

**DISEÑO DE UN CONTROL DE HUMEDAD Y TEMPERATURA DE PARA UN SECADOR  
DE CAFÉ**



**EDWIN PABLO MONCAYO SOLARTE  
SANDER ARVEY SÁNCHEZ REYES**

**Monografía de trabajo de grado**

**Director**

**PHD. CARLOS ALBERTO GAVIRIA LÓPEZ**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES  
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL  
POPAYÁN  
2010**

## CONTENIDO

|   | Pág. |
|---|------|
| <b>1. PRINCIPALES SILOS DE CAFÉ Y SU MODELADO</b> .....   | 3    |
| <b>1.1 MODELADO MATEMATICO DE LOS SILOS SECADOR DE DOS CAPAS CON INVERSIÓN DEL FLUJO DE AIRE SOLO EN LA CÁMARA INFERIOR</b> ..... | 10   |
| 1.1.1 BALANCE PARA LA ENTALPÍA DEL AIRE.....  | 12   |
| 1.1.2 BALANCE PARA LA ENTALPIA DEL GRANO.....   | 13   |
| 1.1.3 BALANCE DE HUMEDAD PARA EL AIRE.....  | 15   |
| 1.1.3 ECUACIÓN EMPÍRICA PARA LA HUMEDAD DE LOS GRANOS EN LA CAPA DELGADA.....   | 15   |
| 1.1.4 SISTEMA DE ECUACIONES FINAL.....  | 17   |
| <b>1.2 SOLUCION PARA EL SISTEMA</b> .....   | 18   |
| <b>1.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS</b> .....  | 23   |
| <br>  |      |
| <b>2. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA</b> .....   | 25   |
| <b>2.1 MARCO EXPERIMENTAL</b> .....   | 26   |
| 2.1.1 OBTENCION DE DATOS.....   | 27   |
| 2.1.2 TRATAMIENTO DE LOS DATOS.....   | 28   |
| 2.1.3 ELEGIR LA FAMILIA DE MODELOS O ESTRUCTURA CANDIDATA.....  | 29   |
| <b>2.2 IDENTIFICACIÓN DEL MODELO</b> .....  | 30   |
| 2.2.1 IDENTIFICACIÓN CON ENTRADA VOLTAJE Y SALIDAS TA, TG Y M....   | 31   |
| 2.2.2 IDENTIFICACIÓN CON VARIABLES DE ENTRADA V SALIDA TA, TG Y M.....  | 35   |
| <br>  |      |
| <b>3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE CONTROL Y CONTROLADOR</b> .....   | 38   |
| <b>3.1 ESQUEMA DE CONTROL</b> .....   | 38   |
| <b>3.2 DISEÑO DEL OBSERVADOR</b> .....  | 40   |
| 3.2.1 ASIGNACIÓN DE AUTOVALORES.....  | 41   |
| 3.2.2 DISCRETIZACIÓN DE LOS AUTOVALORES.....  | 42   |
| 3.2.3 ALGORITMO PARA ASIGNACIÓN DE POLOS.....   | 42   |
| 3.2.4 ESQUEMA DEL OBSERVADOR EN SIMULINK.....   | 45   |

|              |   |    |
|--------------|---|----|
| <b>3.3</b>   | <b>DISEÑO DE EL CONTROLADOR POR ASIGNACIÓN DE POLOS</b> ..... | 46 |
| <b>3.3.1</b> | AUMENTO DE LA PLANTA CON UN INTEGRADOR.....                   | 46 |
| <b>3.3.2</b> | ASIGNACIÓN DE AUTOVALORES.....                                | 48 |
| <b>3.3.3</b> | GANANCIA DE REALIMENTACIÓN $K$ .....                          | 51 |
| <b>3.4</b>   | <b>CONTROLADOR ÓPTIMO</b> .....                               | 53 |
| <b>3.4.1</b> | DISEÑO DEL CONTROLADOR ÓPTIMO.....                            | 55 |
| <b>3.4.2</b> | SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO.....                 | 56 |
| <b>3.5</b>   | <b>CONTROL POR MODELO INTERNO</b> .....                       | 58 |
| <b>4.</b>    | <b>CONCLUSIONES</b> .....                                     | 62 |
| <b>5.</b>    | <b>TRABAJOS FUTUROS</b> .....                                 | 64 |
| <b>6.</b>    | <b>BIBLIOGRAFIA</b> .....                                     | 65 |

## LISTA DE FIGURAS

|  | <b>Pág.</b> |
|--|-------------|
| Figura 1. Secador de dos capas con inversión del flujo de aire solo en la cámara inferior.....                     | 5           |
| Figura 2 Esquema general de un secador de dos capas con inversión de flujo de aire solo en la cámara inferior..... | 6           |
| Figura 3. Instrumentación para el control de temperatura del aire en un silo tipo cenicafe.....                    | 7           |
| Figura 4. Volumen de control.....  | 9           |
| Figura 5. Malla para discretización.....   | 17          |
| Figura 6. Comparación humedad del grano en la capa media.....  | 21          |
| Figura 7. Esquema general para variar la entrada.....  | 25          |
| Figura 8. Grafica de Temperatura del grano.....  | 31          |
| Figura 9. Grafica de humedad del grano.....  | 32          |
| Figura 10. Grafica de humedad del grano con salida $T_a$ .....   | 34          |
| Figura 11. Grafica de temperatura del grano con salida $T_a$ .....   | 35          |
| Figura 12. Grafica de temperatura del aire con salida $T_a$ .....  | 35          |
| Figura 13. Esquema de control basado en realimentación de estado propuesto...37                                    |             |
| Figura 20. Observador en lazo cerrado.....   | 38          |
| Figura 21. Diagrama observador.....  | 43          |
| Figura 22. Variable real y variable observada.....   | 43          |
| Figura 23. Esquema de seguimiento robusto.....   | 44          |
| Figura 24. Polos del sistema en lazo cerrado.....  | 47          |
| Figura 25. Controlador por asignación de polos en Simulink.....  | 50          |
| Figura 26. Humedad del café con el controlador optimo.....   | 50          |
| Figura 27. Simulación del sistema de control optimo.....   | 54          |
| Figura 28. Grafica del error.....  | 55          |
| Figura 29. Humedad con control optimo.....   | 55          |
| Figura 30. Control por acción interna.....   | 56          |
| Figura 30. Seguimiento perfil de humedad.....  | 58          |
| Figura 31. Seguimiento perfil de humedad con observador.....   | 58          |

## **LISTA DE ANEXOS**

Anexo A: Códigos Matlab

Anexo B: Circuitos de potencia

Anexo C: Tablas de datos.

Anexo D: Construcción de silos tipo Cenicafe

Anexo E: Descripción y construcción de la planta

## RESUMEN

Uno de los principales problemas que se presentan en los silos de secado de un piso con inversión de flujo de aire es el control de la humedad del café debido a la obtención de esta variable en tiempo real, el principal objetivo de este documento es presentar un sistema que permita controlarla sin utilizar un transductor de humedad, para ello se hace uso de una maqueta que cumple con todas las características de la planta real, se identifica por medio de un algoritmo basado en la predicción del error en Matlab pem, obteniendo un modelo que permite realizar técnicas de control lineal basadas en observador, se analizan las distintas respuestas y se determina que el controlador basado en el modelo interno es el más adecuado debido a que sigue un perfil predeterminado basado en una curva real de humedad implementado en Simulink.

Palabras Clave. Ecuaciones diferenciales parciales, Identificación de sistemas, Controlador basado en observador.

Sander:

Este trabajo de grado lo he realizado con gran esfuerzo y doy gracias a Dios por hacer su voluntad y permitir que mis metas se cumplieran, también estoy muy agradecido con mi madre Gloria ya que sin su apoyo incondicional se me hubiese dificultado cumplir este objetivo a mi esposa Mirna por su comprensión y acompañamiento en este largo camino, a mi hija Marcela por su apoyo incondicional por ultimo al Phd Carlos Gaviria por su dedicación a este arduo trabajo.

Edwin:

Antes que nada doy gracias a Dios por haberme ayudado siempre en mi camino, a mis padres por haberme dado todo su apoyo siempre, a mis hermanos por estar ahí conmigo, al Ingeniero Phd Carlos Gaviria por habernos ayudado tanto en el trabajo y a mi compañero de tesis por aguantarse este personaje.



## INTRODUCCION

Se tiene conocimiento de los valores de humedad que debe tomar el café una vez cosechado y despulpado, se sabe que este no se puede dejar por más de 48h con su contenido de humedad inicial que se encuentra entre 52 al 56% bh (base húmeda), o cuando se almacena con contenidos de humedad superiores al 12% bh ya que puede ser atacado con hongos o atacado por micotoxinas.

Aunque la producción de café en Colombia es alta y representa gran importancia en la economía del país, no se han desarrollado tecnologías eficientes para mejorar el proceso de secado. Uno de los principales problemas que se detectaron fue la detección de la humedad del grano en un silo de secado y por consiguiente su respectivo control.

En el capítulo I se presenta un modelo matemático (MSU) desarrollado por Bakker-Arkema en la Universidad Estatal de Michigan en 1974 y se explican los fundamentos físicos para su obtención. Realizando balances de energía y de masa resulta un sistema de ecuaciones diferenciales parciales y resolviéndolo se predice de forma dinámica el comportamiento de la humedad del aire, temperatura del aire de secado, temperatura del grano y la humedad del grano, teniendo como entrada la velocidad del flujo de aire de secado. En el capítulo II, teniendo en cuenta que es demasiado complejo obtener todos los parámetros físicos para el modelo MSU en un silo real, se procedió a resolver este problema construyendo una maqueta a escala que cumple con todas las condiciones de un silo para secado de café con inversión de flujo de aire. Se tomaron datos variando la entrada que es directamente proporcional al flujo del aire cada 10 minutos, en este caso el voltaje entregado por un anemómetro, y datos de salida como la temperatura del grano y la humedad de grano los cuales fueron tomados con un sensor y transmisor de temperatura y un higrómetro para la humedad de los granos, con estos datos y respectivos comandos de Matlab se obtuvo un modelo

lineal para simulación en espacio e estados y en tiempo discreto. Una vez identificada la planta se procede a validar el modelo con un conjunto diferente de datos experimentales.

En el capítulo III, asumiendo que sea posible obtener la temperatura del grano en tiempo real, se implementó en Simulink un observador para la humedad utilizando estrategias ampliamente conocidas en la literatura y un controlador para que siga una consigna de humedad en Simulink. Estos diseños no pueden validarse en el prototipo a escala debido a la no disponibilidad de un sensor para la temperatura del grano en tiempo real. .

Finalmente se presentan las principales conclusiones del trabajo desarrollado en la sección de conclusiones.

## 1. PRINCIPALES SILOS DE CAFÉ Y SU MODELADO

Debido a la alta producción de café en nuestro país, se han desarrollado diferentes tecnologías y equipos para llevar a cabo cada uno de los procesos tanto de producción como de post cosecha, centrándonos en uno de los primeros procesos como es el secado de pergamino, el cual consiste en llevar los granos del 52% contenido de humedad en base humedad (bh) ) que es la proporción del peso del agua que posee el grano entre el peso total del grano, hasta el 11% contenido de humedad en base humedad (bh) [1,3].

Existen muchos métodos para llevar a cabo esta tarea como son: el secado al sol encontrándose dentro de estos el secador solar parabólico y el secador solar parabólico con piso perforado. Otro método es el uso de secadores o silos mecánicos, los cuales son de dos tipos: secadores estáticos y secador de flujo continuo. Los secadores estáticos son: el secador con una sola cámara (secador de una sola capa) con inversión de la dirección del flujo de aire, el silo-secador (Cenicafe), el secador de dos pisos (secador de dos capas verticales) y el secador de tres pisos [1,2,3].

En los silos el proceso consiste en hacer pasar una corriente de aire a través de la masa de café, para remover parcialmente la humedad del grano, el agua contenida en los granos se evapora y se mezcla con la humedad del aire que atraviesa la capa de granos de café; este trabajo se realiza en la mayoría de los equipos por la acción de un ventilador ver figura 2 [1,3].

Un silo secador de dos capas con inversión del flujo de aire solo en la cámara inferior (cámara de secado) el cual será objeto de estudio en esta tesis, consiste de [2]:

- Dos cuartos uno encima del otro: las paredes de los cuartos lo mismo que los túneles utilizan laminas metálicas, deben ser lisas e impermeables.
- Una fuente de calor a base de sisgo de café: la fuente de calor es el sisgo de café y la temperatura se mide por medio de una termocupla y se regula por medio de un controlador ON-OFF.
- Intercambiador de Calor y Chimenea: En este caso se utiliza un intercambiador horizontal formado por dos cilindros concéntricos, en el cilindro central se inyectan los gases provenientes del quemador; el aire de secado pasa a través del espacio comprendido entre el cilindro externo y el cilindro interno o cámara de combustión, para mejorar la transferencia de calor se colocan laminas metálicas entre los cilindros.
- Ventilador: utiliza flujo perpendicular a la entrada lo que hace que el aire tenga que dar un giro de 90 grados, son apropiados para mover grandes caudales de aire, contra presiones bajas, con un nivel de ruido sumamente bajo.
- Ductos o túneles para la distribución del aire: son los que distribuyen el aire desde el ventilador hasta el plenum del silo, el criterio para su construcción debe ser el distribuir en forma pareja el caudal de aire, sin crear restricciones bruscas. Los ductos deben ser lo más lisos posible, herméticos e impermeables.
- Compuertas para cargue y descargue de café.
- Compuertas para el control de la entrada y salida del aire: estas compuertas tienen un ancho de 0,30 m. y largo 0,6 m.
- Puerta del túnel: Tiene un ancho de 0,6 m. y un largo de 2 m.
- Cámara plenum (2): tiene una altura de 1m.
- Piso fondo perforado: consiste en una malla de alambre galvanizado.
- Espesor del lecho del café: tiene un máximo de 40 cm.

En la figura 1 se muestra un silo con todas estas características y en la figura 2 se muestra un esquema general del silo.



