencia de codificación, con el fin de realizar el análisis del funcionamiento, operación y desempeño del sistema bajo diferentes condiciones de comunicación.

Con el fin de verificar que los Circuitos Integrados de Radiofrecuencia (RFIC, *Radio Frequency Integrated Circuit*) funcionen en los rangos de valores especificados por el fabricante, se utilizaron diferentes instrumentos de medida para evaluar su desempeño de acuerdo a las características que se muestran en la tabla 4.1.

**Tabla 4.1. Características de los módulos YS-1020.**

Frecuencia de operación	434.0325 MHz
Interfaz serial	RS-232
Velocidad de transmisión	9600 bps
Modulación	GFSK
Impedancia de salida	50Ω
Conector de Antena	SMA ( <i>SubMiniature version A</i> )
Potencia de RF	≤ 10mW/10dBm
Consumo de corriente en transmisión	≤ 40mA
Consumo de corriente en recepción	< 25mA
Fuente de voltaje DC	5 V ó 3.3 V
Sensibilidad del receptor	-115dBm (9600 bps)
	-120 dBm (1200 bps)
Alcance máximo	500 m

Las medidas que permitieron evaluar el desempeño del sistema de comunicación fueron la potencia de transmisión, potencia de recepción, ancho de banda, frecuencia de operación, precisión en frecuencia y la medida de la Tasa de Error de Bit (BER) de acuerdo a las condiciones de propagación.

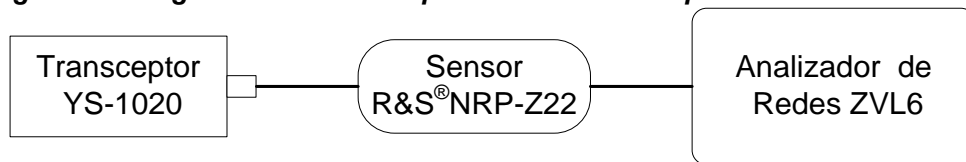
<sup>12</sup> <http://www.yishi.net.cn/rf/index.asp>

#### 4.1 MEDIDA DE LA POTENCIA DE TRANSMISIÓN

Con el fin de asegurar que el sistema de comunicación cumpla con las especificaciones establecidas y verificar su funcionamiento dentro de un área de cobertura dada, se midió la potencia de transmisión de los transceptores de RF.

En esta prueba se utilizó el Analizador de Redes ZVL6 Rohde & Schwarz [31], el cual opera en un rango de frecuencias de 9 KHz a 6 GHz y combina las funciones de un analizador de redes, un analizador de espectro y un medidor de potencia en un solo instrumento de medida. Este equipo cuenta con un sensor universal de potencia R&S®NRP-Z22 [32], el cual presenta un rango dinámico de 90 dB entre -57 dBm y 33 dBm (2 nW a 2 W) y un rango de frecuencia de operación entre 10 MHz y 18 GHz. Teniendo en cuenta que la potencia de salida del modulo es de 10 dBm y la frecuencia de operación 433 MHz, se tiene que el sensor R&S®NRP-Z22 es un dispositivo adecuado para realizar esta medida. En la figura 4.1 se presenta el diagrama de conexión para la medida de la potencia de transmisión.

**Figura 4.1. Diagrama de conexión para la medida de la potencia de transmisión.**

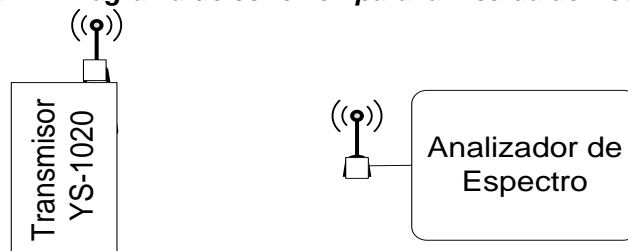


Con la configuración de la figura 4.1 se obtuvo la medida de la potencia de transmisión de los módulos de RF YS-1020, cuyo valor es igual a 9.62 dBm.

#### 4.2 MEDIDAS DE FRECUENCIA DE OPERACIÓN

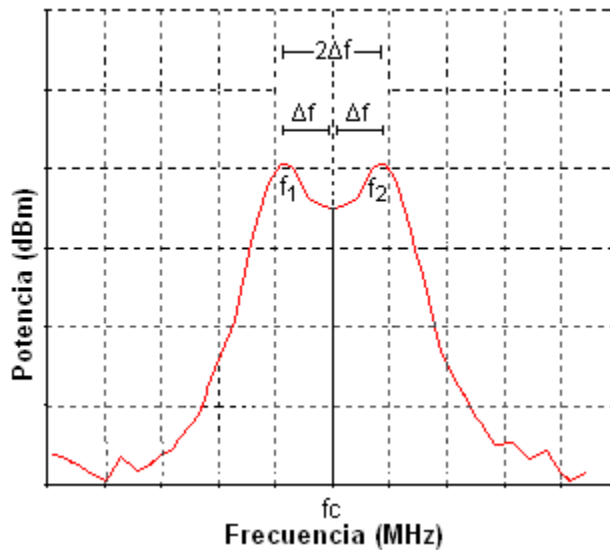
La medida de frecuencia es necesaria para asegurar que los RFIC estén funcionando dentro de los valores de frecuencia especificados por el fabricante [29]. Con el fin de establecer la frecuencia central, precisión en frecuencia y las frecuencias utilizadas para transmitir los unos y ceros binarios, se utilizó el Analizador de Redes ZVL6 R&S como analizador de espectro. En la figura 4.2 se presenta el diagrama de conexión para las medidas de la frecuencia de operación y precisión en frecuencia.

**Figura 4.2. Diagrama de conexión para la medida de frecuencia.**



Debido a que el sistema de comunicación opera con modulación GFSK [29], se tiene que, un 1 lógico se representa mediante una desviación positiva o incremento de la frecuencia de la onda portadora, y un 0 lógico se representa mediante una desviación negativa o decremento de la frecuencia de la misma [33]. De esta manera, las frecuencias que representan un 1 y un 0 se denominan frecuencias de marca ( $f_1$ ) y espacio ( $f_2$ ) respectivamente, y se encuentran separadas entre sí  $2\Delta f$ , en donde  $\Delta f$  se denomina desviación de frecuencia. Esto se muestra en la figura 4.3.

**Figura 4.3. Espectro de la modulación GFSK.**



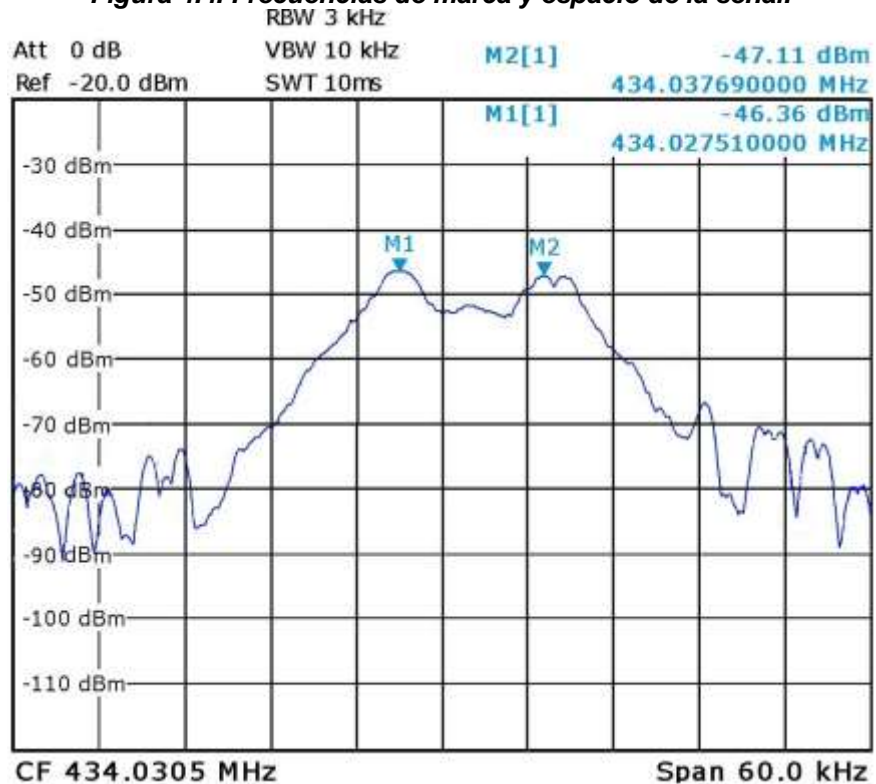
Para obtener el espectro de frecuencias de la señal recibida, es necesario el envío constante de una secuencia de información compuesta de unos y ceros alternados a través de los RFIC. En la figura 4.4 se observan las frecuencias de marca y espacio de la señal.

A partir de las frecuencias de marca y espacio de la señal se calcula la frecuencia central  $f_c$ , la desviación de frecuencia  $\Delta f$ , la precisión en frecuencia y el ancho de banda teórico y práctico.

$$f_{\text{Marca}} = f_1 = 434.03769 \text{ MHz}$$

$$f_{\text{Espacio}} = f_2 = 434.02751 \text{ MHz}$$

**Figura 4.4. Frecuencias de marca y espacio de la señal.**



La separación de frecuencias  $2\Delta f$  está definida por la ecuación 4.1.

$$2 \Delta f = f_1 - f_2 \quad (4.1)$$

$$2 \Delta f = 10.18 \text{ KHz}$$

La separación de frecuencias se encuentra cerca del valor teórico correspondiente a 9.6 KHz [29], el cual fue configurado en simulación.

A partir de la ecuación 4.1 se obtiene la desviación de frecuencia  $\Delta f$ , como se muestra en la ecuación 4.2.

$$\Delta f = \frac{f_1 - f_2}{2} \quad (4.2)$$

$$\Delta f = \frac{434.03769 \text{ MHz} - 434.02751 \text{ MHz}}{2}$$

$$\Delta f = 5.09 \text{ KHz}$$

El valor de desviación de frecuencia  $\Delta f$  medido para los módulos de RF se aproxima al valor teórico definido por el fabricante [29], pues para una velocidad de transmisión de



datos de 9600 bps y canalización de 25 KHz, se tiene que la desviación de frecuencia teórica es igual a 4.8 KHz.

La precisión en frecuencia representa la capacidad de un oscilador de mantener su frecuencia dentro de un rango fijo a pesar de cambios de temperatura, cambios ambientales y envejecimiento del mismo [16]. Por lo tanto, la variación entre la frecuencia central teórica correspondiente a 434.0325 MHz para el canal 6 de los módulos de RF, en el cual se realizaron las pruebas de desempeño, y la frecuencia central real o frecuencia central que se obtiene en recepción se denomina corrimiento en frecuencia. Según el fabricante [29] para una velocidad de transmisión de datos de 9600 bps y canalización de 25 KHz, se establecen requerimientos de precisión en frecuencia menores a  $\pm 4,95$  KHz, es decir,  $\pm 11,4$  ppm. De esta manera se espera que la frecuencia central del canal se encuentre en el rango que se muestra en la ecuación 4.3.

$$(434.0325 \text{ MHz} - 4.95 \text{ KHz}) \leq f_c \leq (434.0325 \text{ MHz} + 4.95 \text{ KHz}) \quad (4.3)$$

$$434.02755 \text{ MHz} \leq f_c \leq 434.03745 \text{ MHz}$$

La frecuencia central del canal  $f_c$  está definida por la ecuación 4.4.

$$f_c = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad (4.4)$$

$$f_c = \frac{434.03769 \text{ MHz} + 434.02751 \text{ MHz}}{2}$$

$$f_c = 434.0326 \text{ MHz}$$

La medida de la frecuencia central del canal  $f_c=434.0326$  MHz está dentro del rango permitido para los RFIC. En la ecuación 4.5 se determina el corrimiento en frecuencia.

$$\text{Corrimiento en frecuencia} = 434.0326 \text{ MHz} - 434.0325 \text{ MHz} = 100 \text{ Hz} \quad (4.5)$$

El corrimiento en frecuencia es igual a 100 Hz, lo que significa una variación de 0.2303 ppm, que evidentemente es menor a la variación máxima permitida.

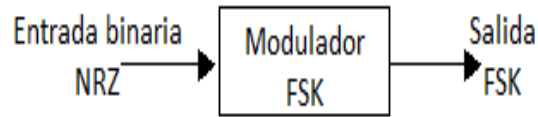
### 4.3 MEDIDA DE ANCHO DE BANDA DE LA SEÑAL

Una característica importante de una señal modulada es el ancho de banda ocupado. En sistemas de comunicación vía radio, esta característica determina una transmisión libre de distorsiones.

Debido a que los RFIC que se utilizan en este trabajo de grado operan con modulación GFSK, cuyo funcionamiento se deriva de la modulación FSK, se tiene que para calcular el ancho de banda de la señal GFSK se debe determinar primero el ancho de banda de una señal FSK.

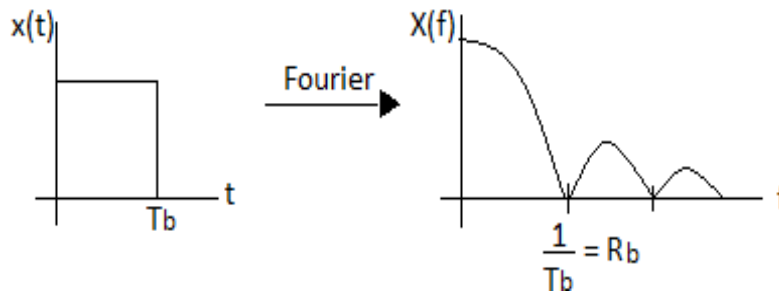
En la figura 4.5 se indica el diagrama en bloques que representa la modulación FSK.

**Figura 4.5. Diagrama en bloques de la modulación FSK.**



Para realizar un análisis espectral a una señal en el tiempo se recurre a la transformada de Fourier, esto se observa en la figura 4.6.

**Figura 4.6. Representación de una señal en el dominio del tiempo y de la frecuencia para FSK.**

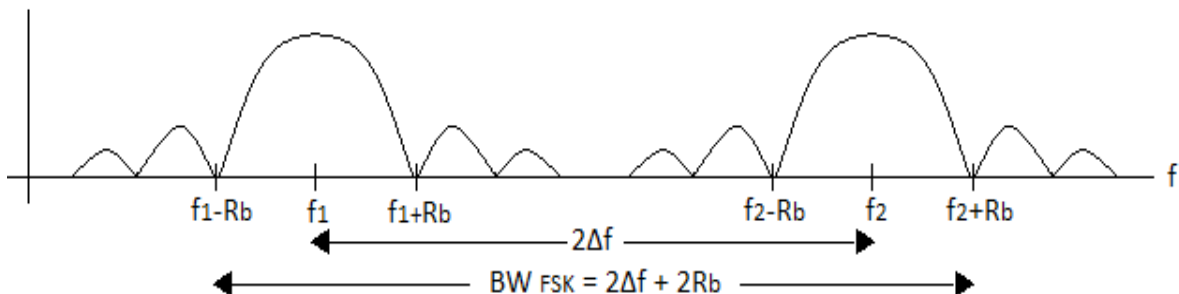


De la figura 4.6, se tiene que la duración de un bit ( $T_b$ ), se relaciona con la velocidad de transmisión ( $R_b$ ) como se indica en la ecuación 4.6.

$$R_b = \frac{1}{T_b} \quad (4.6)$$

A la salida del modulador FSK se tiene que la señal  $X(f)$  se traslada alrededor de las frecuencias de marca ( $f_1$ ) y espacio ( $f_2$ ) [16], como se muestra en la figura 4.7.

