

JUDY CRISTINA REALPE CHAMORRO

ESTUDIO DEL EFECTO DE LA VARIACIÓN TEMPORAL
DE PARÁMETROS DEL ALGORITMO ACELERADOR
REGRESIVO VERSIÓN γ ($AR\gamma$)

Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Maestría en Ingeniería
Área: Electrónica y Telecomunicaciones

Popayán
2009

JUDY CRISTINA REALPE CHAMORRO

ESTUDIO DEL EFECTO DE LA VARIACIÓN TEMPORAL
DE PARÁMETROS DEL ALGORITMO ACELERADOR
REGRESIVO VERSIÓN γ ($AR\gamma$)

Tesis presentada a la Facultad de Ingeniería
Electrónica y Telecomunicaciones de la
Universidad del Cauca para la obtención del
Título de Magíster en Ingeniería

Área:

Electrónica y Telecomunicaciones

Director:

Pablo Emilio Jojúa Gómez

Popayán

2009

*A mis Padres por su amor
y constante apoyo
y por supuesto a Gabriela,
por ser el motor de mi vida.*

Agradecimientos

Agradezco al Ph.D Pablo Emilio Jojoa, quien dirigió este trabajo y a través de su constante acompañamiento y paciencia, me permitió alcanzar las metas propuestas; igualmente a mis compañeros del Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control, por su apoyo.

Resumen

El uso de técnicas de variación del parámetro de ajuste o convergencia, utilizadas en el desarrollo de algunos algoritmos adaptativos han mejorado considerablemente su desempeño en ambientes tanto estacionarios como no estacionarios. En este trabajo se analiza el comportamiento del Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ ($AR\gamma$), cuando uno de sus parámetros de ajuste varía continuamente con el tiempo. Para realizar la validación del desempeño de este nuevo algoritmo denominado $AR\gamma V$ (*Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ Variable*), se emplearon las técnicas de variación de parámetros basadas en el error, mediante simulaciones en dos tipos de escenarios: Un Sistema de Identificación constituido por un filtro FIR con coeficientes fijos o constantes y un Sistema de Identificación modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de Primer Orden.

Palabras Clave: Algoritmos adaptativos, parámetros de ajuste variables en el tiempo, algoritmo $AR\gamma$ y algoritmo $AR\gamma V$.

Contenido

	Pág.
Lista de Figuras	xv
Lista de Tablas	xix
Capítulo 1. Introducción	1
Capítulo 2. Algoritmos Adaptativos y Métodos de Variación de Parámetros	3
2.1 Sistemas adaptativos	4
2.1.1 Filtros adaptativos	5
2.1.2 Aplicaciones de los filtros adaptativos	6
2.2 Algoritmos adaptativos	7
2.2.1 Algoritmo LMS	8
2.2.2 Algoritmo NLMS	9
2.2.3 Algoritmo AR_{γ}	10
2.3 Variación Temporal de Parámetros de Ajuste en Algoritmos Adaptativos	14
2.3.1 Paso de Adaptación Continuamente Decreciente	15
2.3.2 Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error	15
2.3.3 Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado	16
Capítulo 3. Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el algoritmo AR_{γ}	19
3.1 Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en el Algoritmo AR_{γ}	19

3.2	Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en el Algoritmo AR_{γ}	21
3.3	Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en el Algoritmo AR_{γ}	22
Capítulo 4. Validación Mediante Simulación de los Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el Algoritmo AR_{γ}		25
4.1	Validación Mediante Simulación de los Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el Algoritmo AR_{γ} en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR	26
4.1.1	Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en el Algoritmo AR_{γ}	26
4.1.2	Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en el Algoritmo AR_{γ}	31
4.1.3	Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en el Algoritmo AR_{γ}	39
4.2	Validación Mediante Simulación de los Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el Algoritmo AR_{γ} en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden	50
4.2.1	Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en el Algoritmo AR_{γ}	51
4.2.2	Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en el Algoritmo AR_{γ}	56
4.2.3	Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en el Algoritmo AR_{γ}	59
Capítulo 5. Comparación de los Métodos Utilizados en la Variación de un Parámetro de Ajuste en el Algoritmo AR_{γ}		63
5.1	Comparación de los Métodos de Variación Temporal de un Parámetro de Ajuste en el Algoritmo $AR_{\gamma}V$ en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR	64
5.2	Comparación de los Métodos de Variación Temporal de un Parámetro de Ajuste en el Algoritmo $AR_{\gamma}V$ en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden	68
Capítulo 6. Conclusiones y Trabajos Futuros		75
6.1	Conclusiones	75

6.2	Trabajos Futuros	77
Apéndice A. Comparación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Respecto a los Algoritmos LMS y NLMS		
A.1	Validación Mediante Simulación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Relación al Desempeño de los Algoritmos LMS y NLMS en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR	80
A.2	Validación Mediante Simulación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Relación al Desempeño de los Algoritmos LMS y NLMS en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden	83
Apéndice B. Comparación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Parámetro de Ajuste Variable con los Algoritmos LMS y NLMS con μ Variable en el Tiempo		
B.1	Validación en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR	87
B.1.1	Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente	88
B.1.2	Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error	92
B.1.3	Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado	96
B.2	Validación en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden	100
B.2.1	Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.	101
B.2.2	Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov	104

B.2.3 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov 107

Anexo A. Modelo de Markov Para un Sistema de Identificación de Primer Orden 111

Lista de Figuras

	Pág.
2.1 Arquitectura de un Sistema Adaptativo.	3
2.2 Elementos de un Filtro Adaptativo.	5
2.3 Aplicaciones de los Filtros Adaptativos: a) Identificación de Sistemas. b) Inversión de Sistemas. c) Predicción de Señales. d) Eliminación de Interferencias.	6
2.4 Identificación de un Sistema.	8
4.1 Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGVm1). Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.	27
4.2 MSE calculado con los algoritmos AR_γ , $R_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.	28
4.3 Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGalf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGm1). Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.	30
4.4 MSE calculado con los algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decre- ciente.	31
4.5 Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGalf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGm1): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	33
4.6 MSE calculado con los algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	33

4.7	Variación de los parámetros del algoritmo $AR_{\gamma}V$ cuando sus valores iniciales cumplen con el criterio de mínimo error ($\alpha_{\gamma}m_1 \approx H$): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	34
4.8	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_{γ} (ARG), $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGgam), $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGalf) y $AR_{\gamma}V_{m_1}$ (ARGm1): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	36
4.9	MSE calculado con los algoritmos AR_{γ} , $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $AR_{\gamma\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	37
4.10	Variación de los parámetros del algoritmo $AR_{\gamma}V$: a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	37
4.11	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_{γ} (ARG), $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGgam), $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGalf) y $AR_{\gamma}V_{m_1}$ (ARGm1): a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	41
4.12	MSE calculado con los algoritmos AR_{γ} , $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado. . .	42
4.13	Variación de los parámetros del algoritmo $AR_{\gamma}V$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	43
4.14	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_{γ} (ARG), $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGvgam), $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGvalf) y $AR_{\gamma}V_{m_1}$ (ARGvm1): a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado. . .	46
4.15	MSE con los algoritmos AR_{γ} , $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado. . .	47
4.16	Variación de los parámetros del algoritmo $AR_{\gamma}V$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	48

4.17 Modelo del Proceso de Markov y Sistema de Identificación.	50
4.18 Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGVm1): a) Escenario 1. b) Escenario 2. c) Escenario 3. b) Escenario 4. Con Paso de Adaptación Continuosamente Decreciente.	54
4.19 Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGVm1): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. c) Con $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 10$. Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	57
4.20 Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGVm1): a) Con $\beta = 0.45$ y $\delta = 10$. b) Con $\beta = 0.45$ y $\delta = 20$. c) Con $\beta = 0.75$ y $\delta = 20$. b) Con $\beta = 0.75$ y $\delta = 20$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	61
5.1 Curvas de coeficientes obtenidos en un Sistema de Identificación de un filtro FIR con los Algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma VD$ (ARGVDgam, ARGVDalf y ARGVDM1), $AR_\gamma VEC$ (ARGVECGam, ARGVECalf y ARGVECM1) y $AR_\gamma VCE$ (ARGVCEgam, ARGVCEalf y ARGVECEM1)	66
5.2 Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con α Variante y $AR_\gamma VCE$ con α Variante: a) Intervalo $N_i = 1$ y $N_f = L$. b) Intervalo $N_i = 450$ y $N_f = 800$	70
5.3 Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con γ Variante y $AR_\gamma VCE$ con γ Variante: a) Intervalo $N_i = 1$ y $N_f = L$. b) Intervalo $N_i = 450$ y $N_f = 800$	71
5.4 Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ y $AR_\gamma VCE$ con m_1 Variante: a) Intervalo $N_i = 1$ y $N_f = L$. b) Intervalo $N_i = 450$ y $N_f = 800$	72
A.1 Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ (ARG) en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR: a) En una escala de 1 a L muestras (L=3000). b) En una escala de 1 a 800 muestras.	81
A.2 MSE calculado con los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ (ARG).	81
A.3 Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), LMS y NLMS en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden	84

B.1	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con Paso de Adaptación Continuatamente Decreciente: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).	89
B.2	MSE obtenido con los algoritmos LMSV, NLMSV y $AR_{\gamma}V$. Con Paso de Adaptación Continuatamente Decreciente.	90
B.3	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).	93
B.4	MSE obtenido con los algoritmos LMSV, NLMSV y $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	94
B.5	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).	97
B.6	MSE obtenido con los algoritmos LMSV, NLMSV y $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	98
B.7	Sistemas obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con Paso de Adaptación Continuatamente Decreciente: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).	103
B.8	Sistemas obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).	106
B.9	Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$. b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$. c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$.	109
A.1	Modelo del Proceso de Markov y Sistema de Identificación.	111

Lista de Tablas

	Pág.
2.1 Valores de H para diferentes condiciones de m_1 , α y γ	13
4.1 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente. . .	29
4.2 Valor Promedio del MSE para el Algoritmo AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$. . .	30
4.3 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	35
4.4 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	35
4.5 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	38
4.6 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	38
4.7 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste λ , δ y β . Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	44
4.8 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste λ , δ y β . Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	49
4.9 Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.	55

4.10	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetros de ajuste λ y δ . Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	58
4.11	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y los nuevos parámetro de ajuste λ , δ y β . Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado. . .	62
5.1	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VD$, $AR_\gamma VEC$ y $AR_\gamma VCE$	67
5.2	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con α Variante y $AR_\gamma VCE$ con α Variante	70
5.3	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con γ Variante y $AR_\gamma VCE$ con γ variante	72
5.4	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ y $AR_\gamma VCE$ con m_1 variante	72
A.1	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos LMS, NLMS y AR_γ en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR.	82
A.2	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos LMS, NLMS y AR_γ en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden.	84
B.1	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con Paso de Adaptación Continuatamente Decreciente.	91
B.2	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.	96
B.3	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.	100
B.4	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Paso de Adaptación Continuatamente Decreciente en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov. . .	102
B.5	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.	105

B.6	Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR\gamma V_{\alpha}$, $AR\gamma V_{\gamma}$ y $AR\gamma V_{m1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.	108
-----	--	-----

Lista de Abreviaturas

AR_γ : *Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ*

$AR_\gamma V$: *Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ con Parámetro de Ajuste Variable*

$AR_\gamma V_\alpha$: *Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ con α como Parámetro de Ajuste Variable*

$AR_\gamma V_\gamma$: *Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ con γ como Parámetro de Ajuste Variable*

$AR_\gamma V_{m_1}$: *Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ con m_1 como Parámetro de Ajuste Variable*

$AR_\gamma VCE$: *Algoritmo $AR_\gamma V$ implementado con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado*

$AR_\gamma VD$: *Algoritmo $AR_\gamma V$ implementado con el Método del Tamaño del Paso Continuamente Decreciente*

$AR_\gamma VEC$: *Algoritmo $AR_\gamma V$ implementado con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error*

E_{AR_γ} : *Valor Promedio del Error Cuadrático Medio en el Algoritmo AR_γ*

$E_{ARV\alpha}$: *Valor Promedio del Error Cuadrático Medio en el Algoritmo $AR_{\gamma}V_{\alpha}$*

$E_{ARV\gamma}$: *Valor Promedio del Error Cuadrático Medio en el Algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$*

E_{ARVM1} : *Valor Promedio del Error Cuadrático Medio en el Algoritmo $AR_{\gamma}V_{m_1}$*

E_{PX} : *Valor Promedio del Error Cuadrático Medio*

DLMS: *(Decreasing Least Mean Squared), Algoritmo de Minimos Cuadrados Decreciente*

DNLMS: *(Decreasing Normalized Least Mean Squared), Algoritmo de Minimos Cuadrados Normalizado Decreciente*

FIR : *Filtro de Respuesta Finita al Impulso*

IIR: *Filtro de Respuesta Infinita al Impulso*

LMS: *(Least Mean Squared), Algoritmo de Minimos Cuadrados*

MSE: *(Mean Squared Error), Error Cuadrático Medio*

NLMS : *(Normalized Least Mean Squared), Algoritmo de Minimos Cuadrados Normalizado*

RLS : *(Request Least Square), Algoritmo de Minimos Cuadrado Recursivo*

Capítulo 1

Introducción

Los sistemas adaptativos son aquellos sistemas que tienen la capacidad de adecuarse a los cambios producidos en su entorno o ambiente. Estos sistemas se utilizan en aplicaciones como: canceladores de interferencias, ecualizadores e identificadores de sistemas, entre otros (Hayquin, 1996). Varios algoritmos se han desarrollado para implementar estas aplicaciones, entre ellos el LMS (*Least Mean Squared*) y el NLMS (*Normalized Least Mean Squared*), que dependen de un parámetro de ajuste fijo y permiten obtener una respuesta adecuada por su buen desempeño y bajo costo computacional, y el Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ ($AR\gamma$) (Jojoa, 2003), que para su ejecución a diferencia de los algoritmos LMS y NLMS, depende de tres parámetros de ajuste (α , γ y \mathbf{M}_1). Estos algoritmos y algunos encontrados en la literatura, como el RLS (*Request Least Square*), se ajustan con parámetros fijos por lo que las condiciones para cualquier señal de entrada no varían, lo que puede generar inestabilidades y/o baja rapidez de convergencia (Hayquin, 1996).