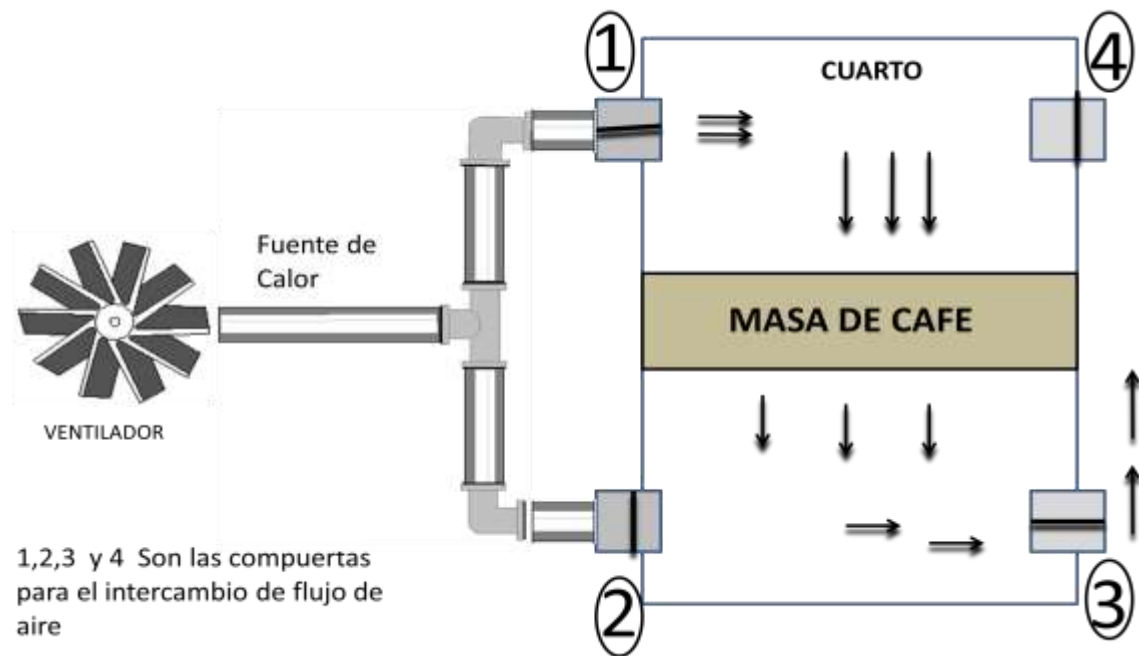
**Figura 1. Secador de dos capas con inversión del flujo de aire solo en la cámara**

El objetivo general del silo consiste en pasar la humedad del grano de más o menos un 55%bh a más o menos un 12%bh en un tiempo que depende de las condiciones iniciales de la humedad del grano, el tamaño del grano, la humedad relativa del aire ambiental, la humedad relativa del aire desecante, de la forma

como el aire penetra la masa de café, de la cantidad de aire suministrado, de la velocidad del aire y del espesor de la capa de café.

### **DESCRIPCION DEL PROCESO PASO A PASO**

Un operario revisa que el nivel de sisgo para la fuente de calor este correcto, luego procede a abrir las puertas de carga y descarga de el silo, va por los sacos de café los cuales depositara en la cámara plenum del silo (lugar donde se deposita el café a secar), carga el silo con café manualmente (la cantidad de carga depende de la capacidad del silo), cierra las compuertas de carga y descarga, fija las compuertas de intercambio de flujo de aire para que el aire circule en un sentido esto se hace abriendo las compuertas 1,3 y cerrando las compuertas 2,4 ver la figura 2, enciende el ventilador y fija la consigna en el controlador de temperatura a 50°C ver figura 3, cada hora el operario debe cambiar el sentido de flujo de aire, para esto tiene cerrar las compuertas que estaban abiertas y abrir las que estaban cerradas, en los silos, el secado demora entre 25 y treinta horas. El operario debe tomar muestras de café para saber la humedad en la que se encuentre el grano, generalmente se empieza a tomar muestras después de las catorce horas de secado, para esto el operario debe abrir las puertas de carga y descarga toma un puñado de café en sus manos, lo trilla (separar la pulpa de la cascara) y mira las siguientes condiciones: la almendra debe presentar un color verde uniforme que cuando se golpee con un martillo no se rompa si no que se aplaste. El proceso termina cuando el operario detecta que el café cumple con el verde uniforme y no se rompa el café en fragmentos.



**Figura 2. Esquema general de un secador de dos capas con inversión del flujo de aire solo en la cámara**

A continuación se muestra el modelo procedimental del secado mecánico de café para un mejor seguimiento del proceso.

Modelo procedimental para el secado de café en un silo secador tipo cenicafe

| ETAPAS   | OPERACIONES                           | ACCIONES  |
|----------|---------------------------------------|---|
| Revisión | Carga de silo para la fuente de calor | Se verifica el nivel del silo si no es correcto se carga el silo para la fuente de calor con silo hasta completar el nivel deseado.   |
| Carga    | Cargar el silo con café               | Se abren las compuertas de carga y descarga del silo, se depositan sacos de café de aproximadamente 50 Kg en la cámara plenum hasta completar la capacidad del silo y se sierran las compuertas |

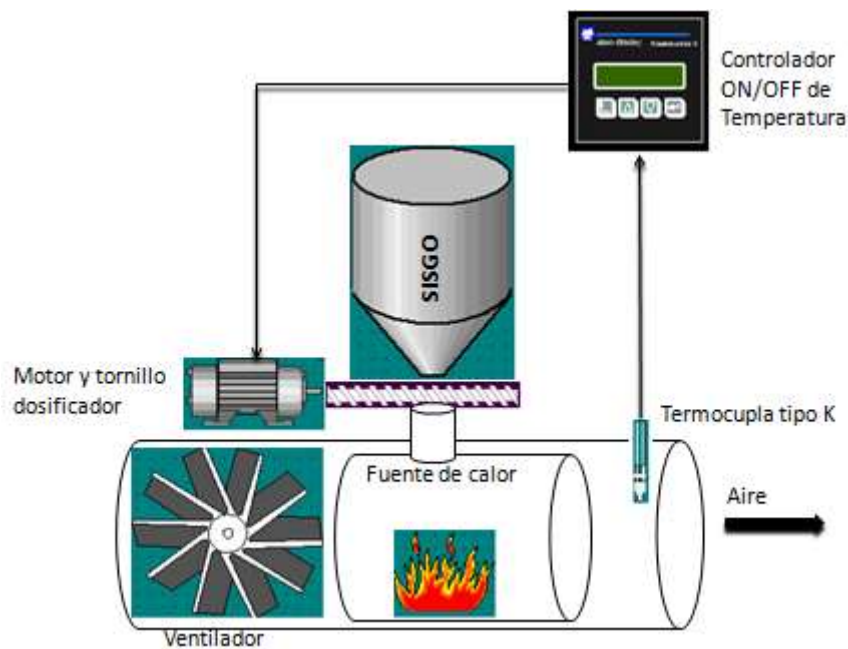
|                            |                                |  |
|----------------------------|--------------------------------|--|
|                            |                                | de carga y descarga.   |
| Fijar flujo de aire        | Fijar Compuertas               | Fija las compuertas de intercambio de flujo de aire para que el aire circule en un sentido esto se hace abriendo dos compuertas y cerrando dos compuertas y se cambia el sentido del aire aproximadamente cada dos horas cambiando el estado de las compuertas.  |
| Fijar temperatura del aire | Ventilar                       | Se enciende el ventilador para que circule el aire dentro del silo.  |
|                            | Fijar consigna de temperatura. | Se mantiene la temperatura del aire secante en más o menos 50°C.   |
| Supervisión                | Supervisar.                    | Después de catorce horas de secado, se empiezan a tomar muestras de humedad del grano para esto el operario debe abrir las puertas de carga y descarga toma un puñado de café en sus manos, lo trilla y mira que la almendra debe presentar un color verde uniforme que cuando se golpee con un martillo no se rompa si no que se aplaste. |



Se tienen las siguientes recomendaciones para un óptimo secado.

1. La temperatura del aire a la salida del ventilador no puede superar los 50 grados centígrados al iniciar el proceso de secado, de lo contrario el café tiende a cocinarse y toma un color ámbar con vetas gris oscuro.

Esto se logra controlando la cantidad de sisgo que le llega a la fuente de calor del intercambiador utilizando una termocupla tipo K que opera en un rango de 0°C a 100°C que mide la temperatura del aire a la salida del intercambiador de calor conectada a un controlador de temperatura ON/OFF quien proporciona la señal para energizar el actuador, que consiste en un tornillo dosificador conectado a un motor, el esquema general se puede ver en la figura 3.



**Figura 3. Instrumentación para el control de temperatura del aire en un silo tipo cenicafe.**

2. Durante el secado se debe controlar la temperatura del aire que no pase los 50 grados centígrados esto se logra manteniendo la temperatura del aire entre 50 grados centígrados y 60 grados centígrados, esto se logra con la instrumentación

anteriormente descrita solo basta con fijar en el controlador la consigna adecuada y la histéresis correcta.

3. En días lluviosos de baja temperatura es conveniente apagar el secador las fuentes de agua pueden aumentar la humedad ambiental y retardar el secado.

4. El aire para el secado debe estar libre de olores provenientes de los tanques de fermentación, fosas y productos químicos que puedan contaminar el grano.

La Universidad Nacional de Colombia ha desarrollado diversos estudios enfocados a este tipo de secadores, deduciendo una serie de modelos matemáticos para los diferentes tipos de silos que actualmente funcionan en nuestro país, como es el caso de los silos tipo secador de dos capas con inversión del flujo de aire solo en la cámara inferior que a continuación se expondrá su respectivo modelado [1].

### **1.1 MODELADO MATEMATICO DE LOS SILOS SECADOR DE DOS CAPAS CON INVERSIÓN DEL FLUJO DE AIRE SOLO EN LA CÁMARA INFERIOR**

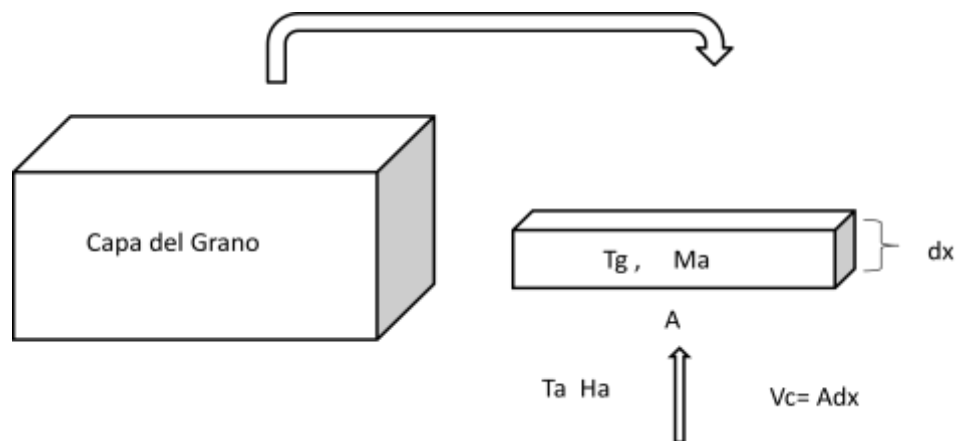
Para el caso de estudio se trabajara con el modelo MSU desarrollado por Bakker-Arkema et al (1974), adaptado por la Universidad Nacional a los silos de secado tipo Cenicafe [1].

El modelo MSU realiza los balances de masa y energía sobre un volumen diferencial  $V_c \cdot dx$  localizado en una posición arbitraria dentro del secador estacionario que consiste en una capa delgada que es extraída de la capa de granos de café, donde el área de la base corresponde al área de sección transversal del silo y la altura está definida por un diferencial  $dx$ , este volumen de

control se encuentra a una temperatura  $T_g$  que corresponde a la temperatura del grano y a una humedad  $M$  que se refiere a la humedad del grano al cual le ingresa aire a determinada temperatura  $T_a$  a con humedad  $M$  ver Figura 4. Las variables desconocidas en el modelo son: el contenido de humedad y la temperatura de los granos individuales, la razón de humedad y la temperatura del aire de secado en el secador. El modelo para un secador estacionario consta de cuatro ecuaciones diferenciales parciales, provenientes de los balances de masa y energía del grano, del aire de secado y una ecuación de secado en capa delgada para el grano; es un modelo teórico de no-equilibrio que se basa estrictamente en las leyes de transferencia de calor y de masa. El modelo MSU calcula las condiciones del aire y del grano en cada incremento de tiempo y espesor de capa realizando cuatro balances [1]:

- Balance para la entalpía del aire
- Balance para la humedad del aire
- Balance para la entalpía del grano
- Balance para la humedad del grano

Con estos cuatro balances se originan las ecuaciones diferenciales parciales no lineales con coeficientes variables en el tiempo. El volumen diferencial  $Adx$  es igual al volumen del control.



**Figura 4. Volumen de control**

### 1.1.1 BALANCE PARA LA ENTALPÍA DEL AIRE

Se realiza un balance de energía para el aire en el volumen de control, el sistema se analiza en estado estacionario por lo tanto las derivadas se anulan y queda la siguiente expresión ver ecuación 1 [4].

$$U1G1 - U2G2 - Q - Qc = 0 \quad (1)$$

Donde:

$U1G1$ : Es la entalpia del aire entrando al volumen de control por el flujo.

$U2G2$ : Es la entalpia del aire saliendo del volumen de control por el flujo.

$Q$ : Es la transferencia de calor del aire por convención a la capa delgada.

$Qc$ : Es la acumulación de calor en la superficie de la capa.

Se tiene que:

$$G1 = G2 = PaVa A dxdt = flujo \quad (2)$$

Donde:

$Pa$ : Es la densidad del aire en  $kg.m^{-3}$

$Va$ : Es la velocidad del aire en  $m.h^{-1}$

$A$ : Es la sección de área transversal del secador en  $m^2$

Ahora se define  $U1$  como la entalpia de entrada al sistema puesto que la diferencia de presión en la capa delgada es insignificante queda (4):

$$U1 = CaTadxdt + CwHTadxdt \quad (3)$$

Donde:

$Ca$ : Es el calor específico del aire en  $KJ.Kg.Kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$

$Cw$ : Es el calor específico del agua en  $KJ.Kg.Kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$

$H$ : Razón de humedad del aire  $Kg$  de agua sobre  $Kg$  de aire seco.

$Ta$ : Es la temperatura del aire en  $^{\circ}C$

Ahora la entalpia de salida es la entalpia de entrada más los cambios de entalpia en la capa delgada.

$$U2 = CaTadxdt + CwHTadxdt + Ca \frac{\partial Ta}{\partial x} dxdt + CwH \frac{\partial Ta}{\partial x} dxdt \quad (4)$$

Ahora la transferencia de calor por convección esta dado por el calor que se transfiere del material que se encuentra a mayor temperatura al material de menor temperatura en este caso el aire es quien le proporciona calor al grano[5].

$$Q = ha(Ta - Tg)Adxdt \quad (5)$$

Donde:

$h$ : Coeficiente de transferencia de calor por convección,  $KJ \cdot h^{-1} \cdot m^{-2} \cdot ^\circ C^{-1}$

$a$ : Área específica del producto,  $m^2 m^{-3}$

$Tg$ : Es la temperatura del grano en  $^\circ C$

Ahora el calor que se acumula en la capa delgada esta dado por la siguiente expresión:

$$Qc = E(PaCa + PaCwH) \frac{\partial Ta}{\partial t} dxdt \quad (6)$$

Donde:

$E$ : Porosidad del grano, decimal

Reemplazando ordenando y simplificando las ecuaciones (2),(3),(4),(5),(6) en la ecuación (1) queda:

$$\frac{\partial Ta}{\partial x} = - \frac{ha}{VaPa(Ca+HCw)} (Ta - Tg) + \frac{E}{Va} \frac{\partial Ta}{\partial t} \quad (7)$$

### 1.1.2 BALANCE PARA LA ENTALPIA DEL GRANO

La transferencia de calor por convección es igual a la entalpia requerida para la evaporización más la entalpia requerida para el calentamiento del agua más acumulación de calor en los granos en un tiempo  $dt$  [6].

$$Uv + Uc + Qg - Qc = 0 \quad (8)$$

$Uv$  es la entalpia requerida para la evaporización. Es la energía requerida para evaporar el agua de los granos para la cual se tiene:

$$Uv = hvPaVa \frac{\partial H}{\partial x} Adxdt \quad (9)$$

Donde:

$hv$ : Es el calor de vaporización se encuentra en tablas,  $KJ.Kg^{-1}$ .