**Figura 4.7. Espectro de una señal FSK.**



A partir de la figura 4.7 se puede determinar el ancho de banda para una señal FSK, teniendo en cuenta que  $2\Delta f$  corresponde a la separación de las frecuencias de marca y espacio. Esto se indica en la ecuación 4.7.

$$BW_{FSK} = 2\Delta f + 2R_b \quad (4.7)$$

La modulación FSK es una Modulación en Frecuencia (FM, *Frequency Modulation*) y el ancho de banda para sistemas FM analógicos está dado por la regla de Carlson mediante la ecuación 4.8 [34].

$$BW = 2(f_m + \Delta f) \quad (4.8)$$

Donde  $f_m$  corresponde a la componente de mayor frecuencia de la señal moduladora y  $\Delta f$  es la desviación de frecuencia. Al adaptar la regla de Carlson para modulación FSK,  $f_m$  se convierte en  $R_b$  o velocidad de transmisión<sup>13</sup>, tal como se indica en la ecuación 4.9.

$$BW_{FSK} = 2R_b + 2\Delta f \quad (4.9)$$

Por lo tanto, se demuestra que el ancho de banda que se obtiene mediante la regla de Carlson (ecuación 4.9) es igual al que se obtuvo de manera grafica en la figura 4.7 (ecuación 4.7).

Cuando a la entrada de un modulador FSK se adiciona un filtro Gaussiano pasa bajo, se obtiene a la salida del modulador una señal GFSK, como se indica en la figura 4.8.

**Figura 4.8. Diagrama en bloques de la modulación GFSK.**



El filtro gaussiano pasa bajo que se utiliza en la modulación GFSK limita las componentes de frecuencia de acuerdo al valor del parámetro  $BT_b$  [35]. El valor que se configura en este caso se indica en la ecuación 4.10.

$$BT_b = \frac{1}{2} \quad (4.10)$$

Donde  $B$  representa la frecuencia de corte del filtro gaussiano y  $T_b$  representa la duración de un bit. Al despejar  $B$  de la ecuación 4.10 se obtiene la ecuación 4.11.

$$B = \frac{1}{2T_b} \quad (4.11)$$

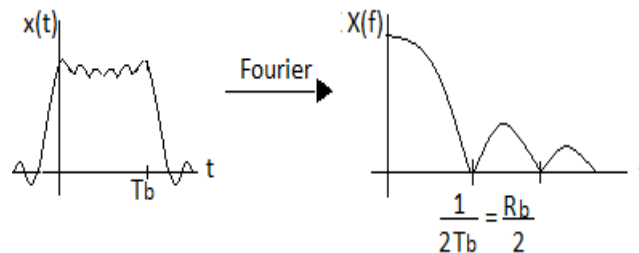
<sup>13</sup> La velocidad de transmisión de datos configurada en este trabajo de grado corresponde a 9600 bps.

Según las ecuaciones 4.6 y 4.11, el parámetro  $B$  del filtro gaussiano de la modulación GFSK se puede representar mediante la ecuación 4.12.

$$B = \frac{R_b}{2} \quad (4.12)$$

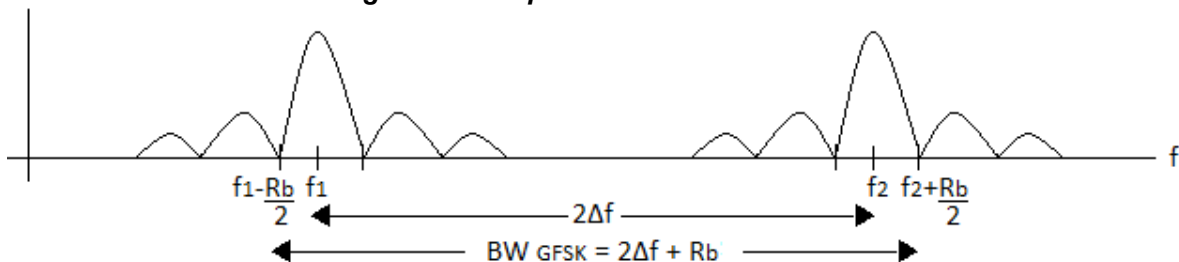
Según esto, al realizar la transformada de Fourier a un pulso de duración  $T_b$ , se observa que el filtro atenúa las componentes de frecuencia superiores a  $R_b/2$ , es decir, sólo deja pasar las frecuencias menores a  $R_b/2$ , y suaviza el pulso como se observa en la figura 4.9.

**Figura 4.9. Representación de una señal en el dominio del tiempo y de la frecuencia para GFSK.**



De manera análoga a la modulación FSK, el espectro de la señal de entrada se traslada alrededor de las frecuencias de marca y espacio como se observa en la figura 4.10.

**Figura 4.10. Espectro de una señal FSK.**



La ecuación 4.13 representa el ancho de banda que se obtiene a partir de la figura 4.10.

$$BW_{GFSK} = 2\Delta f + R_b \quad (4.13)$$

Al comparar las figuras 4.7 y 4.10, y las ecuaciones 4.7 y 4.13 se concluye que el ancho de banda de GFSK es menor al de FSK, lo que implica que la modulación GFSK es más eficiente en cuanto al uso del espectro. Sin embargo, se debe tener en cuenta que el ensanchamiento de los pulsos ocasiona Interferencia Intersimbólica (ISI, *Intersymbol Interference*), que a su vez degrada la calidad de la transmisión de los datos.

De acuerdo a lo desarrollado anteriormente, se tiene que el valor de  $2\Delta f$  medido es igual a 10.18 KHz (ecuación 4.1).

Según la ecuación 4.13, se tiene que para una velocidad de 9600 bps el ancho de banda de la señal corresponde al valor que se muestra en la ecuación 4.14.

$$BW = 9600 + 10180 \text{ Hz} = 19780 \text{ Hz}$$
$$BW = 19.780 \text{ KHz} \quad (4.14)$$

Para 4800 bps el ancho de banda de la señal obtenido según la ecuación 4.13 se presenta en la ecuación 4.15.

$$BW = 4800 + 10180 \text{ Hz} = 14980 \text{ Hz}$$
$$BW = 14.980 \text{ KHz} \quad (4.15)$$

Para 2400 bps el ancho de banda de la señal obtenido según la ecuación 4.13 se presenta en la ecuación 4.16.

$$BW = 2400 + 10180 \text{ Hz} = 12580 \text{ Hz}$$
$$BW = 12.580 \text{ KHz} \quad (4.16)$$

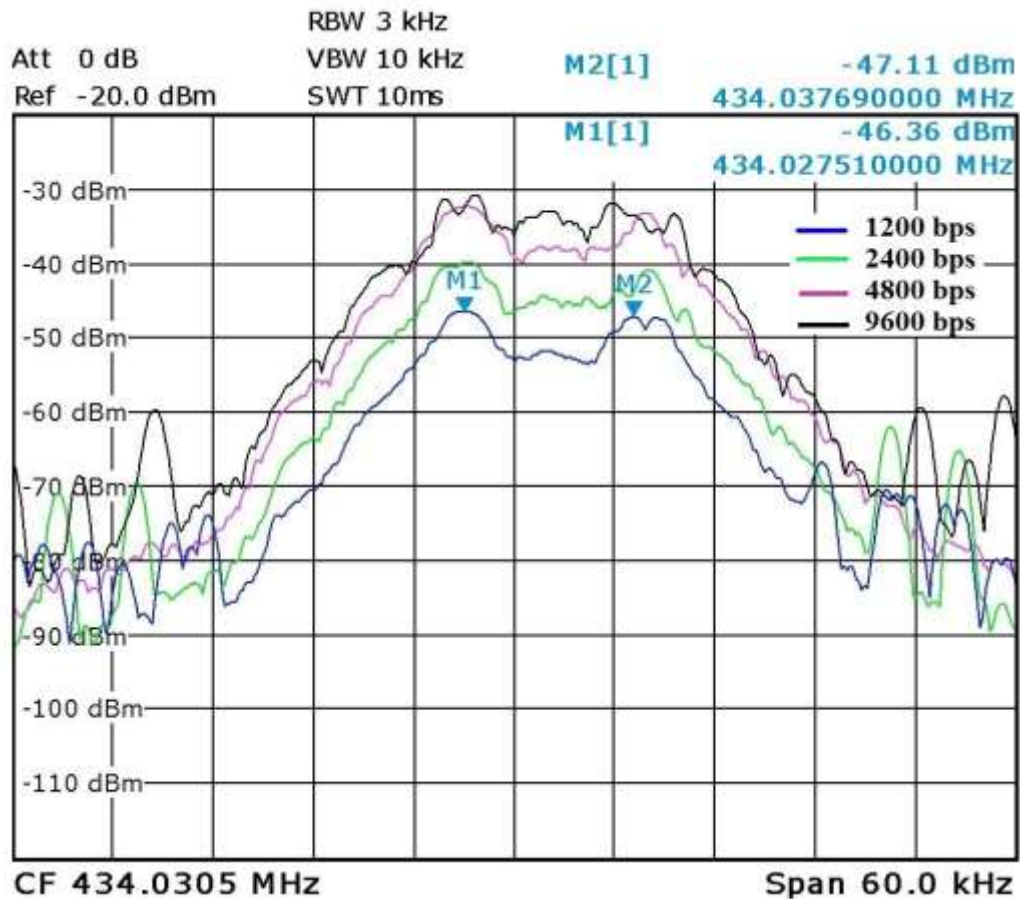
Para 1200 bps el ancho de banda de la señal obtenido según la ecuación 4.13 se presenta en la ecuación 4.17.

$$BW = 1200 + 10180 \text{ Hz} = 11380 \text{ Hz}$$
$$BW = 11.380 \text{ KHz} \quad (4.17)$$

Una vez calculados los valores de ancho de banda teóricos de la señal, se debe tener en cuenta que para tener una buena transmisión, se debe verificar que el ancho de banda útil del canal sea igual o mayor que el ancho de banda útil de la señal [19]. Debido a que para el presente trabajo de grado se tiene que el ancho de banda del canal es igual a 25 KHz se cumple la condición mencionada.

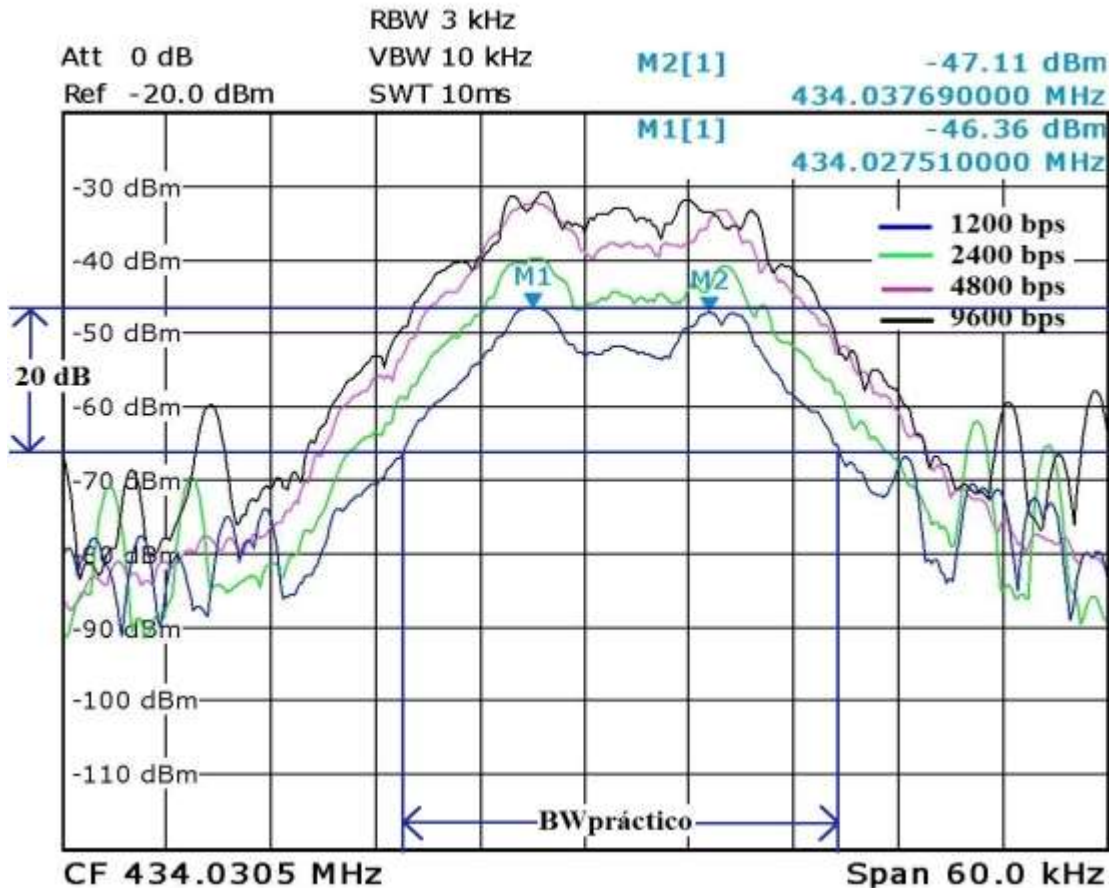
Por medio del Analizador de Redes ZVL6 Rohde & Schwarz, se obtuvo el espectro de frecuencias de la señal para velocidades de 9600 bps, 4800 bps, 2400 bps y 1200 bps, tal como se muestra en la figura 4.11, donde se comprobó que el espectro de una señal GFSK depende de la relación  $\Delta f/R_b$ , pues cuando esta relación toma valores muy pequeños, es decir cuando  $R_b$  aumenta o  $\Delta f$  disminuye, los espectros alrededor de las frecuencias de marca y espacio se traslapan, haciendo más difícil su diferenciación. De lo anterior se deduce que para bajas velocidades de transmisión de datos las frecuencias de marca y espacio de la señal son fácilmente apreciables [36].

**Figura 4.11. Espectro de la señal de información para velocidades de transmisión de datos de 9600bps, 4800bps, 2400bps y 1200bps.**



A partir de la figura 4.11 se calculó el ancho de banda práctico de la señal para los diferentes valores de velocidad de transmisión. Se empleó el método práctico para evaluar el ancho de banda de una señal FM, el cual usa el número de líneas espectrales que cae dentro de un intervalo de 20 dB, pues este intervalo corresponde aproximadamente al 98% de la potencia total de la señal FM [37]. En la figura 4.12 se muestra el ancho de banda práctico para una velocidad de transmisión de 1200 bps, de manera análoga se encuentra en ancho de banda para 2400 bps, 4800 bps y 9600 bps. Los valores prácticos de ancho de banda de la señal se observan en la tabla 4.2.