Con el fin de mejorar el desempeño de los algoritmos LMS y NLMS se han implementado algunas técnicas mediante la variación temporal de su parámetro de ajuste o paso de adaptación, para obtener un mejor resultado en ambientes variables, en donde el paso de adaptación puede ser inicialmente grande para incrementar la velocidad de convergencia y posteriormente pequeño para minimizar el error de medida final de los coeficientes (Aboulnasr y Mayyas, 1997).

En este trabajo se presenta el estudio del efecto de tener un parámetro de ajuste variable en el tiempo en el algoritmo AR_γ , haciendo uso de las técnicas de variación del parámetro de ajuste implementadas sobre los algoritmos LMS y NLMS.

Contribución Original

La mayoría de los estudios realizados sobre algoritmos adaptativos se han centrado en el análisis y comportamiento de los algoritmos tipo gradiente (LMS y NLMS) y de mínimos cuadrados (RLS) con el fin de optimizar su desempeño en diversos tipos de aplicaciones. Debido a que el algoritmo AR_γ es un algoritmo propuesto recientemente (Jojoa, 2003) y no ha sido ampliamente divulgado y utilizado; la propuesta que realiza este trabajo es la de optimizar el desempeño de este algoritmo, variando uno de sus tres parámetros de ajuste a la vez para incrementar su velocidad de convergencia y minimizar el error de medida final de los coeficientes en ambientes que así lo requieran.

Estructura de la Tesis

En el capítulo 2 se presentan conceptos generales sobre los algoritmos adaptativos tipo gradiente y el algoritmo AR_γ , así como los métodos de variación del parámetro de ajuste implementados en los algoritmos LMS y NLMS. En el Capítulo 3 se exponen las versiones obtenidas del algoritmo AR_γ cuando uno de sus parámetros se torna variable en el tiempo de acuerdo a los métodos de variación de parámetros expuestos en el Capítulo 2. En el Capítulo 4 se evalúan mediante simulación los métodos de variación temporal de parámetros en el algoritmo AR_γ en dos tipos de escenarios: Un Sistema de Identificación constituido por un filtro FIR con coeficientes fijos o constantes y un Sistema de Identificación modelado por un filtro transversal que sigue proceso de Markov de Primer Orden. En el Capítulo 5 se realiza la comparación de los algoritmos AR_γ obtenidos con la implementación de cada uno de los métodos de variación de parámetros. En el Capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo realizado, las contribuciones originales y se mencionan algunos proyectos futuros que pueden ser desarrollados como contribución a los logros obtenidos por este trabajo.

Capítulo 2

Algoritmos Adaptativos y Métodos de Variación de Parámetros

En la mayor parte de escenarios en los que se requiere realizar tratamiento de señales, aún los mejores diseños dan lugar a una degradación de las características de las mismas cuando las condiciones del escenario cambian con el tiempo. Es por esta razón que evitar dicha degradación mediante sistemas capaces de adecuarse a un ambiente variable, se constituye en un aspecto importante en el momento de realizar un diseño. De este modo, cuando un sistema de tratamiento de señales es capaz de adaptarse automáticamente al entorno de la señal, se dice que este es adaptativo. La arquitectura genérica de un sistema adaptativo se indica en la Figura 2.1 y está compuesta de una etapa de proceso (habitualmente un sistema lineal) al que se le superpone una estructura de aprendizaje, la cual observa las condiciones

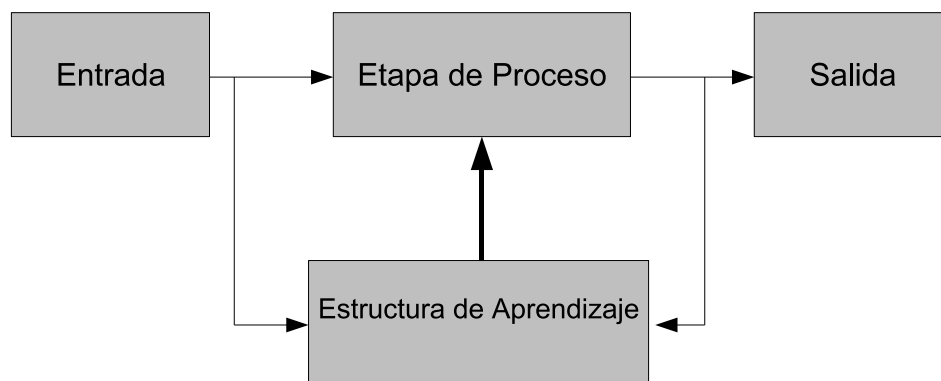


Figura 2.1. Arquitectura de un Sistema Adaptativo.

e introduce las modificaciones pertinentes en la etapa de proceso (Bonzingo y Miller, 1980).

2.1 Sistemas adaptativos

Un sistema adaptativo es aquel sistema cuya estructura es alterable o ajustable, de tal forma que su comportamiento o desempeño mejore de acuerdo con algún criterio deseado, a través de la exposición a un ambiente en el cual está inmerso (Manolakis, 2000).

Los sistemas adaptativos surgen de la imitación de procesos naturales, como por ejemplo múltiples funciones presentes en nuestro propio organismo, o simplemente observando la evolución del hombre y los seres vivos, y la capacidad de estos de adaptarse a su entorno o medio ambiente. Las características de los sistemas adaptativos son (Widrow y Stearns, 1985):

- Adaptación automática en ambientes y sistemas que varían con el tiempo.
- Pueden ser entrenados para desempeñar tareas específicas tales como filtraje o toma de decisiones.
- Se pueden adaptar de acuerdo a cambios del mismo sistema.
- En general son más complejos y difíciles de analizar que aquellos sistemas que no poseen la capacidad de adaptarse a su entorno, pero ofrecen la posibilidad de presentar un desempeño mejor cuando las características de las señales de entrada son desconocidas o variantes con el tiempo.

No es necesario implementar sistemas adaptativos en ambientes en los cuales todas las condiciones en las que el sistema opera son conocidas, ya que solo se requiere especificar un criterio de desempeño determinado para cada una de ellas y esperar así el mejor resultado. En contraste con esto, en la mayoría de los problemas extraídos de la realidad, las condiciones de entrada no son totalmente conocidas y pueden cambiar o mutar con el tiempo. En estas circunstancias un sistema adaptativo puede adecuarse continuamente y lograr así un mejor desempeño (Widrow y Stearns, 1985).

Enmarcando los sistemas adaptativos en el contexto del filtraje adaptativo, existen varias aplicaciones prácticas que muy difícilmente pueden ser resueltas utilizando filtros digitales fijos, porque no se cuenta con la información suficiente para diseñar dichos sistemas debido a las características cambiantes de las señales o ambientes .

2.1.1 Filtros adaptativos

Los filtros adaptativos son estructuras ajustables que tienen la capacidad de cambiar su respuesta automáticamente para mejorar su desempeño. Consisten básicamente de tres módulos fundamentales, los cuales se ilustran en la Figura 2.2 (Manolakis, 2000).

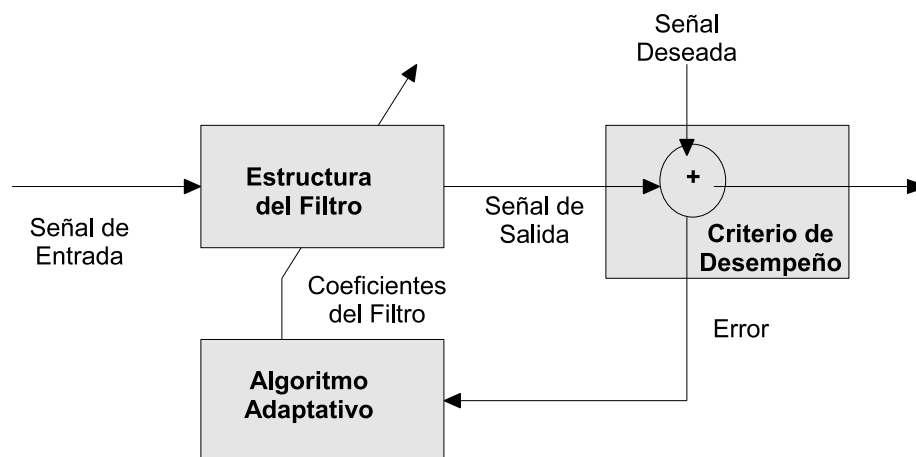


Figura 2.2. Elementos de un Filtro Adaptativo.

- **Estructura del filtro.** Este módulo realiza el proceso de filtrado de la señal de entrada según los coeficientes entregados por el algoritmo de adaptación. La estructura del filtro es definida por el diseñador, la cual puede ser del tipo FIR (Filtro de Respuesta Finita al Impulso) o del tipo IIR (Filtro de Respuesta Infinita al Impulso), y sus parámetros son ajustados por el algoritmo adaptativo.
- **Criterio de desempeño.** La señal de salida del filtro y la señal de respuesta deseada son procesadas por este módulo para evaluar su calidad respecto a los requerimientos de una aplicación en particular.

- **Algoritmo adaptativo.** El algoritmo de adaptación usa el valor del criterio de desempeño o alguna función de él, la señal de entrada y la respuesta deseada para decidir cómo se deben modificar los parámetros del filtro y mejorar su desempeño.

2.1.2 Aplicaciones de los filtros adaptativos

Las aplicaciones de los filtros adaptativos se pueden clasificar en cuatro clases: identificación de sistemas, inversión de sistemas, predicción de señales y eliminación de interferencias (Hayquin, 1996) (Mulgrew y Cowan, 1988).

