RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA CON NÚMEROS NATURALES EN ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO, UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

ALFREDO GARCÍA CAICEDO

MELIXA RAMÍREZ VIDAL

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

FLORENCIA, CAQUETÁ, COLOMBIA
OCTUBRE – 2017

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA CON NÚMEROS NATURALES EN ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO, UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA

ALFREDO GARCÍA CAICEDO

MELIXA RAMÍREZ VIDAL

Trabajo para otorgar el título
MAGISTER EN EDUCACIÓN

Directora
Mg. YENY LEONOR ROSERO ROSERO

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD DEL CAUCA

PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL

FLORENCIA, CAQUETÁ, COLOMBIA
OCTUBRE – 2017

DEDICATORIA

Melixa Ramírez Vidal

A mis padres por el amor, la comprensión, la formación y enseñanzas que me entregan a diario.
A mi esposo, mi hija, mi hijo, por el amor, el estímulo, el apoyo incondicional, la paciencia, que me brindaron, por el tiempo que dejé de dedicarles, y me entendieron.
A mis estudiantes para que un día aprendan de las matemáticas y su cultura lo necesario para entenderlas y saberlas vivir desde su cotidianidad.
…porque todos ellos son la inspiración para finalizar este proyecto

Alfredo García Caicedo

A mi madre, que desde el cielo me acompaña y da fortaleza para seguir adelante en los procesos encaminados, a mi padre y mis hermanos que siempre desean lo mejor para su hermano tocayo.
A mi esposa adorada y mis grandes hijos por tener paciencia ya que mucho tiempo que ellos necesitaban lo dedicaba a mi estudio.
A mis estudiantes de la institución quienes me apoyaron con esmero en la realización de las actividades.

AGRADECIMIENTOS

A Dios.
Por darnos sabiduría, disciplina y tiempo para culminar este gran logro académico.

A nuestra Directora de Tesis, Mg. Yeny Leonor Rosero Rosero.
Por su apoyo, acompañamiento, paciencia, entrega, dedicación, por sus valiosos y oportunos consejos académicos y personales, que fortalecieron nuestro proyecto y nuestra vida profesional.

A la Coordinadora Académica de la Universidad del Cauca, Sede Florencia, Mg. Isabel Cristina Vasco Bastidas.
Por el compromiso con el que nos acompañó desde su cargo en todos los procesos académicos emprendidos dentro y fuera del país.

A nuestros rectores de las Instituciones Educativas Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán Iván de Jesús Gaviria López y José Kevin Barrionuevo, respectivamente, por su valioso apoyo en las actividades escolares que se desarrollaron en cada plantel.

A la Universidad del Cauca, sus Docentes y Administrativos.
Por el compromiso, el apoyo recibido, y por traer a nuestra región del Caquetá, excelente personal docente y administrativo, con calidez humana, con curriculum académico impecable y sobre todo, dispuestos a realizar muy bien su trabajo bajo situaciones especiales de operatividad.

Al Ministerio de Educación Nacional de Colombia.
Por habernos otorgado las becas para realizar estudios de maestría en educación, mediante el programa Becas para la Excelencia Docente con Líneas de Profundización.

Contenido

Tabla de Figuras

Tabla de Tablas

Introducción

Algunos enfoques pedagógicos clásicos se cuestionan cuánto y cuál es el tipo de conocimiento necesario para que el profesor pueda enseñar, cuáles son las mejores estrategias didácticas para implementar en el aula y hacer más asequible un saber. La palabra "Matemáticas", aunque sin duda significa ciencia, a nivel educativo se ha convertido en estrategia, método, en proceso, en tema de discusión, y por qué no decirlo en el azote de algunos estudiantes y maestros. A diario en escuelas y colegios se pretende problematizar las matemáticas desde otros contextos de uso para hacerlas significativas, sin embargo, aun haciéndolo no se logra mejorar su comprensión.

Esta investigación aborda la resolución de problemas de estructura aditiva utilizando la teoría socioepistemológica, base fundamental para visionar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde el entorno sociocultural de quienes la practican; así, el saber matemático escolar se problematizó a través de prácticas sociales del contexto de los estudiantes y no a través de objetos matemáticos abstractos ajenos a la realidad. El objetivo de esta propuesta busca contribuir a la resolución de problemas de estructura aditiva, mediante la planificación de situaciones problémicas contextualizadas y la didáctica en los procesos de combinación, cambio, comparación, igualación, con el objetivo de promover el desarrollo de competencias matemáticas, efectuar contribuciones a la didáctica de la matemática de los números naturales, y generar un cambio tanto en la percepción que tienen los estudiantes de esta área del conocimiento, como en la práctica docente.

CAPITULO I

Presentación

El presente documento contiene el informe de la investigación que se llevó a cabo en dos Instituciones Educativas urbanas, ambas con más de treinta años al servicio de la comunidad Florenciana: Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán, de la ciudad de Florencia, Caquetá, Colombia (Ver Anexos: Figura 43.Institución Educativa Barrios Unidos del Sur, Florencia, Caquetá y Figura 44.Institución Educativa Jorge Eliecer Gaitán, Florencia, Caquetá), con estudiantes de grado sexto. La distancia de una Institución Educativa a otra es aproximadamente de 1,8 Km, en un recorrido de 5 a 6 minutos. (Ver Anexo, Figura 45.Ubicación en la ciudad de Florencia de las Instituciones intervenidas en esta investigación). En el contexto de estos planteles educativos, se encuentra población vulnerable, con dificultades socioculturales, económicas y familiares, y la mayoría de los estudiantes pertenecen a estratos uno y dos.

Los padres de familia de los estudiantes matriculados en las Instituciones se desenvuelven dentro de una economía informal, agrupados en: albañiles, conductores, agricultores, comerciantes, latoneros, mecánicos, cocheros, ebanistas, sastres, tenderos, vigilantes, vendedores ambulantes, madres comunitarias y mototrabajadores, entre otros. La difícil situación del contexto mencionado y la falta de acompañamiento a los estudiantes por parte de los padres o acudientes, interviene de forma directa y en muchos casos negativamente, debido a que se convierte en factores primarios básicos en su proceso de formación, y no les permite, en muchos casos, potenciar el desarrollo de sus competencias matemáticas individuales y colectivas en situaciones de aprendizaje.

Durante el primer y segundo periodo del año escolar 2016, se evidenciaron falencias en las competencias matemáticas de los estudiantes de grado sexto, especialmente en la resolución de problemas de estructura aditiva con números naturales, lo cual fue confirmando con los resultados de las pruebas Saber de grado quinto que presentaron en el año 2015. Los resultados obtenidos en estas pruebas revelan que:

- El 71 % de los estudiantes de la Institución Educativa Barrios Unidos del Sur, se encontraba entre los niveles insuficiente y mínimo, y un 29% en satisfactorio y avanzado.
- El 78 % de los estudiantes de la Institución Educativa Jorge Eliecer Gaitán, se encontraba entre los niveles insuficiente y mínimo, y un 23% entre satisfactorio y avanzado. (Ver Tabla 4.Resultados de Pruebas Saber ICFES, Barrios Unidos del Sur, 2015 y Tabla 5.Resultados de Pruebas Saber ICFES, Jorge Eliecer Gaitán, 2015). ICFES Interactivo, (2016).

Evidenciando que ambas Instituciones tienen bajos niveles de desempeño en el área de matemáticas, que aumentan periodo a periodo como consecuencia de los vacíos conceptuales existentes.

Mediante la implementación de una prueba diagnóstica, compuesta por talleres, tareas, ejercicios en clase, evaluaciones y actividades realizadas con la totalidad de los estudiantes de grado sexto, se detectó las siguientes falencias:

- Bajos niveles de conceptualización matemática.
- Dificultades en el manejo de cifras numéricas con más de tres dígitos.
- Problemas para realizar la adición cuando el primer sumando es menor que el segundo y cuando es impar.
- Falta de contextualización del saber matemático en la resolución de problemas aditivos.
- Dificultades para entender e interpretar los enunciados de un problema.
- Problemas en la identificación y aplicación de la estructura aditiva en situaciones de composición, transformación, comparación e igualación.

De acuerdo con lo anterior, se concluye que, aun cuando los estudiantes de los grados sexto han tenido varios años de escolaridad en básica primaria, las dificultades en el estudio de la estructura aditiva no se superan, puesto que persisten falencias en varias temáticas relacionadas (el manejo de las operaciones básicas, la comprensión de los conceptos de adición y sustracción, incluyendo la resolución de problemas). Lo anterior indica que los estudiantes no han desarrollado completamente el pensamiento numérico que exige este nivel de escolaridad, como lo indican los Estándares de Competencia para este ciclo, donde "los estudiantes deben formular y resolver problemas en situaciones aditivas, en diferentes contextos y dominios numéricos" (Ministerio de Educación, 2006, p.84).

Superar dichas dificultades en este grado de escolaridad requiere ingentes esfuerzos, dado que, como lo indica Alicia Bruno:

> […] lo que se aprende acerca de los números, tanto en la primaria como en secundaria, forma parte de un único conocimiento numérico, el cual se va adquiriendo durante el proceso de aprendizaje, que debe tener un hilo conductor, que lo unifique y lo haga homogéneo. (1999, p.6)

Luego, aquellos vacíos conceptuales matemáticos no suplidos en su recorrido durante la primaria se verán reflejados en los fracasos matemáticos en la secundaria. Esto refleja la necesidad de buscar estrategias mediante actividades matemáticas que faciliten revisar el proceso de enseñanza y aprendizaje, así como evaluar y usar el contexto en la adquisición del saber matemático de estos estudiantes.

De igual manera, es fundamental contar con un ambiente familiar que contribuya al desarrollo de las prácticas pedagógicas. Al respecto, Persson, plantea que:

> Hasta que no esté consolidada la adquisición de una cultura que posibilite actuar de manera autónoma respecto al proceso de aprender, se deberá gestionar la interacción entre los participantes del proceso de aprendizaje a partir de distintas actividades de formación, que promuevan la vigilancia consciente de las conductas individuales presentes en el contexto de la actividad, a corto, mediano y largo plazo. (2014, p.28 Citado por Nicholls y Atuesta, 2004, p.2)

En consecuencia, debe existir una intrínseca relación entre el entorno social, familiar, escolar y personal de los estudiantes para que estos lleguen a desarrollar su propio *conocimiento puesto en uso o saber* (Cantoral, 2014).

Pensar en un objetivo para esta investigación implicó preguntarse antes, ¿cómo la resolución de problemas de estructura aditiva con números naturales, contribuye a mejorar las competencias matemáticas en los estudiantes de grado sexto de las Instituciones Educativas, Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán, de la ciudad de Florencia, Caquetá? Para responder a esta pregunta se plantearon los siguientes objetivos.

Objetivo general

- Abordar la estructura aditiva, mediante la resolución de problemas con números naturales, para contribuir a mejorar las competencias matemáticas, de estudiantes de grado sexto, de las Instituciones Educativas Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán, de la ciudad de Florencia, Caquetá, apoyados en la teoría socioepistemológica.

Objetivos específicos

- Contribuir a la conceptualización de la estructura aditiva con números naturales en el aprendizaje de las matemáticas, en grado sexto.

- Planificar situaciones problémicas contextualizadas de estructura aditiva con números naturales, para estudiantes de grado sexto, desde la perspectiva de la teoría socioepistemológica

Al indagar por los antecedentes se encontraron algunas investigaciones (locales, nacionales e internacionales) relacionadas con el objeto matemático de esta indagación, si bien correspondían a una de las temáticas (la teoría de resolución de problemas de George Polya (1984 citado por Chacel, s.f.) o la de Luz Manuel Santos Trigo (2008)), no vinculaban la resolución de problemas de estructura aditiva con la teoría socioepistemológica. Los medios de consulta utilizados fueron electrónicos, revistas indexadas especializadas, bibliotecas virtuales de universidades, libros virtuales y en físico, investigaciones cuyo objeto de estudio es la matemática educativa y la educación matemática.

> Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y por lo tanto les permite buscar y definir interpretaciones, modelos y problemas, formular estrategias de solución y usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p.72)

En el estudio realizado por Näslund-Hadley y Valverde (2010), sobre la educación en matemáticas y ciencias naturales en América latina, señalan la insuficiencia del contenido temático básico y de las herramientas matemáticas más complejas. Igualmente, hacen énfasis en el hecho de que en los programas educativos latinoamericanos hay ausencia de conocimiento básico sobre los números naturales, es decir: su significado, operaciones, propiedades, estimación y sentido. Esto se debe a deficiencias en el currículo, materiales inadecuados y procesos pedagógicos basados en la memorización.

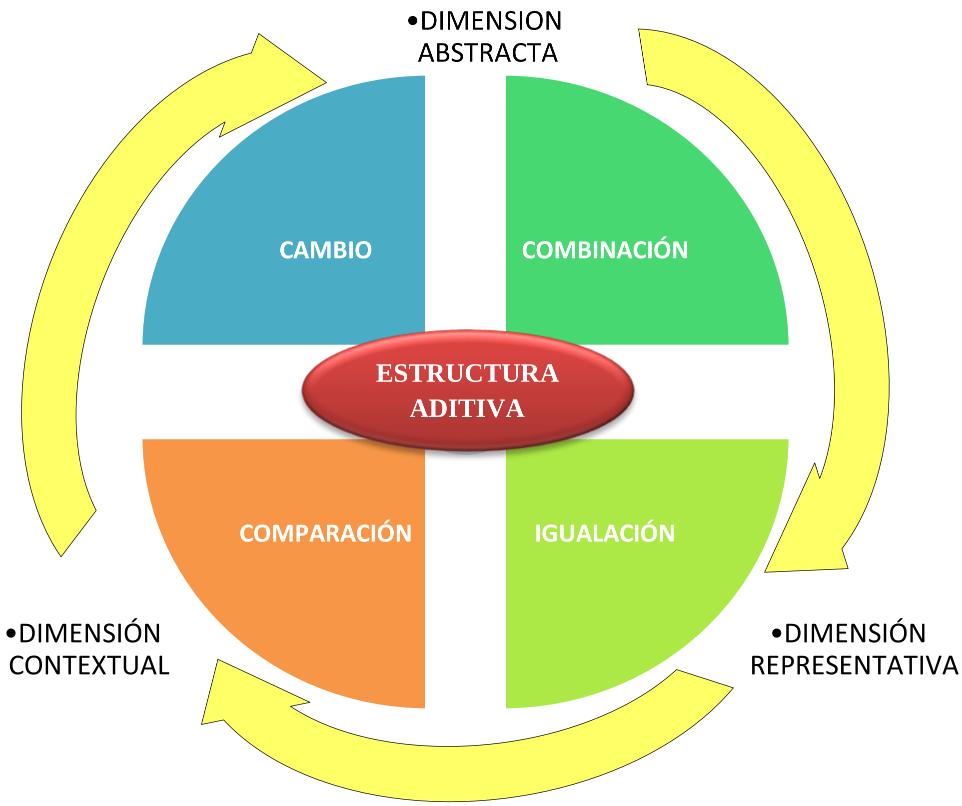
Por su parte Alicia Bruno (2015), propone cómo las estructuras aditivas modelan situaciones de la vida cotidiana, lo que implica la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal. Esto significa analizar las estructuras aditivas desde sus tres dimensiones (contextual, abstracta y representativa), tomando como foco principal la dimensión contextual, pero teniendo en cuenta que el conocimiento numérico no solo afecta a cada una de las dimensiones, sino que también abarca las traducciones entre ellas.

Por ejemplo,

- La suma $2 + 3 = 5$ está expresada en la dimensión abstracta.
- El enunciado, "Juan tenía 2 pesos y ganó 3, ahora tiene 5 pesos", corresponde a la dimensión contextual y puede trasladarse a una representación en la recta numérica.

Las dimensiones abstracta, representativa y de contexto, al igual que la resolución de problemas aritméticos ayudan a razonar en una dimensión específica que permite representar la situación planteada en el contexto de cada uno. "Las estructuras más usuales en la enseñanza de los problemas aditivos son las tradicionalmente conocidas como Combinación, Cambio, Comparación, Igualación" (Carpenter, et al., 2008 Citado por Bruno, 2015, p.7) (Ver Figura 1.Dimensiones de la Estructura Aditiva).

Figura 1.Dimensiones de la Estructura Aditiva



Por su parte, Juan David Pineda, en su trabajo de investigación sobre unidad didáctica en enseñanza de estructuras aditivas, indica que, "no es necesario dedicar tanto tiempo a situaciones procedimentales, a la práctica de técnicas de algoritmos y de manipulación simbólica, en favor de la actividad conceptual" (2013, p.9). Entre otros aspectos, destaca que en la enseñanza numérica es necesario:

- Construir un cuerpo coherente de conocimiento numérico, antes que hechos aislados y reglas para cada nueva clase de números.

- Hacer traslaciones entre símbolos escritos y otras representaciones de los números.
- Desarrollar un aprendizaje con una extensa fase conceptual y un amplio rango de situaciones.
- Utilizar la resolución de problemas para dotar de significado a las operaciones y para ayudar a desarrollar los conceptos y habilidades matemáticas formales.
- Desarrollar sentido numérico.

También sugiere que es importante analizar la estructura semántica de las situaciones, para que así los estudiantes le puedan dar una interpretación adecuada y por ende una resolución satisfactoria. Siempre teniendo en cuenta que dichas situaciones deben coincidir con el contexto de los estudiantes.

En este orden de ideas, el documento abordará mediante la teoría socioepistemológica, actividades basadas en la resolución de problemas de estructura aditiva contextualizados, con el fin de favorecer la conceptualización de la temática, el fortalecimiento de competencias matemáticas y la construcción social del conocimiento matemático en distintos contextos de uso, en situaciones extracurriculares que le dan sentido al aprendizaje de los estudiantes, tal como lo indican los Estándares de Competencia.

Por su parte, Farfán y Cantoral, afirman que:

> […] el conocimiento adquiere el estatus de saber solo hasta que se haya constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su

funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y su profesor. (2016, p.743)

CAPITULO II

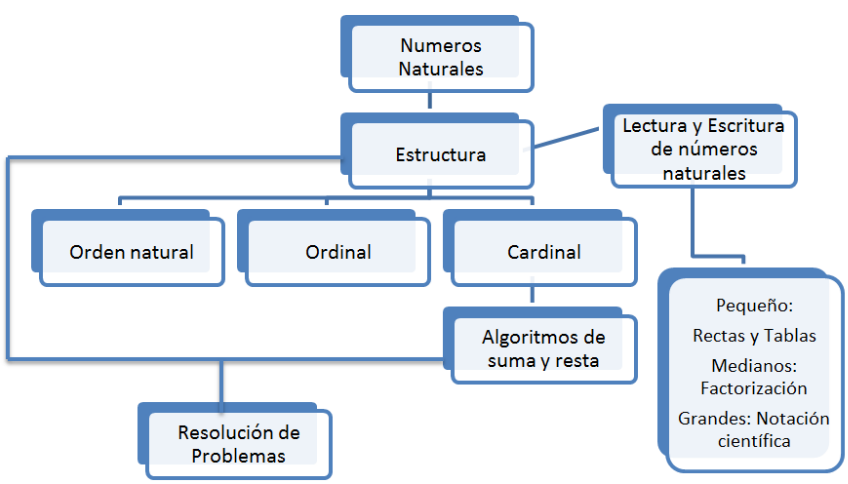
Referente Conceptual

El sustento teórico y conceptual de esta investigación tiene, principalmente, cinco categorías de indagación e información: los números naturales, la estructura aditiva, la resolución de problemas con números naturales, la teoría socioepistemológica y las competencias matemáticas, a lo cual se suman algunos conceptos que apoyan la investigación dando claridad a las actividades realizadas y los objetivos trazados.