**Figura 4.12. Ancho de banda práctico de la señal de información para velocidad de transmisión de datos de 1200bps.**



**Tabla 4.2. Ancho de banda práctico de la señal para diferentes velocidades de transmisión.**

Velocidad de Transmisión [bps]	Ancho de Banda [KHz]
1200	24.96
2400	25.92
4800	26.16
9600	26.20

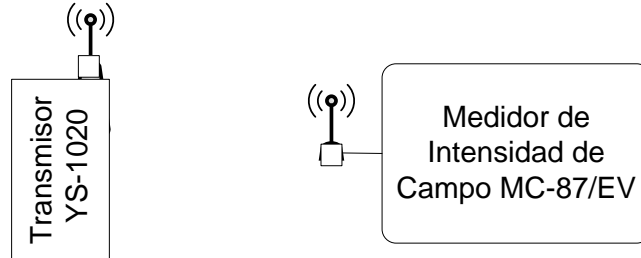
De la figura 4.11 y de la tabla 4.2 se observa que el ancho de banda ocupado por la señal es menor a medida que disminuye la velocidad de transmisión de datos, comprobando la teoría planteada con respecto a la relación entre ancho de banda y velocidad de transmisión de datos.

#### 4.4 MEDIDA DE POTENCIA RECIBIDA

Los módulos de RF YS-1020 están basados en el RFIC CC 1020 de Texas Instruments [29]. Este circuito integrado de radiofrecuencia entrega el valor de RSSI, pero el kit de evaluación YS-1020 no se configuró de forma que pudiera obtenerlo, por lo tanto fue

necesario obtener el valor de potencia de señal recibida haciendo uso del medidor de intensidad de campo eléctrico [38]. En la figura 4.13 se muestra el diagrama de conexión para realizar las medidas de potencia de la señal recibida.

**Figura 4.13. Medidas de potencia de señal recibida.**



Se debe tener en cuenta que el medidor de intensidad de campo eléctrico entrega un valor de voltaje inducido en unidades de dBuV. Por lo tanto, es necesario a partir de este valor encontrar el nivel de potencia recibida.

La potencia recibida en vatios se calcula de acuerdo a la ecuación 4.18, donde el voltaje se expresa en voltios y la impedancia en ohmios.

$$P_{RX} [W] = \frac{V^2 [V]}{Z [\Omega]} \quad (4.18)$$

Inicialmente es necesario expresar la potencia recibida en milivatios y el voltaje en microvoltios, como se indica en las ecuaciones 4.19 y 4.20 respectivamente.

$$P_{RX} [W] = P_{RX} [mW] \frac{1W}{1000mW} \quad (4.19)$$

$$V [V] = V [\mu V] \frac{1V}{10^6 \mu V} \quad (4.20)$$

Al reemplazar las ecuaciones 4.19 y 4.20 en la ecuación 4.18, teniendo en cuenta que el valor de la impedancia de entrada es igual al valor de la impedancia de la antena conectada a este equipo (75  $\Omega$ ), se obtiene la ecuación 4.21.

$$P_{RX} \left[ \frac{mW}{1000} \right] = \frac{1}{75} \left( \frac{V [uV]}{10^6} \right)^2$$

$$P_{RX} [mW] = \frac{1}{75} (V [uV])^2 \frac{1}{10^9} \quad (4.21)$$

Aplicando logaritmos a ambos lados de la igualdad en la ecuación 4.21, se obtiene la potencia recibida en dBm (ecuación 4.22).



$$10\text{Log} \frac{P_{RX} [mW]}{1 [mW]} = -10\text{Log}(75) + 20\text{Log} \frac{(V [uV])}{1 [uV]} - 10\text{Log}(10^9)$$

$$P_{RX} [dBm] = V [dBuV] - 108.75 \quad (4.22)$$

#### 4.5 MODELO DE PREDICCIÓN DE PÉRDIDAS DE PROPAGACIÓN

Debido a que la sensibilidad del medidor de intensidad de campo es igual a 20 dBuV, lo que equivale a -88.75 dBm según la ecuación 4.22, y la sensibilidad del receptor es igual a -115 dBm para velocidades de transmisión de 9600 bps, se tiene que el rango de medida es insuficiente.

Por lo tanto se toma como referencia un modelo empírico que predice una variación de la pérdida básica de propagación  $I_b$  con la distancia según la ley general de propagación descrita en la ecuación 4.23 [39].

$$I_b = kd^n \quad (4.23)$$

Donde  $k$  es una constante que depende del tipo de terreno, frecuencia y alturas de las antenas y  $n$  es un exponente de propagación que depende del medio, por lo tanto,  $n$  y  $k$  se obtienen experimentalmente.

En unidades logarítmicas la ecuación 4.23 se convierte en la ecuación 4.24.

$$L_b [dB] = 10\text{Log}k + 10n\text{Log}(d[m])$$

$$L_b [dB] = L_0 + 10n\text{Log}(d[m]) \quad (4.24)$$

Donde  $L_0$  equivale a las pérdidas a una distancia de referencia equivalente a 1 metro y  $d$  es la distancia entre el transmisor y el receptor.

En una primera aproximación, las variables que afectan la atenuación que experimenta la señal a medida que se propaga son la distancia, y el exponente de propagación  $n$ , el cual depende del entorno, tal como se muestra en la tabla 4.3 [40].

**Tabla 4.3. Valores de  $n$  para diferentes entornos.**

Entorno	Exponente de Propagación $n$
Espacio libre	2
Urbano	2.7-3.5
Urbano con grandes edificios	3-5
Interior de edificios	1.6-1.8
Interior de edificios con sombras	2-3
Entorno suburbano	2-3
Zonas industriales	2.2

## 4.6 MEDIDA DE LA RELACIÓN $E_b/N_o$

$E_b$  corresponde a la energía de bit que se obtiene a partir de la relación de la potencia de la señal en recepción y de la velocidad de transmisión de datos.  $N_o$  es la densidad espectral de potencia de ruido o potencia de ruido por unidad de ancho de banda y se representa en unidades de vatios por Hertz.

Para determinar la relación  $E_b/N_o$  se debe calcular el valor de la potencia de ruido a la entrada del receptor  $P'_n$ , este valor se asume teniendo en cuenta la sensibilidad del receptor dada por el fabricante [29], cuyo valor es igual a -115 dBm para velocidades de transmisión de 9600 bps.

La potencia de ruido a la salida del receptor está dada por la ecuación 4.25.

$$P_n = P'_n [dBm] + NF [dB] \quad (4.25)$$

Donde  $NF$  es la figura de ruido del receptor y está definida como la relación señal a ruido a la entrada sobre la relación señal a ruido a la salida del receptor. Debido a que este parámetro no es proporcionado por el fabricante, se asume este valor como 7 dB ya que es un valor típico para este tipo de dispositivos. Reemplazando este valor en la ecuación 4.25 se obtiene el valor de  $P_n$  como se muestra en la ecuación 4.26.

$$P_n = -115 dBm + 7 dB \quad (4.26)$$

$$P_n = -108 dBm$$

La densidad espectral de potencia de ruido  $N_o$  en unidades de dBm/Hz se presenta mediante la ecuación 4.27.

$$N_o = P_n [dBm] - 10 \text{Log}(BW [Hz])$$

$$N_o = -108 dBm - 10 \text{Log}(25000 [Hz])$$

$$N_o = -152 dBm / Hz \quad (4.27)$$

De esta forma el valor de  $N_o$  que se tiene en cuenta para obtener la relación  $E_b/N_o$  es igual a -152 dBm/Hz.

El valor de  $E_b$  se obtiene del cociente entre la potencia de recepción y la velocidad de transmisión de datos, lo que en unidades logarítmicas se convierte en la diferencia de los mismos, como se expresa en las ecuaciones 4.28 y 4.29.

$$E_b \left[ \frac{mW}{Hz} \right] = \frac{P_{RX} [mW]}{R_b [bps]} \quad (4.28)$$

$$E_b [dBm / Hz] = P_{RX} [dBm] - 10 \text{Log} R_b [bps] \quad (4.29)$$

De esta forma el valor de la relación  $E_b/N_o$  se muestra en la ecuación 4.30.

$$\frac{E_b}{N_o} [dB] = E_b [dBm / Hz] - N_o [dBm / Hz] \quad (4.30)$$

#### 4.7 MEDIDA DE TASA DE ERROR DE BIT (BER) DEL SISTEMA

La medida de la Tasa de Error de Bit (BER) es uno de los parámetros más importantes en el análisis de cualquier sistema de comunicación digital, ya que permite determinar el desempeño del sistema de acuerdo con el número de errores presentes en la transmisión. Este parámetro se expresa de acuerdo a la ecuación 4.31.

$$BER = \frac{\text{Número de bits erróneos}}{\text{Número de bits transmitidos}} \quad (4.31)$$

La Tasa de Error de Bit (BER) del sistema se midió en el terminal receptor, en el cual se comparó la información transmitida con la información recibida, con el fin de encontrar los bits erróneos. Se debe tener en cuenta que a medida que el transmisor y el receptor se alejan, el número de bits erróneos aumenta, dado que la potencia de la señal en el receptor disminuye a mayor distancia y por lo tanto disminuye la relación  $E_b/N_o$ .

##### 4.7.1 Potencia de recepción y pérdidas de propagación para el escenario 1 (exteriores)

El escenario 1 corresponde a la propagación en espacio libre. Para realizar estas medidas se escogió el CDU (*Centro Deportivo Universitario*) ubicado en el sector de Tulcán de la Universidad del Cauca. Las pruebas se realizaron con una potencia de transmisión de -20.38 dBm<sup>14</sup> y ganancias de antena de 3 dB tanto en el transmisor como en el receptor. En la tabla 4.4 se presentan los valores de pérdidas de propagación reales que se obtuvieron por medio de las relaciones 4.22 y 4.32 y el voltaje entregado por el medidor de intensidad de campo para diferentes distancias.

$$L_b [dB] = P_{TX} [dBm] - P_{RX} [dBm] + 2G_A \quad (4.32)$$

A partir de los valores de la tabla 4.4 se obtiene la figura 4.14, correspondiente a la relación entre las pérdidas de propagación reales entre el transmisor y el receptor respecto a la distancia, para las medidas realizadas en el escenario 1.

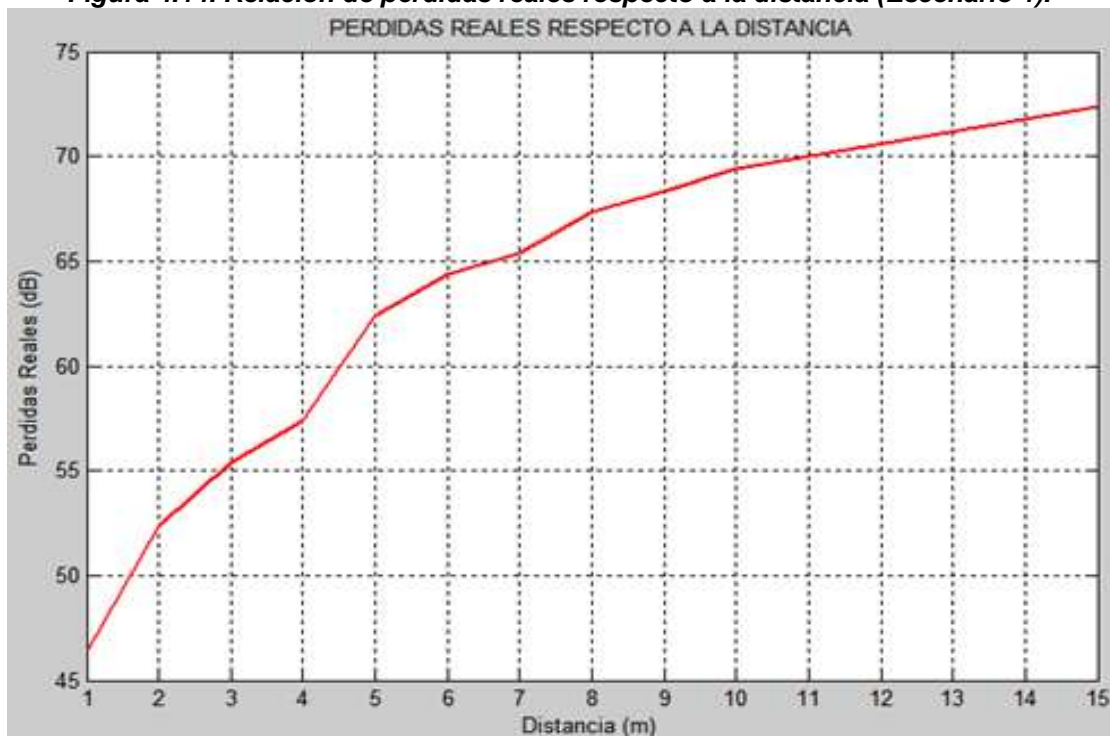
---

<sup>14</sup> Este valor se obtuvo mediante el Analizador de Redes haciendo uso de un atenuador de 30 dB, el cual se utilizó en el transmisor para limitar el alcance en este escenario.