Entalpia requerida para el calentamiento del agua.

$$Uc = PaVa \frac{\partial H}{\partial x} AdxCv(Ta - Tg)dt \quad (10)$$

Donde:

$Cv$ : Es el calor específico del vapor en  $KJ.Kg.Kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$

Acumulación de calor en los granos en un tiempo  $dt$ , es calor que se encuentra en los granos mas el calor en el vapor de agua por el contenido de humedad en los granos, teniendo en cuenta los cambios de temperatura del grano [6].

$$Qg = (1 - E)(PpCp + PpCwM) \frac{\partial Tg}{\partial t} Adxdt \quad (11)$$

Donde:

$Pp$ : Es la densidad del grano en  $kg.m^{-3}$

$Cp$ : Es el calor específico del agua en  $KJ.Kg.Kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$

$M$ : Contenido de humedad del café, decimal, bs(base húmeda)

Ahora reemplazando (6), (9), (10), (11) anteriores en la ecuación (8) y simplificando:

$$\frac{\partial Tg}{\partial t} = \frac{ha}{(1-E)(PpCp+PpCwM)} (Ta - Tg) - \frac{[hv+Cv(Ta-Tg)]PaVa}{(1-E)(PpCp+PpCwM)} \frac{\partial H}{\partial x} \quad (12)$$

### 1.1.3 BALANCE DE HUMEDAD PARA EL AIRE

Se realiza un balance de materiales en el cual el contenido de humedad que entra y sale del sistema es igual a los cambios de humedad del grano y del aire dentro del volumen de control [5].

$$Gi = Go + \Delta Ha + \Delta Mg \quad (13)$$

El contenido de agua que entra al sistema es:

$$G_i = PaVaAdxdtH \quad (14)$$

El contenido de agua que sale del sistema es:

$$G_o = PaVaAdxdt(H + \frac{\partial H}{\partial x}) \quad (15)$$

El cambio de humedad del aire en el sistema es:

$$\Delta Ha = EPaAdxdt \frac{\partial H}{\partial x} \quad (16)$$

El cambio de humedad de los granos es:

$$\Delta Mg = (1 - E)PpAdxdt \frac{\partial M}{\partial t} \quad (17)$$

Ahora reemplazando las expresiones anteriores en la ecuación (15) ordenando y simplificando queda la siguiente expresión.

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{E}{Va} \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{Pp(1-E)}{PaVa} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (18)$$

### 1.1.3 ECUACIÓN EMPÍRICA PARA LA HUMEDAD DE LOS GRANOS EN LA CAPA DELGADA

Por último una ecuación empírica para la humedad de los granos en la capa delgada dada para un secador de café presentada por Roa [7], López & Ospina (1990) [1] utilizaron el método dinámico para la determinación de los coeficientes ( $m, nyq$ ) de la ecuación de secado en capa delgada ecuación (19) para contenidos de humedad del café desde 55% bh hasta la humedad de equilibrio para los cuales proponen  $m = 0.0143, n = 0.87898$  y  $q = 1.06439$ .

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -mq(M - Me)(Pvs - Pv)^n t^{(q-1)} \quad (19)$$

Dónde:

$Me$ : Es el contenido de humedad de equilibrio, %, bs

$P_{vs}$ : Es la presión de vapor de saturación,  $KPa$

$P_v$ : Es la presión de vapor parcial,  $KPa$

$t$ :Tiempo de secado,  $h$

$Me$  Se calcula siguiendo la siguiente expresión:

$$Me = (P_1HR + P_2HR^2 + P_3HR^3)e^{(Q_1HR+Q_2HR^2+Q_3HR^3)} \quad (20)$$

Donde:

$$P_1 = 61.030848$$

$$Q_1 = -0.03049$$

$$P_2 = -108.37141$$

$$Q_2 = 0.070114$$

$$P_3 = 74.461059$$

$$Q_3 = -0.035177$$

$HR$ : Es la humedad relativa del aire, decimal

Según la FAO  $P_{vs}$  y  $P_v$  para temperaturas entre 0 y 113 grados Celsius se pueden calcular con la siguiente expresión [8]:

$$P_{vs} = e^{(60.433 - \frac{6834.27}{T} - 5.16923 \ln(T))} \quad (21)$$

Donde:

$T$ : Es la temperatura del aire donde se ejecuta el experimento.

$$P_v = HR.P_{vs}$$



### 1.1.4 SISTEMA DE ECUACIONES FINAL

De lo anterior se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial Ta}{\partial x} = -\frac{ha}{VaPa(Ca + HCw)}(Ta - Tg) + \frac{E}{Va} \frac{\partial Ta}{\partial t} \quad (7)$$

$$\frac{\partial Tg}{\partial t} = \frac{ha}{(1 - E)(PpCp + PpCwM)}(Ta - Tg) - \frac{[hv + Cv(Ta - Tg)]PaVa}{(1 - E)(PpCp + PpCwM)} \frac{\partial H}{\partial x} \quad (12)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{E}{Va} \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{Pp(1 - E)}{PaVa} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (18)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -mq(M - Me)(Pvs - Pv)^n t^{(q-1)} \quad (19)$$

Este conjunto de ecuaciones diferenciales parciales tiene la particularidad de depender de dos variables espaciales: tiempo ( $t$ ) y espacio ( $x$ ). La solución explícita no es posible y debe recurrirse a métodos numéricos para tal fin. En la referencia [1] no se describe la forma de solucionar el sistema de ecuaciones. Sin embargo, la referencia [5] se esboza un posible método de solución de este sistema de ecuaciones diferenciales utilizando un método de diferencias finitas.

- La ecuación (7) es una ecuación diferencial de primer orden con variable dependiente temperatura del aire ( $Ta$ ) y variables independientes profundidad en la cama ( $x$ ) y el tiempo ( $t$ ).
- La ecuación (12) es una ecuación diferencial ordinaria de primer orden con variable dependiente temperatura del grano ( $Tg$ ) y variable independiente el tiempo ( $t$ ).
- La ecuación (18) es una ecuación diferencial de primer orden con variable dependiente Humedad ( $H$ ) y variables independientes profundidad en la cama ( $x$ ) y el tiempo ( $t$ ).

- La ecuación (19) es una ecuación diferencial ordinaria.

## 1.2 SOLUCION PARA EL SISTEMA

Según la referencia [8] se tiene que plantear condiciones iniciales y condiciones límite para la soluciones de ecuaciones diferenciales parciales.

Condiciones iniciales y condiciones frontera para la ecuación (7)

Para  $t = 0$ ,  $Ta = Ta_0$ ,

$$yt > 0, x = 0, \begin{cases} \frac{\partial Ta}{\partial x} = 0 \\ Ta = Ta_0 \end{cases}$$

Condiciones iniciales y condiciones frontera para la ecuación (12)

Para  $t = 0$ ,  $Tg = Tg_0$

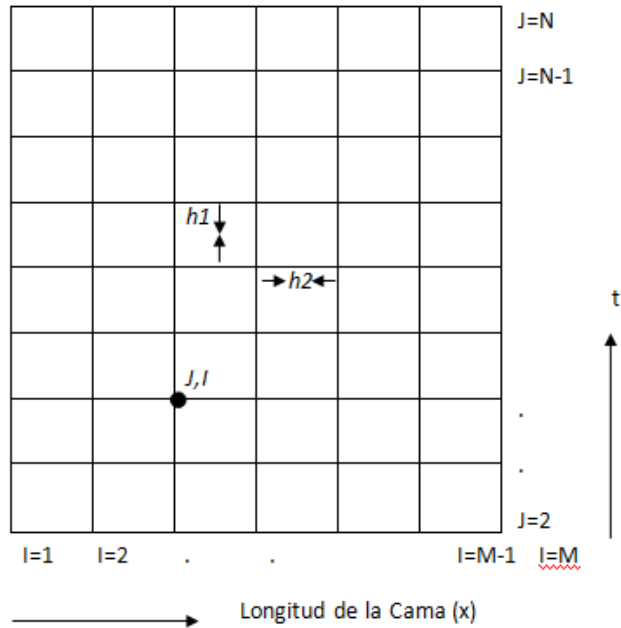
Condiciones iniciales y condiciones frontera para la ecuación (18)

Para  $t = 0$ ,  $H = H_0$ .

$$yt > 0, x = 0, \begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \\ H = H_0 \end{cases}$$

La ecuación (19) es usada para obtener  $M$  el contenido de humedad en los granos. Una vez encontrada  $\frac{\partial M}{\partial t}$  es sustituido en la ecuación (18), la solución obtenida de la ecuación (18) es utilizada para resolver la ecuación (12) y por último el valor de  $Tg$  es utilizado para resolver la ecuación (7) y así quedara resuelto el sistema.

La ecuaciones diferenciales ordinarias son resueltas por cualquier método numérico, en nuestro caso se resolvieron con el integrador de SimulinkOde3 BogackiShampine ver anexo A función silosfunc.m Solución y simulación del sistema de ecuaciones y las ecuaciones (7) y (18) se discretizan, se crea una malla que tiene como abscisa la longitud de la profundidad de la cama y como ordenada el tiempo (t) para profundizar más acerca de solución de ecuaciones diferenciales parciales ver [8] ver Figura 5.



**Figura 5. Malla para discretización**

Fuente: Deepbedgraindryingmodeling [5]

### Discretización de la ecuación (7):

Para la discretización de la ecuación (7) se uso la definición de la derivada y se fija  $h_2$  como periodo de muestreo para la profundidad de la cama y  $h_1$  para periodo de muestreo del tiempo

$$\frac{T_a(J, I + 1) - T_a(J, I - 1)}{2h_2} = \frac{ha (T_a(J, I) - T_g(J, I))}{PaVa(Ca + HCw)} - \frac{E}{Vah_1} (T_g(J, I) - T_a(J - 1, I))$$

y ordenando.

$$\begin{aligned} T_a(J, I + 1) \left[ \frac{1}{2h_2} \right] + T_a(J, I) \left[ \frac{ha}{PaVa(Ca + HCw)} + \frac{E}{Vah_1} \right] + T_a(J, I - 1) \left[ -\frac{1}{2h_2} \right] \\ = T_a(J - 1, I) \left[ \frac{E}{Vah_1} \right] + T_g(J, I) \frac{ha}{PaVa(Ca + HCw)} \end{aligned}$$

Ahora se hacen las siguientes simplificaciones.

$$\alpha = \frac{1}{2h^2}$$

$$\beta = \frac{ha}{PaVa(Ca + HCw)} + \frac{E}{Vah1}$$

$$Y = \frac{E}{Vah1}$$

$$\delta = \frac{ha}{PaVa(Ca + HCw)}$$

La ecuación quedara de la siguiente forma:

$$Ta(J, I + 1)\alpha + Ta(J, I)\beta + Ta(J, I - 1)(-\alpha) = Ta(J - 1, I)Y + Tg(J, I)\delta$$

$$\text{sehace } J = 1, \quad I = 2$$

$$Ta(1,3)\alpha + Ta(1,2)\beta + Ta(1,1)(-\alpha) = Ta(0,2)Y + Tg(1,2)\delta$$

$$\text{sehace } J = 1, \quad I = 3$$

$$Ta(1,4)\alpha + Ta(1,3)\beta + Ta(1,2)(-\alpha) = Ta(0,3)Y + Tg(1,3)\delta$$

$$\text{sehace } J = 1, \quad I = 4$$

$$Ta(1,5)\alpha + Ta(1,4)\beta + Ta(1,3)(-\alpha) = Ta(0,4)Y + Tg(1,4)\delta$$

Al final se tendrá un sistema de la forma:  $Ax = B$  donde  $A$  y  $B$  quedaran de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \beta\alpha & 0 \\ -\alpha\beta\alpha & \\ 0 & -\alpha\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Ta(1,2) \\ Ta(1,3) \\ Ta(1,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ta(0,2) \\ Ta(0,3) \\ Ta(0,4) \end{bmatrix} Y + \begin{bmatrix} Tg(0,2) \\ Tg(0,3) \\ Tg(0,4) \end{bmatrix} \delta$$

Puesto que  $Ta(0)$  es una condición inicial y  $Tg$  lo calcula el integrador de simulink se utiliza la siguiente expresión en matlab para la solución del sistema:

$$xTa = ATa/BTa.$$

Puesto que algunos coeficientes varían tanto en el tiempo como en la profundidad de la cama se hace el cálculo para tres distintas profundidades, profundidad alta  $T_H$  profundidad media  $T_m$  y profundidad baja  $T_b$  Ver anexo A función silosfunc.m.

### Discretización de la ecuación (18):

Para la discretización de la ecuación (18) se usó la definición de la derivada y se fija  $h_2$  como periodo de muestreo para la profundidad de la cama y  $h_1$  para periodo de muestreo del tiempo

$$\frac{H(J, I + 1) - H(J, I - 1)}{2h_2} = -\frac{E(H(J, I) - H(J - 1, I))}{Vah_1} - \frac{Pa(1 - E)}{PaVa} \frac{\partial M}{\partial t}$$

Ordenando queda:

$$\begin{aligned} H(J, I + 1) \left[ \frac{1}{2h_2} \right] + H(J, I) \left[ \frac{E}{Vah_1} \right] + H(J, I - 1) \left[ -\frac{1}{2h_2} \right] \\ = H(J - 1, I) \left[ \frac{E}{Vah_1} \right] - \frac{Pa(1 - E)}{PaVa} \frac{\partial M}{\partial t} \end{aligned}$$

Se realizan las siguientes simplificaciones:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2h_2} \\ \beta &= \frac{E}{Vah_1} \\ \delta &= -\frac{Pa(1 - E)}{PaVa} \frac{\partial M}{\partial t} \end{aligned}$$

Reemplazando en 1.3.1 queda la siguiente expresión.

$$H(J, I + 1)\alpha + H(J, I)\beta + H(J, I - 1)(-\alpha) = H(J - 1, I)\beta + \delta$$

$$\text{Hacemos } J = 1, I = 2$$

$$H(1,3)\alpha + H(1,2)\beta + H(1,1)(-\alpha) = H(0,2)\beta + \delta$$

$$\text{Hacemos } J = 1, I = 3$$

$$H(1,4)\alpha + H(1,3)\beta + H(1,2)(-\alpha) = H(0,3)\beta + \delta$$

$$\text{Hacemos } J = 1, I = 4$$

$$H(1,5)\alpha + H(1,4)\beta + H(1,3)(-\alpha) = H(0,4)\beta + \delta$$

Al final se tendrá un sistema de la forma:  $Ax = B$  donde  $A$  y  $B$  toma la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \beta\alpha & 0 \\ -\alpha\beta\alpha & \\ 0 & -\alpha\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H(1,2) \\ H(1,3) \\ H(1,4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(0,2) \\ H(0,3) \\ H(0,4) \end{bmatrix} \beta + \delta$$

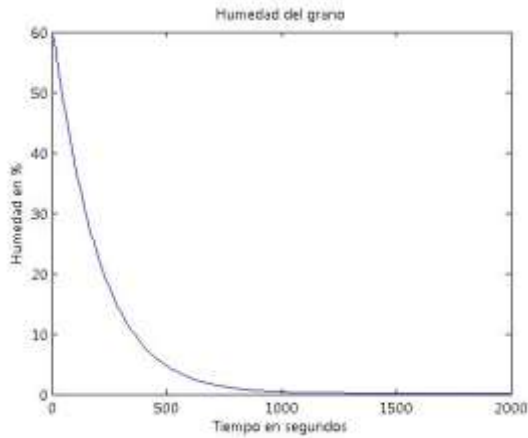
Puesto que  $H(0)$  es una condición inicial y  $\frac{\partial M}{\partial t}$  lo calcula el integrador de simulink se utiliza la siguiente expresión en matlab para la solución del sistema:

$$xH = AH/BH$$

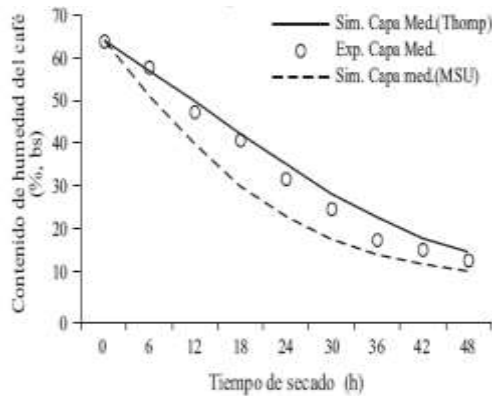
Puesto que algunos coeficientes varían tanto en el tiempo como en la profundidad de la cama se hace el cálculo para tres distintas profundidades, profundidad alta  $xHa$ , profundidad media  $xHm$  y profundidad baja  $xHb$  ver anexo A silosfunc.m

### 1.3 COMPARACION DE LOS RESULTADOS

Para poder validar los resultados de esta simulación se baso en una solución propuesta por el ingeniero Alfonzo Parra Coronado en una publicación dada en la revista Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental [1]. Ver figura 6 Humedad del grano en la capa media



a) Solución matemática silosim.mdl



b) Solución Alfonzo Parra

**Figura 6. Comparación humedad del grano en la capa media**

Cabe notar que las diferencias son extremadamente grandes entre las gráficas del modelo de Parra con respecto a la solución del modelo matemático, para la solución del modelo matemático Ver anexo A silosfunc.m con respecto a las gráficas de Parra, se llegó a la conclusión de que no todos los parámetros fueron

los correctos a la hora de la simulación, ya que estos dependen de muchas variables.