Sistemas numéricos: Los números naturales

Los números naturales son cualquier sistema de "objetos" (símbolos, marcas, materiales concretos, palabras, etc...), perceptibles o pensados, que se usan para informar del cardinal de los conjuntos y para ordenar sus elementos, indicando el lugar que ocupa cada elemento dentro del conjunto. El sistema más común es el de las palabras: cero, uno, dos, tres,.. y los símbolos, 0, 1, 2, 3,... Para poder ser usados en las situaciones de recuento y ordenación, estos sistemas de objetos numéricos deben tener una estructura recursiva específica.

Figura 2. Esquema de los números naturales



Según los Estándares Básicos de Competencias Matemáticas del Ministerio de Educación Nacional:

> En el caso de los números naturales, las experiencias con las distintas formas de conteo y con las operaciones usuales (adición, sustracción, multiplicación y división) generan una comprensión del concepto de número asociado a la acción de contar con unidades de conteo simples o complejas y con la reunión, la separación, la repetición y la repartición de cantidades discretas. (2006, p.59)

Es importante tener en cuenta el foco conceptual para los números naturales y así poder seguir la secuencia para su aprendizaje y las respectivas tareas de su enseñanza. Consideramos fundamentales los siguientes:

- Contar los elementos que contiene un conjunto (referentes a su número **cardinal**)
  Ejemplo: Cuando funciona como un adjetivo: "Han pasado cinco taxis".
- Posición que ocupan los elementos dentro de un conjunto (referentes al número **ordinal**), su valor posicional que depende del lugar que ocupa al ser escrito.
  Ejemplo: 32.453

  3 = 30.000

  2 = 2.000

  4 = 400

  5 = 50

  3 = 3

Para el estudio de la posición, el ábaco comprende la relación entre las unidades y su orden para realizar una fácil operación aritmética, facilitando al estudiante su comprensión en este proceso.

Transformación que afecta la cardinalidad: el estudiante agrega, reúne, separa, reparte y lo guía hacia unas acciones con las operaciones fundamentales como la suma, resta, multiplicación y división que a su vez los involucran con los operadores aritméticos y de comparación $+ \ - \ \times \ \div =$ finalizan con la construcción de operaciones fundamentales en la resolución de problemas.

- Tipos de números por su tamaño: en el análisis de su lectura y escritura, pueden ser:
    - Pequeños: su componente son de uno o dos dígitos y los podemos representar con facilidad en la recta numérica.
    - Medianos: sus cifras van desde magnitudes de un billón y además son usados en nuestra cotidianidad, siendo su escritura de forma factorizada.
    - Grandes: números que se expresan mediante notación científica, de un orden de magnitud elevado y que corresponden a magnitudes de disciplinas científicas (Rucker, 1998, pp. 72-73 Citado por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008, p.13).

Así, “al considerar el sistema de los números naturales, desde su estructura conceptual y desde la revisión histórica de su desarrollo, destacamos cuatro modalidades para su representación; la simbólica, verbal, gráfica y materiales manipulativos" (Ifrah, 1997 Citado por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez, 2008, p.9).

Figura 3.Sistemas de representación de los números naturales

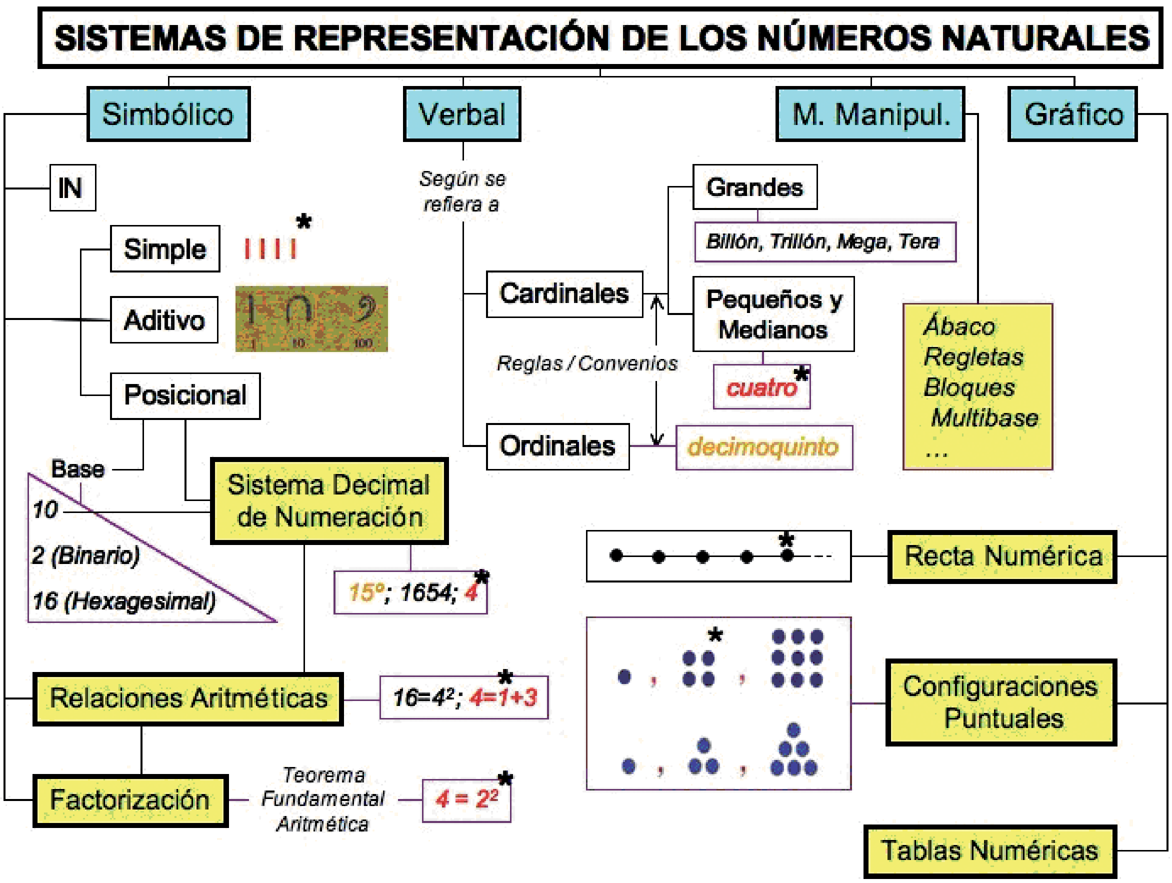


Figura tomada de Rico, Marín, Lupiañez, y Gómez, (2008).

El uso de los números naturales en estimaciones y aproximaciones, reafirma lo contemplado en los Lineamientos Curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998). En particular en los Estándares de Competencias (Ministerio de Educación Nacional, 2006) de los grados tercero, quinto y sexto, referidos al pensamiento numérico y sistemas numéricos señalan:

Al terminar tercer grado:

- Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización, entre otros).
- Describo, comparo y cuantifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
- Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.
- Identifico, si a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.

Al terminar quinto grado:

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Al terminar sexto grado:

- Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.

Desarrollo del pensamiento numérico

De acuerdo con Juan David Pineda (2013), cuando se habla del pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que una persona tiene sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones.

Ahora bien, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas se destaca la importancia del número, en el desarrollo del pensamiento matemático:

> El desarrollo del pensamiento numérico hace referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones. En general estos puntos de referencia son valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes […] Otro indicador del pensamiento numérico es la utilización de las operaciones y de los números en la formulación y resolución de problemas y la comprensión de la relación entre el contexto del problema y el cálculo necesario, lo que determina si la solución debe ser exacta o aproximada y también si los resultados a la luz de los datos del problema son o no razonables. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.80).

Estructura aditiva (composición, transformación, comparación e igualación)

La estructura aditiva para el desarrollo del pensamiento numérico del estudiante, “integra aspectos diferentes del aprendizaje matemático, como son los algoritmos de la adición y la sustracción, los problemas aditivos, o bien, las representaciones reales de los mismos” (Bruno, 2015, p.1).

En la etapa inicial de los seres humanos, el aprendizaje inicia de manera informal, aplicando la adición y la sustracción en situaciones cotidianas, y así se mantiene en el contexto escolar hasta llegar a la enseñanza de los sistemas numéricos centrados en la estructura aditiva, modelando situaciones cotidianas que implican la resolución de problemas tanto con números positivos como con negativos (Bruno, 2015).

En la ruta metodológica para el aprendizaje de la adición y sustracción es necesario abordar tres conceptos que permitan al docente y al estudiante desarrollar una mejor compresión en la resolución de problemas de estructura aditiva, como en la *clasificación de una situación numérica:*

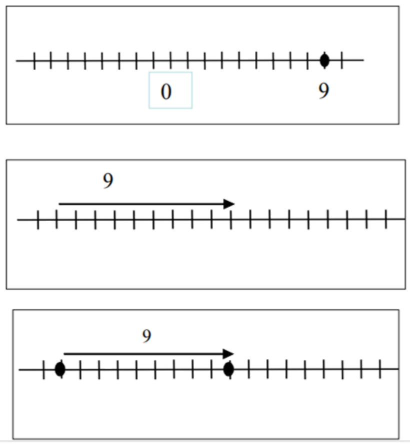
Estados: Expresan la medida de una cantidad de una magnitud en un cierto momento.

Ejemplo: La altura del árbol es de 3 metros.

Variaciones: Expresan los cambios que se producen en una función del estado con el transcurso del tiempo. Ejemplo: La altura del árbol subió 1 metro

Comparaciones: Expresan la diferencia entre dos estados. Ejemplo: El árbol de mi casa es más alto que el de la vecina.

Figura 4.Clasificación de una situación numérica



Estado: Tengo 9 dulces en mi lonchera.

Variación: Gané 9 dulces.

Comparación: Tengo 9 dulces más que mi amigo.

Tomado de *Estructuras aditivas* (Bruno, 1999, p.8)

Además de los conceptos de estado, variación y comparación, que son los ejes que articulan la estructura aditiva, se encuentran los siguientes conceptos:

> Operación aditiva simple. Es una situación numérica que se describe con una adición a + b = c. Ejemplo: La temperatura por la mañana en la ciudad era de 7 grados sobre cero y a lo largo del día bajó 10 grados. La temperatura en la noche era de 3 grados bajo cero. Problemas aditivos simples. Cada historia aditiva cuyo esquema es a + b = c, da lugar a tres problemas aditivos simples, según la cual alguna de las tres anteriores cantidades se convierten en incógnita. Ejemplo: La temperatura por la mañana en la ciudad era de 7 grados sobre cero y a lo largo del día bajó 10 grados. ¿Cuál era la temperatura en la noche? (Bruno, 2015, p.8)

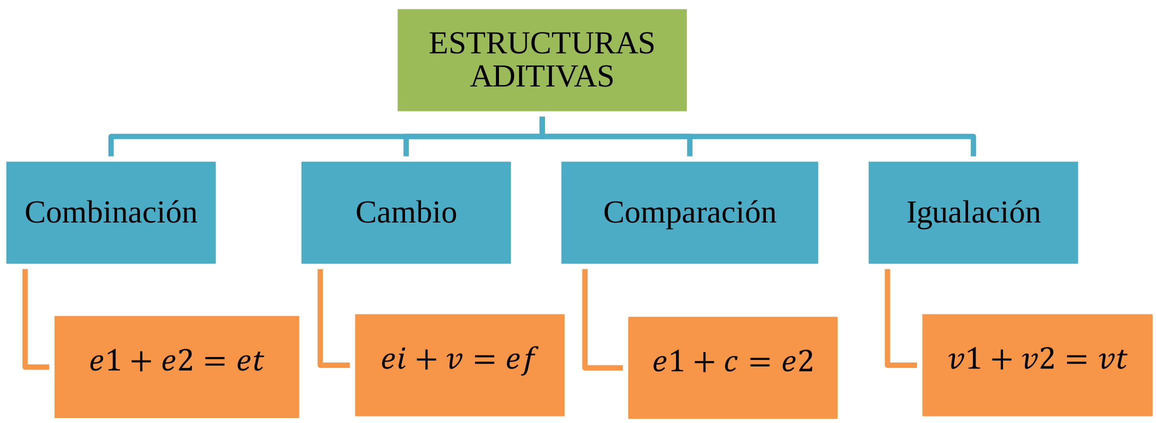
Se puede afirmar que con los conceptos de la clasificación numérica explícitos, se hace, en la resolución de problemas de estructura aditiva, un mejor reconocimiento de sus cuatro estados (composición, transformación, comparación e igualación), enmarcados en la teoría de los campos conceptuales[1] de Vergnaud, quien expresa que estos “se enseñan en los primeros años de escolaridad y son la base para la conceptualización de las operaciones básicas en la resolución de problemas con números naturales hasta finalizar la básica primaria e inicio de la básica secundaria” (1990, p.133).

Vergnaud define la estructura aditiva como “la capacidad que se tiene para identificar, comprender y abordar las situaciones en las que tiene aplicabilidad las operaciones de adicción y sustracción” (1990, p.170). Definición que favorece la vinculación del concepto y su desarrollo con la resolución de problemas, mediante la capacidad para abordar los procesos de adición y sustracción, entender su estructura y operarlas en un contexto determinando. Se hace referencia a la capacidad para decidir, en el momento de uso, sobre la veracidad de los resultados y usarlos según la situación problema y con el desarrollo de procesos mentales, escritos pero ante todo basados en las tres dimensiones de la estructura aditiva: abstracta, conceptual y representativa. En esta última se encuentra estrecha relación entre operatividad de la estructura aditiva con la resolución de problemas.

[1] El campo conceptual de las estructuras aditivas es a la vez el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas (Vergnaud, 1990).

Las estructuras aditivas

Figura 5.Clasificación de la Estructura Aditiva



- Combinación

$e1 + e2 = et$ (estado parcial 1 + estado parcial 2 = estado total)

Ejemplo: Jesús tenía 5 manzanas rojas y 3 manzanas verdes. ¿Cuántas manzanas tiene en total?

$e1$:Jesús tenía 5 manzanas rojas

$e2$: 3 manzanas verdes.

et: ¿Cuántas manzanas tiene en total?

En este estado se tienen dos cantidades clasificadas por alguna característica, al ser unidas o combinadas, dan como resultado una tercera cantidad.

- Cambio

$ei + v = ef$ (estado inicial + variación = estado final)

Ejemplo: Elena tenía 5 libros. Compró 3 libros más. ¿Cuántos libros tiene ahora?

ei: Elena tenía 5 libros

v: Compró 3 libros más

ef: ¿Cuántos libros tiene ahora?

En este estado se tiene una cantidad determinada y se agregan una o varias unidades. Juntas, dan como resultado un cambio en la cantidad final.

- Comparación

$e1 + c = e2$ (estado 1 + comparación = estado 2)

Ejemplo: Juan tiene 1.000 pesos y Pedro tiene 500 pesos más que Juan. ¿Cuántos pesos tiene Pedro?

$e1$: Juan tiene 1.000 pesos

c: Pedro tiene 500 pesos más que Juan

$e2$: ¿Cuántos pesos tiene Pedro?

En este estado se tiene una primera cantidad determinada y se compara con una segunda cantidad incógnita en aumento o disminución de la primera, lo que nos lleva a preguntar qué resultado hay en la segunda cantidad.

- Igualación

$v1 + v2 = vt$ (variación parcial 1 + variación parcial 2 = variación total)

Ejemplo: Juan gana 5.000 pesos por la mañana y pierde 3.000 pesos por la tarde. ¿Cuántos pesos ganó Juan a lo largo del día?

$v1$: Juan gana 5.000 pesos por la mañana

$v2$: Pierde 3.000 pesos por la tarde

vt: ¿Cuántos pesos ganó Juan a lo largo del día?

En este estado se alcanza una cantidad determinada y se sustrae de ella una cantidad determinada, lo que nos llevan a preguntar qué resultado se obtiene al juntar las dos cantidades.

Identificada la clasificación de la estructura aditiva, bien vale expresar que estos cuatro estados son momentos de transición por los que pasan la adición y la sustracción, por aumento o disminución, relación de comparación y composición, al momento de verse desarrolladas mediante la resolución de problemas. Así lo indica esta indagación en situaciones problemas planeadas a partir del contexto propio de los estudiantes con todas sus significaciones, en las cuales, por la familiaridad con su entorno, se adquieren aprendizajes significativos y se fomentan competencias en la resolución de problemas, sin que ello amerite siempre del proceso formal y ceñido a la escolaridad, como lo indicaría la metodología tradicional del aprendizaje.

Dichas competencias son definidas por Hino como:

> Identifica varias líneas de investigación sobre el análisis de los procesos cognitivos del estudiante al trabajar actividades de resolución de problemas, en particular reporta estudios sobre el comportamiento de los estudiantes en los procesos de resolver problemas, en aspectos relacionados con las estructuras y contextos de los problemas, y en relación con el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas (2007, Citado por Floriano y Floriano, 2013, p. 27).

La resolución de problemas en esta indagación va de la mano con el campo conceptual de las estructuras aditivas, que se entiende simultáneamente como:

> […]el conjunto de las situaciones cuyo tratamiento implica una o varias adiciones o sustracciones, y el conjunto de conceptos y teoremas que permiten analizar estas situaciones como tareas matemáticas. De este modo, son elementos constitutivos de las estructuras aditivas, los conceptos de cardinal y de medida, de transformación temporal por aumento o disminución (perder o gastar 5 pesos), de relación de comparación cuantificada (tener 3 bombones o 3 años más), de composición binaria de medidas (¿cuánto en total?), de composición de transformaciones y de relaciones, de operación unaria, de inversión, de número natural y número relativo, de abscisa, desplazamiento orientado y cantidad...Estos conceptos no van solos: no tendrían casi alcance si a los teoremas verdaderos no se les da su función en el tratamiento de las situaciones reales. (Vergnaud, 1990, Citado por Santos, 2008, p.18)

Figura 6. Elementos constitutivos de la estructura aditiva

Resolución de problemas con números naturales

En la resolución de problemas a partir de una situación matemática, llámese escolar o de contexto, se puede identificar la capacidad del estudiante de desarrollar y aplicar estrategias basadas en su conocimiento y experiencia. Cuando esto ocurre, aquel conocimiento que se usa o se pone en práctica se convierte en un saber. Esto explica que la resolución de problemas juegue un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas, permitiendo a los estudiantes experimentar la potencia y utilidad de las matemáticas en su realidad cotidiana.

La importancia de la resolución de problemas en las matemáticas radica en que potencia los niveles de abstracción y apropiación de conceptos. En este sentido, los planteamientos de Obando y Muñera, se constituyen en una referencia para caracterizar la resolución de problemas. Según estos autores la situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que este proceso sea efectivo es importante que la situación planteada tenga las siguientes características:

- Involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender.
- Representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, ser accesible a él.
- Permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores (2003, p.186)

Así, la resolución de un problema es una vía fundamental para la conceptualización:

> [...] la formación de conceptos es un proceso creativo, no mecánico ni pasivo; [...] un concepto surge y toma forma en el curso de una operación compleja encaminada a la solución de un problema, y [...] la mera presencia de condiciones externas favorables a una vinculación mecánica de la palabra y el objeto no basta para producir un concepto (Vigotsky, 1995, p.119. Citado por Obando, 2003, p.186).