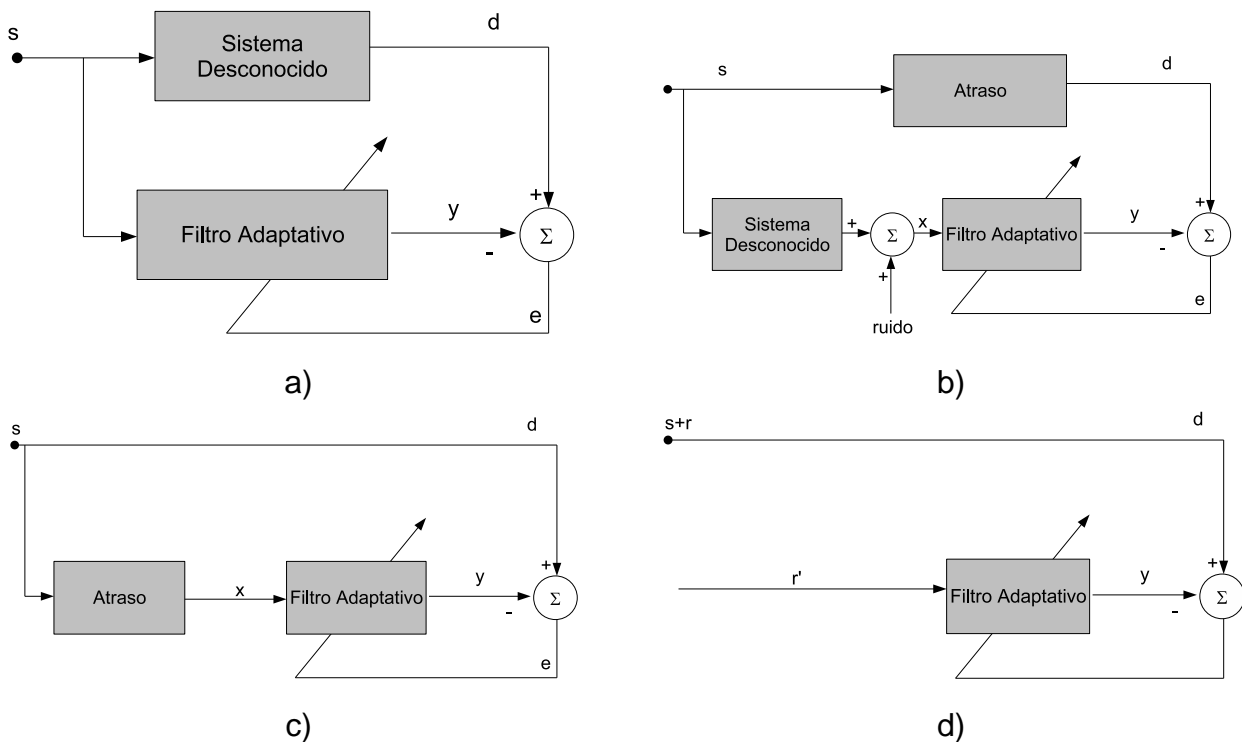


Figura 2.3. Aplicaciones de los Filtros Adaptativos: a) Identificación de Sistemas. b) Inversión de Sistemas. c) Predicción de Señales. d) Eliminación de Interferencias.

- **Identificación de sistemas.** En el sistema esquematizado en la Figura 2.3.a, la señal de entrada s se introduce simultáneamente al filtro adaptativo y al sistema desconocido, el cual genera la señal d . La diferencia entre la señal d o deseada y la señal y obtenida a través del filtro produce un error e , que

al ser considerado por el sistema de aprendizaje del algoritmo adaptativo que gobierna el filtro, modifica los coeficientes de éste de manera que produzca una señal y que minimiza el error. Cuando se obtiene el mínimo error, se puede afirmar que el filtro adaptativo realiza la misma tarea que la estructura desconocida y por lo tanto el sistema se ha identificado.

- **Inversión de sistemas.** Esta clase de aplicación esquematizada en la Figura 2.3.b, se conoce comúnmente como modelación inversa de sistemas. En este caso el filtro adaptativo intenta recuperar mediante la minimización del error e , la señal s que fue alterada por un sistema desconocido y ruido aditivo.
- **Predicción de señales.** En esta aplicación, el filtro adaptativo en el esquema de la Figura 2.3.c, tiene como función realizar un seguimiento de la señal de entrada s con el fin de minimizar al máximo el error de salida e , de manera que a partir de datos anteriores obtenidos en la señal x , se prediga la señal de deseada d .
- **Eliminación de interferencias.** En el sistema de la Figura 2.3.d, el filtro adaptativo elimina las interferencias comparando la señal de entrada con una señal base. En este caso, la señal de entrada s está contaminada con ruido aditivo r , generando a la señal deseada d , la señal r' es una aproximación del ruido aditivo r . El objetivo del filtro adaptativo es el de producir una señal y a partir de r' , de manera que el error e sea prácticamente igual a s , eliminando el ruido aditivo.

2.2 Algoritmos adaptativos

El eje central de los filtros adaptativos son los algoritmos adaptativos, puesto que de ellos depende la convergencia de los coeficientes de dichos filtros, para lograr objetivos o aplicaciones específicas. A continuación se presentan los algoritmos LMS, NLMS y el AR_γ , los dos primeros, porque debido a su buen desempeño y baja complejidad se constituyen en un referente para realizar el estudio del comportamiento del algoritmo AR_γ con parámetros de ajuste variables en el tiempo.

2.2.1 Algoritmo LMS

El algoritmo LMS o algoritmo de gradiente estocástico es ampliamente usado por su simplicidad. Este algoritmo realiza el ajuste automático de los coeficientes del filtro, de acuerdo con la estimación del error, basado en el gradiente del error con respecto a la variación de los coeficientes del filtro (primera derivada) (Hayquin, 1996). Para ilustrar el comportamiento de este algoritmo se ha tomado una aplicación clásica del filtraje adaptativo, que consiste en la identificación de un sistema, la cual está esquematizada en la Figura 2.4, en donde a través del algoritmo adaptativo se busca determinar el modelo que rige el comportamiento de un sistema desconocido. Para

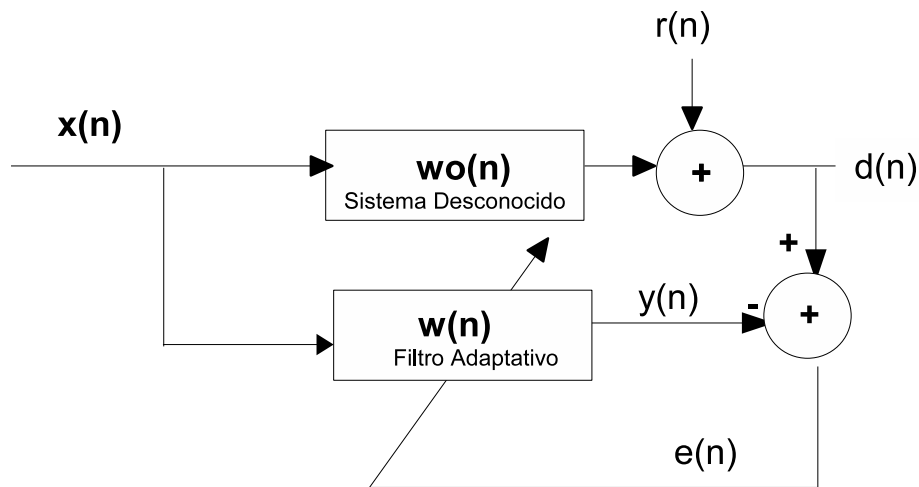


Figura 2.4. Identificación de un Sistema.

tal propósito, una señal de entrada $\mathbf{x}[n]$ se introduce simultáneamente a un sistema desconocido, el cual genera una señal deseada $d[n]$ y al filtro adaptativo cuya función es realizar una combinación lineal entre $\mathbf{x}[n]$ y un conjunto de pesos denominados coeficientes del filtro adaptativo $\mathbf{w}[n]$, generando así una señal de salida $y[n]$. Por medio de un proceso de adaptación, el filtro realiza el ajuste automático de los coeficientes, teniendo como base la señal de error $e[n]$ que es obtenida a través de la comparación de la señal de salida $y[n]$ con la señal de salida deseada $d[n]$. Con el objetivo de obtener un error $e[n]$ mínimo, el algoritmo LMS procura minimizar la función $J(\mathbf{w}[n]) = (1/2)MSE$, denominada función de costo, la cual depende de la estimación del error por medio del cálculo del Error Cuadrático Medio (MSE con $MSE = E[|e[n]|^2]$), ajustando sucesivamente los coeficientes del filtro en la

dirección opuesta al vector gradiente $\nabla J(\mathbf{w}[n])$.

Las ecuaciones que describen este algoritmo son:

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{w}^T[n] \mathbf{x}[n], \quad (2.1)$$

$$d[n] = \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}_0 + r[n], \quad (2.2)$$

$$e[n] = d[n] - \mathbf{w}^T[n] \mathbf{x}[n], \quad (2.3)$$

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \mu \mathbf{x}[n] e[n], \quad (2.4)$$

donde:

$\mathbf{x}[n]$: Vector de la señal de entrada.

$\mathbf{w}[n]$: Vector de coeficientes del filtro adaptativo.

$\mathbf{w}_0[n]$: Vector de coeficientes óptimos del filtro (Sistema Desconocido).

$r[n]$: Escalar que corresponde a ruido de medida.

$d[n]$: Escalar que corresponde a la señal deseada en el instante n .

$e[n]$: Escalar que corresponde al error de medida en el instante n .

μ : Parámetro de ajuste fijo.

El criterio de convergencia del algoritmo establece la siguiente condición para los valores de μ :

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}, \quad (2.5)$$

donde λ_{max} es el mayor de los autovalores de la matriz de autocorrelación de la señal de entrada $\mathbf{x}[n]$ (Hayquin, 1996).

2.2.2 Algoritmo NLMS

Con el fin de amortiguar las amplias variaciones de la señal de entrada, surge el algoritmo NLMS, que es una versión normalizada del algoritmo LMS (Hayquin, 1996). La actualización de los coeficientes para este algoritmo está dada por la expresión:

$$\mathbf{w}[n+1] = \mathbf{w}[n] + \frac{\hat{\mu}}{\epsilon + \|\mathbf{x}[n]\|^2} \mathbf{x}[n] e[n], \quad (2.6)$$

con $\epsilon > 0$ y como criterio de convergencia, $\hat{\mu}$ debe satisfacer la siguiente condición:

$$0 < \hat{\mu} < 2. \quad (2.7)$$

2.2.3 Algoritmo AR_γ

Algoritmo Acelerador de Tiempo Continuo

En 1998 fue propuesto por F Pait (Pait, 1998), el algoritmo de tiempo continuo que ajusta la segunda derivada (aceleración) del error con respecto a los coeficientes del algoritmo, llamado algoritmo acelerador cuya principal característica es que adquiere un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y la variación del error de estimación. Las ecuaciones que describen este algoritmo son:

$$\dot{\mathbf{w}} = -\mathbf{M}\mathbf{x}(t)e(t) = \mathbf{q}(t), \quad (2.8)$$

$$\dot{\mathbf{q}}(t) = -\mathbf{M}_1(\mathbf{x}(t)e(t) + 2(\mathbf{M}_2 + \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)\mathbf{M}_2\mathbf{M}_3)\mathbf{q}(t)), \quad (2.9)$$

$$e(t) = \mathbf{x}^T\mathbf{w}(t) - d(t), \quad (2.10)$$

donde: $\mathbf{w}(t)$ es el vector de coeficientes del filtro adaptativo, $\mathbf{x}(t)$ corresponde a la señal de entrada, $e(t)$ el error de estimación, $d(t)$ la señal deseada, $\mathbf{q}(t)$ la velocidad de adaptación de los coeficientes del filtro y $\dot{\mathbf{q}}(t)$ la aceleración de adaptación de los coeficientes del filtro. Las matrices \mathbf{M} , \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 y \mathbf{M}_3 son M -dimensionales, simétricas y definidas positivas (M es la dimensión del vector de la señal de entrada).

De acuerdo con el criterio de estabilidad de Lyapunov este sistema es estable cuando las matrices \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 y \mathbf{M}_3 satisfacen las siguientes condiciones (Jojoa, 1999):

$$4\mathbf{M}_1\mathbf{M}_3\mathbf{M}_1\mathbf{M}_2 > \mathbf{I}_M \quad (2.11)$$

donde \mathbf{I}_M es la Matriz Identidad de dimensión M y

$$\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1\mathbf{M}_3 + \mathbf{M}_1\mathbf{M}_3\mathbf{M}_2 > \frac{\mathbf{M}_1^{-1}}{2} \mathbf{1} \quad (2.12)$$

Este algoritmo presenta un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y la variación del error de estimación, en relación a los algoritmos de gradiente estocástico. (Pait, 1998).

¹Desigualdad de Matrices: Dada la matriz $A = |a_{ij}|_{m \times n}$ y $B = |b_{ij}|_{m \times n}$, se define que $A < B$ si y solo si $a_{ij} < b_{ij}$ para todo $i, i = 1, \dots, m$ y para todo $j, j = 1, \dots, n$

Algoritmo Acelerador de Tiempo Discreto

En 1999 se realizó la discretización del algoritmo acelerador, generando tres versiones del algoritmo en tiempo discreto (Jojoa, 1999). Estas versiones fueron obtenidas utilizando los métodos de discretización de Euler y la transformación bilineal. Los resultados obtenidos con los métodos de discretización de Euler arrojaron buenos resultados con respecto a desempeño y complejidad computacional. Los algoritmos generados se presentan a continuación.