## 2. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

Los resultados de simulación del capítulo anterior dejaron dudas acerca de su validez por cuanto si bien se comportan de forma similar a la solución obtenida por cenicafe en el artículo base [1], varios datos no se publicaron en el artículo y las gráficas reportadas tampoco son completas. Además, algunos de los parámetros tales como la densidad del aire, o el calor específico, son variables en el tiempo. Los métodos de solución numérica descritos también dejan dudas en cuanto a su convergencia ya que son dependientes del tamaño de la grilla elegida.

Por otra parte, el modelo obtenido es un sistema en dos variables espaciales cuya solución se obtiene en un intervalo de tiempo y por lo tanto no permite el diseño de observadores o controladores a partir de él. Se requiere un procedimiento para obtener un modelo lineal en espacio de estados y para ello se propone hacer una identificación del sistema imponiendo de antemano una estructura lineal en espacio de estados.

Como el objetivo central de esta tesis es el proponer un esquema de control para el proceso, en lo posible prescindiendo de la lectura de la humedad del grano, el modelo de identificación a proponer requiere que se pueda tener algún grado de confianza en que pueda implementarse experimentalmente. Por esta razón, se decidió construir un modelo a escala de un silo, el cual cumple con el 100% de los requerimientos de un secador de café, teniendo en cuenta que no es el objetivo imitar fielmente los materiales de construcción del silo, sino el proceso involucrado en el secado a fin de validar la propuesta de identificación. Los datos obtenidos sobre el silo a escala permitirán ver la afinidad con el modelo matemático y además obtener conclusiones más acertadas acerca de la validez del esquema de identificación, las dificultades de instrumentación y detalles del esquema de observación y control a proponer.

En este capítulo se hará una descripción acerca de la construcción de la maqueta, lo que también permitirá entender de mejor manera el esquema de control a proponer.

Para la construcción de la maqueta se siguieron las descripciones de construcción y funcionamiento de la referencia [1,3], con adaptaciones propias a los materiales e instrumentos disponibles.

Para la construcción de la maqueta se siguieron las descripciones de construcción para un silo tipo Cenicafe expuestas en el anexo D, y la construcción se expone en anexo D. con adaptaciones propias a los materiales e instrumentos disponibles.

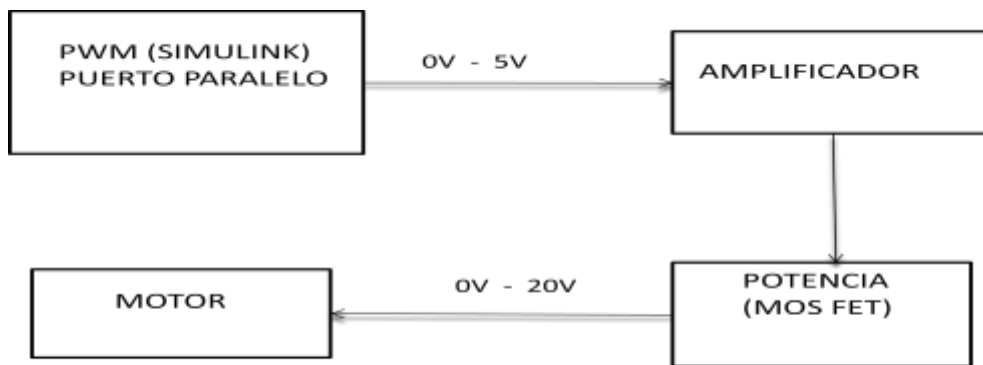
## **2.1 MARCO EXPERIMENTAL**

Una vez construida la maqueta del silo, y comprobado que se podían tomar datos tanto de entrada y de salida, se tuvieron que tener en cuenta los pasos para la identificación del sistema donde:

- Se debía obtener datos de entrada–salida
- Se tenían que examinar o limpiar los datos.
- Se tenía que elegir la familia de modelos o estructura candidata
- Se tenía que elegir el mejor modelo (orden) dentro de una estructura, conforme a un criterio
- Estimar y validar el modelo

### 2.1.1 OBTENCION DE DATOS

Para los datos de entrada que en este caso solamente es el voltaje que es proporcional al flujo de aire, se tomaron las muestras cada diez minutos tiempo en el cual se notaba un cambio en la respuesta del sistema. Estos datos se obtuvieron con el anemómetro descrito anteriormente el cual brinda una señal de voltaje entre 0-5V, este voltaje se vario desde el bloque Simulink de Matlab implementando una señal PWM enviada por el puerto paralelo del computador a la etapa de potencia que energiza el motor del ventilador ver Figura 7, la circuitería y el bloque de Simulink se puede ver en los anexo B. El anemómetro varió entre 3,5 y 5 V, donde 3.5 voltios es el mínimo voltaje que corresponde al caudal mas bajo que puede atravesar la capa de café y 5 V el máximo voltaje que corresponde al máximo caudal que brinda la fuente de aire.



**Figura 7. Esquema general para variar la entrada**

Para la obtención de datos de salida, como la entrada se varió cada diez minutos, los datos de salida se tomaron en este mismo tiempo. En los datos de salida tenemos Humedad del grano y Temperatura del grano los cuales se midieron utilizando los sensores descritos anteriormente.

En la humedad se experimentó un cambio constante desde los 53% hasta los 13 % y la temperatura osciló entre 21° y 54,6°C. Para ver la tabla de datos dirigirse a el anexo C tabla de datos.

### **2.1.2 TRATAMIENTO DE LOS DATOS**

Todo proceso de identificación parte de un conjunto de datos de entrada salida obtenidos de forma experimental a partir del sistema físico que se pretende modelar. Generalmente, sólo se utiliza una parte de esos datos para realizar la identificación del modelo, y los restantes se reservan para realizar la validación del mismo.

Los datos registrados pueden tener deficiencias que implican efectos devastadores en el resto del proceso de identificación, como son las siguientes:

- Presencia de perturbaciones de alta frecuencia, por encima de las frecuencias de interés en la respuesta del sistema.
- Datos claramente erróneos, producidos por fallos en el hardware o software utilizados en el experimento de recogida de muestras.
- Desviaciones, desplazamientos o perturbaciones de baja frecuencia.

A continuación, se verá la forma de tratar cada una de estas deficiencias para conseguir unos datos adecuados para el proceso de identificación [10].

#### **Eliminación de perturbaciones de alta frecuencia**

Estas perturbaciones se producen por fuentes de ruido ajenas al sistema y pueden ser evitadas mediante una correcta elección del período de muestreo. Si, tras el experimento, se observa que el período de muestreo escogido era innecesariamente pequeño (captándose por tanto estas perturbaciones indeseadas), se puede recurrir al diezmado de los datos, para evitar repetir el experimento con un período de muestreo menor.

### **Eliminación de datos erróneos**

Estos datos suelen presentarse de forma aislada, pero pueden tener un efecto muy negativo en el proceso de identificación. Por tanto, es fundamental eliminarlos antes de iniciar el proceso. Esto se realiza generalmente manualmente, eliminando dicho dato y aproximando su nuevo valor mediante interpolación. Para aplicaciones más avanzadas, existen algoritmos de detección de fallos que permiten corregir estos datos de forma casi automática.

### **Tratamiento de niveles de continua**

En la práctica, los valores obtenidos para la identificación, se miden en unidades físicas, cuyos niveles pueden ser arbitrarios. Dos formas de solucionar esto:

- Si la planta bajo estudio va a trabajar en torno a un punto de trabajo conocido, basta con modelar el comportamiento del sistema en torno a dicho punto de operación
- Si la planta va a trabajar en torno a puntos de trabajo desconocidos, se pueden considerar los valores medios de las entradas y salidas como un posible punto de equilibrio del sistema.

En este caso, los datos no presentaron presencia de perturbaciones de alta frecuencia, o desviaciones, desplazamientos o perturbaciones de baja frecuencia, solo se presentaron algunos datos erróneos que fueron corregidos manualmente.

### **2.1.3 ELEGIR LA FAMILIA DE MODELOS O ESTRUCTURA CANDIDATA**

En este caso es factible un modelo en espacio de estados por su flexibilidad para el diseño de un controlador basado en observador, se necesitaba un modelo lineal ya que se utilizaran técnicas de sistemas lineales para el diseño del sistema de control que se basará en una técnica denominada asignación de polos.

Como los datos se obtuvieron en periodos de tiempo igualmente espaciados de diez minutos, el modelo a obtener debe ser uno en tiempo discreto.

## 2.2 IDENTIFICACIÓN DEL MODELO

Utilizando las ideas anteriores, se identificaron dos modelos con la ayuda del comando pem de Matlab. El cual implementa el algoritmo de predicción del error para la identificación de un sistema y arroja un modelo lineal en espacio de estados en tiempo discreto y solo pide como argumento una estructura formada por los datos de entrada y salida del sistema, tiempo de muestreo y orden del modelo. El primer modelo se construyó utilizando como variable de entrada el voltaje de variación de flujo de aire, y como variables de salida, la humedad M y la temperatura del grano Tg. El segundo modelo utiliza como variable de entrada el voltaje de variación de flujo de aire y como variables de salida la temperatura del flujo de aire, la humedad M y la temperatura del grano.

El objetivo que se persiguió fue el responder las siguientes preguntas:

- ¿Es posible predecir el comportamiento dinámico de la temperatura del grano y el de la humedad del grano ante variaciones del voltaje que corresponde al caudal de aire de entrada (en realidad del voltaje del motor)?
- Ya que ni la temperatura del grano ni la humedad del grano podría medirse instantáneamente con la instrumentación disponible, ¿Es posible obtener, ante variaciones del voltaje entregado por el anemometro, el comportamiento dinámico de la temperatura del aire y además el de la temperatura del grano y de la humedad del grano?

Si la respuesta a la primera pregunta es afirmativa, es posible hacer seguimiento ya sea de la temperatura del grano o de la humedad del grano, pero es necesario

medir al menos una de ellas. Se asume que se puede medir la temperatura del grano pero se evita tener que medir la humedad del grano.

Si la respuesta a la segunda pregunta es afirmativa, es posible hacer seguimiento de la temperatura del grano o de la humedad del grano midiendo solamente la temperatura del aire, lo cual es mucho más fácil de hacer.

Debe advertirse que, en realidad, para poder hacer seguimiento tanto de un perfil de temperatura del grano, como de un perfil de humedad del grano, es preciso contar con dos entradas que puedan manipularse: la fuente de temperatura del flujo del aire y flujo del aire.

### **2.2.1 IDENTIFICACIÓN CON ENTRADA VOLTAJE Y SALIDAS TG Y M**

En Matlab, el comando pem exige un objeto de datos de entrada y salida que es obtenido por el comando iddata de Matlab. La entrada para este comando es una tabla ordenada con los datos de entrada y salida experimentales consignada en el anexo C. Es necesario especificar al comando, cual es el periodo de muestreo utilizado, que para nuestro caso es de diez minutos. El orden del modelo que para nuestro caso es de orden cuatro ya que se tiene el conocimiento previo de la dinámica del sistema como se describió en el capítulo 1. Puesto que se necesita un modelo para simulación se utiliza la opción 'Focus','Simulation' y se necesita que se estime el estado inicial entonces se incluye la opción 'InitialState' para el comando pem. El script desarrollado para este fin, ver anexo A función identif.m

Compilando y ejecutando la función identif.m se obtiene un modelo en tiempo discreto del sistema de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}x(t + Ts) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \\y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t)\end{aligned}$$

Donde:

$x(t): \begin{bmatrix} x1 \\ x2 \\ x3 \\ x4 \end{bmatrix}$  Es el vector de estados.

$u(t)$ : Corresponde al voltaje entregado por el anenometro

$y(t): \begin{bmatrix} Tg \\ M \end{bmatrix}$  Tg corresponde a la temperatura del grano y M

corresponde a la humedad del grano

$e(t)$ : Es el error de estimacion

$Ts$ : Es el tiempo de nuestro caso se realizo cada diez minutos.