Para fortalecer conceptualmente las prácticas basadas en la resolución de problemas se tuvieron en cuenta cuatros procesos planteados por George Polya, los cuales se consideran fundamentales en la actividad matemática concreta de resolver y plantear problemas. Estos son:

Paso 1: Entender el problema

¿Cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuál es la condición?, ¿es la condición suficiente para determinar la incógnita?, ¿es insuficiente?, ¿redundante? ¿contradictoria?

Paso 2: Configurar un plan

¿Te has encontrado con un problema semejante?, ¿has visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

He aquí un problema relacionado al tuyo y que ya has resuelto ya. ¿Puedes utilizarlo?, ¿puedes utilizar su resultado?, ¿puedes emplear su método?, ¿te hace falta introducir algún elemento auxiliar a fin de poder utilizarlo?

¿Puedes enunciar al problema de otra forma?, ¿puedes plantearlo en forma diferente nuevamente? Recurre a las definiciones.

Si no puedes resolver el problema propuesto, trata de resolver primero algún problema similar.

Paso 3: Ejecutar el plan

Al ejecutar tu plan de la solución, comprueba cada uno de los pasos. ¿Puedes ver claramente que el paso es correcto?, ¿puedes demostrarlo?

Paso 4: Examinar la solución obtenida

¿Puedes verificar el resultado?, ¿puedes revisar el razonamiento?, ¿Puedes obtener el resultado en forma diferente? ¿Puedes verlo de golpe? ¿Puedes emplear el resultado o el método en algún otro problema? (Polya, 1984 Citado por Jiménez, 2012)

Con la puesta en práctica de estos cuatro procesos se fortalecieron las actividades planeadas para la resolución de problemas en esta investigación lo que permite cualificar su desarrollo en ese proceso de aprendizaje asumiendo su acierto en la adquisición de conceptos y la potenciación de competencias matemáticas para la resolución de problemas.

Teoría Socioepistemológica

Atendiendo a la problemática matemática y características contextuales de los estudiantes de grado sexto de las dos Instituciones Educativas, se identificó la teoría de la Socioepistemología, como un:

> Sistema teórico para la investigación en *Matemática Educativa* que se ocupa específicamente del problema que plantean las dinámicas propias de la constitución del *saber matemático*. Se asume en este enfoque, la legitimidad de toda forma de saber, sea este popular, técnico o culto, pues en su conjunto constituyen a la *sabiduría humana*. Algunos enfoques teóricos contemporáneos, en cambio, se limitan sólo a alguna de esas formas de *saber.* (Cantoral y Reyes-Gasperin, 2003, p.1573)

La teoría socioepistemológica aplicada a la estrategia didáctica que contribuyó a mejorar el desarrollo del saber matemático en estudiantes de grado sexto, específicamente en problemas de estructura aditiva con números naturales, fue, dentro de la educación matemática, una experiencia de aprendizaje para docentes y estudiantes que permitió transformar los conocimiento en saberes.

> Dado que el *saber* (en sentido estricto al referirnos al *saber matemático*, hablaremos de *pluralidades* de saber, *diversidades* de saber, o más sintéticamente, de *saberes*; nuestro enfoque no restringe el estudio del denominado *savoir savant)* se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción al sistema educativo le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento; de manera que afectan también, a las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesor. Al momento de introducir el *saber* al aula se producen *discursos* intencionales que facilitan la comunicación de ideas matemáticas y en consecuencia favorecen la formación de consensos. (Cantoral y Reyes-Gasperin, 2003, p. 1573)

El aprendizaje que los estudiantes adquieren en sus vivencias dentro de entornos distintos al ambiente escolar, se determina como significativo, dada la prolongada longevidad de su uso.

> El punto de partida para la construcción de saberes es la *actividad humana* normada por emergentes de naturaleza social que denominaremos *prácticas sociales*. Estas prácticas sociales son la que regulan el comportamiento cuando se realizan *prácticas compartidas socialmente* mediante las cuales los sujetos (individuales y colectivos) nos relacionamos *intra* e *ínter* psicológicamente y con el entorno. En este sentido, los saberes son las diferentes formas de comprender y explicar las realidades y están vinculados con las prácticas sociales. (Cantoral, 2014)

Teniendo en cuenta lo anterior, es necesario identificar la articulación del saber con el conocimiento, y el momento en que el conocimiento se transforma en saber.

> Conocimiento es la información sin uso; el saber es la acción deliberada para hacer del conocimiento un objeto útil frente a una situación problemática. De donde se deduce que el aprendizaje es una manifestación de la evolución del conocimiento en saber (Cantoral y Reyes, 2013, p.1578).

Según expone Ricardo Cantoral:

> La Teoría Socioepistemológica asume que para estudiar fenómenos didácticos ligados a las matemáticas se precisa acudir, a un examen minucioso del saber, a su problematización. No basta con estudiar las relaciones entre profesores, alumnos y conocimiento escolar desatendiendo las múltiples dimensiones del saber, así como no resulta suficiente con estudiar las restricciones institucionales de tipo pedagógico general descuidando aquellas otras restricciones ligadas específicamente al saber matemático. De este modo, la Matemática Educativa de orientación socioepistemológica, no sería más una rama de la Pedagogía o de la Educación, de la Sociología o de la Psicología, sino que se trata de una disciplina científica. (Cantoral, 2003, p. 97)

En la interacción de las prácticas sociales con el conocimiento, encontramos un saber específico en la educación matemática como es la resolución de problemas con estructuras aditivas, es así como debemos analizar el objeto matemático de los números naturales en contexto. En coherencia con lo que se ha venido planteando, en los Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación se argumenta que:

> El contexto del aprendizaje de las matemáticas es el lugar no sólo físico, sino ante todo sociocultural desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemáticos, y por lo tanto, desde donde se establecen conexiones con la vida cotidiana de los estudiantes y sus familias, con las demás actividades de la institución educativa y, en particular, con las demás ciencias y con otros ámbitos de las matemáticas mismas. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.70)

Vale la pena subrayar que cuando se menciona el "contexto" en los Lineamientos Curriculares, se está haciendo referencia:

> […] al entorno sociocultural, al ambiente local, regional, nacional e internacional como al contexto intermedio de la institución escolar en donde se viven distintas situaciones y se estudian distintas áreas y al contexto inmediato de aprendizaje preparado por el docente en el espacio del aula, con la creación de situaciones referidas a las matemáticas, a otras áreas, a la vida escolar y al mismo entorno sociocultural, etc., o a situaciones hipotéticas y aun fantásticas, a partir de las cuales los alumnos puedan pensar, formular, discutir, argumentar y construir conocimiento en forma significativa y comprensiva (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p.70)

En el desarrollo de esta intervención, el contexto cobra especial importancia, en la medida en que fue un entorno de aprendizaje y eje fundamental en la proyección de las actividades realizadas, normadas por el Ministerio de Educación mediante los Estándares de

Competencias para el grado sexto y las exigencias que se requieren para desempeñarse adecuadamente en las pruebas Saber.

Según los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del Ministerio de Educación, existen tres tipos o niveles interconectados de contextos en el aprendizaje de las matemáticas que puntualizan aspectos pertinentes para esta investigación. Son los siguientes:

> el *contexto inmediato o contexto de aula*, creado por la disposición de las paredes, ventanas, muebles y materiales, por las normas explícitas o implícitas con las que se trabaja en clase y por la situación problema preparada por el docente; el *contexto escolar o contexto institucional*, configurado por los escenarios de las distintas actividades diarias, la arquitectura escolar, las tradiciones y los saberes de los estudiantes, docentes, empleados administrativos y directivos, así como por el PEI, las normas de convivencia, el currículo explícito de las distintas áreas curriculares y el llamado "currículo oculto" de la institución, y el *contexto extraescolar o contexto sociocultural*, conformado por todo lo que pasa fuera de la institución en el ambiente de la comunidad local, de la región, el país y el mundo. (1998, p. 71)

Estrategia didáctica

La estrategia didáctica deberá ser el vehículo por medio del cual se movilice el conocimiento entre el docente, los estudiantes y viceversa, que facilite la compresión y desarrollo de las temáticas planteadas en la clase, utilizando como combustible la interacción amena y estratégica en la adquisición de conceptos y desarrollo de capacidades. En este sentido:

> La estrategia didáctica debe estar dirigida a favorecer el proceso de construcción lógico-conceptual del conocimiento formal, epistemológicamente válido. Las estrategias didácticas comprenden una serie de actividades de aprendizaje dirigidas a los estudiantes y adaptadas a sus características, a los recursos disponibles y a los contenidos de las asignaturas. (Ordoñez, 2014)

La técnica didáctica no tiene valor por sí misma sino que constituye una herramienta que el profesor debe saber manejar y organizar como parte de una estrategia, dependiendo del aprendizaje que se espera desarrollar en el alumno.

> Por ejemplo, para el aprendizaje de conceptos, la estrategia didáctica deberá considerar: Análisis de información diversa en la que se presente este concepto desde diferentes perspectivas y tenga el alumno que llegar a una conclusión fundamentada acerca de la comprensión del mismo. Actividad en pequeños grupos colaborativos donde se discuten resultados personales y se clarifican y enriquecen con las aportaciones de los colegas. Para el aprendizaje de un proceso, se requiere que el alumno ejecute correctamente cada una de las operaciones que lo componen y poder aplicarlo en contextos diferentes a aquél en el que lo aprendió. (Tecnológico de Monterrey, 2010)

Competencia matemática

Competencia para la educación: para comprender el concepto de competencia en educación, se recurre a la tesis de maestría de Edgar Floriano y Luis Germán Floriano (2013), de donde se analizaron dos definiciones que se consideran relevantes para la investigación:

Autor	Concepto de Competencia	Elementos claves
Roegiers (2000)	Destaca la competencia como "la posibilidad, para un individuo, de movilizar en forma interna un conjunto integrado de recursos con el fin de resolver una situación que pertenece una familia de situaciones problema.	-Movilizar recursos. -Resolver situaciones problema.
Tobón (2005)	Actuaciones que tienen las personas para resolver problemas integrales del contexto, con ética, idoneidad, apropiación del conocimiento y puesta en acción de las habilidades necesarias	-Actuaciones integrales en contextos. -Ética e idoneidad. -Procesos

(Floriano y Floriano, 2013, p.15)

En la definición de competencia matemática existen tantos conceptos como autores que las proponen, entre las definiciones abordadas por Floriano y Floriano (2013) consideramos que las más pertinentes y coherentes con la intervención pedagógica desarrollada son:

Autor	Concepto de Competencia	Características
Juan Díaz Godino (2002)	La competencia matemática, es entendida como una capacidad para realizar actividades matemáticas específicas de forma adecuada.	-Competencia como capacidad. -Comprensión matemática -Uso de técnicas -Relación entre contenidos y procesos matemáticos
Bruno D´Amore (2008)	Esta se reconoce cuando los individuos desarrollan una serie de habilidades tales como interpretar, ver, entre otras y esto sumado a cómo se comporta en el mundo en un sentido matemático se presenta como aspectos útiles para orientar el logro de la competencia matemática.	Considera la competencia matemática desde tres aspectos: -Lo cognitivo -Lo afectivo. -Tendencia a la acción -Resalta el uso social de la matemática en contexto.

(Floriano y Floriano, 2013, p.24)

Sumado a esto se tienen presentes los planteamientos del Ministerio de Educación Nacional, que señala en los Estándares Básicos de Competencias, que:

> La adopción de un modelo epistemológico coherente para dar sentido a la expresión ser matemáticamente competente requiere que los docentes, con base en las nuevas tendencias de la filosofía de las matemáticas, reflexionen, exploren y se apropien de supuestos sobre las matemáticas tales como:
>
> • Las matemáticas son también el resultado acumulado y sucesivamente reorganizado de la actividad de comunidades profesionales, resultado que se configura como un cuerpo de conocimientos (definiciones, axiomas, teoremas) que están lógicamente estructurados y justificados. Con base en estos supuestos se pueden distinguir dos facetas básicas del conocimiento matemático:
>
> > *La práctica*, que expresa condiciones sociales de relación de la persona con su entorno y contribuye a mejorar su calidad de vida y su desempeño como ciudadano.
> >
> > *La formal*, constituida por los sistemas matemáticos y sus justificaciones la cual se expresa a través del lenguaje propio de las matemáticas en sus diversos registros de representación. (Ministerio de Educación Nacional, 2006, p.50)

Las competencias matemáticas no se adquieren por generación espontánea, sino que requieren ambientes enriquecidos de aprendizajes significativos y contextualizados, que posibiliten avanzar a niveles de compresión y desempeño cada vez más complejos.

Para finalizar este aparte se considera importante establecer algunas conexiones entre competencia matemática y la resolución de problemas. Para ello se retoman dos perspectivas clave:

Autor	Concepto Competencia Matemática Plantear y Resolver Problemas (Resolución de problemas)
Hino (2007) Japon	Identifica varias líneas de investigación sobre el análisis de los procesos cognitivos del estudiante al trabajar actividades de resolución de problemas, en particular reporta estudios sobre el comportamiento de los estudiantes en los procesos de resolver problemas, en aspectos relacionados con las estructuras y contextos de los problemas, y en relación con el desarrollo de las habilidades de resolución de problemas.
Da Ponte (2007) Portugal	En el proceso de trabajar "exploraciones matemáticas e investigaciones" los estudiantes simulan o practican aspectos que se distinguen en la actividad matemática como la formulación de preguntas, la búsqueda y justificación de conjeturas. Así la actividad de investigar significa trabajar a partir de una pregunta en la cual uno está interesado, que al principio puede ser confusa, pero que uno es capaz de clarificar y estudiar en una forma organizada.

(Floriano y Floriano, 2013, p.27)

CAPÍTULO III

Referente metodológico y resultados

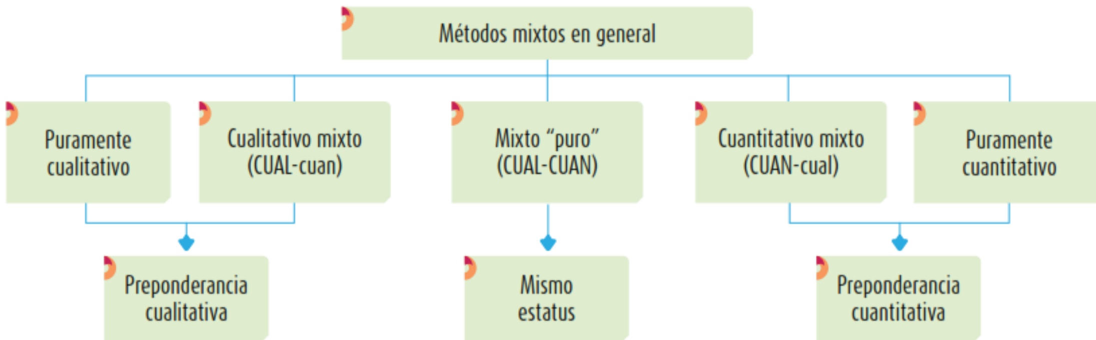
.

El enfoque de esta investigación es mixto, puesto que se considera que ofrece varias ventajas, una de ellas es que permite asumir una perspectiva más amplia y profunda de los aspectos a analizar, captándolos de una forma más integral, completa y holística. (Newman *et al.*, 2002 Citado por Hernández Sampieri, 2014, p.537).

De acuerdo con Hernández Sampieri (2014), a través de los métodos de investigación mixtos, se obtiene una variedad más amplia de perspectivas de la problemática: el enfoque cualitativo aporta profundidad, complejidad, generalización y comprensión, mientras que el cuantitativo aporta frecuencia, amplitud y magnitud.

Por otra parte, una de las ventajas más sobresalientes de los métodos mixtos es la transformación de datos, "esto implica que un tipo de datos es convertido en otro (cualificar datos cuantitativos o cuantificar datos cualitativos) y luego se analizan ambos conjuntos de datos bajo análisis tanto CUAN como CUAL" (Hernández Sampieri, 2014, p.581). Sumado a esto, el autor argumenta que los métodos mixtos caracterizan a los objetos de estudio mediante números y lenguaje, e intentan alcanzar un rango amplio de evidencia para robustecer y expandir nuestro entendimiento de la problemática abordada.

Figura 7. Métodos mixtos de investigación



El enfoque seleccionado para esta intervención pedagógica fue el puramente cualitativo - cualitativo mixto (CUAL-cuan), preponderancia cualitativa. Esta metodología mixta se apoya en la teoría socioepistemológica como base teórica y funcional para la realización de actividades contextualizadas a implementar en la resolución de problemas, sin desconocer las particularidades que tanto el enfoque de investigación cualitativo como cuantitativo poseen. Como se verá, la presente intervención posee elementos del enfoque cualitativo, usados para interpretar los resultados de la implementación de las actividades programadas, interpelando la realidad educativa de los estudiantes, el análisis de contenidos abordados y su conceptualización; para llevar a cabo el análisis e identificación de los contextos de cada estudiante perteneciente a la muestra, con características completamente distintas; y para interpretar las reacciones que cada actividad produjo en los estudiantes seleccionados. Esta intervención pedagógica también posee elementos del enfoque cuantitativo, evidenciados en la recolección, análisis e integración de datos, dadas las características consultadas en las pruebas diagnósticas y sus resultados, los resultados de pruebas Saber de grado quinto, datos que permitieron valorar cuantitativamente el problema encontrado desde el quehacer docente y sus connotaciones.

El tipo de muestreo que se utilizó fue aleatorio simple.[2] Atendiendo a la metodología mixta, del total de sesenta (60) estudiantes de grado sexto, como población de la Institución Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán, se seleccionó una muestra de ocho (8) estudiantes por cada Institución (Ver Anexos, Figura 46.Población *y Muestra*).

La ruta seguida por esta investigación para alcanzar a los objetivos planteados fue:

- Realizar una prueba diagnóstica con el fin de evaluar los conocimientos que los estudiantes tenían acerca de la resolución de problemas de estructura aditiva.

- Planear y realizar cuatro actividades que pretendían aportarle a los estudiantes herramientas conceptuales y funcionales para el mejoramiento de competencias matemáticas en la resolución de problemas. Estas fueron:

    - Prueba diagnóstica inicial
    - Aprendamos estructuras aditivas jugando
    - Ahorrar para contar y sumar
    - Comprar para vender resolviendo problemas
    - Comprar en el mercado con mis padres
    - Prueba diagnóstica final

[2] En el muestreo aleatorio simple todas las muestras tienen la misma probabilidad de ser seleccionadas, en él, las unidades obtenidas a lo largo del muestreo se devuelven a la población. Tomado de: http://www.icm.csic.es/rec/gim/defini.htm.

Las categorías analíticas utilizadas se mencionan a continuación:

- Números naturales y estructura aditiva
- Resolución de problemas
- Aplicabilidad de la teoría socioepistemológica

Las temáticas abordadas de manera conceptual y práctica fueron:

- Concepto y finalidad de los números naturales
- Concepto de número
- Concepto de cardinal
- Concepto de adición y sustracción
- Componentes de la estructura aditiva: composición, transformación, comparación e igualación
- Clasificación de una situación numérica: estados, variaciones y comparaciones
- Representar un verdadero problema para el estudiante, que sea contextualizado para él
- Hacer que el estudiante utilice conocimientos previos y si es necesario modificarlos
- Concepto y vivencia del aula extendida: entrada/salida del saber, funcionalidad del saber, normatividad del saber (teoría-entornos)
- Aplicabilidad del conocimiento en uso: cuando el estudiante le ha dado uso a algo que aprendió en el aula, está dándole al saber un significado nuevo que no podía ser adquirido en el aula (el saber cómo conocimiento en uso).