**Tabla 4.4. Valores de voltaje y potencia obtenidos de forma práctica (Escenario 1).**

Distancia [m]	Voltaje Inducido [dBuV]	Potencia Recibida [dBm]	Pérdidas de Propagación Reales [dB]
1	48	-60.75	46.37
2	42	-66.75	52.37
3	39	-69.75	55.37
4	37	-71.75	57.37
5	32	-76.75	62.37
6	30	-78.75	64.37
7	29	-79.75	65.37
8	27	-81.75	67.37
9	26	-82.75	68.37
10	25	-83.75	69.37
15	22	-86.75	72.37

**Figura 4.14. Relación de pérdidas reales respecto a la distancia (Escenario 1).**



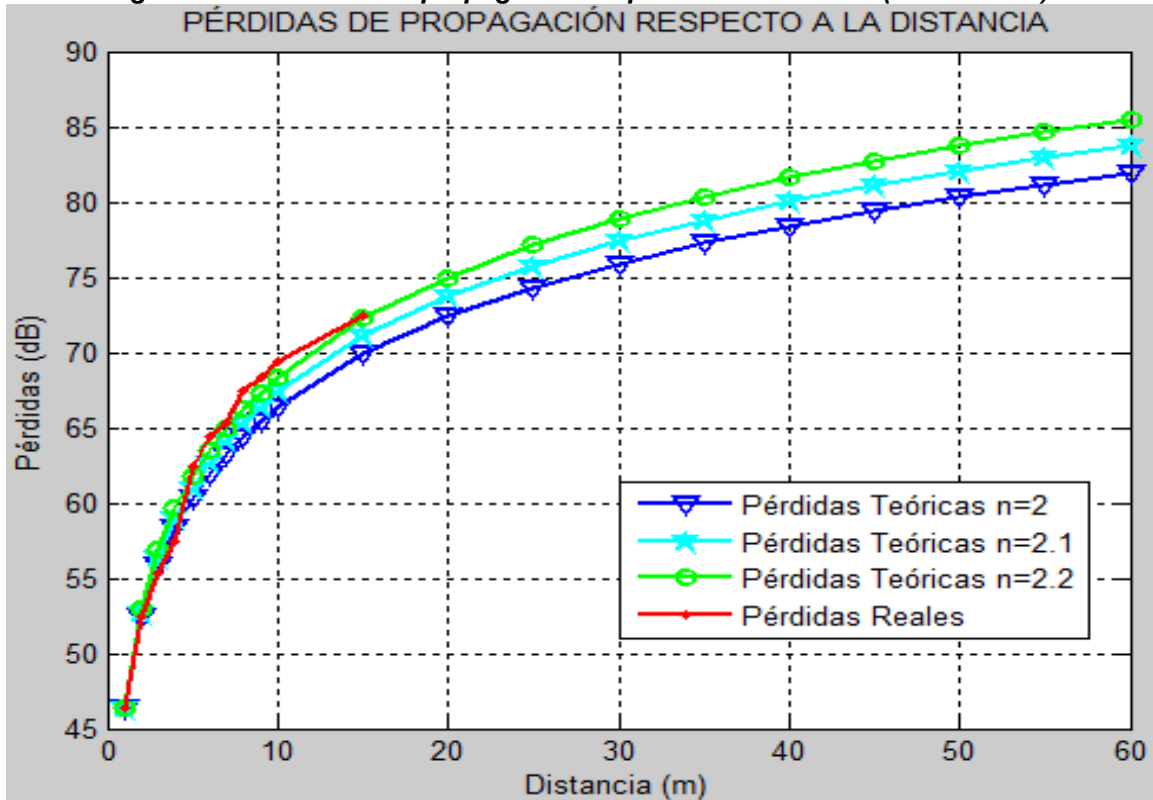
Debido a que las distancias utilizadas para calcular los valores teóricos superan los 15 m, es necesario obtener estos valores a partir de la ecuación general de pérdidas de propagación (ecuación 4.24) de tal forma que los valores obtenidos de forma teórica, se asemejen a los valores obtenidos de forma práctica.

De la tabla 4.3 se tiene que para espacio libre el exponente de propagación  $n$  es igual a 2 y a partir de la tabla 4.4 se encuentra el valor de  $L_0=46.37$  (pérdidas de propagación a una distancia  $d=1$  m). Sin embargo, con un exponente de propagación  $n=2.2$  las pérdidas de propagación de espacio libre obtenidas mediante la ecuación 4.24, presentan la mayor

coincidencia con los valores obtenidos de forma práctica, como se observa en la figura 4.15. Por lo tanto, la ecuación 4.24 se puede escribir como la ecuación 4.33.

$$L_b [dB] = 46.37 + 22 \text{Log}(d[m]) \quad (4.33)$$

**Figura 4.15. Pérdidas de propagación respecto a la distancia (Escenario 1).**



#### 4.7.2 Potencia de recepción y pérdidas de propagación para el escenario 2 (interiores)

Las pruebas para evaluar el desempeño del sistema de comunicación en el escenario 2 se realizaron en un pasillo de la facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación, el cual tiene una longitud de 75 m. Las transmisiones se realizaron con una potencia de salida igual a -20.38 dBm y ganancia de antena en transmisión y recepción igual a 3 dB. En la tabla 4.5 se presentan los valores de pérdidas reales obtenidos mediante las relaciones 4.22 y 4.32 y el voltaje entregado por el medidor de intensidad de campo para diferentes distancias.

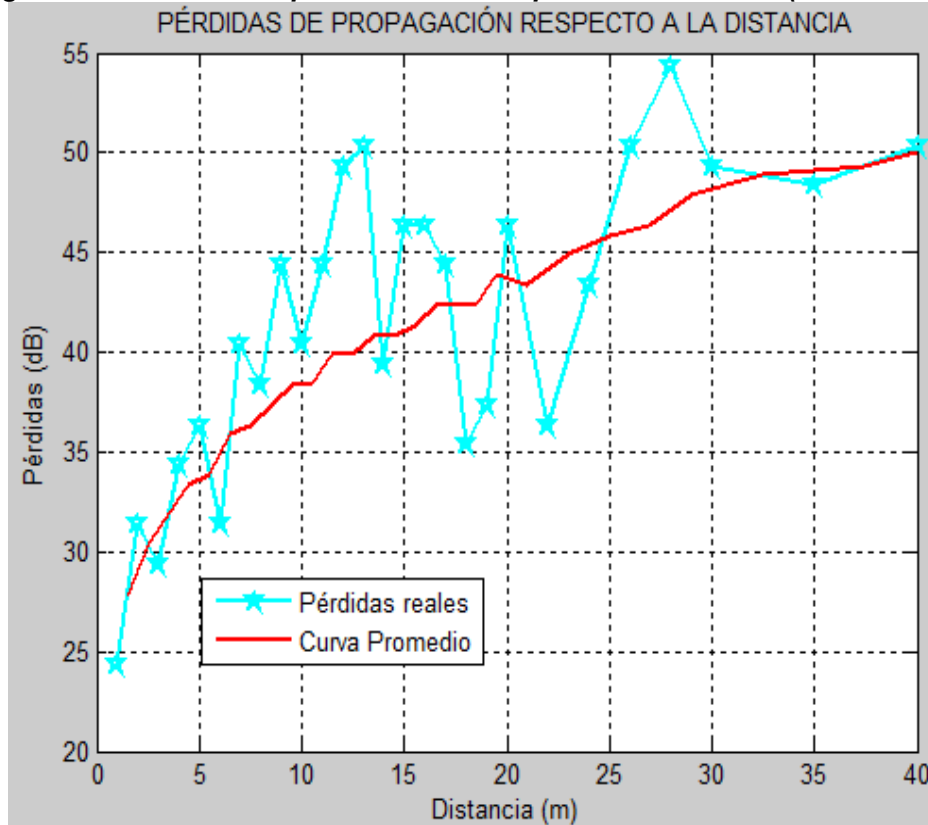
La figura 4.16 muestra la relación entre las pérdidas reales con respecto a la distancia para el escenario 2, según los valores presentes en la tabla 4.5.

**Tabla 4.5. Valores de voltaje y potencia obtenidos de forma práctica (Escenario 2).**

Distancia [m]	Voltaje Inducido [dBuV]	Potencia Recibida [dBm]	Pérdidas de Propagación Reales [dB]
1	70	-38.75	24.37
2	63	-45.75	31.37
3	65	-43.75	29.37
4	60	-48.75	34.37
5	58	-50.75	36.37
6	63	-45.75	31.37
7	54	-54.75	40.37
8	56	-52.75	38.37
9	50	-58.75	44.37
10	54	-54.75	40.37
11	50	-58.75	44.37
12	45	-63.75	49.37
13	44	-64.75	50.37
14	55	-53.75	39.37
15	48	-60.75	46.37
16	48	-60.75	46.37
17	50	-58.75	44.37
18	59	-49.75	35.37
19	57	-51.75	37.37
20	48	-60.75	46.37
22	58	-50.75	36.37
24	51	-57.75	43.37
26	44	-64.75	50.37
28	40	-68.75	54.37
30	45	-63.75	49.37
35	46	-62.75	48.37
40	44	-64.75	50.37

Los valores de pérdidas de propagación de la figura 4.16 obtenidos a partir de los valores de voltaje medidos en el escenario 2 muestran una serie de máximos y mínimos para ciertas distancias, similar a un patrón de ondas estacionarias para distancias cercanas al transmisor, a medida que el receptor se aleja del transmisor la diferencia entre los picos se reduce, esto se debe a que se está llegando al límite de sensibilidad del medidor. Debido a esto, los valores de pérdidas de propagación obtenidos de forma práctica en el escenario 2 se representan mediante la curva promedio que se muestra en la figura 4.16.

**Figura 4.16. Relación de pérdidas reales respecto a la distancia (Escenario 2).**



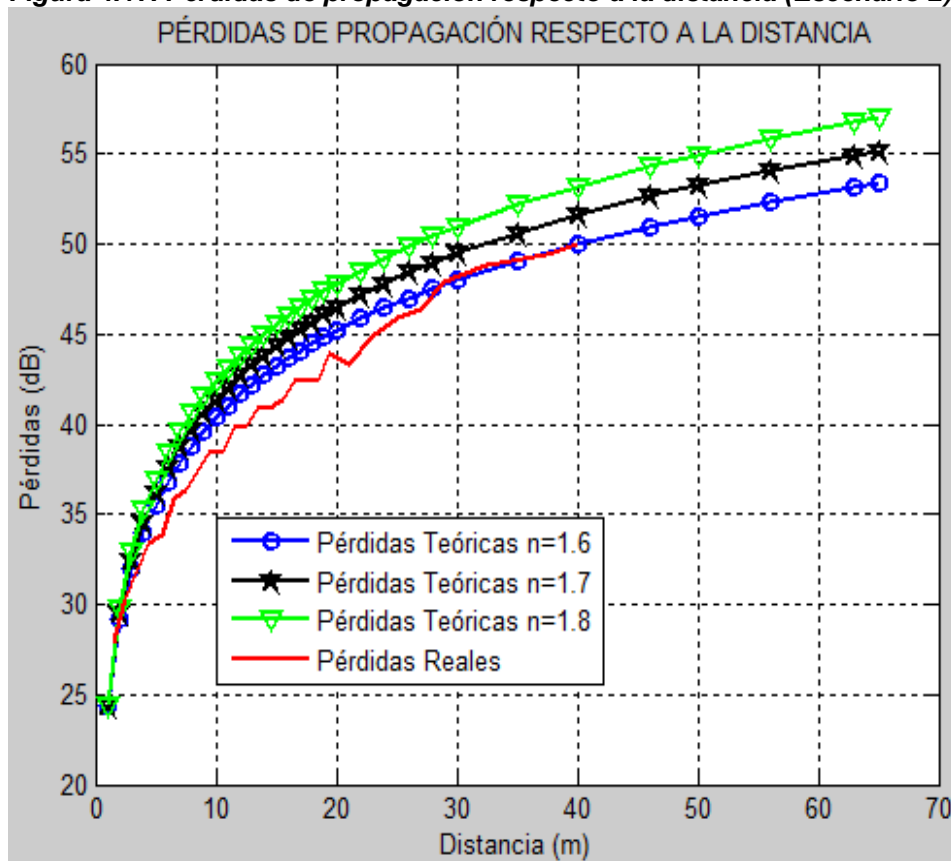
A partir de los valores de la curva promedio, se determinó el valor del exponente de propagación  $n$  para la ecuación 4.24 o ecuación de pérdidas de propagación modificada. Se debe tener en cuenta que para propagación en interiores, el exponente de propagación  $n$  se encuentra en el rango<sup>15</sup> de 1.6 a 1.8, según lo indicado en la tabla 4.3. Por lo tanto, con  $L_0=24.37$  (tabla 4.5) y  $n=1.6$ , la ecuación 4.24 se convierte en la ecuación 4.34.

$$L_b [dB] = 24.37 + 16 \text{Log}(d[m]) \quad (4.34)$$

La ecuación 4.34 expresa las pérdidas de propagación para el escenario 2, en donde el exponente de propagación  $n$  es igual a 1.6 debido a que la curva obtenida con este valor es la que más se aproxima a los valores reales (curva promedio). Esto muestra que las pérdidas de propagación en este escenario son inferiores a las de espacio libre debido al efecto de guía de onda. En la figura 4.17 se presentan las pérdidas de propagación para el escenario 2, obtenidas tanto de forma teórica (para diferentes valores de  $n$ ) como de forma práctica.

<sup>15</sup> El valor del exponente de propagación  $n$  también puede estar fuera del rango estipulado en la tabla 4.3.

**Figura 4.17. Pérdidas de propagación respecto a la distancia (Escenario 2).**



### 4.7.3 Relación $E_b/N_0$ para el escenario 1 (exteriores)

La relación Energía de Bit a Densidad Espectral de Potencia de Ruido  $E_b/N_0$  se calcula a partir de los valores de pérdidas de propagación en espacio libre obtenidos mediante la ecuación 4.33 y las ecuaciones 4.27, 4.29, 4.30 y 4.32, para las distancias a las cuales se realizaron cada una de las pruebas. En la tabla 4.6 se indican los valores de la relación  $E_b/N_0$  para el escenario 1.

**Tabla 4.6. Valores de relación  $E_b/N_0$  para el escenario 1.**

Distancia [m]	$E_b/N_0$ [dB]
29	19.25
32	18.31
34	17.73
41	15.94



#### 4.7.4 Relación Eb/No para el escenario 2 (interiores)

A partir de la ecuación 4.34 y las ecuaciones 4.27, 4.29, 4.30 y 4.32, se calcula la relación Energía de Bit a Densidad Espectral de Potencia de Ruido Eb/No para las pruebas realizadas en el escenario 2, tal como se indica en la tabla 4.7.

**Tabla 4.7. Valores de relación Eb/No para el escenario 2.**

Distancia [m]	Eb/No [dB]
46	46.82
50	46.24
56	45.45
63	44.63
65	44.42

#### 4.7.5 Desempeño del sistema de comunicación en los escenarios 1 y 2

En esta sección se presentan los resultados de la evaluación del desempeño del sistema de comunicación, con y sin codificación, en los escenarios 1 y 2. El desempeño se basa en la Tasa de Error de Bit (BER) para diferentes relaciones de Energía de Bit a Densidad Espectral de Potencia de Ruido  $E_b/N_0$ .

En las pruebas que se realizaron se modificó la tasa de codificación  $k/n$ , la longitud de bloque codificado  $n$  y la capacidad de corrección de errores  $t$ , esto con el fin de verificar el desempeño de forma independiente para cada uno de los parámetros de la codificación Reed-Solomon. Para todos los casos se utilizaron símbolos de 8 bits, es decir  $m=8$ , debido a que este valor es el más utilizado en las aplicaciones.

##### 4.7.5.1 Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes tasas de codificación $k/n$ e igual longitud de bloque codificado $n$

Esta prueba se realizó con el fin de evaluar el desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon variando la tasa de codificación tanto en el escenario 1 como en el escenario 2. Para ello, con  $n$  constante (255) se varió  $k$ , y de esta forma se observó el desempeño del sistema para diferentes tasas de codificación  $k/n$ . Además, se fijó la velocidad de transmisión de datos en 9600 bps, el tamaño de las tramas en 255 símbolos, con un total de 360 tramas transmitidas para cada distancia entre el transmisor y receptor, equivalente a 734400 bits. La tabla 4.8 muestra la configuración de los parámetros  $n$  y  $k$ , la capacidad de corrección de errores  $t$  de cada código RS y su correspondiente tasa de codificación  $k/n$ .