- **Algoritmo Acelerador Progresivo Convencional Matricial (APCM).** Este algoritmo fue obtenido con el método de Euler progresivo y es descrito por las siguientes ecuaciones:

$$e[n] = \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n], \quad (2.13)$$

$$\mathbf{G}[n] = \mathbf{I}_M - \alpha^2 \mathbf{M}_1 \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^T[n] + 2\alpha \mathbf{M}_1 (\mathbf{M}_2 + \mathbf{x}[n] \mathbf{x}^T[n] \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_3), \quad (2.14)$$

$$\mathbf{q}[n] = (\mathbf{G}[n])^{-1} (\mathbf{q}[n-1] - \alpha \mathbf{M}_1 \mathbf{x}[n] e[n]), \quad (2.15)$$

$$\mathbf{w}[n] = \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n], \quad (2.16)$$

donde los términos $e[n]$ y $\mathbf{w}[n]$ corresponden al error de medida y al vector de coeficientes del filtro; $\mathbf{G}[n]$ y $\mathbf{q}[n]$ son vectores auxiliares.

- **Algoritmo Acelerador Regresivo Convencional Matricial (ARCM).** Este algoritmo fue obtenido con el método de Euler regresivo y las ecuaciones que lo describen son las siguientes:

$$e[n] = \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n], \quad (2.17)$$

$$\mathbf{A} = (\mathbf{I}_M + 2\alpha \mathbf{M}_1 \mathbf{M}_2)^{-1}, \quad (2.18)$$

$$\mathbf{B} = \alpha (\alpha \mathbf{I}_M + 2\mathbf{M}_1 \mathbf{M}_3) \mathbf{A} \mathbf{M}_1, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{C}[n] = \frac{\alpha e[n] + \mathbf{x}^T[n] \mathbf{B} \mathbf{M}_1^{-1} \mathbf{q}[n]}{1 + \mathbf{x}^T[n] \mathbf{B} \mathbf{x}[n]} \mathbf{M}_1, \quad (2.20)$$

$$\mathbf{q}[n] = \mathbf{A} (\mathbf{q}[n-1] - \mathbf{C}[n] \mathbf{x}[n]), \quad (2.21)$$

$$\mathbf{w}[n] = \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n], \quad (2.22)$$

nuevamente los términos $e[n]$ y $\mathbf{w}[n]$ corresponden al error de medida y al vector de coeficientes del filtro; \mathbf{I}_M es la matriz identidad y \mathbf{A} , \mathbf{B} y $\mathbf{C}[n]$ son vectores auxiliares.

El análisis realizado por P E Jojoa (Jojoa, 1999) de las versiones del algoritmo en tiempo discreto obtenidas, arrojó como resultado, que el algoritmo **APCM** presenta una baja complejidad computacional, en contraste con el buen desempeño del algoritmo **ARCM**. Además por medio del estudio de estabilidad realizado (Jojoa, 1999) se demostró que el algoritmo **ARCM** es estable.

- **Algoritmo Acelerador Regresivo Versión γ ($AR\gamma$).**

En la búsqueda de disminuir la complejidad computacional del algoritmo ARCM, P E Jojoa (Jojoa, 2003) obtuvo el algoritmo $AR\gamma$, el cual es una versión simplificada del algoritmo **ARCM**, cuya principal característica es la disminución del número de parámetros de ajuste de cuatro (α , $\mathbf{M}_1 = m_1 \mathbf{I}_M$, $\mathbf{M}_2 = m_2 \mathbf{I}_M$ y $\mathbf{M}_3 = m_3 \mathbf{I}_M$) a tres, denominados: α , γ y m_1 , por medio de los cuales se logra una buena velocidad de convergencia y paralelamente una considerable reducción del error de medida final (Gerken, et al., 2000).

Las ecuaciones que describen el algoritmo $AR\gamma$ son:

$$e[n] = \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n], \quad (2.23)$$

$$g[n] = \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{M}_1 \mathbf{x}[n]}, \quad (2.24)$$

$$\mathbf{q}[n] = \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] \mathbf{M}_1 \mathbf{x}[n]], \quad (2.25)$$

$$\mathbf{w}[n] = \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n], \quad (2.26)$$

$d[n]$ corresponde a la señal deseada obtenida de la siguiente forma:

$$d[n] = \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}_0 + r[n] \quad (2.27)$$

y:

$\mathbf{x}[n]$: Vector de la señal de entrada.

$\mathbf{w}[n]$: Vector de coeficientes del filtro adaptativo.

$d[n]$: Escalar que corresponde a la señal deseada en el instante n .

$e[n]$: Escalar que corresponde al error de medida en el instante n .

$g[n]$: Escalar auxiliar en el instante n .

$\mathbf{q}[n]$: Vector auxiliar.

\mathbf{w}_0 : Vector de coeficientes óptimo.

- α : Parámetro de ajuste fijo.
- γ : Parámetro de ajuste fijo.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo.
- M_1 : Matriz definida positiva de tal forma que $\mathbf{M}_1 = m_1 \mathbf{I}$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo.

La ventaja que presenta este algoritmo es que los parámetros de ajuste se reducen a cantidades escalares (α , γ y m_1). De acuerdo al análisis de convergencia con respecto a la media realizado por P E Jojoa (Jojoa, 2003), se establece que el algoritmo converge para valores de α , γ y m_1 positivos ($\alpha > 0$, $\gamma > 0$ y $m_1 > 0$). Así mismo del análisis de Tracking del algoritmo AR_γ , en ambientes no estacionarios se determinó que éste presenta un mínimo error de desajuste cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$ (Criterio de Mínimo Error) en que H es una constante real positiva con un valor aproximado a 2. En la Tabla 2.1 se indican algunos valores de H obtenidos por P E Jojoa teorica y prácticamente para diversos valores de m_1 , α y γ con los que se alcanza un mínimo desajuste.

La validacion del desempeño del algoritmo AR_γ con respecto al desempeño de los algoritmos LMS y NLMS se presenta en el Apéndice A.

m_1	α	γ	H
1	1.0	2.04	2.040
1	1.5	1.35	2.025
3	1.0	0.68	2.040
3	1.5	0.45	2.025
11	1.0	0.18	1.980
11	1.5	0.12	1.980

Tabla 2.1. Valores de H para diferentes condiciones de m_1 , α y γ .

La comparación del desempeño de los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ se presenta en el Apéndice A

2.3 Variación Temporal de Parámetros de Ajuste en Algoritmos Adaptativos

En los algoritmos adaptativos mencionados, se exponen las condiciones relacionadas con los parámetros de ajuste para lograr óptimos resultados con respecto a su desempeño. En los algoritmos LMS y NLMS existe una relación directamente proporcional entre el error de medida y el tamaño del parámetro o paso de adaptación así: si el tamaño del parámetro es grande, el tiempo de convergencia del algoritmo disminuye y el error de medida final aumenta, si por el contrario el tamaño del parámetro es pequeño, el tiempo de convergencia del algoritmo aumenta, y el error de medida final disminuye. Esta limitación inherente de los algoritmos LMS y NLMS, hace que sea necesario por parte del diseñador establecer con claridad si lo que requiere y espera prioritariamente del algoritmo es velocidad de convergencia o minimización del error de medida final. Consecuentemente con esta dualidad, muchos investigadores han intentado mejorar el desempeño de los algoritmos LMS y NLMS implementando diversos métodos para que el parámetro de ajuste μ se torne variable en el tiempo y tenga la capacidad de tomar valores grandes cuando el algoritmo se encuentra lejos de la mejor solución, incrementando así la velocidad de convergencia y cuando se encuentra cerca de la mejor solución, disminuir el tamaño del paso para obtener un bajo nivel de desajuste y con esto minimizar el error final de medida. (Aboulnasr y Mayyas, 1997).

Con el fin de mejorar el desempeño de los algoritmos LMS y NLMS, se han implementado algunos métodos para realizar la variación temporal de su parámetro de ajuste o paso de adaptación μ y obtener así mejores resultados en diversos tipos de ambientes. Aunque estos métodos incorporan nuevas variables de ajuste, se pretende que estas variables generen una mayor facilidad en la escogencia de las mismas en comparación con la sintonización de los parámetros de ajuste normales (Voltz y Ahn, 1996), (Sugiyama, 1993), (Shin y Lee, 1985), (Shan y Kailaith, 1988), (Mulgrew y Cowan, 1988), (Mathews y Xie, 1990), (Lindbom, et al., 2001), (Kwong y Johnston, 1992), (Chung, et al., 1995) y (Douglas, 1995).

A continuación se presentan los métodos más utilizados para realizar la variación temporal del parámetro de ajuste en los algoritmos LMS y NLMS.

2.3.1 Paso de Adaptación Continuamente Decreciente

En este método el parámetro de adaptación μ toma un valor inicial alto, denominado μ_0 para incrementar inicialmente la velocidad de convergencia del algoritmo y posteriormente se reduce de acuerdo a una función predefinida $F[n]$, con el fin de minimizar el error de medida final, de la siguiente forma:

$$\mu[n] = F[n] \mu_0 \quad (2.28)$$

Donde $F[n]$ decrece en función de n . Para la variación del tamaño de convergencia en los algoritmos DLMS (Decreasing LMS) y DNLMS (Decreasing NLMS) la función de convergencia es: $F[n] = \frac{1}{n}$ (Voltz y Ahn, 1996), (Ljung y Söderström, 1983).

Este método genera buenos resultados en ambientes invariantes en el tiempo, ya que el vector de coeficientes $\mathbf{w}[n]$ converge al vector de coeficientes óptimo \mathbf{w}_o cuando n tiende a infinito. En ambientes variables en el tiempo, el error de medida final de los coeficientes aumenta cuando el paso de ajuste o adaptación disminuye y por tanto la convergencia del algoritmo no es la adecuada (Voltz y Ahn, 1996), (Ljung y Söderström, 1983).

2.3.2 Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error

Kwong y Johnston (1992) realizaron la variación del tamaño de ajuste utilizando la energía del error de medida instantáneo, de forma que el paso de adaptación se relaciona directamente con el error de medida instantáneo. Este método busca incrementar μ cuando el error instantáneo es grande y de esta forma aumentar la velocidad de convergencia y en la medida de que el error disminuya, disminuir también μ , de acuerdo a la ecuación:

$$\mu[n+1] = \lambda \mu[n] + \delta |e[n]|^2, \quad (2.29)$$

con

$$0 < \lambda < 1 \text{ y } \delta > 0$$

Los nuevos parámetros λ y δ , son parámetros fijos que controlan el tiempo de convergencia, así como el desajuste del algoritmo. λ es el factor de ponderación del valor actual del parámetro variante en el tiempo, por medio del cual se controla la

relación entre muestras sucesivas de aquel parámetro, generalmente $\lambda \approx 1$. δ es el parámetro de ponderación del error instantáneo por medio del cual se ajusta tanto velocidad de convergencia como error de medida final de los coeficientes.

Para la convergencia de este algoritmo se establece que:

$$\mu[n+1] = \begin{cases} \mu_{max} & \mu[n+1] > \mu_{max} \\ \mu_{min} & \mu[n+1] < \mu_{min} \\ \mu[n+1] & \text{otro valor} \end{cases} \quad (2.30)$$

Con $0 < \mu_{min} < \mu_{max}$; generalmente μ toma el valor de μ_{max} , el cual es el máximo valor que puede tomar μ , para incrementar inicialmente la velocidad de convergencia del algoritmo y el valor de μ_{min} se elige de tal forma que el error de medida final se minimice (Kwong y Johnston, 1992).

2.3.3 Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado

El objetivo propuesto por este método es el de actualizar el parámetro de convergencia μ utilizando la estimación de la autocorrelación entre $e[n]$ y $e[n-1]$ de la siguiente forma:

$$\mu[n+1] = \lambda\mu[n] + \delta |p[n]|^2 \quad (2.31)$$

$$p[n] = \beta p[n-1] + (1 - \beta) e[n] e[n-1], \quad (2.32)$$

con

$$0 < \lambda < 1,$$

$$\delta > 0,$$

$$0 < \beta < 1$$

donde λ , δ y β son parámetros de ajuste fijos, de igual manera que en el método anterior λ y δ son utilizados para controlar el desajuste del algoritmo en conjunto con β que es el parámetro controla la calidad de la convergencia, haciendo que la velocidad de convergencia del algoritmo aumente y que el error de medida final de los coeficientes sea mínimo (Aboulnasr y Mayyas, 1997), (Aboulnasr y Mayyas, 1999).

En entornos estacionarios las muestras de los estados anteriores contienen información importante para determinar con precisión la medida de adaptación del algoritmo en procura de alcanzar el estado óptimo de los coeficientes, por tanto $\beta = 1$. Para ambientes no estacionarios $\beta < 1$.