- Sociedad del conocimiento: el estudiante se concibe como parte de una sociedad del conocimiento, en este sentido, los docentes debemos hacer de los estudiantes seres reflexivos, participativos y críticos (Cantoral, 2013).

- Posteriormente se analizó el desarrollo de las actividades y los resultados arrojados por estas, y se realizó una comparación de los resultados de la prueba diagnóstica inicial con la prueba diagnóstica final, con el fin de establecer una ruta posible en la teoría socioepistemológica, para fortalecer mediante la resolución de problemas de estructura aditiva, las competencias matemáticas en los estudiantes de grado sexto de las Instituciones Educativas Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán.

Descripción de actividades, análisis y resultados

El proceso de investigación se inició abordando la problemática de los estudiantes de grado sexto, evidenciada al realizar operaciones aditivas y resolución de problemas con números naturales en las clases de matemáticas. A partir de esta situación, se realizó una prueba diagnóstica (Ver Anexos: Ilustración 8. Prueba diagn), en la que se formularon doce (12) situaciones problema contextualizadas y organizadas de acuerdo a la estructura aditiva (cambio, combinación, igualación y comparación).

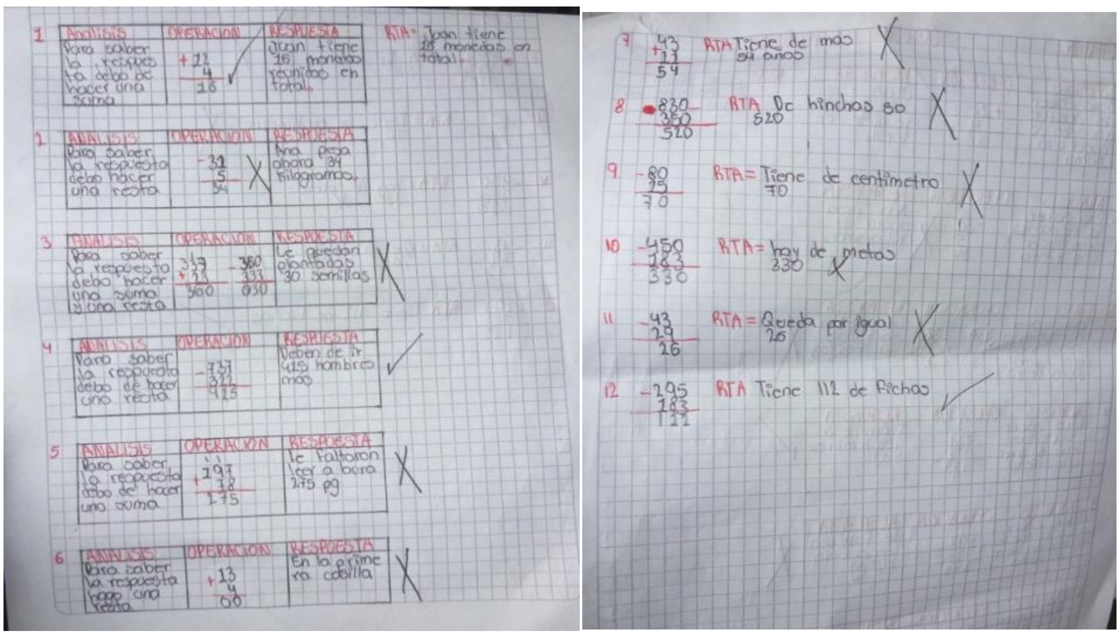
Figura 8. Estudiantes de sexto presentando la prueba diagnóstica inicial

El propósito de esta prueba fue evaluar los conocimientos que los estudiantes tenían acerca de la resolución de problemas de estructura aditiva. La prueba diagnóstica elaborada basó su contenido en las situaciones que nos plantean las competencias matemáticas requeridas para el grado sexto, y tuvo el objetivo de indagar acerca de las falencias arrojadas por pruebas Saber del año inmediatamente anterior y las encontradas directamente en el aula de clase. Los temas abordados fueron los siguientes:

- Conocimiento y manejo de los elementos básicos como son los números y las medidas que a su vez las relacionan con su contexto y su vida diaria (identificación de elementos matemáticos que se encontraban en el problema).
- Falencias en la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.
- Dificultad en la resolución de problemas en situaciones aditivas en diferentes contextos.

Es importante tener en cuenta que la competencia en el uso del conocimiento matemático ayudó a los estudiantes a resolver situaciones llevadas a cabo desde su contexto, apoyados desde la teoría socioepistemológica como pilar en esta investigación.

Figura 9. Respuestas de la prueba diagnóstica inicial presentada por un estudiante de grado sexto



En la imagen anterior se logran identificar las dificultades que presenta uno de los estudiantes en el proceso de la adición y sustracción de números naturales mediante la resolución de problemas.

La tabla siguiente muestra los resultados generales de la prueba diagnóstica aplicada en las dos Instituciones Educativas a los sesenta (60) estudiantes en grado sexto. Esta confirma la existencia de falencias en la conceptualización de la estructura aditiva para la resolución de problemas.

Tabla 1. Tabulación de prueba diagnóstica inicial

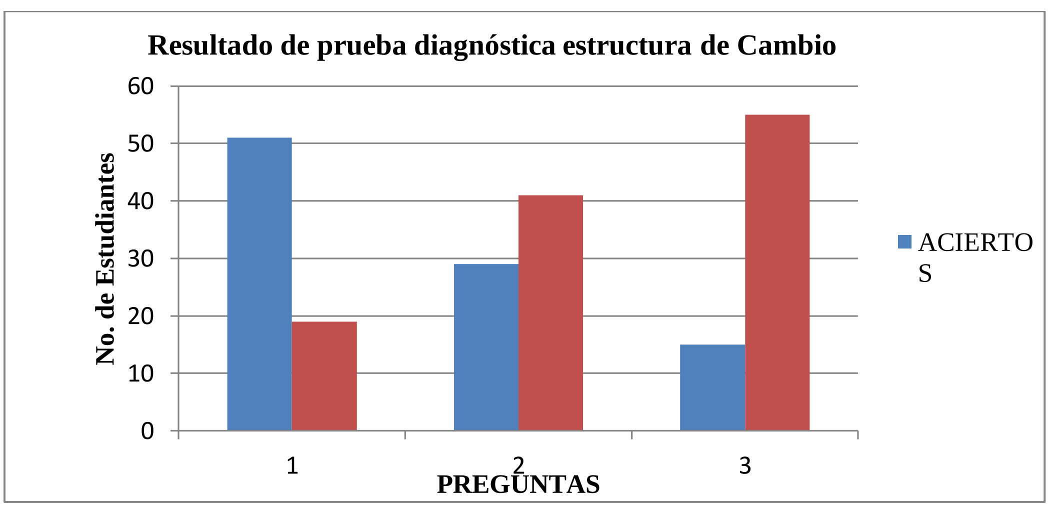
TABULACIÓN DE PRUEBA DIAGNÓSTICA INICIAL INSTITUCIONES EDUCATIVAS: BARRIOS UNIDOS DEL SUR Y JORGE ELIECER GAITÁN		
ESTRUCTURA ADITIVA/ PREGUNTAS	**ACIERTOS**	**ERRORES**
CAMBIO		
1	51	19
2	29	41
3	15	55
COMBINACIÓN		
4	28	42
5	29	41
6	50	20
IGUALACIÓN		
7	57	23
8	18	52
9	30	40
COMPARACIÓN		
10	15	55
11	24	46
12	31	39
TOTAL	**377**	**473**

En esta actividad se puso a prueba la competencia matemática de los estudiantes en la resolución de problemas y en el uso acertado de las operaciones básicas aditivas en un contexto distinto al aula de clase, teniendo en cuenta que, “la naturaleza misma del saber, es su problematización” (Cantoral, Reyes-Gasperin y Montiel, 2014, p.8). Lo que hace valorar los resultados generales desde la individualidad de las falencias encontradas, se encuentra que en preguntas cuya escritura no era literal los estudiantes debían generar un proceso lógico, crítico, e incluso de sentido común, mientras que en aquellas que consideraron muy fáciles no analizaron bien el interrogante que se hacía, lo cual demostró que faltó interpretación de los problemas planteados.

Para realizar la valoración de esta primera prueba diagnóstica, en la que, las doce (12) situaciones problema planteadas, contaban con contextos diferentes entre sí, fue necesario acudir a elementos cuantitativos que permitieran darle comprensión a los resultados. Para calificar la prueba, se tomó en cuenta como acierto el resultado correcto y error como el resultado equivocado de cada pregunta, sin embargo, también se tuvo presente el proceso en cada operación elaborada, identificando la ubicación de las incógnitas y el desarrollo lógico que ocupó cada estudiante para dar una respuesta a los ejercicios planteados.

A continuación se presentan cuatro (4) gráficas que apoyan cuantitativamente las aproximaciones y observaciones cualitativas encontradas en los resultados de la primera prueba diagnóstica presentada por los estudiantes, compuesta por cada uno de los componentes de la estructura aditiva.

Figura 10. Resultado de la prueba diagnóstica inicial, compuesta por las tres situaciones de la estructura de Cambio



Preguntas de la estructura de cambio o transformación (Diagnóstico):

1. **1.** Juan tenía doce monedas y después de jugar con sus compañeros ha ganado cuatro. ¿Cuántas monedas tiene ahora?
2. **2.** Ana pesaba treinta y un kilogramos y con la dieta realizada perdió cinco kilogramos. ¿Cuánto pesa ahora?
3. **3.** Melixa ha plantado mil veintitrés semillas de arazá y trescientos treinta y siete de copoazu. Se le han secado trescientas treinta y tres semillas de arazá. ¿Cuantas semillas le quedan plantadas?

Análisis:

En los resultados de las tres situaciones expuestas hubo diferencias notables. Según la gráfica se evidencia que la solución a la pregunta tres (3) implicó un alto nivel de dificultad, puesto que las respuestas dadas por los estudiantes se enfocan en la dimensión abstracta, sus respuestas priorizan la operación y no el contexto del problema. A pesar de que la pregunta tres (3) tenía mayor relación con el contexto local, las dimensiones contextual y abstracta de la estructura aditiva no fueron acompañadas de análisis y representación. En esta pregunta se manejaban dos incógnitas, lo que hace pensar que hubo confusión en su interpretación (Ver figura 11), lo que no ocurrió con la pregunta número uno (1), en la que se indagó por una incógnita y sus niveles de respuesta acertada fueron altos.

Figura 11. Resultados de un estudiante en la estructura aditiva de cambio

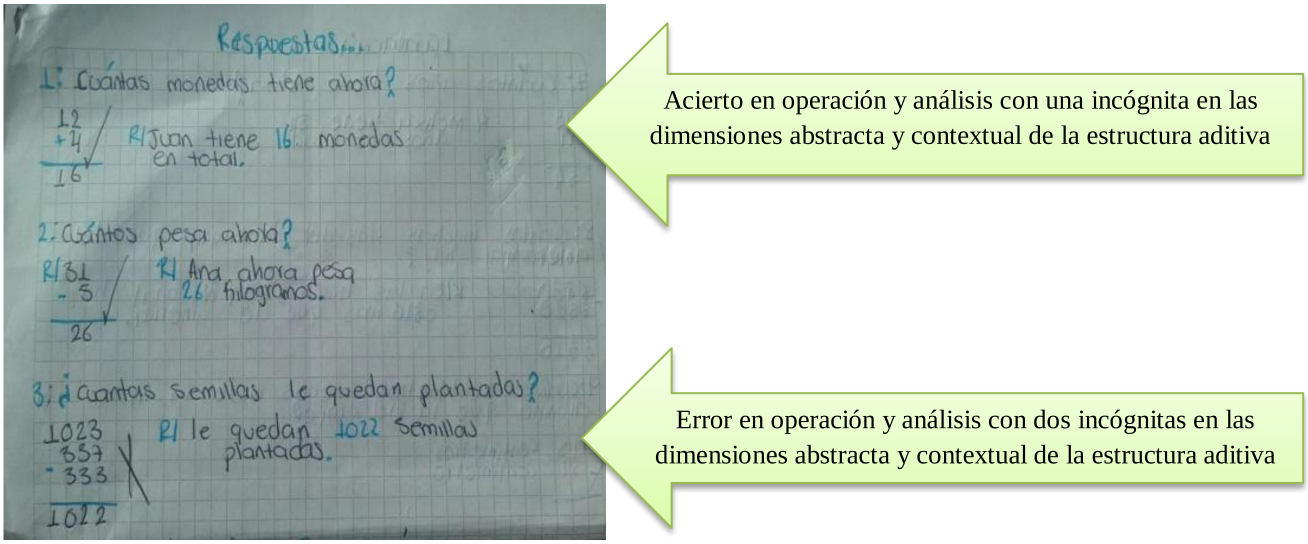
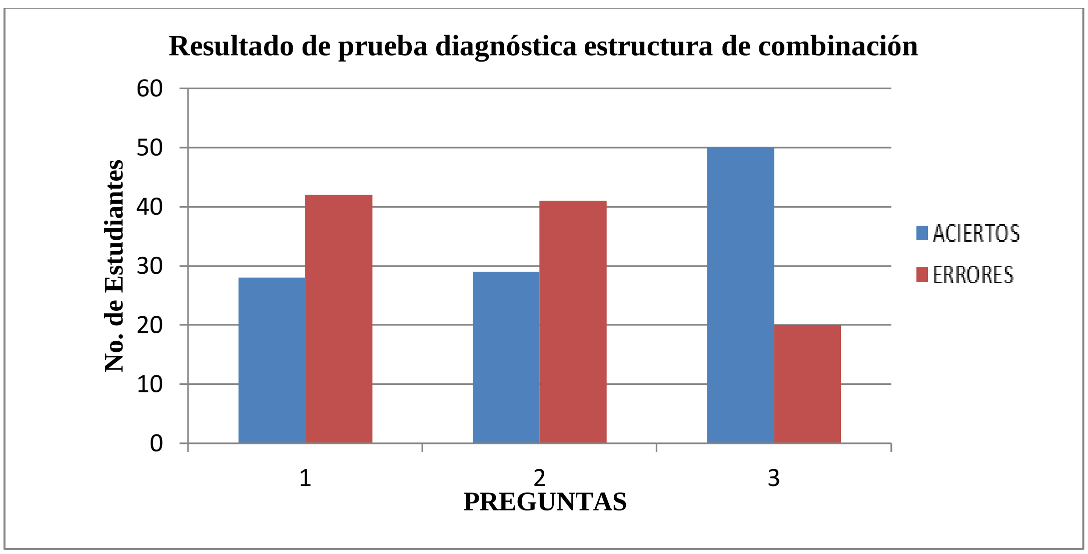


Figura 12. Resultado de prueba diagnóstica en la estructura de combinación



Preguntas de la estructura de combinación o composición (Diagnóstico):

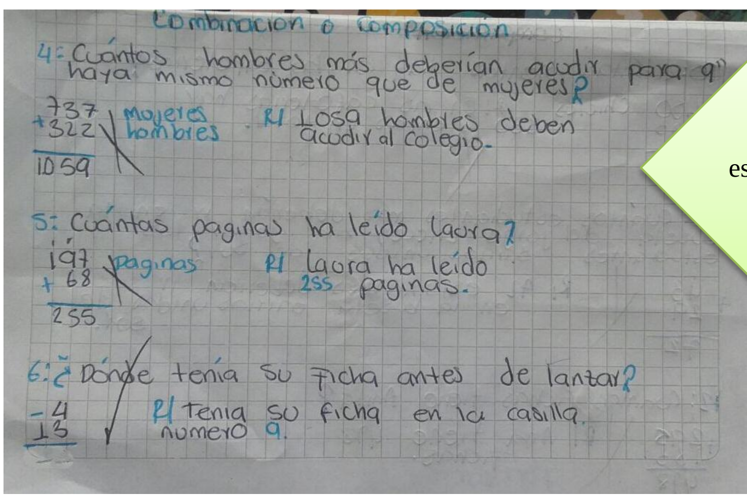
1. A la fiesta de integración del colegio J.E.G. y del colegio B.U.S. asistieron setecientas treinta y siete mujeres y trescientos veintidós hombres. ¿Cuántos hombres más deberían acudir para que haya el mismo número de hombres que de mujeres?
2. Luis leyó el libro de matemáticas que tiene ciento noventa y siete páginas. A Laura le quedan por leer sesenta y ocho páginas, ¿Cuántas páginas ha leído Laura?

3. Sandra avanza cuatro casillas en el juego de parqués. Ahora está en la casilla trece ¿Dónde tenía su ficha antes de lanzar?

Análisis:

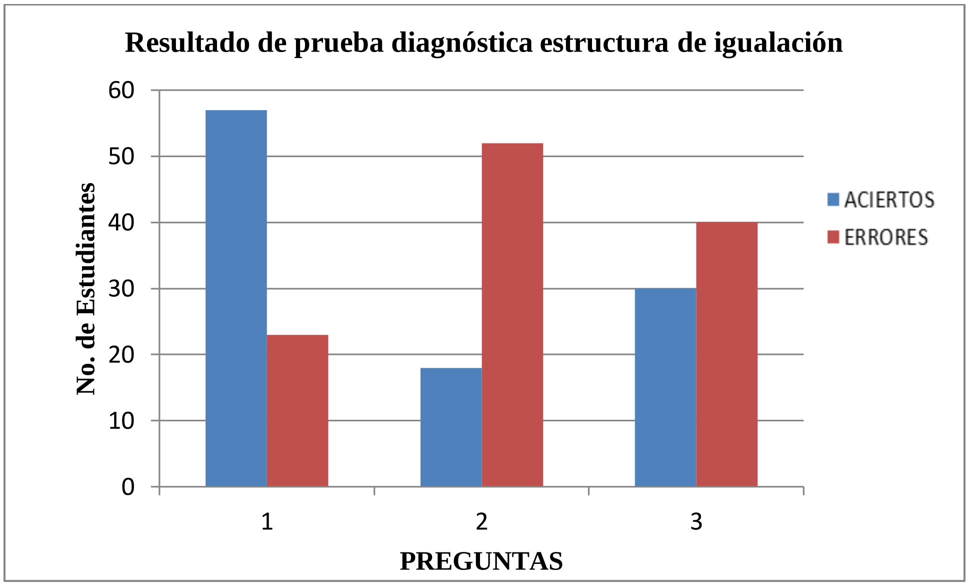
La gráfica indica, que la pregunta tres (3) evidencia un buen nivel de asertividad lo que concuerda con la dimensión contextual de la misma: fácil de apropiar. No ocurre lo mismo con las preguntas uno (1) y dos (2), en las que los estudiantes demostraron dificultades en la dimensión abstracta del ejercicio, desconociendo además, el contexto para el análisis y respuesta. Se centraron en la operación sin analizar el entorno de la situación problema planteada (Ver figura 13).

Figura 13. Resultados de un estudiante en la estructura de aditiva de combinación



El punto de análisis para los estudiantes estaba centrado en la dimensión abstracta lo que no les permitió valorar el contexto

Figura 14. Resultado de prueba diagnóstica estructura de igualación



Preguntas de la estructura de igualación (Diagnóstico):

1. Alfredo tiene cuarenta y tres años, once años más que Melixa. ¿Cuántos años tiene Melixa?
2. En Florencia hay seis mil ochocientos treinta hinchas aficionados del Nacional y tres mil quinientos veinte hinchas del América. ¿Cuántos hinchas más del Nacional que del América hay?
3. La mesa del profe mide ciento quince centímetros y la de un alumno mide ochenta y un centímetros. ¿Cuántos centímetros menos mide la mesa del alumno que la del profe?