**Tabla 4.8. Variaciones de  $k$  que producen diferentes tasas de codificación.**

$n$	$k$	$t$	Tasa de Codificación
255	253	1	0.99
255	249	3	0.97
255	245	5	0.96
255	239	8	0.93
255	235	10	0.92

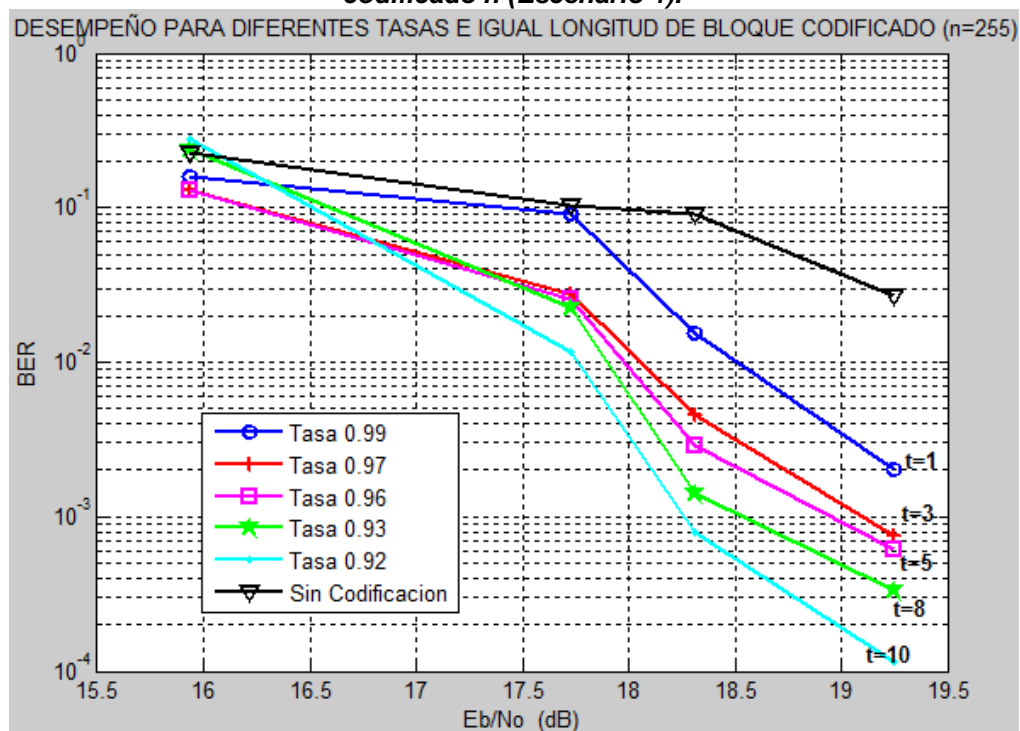
#### 4.7.5.1.1 Resultados obtenidos en el escenario 1

La tabla 4.9 y la figura 4.18 presentan los resultados de la Tasa de Error de Bit (BER) con respecto a la relación  $E_b/N_0$  para el escenario 1, donde la relación  $E_b/N_0$  fue obtenida a partir de la ecuación de pérdidas de propagación modificada para el escenario 1 (ecuación 4.33) y las ecuaciones 4.27, 4.29, 4.30 y 4.32.

**Tabla 4.9. Desempeño para diferentes tasas de codificación  $k/n$  e igual longitud de bloque codificado  $n$  (Escenario 1).**

Distancia [m]	$E_b/N_0$ [dB]	BER					Sin Codificación
		Tasa de Codificación					
		0.99	0.97	0.96	0.93	0.92	
29	19.25	$2.02 \cdot 10^{-3}$	$7.59 \cdot 10^{-4}$	$6.16 \cdot 10^{-4}$	$3.37 \cdot 10^{-4}$	$1.13 \cdot 10^{-4}$	$2.71 \cdot 10^{-2}$
32	18.31	$1.53 \cdot 10^{-2}$	$4.50 \cdot 10^{-3}$	$2.90 \cdot 10^{-3}$	$1.40 \cdot 10^{-3}$	$8.00 \cdot 10^{-4}$	$9.03 \cdot 10^{-2}$
34	17.73	$9.03 \cdot 10^{-2}$	$2.73 \cdot 10^{-2}$	$2.55 \cdot 10^{-2}$	$2.28 \cdot 10^{-2}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$	$1.02 \cdot 10^{-1}$
41	15.94	$1.59 \cdot 10^{-1}$	$1.31 \cdot 10^{-1}$	$1.30 \cdot 10^{-1}$	$2.37 \cdot 10^{-1}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$	$2.26 \cdot 10^{-1}$

**Figura 4.18. Desempeño para diferentes tasas de codificación  $k/n$  e igual longitud de bloque codificado  $n$  (Escenario 1).**



Los resultados presentes en la figura 4.18 muestran que a medida que el valor de la tasa de codificación  $k/n$  se acerca a la unidad se deteriora el desempeño tanto de la codificación Reed-Solomon como del sistema de comunicación en general. En la figura 4.18 se observa que con una relación  $Eb/No$  de 19 dB se obtiene una Tasa de Error de Bit (BER) de  $2 \cdot 10^{-4}$ ,  $5 \cdot 10^{-4}$ ,  $9 \cdot 10^{-4}$ ,  $1.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $3.8 \cdot 10^{-3}$  y  $4 \cdot 10^{-2}$  para transmisiones de información con tasas de codificación 0.92, 0.93, 0.96, 0.97, 0.99 y sin codificación respectivamente, lo que demuestra que a menor tasa de codificación  $k/n$ , menor es la Tasa de Error de Bit (BER) para una misma relación  $Eb/No$ . Por lo tanto, el código RS con mejor desempeño corresponde al código con tasa de codificación igual a 0.92, el cual presenta un ahorro de energía del 37% para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $3 \cdot 10^{-2}$  con respecto a la curva que no presenta codificación de canal.

#### 4.7.5.1.2 Resultados obtenidos en el escenario 2

En la tabla 4.10 y figura 4.19 se presentan los resultados obtenidos en el escenario 2, al evaluar el desempeño del sistema de comunicación a partir de la variación de la tasa de codificación  $k/n$  de los códigos RS.

**Tabla 4.10. Desempeño para diferentes tasas de codificación  $k/n$  e igual longitud de bloque codificado  $n$  (Escenario 2).**

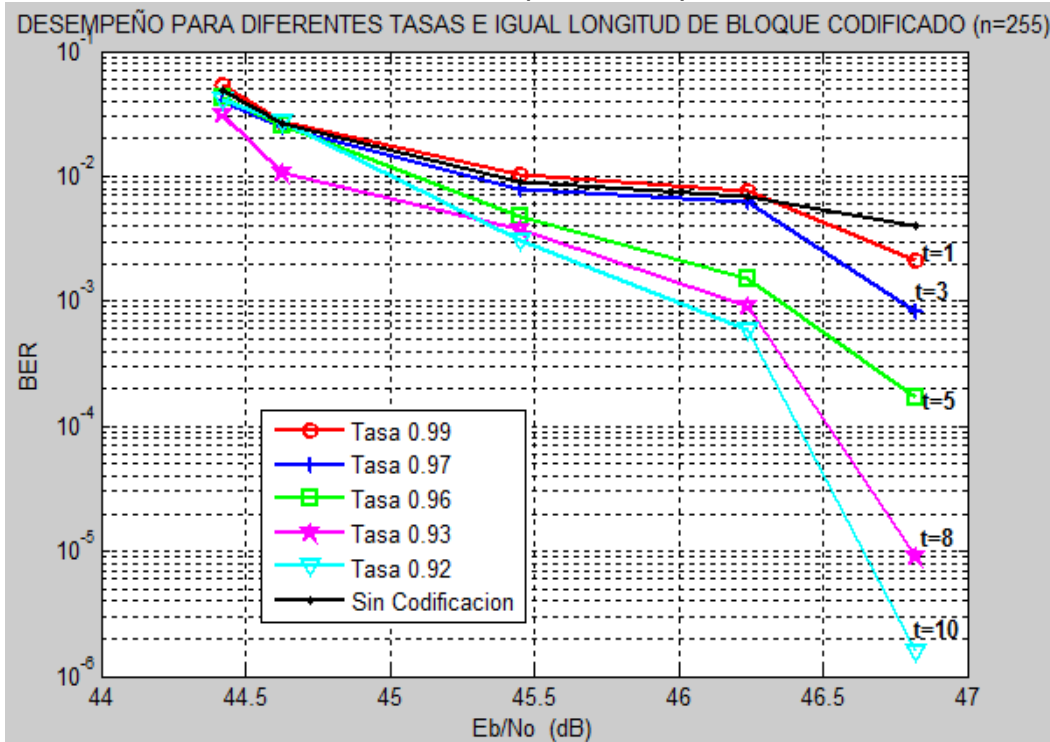
Distancia [m]	$Eb/No$ [dB]	BER					
		Tasa de Codificación					Sin Codificación
		0.99	0.97	0.96	0.93	0.92	
46	46.82	$2.10 \cdot 10^{-3}$	$8.29 \cdot 10^{-4}$	$1.69 \cdot 10^{-4}$	$9.14 \cdot 10^{-6}$	$1.59 \cdot 10^{-6}$	$4.01 \cdot 10^{-3}$
50	46.24	$7.70 \cdot 10^{-3}$	$6.30 \cdot 10^{-3}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$9.11 \cdot 10^{-4}$	$5.87 \cdot 10^{-4}$	$6.90 \cdot 10^{-3}$
56	45.45	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$7.80 \cdot 10^{-3}$	$4.80 \cdot 10^{-3}$	$3.70 \cdot 10^{-3}$	$3.10 \cdot 10^{-3}$	$9.01 \cdot 10^{-3}$
63	44.63	$2.72 \cdot 10^{-2}$	$2.49 \cdot 10^{-2}$	$2.58 \cdot 10^{-2}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$	$2.70 \cdot 10^{-2}$	$2.69 \cdot 10^{-2}$
65	44.42	$5.44 \cdot 10^{-2}$	$4.02 \cdot 10^{-2}$	$4.26 \cdot 10^{-2}$	$3.08 \cdot 10^{-2}$	$4.04 \cdot 10^{-2}$	$4.89 \cdot 10^{-2}$

En la figura 4.19 se observa que el mejor desempeño se presenta para la tasa de codificación de 0.92 y el peor al no usar codificación, con una diferencia entre las dos, de aproximadamente 1.5 dB para Tasa de Error de Bit (BER) de  $4 \cdot 10^{-3}$ , lo que equivale a un ahorro de energía de aproximadamente 29.2%.

Las curvas de desempeño en los escenarios 1 y 2, según las figuras 4.18 y 4.19 muestran una tendencia similar a los resultados obtenidos por medio de simulación (figura 3.4); sin embargo los rangos de relación  $Eb/No$  son diferentes, ya que en simulación las condiciones son ideales y no se considera el efecto de fenómenos físicos como la interferencia y el multirrayecto.

De las figuras 4.14 y 4.16 se observa que las pérdidas de propagación en exteriores son superiores a las pérdidas de propagación en interiores, lo que implica que en interiores la potencia de recepción es mayor, y por lo tanto se necesita una mayor relación  $Eb/No$  en interiores que en exteriores, tal como se muestra en las figuras 4.18 y 4.19.

**Figura 4.19. Desempeño para diferentes tasas de codificación  $k/n$  e igual longitud de bloque codificado  $n$  (Escenario 2).**



#### 4.7.5.2 Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ e igual tasa de codificación $k/n$

Para evaluar el desempeño del sistema de comunicación a partir de las variaciones de  $n$  y  $k$  que producen igual tasa de codificación  $k/n$ , se tuvieron en cuenta los resultados de la prueba anterior (figuras 4.18 y 4.19), donde el sistema con código RS(255,235) con tasa de codificación de 0.92 presentó el mejor desempeño. El objetivo de esta prueba consiste en observar el efecto en el sistema al incrementar el valor de la longitud de bloque codificado  $n$  y la redundancia  $n-k$ , pues según lo mencionado en el capítulo 3, mejor es el desempeño de los códigos RS al aumentar dichos parámetros. Esta prueba se realizó utilizando una velocidad de transmisión de datos de 9600 bps, con tramas de  $n$  símbolos y una transmisión de 360 tramas para cada distancia. La tabla 4.11 muestra las configuraciones de  $n$  y  $k$  que producen la tasa de codificación de 0.92.

**Tabla 4.11. Variaciones de  $n$  y  $k$  que producen igual tasa de codificación.**

$n$	$k$	$t$	Tasa de Codificación
139	129	5	0.92
153	141	6	0.92
204	188	8	0.92
255	235	10	0.92

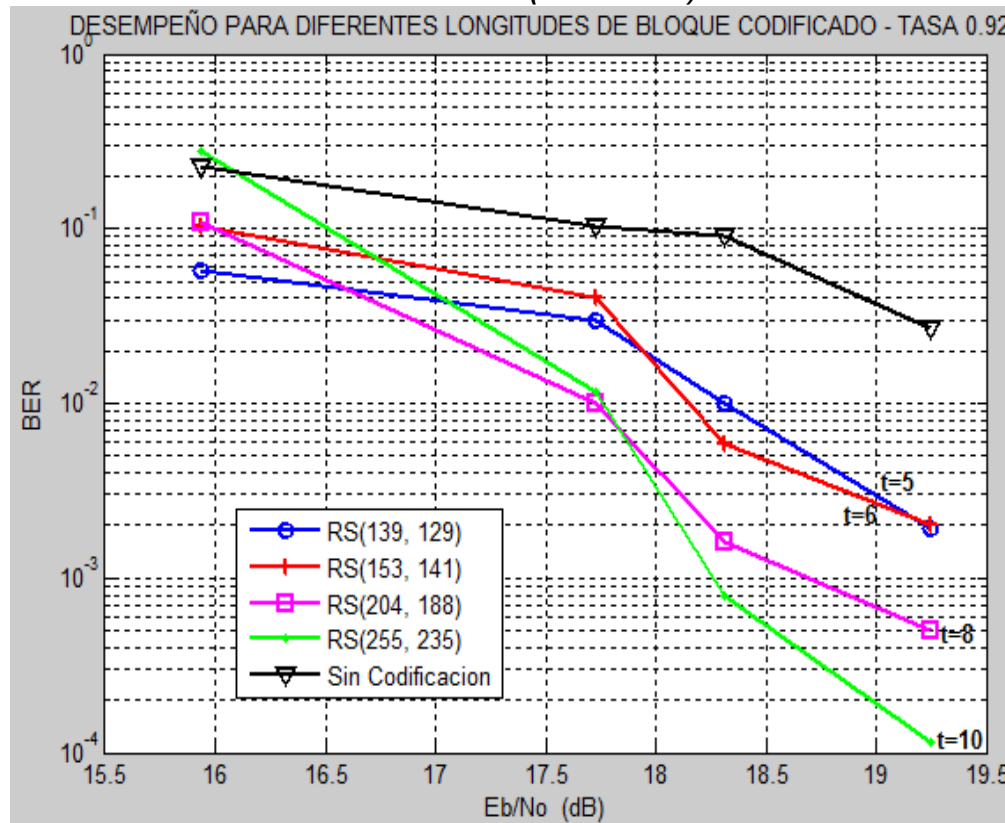
#### 4.7.5.2.1 Resultados obtenidos en el escenario 1

En la tabla 4.12 se presenta la Tasa de Error de Bit (BER) para diferentes distancias entre el transmisor y receptor medidas en el escenario 1.