$t$ : Es el tiempo en minutos.

$$A = \begin{bmatrix} 0.98876 & 0.037146 & 0.040963 & 0.016837 \\ -0.10765 & 0.66643 & -0.47012 & 0.36401 \\ 0.27358 & -0.29748 & -0.40993 & 0.8043 \\ -0.19155 & -0.81035 & -0.47008 & 0.23052 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0087896 \\ 0.11823 \\ -0.35341 \\ -0.028716 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 12.677 & 9.1599 & -2.5521 & 0.585 \\ -47.263 & -0.77747 & -0.29636 & 0.15489 \end{bmatrix}$$

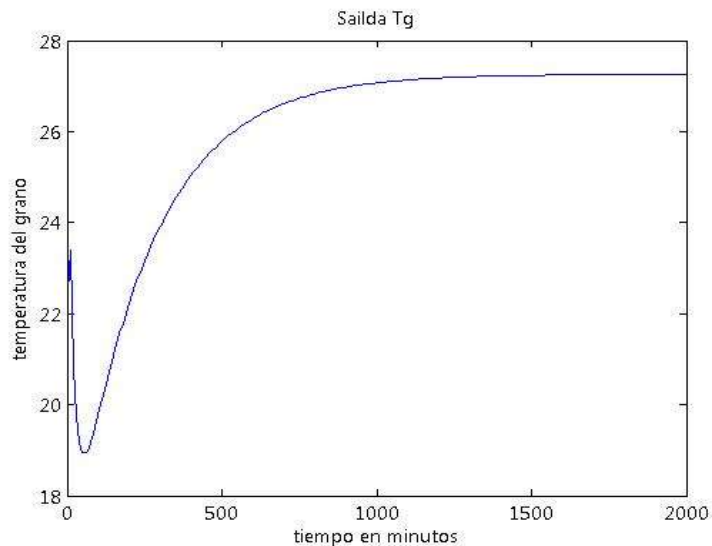


$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

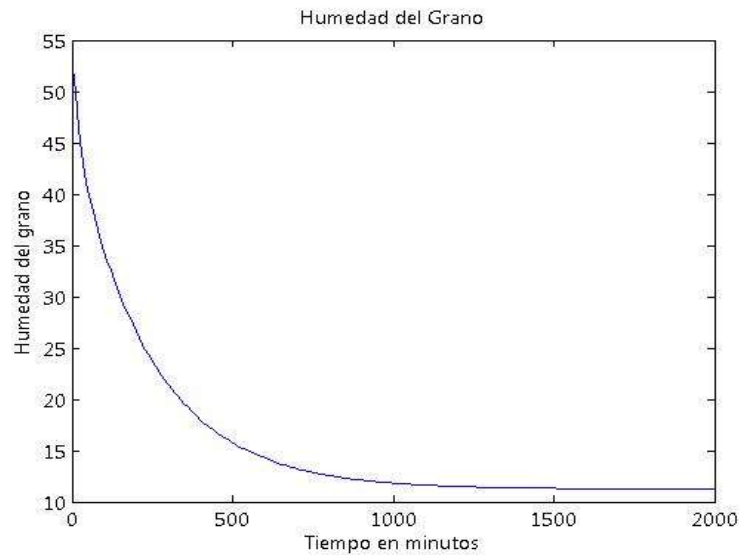
$$K = \begin{bmatrix} 0.00010423 & -0.027097 \\ 0.0034379 & -0.14499 \\ -0.0072302 & -0.12316 \\ 0.0032509 & 0.055703 \end{bmatrix}$$

Para validar el modelo descrito anteriormente se utilizan los datos descritos en el segundo conjunto de datos obtenidos para este propósito como se consignaron en la Tabla 2 del Anexo C.

Se obtiene una respuesta deseada para una entrada de 3 voltios solo que el modelo obtenido por el comando presenta ceros de fase no mínima producto del retardo que tiene la planta ver Figura 8 para la temperatura del grano y Figura 9 para la humedad del grano



**Figura 8. Grafica de humedad del grano**



**Figura 9. Grafica de humedad del grano**

La explicación de la respuesta inversa observada en la Figura 8, es que el sistema real posee un retardo en la respuesta de la temperatura debido a la inercia de la masa de café a modificar la temperatura del grano de forma instantánea ante cambios en la temperatura del flujo aire (además de que a mayor profundidad de la capa el retardo es mayor). Como se sabe, un retardo de tiempo no tiene representación en espacio de estados (sistema de parámetros distribuidos) y por lo tanto la mejor aproximación posible es el agregar ceros de fase no mínima en el modelo lineal. Así, la respuesta inversa que se observa no es una respuesta que ocurriría en una medición real de las variables, es solo el resultado de la aproximación del retardo.

Como consecuencia de los ceros de fase no mínima que se agregan al modelo lineal, el diseño de observadores y controladores a partir de este modelo resultará una tarea compleja y de resultados no muy buenos en el transitorio ya que tanto la observación como el control fallarán al inicio de las curvas.

## 2.2.2 IDENTIFICACIÓN CON VARIABLE DE ENTRADA VOLTAJE Y SALIDAS TA, TG Y M

Del mismo modo que en la sección 2.4.1, se utiliza el comando pem de MATLAB el cual exige un objeto de datos de entrada y salida que es obtenido por el comando iddata de MATLAB, cuya entrada son los datos y el tiempo de muestreo, los datos se obtienen de la Tabla de datos 2 en el anexo C, y el tiempo de muestreo es 10 minutos, el orden del modelo que para este caso es cuatro ya que se tiene un conocimiento previo del sistema.

El script de Matlab utilizado se denomina idcafeB.m, el cual se consigna en el Anexo A. El modelo de tiempo discreto obtenido es el siguiente.

$$A = \begin{bmatrix} 0.96555 & -0.059156 & 0.020477 & -0.11228 \\ -0.091455 & 0.82879 & -0.30926 & -0.5141 \\ 0.15214 & 0.4154 & 0.4624 & 0.50406 \\ -0.19886 & -0.6161 & 0.49436 & -0.60715 \end{bmatrix}$$

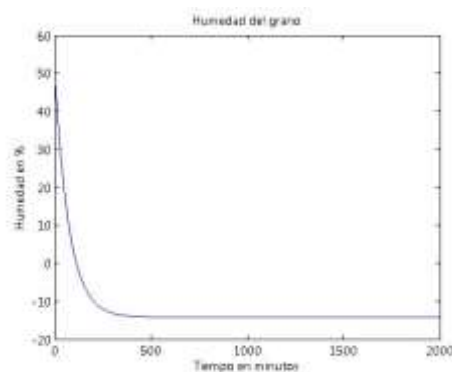
$$B = \begin{bmatrix} 0.0012292 \\ -0.27615 \\ -0.33668 \\ -0.15728 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -0.24965 & 4.6189 & -5.5205 & -9.5297 \\ 12.445 & 1.6118 & -6.6807 & -6.4699 \\ -50.341 & 4.7402 & -1.3126 & 1.6912 \end{bmatrix}$$

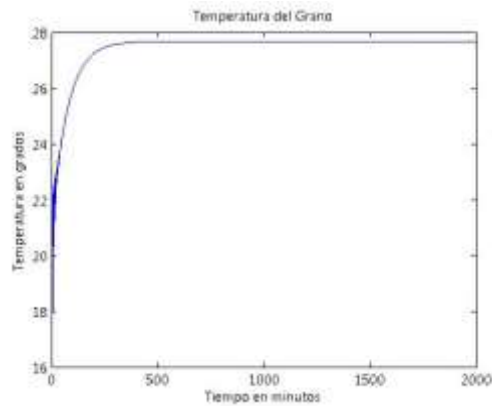
$$D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 0.0020306 & 0.003203 & -0.012139 \\ 0.035157 & 0.045079 & 0.13536 \\ 0.011524 & 0.017195 & 0.15546 \\ -0.012818 & -0.01198 & -0.092486 \end{bmatrix}$$

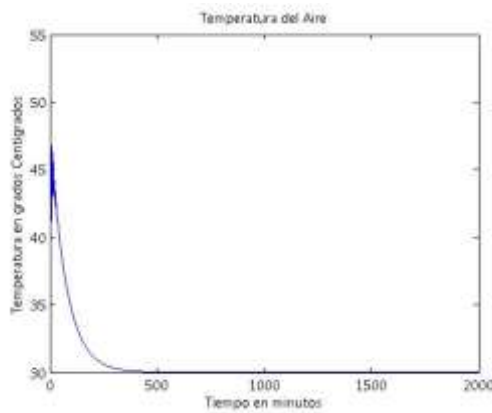
Los resultados obtenidos muestran que desafortunadamente, no hay una correlación muy definida entre el flujo del aire medido en la maqueta y la humedad y temperatura del grano puesto que la humedad llega a valores que no corresponden a los datos experimentales ver Figuras 10, 11 y 12. Esto se explica porque debido a las limitaciones de sensores disponibles, la temperatura del aire se midió a la salida del ventilador, mientras que el flujo del aire de los modelos teóricos que en realidad si tiene una fuerte relación con las variables de salida, se debe medir en las capas de grano bajo estudio.



**Figura 10. Grafica de humedad del grano con salida Ta**



**Figura 11. Grafica de Temperatura del grano con salida Ta**



**Figura 12. Grafica de Temperatura del aire con salida Ta**

Se propone estudiar la manera de obtener una medida del flujo del aire en la capa de grano seleccionada con un sensor que pueda disponerse dentro del silo y que esté aislado de la influencia del grano, y así repetir la prueba para saber si es posible estimar tanto la humedad como la temperatura del grano desde esa medida.

### 3. DISEÑO DEL ESQUEMA DE CONTROL Y CONTROLADOR

Una vez obtenido el modelo de simulación que permite predecir, de forma aproximada, el comportamiento dinámico de la humedad y la temperatura de los granos de café en un secador tipo vertical de dos capas, en este capítulo se presenta el diseño de un esquema de control y un controlador para el seguimiento de consignas sobre la humedad del grano.

La meta de este capítulo es diseñar un sistema de control lineal por realimentación de estados con observador, para satisfacer especificaciones de estabilidad, desempeño y robustez.

#### 3.1 ESQUEMA DE CONTROL

La Figura 13 muestra el esquema de control basado en realimentación de estado propuesto, donde  $y_o \in R^{1 \times 1}$  es la salida que puede medirse (temperatura del grano),  $x \in R^{4 \times 1}$  es el estado estimado de tiempo discreto,  $A \in R^{4 \times 4}$  y  $B \in R^{4 \times 1}$  son las matrices que definen el modelo lineal estimado del silo,  $\hat{x} \in R^{4 \times 1}$  es el estado estimado,  $y \in R^{1 \times 1}$  es la salida que se desea seguir, en este caso la humedad,  $C \in R^{1 \times 4}$  es la matriz que permite obtener la temperatura del grano (Tg) a partir de  $x$ ,  $C2 \in R^{1 \times 4}$  es la matriz que permite obtener la humedad estimada del grano a partir de  $x$ , y  $r \in R^{1 \times 1}$  es la referencia de humedad.

Notar en el esquema que el observador se usa con dos propósitos: el primero, obtener el estado estimado y el segundo, obtener la salida a seguir que en este caso es la humedad del grano y que se asume que no se puede medir.

El lazo de control se establece para el seguimiento de la humedad, Durante el proceso de diseño y validación de controladores se pensó desde el inicio en

proporcionar robustez ante posibles diferencias permanentes entre el modelo estimado y el real. Por esta razón se plantea un esquema donde se agrega al sistema un integrador. Tal diseño robusto se realizó mediante dos técnicas ampliamente conocidas: asignación de polos y regulador óptimo cuadrático. Posteriormente se pudo comprender que en realidad, aunque es posible seguir a una referencia constante, ésta no es la necesidad práctica en el silo de café, ya que la humedad del grano debe llegar a su valor final de una forma progresiva para evitar que la temperatura del grano exigida en el primer caso pueda afectar la calidad del grano. Se asume entonces que lo ideal es hacer un seguimiento de un perfil de humedad que decrezca de forma exponencial, para lo cual se probó con un diseño por modelo interno, donde en lugar de aumentar el sistema con un integrador, se aumenta con el modelo de la referencia a seguir.

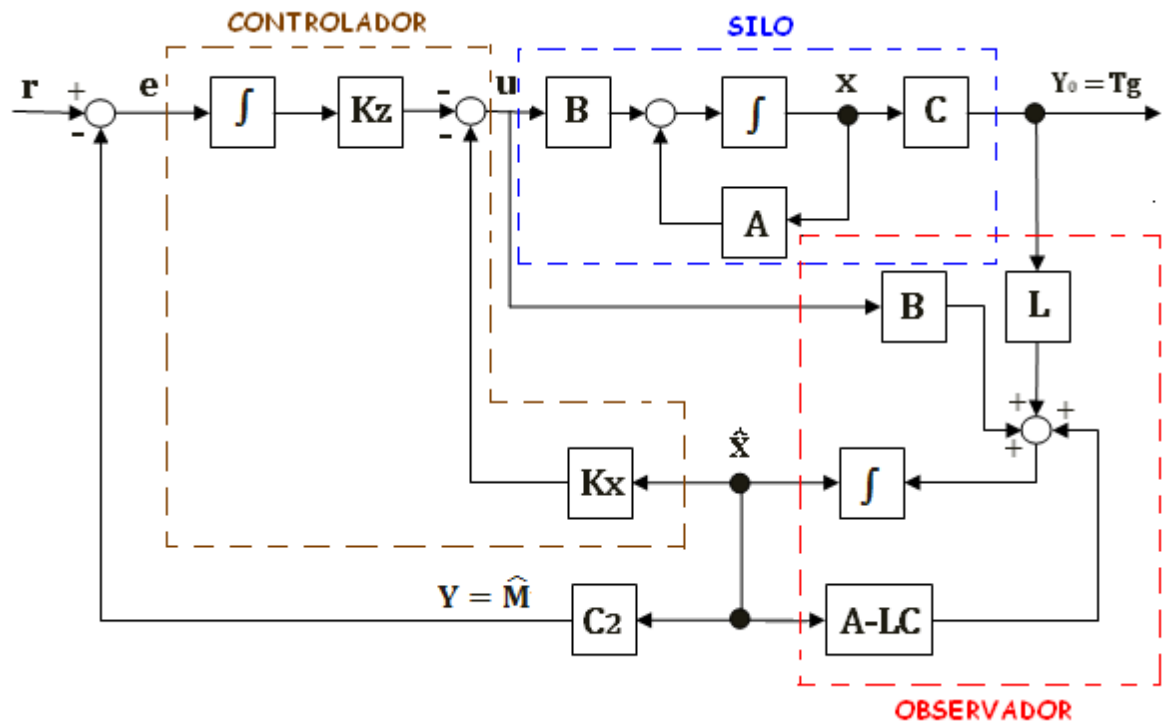
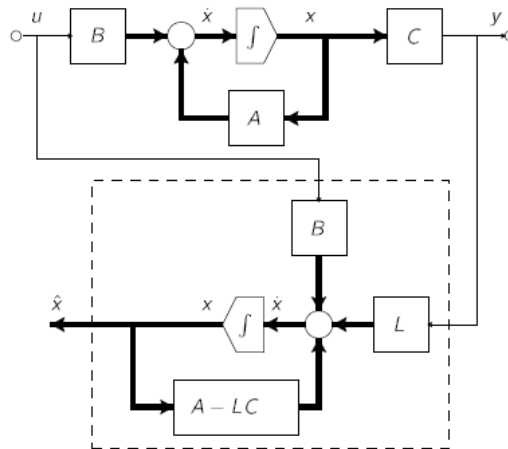


Figura 13. Esquema de control basado en realimentación de estado propuesto

### 3.2 DISEÑO DEL OBSERVADOR

El modelo obtenido mediante identificación para el silo de café es uno en espacio de estados para tiempo discreto, donde las variables de estado son ajustadas a fin de obtener una salida que aproxime los datos experimentales. No obstante, estas variables de estado no son medibles, y de hecho, no se tiene una interpretación física de ellas.

Cuando los estados del sistema no pueden medirse, se recurre a estimarlos mediante un observador de estados, que se reconstruye a partir de mediciones de la salida  $y$  y de la entrada  $u$  esquematizado en la Figura 14.



**Figura 14. Observador en lazo cerrado**

Fuente: Notas de Clase Control Automático 2, Julio H. Braslavsky [13].

Puesto que la entrada para el caso de estudio es el voltaje entregado por el anemómetro y asumiendo que la salida se puede medir es la temperatura del grano se procede a diseñar un observador a lazo cerrado.

Lo primero que se debe obtener son los autovalores apropiados para encontrar el valor apropiado de  $L$  ya que la ecuación (3.1) gobierna la dinámica del error de estimación.