Análisis:

En la gráfica se muestra que la pregunta uno (1) obtuvo un alto porcentaje de aciertos, aunque la pregunta debía ser bien analizada contextualmente antes de ser expresada en la dimensión abstracta. En las preguntas dos (2) y tres (3), compuestas por un enunciado extenso, tampoco aplicaron el análisis adecuado al contexto para dar la solución mediante la dimensión abstracta o en su defecto representativa (Ver figura 15).

Figura 15. Resultados de un estudiante en la estructura aditiva de igualación

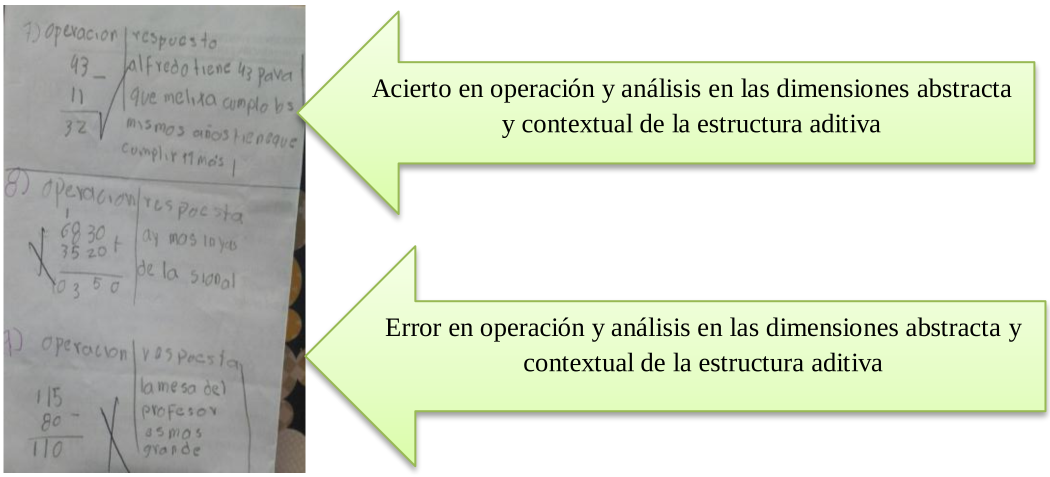
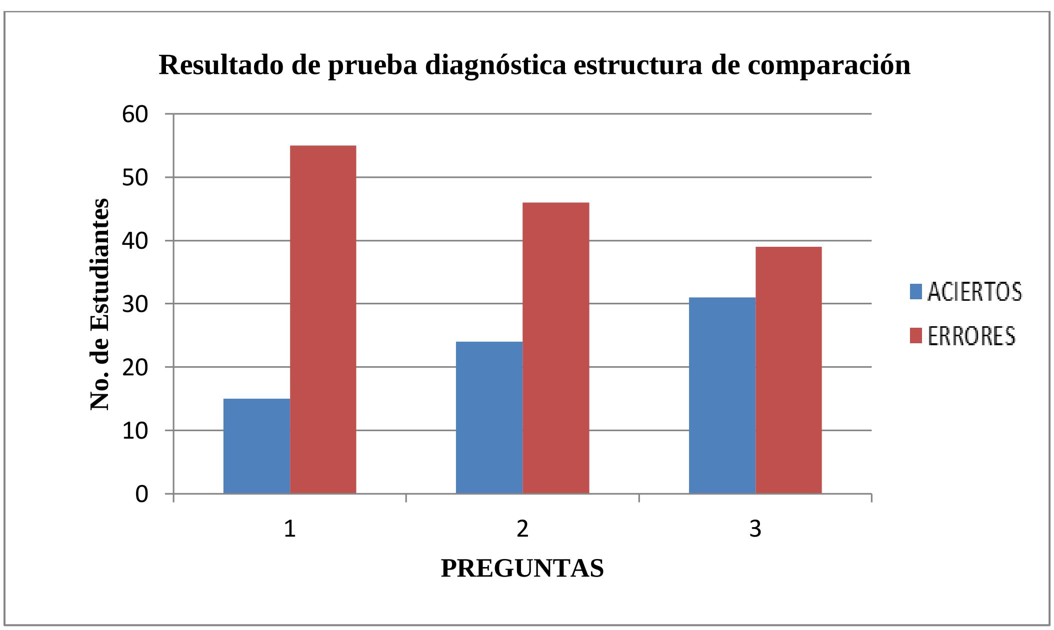


Figura 16.Resultado de prueba diagnóstica estructura de comparación



Preguntas de la estructura de comparación (Diagnóstico):

1. En las cafeterías de nuestros colegios hay cuatrocientos cincuenta chicles. Si se venden ciento ochenta y tres chicles, quedará igual número que de mentas. ¿Cuántas mentas hay en las cafeterías?
2. La buseta que viaja al colegio Barrios Unidos, lleva cuarenta y tres estudiantes y la que viaja al colegio Jorge Eliecer lleva veintinueve estudiantes. ¿Cuántos estudiantes más deberían ir en la buseta del Jorge Eliecer, para igualar a los estudiantes del Barrios Unidos?
3. Juan José tiene doscientas noventa y cinco fichas de chocolatinas. Si Anita consigue ciento ochenta y tres más, tendría igual fichas que Juan José ¿Cuántas fichas tiene Anita?

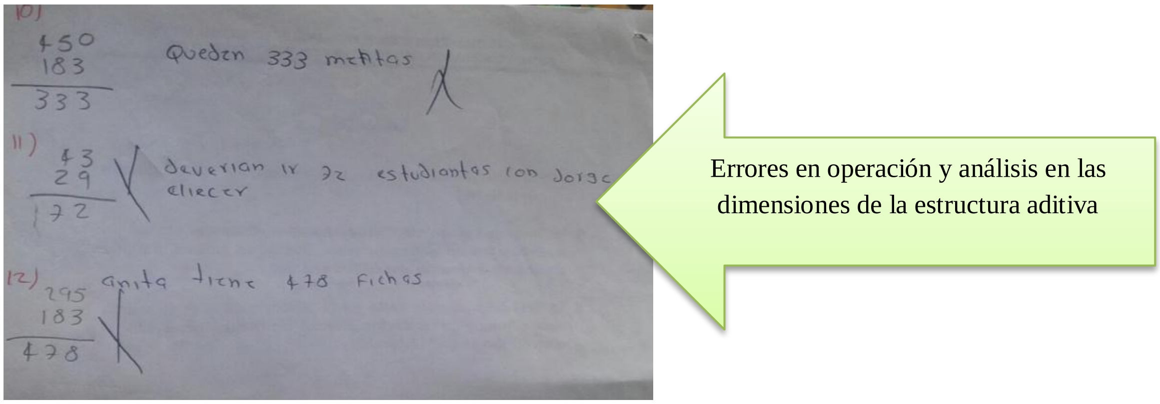
Análisis:

Se evidencia que esta estructura representó dificultades para los estudiantes. Las soluciones a las tres situaciones problemas presentan una mayoría de errores, probablemente esto se deba a la extensión y falta de comprensión de los enunciados, o a que los estudiantes se limitaron a una simple operación matemática.

De acuerdo con los anteriores resultados ilustrados en la tabla, se determinó que existen amplias dificultades en la resolución de problemas de estructura aditiva, especialmente en la estructura de comparación (Ver Figura 17. Resultados de un estudiante en la estructura aditiva de comparación

En términos generales, se puede inferir que la falta de compresión de problemas aritméticos de enunciado verbal y las dificultades en el análisis de las preguntas problema en las tres dimensiones y los cuatro estados de la estructura aditiva, hacen que los estudiantes no desarrollen las competencias matemáticas que componen este tema, lo cual no les permitió hallar en las respuestas correctas.

Figura 17. Resultados de un estudiante en la estructura aditiva de comparación



Los problemas de este tipo se encuentran situados en la dimensión contextual y su resolución puede proceder de un razonamiento en cualquiera de las tres dimensiones (lo abstracto, las representaciones y lo contextual). En ocasiones, una mezcla confusa de razonamientos desarrollados en distintas dimensiones permite conjeturar que la argumentación utiliza varios tipos de traducciones entre las dimensiones. En los cuatro estados de la estructura aditiva se evidenciaron falencias, pero es importante mencionar que en el proceso de la dimensión abstracta los estudiantes no presentaron dificultades serias para ejecutar la operación. La mayor dificultad se expresa en la dimensión contextual representada en la operación matemática, mediante la resolución de problemas y apropiación de sus conocimientos en una realidad expuesta.

Después de realizar la prueba diagnóstica, y con el propósito de contribuir a mejorar sus resultados en el cumplimiento de los objetivos trazados, se desarrollaron las siguientes actividades.

Tabla 2. Resumen de actividades propuestas en la investigación

<table>
<tr><th colspan="4">ACTIVIDADES PROGRAMADAS</th></tr>
<tr><th>NOMBRE DEL PROYECTO</th><th>OBJETIVO GENERAL</th><th>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</th><th>ACTIVIDADES</th></tr>
<tr><td rowspan="4">RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA CON NÚMEROS NATURALES EN ESTUDIANTES DE GRADO SEXTO, UNA MIRADA DESDE LA TEORÍA SOCIOEPISTEMOLÓGICA</td><td rowspan="4">Abordar la estructura aditiva, mediante la resolución de problemas con números naturales, para contribuir a mejorar las competencias matemáticas, de estudiantes de grado sexto, de las Instituciones Educativas Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán, de la ciudad de Florencia, Caquetá, apoyados en la teoría socioepistemológica.</td><td rowspan="2">1. Contribuir a la conceptualización de la estructura aditiva con números naturales en el aprendizaje de las matemáticas, en grado sexto.</td><td>• APRENDAMOS ESTRUCTURAS ADITIVAS JUGANDO: Mediante la implementación de un juego con estudiantes que forman parte de la muestra del proyecto, reafirmar los conceptos de la estructura aditiva (composición, transformación, comparación, igualación)</td></tr>
<tr><td>• AHORRAR PARA CONTAR Y SUMAR: En una alcancía, realizar un ahorro programado por los estudiantes donde realicen el registro diario de su ahorro en una planilla entregada por el Docente. Este ahorro será del dinero obsequiado por sus padres para la merienda y otros gastos, durante dos semanas. Luego sumar el total del dinero ahorrado y colocar en su hoja el resultado.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">2. Planificar situaciones problémicas contextualizadas, de estructura aditiva con números naturales, para estudiantes de grado sexto, desde la perspectiva de la teoría socioepistemológica.</td><td>• COMPRAR, PARA VENDER RESOLVIENDO PROBLEMAS: Una vez realizado el ahorro, el Estudiante rompe su alcancía y con la ayuda de sus papás identifica que la cantidad resultante en la hoja concuerde con la real guardada en la alcancía, cuenta el número de monedas y billetes de igual denominación realizando operaciones entre estos para determinar su ahorro final, luego con ese dinero ahorrado comprará unas golosinas para vender, registro que llevará a cabo en otra planilla, donde identifique, valor unitario, cantidad, valor total y las ganancias obtenidas.</td></tr>
<tr><td>• DE COMPRAS EN EL MERCADO CON MIS PADRES: Los estudiantes saldrán al mercado en compañía de sus acudientes (padres o adultos) a identificar precios, hacer comparaciones de precios, cantidades, tomar nota en una planilla, dada por los Docentes, de las compras hechas por sus padres y cuánto gastaron en ellas.</td></tr>
</table>

***Primera Actividad*: Aprendamos estructuras aditivas jugando**

Figura 18.Estudiantes, padres de Familia, docentes en la primera actividad - "Aprendamos estructuras aditivas jugando"

Primer momento: Conceptualización matemática.

Se realiza la conceptualización en el aula de clases mediante definiciones, ejemplificaciones y solución de ejercicios. La orientación de esta clase aun estuvo basada en el modelo pedagógico tradicional.

Al respecto, Cantoral expresa puntualmente, desde la socioepistemología, que se construyen sistemas conceptuales desde tres planos no secuenciados, pero sí articulados conceptualmente.

1. El primer plano de respuesta trata sobre la naturaleza misma del saber. Su problematización.

2. El segundo se ocupa de la práctica social como normativa de la actividad humana y como base de la construcción de nuestros sistemas conceptuales. Sus mecanismos funcionales.
3. El tercero, de las articulaciones teóricas, y se apoya sobre la gran diversidad de evidencia empírica acumulada. A este nivel la teoría se ocupa de caracterizar el funcionamiento del modelo de construcción social del conocimiento mediante dialécticas parciales del modelo. (2013, p.181)

Por ello, el conceptualizar se constituye en un gran apoyo para entender y apropiar conocimientos en la práctica social.

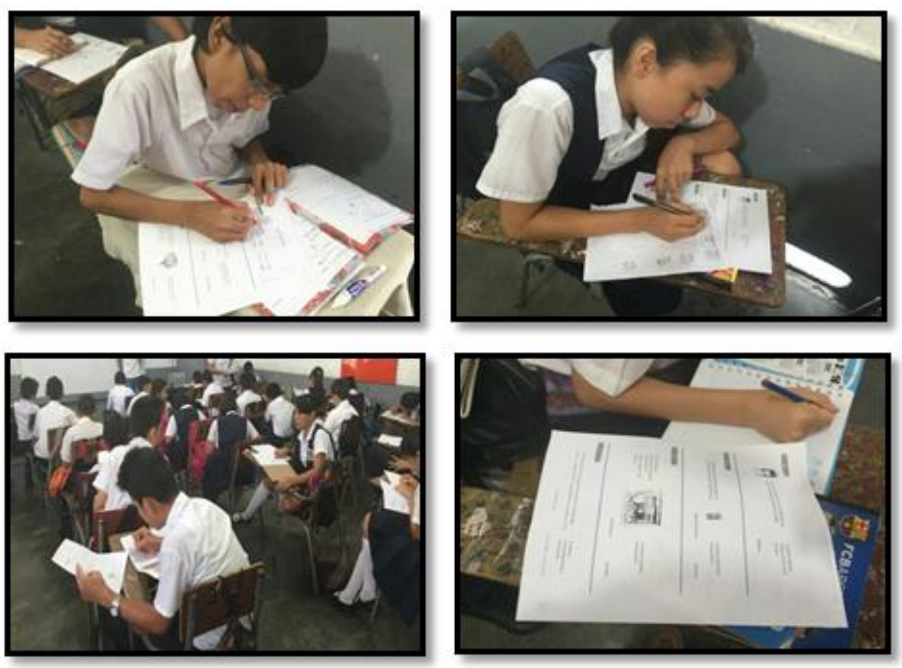


Figura 19. Estudiantes de grado sexto realizando ejercicios cortos de estructura aditiva en el salón de clases

Segundo momento: Aula extendida.

Luego de haber expuesto claramente los conceptos acerca de la clasificación de estructuras aditivas (Combinación, Cambio, Comparación, Igualación) y sus dimensiones (abstracto, representaciones y contexto), se pasó a fortalecer dichos conceptos mediante prácticas sociales y recreativas entre los estudiantes fuera del aula de clases.

Se implementó un juego a campo abierto en las instalaciones de la institución educativa Barrios Unidos del Sur, integrando treinta (30) estudiantes de las dos instituciones educativas, dos docentes y dos padres de familia. El objetivo principal de la actividad fue, reforzar conocimientos de estructuras aditivas mediante el juego.

Los estudiantes se desplazaron a una de las canchas y se organizan en circunferencia, intercalados por instituciones. Posteriormente se hizo la presentación de los docentes y de los padres de familia. Para romper el hielo, se inició jugando al gato y el ratón, para elegir a los protagonistas del juego se decían dos números al azar, quienes tuvieran ese mismo número en la lista del curso debía responder una pregunta relacionada con resolución de problemas de estructuras aditivas, si no acertaba, se convertía en uno de los jugadores, pero si acertaba decía otro número al azar.

Algunas de las preguntas formuladas eran:

1. De los 30 estudiantes presentes, 14 son de la I.E. Jorge Eliécer Gaitán. ¿Cuántos serán de la I.E. Barrios Unidos del Sur?
2. La profesora Melixa trajo $ 2.800 para su merienda y gasto $ 1.850.

   ¿Cuánto dinero le queda?

3. De los 30 estudiantes presentes, 13 están con uniforme de deporte. ¿Cuántos están con uniforme de diario?
4. Dos voluntarios: Kevin, ¿cuántos años tiene? 12 años profe, ¿y usted Andrés? Tengo 11 años. Pregunta para los dos. ¿Cuál es la diferencia de sus dos edades juntas respecto a la del profesor Alfredo que tiene 47 años?

Figura 20. Juego en aula extendida

Luego, los estudiantes junto con los padres de familia se desplazaron a la cancha cubierta de baloncesto, organizados en cuatro grupos para participar en dos juegos de destreza física mezclados con habilidad matemática mental y escrita. Cada grupo debía tomar nota de valores como las cestas o canastas, aciertos en pruebas, cantidad de puntos, número de repeticiones, y al final de las pruebas los docentes formulaban preguntas problémicas, a partir de las cuales los estudiantes hacían deducciones, resolvían problemas, analogías, igualdades y diferencias en aplicaciones de adicción y sustracción que permitieron fortalecer y verificar los conceptos de la estructura aditiva (composición, transformación, comparación, igualación).

El primero de los juegos consistió en que cada participante debía realizar tres lanzamientos con la pelota hacia el aro de baloncesto, intercalando los lanzadores de los cuatro grupos. Para la toma de datos se nombró un “planillero” por equipo, encargado de escribir los aciertos, que tenían un valor de dos puntos. Cuando todos los participantes pasaron, los grupos se reunieron para calcular el puntaje total. Estos datos fueron organizados por el docente, quien dio a conocer a los participantes el puntaje de cada grupo. Enseguida se hicieron preguntas relacionadas con los puntajes obtenidos y el grupo que respondió acertadamente se hizo acreedor a dulces como premio.
Algunas de las preguntas formuladas fueron:

1. Al sumar los puntajes de los grupos 1, 2 y 3, ¿cuántos puntos le hacen falta al grupo 4 para igualar los puntajes anteriores?
2. Si unimos los puntajes de los grupos 1, 3 y 2, 4, ¿qué puntaje faltaría al grupo de menor puntaje para ser igual al de mayor puntaje?

Así, mediante el juego, se fue incentivando a los estudiantes para que analizaran situaciones problemas de estructuras aditivas desde su propio contexto.

Figura 21. Momentos del primer juego – estructuras aditivas en aula extendida

El siguiente juego consistía en que los mismos grupos de estudiantes, ubicados frente a tres cestas de basura, cada una con un puntaje asignado (20, 10 y 15 respectivamente), debían hacer dos lanzamientos de canicas a las canastas. Cuando los participantes terminaron de hacer los lanzamientos, cada grupo calculó su puntaje y lo dio a conocer. En seguida se formularon preguntas relacionadas con los puntajes obtenidos, como:

1. Al sumar los dos puntajes mayores, ¿cuántos puntos más tienen los dos grupos mayores que los de menor puntaje?
2. ¿Cuántos puntos hubieran hecho al haber acertado todos sus lanzamientos en la canasta de 15 puntos?
3. Si tres lanzamientos se encestaron en la canasta de 20 y en total se obtuvieron 100 puntos, ¿cuántos encestaron en la canasta de 10?

4. ¿Cuál de los cuatro grupos obtuvo más aciertos en la cesta de 20 y cuál de los cuatro grupos obtuvo más aciertos en la cesta de 10? ¿A qué se debió el resultado?