**Tabla 4.12. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$  e igual tasa de codificación  $k/n$  (Escenario 1).**

Distancia [m]	Eb/No [dB]	BER				
		RS(139,129)	RS(153,141)	RS(204,188)	RS(255,235)	Sin Codificación
29	19.25	$1.90 \cdot 10^{-3}$	$2.01 \cdot 10^{-3}$	$5.00 \cdot 10^{-4}$	$1.13 \cdot 10^{-4}$	$2.71 \cdot 10^{-2}$
32	18.31	$1.02 \cdot 10^{-2}$	$5.90 \cdot 10^{-3}$	$1.60 \cdot 10^{-3}$	$8.01 \cdot 10^{-4}$	$9.03 \cdot 10^{-2}$
34	17.73	$3.00 \cdot 10^{-2}$	$4.00 \cdot 10^{-2}$	$1.00 \cdot 10^{-2}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$	$1.02 \cdot 10^{-1}$
41	15.94	$5.81 \cdot 10^{-2}$	$1.04 \cdot 10^{-1}$	$1.09 \cdot 10^{-1}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$	$2.26 \cdot 10^{-1}$

**Figura 4.20. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$  e igual tasa de codificación  $k/n$  (Escenario 1).**



Los resultados presentes tanto en la tabla 4.12 como la figura 4.20 muestran una mejora considerable en el desempeño del sistema de comunicación debido a un valor mayor de longitud de bloque codificado  $n$  y a un incremento en la redundancia  $n-k$  de cada código RS( $n,k$ ). En la figura 4.20, al comparar los dos códigos con mejor desempeño, se observa que para obtener una Tasa de Error de Bit (BER) de  $5 \cdot 10^{-4}$  se requiere 0.7 dB menos de

relación  $E_b/N_0$  utilizando un código RS(255,235) en comparación con un código RS(204,188), lo que equivale a un ahorro de energía de aproximadamente 17%. Además, para obtener una Tasa de Error de Bit (BER) de  $3 \cdot 10^{-2}$  se requiere 2 dB menos de relación  $E_b/N_0$  utilizando un código RS(255,235) en comparación con la curva que no presenta codificación de canal, lo que equivale a un ahorro de energía aproximado de 37%.

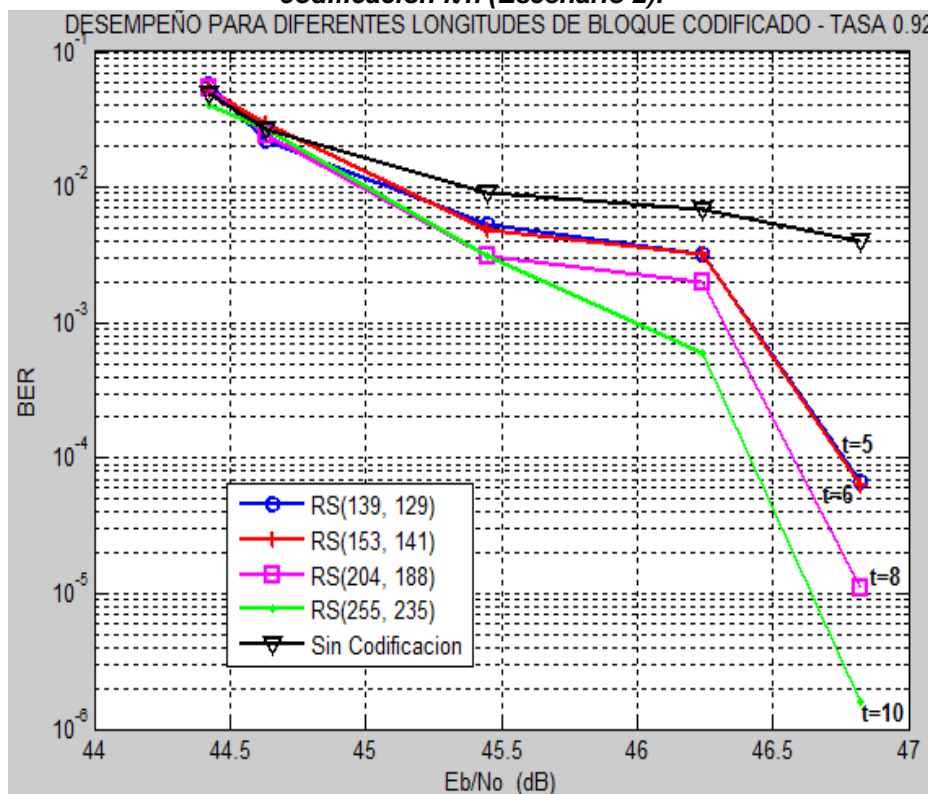
#### 4.7.5.2.2 Resultados obtenidos en el escenario 2

En la tabla 4.13 se presenta la Tasa de Error de Bit (BER) para diferentes distancias entre el transmisor y el receptor medidas en el escenario 2.

**Tabla 4.13. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$  e igual tasa de codificación  $k/n$  (Escenario 2).**

Distancia [m]	$E_b/N_0$ [dB]	BER				
		RS(139,129)	RS(153,141)	RS(204,188)	RS(255,235)	Sin Codificación
46	46.82	$6.77 \cdot 10^{-5}$	$6.20 \cdot 10^{-5}$	$1.10 \cdot 10^{-5}$	$1.59 \cdot 10^{-6}$	$4.00 \cdot 10^{-3}$
50	46.24	$3.20 \cdot 10^{-3}$	$3.20 \cdot 10^{-3}$	$2.00 \cdot 10^{-3}$	$5.87 \cdot 10^{-4}$	$6.90 \cdot 10^{-3}$
56	45.45	$5.40 \cdot 10^{-3}$	$4.80 \cdot 10^{-3}$	$3.10 \cdot 10^{-3}$	$3.10 \cdot 10^{-3}$	$9.01 \cdot 10^{-3}$
63	44.63	$2.23 \cdot 10^{-2}$	$2.92 \cdot 10^{-2}$	$2.41 \cdot 10^{-2}$	$2.70 \cdot 10^{-2}$	$2.69 \cdot 10^{-2}$
65	44.42	$5.73 \cdot 10^{-2}$	$5.15 \cdot 10^{-2}$	$5.37 \cdot 10^{-2}$	$4.04 \cdot 10^{-2}$	$4.89 \cdot 10^{-2}$

**Figura 4.21. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$  e igual tasa de codificación  $k/n$  (Escenario 2).**



De la figura 4.21, al comparar el sistema de comunicación con código RS(255,235) con el sistema de comunicación sin codificación para una relación  $E_b/N_0$  de 46.8 dB, se obtiene una Tasa de Error de Bit (BER) de  $1.59 \cdot 10^{-6}$  y  $4 \cdot 10^{-3}$  respectivamente, lo que significa una mejora en el desempeño de aproximadamente 3 órdenes de magnitud al utilizar codificación Reed-Solomon.

Los resultados obtenidos en el escenario 2, muestran una mejora en el desempeño cuando se incrementa la longitud de bloque codificado  $n$  y la redundancia  $n-k$ . Esto es coherente con lo obtenido en el escenario 1 y presentado en la figura 4.20, así como lo obtenido por medio de simulación y presentado en la figura 3.5 en donde se indica que a medida que aumentan la redundancia  $n-k$  y la longitud de bloque codificado  $n$ , mejor es el desempeño de los códigos RS y por lo tanto del sistema de comunicación en general.

#### 4.7.5.3 Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado $n$ , para $t=5$ y $t=10$

Como se demostró en el capítulo 1, la redundancia  $n-k$  es uno de los parámetros fundamentales en el desempeño de la codificación Reed-Solomon y por lo tanto del sistema de comunicación en general. Por lo tanto, para esta última prueba se utilizaron códigos con 10 y 20 símbolos de redundancia, de tal forma que tuvieran la capacidad de corregir 5 y 10 símbolos respectivamente. Con el fin de observar el efecto sobre el sistema al incrementar la longitud de bloque codificado  $n$ , frente a un mismo valor de  $t$ , se escogieron los códigos RS( $n,k$ ) que se muestran en la tabla 4.14. El número de tramas enviadas por cada prueba fue 360, el tamaño de las tramas fue de  $n$  símbolos y el número de pruebas realizadas para cada distancia entre el transmisor y el receptor fue 10.

**Tabla 4.14. Variaciones de  $n$  para  $t=5$  y  $t=10$ .**

$n$	$k$	$t$	Tasa de codificación
150	140	5	0.93
255	245	5	0.96
150	130	10	0.86
255	235	10	0.92

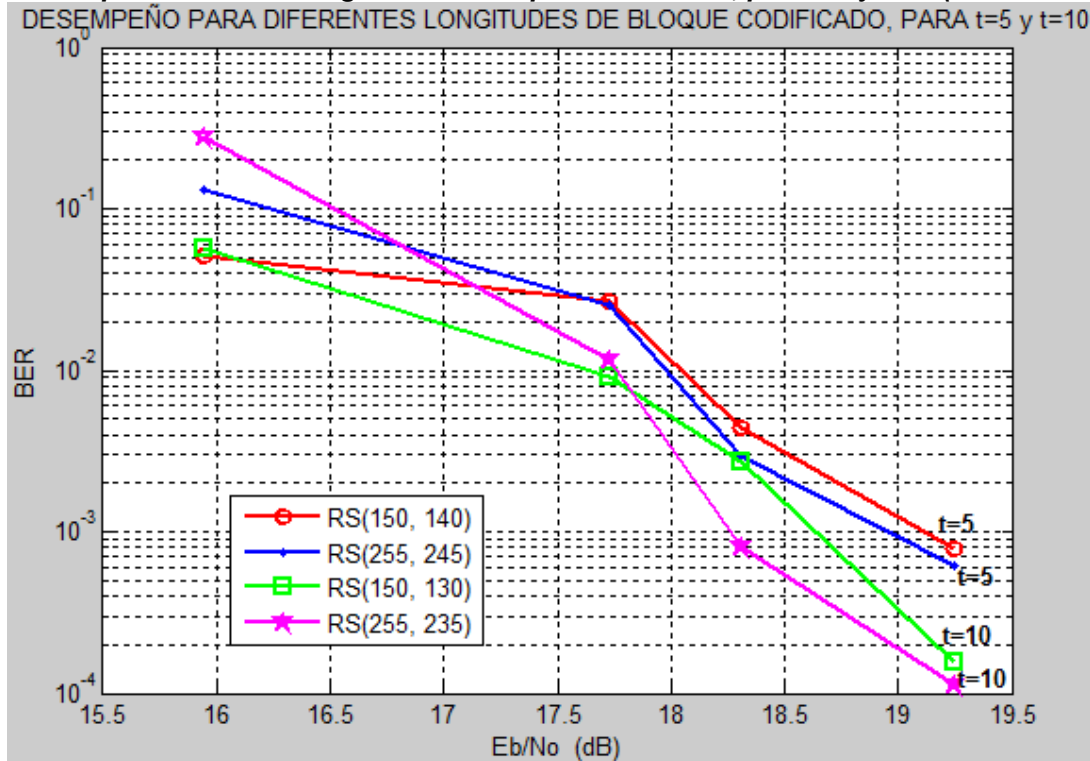
##### 4.7.5.3.1 Resultados obtenidos en el escenario 1

Los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en el escenario 1 se presentan en la tabla 4.15 y en la figura 4.22.

**Tabla 4.15. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ , para  $t=5$  y  $t=10$  (Escenario 1).**

Distancia [m]	Eb/No [dB]	BER			
		t=5		t=10	
		RS(150,140)	RS(255,245)	RS(150,130)	RS(255,235)
29	19.25	$7.95 \cdot 10^{-4}$	$6.16 \cdot 10^{-4}$	$1.53 \cdot 10^{-4}$	$1.13 \cdot 10^{-4}$
32	18.31	$4.40 \cdot 10^{-3}$	$2.90 \cdot 10^{-3}$	$2.70 \cdot 10^{-3}$	$8.02 \cdot 10^{-4}$
34	17.73	$2.68 \cdot 10^{-2}$	$2.55 \cdot 10^{-2}$	$9.00 \cdot 10^{-3}$	$1.16 \cdot 10^{-2}$
41	15.94	$5.15 \cdot 10^{-2}$	$1.31 \cdot 10^{-1}$	$5.73 \cdot 10^{-2}$	$2.74 \cdot 10^{-1}$

**Figura 4.22. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ , para  $t=5$  y  $t=10$  (Escenario 1).**



En la figura 4.22 se observa que los códigos RS con mayor capacidad de corrección de errores  $t$  presentan un mejor desempeño. Además, al mantener este parámetro en  $t=10$  e incrementar el valor de  $n$  al mismo tiempo, se tiene que el mejor desempeño corresponde al código RS que presenta mayor valor de  $n$ , pues con una relación  $E_b/N_0$  de 18.5 dB se logra una Tasa de Error de Bit (BER) de aproximadamente  $1.7 \cdot 10^{-3}$  y  $6 \cdot 10^{-4}$  utilizando los códigos RS(150,130) y RS(255,235) respectivamente. Por lo tanto, se concluye que para un mismo valor de  $t$ , el parámetro que determina el desempeño de la codificación Reed-Solomon, y por lo tanto del sistema de comunicación, es la longitud de bloque codificado  $n$ .