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC) \hat{x} \quad (26)$$



### 3.2.1 ASIGNACIÓN DE AUTOVALORES

Ahora se procede a escoger los autovalores óptimos para el diseño de la matriz L los cuales se determinan mediante los siguientes criterios [11]:

- Como el tiempo de establecimiento es del orden de 1000 minutos se fija un tiempo de establecimiento para el observador en 10 minutos (el observador debe estabilizarse mucho antes que el controlador. Debido al periodo de muestreo, no es posible tener respuestas menores a 10 minutos).
- Para un sobreimpulso inferior al 5% se fija  $\zeta$  en 0.7 (los polos de un sistema de segundo orden están en  $-\sigma \pm jWn\sqrt{1-\zeta^2}$ , donde  $\sigma = \zeta * Wn$ ,  $\zeta$  es el factor de amortiguamiento,  $Wn$  es la frecuencia natural y que el objetivo será ubicar esos dos autovalores como dominantes, para lo cual todos los otros autovalores se deben ubicar mas a la izquierda de  $5 * \sigma$  lo anterior para que no afecten la dinámica del sistema) [14].
- Para los polos dominantes se fija:  $\sigma = 4.6/ts$  y la frecuencia natural  $Wn = \sigma/\zeta$ ;

Con las condiciones anteriores los polos dominantes quedaran de la siguiente forma:

$$p1 = -\sigma + j * Wn * \sqrt{1 - \zeta^2};$$

$$p2 = -\sigma - j * Wn * \sqrt{1 - \zeta^2};$$

Como el orden del sistema es cuatro, deben asignarse dos nuevos autovalores lo suficientemente a la izquierda de los polos dominantes.

$$p3 = -6 * \sigma;$$

$$p4 = -7 * \sigma;$$

### 3.2.2 DISCRETIZACIÓN DE LOS AUTOVALORES

Puesto que el sistema se encuentra en tiempo discreto se procede a realizar la discretización de los polos deseados con la siguiente expresión ( $pd = e^{pc*TS}$ ), el polo de tiempo discreto a obtener (ver anexos carpeta observador archivo simobscafe.mdl) El polinomio deseado se construye multiplicando los términos de la forma  $(z - pd1)(z - pd2)...(z - pdn)$ , donde  $n = 4$ , y  $pdi$  es el polo de tiempo discreto deseado.

### 3.2.3 ALGORITMO PARA ASIGNACIÓN DE POLOS

El siguiente algoritmo, conocido también como algoritmo de Bass Gura [11], permite la reubicación de polos mediante una realimentación de estado de la forma  $-Kx$ . No es el objetivo de esta tesis el describir técnicas ampliamente conocidas, así que se remite al lector a la referencia si se desea ampliar detalles de la técnica. La técnica parte de una transformación de coordenadas que lleva a la representación de espacio de estados a la forma canónica controlable (mediante la matriz de controlabilidad del sistema), y una vez en estas coordenadas, reemplazar los autovalores de lazo abierto por los de lazo cerrado deseados mediante una matriz  $Kb$ . Para obtener la matriz de realimentación a aplicar en las coordenadas originales, se usa la transformación inversa para obtener la matriz de realimentación  $K$  deseada.

El siguiente es el resumen del algoritmo de asignación de polos utilizado

1. Obtener los coeficientes  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{1n}$  del polinomio característico  $\Delta(s)$  del sistema a lazo abierto.
2. Formar las matrices de controlabilidad  $C = [A, AB, \dots, A^{n-1}B]$  y

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} \alpha_{n-1} & \alpha_{n-2} & \dots & \alpha_2 & \alpha_1 & 1 \\ \alpha_{n-2} & \alpha_{n-3} & \dots & \alpha_1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \alpha_2 & \alpha_1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1}$$

- Elegir los coeficientes  $\bar{\alpha}_1, \bar{\alpha}_2, \dots, \bar{\alpha}_n$  del polinomio característico  $\Delta_k(s)$  y determinar la ganancia de realimentación en coordenadas de  $\bar{x}$

$$\bar{k} = [\bar{\alpha}_n - \alpha_n, \dots, \bar{\alpha}_2 - \alpha_2, \dots, \bar{\alpha}_1 - \alpha_1].$$

- Determinar la ganancia de realimentación en coordenadas originales  $K = \bar{K} \bar{C} C^{-1}$

El algoritmo de Bass Gura es aplicable para el diseño de un controlador. Para el caso del diseño de un observador, se saca ventaja del hecho que la observabilidad es el dual de la controlabilidad y que ya que si bien, el problema del diseño de control consiste en diseñar  $K$  tal que  $(A - BK)$  tenga autovalores deseados, el problema del observador consiste en diseñar  $L$  tal que  $(A - LC)$  tenga autovalores deseados. Luego, el algoritmo de Bass Gura se usa de forma idéntica para el diseño del observador pero haciendo las equivalencias duales  $A_o = A'$ ,  $B_o = C'$  y  $K_o = L'$ , donde  $A_o, B_o$  y  $K_o$  definidas de esta forma, son las matrices de entrada al algoritmo (el operador transpuesta de una matriz).

A continuación se describen los comandos utilizados para el seguimiento del algoritmo en el caso del observador.

La matriz de controlabilidad  $C_{tb}$  se construye de la matriz  $A$  y de la matriz  $C$  y se obtiene mediante la siguiente expresión en MATLAB  $C_{tb} = \text{ctrb}(A', C')$  ver anexo A Función `obscale.m`.

Para seguir el algoritmo es necesario tener el polinomio característico del sistema en lazo abierto y se consigue por medio del siguiente comando en matlab  $p = \text{poly}(A)$  ver anexo A función obscafe.m.

La matriz de controlabilidad  $\bar{C}$  es la inversa de una matriz cuya diagonal se conforma de unos y la parte superior por los autovalores del sistema  $A$ .

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & p(2) & p(3) & p(4) \\ 0 & 1 & p(2) & p(3) \\ 0 & 0 & 1 & p(2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

Donde  $p(2)$ ,  $p(3)$  y  $p(4)$  son los autovalores del sistema en lazo abierto.

Los coeficientes del polinomio característico deseado  $Kb$  simplemente son la diferencia entre los autovalores del sistema y los autovalores deseados

$$Kb = [pd(2) - p(2), pd(3) - p(3), pd(4) - p(4), pd(5) - p(5)]$$

Como se menciona anteriormente se tiene que encontrar un valor óptimo de  $L$  (ganancia de alimentación) para que el error sea mínimo basándose en el algoritmo de Bass Gura se calcula con la siguiente expresión.

$$L = [Kb \cdot \bar{C} \cdot Ctb^{-1}]^T$$

### 3.2.4 ESQUEMA DEL OBSERVADOR EN SIMULINK

Para observar y ejecutar el sistema completo se realizó el siguiente diagrama de bloques en Simulink ver Figura 15.

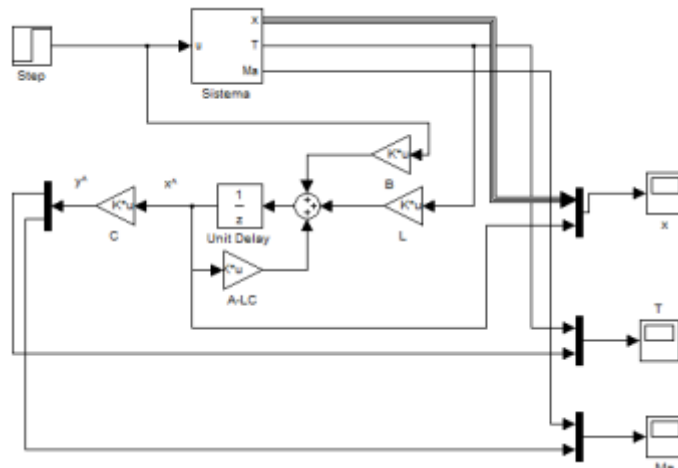


Figura 15. Diagrama observador

Puesto este en simulación este programa se obtuvieron la siguientes grafica que muestra en azul la variable real y en verde la variable observada ver Figura 16.

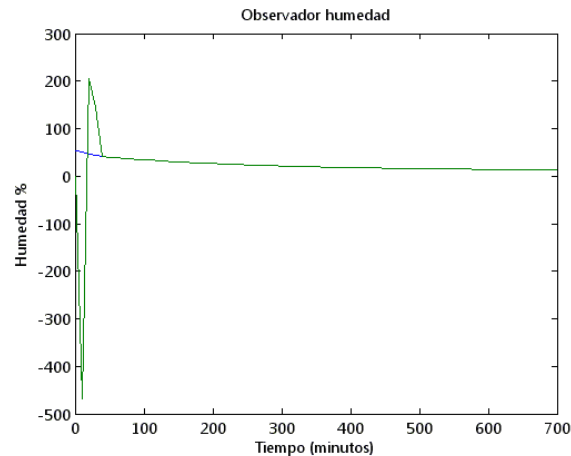


Figura 16. Variable real y variable observada

Se observa que cuando transcurren 40 minutos el observador se estabiliza y toma los valores de la variable real. Esto es un buen tiempo para nuestros objetivos.

### 3.3 DISEÑO DE EL CONTROLADOR POR ASIGNACIÓN DE POLOS

Para el diseño del controlador, se repite el procedimiento de la sección 3.2.1 pero con las siguientes diferencias:

1. Como el controlador se busca robusto, se aumenta el sistema con un integrador aplicado al error de seguimiento. Para esto, se introduce como nueva variable de estado, la integral del error, dando origen a una matriz  $K$  con dos componentes:  $Kx$ , el término de ganancia del estado original, y  $Kz$ , el término de ganancia de la nueva variable de estado.
2. Los autovalores deben ser más lentos que los del observador (tiempo de establecimiento del orden de unas diez veces más grande que el del observador).

#### 3.3.1 AUMENTO DE LA PLANTA CON UN INTEGRADOR

Se introduce un esquema robusto de seguimiento de referencias constantes con propiedades de rechazo de perturbaciones de entrada constantes. El esquema se basa en aumentar la planta agregando un nuevo estado  $x_a$  que integra el error de seguimiento,  $\dot{x}_a = r - y = r - Cx$  como se muestra en la Figura 17.

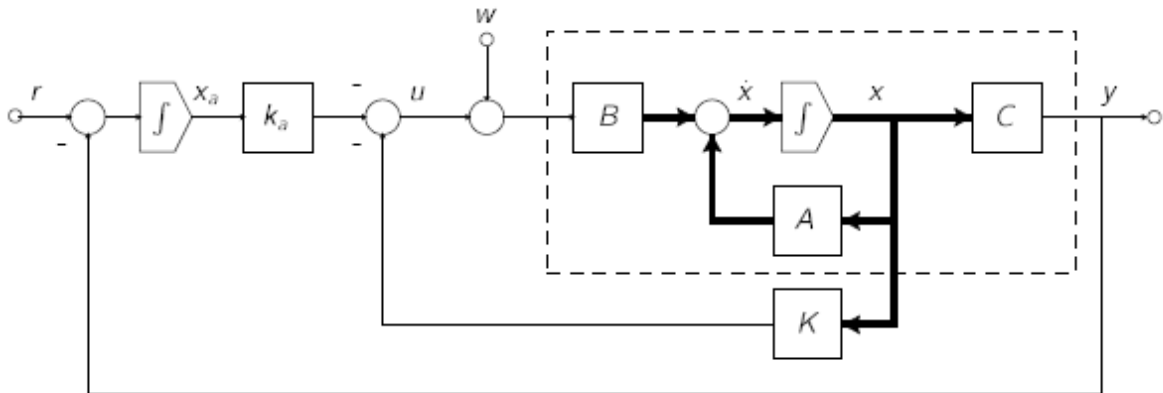


Figura 17. Esquema de seguimiento robusto

La ecuación en espacio de estados del sistema original con perturbación de entrada es:

$$\dot{x} = Ax + Bu + Bw$$

$$y = Cx$$

De modo que el sistema aumentado a lazo abierto queda

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} (u + w) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r$$

$$y = [C \ 0] \begin{bmatrix} x \\ x_a \end{bmatrix} \text{ Donde;}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.9888 & 0.0371 & 0.0410 & 0.0168 & 0 \\ -0.1076 & 0.6664 & -0.4701 & 0.3640 & 0 \\ 0.2736 & -0.2975 & -0.4099 & 0.8043 & 0 \\ 0.1915 & -0.8103 & -0.4701 & 0.2305 & 0 \\ 47.2634 & 0.7775 & 0.2964 & -0.1549 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0088 \\ 0.1182 \\ -0.3534 \\ -0.0287 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [ -47.2634 \quad -0.7775 \quad -0.2964 \quad 0.1549 \quad 0 ]$$

$$D = 0$$

Este sistema aumentado se obtuvo con las siguientes expresiones en Matlab

```
Aa = [m1.a zeros(4,1);-m1.c(2,:) eye(1,1)];
```

```
Ba = [m1.b;zeros(1,1)];
```

```
Ca = [m1.c(2,:) zeros(1,1)];
```

```
Da = 0;
```

Ver anexo A función idcafe.m.

### 3.3.2 ASIGNACIÓN DE AUTOVALORES

De la misma manera que se diseñó el observador se deben escoger los autovalores óptimos para el buen desempeño del controlador.

Se determinan mediante los siguientes criterios:

- Para que no se presenten problemas en el transitorio de la planta se debe escoger un tiempo de asentamiento mayor que el del observador en este caso se escogió de 450 minutos.
- Para un sobreimpulso inferior al 5% se fija  $\zeta$  en 0.7.
- Para los polos dominantes se fija:  $\sigma = 4.6/ts$  y la frecuencia natural  $Wn = \sigma/\zeta$ ;

Con las condiciones anteriores los polos dominantes quedarán de la siguiente forma:

$$p1 = -\sigma + j * Wn * \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$p2 = -\sigma - j * Wn * \sqrt{1 - \zeta^2}$$



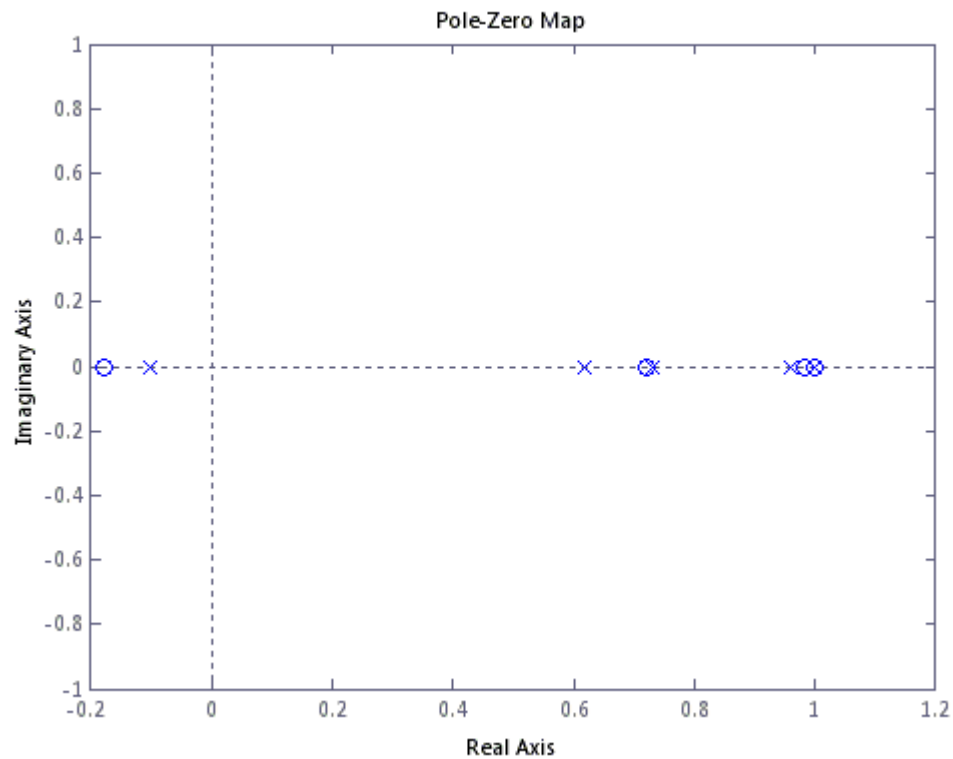
Por razones de estabilidad del sistema en lazo cerrado se crearon tres polos adicionales.

$$p_{3a} = -8 * \sigma;$$

$$p_{4a} = -10 * \sigma;$$

$$p_{5a} = -12 * \sigma;$$

Al aumentar la planta en tiempo discreto, debido al periodo de muestreo grande, aparecen ceros de fase no mínima que hacen que el diseño sea difícil de sintonizar, obligando a fijar tiempos de establecimiento grandes y obligando a transitorios elevados por la respuesta inversa del sistema.