Figura 22. Momentos del segundo juego - estructuras aditivas en aula extendida

De este modo, se evidenció que trabajando colectivamente los estudiantes responden con mayor facilidad a las situaciones problema que cuando se les indaga individualmente. Puesto que, a medida que la estrategia se implementa constantemente, se favorecen los procesos de aprendizaje. En el mismo sentido, la teoría socioepistemológica plantea que la estrategia del juego debe estar dirigida a favorecer el proceso de construcción lógico-conceptual del conocimiento formal,

> Donde las prácticas sociales son las que regulan el comportamiento, cuando se realizan prácticas compartidas socialmente mediante las cuales los sujetos (individuales y colectivos) se relacionan intra e ínter psicológicamente con el entorno. Y es ahí donde los saberes son las diferentes formas de comprender y explicar las realidades que son parte fundamental de la sociedad del conocimiento. (Cantoral, 2013, p.152)

Los estudiantes disfrutaron de este tipo de actividades que se adaptaron a su entorno y a los recursos disponibles. En la socialización del ejercicio realizado se generó el proceso de aprender y desaprender de la manera más natural y menos academicista posible.

Figura 23. Finalización de la actividad 1 - Aprendamos estructuras aditivas jugando

Segunda Actividad: Ahorrar para contar y sumar

Primer momento: Reunión con padres de familia y explicación de la actividad

En esta actividad se propuso a los estudiantes que en una alcancía obsequiada por los docentes, realizaran un ahorro programado, registrándolo a diario en una planilla, este ahorro lo hicieron con parte del dinero que sus padres les dieron para sus meriendas. La realización de esta actividad contó con la colaboración de padres de familia, quienes firmaron la planilla constatando que el registro se llevó diariamente y que la cantidad de dinero registrada correspondió a la cantidad de dinero ahorrado (Ver figura 24).

Figura 24. Socialización de la segunda de actividad a padres de familia

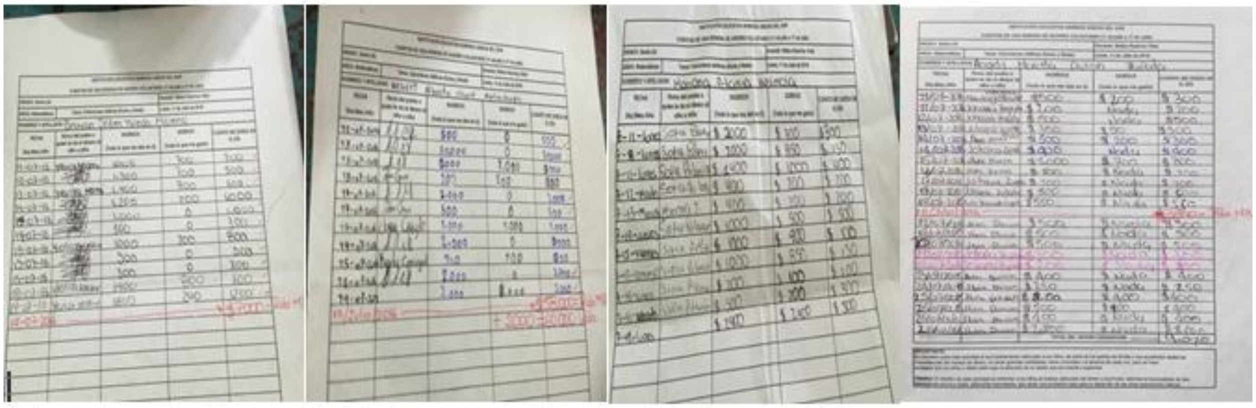


Figura 25. Planillas de registro de ahorro diario de cuatro estudiantes, con revisiones parciales y algunas ya totalizadas

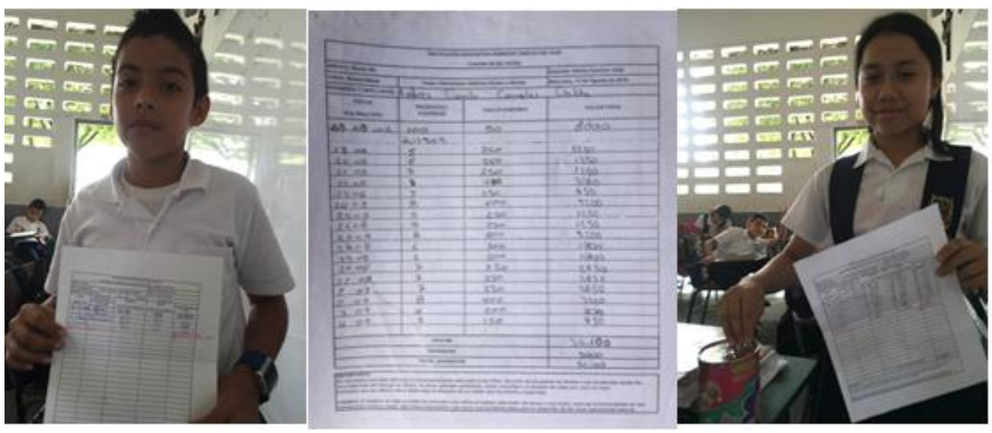


Figura 26. Planilla de registro de cantidades de billetes/monedas por diferentes denominaciones

El ejercicio de ahorro se programó para dos semanas, pero se extendió durante un mes debido a los pocos recursos económicos de los estudiantes. Luego de transcurrido este tiempo, los estudiantes abrieron su alcancía en compañía de sus padres o de un adulto en casa, en la planilla de su registro diario, sumaron el total del dinero ahorrado y lo registraron.

En otra planilla entregada registraron la clasificación de los valores de las monedas y billetes, sumando la cantidad recolectada por cada denominación.

Segundo momento: Comprobación del ahorro registrado y socialización de la experiencia a los compañeros.

En el aula de clases se realizaron las siguientes actividades: Cada estudiante presentó al docente su hoja de registro de ahorro programado y el dinero recaudado (Ver figura 27).

Figura 27.Entrega de planillas a los docentes y verificación de dinero recaudado

1. Cada estudiante ingresó nuevamente el dinero recaudado a su alcancía (se hizo por petición de los estudiantes). Posteriormente, se reconoció el esfuerzo del mejor ahorrador con una buena calificación, con dulces y un fuerte aplauso (Ver figura 28).

Figura 28.Premio al mejor ahorrador

2. Se formaron grupos de cuatro estudiantes para comparar sus planillas de registro y socializar su experiencia del ahorro con los padres o adultos en casa (Ver figura 29).

Figura 29. Socialización de la experiencia del ahorro programado

3. Los mismos grupos, contrastaron la información consignada en las planillas y respondieron las siguientes preguntas:
   a) ¿Cuánto ahorró cada uno?
   b) De los cuatro compañeros, ¿quién ahorró más dinero? y ¿por qué?
   c) De los cuatro compañeros, ¿quién ahorró menos dinero? y ¿por qué?
   d) ¿Quién ahorró más billetes y esto cuánto dinero representó?
   e) ¿Quién ahorró más monedas y esto cuánto dinero representó?
   f) ¿Cuánto dinero le faltó a quien menos ahorró para alcanzar a quien más ahorró?
   g) ¿Cuál fue la clave para lograr la mayor cantidad de dinero ahorrado?
   h) ¿Por qué vale la pena ahorrar?
   i) ¿Qué operaciones matemáticas de las que conocen usaron en esta actividad?
   j) ¿Coincidió el dinero ahorrado con el registro realizado en la planilla?

4. Socialización de las experiencias de los estudiantes en el salón de clases.

El desarrollo de las cinco actividades enunciadas, permitió articular el saber matemático con el contexto. Las evidencias de ello se describen a continuación.

- Para algunos estudiantes, el proceso de ahorrar era algo nuevo y decidieron seguirlo haciendo con la colaboración de sus padres porque les generó agrado y seguridad.
- Los estudiantes definieron de manera autónoma la cantidad de dinero que ahorraron.[3]
- Siempre llegaban a las clases muy animados y contando sus experiencias personales con los ahorros que estaban haciendo y los fines que tenían planeados para el dinero ahorrado.

La actividad del ahorro permitió articular el manejo de las operaciones de estructura aditiva (adición y sustracción en los estados de cambio, combinación, igualación y comparación) con una realidad vivida por los estudiantes en sus contextos familiares y escolares, dentro y fuera del aula de clases (aula extendida), con sus compañeros, hablando, riendo, compartiendo, preguntando y sin perder de vista los contenidos legítimos de los algoritmos inmersos en sus propios discursos matemáticos, lo que llevó a obtener aprendizajes significativos. Lo anterior confirma los argumentos de Cantoral, especialmente cuando expresa:

[3] A varios de ellos sus familiares les obsequiaban dinero para la alcancía y algunos gastaron la mitad de él y la otra mitad la ahorraron; sin embargo, en el registro de la planilla escribieron todo el valor. Posteriormente, al hacer un nuevo registro del dinero depositado en su alcancía restaron lo gastado en la ocasión anterior. A otros por el contrario sus familiares entusiasmados con la actividad les obsequiaron monedas y billetes y ellos los ahorraron completamente con el fin de obtener mayores ahorros.

> [...] las prácticas sociales son los cimientos de la construcción del conocimiento, y que el contexto influye sensiblemente en el tipo de racionalidad con la cual un individuo o grupo construye conocimiento en tanto lo signifique y lo ponga en uso (racionalidad contextualizada), la validez del saber es relativa al individuo y al grupo cultural. (2014)

Los estudiantes quedaron satisfechos y motivados con su ahorro y la finalidad de la actividad, lo expresaron concluyendo el haber practicado de otra manera la adición, la sustracción y otras operaciones básicas desde una experiencia propia.

Tercera Actividad: Comprar, para vender resolviendo problemas

Primer momento: Compra de los productos para vender

En la tercera actividad se continuó trabajando con el dinero ahorrado en las alcancías. Una vez totalizado el ahorro, los estudiantes, con la ayuda de sus padres o adultos responsables, compraron golosinas para vender (cada niño compró algo distinto), asignaron un valor a sus productos, teniendo en cuenta el costo que pagaron por él, y procurando obtener un margen de ganancia en la venta.

Segundo momento: Venta de los productos y registro en planilla de ventas.

Las ventas se realizaron en clase de matemáticas en un tiempo establecido para ello, en el descanso escolar, y en algunos casos con sus familias o vecinos (Ver figuras 30 y 31).

Figura 30. Ventas de dulces en el salón de clases

Figura 31. Cuaderno de registro improvisado de un estudiante para llevar sus cuentas y deudores de sus productos

Los estudiantes registraron en una planilla las ventas de sus productos, indicando cantidad de venta, valor unitario, valor total y las ganancias obtenidas (Ver figura 32).

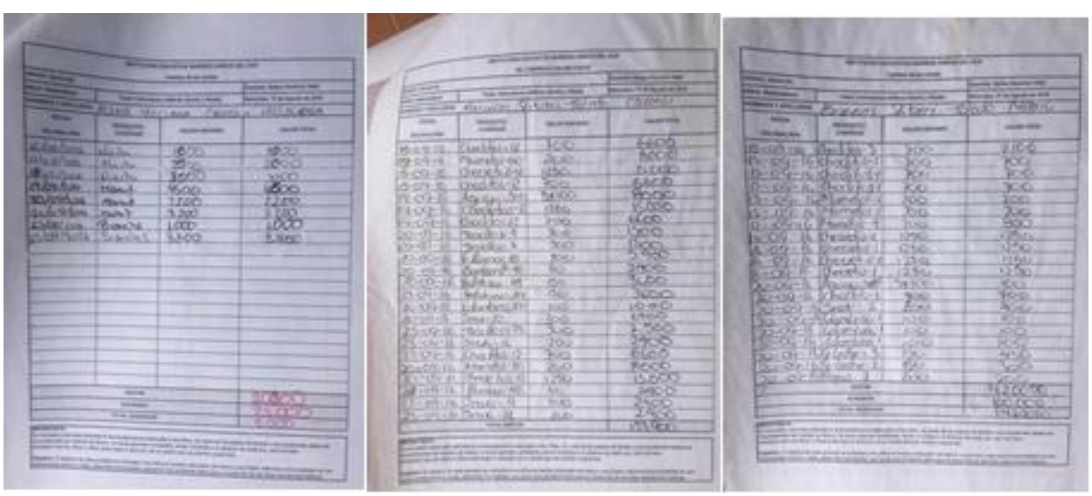


Figura 32. Planillas de tres estudiantes de las ventas de dulces totalizadas

Este proceso de ventas, se llevó a cabo durante dos semanas, luego, con la ayuda de los padres sumaron ventas, restaron inversión y totalizaron en la planilla para identificar las ganancias obtenidas. Posteriormente llevaron la planilla al salón de clases y, en mesa redonda con todos los compañeros, dieron respuesta a las siguientes preguntas, para analizar los procesos de compra y venta:

1. ¿Cuánto costó la bolsa del producto que vendieron?
2. ¿Cuántas unidades tiene la bolsa y de qué tamaño son?
3. ¿En cuánto se vendió cada unidad de la bolsa?
4. ¿Qué ganancia hubo por unidad vendida?
5. ¿Dónde vendieron más, en el colegio o en la casa?
6. ¿Cuánto costó la bolsa del producto y en qué lugar lo compró? (se les pregunta a quienes venden el mismo producto)
7. ¿Por qué la ganancia de algunos estudiantes vendiendo el mismo producto fue más alta que para otros? (se les pregunta a quienes venden el mismo producto)
8. ¿Por qué algunos estudiantes ganaron más vendiendo pocos productos, y por qué otros estudiantes ganaron menos vendiendo muchos productos, a qué se debe?
9. ¿La cantidad de los productos en las bolsas de dulces comprados eran las mismas para todos?
10. ¿Cómo son sus ganancias comparadas con las de sus compañeros?

Los estudiantes participaron activamente en sus compras y sus ventas, sumaban, restaban, deducían valores con mayor habilidad y agilidad. Estaban entusiasmados y participaban activamente en las clases, apoyando a quienes respondían correctamente, y corrigiendo y explicando a aquellos estudiantes cuyos valores eran errados. La mesa redonda sirvió para que valoraran el trabajo individual y colectivo, y se sintieran orgullosos de sus prácticas y de sus conocimientos (Ver figura 33).

Figura 33.Mesa redonda para socializar la experiencia de compra y venta de los productos

Esta actividad permitió evidenciar, tal como lo afirma Cantoral, que: “la racionalidad contextualizada alude a que la relación del sujeto al saber es una función del contexto. La racionalidad con que se actúa depende del contexto en el que el individuo se encuentre en un momento y lugar determinado” (Cantoral, 2014).

Tercer momento: Análisis, autoevaluación y socialización con situaciones problemas planteadas

Cada estudiante respondió en su cuaderno interrogantes que partían de situaciones problema relacionadas con comprar y vender, situaciones cotidianas que suelen presentarse en la experiencia vivida. Posteriormente, se socializaron y justificaron las respuestas por grupos de compañeros. Las preguntas planteadas fueron las siguientes:

1. Los siete primeros días de venta de sus dulces, Brayan obtuvo cinco mil cuatrocientos pesos, durante los siete días siguientes realizó una venta de seis mil doscientos pesos. ¿Cuánto dinero obtuvo Brayan en catorce días de ventas?
2. Compré tres cajas de nucitas que me costaron once mil cuatrocientos pesos. Si mi tía me regaló cinco mil seiscientos pesos, ¿cuánto dinero tuve que sacar del ahorro de mi alcancía?
3. En una bolsa hay veintiocho bombones de chocolate y fresa. Si hay ocho bombones de fresa, ¿cuántos serán de chocolate?
4. En una bolsa de chocolatinas vienen veinticuatro unidades, seis menos que en una caja de chocolatinas. ¿Cuántas chocolatinas trae una caja?
5. En casa vendí treinta y ocho gomas de oso, catorce azules menos que amarillas. ¿Cuántas gomas amarillas tenía para vender?
6. Debía vender veintidós de las barras de dulce compradas. Si vendí catorce me quedaron tantas barras de dulce como las que tiene mi amiga Alexa. ¿Cuántas barras de dulce tiene Alexa?
7. Los bombones en una tienda valen trecientos cincuenta pesos cada uno, y compre 15, si me rebajan mil setecientos cuarenta pesos costarán lo mismo que el paquete grande de galletas. ¿Cuánto cuesta el paquete grande de galletas?

8. He ahorrado ciento sesenta mil pesos en mi alcancía, si gasto setenta y ocho mil pesos en compras tendré los mismos pesos que mi amigo Kevin. ¿Cuántos pesos tiene mi amigo Kevin?

Figura 34. *Análisis, autoevaluación y socialización con situaciones problemas planteadas*

En términos generales, en esta tercera actividad, la práctica social es significativa desde el momento en que los estudiantes salen al aula extendida y empiezan a desempeñarse individual y colectivamente en otro contexto distinto al escolar, demostrándole a sus familias, amigos, allegados y a sí mismos, cuán apropiados están de sus conocimientos, lo que les permite formular y resolver preguntas con su propia práctica ejecutando acciones al respecto. Los estudiantes demostraron habilidad en la resolución de problemas de estructuras aditivas en sus dimensiones y clasificación, y fortalecieron las competencias matemáticas inmersas en la actividad. Cantoral (2014) afirma que la práctica social no es lo que hace en sí el individuo o grupo (la práctica ejecutada), sino lo que les hace hacer lo que hacen, digamos que norma su accionar (orientación practica).

De igual manera, otros autores valoran la importancia de la resolución de problemas de estructura aditiva en contextos distintos al escolar. Por ejemplo, Alicia Bruno, afirma que, Los problemas dan significado a lo abstracto, los alumnos deben llegar a desarrollar un esquema de los problemas. Los problemas pueden usarse como punto de partida para la comprensión de la adición y sustracción, pero una completa comprensión depende de la habilidad para abstraer lo invariante de algunas situaciones de contexto. (1999, p.104)

Cuarta Actividad: **De compras en el mercado con mis padres**

Con esta actividad se concluyen las cuatro acciones programadas para el fortalecimiento de la resolución de problemas con estructuras aditivas mediante la teoría socioepistemológica.

Primer momento: Estudiantes con sus padres comprando el mercado de sus hogares y haciendo registro de sus compras.

En la primera reunión de padres de familia se les habló de todas las actividades a realizarse, haciendo especial énfasis en la actividad "compras en el mercado con mis padres", puesto que era la última de las actividades programadas y la más alejada de la presencia de los docentes, se les solicitó respetuosamente llevar a sus hijos al mercado explicándoles el objetivo de la actividad y sus características de *conocimiento en uso* (Ver figura 35).

Figura 35. De compras en el mercado con los padres

Los estudiantes salieron al mercado con sus padres con el objetivo de comprar, identificar precios, hacer comparaciones de precios, y tomar nota en una planilla que contenía los siguientes campos: fecha, producto, valor unitario, valor total del producto y valor total de las compras hechas (Ver figura 36).