Capítulo 3

Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el algoritmo AR_γ

Con la implementación de técnicas de variación del parámetro de ajuste μ en los algoritmos LMS y NLMS se obtienen buenos resultados ya que debido al valor que tome μ se puede incrementar la velocidad de convergencia y minimizar el error de medida final, generando así un mejor desempeño de los algoritmos en aplicaciones específicas. Como se expuso en el Capítulo 2 el algoritmo AR_γ presenta un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y la variación del error de estimación, en relación a los algoritmos de gradiente estocástico (Jojoa, 1999), (Pait, 1998).

En la búsqueda de mejorar el desempeño del algoritmo AR_γ en ambientes estacionarios y no estacionarios, se aplican algunos de los métodos de variación del parámetro de convergencia μ sobre sus tres parámetros de ajuste (α , γ y m_1), con el fin de observar su comportamiento. A continuación se presentan las diferentes alternativas para realizar la variación de los parámetros de ajuste en el algoritmo AR_γ .

3.1 Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en el Algoritmo AR_γ

Para la observar el comportamiento del algoritmo AR_γ , se propone realizar la variación de cada uno de sus parámetros de ajuste, mediante la utilización de una función de-

creciente como la propuesta por Voltz y Ahn (1993) para implementar los algoritmos DLMS y DNLMS. De esta forma se obtienen tres versiones del algoritmo así:

- Algoritmo AR_γ con α como parámetro continuamente decreciente

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 \alpha[n] &= \frac{1}{n} \alpha_0 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha[n] \gamma \mathbf{x}^T[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma}{\alpha[n] + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha[n] g[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha[n] \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

- Algoritmo AR_γ con γ como parámetro continuamente decreciente

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 \gamma[n] &= \frac{1}{n} \gamma_0 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma[n] \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \gamma[n] \mathbf{x}^T[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma[n]}{\alpha + \gamma[n]} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

- Algoritmo AR_γ con m_1 como parámetro continuamente decreciente

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 m_1[n] &= \frac{1}{n} m_{10} \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \mathbf{x}^T[n] m_1[n] \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] m_1[n] \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

Manteniendo las condiciones de convergencia del algoritmo AR_γ : $\alpha > 0$, $\gamma > 0$, $m_1, > 0$.

3.2 Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en el Algoritmo AR_γ

Mediante la variación de los parámetros: α , γ y m_1 de acuerdo con la estimación de la energía de error instantáneo de medida, propuesto en (Kwong y Johnston, 1992) se obtienen las siguientes versiones del algoritmo AR_γ :

- Algoritmo AR_γ con α como parámetro variante en el tiempo

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 \alpha[n] &= \lambda \alpha[n-1] + \delta |e[n]|^2 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha[n] \gamma \mathbf{x}^T[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma}{\alpha[n] + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha[n] g[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha[n] \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

- Algoritmo AR_γ con γ como parámetro variante en el tiempo

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 \gamma[n] &= \lambda \gamma[n-1] + \delta |e[n]|^2 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma[n] \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \gamma[n] \mathbf{x}^T[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma[n]}{\alpha + \gamma[n]} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

- Algoritmo AR_γ con m_1 como parámetro variante en el tiempo

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 m_1[n] &= \lambda m_1[n-1] + \delta |e[n]|^2 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \mathbf{x}^T[n] m_1[n] \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] m_1[n] \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Con $\alpha > 0$, $\gamma > 0$, $m_1 > 0$, $0 < \lambda < 1$ y $\delta > 0$ como parámetros de ajuste.

3.3 Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en el Algoritmo AR_γ

De acuerdo a Alboulhasr y Mayyas (1997 y 1999) se obtienen las siguientes ecuaciones:

- Algoritmo AR_γ con α como parámetro variante en el tiempo

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 p[n] &= \beta p[n-1] + (1-\beta) e[n] e[n-1] \\
 \alpha[n] &= \lambda \alpha[n-1] + \delta |p[n]|^2 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha[n] \gamma \mathbf{x}^T[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma}{\alpha[n] + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha[n] g[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha[n] \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

- Algoritmo AR_γ con γ como parámetro variante en el tiempo

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 p[n] &= \beta p[n-1] + (1-\beta) e[n] e[n-1] \\
 \gamma[n] &= \lambda \gamma[n-1] + \delta |p[n]|^2 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma[n] \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \gamma[n] \mathbf{x}^T[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma[n]}{\alpha + \gamma[n]} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] m_1 \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

- Algoritmo AR_γ con m_1 como parámetro variante en el tiempo

$$\begin{aligned}
 e[n] &= \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1] - d[n] \\
 p[n] &= \beta p[n-1] + (1-\beta) e[n] e[n-1] \\
 m_1[n] &= \lambda m_1[n-1] + \delta |p[n]|^2 \\
 g[n] &= \frac{e[n] + \gamma \mathbf{x}^T[n] \mathbf{w}[n-1]}{1 + \alpha \mathbf{x}^T[n] m_1[n] \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]} \\
 \mathbf{q}[n] &= \frac{\gamma}{\alpha + \gamma} [\mathbf{q}[n-1] - \alpha g[n] m_1[n] \mathbf{I}_M \mathbf{x}[n]] \\
 \mathbf{w}[n] &= \mathbf{w}[n-1] + \alpha \mathbf{q}[n]
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Con $\alpha > 0$, $\gamma > 0$, $m_1 > 0$, $0 < \lambda < 1$, $\delta > 0$ y $0 < \beta < 1$ como parámetros de ajuste.

La validación de cada uno de los métodos de variación temporal de parámetros aplicados sobre los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ se presenta en el Apéndice B.

Capítulo 4

Validación Mediante Simulación de los Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el Algoritmo AR_{γ}

Debido a que el algoritmo AR_{γ} presenta tres parámetros de ajuste: α , γ y m_1 ; por cada uno de los métodos de variación temporal de parámetros estudiados, surgieron tres versiones del algoritmo, las cuales se implementaron variando cada parámetro individualmente, generando así el algoritmo $AR_{\gamma V}$ (Algoritmo AR_{γ} con Parámetro de Ajuste Variable). La implementación de los algoritmos obtenidos se realizó mediante simulaciones en dos tipos de escenarios: Un Sistema de Identificación constituido por un filtro FIR con coeficientes fijos o constantes y un Sistema de Identificación modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de Primer Orden.

Las simulaciones presentadas en este capítulo son el resultado del análisis del comportamiento del algoritmo $AR_{\gamma V}$ con un parámetro de ajuste variable con cada uno de los métodos expuestos, evaluando su desempeño con respecto a la velocidad inicial de convergencia y el error de medida final de los coeficientes relacionado con el MSE, cuando los nuevos parámetros de ajuste correspondientes a cada uno de los métodos, toman diversos valores. A continuación se describen las simulaciones más relevantes en el proceso de validación del algoritmo $AR_{\gamma V}$

4.1 Validación Mediante Simulación de los Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el Algoritmo AR_γ en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR

Para analizar el comportamiento de los algoritmos con un parámetro de ajuste variable en ambientes fijos o invariantes en el tiempo, se realizó la identificación de un sistema, cuya configuración se indica en la Figura 2.4, el cual está constituido por un filtro FIR de respuesta impulsiva h (sistema a identificar), la señal de entrada $\mathbf{x}[n]$ es ruido blanco gaussiano con media cero y varianza 0.04 y el ruido de medida $r[n]$, es blanco gaussiano con media cero y varianza 1×10^{-4} .

Las condiciones generales para implementar este sistema fueron:

- h : Respuesta impulsiva, $h = [1, -1]$.
- L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.
- M : Número de coeficientes del algoritmo, $M = 2$.
- N : Número de experiencias, $N = 30$.
- σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.
- σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 1 \times 10^{-4}$.

Una vez establecido el sistema y las condiciones generales del mismo, se realizó la validación del algoritmo $AR_\gamma V$ de acuerdo a cada uno de los métodos planteados para la variación del parámetro de ajuste con respecto al comportamiento del algoritmo AR_γ normal.

4.1.1 Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en el Algoritmo AR_γ

La evaluación del desempeño de los algoritmos: $AR_\gamma V$ con γ como parámetro variante ($AR_\gamma V_\gamma$), $AR_\gamma V$ con α como parámetro variante ($AR_\gamma V_\alpha$) y $AR_\gamma V$ con m_1 como parámetro variante ($AR_\gamma V_{m_1}$), descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3, en donde los parámetros se ajustan de acuerdo a: $\gamma = \gamma_0/n$, $\alpha = \alpha_0/n$ y $m_1 = m_{10}/n$ respectivamente, se realizó con respecto al comportamiento del algoritmo AR_γ normal.

Para esta simulación las condiciones particulares fueron:

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 10$,
 $\gamma = 5, m_1 = 5$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
 con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 10$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
 con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 5$.
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
 con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 5$

Los valores iniciales de los parámetros de adaptación de las tres versiones del algoritmo $AR_\gamma V$ se encuentran dentro de los rangos de convergencia del algoritmo AR_γ normal, por esta razón para realizar esta simulación los valores de los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos AR_γ y $AR_\gamma V$ fueron iguales, además se seleccionaron valores α, γ y m_1 mayores que la unidad de tal forma que $\alpha\gamma m_1 > H$ (no se cumple con el criterio del mínimo error), esto con el fin de incrementar la velocidad inicial de convergencia.

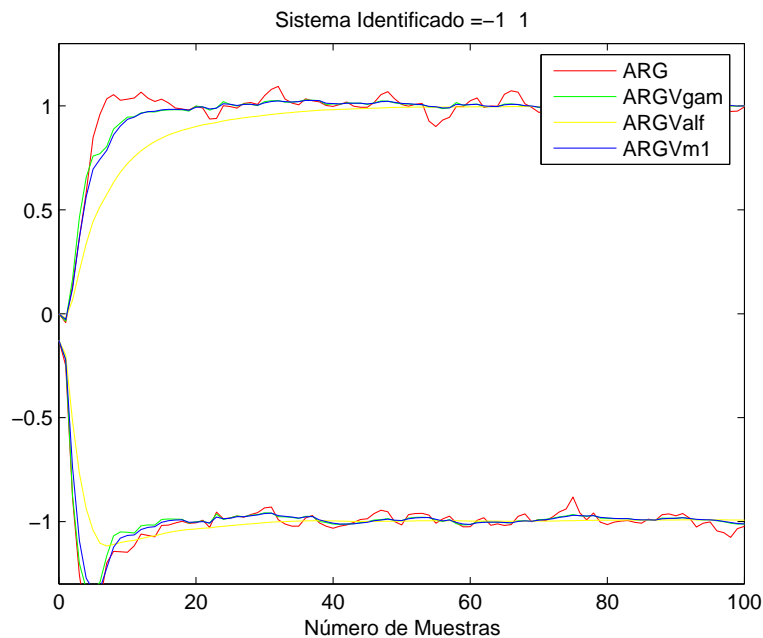


Figura 4.1. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGVm1). Con el Paso de Adaptación Continuantemente Decreciente.

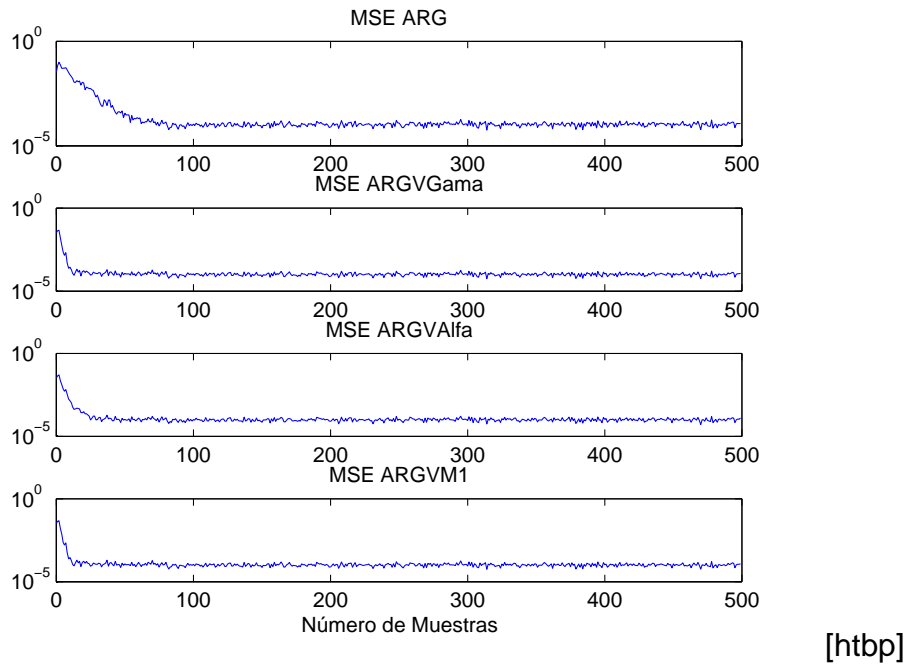


Figura 4.2. MSE calculado con los algoritmos AR_γ , $R_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.