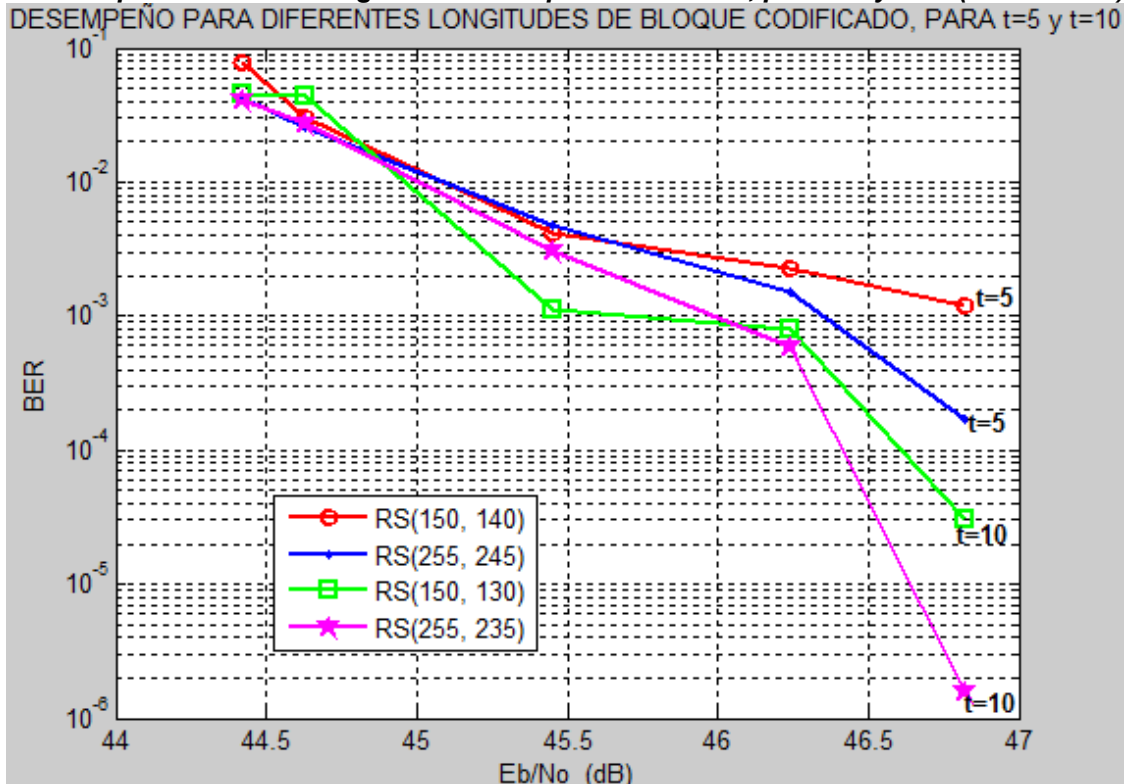
#### 4.7.5.3.2 Resultados obtenidos en el escenario 2

La prueba del desempeño del sistema de comunicación a través del aumento de la longitud de bloque codificado  $n$  y de la capacidad de corrección de errores  $t$  en los códigos RS, también se llevó a cabo en el escenario 2. Los resultados se presentan en la tabla 4.16 y figura 4.23.

**Tabla 4.16. Desempeño para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ , para  $t=5$  y  $t=10$  (Escenario 2).**

Distancia [m]	Eb/No [dB]	BER			
		t=5		t=10	
		RS(150,140)	RS(255,245)	RS(150,130)	RS(255,235)
46	46.82	$1.20 \cdot 10^{-3}$	$1.69 \cdot 10^{-4}$	$3.02 \cdot 10^{-5}$	$1.59 \cdot 10^{-6}$
50	46.24	$2.30 \cdot 10^{-3}$	$1.50 \cdot 10^{-3}$	$8.00 \cdot 10^{-4}$	$5.87 \cdot 10^{-4}$
56	45.45	$4.10 \cdot 10^{-3}$	$4.80 \cdot 10^{-3}$	$1.10 \cdot 10^{-3}$	$3.10 \cdot 10^{-3}$
63	44.63	$2.99 \cdot 10^{-2}$	$2.58 \cdot 10^{-2}$	$4.32 \cdot 10^{-2}$	$2.70 \cdot 10^{-2}$
65	44.42	$7.67 \cdot 10^{-2}$	$4.26 \cdot 10^{-2}$	$4.60 \cdot 10^{-2}$	$4.04 \cdot 10^{-2}$

**Figura 4.23. Desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon para diferentes longitudes de bloque codificado  $n$ , para  $t=5$  y  $t=10$  (Escenario 2).**



Los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en el escenario 2, muestran una mejora considerable al aumentar la redundancia  $n-k$  y por tanto la capacidad de corrección de errores  $t$ . Al comparar los códigos RS con mejor desempeño ( $t=10$ ) según la

gráfica 4.23, correspondientes a RS(255,235) y RS(150,130), se tiene un ahorro de energía de aproximadamente 0.21 dB para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $1 \cdot 10^{-4}$ , lo que muestra una mejora considerable al aumentar  $n$  de 150 a 255 símbolos. Por lo tanto, se concluye que la longitud de bloque codificado  $n$  es uno de los parámetros más importantes en el desempeño del sistema de comunicación que utiliza codificación Reed-Solomon.

De esta última prueba se tiene que los resultados que se obtuvieron mediante simulación difieren de los resultados obtenidos en ambientes reales, pues en el capítulo 3 (figura 3.6), para esta prueba se mostró que para un mismo valor del parámetro  $t$ , el desempeño de los códigos RS lo determinaba la tasa de codificación  $k/n$ , mientras que en los escenarios 1 y 2, al utilizar un determinado valor de capacidad de corrección de errores  $t$ , el desempeño lo determina el parámetro longitud de bloque codificado  $n$ .

#### 4.8 DESEMPEÑO EN AMBIENTES CON INTERFERENCIA

En comunicaciones inalámbricas, la interferencia de las ondas de radio se produce siempre que se combinan dos o más ondas electromagnéticas de tal manera que se degrada el funcionamiento del sistema [16]. La interferencia se presenta siempre que dos o más ondas ocupan simultáneamente la misma frecuencia, espacio y tiempo.

Para realizar las pruebas del desempeño de la codificación Reed-Solomon y por lo tanto del sistema de comunicación en general en ambientes con interferencia, se utilizó el generador de señales Hewlett Packard 8656B el cual tiene la capacidad de generar señales de frecuencias entre 100 KHz y 990 MHz con potencia en un rango dinámico entre -127 dBm y 17 dBm. Estas pruebas se llevaron a cabo en el laboratorio de Sistemas de Telecomunicaciones de la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca.

Para la realización de las pruebas del efecto de una señal interferente en el sistema de comunicaciones se debe tener en cuenta, que tanto el transmisor como el receptor deben estar en la zona lejana o campo lejano (Zona de Fraunhofer) del generador de interferencias, esto con el fin de obtener las medidas adecuadas. La zona lejana está definida por la ecuación 4.35.

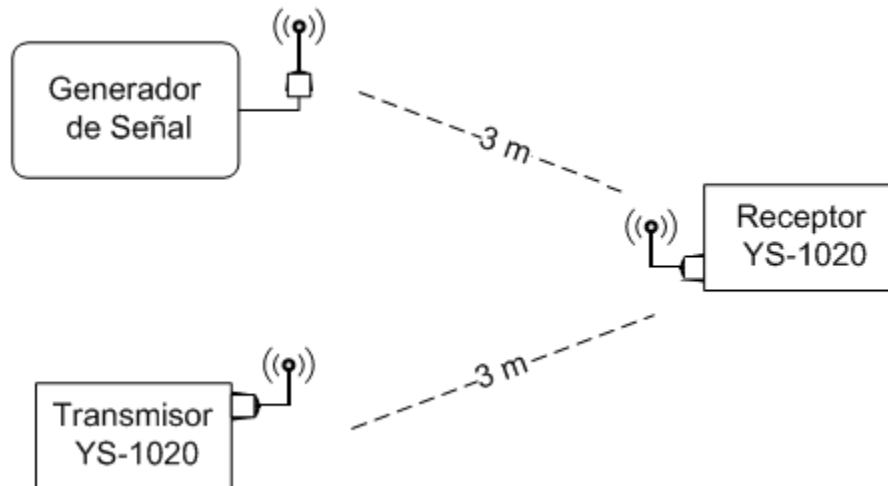
$$r \geq \frac{2D^2}{\lambda} \tag{4.35}$$

Donde,  $D$  es la longitud de la antena en metros,  $\lambda$  es la longitud de onda en metros y  $r$  es la distancia en metros medida desde la antena. A partir de la distancia  $r$  que se calcula de acuerdo a la ecuación 4.35, empieza el campo lejano. La longitud de la antena es 0.1 m, la longitud de onda, la cual es equivalente a la velocidad de la luz sobre la frecuencia de transmisión, es 0.691 m. Con estos valores se determina que la región de campo lejano se presenta a partir de  $2.89 \cdot 10^{-4}$  m de la antena.

Para realizar las pruebas en la zona lejana se ubicó, cada uno de los elementos del sistema como se muestra en la figura 4.24. Además, para la ejecución de esta prueba se realizaron variaciones de Relación Portadora a Interferencia ( $C/I$ , *Carrier to Interference*

*Ratio*) desde un valor mínimo de 3 dB en donde la comunicación se tornaba crítica y por momentos nula, lo que generaba una alta Tasa de Error de Bit (BER), y un valor máximo de 7 dB en donde la comunicación era casi inmune a la señal interferente y por lo tanto la cantidad de errores era cercana a cero. Se debe tener en cuenta que la potencia de transmisión de la señal deseada era de 10 dBm. Estas pruebas fueron realizadas en presencia y ausencia de codificación de canal. Los códigos utilizados para la codificación de canal fueron el código RS(255,235), el cual presentó el mejor desempeño en todas las pruebas y posee un valor de capacidad de corrección de errores  $t$  igual a 10, y el código RS(255,253), el cual presenta una capacidad de corrección de errores  $t$  igual a 1. Para esta prueba se realizaron 10 transmisiones para cada valor de C/I, con una cantidad de 360 tramas por transmisión, y el tamaño de trama utilizado fue de 255 símbolos lo que equivale a 734400 bits por cada prueba. En la tabla 4.17 se presentan los resultados.

**Figura 4.24. Diagrama del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon con interferencia.**



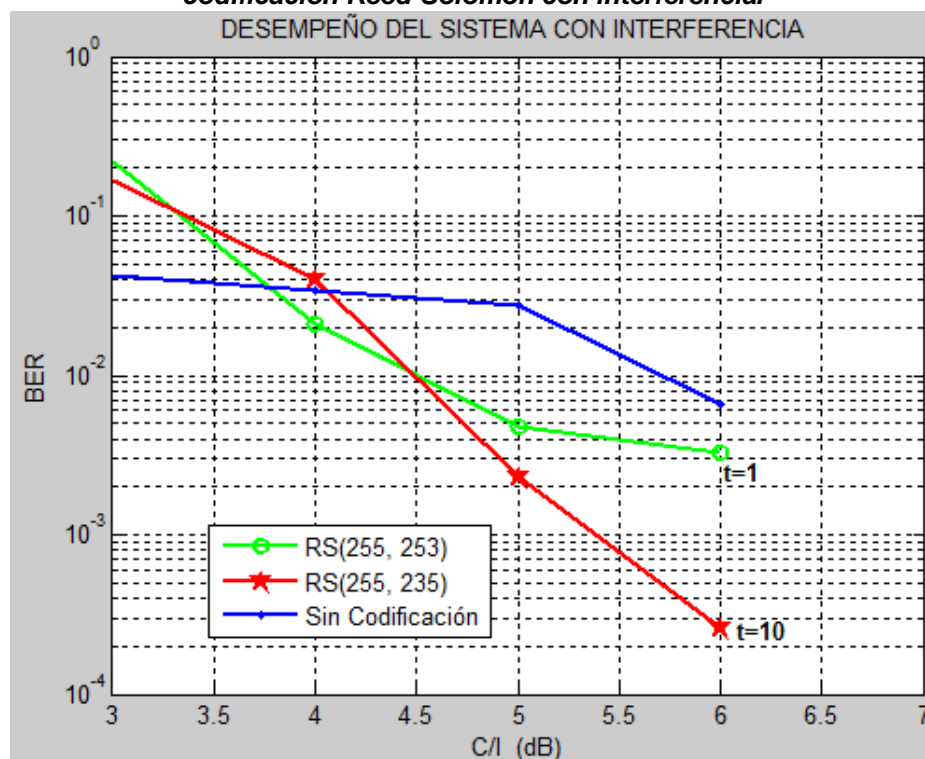
**Tabla 4.17. Desempeño del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon con interferencia.**

Relación C/I [dB]	BER		
	RS(255,253)	RS(255,235)	Sin Codificación
7	0	0	0
6	$3.30 \cdot 10^{-3}$	$2.58 \cdot 10^{-4}$	$6.50 \cdot 10^{-3}$
5	$4.81 \cdot 10^{-3}$	$2.30 \cdot 10^{-3}$	$2.74 \cdot 10^{-2}$
4	$2.08 \cdot 10^{-2}$	$3.95 \cdot 10^{-2}$	$3.37 \cdot 10^{-2}$
3	$2.16 \cdot 10^{-1}$	$1.68 \cdot 10^{-1}$	$4.24 \cdot 10^{-2}$

La figura 4.25 muestra el desempeño del sistema de comunicación con y sin codificación de canal, específicamente codificación Reed-Solomon para un ambiente con interferencia. En la figura 4.25 se observa que para valores de C/I entre 3 dB y 3.7 dB es mejor el desempeño del sistema sin codificación, pero a partir de 3.7 dB el desempeño del sistema de comunicación mejora al utilizar codificación de canal. Por lo tanto se concluye que para

bajos valores de C/I, la presencia de codificación Reed-Solomon deteriora el desempeño del sistema de comunicación, pero a medida que aumenta la relación C/I la presencia de codificación Reed-Solomon en el sistema de comunicación representa mejoras significativas de desempeño, pues para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $7 \cdot 10^{-3}$ , el valor de C/I requerido es menor en 1.3 dB al utilizar el código RS(255,235) en comparación con la curva que no presenta codificación de canal. Además, al comparar el desempeño del sistema al utilizar codificación de canal, se tiene que el mejor desempeño lo presenta el código RS(255,235) en comparación con el código RS(255,253), pues para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $3 \cdot 10^{-3}$ , la diferencia en los requerimientos de C/I es de aproximadamente 1.1 dB. Por lo tanto se concluye que la presencia de codificación Reed-Solomon en el sistema de comunicación con interferencia representa mejoras significativas de desempeño.

**Figura 4.25. Desempeño del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon con interferencia.**



Para valores de C/I menores a 3 dB la comunicación se torno demasiado crítica ya que se presentaban interrupciones momentáneas de la comunicación lo que evidentemente impedía el reconocimiento de las tramas en el receptor. Esto puede ser generado por el efecto captura, característico de los sistemas que presentan modulación en frecuencia. El efecto captura determina que en presencia de dos señales en la misma frecuencia el receptor descarta la de menor intensidad, pero en los casos en donde los valores son comparables o las diferencias de intensidad no son tan marcadas el receptor no puede diferenciar suficientemente entre ellas y por lo tanto salta de la una a la otra y viceversa [34].



## 5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo de grado se analizó el desempeño a nivel físico del sistema de comunicación de datos punto a punto vía radio que utiliza los códigos RS como codificación de canal en la banda de 433 MHz. Este análisis se realizó con base en los resultados de Tasa de Error de Bit (BER) obtenidos en diferentes escenarios, teniendo en cuenta los efectos sobre el sistema al variar los diferentes parámetros de la codificación Reed-Solomon como: tasa de codificación, longitud de bloque codificado y capacidad de corrección de errores, comparando estos resultados con los obtenidos por un sistema sin codificación y con los resultados obtenidos por medio de simulación. Esto se hizo con el fin de cumplir a cabalidad con los objetivos propuestos.