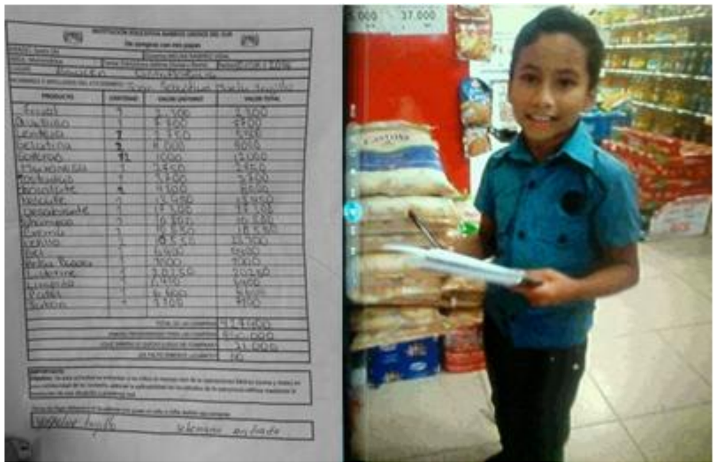


Figura 36. Estudiante de grado sexto con su planilla de datos del mercado realizado con sus padres

Segundo momento: Entrega de planillas a los docentes en el salón de clases

Luego de vivenciar esta práctica en el aula extendida, que para algunos estudiantes fue completamente nueva, se llevaron al salón de clases las planillas que llenaron con los nombres de los productos, los precios y totales (Ver figura 37).

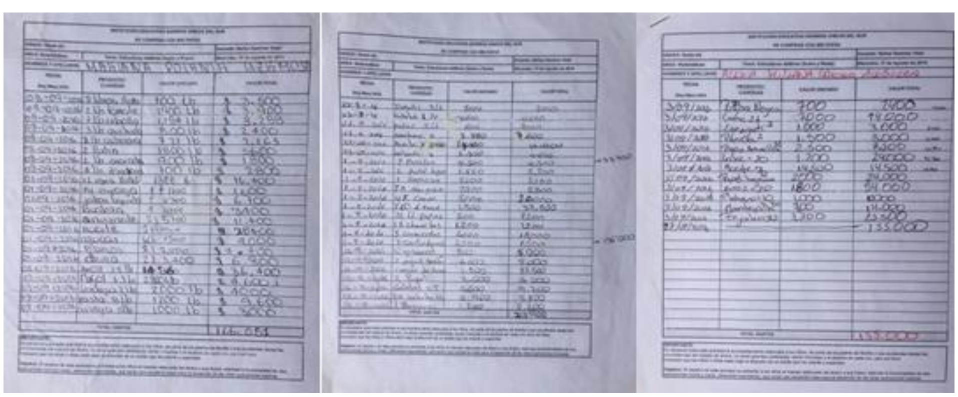


Figura 37. Planillas de datos de tres estudiantes luego de haber mercado con sus padres

Luego, se organizaron en mesa redonda y se socializó la planilla voluntariamente (Ver figura 38), compartieron con sus compañeros la experiencia vivida y explicaron las habilidades matemática requeridas en diferentes situaciones, determinando así, puntos de vista distintos en el aprendizaje, el cálculo, la práctica matemática y los conceptos de adición y su sustracción en estructura aditiva explícitos en un contexto real.

Figura 38.Mesa redonda para socializar las compras con sus padres

El desarrollo de esta actividad revela que:

- Para los estudiantes esta fue una experiencia significativa dado que muchos han ido a mercar con papá y mamá o con alguno de los dos, pero nunca se fijaban en los precios de productos y si el dinero les alcanzaba o no.
- Analizaron por qué papá y mamá compran un producto y no otro si tienen el mismo precio.
- Entendieron que no siempre el producto más económico es la mejor opción, pues también es importante considerar aspectos como el volumen, la calidad, la cantidad o el rendimiento.
- Mencionaron que sería bueno llevar siempre con qué hacer las cuentas (hoja, lapicero o calculadora) e ir sumando para no pasarse de lo presupuestado.

- Algunos de ellos lograron comparar los precios del lugar de su compra con el de otros establecimientos del mismo tipo.
- Entendieron la equivalencia entre el dinero y las cantidades compradas de varios productos.
- Algunos de los estudiantes comentaron que sus padres quedaron contentos al ver cómo ellos hacían las cuentas. Sin embargo a otros no les fue bien con las cuentas mentales.
- Algunos de ellos entendieron el valor del trabajo de sus padres y los usos que en la familia se le da al dinero que ganan. Por ejemplo, los hijos de mototrabajadores explicaban la manera cómo se hacía el mercado en su casa (por unidades), a diferencia de aquellas familias donde el pago era mensual (por cantidades mayores).
- Asumieron el rol de estudiantes en el aula extendida, pues aprendieron, contrastaron, pesaron, midieron, sumaron, restaron, compararon, cambiaron, igualaron valores, productos, cantidades, dinero y no dejaron de lado el objetivo de esta práctica, que fue solucionar problemas mediante el uso de la estructura aditiva en contextos reales.
- Con respecto a esta práctica los docentes pasamos a ser oyentes de las experiencias de los estudiantes y a fortalecer conceptualmente algunos temas para superar los vacíos que ellos identificaron.

Dentro de esta actividad se reflejan profundamente los componentes de la teoría socioepistemológica. Así, tal como expone Cantoral:

> Los conocimientos desde el punto de vista de su contenido conceptual y su contenido factual, para ser objetivables, requieren del uso que da sentido al conocimiento, de herramientas y argumentos que tipifican al usuario y a las situaciones de aprendizaje, escolares o no, pero ligadas a la vida real donde se ponga en uso a dicho conocimiento, es

> decir, se constituya en saber. El paso del conocimiento al saber es entonces una expresión del aprendizaje, como construcción social del conocimiento. (2013, p. 145)

Durante el desarrollo de esta actividad los estudiantes se enfrentaron a la resolución de problemas aditivos en situaciones de la vida cotidiana y en un ambiente cómodo para el aprendizaje, dada la familiaridad del contexto en que se desenvolvieron; por lo tanto, los interrogantes y dudas presentadas fueron resueltos naturalmente, sin la intervención del discurso matemático escolar del docente.

> Un gran descubrimiento resuelve un gran problema, pero en la solución de todo problema, hay un gran descubrimiento. El problema que se plantea puede ser modesto; pero si pone a prueba la curiosidad que induce a poner en juego las facultades inventivas, si se resuelve por propios medios, se puede experimentar el encanto del descubrimiento y el goce del triunfo. (Polya, 1984, Citado por Abrantes, et al., 2007, p.65)

El paso del "aula tradicional" al "aula extendida", permite que el conocimiento en uso de los estudiantes sea determinante para adquirir un saber. En la medida en que los estudiantes fortalezcan sus conocimientos cuando se enfrenten a usarlos en sus contextos, tendrán la posibilidad de autoevaluar si los aplicaron bien o mal, y si lo orientado en el aula de clases fue o no significativo para ellos. Durante esta actividad, los estudiantes pudieron recurrir a la práctica social como realidad para hacer uso de un conocimiento y adquirir nuevos saberes, lo que desarrolló sus habilidades matemáticas y les dio la posibilidad de construir un cuerpo coherente de conocimiento matemático que se convirtió en un puente entre su realidad y su saber.

En este sentido, Cantoral expresa que:

> La socioepistemología inicia con el tratamiento del saber. Se lo construye, reconstruye, significa y resignifica, se lo ubica en el tiempo y el espacio, se lo explora desde la óptica de quien aprende, de quien inventa, de quien lo usa, con fines de rediseñarlo didácticamente desde una perspectiva histórica, cultural e institucional. (2014, p.98)

Prueba diagnóstica final

Con el fin de realizar un contraste entre las competencias matemáticas de los estudiantes antes de realizar la intervención en el aula y después de realizarla, se ejecutó un diagnóstico final donde se aplicó la misma prueba inicial que habían presentado diez meses atrás. Los resultados cuantitativos arrojados fueron:

Tabla 3.Tabulación y contraste de la prueba diagnóstica final con la inicial

TABULACIÓN DE PRUEBA DIAGNÓSTICA FINAL INSTITUCIÓN EDUCATIVA BARRIOS UNIDOS DEL SUR y INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE ELIECER GAITÁN		
ESTRUCTURA ADITIVA/ PREGUNTAS	**ACIERTOS**	**ERRORES**
CAMBIO		
1	66	4
2	49	21
3	38	32
COMBINACIÓN		
4	34	28
5	29	36
6	59	11
IGUALACIÓN		
7	55	15
8	42	22
9	46	24

TABULACIÓN DE PRUEBA DIAGNÓSTICA INICIAL		
INSTITUCIÓN EDUCATIVA BARRIOS UNIDOS DEL SUR y		
INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE ELIECER GAITÁN		
ESTRUCTURA ADITIVA/ PREGUNTAS	**ACIERTOS**	**ERRORES**
CAMBIO		
1	51	19
2	29	41
3	15	55
COMBINACIÓN		
4	28	42
5	29	41
6	50	20
IGUALACIÓN		
7	57	23
8	18	52

COMPARACIÓN		
10	47	23
11	36	34
12	47	23

9	30	40
COMPARACIÓN		
10	15	55
11	24	46
12	31	39

Vale la pena resaltar que aunque se determinó una muestra para focalizar el análisis de datos, estas dos pruebas diagnósticas se realizaron a la totalidad de los estudiantes para realizar un análisis general de comprensión en la resolución de problemas de estructura aditiva. Al comparar los resultados de la prueba inicial y la final, las conclusiones son satisfactorias, puesto que la cantidad de aciertos en la prueba final es mucho mayor que en la inicial. Este es un buen indicador de que la gran mayoría de los estudiantes han incrementado sus competencias matemáticas, y por ende, la comprensión en la resolución de problemas de estructura aditiva.

Figura 39.Estudiantes presentando la prueba diagnóstica final

Según el Ministerio de Educación Nacional, “las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo” (2006, p.49). Siguiendo este enfoque se puede determinar con seguridad que el aprendizaje de matemáticas pasó de ser una práctica escolar a una experiencia de vida y adquisición de competencias útiles en la vida social cotidiana.

En conclusión, retomando los tres constructos teóricos que propone Ricardo Cantoral (aula extendida: aprender fuera del aula de clase y en otros contextos; el saber cómo conocimiento en uso: cuando el estudiante usa el conocimiento aprendido en las clases y este se convierte en un saber; y sociedad del conocimiento: la interacción con los demás, el compartir, preguntar, sorprenderse de un conocimiento en uso y aprender del contexto), el resultado de la presente intervención pedagógica fue haber logrado experimentar la enseñanza de la estructura aditiva mediante la resolución de problemas, a través de la cual los estudiantes adquirieron satisfactoriamente nuevos saberes, que han sido evidenciados en la apropiación de conceptos, en la transposición del saber matemático en sus contextos socioculturales, la práctica real y el uso matemático de la aritmética aditiva, precisando tanto en estudiantes como en docentes nuevos horizontes de aprendizaje y enseñanza.

Otro resultado obtenido durante la elaboración y puesta en marcha de esta investigación fue la participación en dos eventos, el primero de ellos en la ciudad de Popayán (Cauca) en el marco del *VII Coloquio Internacional de Educación* llevado a cabo durante el mes de octubre del 2016, y el segundo de ellos, la participación en el *XVIII Evento Internacional de Matemáticas, la Estadística y la Computación, su enseñanza y aplicaciones*. *Matecompu* en el año 2016 en la Universidad de Matanzas (Cuba).

Socialización de la propuesta en evento nacional (Popayán - Colombia)

En el mes de octubre del año 2016 se presentó la propuesta en el *VII Coloquio Internacional de Educación y I Encuentro de Egresados de Doctorado en ciencias de la Educación*, realizado en el centro de convenciones Casa de la Moneda y auspiciado por la facultad de Ciencias Naturales Exactas de la Universidad del Cauca. En él se dieron a conocer los objetivos fundamentales de la investigación y las actividades desarrolladas hasta el momento con sus respectivos resultados parciales.

La socialización se realizó a un grupo aproximado de cuarenta y cinco personas, compuesto por estudiantes y docentes de diferentes partes del país, entre quienes se encontraban docentes adscritos al programa de Becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional para el Caquetá.

Figura 40.Participación como ponentes en el VII Coloquio Internacional de Educación, llevado a cabo en la Universidad del Cauca

Al terminar la intervención, algunos asistentes hicieron observaciones sobre el uso de la terminología, puesto que nos referimos a “sumas y restas” cuando el término adecuado era “adición y sustracción”. Por su parte, el docente José Olmedo Ortega manifestó que le da impresión de que hay muchas actividades en la propuesta pero que algunas de ellas hace falta fundamentar más el aspecto teórico que las soporta.

Después de terminada la presentación, se realizó una reunión con los docentes Yenny Leonor Rosero y Ángel Hernán Zuluaga, quienes nos dieron sus apreciaciones respecto a la importancia del trabajo colaborativo que se realizaba con padres e hijos. Además, resaltaron la importancia de la estrategia de intervención basada en la teoría socioepistemológica y los planteamientos de Ricardo Cantoral respecto a la implementación del *aula extendida,* dado que es una propuesta que se desarrolla en el beneficio de los estudiantes.

Socialización de la propuesta en evento internacional (Varadero - Cuba)

En octubre del 2016, se envió la propuesta al *XVIII Evento Internacional la Enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación, Matecompu* auspiciado por la Universidad de Matanzas (Cuba), Facultad de Ciencias Pedagógicas. Esta fue analizada y aprobada para participar en el encuentro, que se desarrolló en el mes de noviembre en la ciudad de Varadero (Cuba).

Con la aprobación y total apoyo económico de la Universidad del Cauca, quien orienta la Maestría en Educación bajo la modalidad del programa Becas para la Excelencia Docente del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, se logró viajar a dicho país y socializar la propuesta.

Figura 41.Participación en el XVIII Evento Internacional la Enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación, Matecompu de la Universidad de Matanzas en Cuba

En la socialización y la mesa de trabajo asignada participaron veintidós personas en representación de ocho países, quienes hicieron aportes generales acerca de la importancia del desarrollo de actividades con los alumnos fuera del aula, en su contexto cotidiano, y acordes a sus vivencias, donde ellos mismos pudieran plantear problemas matemáticos y darles solución.

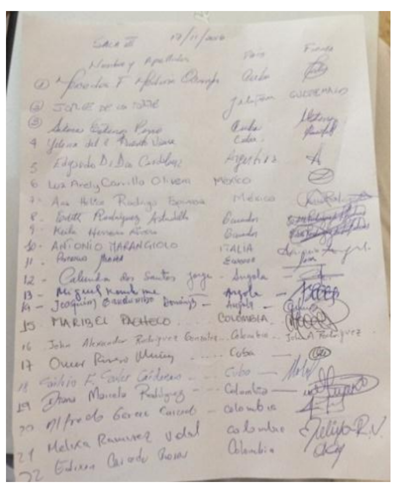


Figura 42. Listado de Asistencia a la mesa de trabajo de Matemáticas (Varadero - Cuba)

Igualmente, el magister Bernardino Alfredo Almeida Carazo (Coordinador del evento y Coordinador pedagógico de la Universidad de Matanzas) hizo un reconocimiento público por el trabajo llevado a cabo y agradeció nuestra participación, destacó el hecho de haber utilizado la teoría epistemológica de Ricardo Cantoral, un autor que no era conocido por los participantes del evento, e hizo énfasis en el valor de una propuesta que busca sacar al estudiante de las cuatro paredes del salón de clases y relacionarlo con la comunidad donde vive, con su entorno, puesto que es ahí donde se puede desarrollar un aprendizaje eficaz.

CAPÍTULO IV

Conclusiones

- Con base en la teoría socioepistemológica, se abordó la estructura aditiva mediante la resolución de problemas con números naturales, lo que contribuyó a mejorar las competencias matemáticas de los estudiantes de grado sexto de las Instituciones Educativas Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán, de la ciudad de Florencia (Caquetá).

- Se logró contribuir a la conceptualización de la estructura aditiva con números naturales en los estudiantes del grado sexto de las Instituciones Barrios Unidos del Sur y Jorge Eliecer Gaitán. Los resultados cualitativos obtenidos durante el transcurso de la intervención pedagógica se evidencian la evolución notada en la propiedad al expresar sus ideas con claridad matemática, y utilizar términos de los temas tratados. Por mencionar el caso más sencillo, se empieza a hablar en términos de "adición y sustracción" cuando siempre habían dicho "suma y resta".

- Los estudiantes de grado sexto empezaron a desarrollar una forma de pensar más proactiva que les permitió realizar, resolver, planear y argumentar, al tiempo que evidenciaban una mejor actitud hacia las clases. De manera generalizada se percibió una participación dinámica, propositiva y crítica, que partía de los saberes adquiridos en sus propios contextos.

- Es importante la construcción e implementación de estrategias didácticas matemáticas que le permitan a los estudiantes potenciar y enriquecer desde sus contextos los aprendizajes abordados en las aulas de clase.

- Valorando los resultados obtenidos, y después de haber vivido esta experiencia metodológica, se considera viable sugerir a las Instituciones Educativas donde se realizó la presente intervención, seguir implementando la estrategia aplicada en el área de Matemáticas para grado sexto.

Reflexiones

Reflexión desde la intervención y sus resultados…

La presente investigación de tipo cualitativo, logró que los estudiantes con quienes se trabajó asumieran una actitud positiva en las clases, se interesaran por las matemáticas y desarrollaran un pensamiento crítico, tanto desde el trabajo sociocultural realizado como de su propio aprendizaje.

Las categorías analíticas trabajadas en este proyecto permitieron precisar la importancia de la capacitación de los docentes de matemáticas, especialmente de primaria e inicios de secundaria, ya que es ahí donde se determinan las bases fundamentales del proceso matemático en los individuos. Se encontraron nuevas estrategias, nuevas herramientas y métodos de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas, variables que brinda la teoría socioepistemológica, que entre otras cosas, propone una democratización del aprendizaje, en la medida en que cuando hay democratización todos aportan conocimientos para formar un saber, lo que significa, además, cambiar el espacio de aula y explorar espacios nuevos para el aprendizaje, entendiendo espacio no tanto como lugares sino como contextos: la cotidianidad, su casa, su calle y su barrio.

Y por otro lado, la reflexión como profesionales…

Día a día nos preguntábamos sobre qué estudios realizar, deseábamos una maestría que colmara las expectativas de nuestros educandos, a sabiendas que necesitamos ser mejores profesionales y que nos encontramos frente a las exigencias de un mundo globalizado y competitivo. Pensábamos en las innovaciones tecnológicas como el principal aspecto a tener en cuenta en la actualidad y en temas académicos que engrandecieran nuestra labor docente, teniendo siempre como objetivo mejorar la calidad de la educación que ofrecemos a nuestros estudiantes. Es en ese momento cuando el Ministerio de Educación Nacional dio a conocer el programa de formación de Maestría en Educación, modalidad Profundización para el Caquetá.

A partir de la Maestría nuestra labor docente se divide en dos momentos. En el primero nuestra práctica pedagógica, los procesos académicos y de enseñanza se desarrollaban bajo un modelo de corte tradicional: clases magistrales y estudiantes silenciosos y sin capacidad de asumir una postura crítica que asimilara los conocimientos impartidos por el docente. Aunque en ocasiones intentamos realizar innovaciones metodológicas, no encontramos el acompañamiento ni la asesoría para poderlas llevar a feliz término. Nos sentíamos referenciados con el nombre de "maestros del montón", puesto que no aportábamos significativamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, lo que se veía reflejado en los resultados de los estudiantes en pruebas internas y externas.

Actualmente (en el segundo momento), aseguramos que la realización del proceso de formación a docentes mediante la Maestría en Educación modalidad profundización fue un acierto del Ministerio de Educación Nacional, ya que a partir de ese instante, iniciamos una evolución personal, hemos aprendido a comprendernos a nosotros mismos, a nuestros compañeros de trabajo y por consiguiente a nuestros estudiantes, poseemos un horizonte, otro punto de partida y somos conscientes de cuál es la ruta que debemos seguir en la bella labor docente.