En las Figuras 4.1 y 4.2 se puede observar el comportamiento de los algoritmos con respecto a la velocidad de convergencia y el error de medida de los coeficientes relacionado con el MSE. De acuerdo con las condiciones iniciales de los parámetros, se observa que el algoritmo AR_γ converge rápidamente, incluso antes que los algoritmos $AR_\gamma V$, sin embargo, el seguimiento a los coeficientes del filtro h no es el mejor, en contraste con el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, ya que converge más lentamente y la variación de la señal obtenida con respecto a los coeficientes óptimos es pequeña en relación a la obtenida con los otros algoritmos.

Con el fin de determinar el comportamiento de los algoritmos con respecto a la velocidad de convergencia y el error de medida de los coeficientes asociados, se calculó el valor promedio del MSE en un intervalo de muestras determinado ($N_i - N_f$; N_i indica el número de la muestra inicial y N_f el número de la muestra final del intervalo, donde el máximo valor de N_f es L) para cada uno de los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ (E_{Px} : E_{AR_γ} , $E_{AR_\gamma V_\gamma}$, $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ y $E_{AR_\gamma V_{m_1}}$ respectivamente) como se indica en la Tabla 4.1.

De acuerdo con los datos obtenidos en las primeras 20 muestras el $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ es mayor que los E_{Px} calculados con los otros algoritmos, debido a que el algoritmo

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$						
	El valor promedio del MSE está multiplicado por un factor de 10^{-4}						
	1 - 20	20 - L	40 - L	60 - L	80 - L	100 - L	300 - L
E_{AR_γ}	1.8105	2.3476	2.3495	2.3552	2.3571	2.3595	2.2847
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	1.2897	1.0888	1.0809	1.0728	1.0698	1.0649	1.0351
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	3.1202	1.0885	1.0512	1.0447	1.0403	1.0362	1.0151
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	1.2061	1.0851	1.0782	1.0707	1.0679	1.0633	1.0348

Tabla 4.1. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.

$AR_\gamma V_\alpha$ converge mas lentamente que los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_{m1}$ y AR_γ y en la medida en que el número de muestra N_i es mayor, el $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ disminuye porque el MSE medido es menor . El comportamiento del los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m1}$ es similar, convergen rápidamente y a pesar de que cuando N_i aumenta, los $E_{AR_\gamma V_\gamma}$ y $E_{AR_\gamma V_{m1}}$ disminuyen, el error de medida de los coeficientes es mayor que el obtenido con el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$. El algoritmo AR_γ converge rápidamente y el E_{AR_γ} obtenido es mayor en todos los intervalos de muestras que los calculados con los otros algoritmos debido a que la variación de los coeficientes es grande con respecto a los coeficientes óptimos.

Considerando que el algoritmo AR_γ para ambientes no estacionarios presenta un mínimo error de desajuste cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, se aplicó este criterio en la identificación del filtro FIR de respuesta impulsiva h , a pesar de que sus coeficientes son invariantes en el tiempo, para observar el comportamiento del algoritmo AR_γ con relación al algoritmo $AR_\gamma V$ cuando uno de sus parámetros varía en el tiempo. La selección de α , γ y m_1 se realizó de acuerdo a la Tabla 2.1.

Para esta simulación las condiciones particulares fueron:

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1.5$,
 $\gamma = 1.35$, $m_1 = 1$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 10$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 5$.

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 5$

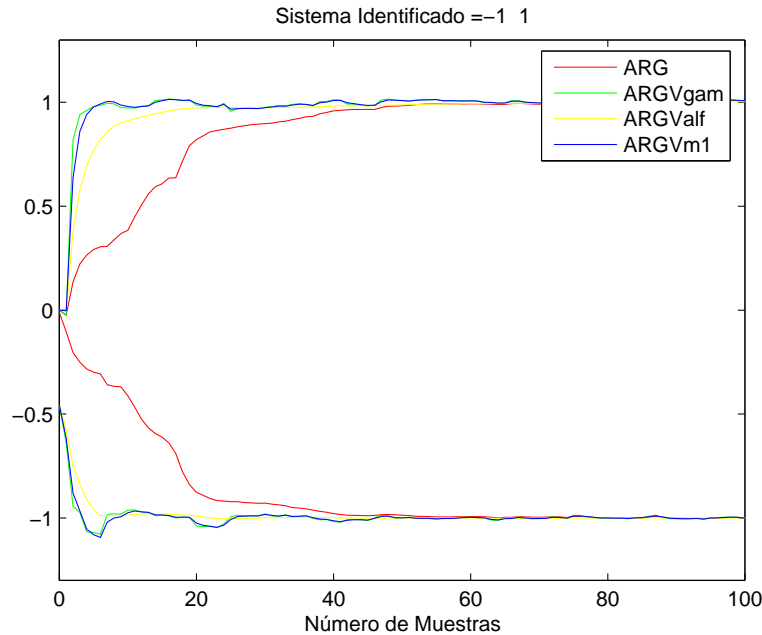


Figura 4.3. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGalf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGm1). Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$						
	El valor promedio del MSE está multiplicado por un factor de 10^{-4}						
	1 - 20	20 - L	40 - L	60 - L	80 - L	100 - L	300 - L
E_{AR_γ}	0.0334	2.6147	1.1880	1.0723	1.0641	1.0639	1.0475

Tabla 4.2. Valor Promedio del MSE para el Algoritmo AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$.

En las Figuras 4.3 y 4.4 se observa que el algoritmo AR_γ converge mucho más lentamente que los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ y del cálculo del E_{AR_γ} en la Tabla 4.2 se aprecia que inicialmente el E_{AR_γ} toma valores altos y en la medida de que el algoritmo converge, cuando N_i se incrementa, el E_{AR_γ} disminuye y los valores calculados son mucho menores que los obtenidos en la simulación anterior cuando los parámetros del algoritmo no cumplían con el criterio de mínimo error.

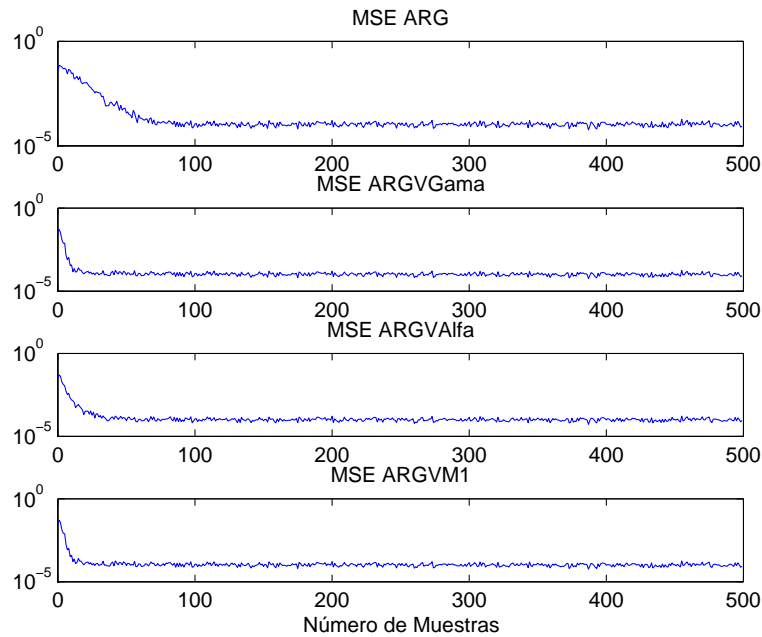


Figura 4.4. MSE calculado con los algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente.

4.1.2 Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en el Algoritmo AR_γ

Mediante la variación de los parámetros: α , γ y m_1 de acuerdo con la estimación de la energía del error instantáneo de medida (Kwong y Johnston, 1992), las versiones obtenidas del algoritmo $AR_\gamma V$ descritas en los sistemas de ecuaciones 3.4, 3.5 y 3.6; se implementaron en el sistema de identificación descrito al inicio de este capítulo bajo las siguientes condiciones particulares:

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1$,
 $\gamma = 2.04$, $m_1 = 1$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 1$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 2.4$.
- m_{1_0} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{1_0} = 1$
- λ : Nuevo parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$

δ : Nuevo parámetro de ajuste: $\delta = 10, \delta = 1$

Los parámetros de ajuste del algoritmo AR γ se escogieron de acuerdo al criterio de mínimo error, con el fin evaluar su comportamiento con respecto al algoritmo AR γ V cuando uno de sus parámetros varía en el tiempo. Para esto, los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos AR γ y AR γ V fueron los mismos, ya que los valores seleccionados se encontraban dentro de los límites de convergencia. Los nuevos parámetros de ajuste del algoritmo AR γ V, relacionados con el método de variación del parámetro de ajuste basado en error se escogieron igualmente dentro de los rangos estipulados en (Kwong y Johnston, 1992), buscando mediante métodos de ensayo y error su mejor desempeño. Las ecuaciones que describen el comportamiento de cada parámetro variante son:

$$\alpha[n] = \lambda\alpha[n-1] + \delta|e[n]|^2 \quad (4.1)$$

$$\gamma[n] = \lambda\gamma[n-1] + \delta|e[n]|^2 \quad (4.2)$$

$$m_1[n] = \lambda m_1[n-1] + \delta|e[n]|^2 \quad (4.3)$$

Para observar el comportamiento de AR γ V se implementaron dos simulaciones bajo las mismas condiciones, excepto el parámetro de ponderación del error cuadrático δ y evaluar así la incidencia que tiene éste parámetro sobre el algoritmo AR γ V.

En las Figuras 4.5.a y 4.6.a se aprecia que la velocidad de convergencia del algoritmo AR γ es menor que la presentada por los algoritmos AR γ V $_{\alpha}$, AR γ V $_{m_1}$ y AR γ V $_{\gamma}$, cuya velocidad de convergencia de mayor a menor corresponde al orden en mención de los mismos. Para esta simulación $\delta = 10$.

Cada parámetro de ajuste α , γ o m_1 del algoritmo AR γ V, depende en una ponderación λ de su estado anterior y en una ponderación δ del error cuadrático instantáneo. En la etapa inicial del ajuste, el error de medida de los coeficientes es grande, como el factor de ponderación $\delta = 10$, entonces, el parámetro de ajuste variable aumenta su valor incrementando así la velocidad de convergencia del algoritmo y en la medida en que el error disminuye (ver Tabla 4.3 el valor de los E_{P_x} de los algoritmos

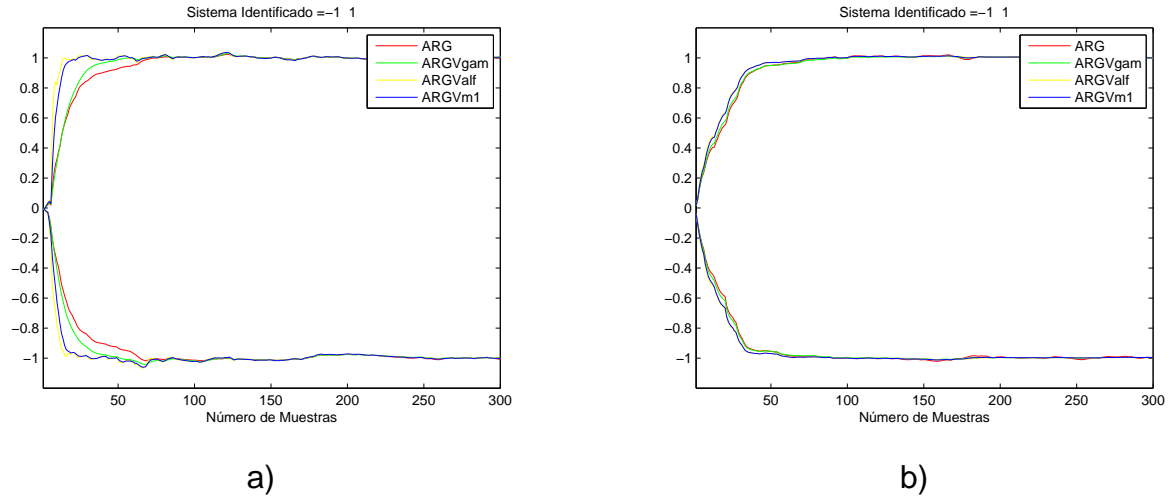


Figura 4.5. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGalf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGm1): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