El proceso investigativo que se llevo a cabo permitió ampliar los conocimientos sobre la codificación de canal, específicamente la codificación Reed-Solomon, los diferentes protocolos pertenecientes al primer y segundo nivel del modelo de referencia OSI que intervienen en la comunicación de datos, las técnicas de modulación como FSK y GFSK, además de adquirir habilidad y destreza en el manejo de equipos RFIC que permiten el intercambio de datos en los sistemas inalámbricos, herramientas de simulación como Matlab® que permiten analizar el comportamiento de los sistemas de comunicación de datos, y los diferentes equipos con los que cuenta la FIET para obtener las medidas necesarias que permiten realizar un análisis del desempeño de sistemas de comunicaciones de bajo costo y corto alcance en la banda libre de 433 MHz definida para usos Industriales Científicos y Médicos (ISM).

De la realización de este trabajo de grado se concluye lo siguiente:

- La implementación de un sistema de comunicación de datos punto a punto vía radio en la banda de 433 MHz, el cual emplea protocolos de comunicación, técnicas de modulación y codificación de canal, posibilita el análisis del desempeño en diferentes escenarios dada la portabilidad del sistema.
- Al evaluar el desempeño del sistema de comunicación de datos punto a punto vía radio en los dos escenarios establecidos (interiores y espacio libre), se concluye que se cumple la teoría con respecto a las pérdidas de propagación, pues en espacio libre se tienen mayores pérdidas con respecto al escenario en interiores, debido a que este último presenta el efecto cañón o guía de onda dado que la señal radio se encuentra confinada en un recinto cerrado, en este caso en particular, en un pasillo de la facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación de la Universidad del Cauca.
- La presencia de obstáculos en el medio de propagación reduce considerablemente el alcance del sistema de comunicación de datos vía radio. Por esta razón las pruebas se realizaron bajo condiciones libres de obstáculos.

- De acuerdo a los parámetros que caracterizan la codificación Reed-Solomon: tasa de codificación, longitud de bloque codificado y capacidad de corrección de errores, se logró establecer para Tasas de Error de Bit (BER) de  $3 \cdot 10^{-2}$  en el escenario de propagación en espacio libre, que el código con mejor desempeño es el código RS(255,235), el cual genera un ahorro de energía del 37% respecto al sistema que no utiliza codificación.
- De acuerdo a las características de la codificación Reed-Solomon: tasa de codificación, longitud de bloque codificado y capacidad de corrección de errores, se logró establecer para Tasas de Error de Bit (BER) de  $4 \cdot 10^{-3}$  en el escenario 2 (interiores), que el código con mejor desempeño es el código RS(255,235), el cual genera un ahorro de energía del 29.2% respecto al sistema que no utiliza codificación.
- En un sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza modulación GFSK, la presencia de señales no deseadas que operan en el mismo rango de frecuencia pueden deteriorar de manera significativa el desempeño del sistema. El desarrollo del presente trabajo de grado permitió apreciar que la presencia de señales interferentes con niveles de potencia menores a 3 dBm no causaron alteraciones en la señal de información, ya que estas señales son de bajo nivel de potencia con respecto a la potencia de transmisión del sistema y debido al efecto captura producido en el receptor, siempre que el nivel de potencia de la señal deseada sea considerablemente mayor que el nivel de potencia de la señal interferente, se detecta apropiadamente la señal de información.
- En un ambiente con interferencia, se logró establecer que para valores de C/I entre 3 dB y 3.7 dB, la codificación Reed-Solomon deteriora el desempeño del sistema de comunicación. Sin embargo, a partir de 3.7 dB, a medida que aumenta la relación C/I, la codificación Reed-Solomon, específicamente el código RS(255,235), presenta una mejora considerable en el desempeño del sistema de comunicación, generando una ganancia de codificación de 1.3 dB para una Tasa de Error de Bit (BER) de  $7 \cdot 10^{-3}$ .
- De acuerdo a los resultados presentes en la tabla 4.12 y en la figura 4.20, se logró establecer que para una misma tasa de codificación cuanto mayor es la longitud del bloque codificado, mejor es el desempeño del sistema de comunicación de datos. Por lo tanto, la codificación Reed-Solomon resulta más eficiente para longitudes de bloque de información grandes.
- De acuerdo a los resultados obtenidos en la tabla 4.15 y en la figura 4.22, se logró determinar que para un mismo valor de capacidad de corrección de errores, el parámetro que determina el desempeño del sistema de comunicación de datos vía radio que utiliza codificación Reed-Solomon es la longitud del bloque codificado. Estos resultados no coinciden con los resultados obtenidos en simulación y presentes en la tabla 3.5 y en la figura 3.6, en los cuales el parámetro determinante fue la tasa de codificación. Esto se debe a que en simulación las condiciones son ideales y no se consideran fenómenos físicos como la interferencia y el multirayecto, los cuales afectan las comunicaciones inalámbricas en escenarios reales.

## 5.1 TRABAJOS FUTUROS

Se proponen los siguientes trabajos futuros:

- Evaluar y analizar el desempeño de un sistema de comunicación de datos vía radio que utilice codificación Reed-Solomon con capacidad de decodificar borraduras con el fin de duplicar la capacidad de corrección de dichos códigos.
- Analizar el desempeño de la codificación Reed-Muller en un enlace de datos vía radio y realizar la comparación y el análisis del desempeño de esta con los resultados de desempeño obtenidos con codificación Reed-Solomon en el presente trabajo de grado.
- Evaluar el desempeño de un sistema de comunicación que utilice códigos Golay e implemente un protocolo de retransmisión automática, y comparar los resultados con el presente trabajo de grado.
- Analizar el desempeño de la codificación Reed-Solomon en concatenación con otro tipo de codificación de canal como convolucional, Hamming, BCH (*Bose-Chaudhuri-Hocquenghen*), entre otros y comparar los resultados con los obtenidos en el presente trabajo de grado.
- Evaluar y analizar el desempeño de un sistema de comunicación de datos vía radio que utilice los códigos BCH y realizar la comparación y el análisis del desempeño de esta con los resultados de desempeño obtenidos con codificación Reed-Solomon en el presente trabajo de grado.
- Analizar el desempeño de un sistema de comunicación de datos vía radio que utilice codificación Reed-Solomon como codificación de canal y complemente esta con el proceso de entrelazado de la información.
- Evaluar y analizar el desempeño un sistema de comunicación de datos vía radio que utilice los códigos de Chequeo de Paridad de Baja Densidad (LDPC, *Low Density Parity Check*) como codificación de canal y realizar la comparación y el análisis del desempeño de esta con los resultados obtenidos del desempeño de la codificación Reed-Solomon en el presente trabajo de grado.



## BIBLIOGRAFÍA

- [1] R. Carrasco y M. Johnston. "Nonbinary Error Control Coding for Wireless Communications and Data Storage". John Wiley & Sons. 2008, pp. 55-58, 86, 95.
- [2] L. Shu y D. Costello. "Error Control Coding". Prentice Hall. 2da ed. 2004, pp. 76-77.
- [3] I. Reed y X. Chen. "Error Control Coding for Data Networks". Springer Netherlands. 1999, pp. 245-247.
- [4] R. Ramaswami, K. Sivarajan y G. Sasaki. "Optical Networks: A Practical Perspective". Morgan Kaufman. 3ra ed. 2009, pp. 276.
- [5] S. Wicker. "Error Control Systems for Digital Communications and Storage". Prentice hall. 1995, pp. 190-191, 203, 219-222, 229-232.
- [6] S. Wicker y B. Vijay. "Reed Solomon Codes and Their Applications". Wiley-IEEE Press. 1999, pp. 8-10.
- [7] R. Morelos. "The Art of Error Correcting Coding". John Wiley & Sons, Ltd. 2da ed. 2006, pp. 55-57.
- [8] S. Shahzad, Y. Saqib, y S. Faisal. "Self-correcting Codes Conquer Noise Part 2: Reed-Solomon Codecs". 2001. [En Línea]. Disponible: [http://www.tmssales.com/Application\\_Notes/Digital\\_Test/reedsolomon.pdf](http://www.tmssales.com/Application_Notes/Digital_Test/reedsolomon.pdf). [Consultado Marzo 4, 2011].
- [9] B. Sklar. "Reed-Solomon Codes". Publicación. [En Línea]. Disponible: [http://ptgmedia.pearsoncmg.com/images/art\\_sklar7\\_reed-solomon/elementLinks/art\\_sklar7\\_reed-solomon.pdf](http://ptgmedia.pearsoncmg.com/images/art_sklar7_reed-solomon/elementLinks/art_sklar7_reed-solomon.pdf). [Consultado Marzo 10, 2011].
- [10] B. Sklar. "Digital Communications: Fundamentals and Applications". Prentice Hall. 2da ed. 2001, pp. 454-455.
- [11] C. Wei. "Reed-Solomon Codes". Channel Coding Course Chapter 6 [En línea]. Disponible: [http://cwww.ee.nctu.edu.tw/course/channel\\_coding/CC06.pdf](http://cwww.ee.nctu.edu.tw/course/channel_coding/CC06.pdf). [Consultado Marzo 1, 2011].
- [12] AHA Products Group. "Reed-Solomon Error Correction Codes (ECC)". AHA Application Note. [En línea]. Disponible: <http://s.eeweb.com/articles/2011/08/14/tutorial-reed-solomon-1313383355.pdf>. [Consultado: Marzo, 2011].
- [13] Q. Hongyi, "On the Performance of Reed-Solomon, Convolutional and Parity Check Codes for BWA Applications", Centre for Wireless Communications, Singapore, 2000. [En línea]. Disponible: [http://www.ieee802.org/16/tg1/phy/contrib/802161pc-00\\_37.pdf](http://www.ieee802.org/16/tg1/phy/contrib/802161pc-00_37.pdf). [Consultado: Mayo 17, 2011].
- [14] B. Forouzan. "Transmisión de Datos y Redes de Comunicaciones". Mc Graw Hill. 2da ed. 2001, pp. 4-5, 9.

- [15] Neptuno digital. "Protocolos de Comunicación". [En línea]. Disponible: <http://neptunodigital.blogspot.com/2008/07/potocolos-de-comunicacin.html>. [Consultado Abril 16, 2011].
- [16] G. Trujano. "Sistemas de Comunicaciones Electrónicas". TOMASI. 4ta ed. Prentice Hall. 2003. pp. 357, 617-618.
- [17] A. Castro y R. Fusario. "Teleinformática para Ingenieros en Sistemas de Información". Editorial Reverté S.A. 2da ed, Volumen 1. 1999, pp: 160, 162,165-166.
- [18] A. Salavert. "Los Protocolos en las Redes de Ordenadores". Ediciones UPC. 2003, pp. 29.
- [19] J. Briceño. "Transmisión de Datos". Mérida. 3ra ed. 2005, pp. 7, 63, 179-180, 182-183, 186-188, 364.
- [20] I. Montero. "Tecnologías y Protocolos de Redes: un breve Repaso". [En línea]. Disponible: <http://mundoinformatica.portalmundos.com/tecnologias-y-protocolos-de-redes-un-breve-repaso/>. [Consultado Mayo 1, 2011].
- [21] A. Tanenbaum. "Redes de Computadoras". Prentice Hall. 4ta ed. 2003, pp. 234, 280-281.
- [22] M. Garzón, M. Sampalo, E. Leyva, J. Prieto. "Informática. Temario A. Volumen Iv. Profesores de Educación Secundaria". MAD-Eduforma. 2003, pp. 150.
- [23] J. Huidobro. "Sistemas Telemáticos". Editorial Paraninfo. 3ra ed. 2005, pp. 64-65.
- [24] Dirección general de Escuelas. Mendoza, Argentina. "Estándares de la IEEE para Redes". [En línea]. Disponible: <http://www.tecnologia.mendoza.edu.ar/comunicacion/soporte/estandares.htm>. [Consultado Abril 24, 2011].
- [25] J. Guerrero. "Estándar IEEE 802". Universidad de Colima. [En línea]. Disponible: [http://docente.ucol.mx/al971848/public\\_html/IEEE.htm](http://docente.ucol.mx/al971848/public_html/IEEE.htm). [Consultado Abril 30, 2011].
- [26] Zator Systems. "La Tecnología del PC". [En línea]. Disponible: [http://www.zator.com/Hardware/H12\\_4.htm](http://www.zator.com/Hardware/H12_4.htm). [Consultado Mayo 15, 2011].
- [27] International Telecommunication Union. "Frequency-Adaptive. Communication Systems and Networks in the MF/HF Bands". Handbook, 2002. [En línea]. Disponible: [http://hfink.com/itu/ITU\\_ALE\\_Handbook.pdf](http://hfink.com/itu/ITU_ALE_Handbook.pdf). [Consultado: Abril 28, 2011].
- [28] S. Ford. "ARRL's HF Digital Handbook". American Radio Relay League. 2da ed. 2001, pp 7-3,7-4.
- [29] Texas Instruments. "CC1020" Single Chip Low Power RF Transceiver for Narrowband Systems". Datasheet, 2008. [En línea]. Disponible: <http://focus.ti.com/lit/ds/symlink/cc1020.pdf>. [Consultado: Junio 16, 2011].
- [30] C. Gómez y Y. González. "Implementación Análisis y Evaluación de un Sistema de Comunicación de Datos Vía Radio Punto a Punto de Corto Alcance en UHF", Monografía de trabajo de grado, 2009.

- [31] ZVL Vector Network Analyzer, RHOED&SCHWARS. Datasheet, 2009. [En línea]. Disponible: [http://www2.rohde-schwarz.com/file\\_12085/ZVL\\_bro\\_en.pdf](http://www2.rohde-schwarz.com/file_12085/ZVL_bro_en.pdf). [Consultado: julio 12, 2011].
- [32] NRP Power Meter Family, RHOED&SCHWARS, The ultimate solution for power measurements, Datasheet, 2008. [En línea]. Disponible: [http://www2.rohde-schwarz.com/file\\_9417/NRP\\_bro\\_en.pdf](http://www2.rohde-schwarz.com/file_9417/NRP_bro_en.pdf). [Consultado: Junio 8, 2011].
- [33] J. Chamorro y F. Ordoñez. "Evaluación del Desempeño de un Sistema de Comunicación vía Radio que Utiliza Codificación Convolutional", Monografía de trabajo de grado, 2010.
- [34] S. Haykin. "Communication Systems", John Wiley & Sons, Inc. 4ta ed. 2001. pp. 118, 148-149.
- [35] R. Bogdan y P. Balsara. "All-digital Frequency Synthesizer in Deep-submicron CMOS". John Wiley & Sons, Inc. 2006, pp: 168.
- [36] Lab-Volt Ltd. "Modemes y Transmisión de Datos". 1987. pp. 3-8.
- [37] Lab-Volt Ltd. "Telecomunicaciones Analógicas FM/PM". Volumen 3. 1985. pp. 2-22, 2-23.
- [38] Medidor de Campo Mod. MC-87/EV ElettronicaVeneta.
- [39] J. Hernando. "Transmisión por Radio", Centro de Estudios Ramón Areces, S.A. 1998. 3ra Ed. pp. 565.
- [40] T. Rappaport. "Wireless Communications: Principles and Practice". Prentice Hall. 2da ed. 2002. pp. 104.