Somos reflexivos frente a los cambios que requiere nuestro sistema de enseñanza y aprendizaje, por ello, decidimos asumir el rol de formadores que contribuyan a que las futuras generaciones estén conformadas por estudiantes íntegros que aporten a la sociedad actual. Deseamos cambiar la vida de nuestros estudiantes a través de nuestras clases, ayudar al cambio de su comportamiento, potenciar sus destrezas y encaminarlos a la resolución de problemas encontrados en su entorno.

Después del tiempo que estuvimos involucrados en la Maestría, nos sentimos maestros con una gran motivación, con mayor vocación y deseos de transformar el mundo con unos estudiantes capaces y comprometidos. Poseemos mayores argumentos para cambiar nuestro sistema actual de enseñanza, contamos con una mayor capacidad intelectual que nos permite dar nuestras opiniones y generar debates ante diferentes personalidades con referentes del proceso desarrollado y la academia como tal.

Es así como en el trasegar de nuestros días estamos pensando en el cambio, la transformación y visualizando siempre un futuro prometedor para nuestros estudiantes.

Todos los procesos adquiridos en la formación de Maestría nos han llevado a una práctica pedagógica más amena y agradable, donde nuestros estudiantes han salido de las aulas de clase y han compartido sus experiencias y vivencias con compañeros de otra institución, se han acercado a sus padres a través de las actividades desarrolladas y han logrado involucrar totalmente los saberes adquiridos en las prácticas socioculturales propias de su entorno.

Bibliografía

Abrantes, et al. (2007). *La resolución de problemas en matemáticas.* Caracas: Laboratorio educativo.

Álvarez, A. C. (2008). La etnografía como modelo de investigación en educación. *Gazeta de Antropología*, *24* (1), 1-15. Recuperado de: http://www.gazeta-antropologia.es/?p=2347.

Bachelard, G. (1975). Algunos Obstaculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebráico. *Nocion de Obstaculo: Obstaculo epistemológico y obstaculos didácticos*. Recuperado de: http://revistasuma.es/IMG/pdf/16/091-098.pdf.

Browm, G., y Quinn, R. J. (2006). Algebra Students difficulty with fractions. *Australian Mathematics Teacher*, *62*(4), 28-40. Recuperado de: https://eric.ed.gov/?q=Algebra+Students+difficulty+with+fractions.&id=EJ765838

Bruno, A. (1999). *Estructuras aditivas.* Conferencia. Recuperado de: *www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf*.

Bruno, C. A. (2015). *Estructuras Aditivas.* Universidad de la Laguna Recuperado de: http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf

Butto, C., y Martínez, C. (2012). *Abordaje basado en competencias: La Resolución de problemas aditivos en el básico.* Mexico: Universidad Pedagogica Nacional de Ajusco - Mexico.

Campistrous, P. L. (1998). *Aprende a resolver problemas aritméticos*. Ecured. Recuperado de: http://www.ecured.cu/Resoluci%C3%B3n_de_Problemas_Matem%C3%A1ticos.

Cantoral, R. (2003). Matemática Educativa: una visión de su evolución. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *6*(1), 27–40.

Cantoral, R. (2013). *Teroía Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* Barcelona: Gedisa

Cantoral, R. (2014) Teoría socioepistemológica de la matemática educativa. Recuperado de: https://www.youtube.com/watch?v=aslDmn_JOJ0

Cantoral, R., y Reyes-Gasperin, D. (2003). Socioepistemología y matemáticas: del aula extendida a la Sociedad del conocimiento. "Todo lo que siempre quisiste saber y nunca te animaste a preguntar". En Patricia Lestón. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1573-1583). México D.F: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D., y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, Matemáticas y Realidad *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *7*(3), 91-116.

Chacel, R. (s.f). George Polya: Estrategias para la solución de problemas. Recuperado de: http://ficus.pntic.mec.es/fheb0005/Hojas_varias/Material_de_apoyo/Estrategias%20de%20Polya.pdf

Farfán, R. M., y Cantoral, R. (2016). Socioepistemología y matemáticas. En Patricia Lestón. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp.740-753). México D.F: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/5029/1/CantoralSocioepistemolog%C3%ADaALME2008.pdf

Floriano, E., y Floriano, L.G. (2013) *Competencia Matemática Plantear y resolver problemas.* Universidad de la Amazonía. Florencia, Colombia.

Hernandez Sampieri, R. (2014). *Metodología de la Investigación.* Mexico D.F: McGraw-Hill / Interamericana Editores.

Ifrah, G. (1997). *Historia universal delas cifras*. Madrid: Espasa.

Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación (2016). *Publicación de resultados Saber 3°,5° y 9°* Recuperado de: www2.icfesinteractivo.gov.co/ReportesSaber359/consultaReporteEstablecimiento.jspx/,

Jiménez, J. (2012). *Vestigium (Cuaderno de investigación en lógica computacional).* Recuperado de: http://www.glc.us.es/~jalonso/vestigium/el-metodo-de-polya-para-resolver-problemas/

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares para Matemáticas.* Bogotá: MEN.

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias.* Bogota: MEN.

Näslund-Hadley, E., y Valverde, G. (2010). *La condicion de la educacion en matematicas y ciencias naturales en America Latina y el Caribe*. Banco Interamericano de Desarrollo. Recuperado de: http://www.iadb.org/wmsfiles/products/publications/documents/35547376.pdf

Nicholls, B., y Autuesta, M.C. (2004). *Interacción social y aprendizaje*. Recuperado de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-171104_archivo.pdf.

Obando, G., y Muñera, J. J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Educación y Pedagogía, xv*(35), 185-199.

Obando, G. (1990). *Módulo numérico y sistemas numéricos*. Recuperado de: http://www.matedu.cinvestav.mx/~maestriaedu/docs/asig2/confere1.pdf

Ordoñez, L. (2014). Estructura aditivas en la resolución de problemas aditivos de enunciado verbal. *Revista de Investigación*, *35*(73),

Pineda, J. D. (2013). *Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria*. Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia.

Rico, L., Marín, A., Lupiañez, J., y Gómez, P. (2008). Planificación de las matematicas escolares en secundaria. El caso de los número naturales. *Revista Suma* +(58), 7 - 23.

Santos, M. (septiembre, 2008). La resolución de problemas matemáticos. Avances y perspectivas en la construcción de una agenda de investigación y práctica. En Memorias del Seminario Resolución de Problemas: 30 años después del XII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Recuperado de: https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2748785

Tecnológico de Monterrey. (2010). *Innovación e investigación educativa.* Recuperado de: http://sitios.itesm.mx/va/dide2/tecnicas_didacticas/guia_td.htm

Uriza, R. C. (2013). *Teoria Socioepistemológica de la Matemática Educativa.* Mexico D.F: Gedisa.

Vergnaud, G. (1990). Teoría de los campos conceptuales. *Recherches en Didáctique des Mathématiques 10* (2,3), 133-170.

Anexos

Figura 43.Institución Educativa Barrios Unidos del Sur, Florencia, Caquetá

Figura 44.Institución Educativa Jorge Eliecer Gaitán, Florencia, Caquetá

Figura 45.Ubicación en la ciudad de Florencia de las Instituciones intervenidas en esta investigación

Figura 46.Población y Muestra

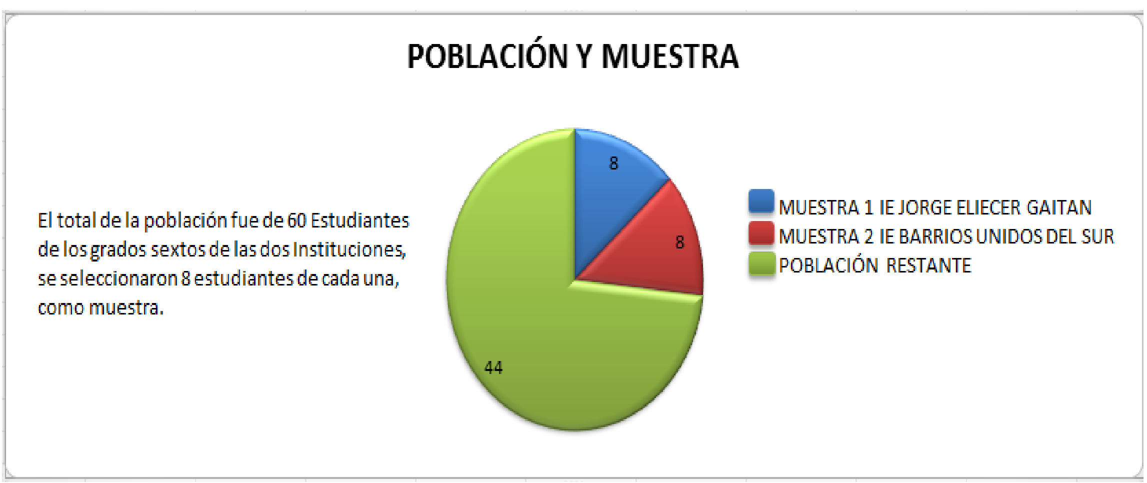


Tabla 4.Resultados de Pruebas Saber ICFES, Barrios Unidos del Sur, 2015

icfes saber 3°, 5°, 7° y 9°

MINEDUCACIÓN

icfes mejor saber

TODOS POR UN NUEVO PAÍS

PAZ EQUIDAD EDUCACIÓN

Establecimiento educativo: BARRIOS UNIDOS DEL SUR

Código DANE: 183001001954

Fecha de actualización de datos: viernes 31 de marzo 2017

Resultados de grado quinto en el área de matemáticas

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. matemáticas - grado quinto

1.1. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, quinto grado

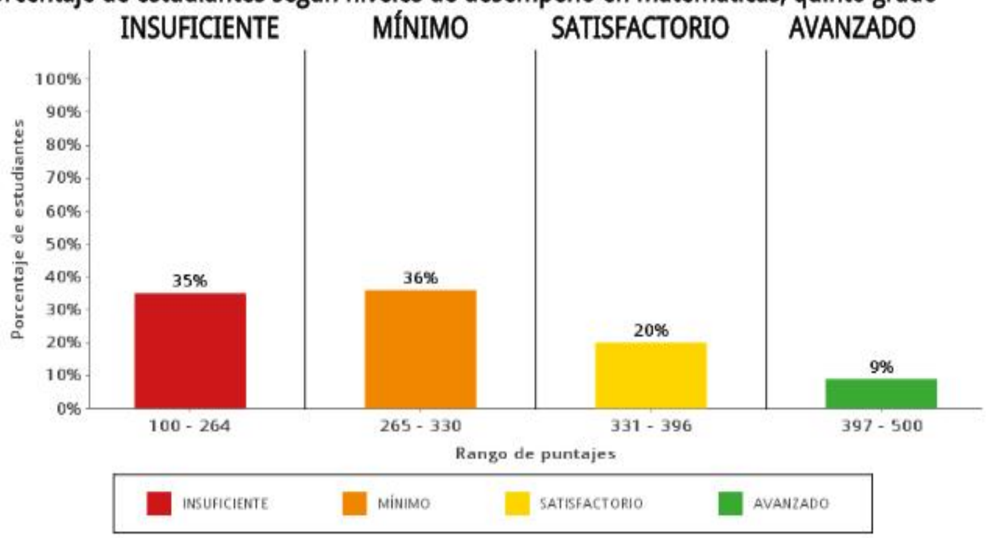


Tabla 5.Resultados de Pruebas Saber ICFES, Jorge Eliecer Gaitán, 2015

icfes saber 3°, 5°, 7° y 9°

MINEDUCACIÓN icfes mejor saber TODOS POR UN NUEVO PAÍS PAZ EQUIDAD EDUCACIÓN

Establecimiento educativo: JORGE ELIECER GAITAN

Código DANE: 183001002217

Fecha de actualización de datos: viernes 31 de marzo 2017

Resultados de grado quinto en el área de matemáticas

1. Porcentaje de estudiantes por niveles de desempeño. matemáticas - grado quinto

1.1. Porcentaje de estudiantes según niveles de desempeño en matemáticas, quinto grado

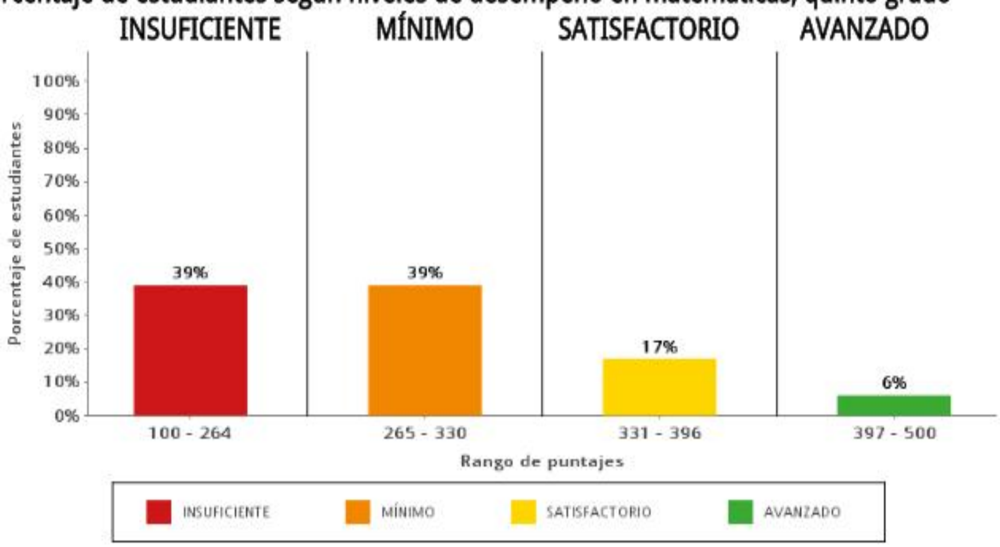
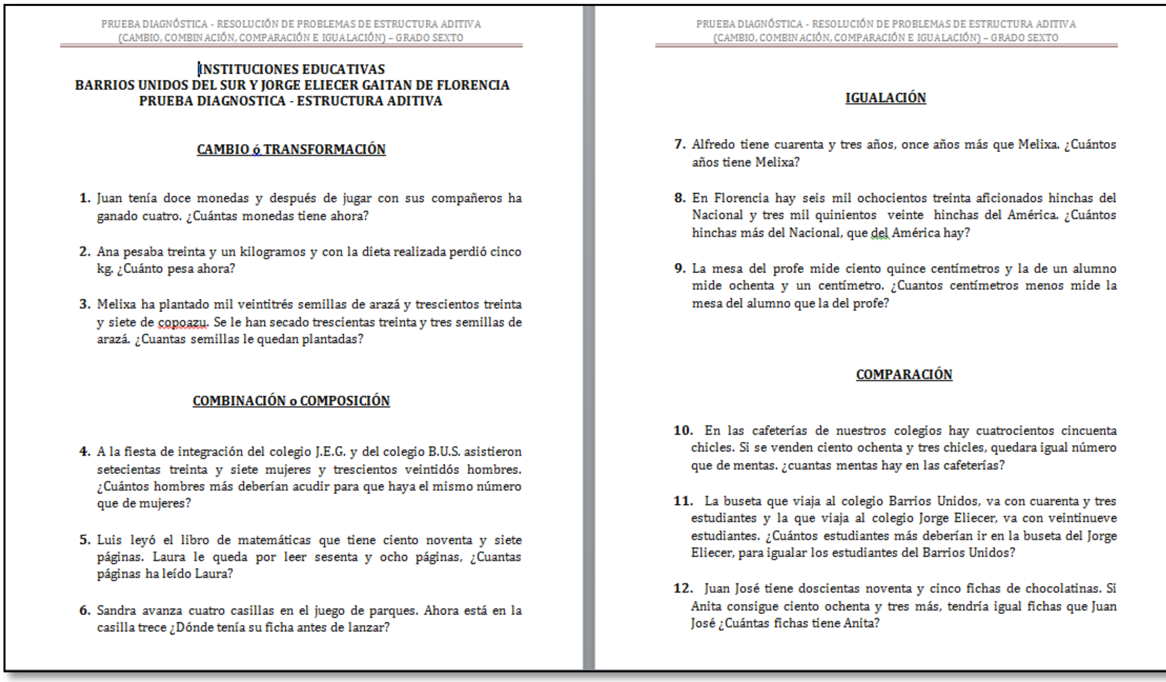


Figura 47.Prueba Diagnóstica Inicial/Final



PRUEBA DIAGNÓSTICA - RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA
(CAMBIO, COMBINACIÓN, COMPARACIÓN E IGUALACIÓN) – GRADO SEXTO

INSTITUCIONES EDUCATIVAS
BARRIOS UNIDOS DEL SUR Y JORGE ELIECER GAITAN DE FLORENCIA
PRUEBA DIAGNOSTICA - ESTRUCTURA ADITIVA

CAMBIO ó TRANSFORMACIÓN

1. Juan tenía doce monedas y después de jugar con sus compañeros ha ganado cuatro. ¿Cuántas monedas tiene ahora?
2. Ana pesaba treinta y un kilogramos y con la dieta realizada perdió cinco kg. ¿Cuánto pesa ahora?
3. Melixa ha plantado mil veintitrés semillas de arazá y trescientos treinta y siete de copoazu. Se le han secado trescientas treinta y tres semillas de arazá. ¿Cuantas semillas le quedan plantadas?

COMBINACIÓN o COMPOSICIÓN

4. A la fiesta de integración del colegio J.E.G. y del colegio B.U.S. asistieron setecientas treinta y siete mujeres y trescientos veintidós hombres. ¿Cuántos hombres más deberían acudir para que haya el mismo número que de mujeres?
5. Luis leyó el libro de matemáticas que tiene ciento noventa y siete páginas. Laura le queda por leer sesenta y ocho páginas, ¿Cuantas páginas ha leído Laura?
6. Sandra avanza cuatro casillas en el juego de parques. Ahora está en la casilla trece ¿Dónde tenía su ficha antes de lanzar?

PRUEBA DIAGNÓSTICA - RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE ESTRUCTURA ADITIVA
(CAMBIO, COMBINACIÓN, COMPARACIÓN E IGUALACIÓN) – GRADO SEXTO

IGUALACIÓN

7. Alfredo tiene cuarenta y tres años, once años más que Melixa. ¿Cuántos años tiene Melixa?
8. En Florencia hay seis mil ochocientos treinta aficionados hinchas del Nacional y tres mil quinientos veinte hinchas del América. ¿Cuántos hinchas más del Nacional, que del América hay?
9. La mesa del profe mide ciento quince centímetros y la de un alumno mide ochenta y un centímetro. ¿Cuantos centímetros menos mide la mesa del alumno que la del profe?

COMPARACIÓN

10. En las cafeterías de nuestros colegios hay cuatrocientos cincuenta chicles. Si se venden ciento ochenta y tres chicles, quedara igual número que de mentas. ¿cuantas mentas hay en las cafeterías?
11. La buseta que viaja al colegio Barrios Unidos, va con cuarenta y tres estudiantes y la que viaja al colegio Jorge Eliecer, va con veintinueve estudiantes. ¿Cuántos estudiantes más deberían ir en la buseta del Jorge Eliecer, para igualar los estudiantes del Barrios Unidos?
12. Juan José tiene doscientas noventa y cinco fichas de chocolatinas. Si Anita consigue ciento ochenta y tres más, tendría igual fichas que Juan José ¿Cuántas fichas tiene Anita?

Figura 48.Certificados de Ponencia en el VII Coloquio Internacional de Educación

Figura 49.Certificado de Ponencia en XVIII Evento Internacional, Matecompu 2016, Matanzas, Cuba