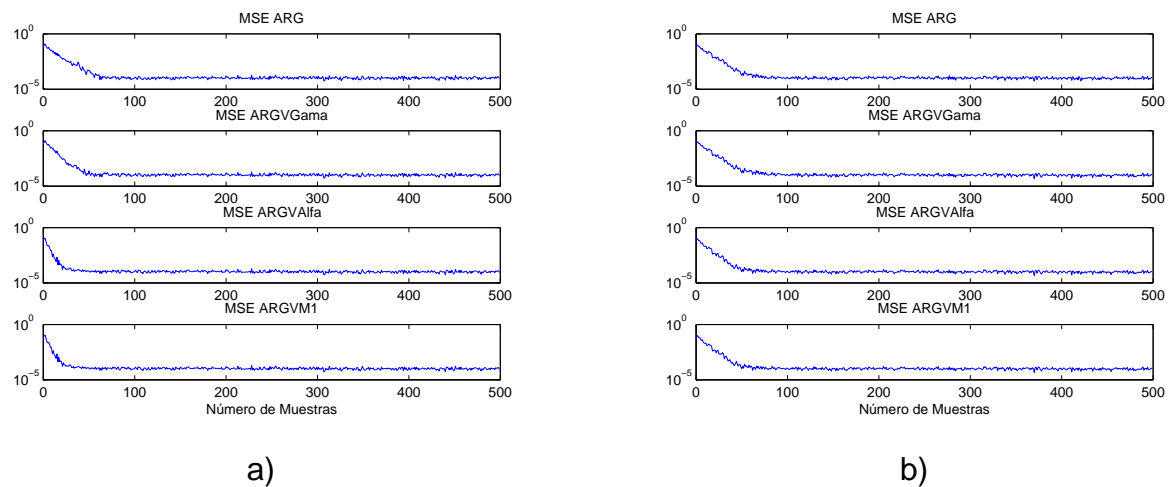


Figura 4.6. MSE calculado con los algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

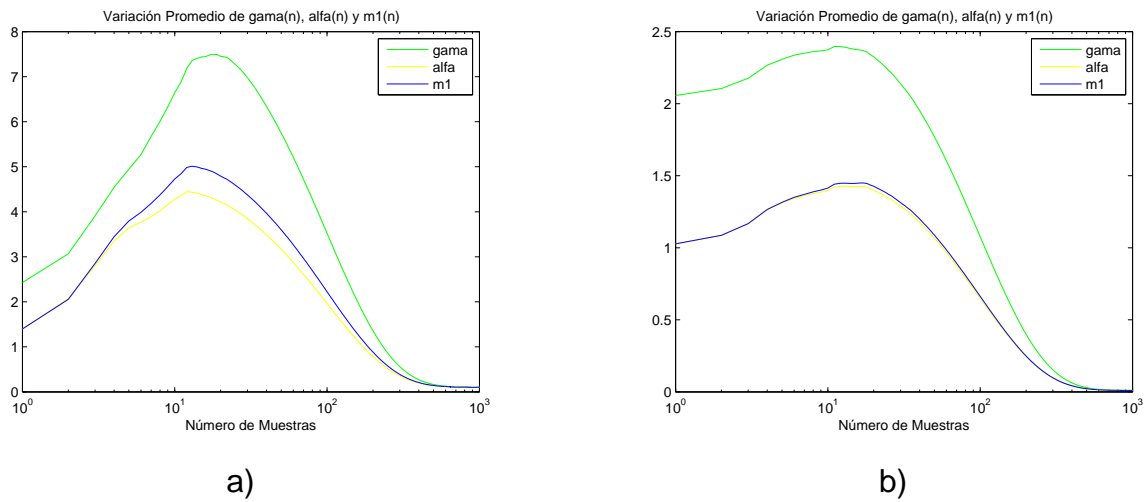


Figura 4.7. Variación de los parámetros del algoritmo $AR_\gamma V$ cuando sus valores iniciales cumplen con el criterio de mínimo error ($\alpha\gamma m_1 \approx H$): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

disminuye en la medida en que N_i aumenta), el parámetro de convergencia decre-
menta su valor, como se indica en la Figura 4.7.a, ya que depende de su estado
anterior por el factor de ponderación λ que es menor que la unidad ($\lambda = 0.99$).

En las Figuras 4.5.b y 4.6.b se observa el resultado de la simulación del mismo
sistema con $\delta = 1$, en este caso como el factor de ponderación del error cuadrático
es menor, la velocidad de convergencia de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_{m_1}$ y $AR_\gamma V_\gamma$
es menor con respecto a la velocidad obtenida en la simulación anterior, por esta
razón el parámetro de ajuste se incrementa en menor proporción hasta lograr que el
error de medida se minimice y así empezar a disminuir como se indica en la figura
4.7.b.

Para determinar el comportamiento de los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_{m_1}$ y
 $AR_\gamma V_\gamma$, se calculó el valor promedio del MSE (E_{P_x}) en un número de muestras
determinado para cada uno de ellos como se indica en las Tablas 4.3 y 4.4. Cuando
 $\delta = 10$, los valores $E_{AR_\gamma V_\gamma}$, $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ y $E_{AR_\gamma V_{m_1}}$ en un rango de muestras determinado
siempre son menores que el valor E_{AR_γ} en condiciones de mínimo error, por tanto
la velocidad de convergencia de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_{m_1}$ y $AR_\gamma V_\gamma$ es mayor
que la del algoritmo AR_γ y así mismo, el error de medida de los coeficientes de los
algoritmos con parámetro variante es menor que el error de medida obtenido con el

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$						
	El valor promedio del MSE está multiplicado por un factor de 10^{-4}						
	1 - L	20 - L	40 - L	60 - L	80 - L	100 - L	300 - L
E_{AR_γ}	9.2007	2.0250	1.1468	1.0802	1.0763	1.0758	1.0691
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	7.9816	1.3586	1.0374	1.0350	1.0345	1.0331	1.0172
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	4.9772	1.0731	1.0418	1.0405	1.0389	1.0368	1.0195
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	5.7058	1.0940	1.0439	1.0428	1.0412	1.0391	1.0208

Tabla 4.3. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$						
	El valor promedio del MSE está multiplicado por un factor de 10^{-4}						
	1 - L	20 - L	40 - L	60 - L	80 - L	100 - L	300 - L
E_{AR_γ}	9.3176	2.0812	1.1485	1.0697	1.0614	1.0610	1.0663
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	9.3420	1.8547	1.0885	1.0205	1.0095	1.0075	1.0091
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	8.2442	1.5234	1.0451	1.0138	1.0089	1.0080	1.0094
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	8.5630	1.5528	1.0450	1.0137	1.0091	1.0082	1.0091

Tabla 4.4. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

algoritmo con parámetros fijos, como se evidencia en la Tabla 4.3. Los datos de los (E_{P_x}) obtenidos en la Tabla 4.4 cuando $\delta = 1$ muestran un comportamiento similar al obtenido cuando $\delta = 10$, sin embargo en términos de velocidad de convergencia, los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_{m1}$ y $AR_\gamma V_\gamma$, convergen más rápidamente cuando $\delta = 10$ que cuando $\delta = 1$; en contraste con los E_{P_x} obtenidos por los algoritmos con parámetro variante y $\delta = 1$ que a partir aproximadamente de la muestra 50 son menores que los E_{P_x} obtenidos cuando $\delta = 10$ por tanto el error de medida final de los coeficientes es menor cuando el valor de δ es pequeño.

Con el ajuste temporal de parámetros en los algoritmos adaptativos, además de mejorar su desempeño, también se pretende obtener algoritmos cuyos parámetros

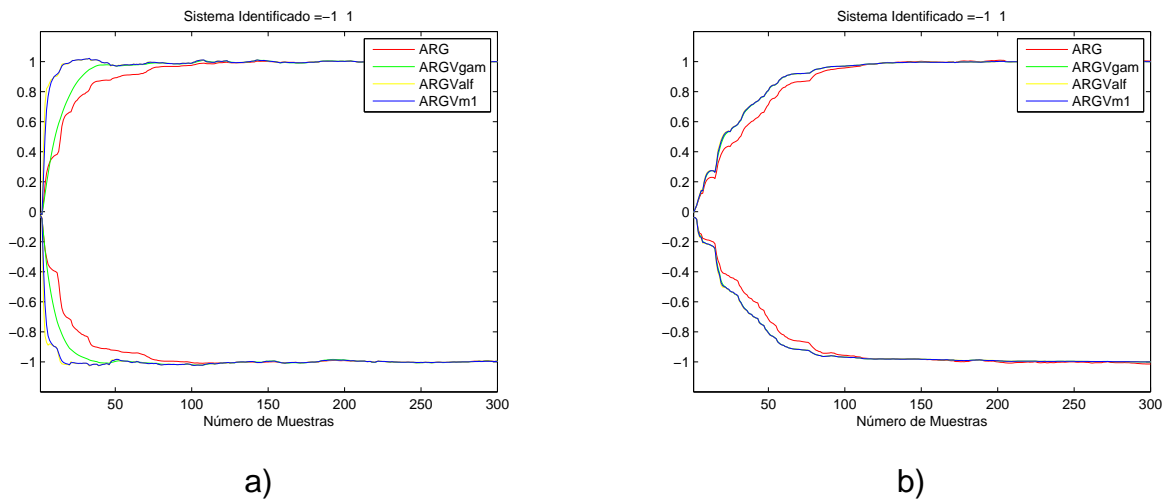


Figura 4.8. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGalf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGm1): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

de ajuste se puedan seleccionar bajo criterios simples que no afecten la convergencia de los mismos y faciliten así su uso. Es por esto que se implementó la simulación $AR_\gamma V$ con sus tres versiones y AR_γ cuando sus parámetros iniciales y fijos son iguales a la unidad así:

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1$,
 $\gamma = 1, m_1 = 1$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 1$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 1$.
- m_{1_0} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{1_0} = 1$
- λ : Nuevo parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$
- δ : Nuevo parámetro de ajuste: $\delta = 10, \delta = 1$

En las Figuras 4.8.a, 4.9.a 4.10.a se indica el comportamiento de los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$, con $\delta = 10$ y las Figuras 4.8.b y 4.9.b 4.10.b el comportamiento de estos algoritmos con $\delta = 1$. En términos generales el de-

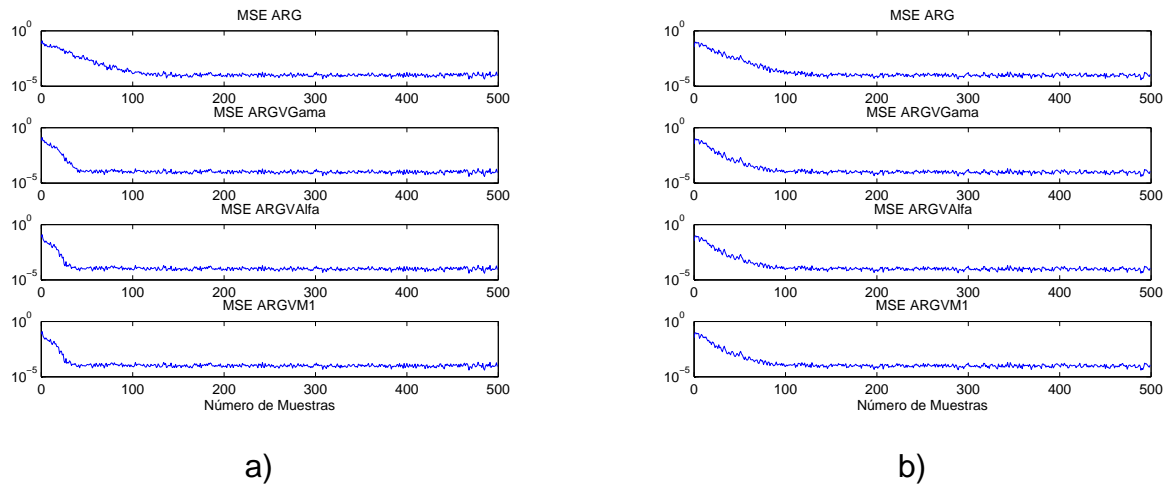


Figura 4.9. MSE calculado con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma \alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