**Figura 18. Polos del sistema en lazo cerrado en tiempo discreto**

## MATRIZ DE CONTROLABILIDAD PARA EL CONTROLADOR

Esta matriz se compone de la matriz  $A$  y de la matriz  $C$  se obtiene mediante la siguiente expresión en matlab  $C_{tb} = \text{ctrb}(A',C')$  ver anexo A funcion obscafe.m.

## CONSTRUCCIÓN DEL POLINOMIO DESEADO $p_{da}$

Se debe construir el polinomio que me describa la dinámica del sistema, una vez discretizados los autovalores en se construye el polinomio deseado ver anexo A función idecafe.m.

## POLINOMIO DEL SISTEMA EN LAZO ABIERTO

Para seguir el algoritmo es necesario tener el polinomio característico del sistema en lazo abierto y se consigue por medio del siguiente comando en matlab  $pa = \text{poly}(Aa)$  ver anexo A función idecafe.m.

## MATRIZ DE CONTROLABILIDAD $\bar{C}$

Con los coeficientes del polinomio en lazo abierto se obtiene la matriz de controlabilidad  $\bar{C}$  que se la inversa de una matriz cuya diagonal se conforma de unos en la diagonal y la parte superior por los autovalores del sistema  $Aa$ .

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} 1 & p(2) & p(3) & p(4) & p(5) \\ 0 & 1 & p(2) & p(3) & p(4) \\ 0 & 0 & 1 & p(2) & p(3) \\ 0 & 0 & 0 & 1 & p(2) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

Donde  $p(2)$ ,  $p(3)$ ,  $p(4)$  y  $p(5)$  son los autovalores del sistema en lazo abierto.

### **COEFICIENTES DEL POLINOMIO CARACTERÍSTICO DESEADO $Kb$**

Simplemente es la diferencia entre los autovalores del sistema y los autovalores deseados.

$$Kb = [pda(2) - pa(2), pda(3) - pa(3), pda(4) - pa(4), pda(5) - pa(5), pda(5) - pa(5)]$$

### **3.3.3 GANANCIA DE REALIMENTACIÓN $K$**

Se tiene que encontrar un valor óptimo de  $K$  para que el error sea mínimo basándose en el algoritmo de Bass-Gura se calcula con la siguiente expresión.

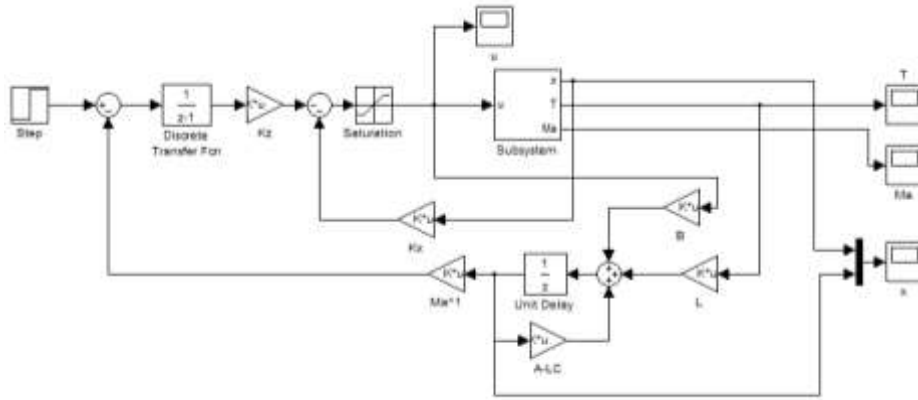
$$K = [Kb \cdot \bar{C} \cdot Ctb^{-1}]^T$$

De esta forma se obtienen las ganancias del controlador

$Kx$  son las cuatro primeras columnas de  $K$  que corresponden a las ganancias de realimentación de los estados.

$Kz$  es la última columna de  $K$  que corresponden a la ganancia para la acción integral del error para que controlador sea robusto.

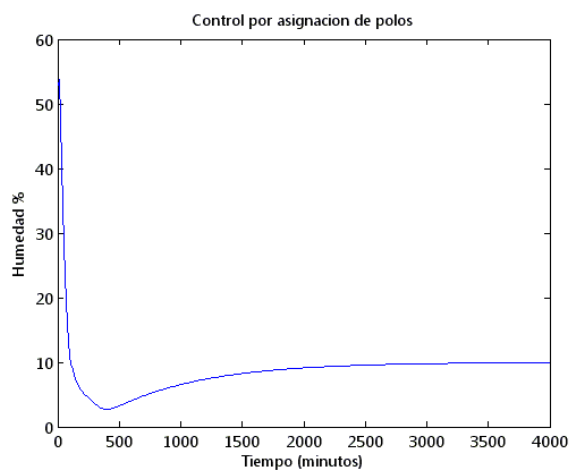
Por último el sistema se implementó en Simulink que dando de la forma mostrada en la ilustración n controlador por asignación de polos.



**Figura 19. Controlador por asignación de polos en Simulink**

Una vez compilado y ejecutado el programa (ver anexos Control Silo\Asignacion de polos archivo simcafe.mdl) se puede observar que la humedad llega a un punto estable lo cual nos garantiza el buen funcionamiento del controlador ver Figura 20.

Puesto que el modelo presenta ceros de fase no mínima ocasionados por el retardo que tiene la planta, es complejo que el controlador se adapte a estas condiciones por ello la respuesta de la humedad de la capa de café no es real al principio de esta simulación.



**Figura 20. Humedad del café con el controlador optimo**

### 3.4 CONTROLADOR ÓPTIMO

Este controlador consiste básicamente en minimizar la función (27) que es la función del error.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) \quad (27)$$

Donde  $Q$  es una matriz simétrica real, definida positiva,  $R$  es una matriz simétrica real, definida positiva,  $u$  es la entrada al sistema y  $x$  es el vector de estados.

Se diseñó un observador para la humedad del grano basado en el criterio de encontrar  $L$  para que minimice el error de estimación, como se menciona en la sección 3.2, ya que la expresión 3.2 indica la dinámica del error de estimación.

Pero en este caso se propone la ley de control (28)

$$u(t) = -K_o x \quad (28)$$

Donde  $K_o$  es la ganancia a encontrar para que el error sea mínimo para mayor información ver [13].

En este caso se hace la relación  $K_o = L$  para el observador. Para ello se define  $Q_o$  que será necesaria para el algoritmo, con el comando `eye(4,4)` de matlab queda de la siguiente forma:

$$Q_o = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Donde  $Q_o$  es matriz  $Q$  para el observador. Se define  $R = \lambda$ .

Con estas definiciones de  $Q$  y  $R$ , valores pequeños de  $\lambda$  obligan a una convergencia rápida del estado pero con esfuerzos de control grandes, mientras una  $\lambda$  grande obliga a un esfuerzo de control grande con establecimiento lento del estado.

Se encontró un valor de  $\lambda$  apropiado para el observador en este caso se fijo en 0.1 ya que debe tener una dinámica relativamente rápida en comparación con el controlador.

Con los valores de  $(A_o, B_o, Q_o, R_o, f)$  bastara utilizarlos en el comando `dlqr` de Matlab el cual entregara un valor apropiado de  $K_o$  para el observador, ver anexo A función `idcafeD.m`.

### 3.4.1 DISEÑO DEL CONTROLADOR ÓPTIMO

Con el observador diseñado en la sección 3.4 se procede a diseñar de la misma manera la ganancia  $K_z$  para el controlador.

Se añadieron integradores al sistema por lo tanto el sistema realimentado quedo de la siguiente forma:

$$A = \begin{bmatrix} 0.9888 & 0.0371 & 0.0410 & 0.0168 & 0 \\ -0.1076 & 0.6664 & -0.4701 & 0.3640 & 0 \\ 0.2736 & -0.2975 & -0.4099 & 0.8043 & 0 \\ 0.1915 & -0.8103 & -0.4701 & 0.2305 & 0 \\ 47.2634 & 0.7775 & 0.2964 & -0.1549 & 1 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.0088 \\ 0.1182 \\ -0.3534 \\ -0.0287 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -47.2634 & -0.7775 & -0.2964 & 0.1549 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = 0$$

Se obtuvo la matriz  $Q$  para el controlador dada de la siguiente forma:

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La cual tiene la forma anterior debido a que solo se necesita alterar el error.

Se fijo un valor de  $\zeta = 10000$  es un valor mucho más grande que el del observador de ya que este debe ser más lento que el observador primero se observa y luego se controla puesto que:

$$\zeta = R$$

Con los valores de  $R, Q, Aa, Ba$  solo bastara tomarlos como argumento en la función `dlqr` de matlab para obtener el valor apropiado de  $K$  para el controlador donde la realimentación de los estados se define con las cuatros columnas de  $K$  y ganancia para el integrador es la última columna de  $K$  ver anexo A función `idcafeD.m`.

### 3.4.2 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL ÓPTIMO

Una vez encontrada la matriz  $L$  para el observador, las ganancias para los estados y la ganancia para la acción integral, se procede a implementar el sistema en simulink ver Figura 21. simulación del sistema de control optimo.

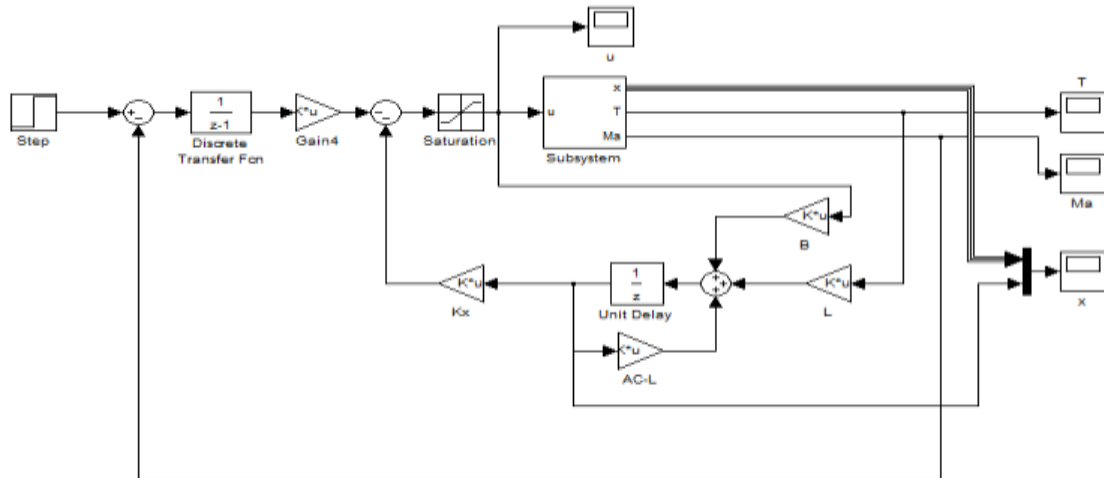
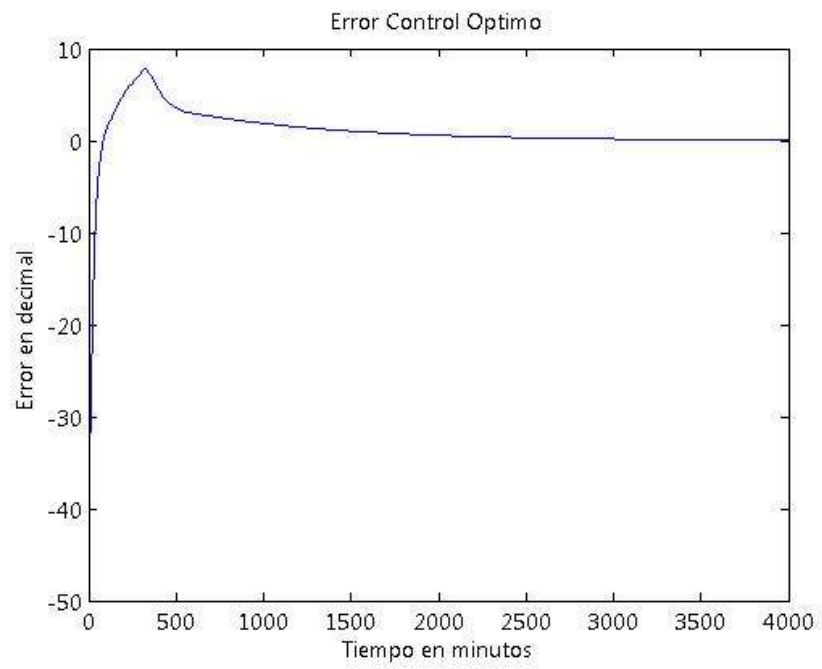
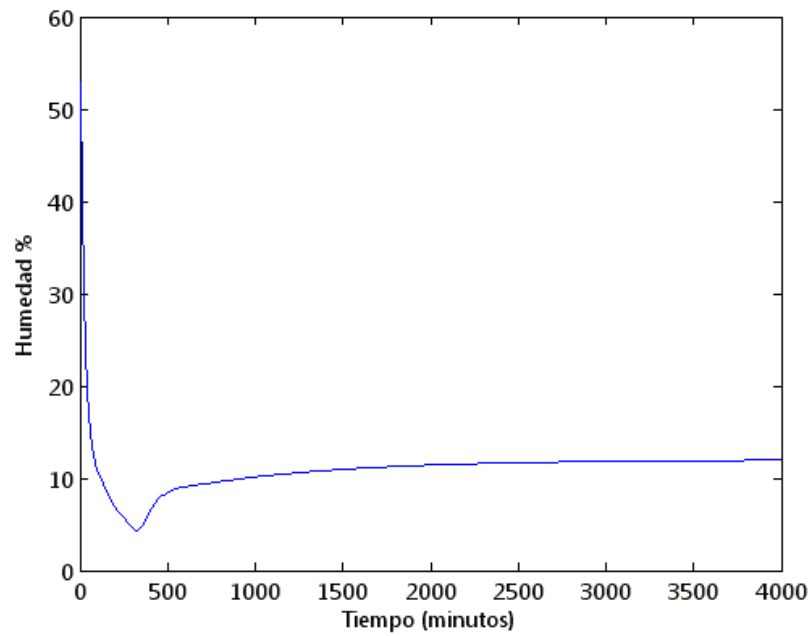


Figura 21. Simulación del sistema de control optimo





**Figura 22. Grafica del error**



**Figura 23. Humedad con control optimo**

### 3.5 CONTROL POR MODELO INTERNO

Debido a que el seguimiento de una referencia constante implica que la temperatura del grano vaya a valores no deseables y debido también a que no se tiene control sobre la temperatura del grano, es deseable implementar un seguimiento de una referencia de humedad variable. Dadas las curvas experimentales obtenidas, una buena opción es elegir un seguimiento de una referencia exponencial decreciente.

Una opción para este seguimiento de referencia variable es utilizar el principio del modelo interno, según el cual, es posible seguir una referencia si se aumenta el modelo del sistema con el modelo de la referencia.

Utilizando un enfoque de función de transferencia de tiempo continuo para el diseño del control por modelo interno, usando la referencia [11] se tiene el siguiente teorema:

Considere el sistema de realimentación unitaria de la con una función de transferencia estrictamente propia  $g(s) = N(s)/D(s)$ . Se asume que  $D(s)$  y  $N(s)$  son coprimas (no tienen factores comunes). La señal de referencia  $r(t)$  y el disturbio  $w(t)$  se modelan como  $r(s) = Nr(s)/Dr(s)$  y  $w(s) = Nw(s)/Dw(s)$ . Sea  $\phi(s)$  el mínimo común denominador de los polos inestables de  $r(s)$  y  $w(s)$ . Si ninguna raíz de  $\phi(s)$  es un cero de  $g(s)$ , entonces existe un compensador propio (orden de denominador mayor que el del numerador) tal que el sistema de lazo cerrado seguirá a  $r(t)$  y rechazará a  $w(t)$ , tanto asintóticamente como robustamente.

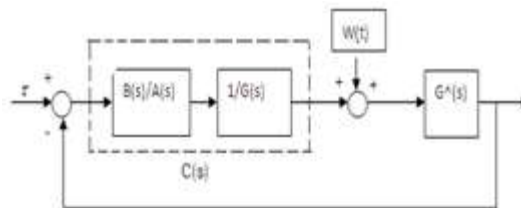


Figura 24. Control por acción interna

Los detalles del algoritmo para el cálculo del compensador  $C(s)$  que logra el cumplimiento del teorema se encuentran en la referencia [11] y el código de MatLab Diseñado se indica en el anexo A función `idcafeE.m` o en (Control Silo\Control por modelo interno archivo `simcafeE.mdl`) Para ello, se definió la función de transferencia de la exponencial con valor inicial  $r_i$  y valor final  $r_0$  así,

$$r(t) = r_i e^{-t/\tau} + r_0$$

Cuya transformada de Laplace es,

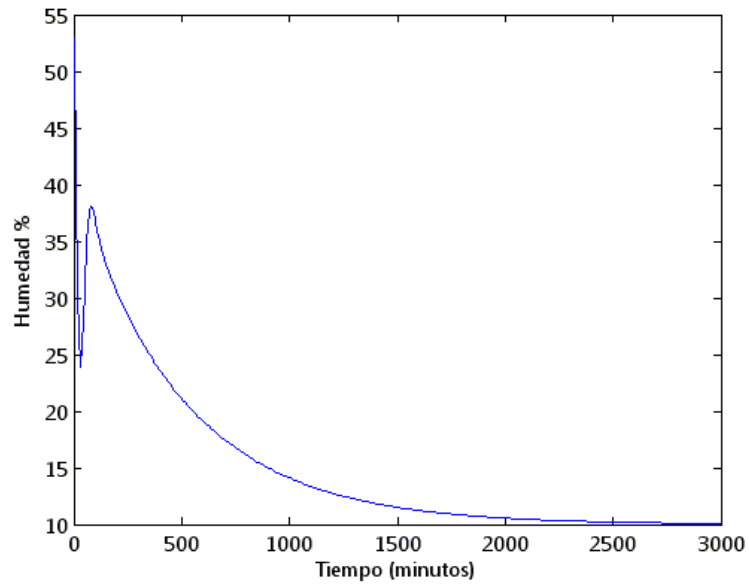
$$r(s) = \frac{s(r_i + r_0) + r_0/\tau}{s^2 + s/\tau}$$

Si se toma como disturbio  $w(t) = a$ , una constante, cuya transformada de Laplace es  $w(s) = a/s$ , entonces el mínimo común denominador de  $r(s)$  y  $w(s)$  será  $\phi(s) = s^2 + s/\tau$ .

Para obtener el diseño del compensador primero se debió encontrar un modelo del silo en tiempo continuo, para lo cual se utilizó la transformación bilineal (comando `bilin` de Matlab). Esta transformación se basa en el mapeo de la variable discreta  $z$  en una variable continua  $s$  o viceversa, tal que haya coincidencia en el diagrama de respuesta en frecuencia de Bode. Una vez hallado el modelo y aumentado con el disturbio, el algoritmo de control por modelo interno lleva a la obtención de un compensador  $C(s)$  que logre estabilizar el sistema en lazo cerrado. Para ello, nuevamente se debe recurrir a una especificación de los polos deseados, lo cual se hizo ahora en tiempo continuo considerando un tiempo de establecimiento lento debido a que nuevamente aparecen ceros de fase no mínima en el compensador (explicables por el lento periodo de muestreo del modelo identificado del silo). Para la simulación, este modelo se pasa a una representación de espacio de estados y se vuelve a usar la transformada bilineal ahora a la inversa para obtener un compensador de tiempo discreto con el mismo período de muestreo de la planta.

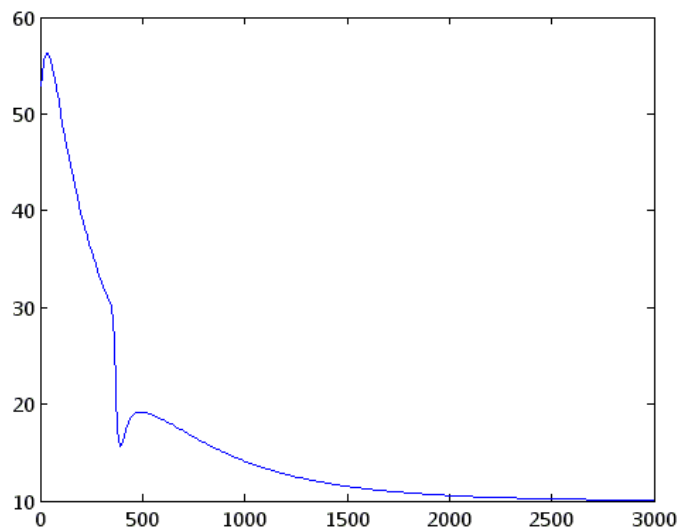
Los resultados de simulación son:

Sin observador:



**Figura 25. Seguimiento perfil de humedad**

Con observador



**Figura 26. Seguimiento perfil de humedad con observador**

Las gráficas muestran que es posible seguir la referencia pero que debido a la presencia de un cero de fase no mínima, el cual no puede cancelarse con el compensador, esto solo se logra con una respuesta lenta. Este cero también es responsable del pobre seguimiento al inicio de la simulación debido a la respuesta inversa que pone el cero. No obstante, luego de un tiempo, se logra error de seguimiento cero y ya que el seguimiento es de una exponencial, la temperatura del grano sigue valores permitidos en el proceso del silo.

La introducción del observador hace que el transitorio se más crítico ya que primero debe estabilizarse el observador mientras que el sistema está en efecto del cero de fase no mínima. Pero superado el transitorio, el error de seguimiento también es cero.

Se concluye que es posible seguir un perfil de humedad para el silo de café, desde la medida de la temperatura del grano y sin utilizar un sensor de humedad.

## CONCLUSIONES

Tradicionalmente los silos para secado de café operan en lazo abierto para el logro del objetivo de la humedad, en el sentido que se diseña un controlador para la temperatura del flujo de aire de secado y simplemente se espera hasta que la humedad del grano llegue a un valor deseado. En esta tesis se ha mostrado que, a partir de un modelado de las variables que intervienen en el proceso de secado del café, y contando con la instrumentación adecuada, es posible plantear esquemas de control más elaborados que permitan el seguimiento de perfiles de humedad y temperatura del grano.

Para que esto sea viable, los siguientes hallazgos de esta tesis deben tenerse en cuenta:

1. Según el estudio realizado en este trabajo de grado no hay una relación muy estrecha entre la temperatura del flujo de aire de secado y la temperatura y humedad del grano por que se mide la temperatura del aire en el flujo de entrada (medida convencional en los secadores de café). Para poder hacer un estimado de la humedad del grano en tiempo real, es preciso que trabajos futuros desarrollen un sensor de la temperatura del grano en tiempo real. Con tiempo real se quiere hacer referencia a que la lectura se pueda obtener cada período de muestreo sin tener que extraer el grano del silo, como se ha hecho en esta tesis.
2. Es viable estimar tanto la temperatura como la humedad del grano desde la temperatura del aire en las capas del silo, como lo mostró el modelo matemático del silo. Si hay que seguir un perfil de humedad y un perfil de temperatura del grano, debe haber dos variables manipuladas. Sería necesario tener un actuador para el flujo de aire y otro para la temperatura del flujo del aire.

3. Es posible seguir un perfil de humedad para el silo de café, desde la medida de la temperatura del grano y sin utilizar un sensor de humedad.
4. El modelo teórico muestra la complejidad de la dinámica de las variables ya que éstas no dependen solo del tiempo sino además de la profundidad de la capa del grano dentro del silo. Además, las variables tales como densidad, calor específico, entre otras, varían en el tiempo por la acción del secado. El modelo entonces es: no lineal, variante en el tiempo y de dos variables espaciales. Una modelo linealizado de tiempo discreto es entonces muy limitado para describir el problema, sin embargo se ha mostrado que la respuesta del modelo linealizado obtenido permite tener una aproximación del desempeño de las variables en el silo.
5. Por lo anterior, el problema de observación y control resulta interesante desde el punto de vista investigativo y abre la posibilidad a futuros trabajos para el diseño mediante estrategias de tipo no lineal para este sistema.

En el trabajo realizado sobre el modelo linealizado obtenido se tuvo muchas dificultades por el periodo de muestreo demasiado largo de diez minutos que se utilizó. Esto debido a que para realizar las medidas con los instrumentos disponibles se debía sacar el café del silo, almacenarlo en un termo y medir allí la temperatura del grano y su humedad. Si se desarrollan sensores de humedad y temperatura del grano adecuados que permitan obtener estas lecturas sin sacar el grano del silo, entonces podrían tenerse periodos de muestreo mucho menores y facilitar así el diseño, a la vez que se mejoraría notablemente el pobre desempeño transitorio obtenido ya que seguramente no se originarán ceros de fase no mínima en el sistema.

## **5. TRABAJOS FUTUROS**

En este trabajo se realizaron y comprobaron varias técnicas de control pero en simulación sería necesario comprobarlo en una planta real o al menos en la planta caso de estudio utilizando herramientas software que operen en tiempo real debido a que los algoritmos trabajan en tiempo real duro.

Realizar un sistema que permita controlar la humedad, implementando el algoritmo descrito en este documento en un microcontrolador o algún dispositivo de este tipo con el propósito de disminuir los costos de adquisición del sistema.

Utilizar estrategias de tipo no lineal para este sistema.



## 6. BIBLIOGRAFÍA

- [1]. Ing. Alfonso Parra Coronado, Ing. Gonzalo Roa Mejía, Ing. Carlos Oliveros. “SECAFÉ Parte I: Modelamiento y simulación matemática en el secado mecánico de café pergamino” Revista Brasileira de Ingeniería Agrícola y Ambiental, 2008. Disponible en: <http://www.scielo.br/pdf/rbeaa/v12n4/v12n04a13.pdf>. [Acceso en Junio 10, 2010]
- [2]. Phd. GONZALO ROA MEJÍA. “El Secado Solar y Mecánico del Café Pergamino en Colombia”. CENICAFÉ, Chinchiná, Noviembre de 2004. Disponible en: <http://www.cenicafe.org/>. [Acceso en Junio 10, 2010]
- [3]. Comité Departamental De Cafeteros De Caldas, Cenicafe. “Tecnología del Cultivo del Café”. Manizales, Caldas, 1988. 404p.
- [4]. Pedro Rodríguez Aumente. “INTRODUCCIÓN A LA TERMODINÁMICA DEL VOLUMEN DE CONTROL”. Universidad Carlos III de Madrid, Escuela Politécnica Superior Departamento de Ingeniería Mecánica Área de Ingeniería Térmica.
- [5]. V.K. Srivastava. J. John. “Deep bed grain drying modeling” Department of Chemical Engineering, Indian Institute of Technology, Hauz Khas, New Delhi 110 016, India Received 4 December 2000; accepted 25April 200. Disponible en: [http://www.sciencedirect.com/science?\\_ob=ArticleURL&\\_udi=B6V2P-45NNYGH-6&\\_user=10&\\_coverDate=09%2F30%2F2002&\\_rdoc=1&\\_fmt=high&\\_orig=search&\\_sort=d&\\_docanchor=&\\_view=c&\\_searchStrId=1397755353&\\_rerunOrigin=google&\\_acct=C000050221&\\_version=1&\\_urlVersion=0&\\_userid=10&md5=b8b11e374fe9e4d4f29e1d65abc992bc](http://www.sciencedirect.com/science?_ob=ArticleURL&_udi=B6V2P-45NNYGH-6&_user=10&_coverDate=09%2F30%2F2002&_rdoc=1&_fmt=high&_orig=search&_sort=d&_docanchor=&_view=c&_searchStrId=1397755353&_rerunOrigin=google&_acct=C000050221&_version=1&_urlVersion=0&_userid=10&md5=b8b11e374fe9e4d4f29e1d65abc992bc). [Acceso en Junio 10, 2010]
- [6]. Roa, G.; Oliveros, C. E.; Álvarez, J.; Ramírez, C.; Sanz, J. R.; Dávila, M. T.; Álvarez, J. R.; Zambrano, D. A.; Puerta, G. I.; Rodríguez, N. “Beneficio ecológico del café” Chinchiná, CENICAFE, 1999, 300p.

- [7]. La Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación FAO “Principios de secado de granos psicrometría higroscopia” Disponible en: [www.fao.org/docrep/x5057s/x5057S02.htm](http://www.fao.org/docrep/x5057s/x5057S02.htm) [Acceso en Julio 10, 2010].
- [8]. Dennis G. Zill “Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de Modelado 6ª Edición” Editorial Thomson Editores, 1997
- [9]. Juarez de Souza e Silva. “CONTENIDO DE HUMEDAD DE LOS GRANOS” Disponible en: <http://www.ufv.br/dea/poscolheita/boletins/CONTENIDO%20DE%20HUMEDAD%20DE%20LOS%20GRANOS.PDF>. [Acceso en Julio 10, 2010]
- [10]. Lennart Ljung. “System Identification: Theory for the user”, second Edition. Prentice Hall PTR, 1999.
- [11]. Chi-Tsong Chen. “Linear system theory and design”, third edition. New York Oxford – Oxford Universitypress, 1999.
- [12]. Katsuhiko Ogata “Ingenieria de control moderna”. segunda edicion. Prentice Hall, 1993.
- [13]. Julio H. Braslavsky. “Notas de clase control automático 2” Disponible en: <http://www.eng.newcastle.edu.au/~jhb519/teaching/caut2/clases/Cap1.pdf>. [Acceso en Julio 10, 2010].
- [14]. Dorf Bishop “Sistemas de control moderno”. 10a edición. Prentice Hall, 2009.