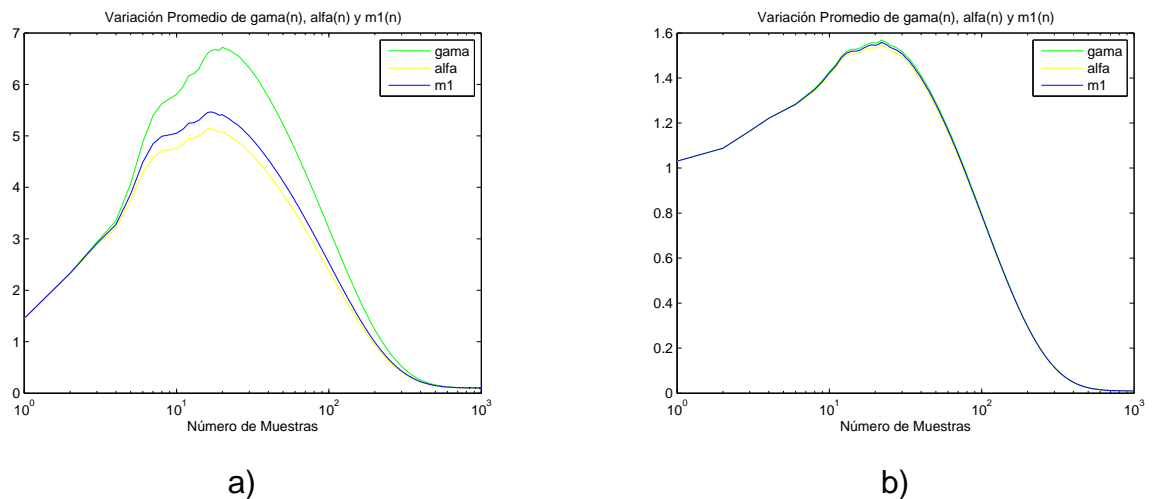


Figura 4.10. Variación de los parámetros del algoritmo $AR_\gamma V$: a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$						
	El valor promedio del MSE está multiplicado por un factor de 10^{-4}						
	1 - L	20 - L	40 - L	60 - L	80 - L	100 - L	300 - L
$E_{AR\gamma}$	14	4.7949	2.0091	1.2558	1.1036	1.0687	1.0262
$E_{AR\gamma V\gamma}$	9.0454	1.4256	1.0399	1.0315	1.0299	1.0300	1.0276
$E_{AR\gamma V\alpha}$	6.3261	1.1414	1.0332	1.0293	1.0277	1.0277	1.0262
$E_{AR\gamma Vm_1}$	6.8235	1.1572	1.0342	1.0301	1.0283	1.0284	1.0267

Tabla 4.5. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR γ , AR $\gamma V\gamma$, AR $\gamma V\alpha$ y AR γVm_1 y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$						
	El valor promedio del MSE está multiplicado por un factor de 10^{-4}						
	1 - L	20 - L	40 - L	60 - L	80 - L	100 - L	300 - L
$E_{AR\gamma}$	14	5.0606	2.1793	1.2791	1.1088	1.0596	1.0279
$E_{AR\gamma V\gamma}$	12	3.1838	1.4423	1.0702	1.0306	1.0184	1.0044
$E_{AR\gamma V\alpha}$	11	3.1212	1.4379	1.0735	1.0327	1.0197	1.0088
$E_{AR\gamma Vm_1}$	11	3.1587	1.4398	1.0713	1.0312	1.0188	1.0045

Tabla 4.6. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR γ , AR $\gamma V\gamma$, AR $\gamma V\alpha$ y AR γVm_1 y los nuevos parámetros de ajuste: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

sempañ de las tres versiones del algoritmo AR γV con los valores iniciales establecidos, es similar al desempeño obtenido cuando los parámetros iniciales de ajuste se seleccionaron con el criterio del mínimo error, sin embargo el AR γ converge más lentamente que cuando se aplicó el criterio del mínimo error. El cálculo de los E_{Px} presentado en las Tablas 4.5 y 4.6 demuestra una disminución de la velocidad inicial de convergencia de todos los algoritmos ya que los E_{Px} en las muestras iniciales presentan mayores valores que los obtenidos con el criterio de mínimo error. Con respecto al error de medida final de los coeficientes relacionado con los E_{Px} de los rangos de muestras finales, este mantiene valores mínimos, los cuales están de acuerdo con los valores dados al parámetro de ponderación δ .

4.1.3 Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en el Algoritmo AR_γ

La variación temporal de cada uno de los parámetros de ajuste del algoritmo AR_γ realizada mediante el método de variación temporal del parámetro de convergencia presentado en (Aboulnasr y Mayyas, 1997), genera tres versiones de $AR_\gamma V$, las cuales están descritas en los sistemas de ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9. Nuevamente la implementación y validación del desempeño de estos algoritmos se realizó con respecto al algoritmo AR_γ con el mismo sistema de identificación utilizado en la validación de los dos métodos anteriores.

Con este método la variación del parámetro de ajuste en los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ se implementó mediante la aplicación de las ecuaciones:

$$p[n] = \beta p[n-1] + (1 - \beta) e[n] e[n-1] \quad (4.4)$$

$$\gamma[n] = \lambda \gamma[n-1] + \delta |p[n]|^2 \quad (4.5)$$

$$\alpha[n] = \lambda \alpha[n-1] + \delta |p[n]|^2 \quad (4.6)$$

$$m_1[n] = \lambda m_1[n-1] + \delta |p[n]|^2 \quad (4.7)$$

De acuerdo con Aboulnasr y Mayyas (1997), el parámetro β gobierna la calidad de la convergencia, esto es, hace que la velocidad de convergencia del algoritmo aumente y que el error de medida final de los coeficientes sea mínimo, para esto se propone que $0 < \beta < 1$ y en ambientes invariantes en el tiempo, $\beta \approx 1$. Para evaluar el comportamiento de este algoritmo después de analizar múltiples valores de β se escogieron dos: $\beta = 0.9$ y $\beta = 0.99$. De igual forma se realizó la selección de λ y de δ . El parámetro de ponderación del estado anterior del parámetro de ajuste variable λ se tomó cerca a la unidad $\lambda = 0.99$ y para el parámetro de ponderación de la autocorrelación del error δ que relaciona la velocidad de convergencia con el error de medida final de los coeficientes se seleccionaron dos valores así: $\delta = 1$ y $\delta = 0.1$ (La selección de estos parámetros de acuerdo con este método se realizó mediante el análisis de múltiples valores). Los parámetros de ajuste del algoritmo AR_γ se escogieron de acuerdo al criterio de mínimo error y los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos $AR_\gamma V$ fueron iguales a los parámetros de ajuste del algoritmo AR_γ . Para evaluar el desempeño de este método y debido a que β y δ tomaron

dos valores, surgieron cuatro simulaciones cuyas condiciones iniciales particulares fueron:

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1.5$,
 $\gamma = 1.35$, $m_1 = 1$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 1.5$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 1.35$.
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 1$
- β : Nuevo parámetro de ajuste: $\beta = 0.9$, $\beta = 0.99$
- λ : Nuevo parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$
- δ : Nuevo parámetro de ajuste: $\delta = 1$, $\delta = 0.1$

En las Figuras 4.11 y 4.12 se observa la rapidez con que convergen los coeficientes de los diferentes algoritmos cuando β y δ toman distintos valores. Es importante destacar que en cuanto a velocidad de convergencia, en las cuatro simulaciones planteadas, los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$, convergen más rápidamente que el algoritmo AR_γ implementado bajo la condición de mínimo error. En la Tabla 4.7 en donde se indican los valores de los E_{P_x} en los intervalos de muestras determinados, se aprecia que cuando $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$ (Figura 4.11.b), se obtienen los menores valores de $E_{AR_\gamma V_\gamma}$, $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ y $E_{AR_\gamma V_{m_1}}$, a partir de la muestra 90 aproximadamente en comparación a las otras simulaciones en donde β y δ toman otros valores (Figuras 4.11.a, 4.11.c y 4.11.d), lo cual indica que el error de medida final de los coeficientes es mínimo bajo estas condiciones, en contraste con este resultado se observa que a partir de la muestra número 1, los valores de los E_{P_x} calculados cuando $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$ son mayores que los obtenidos bajo los otros valores de β y δ (Figuras 4.11.a, 4.11.c y 4.11.d), ya que los algoritmos convergen lentamente; esto se puede apreciar en las Figuras 4.11.b y 4.12.b y en la Figura 4.13.b, se observa que los parámetros de convergencia variables experimentan un leve incremento a partir de sus condiciones iniciales, lo cual se refleja en la velocidad de convergencia y posteriormente se decrementan para disminuir el MSE y por tanto el error de medida final. Bajo las mismas condiciones de β ($\beta = 0.9$), cuando $\delta = 1$, tanto los E_{P_x} obtenidos como las Figuras 4.11.a y 4.12.a

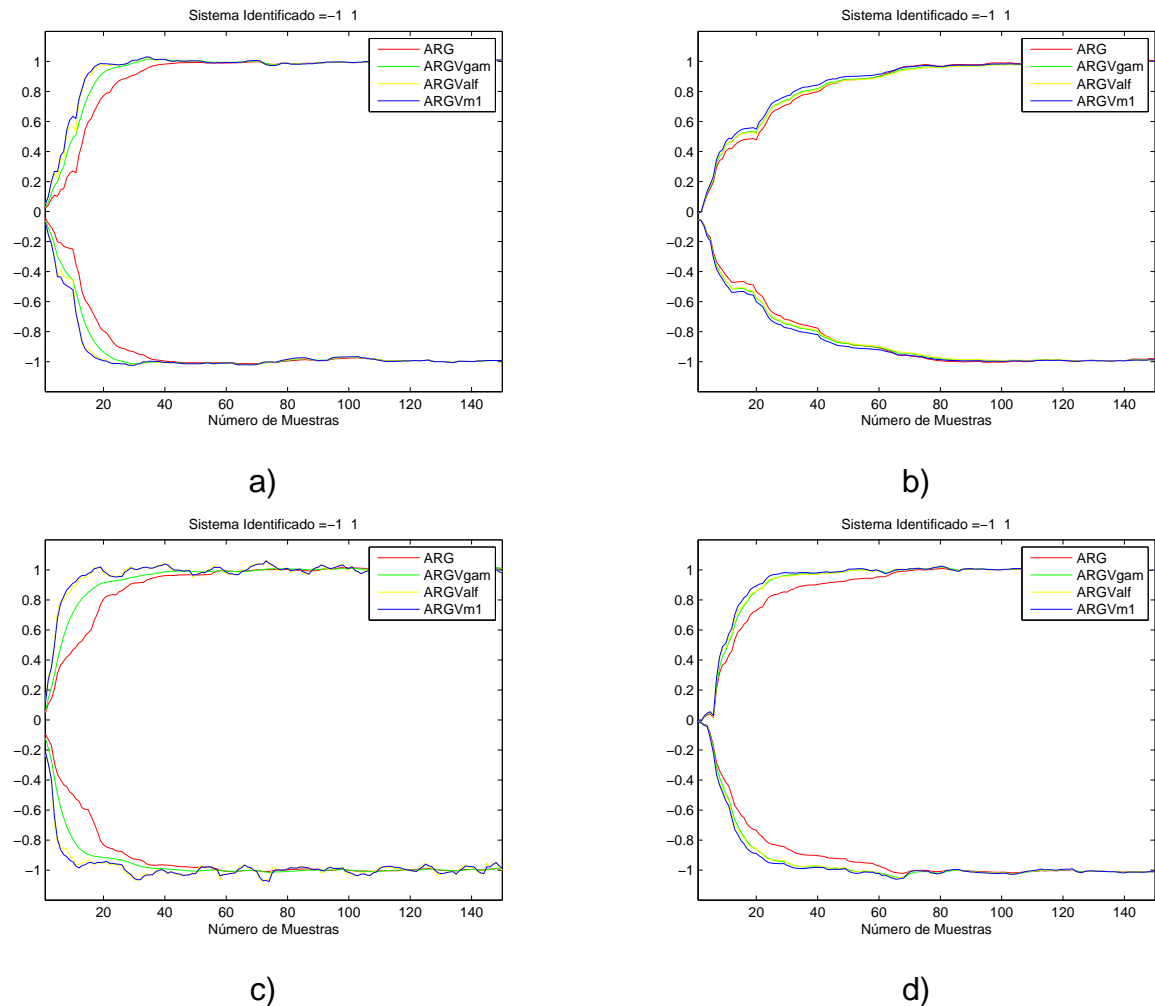


Figura 4.11. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGalf) y $AR_\gamma V_{m1}$ (ARGm1): a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

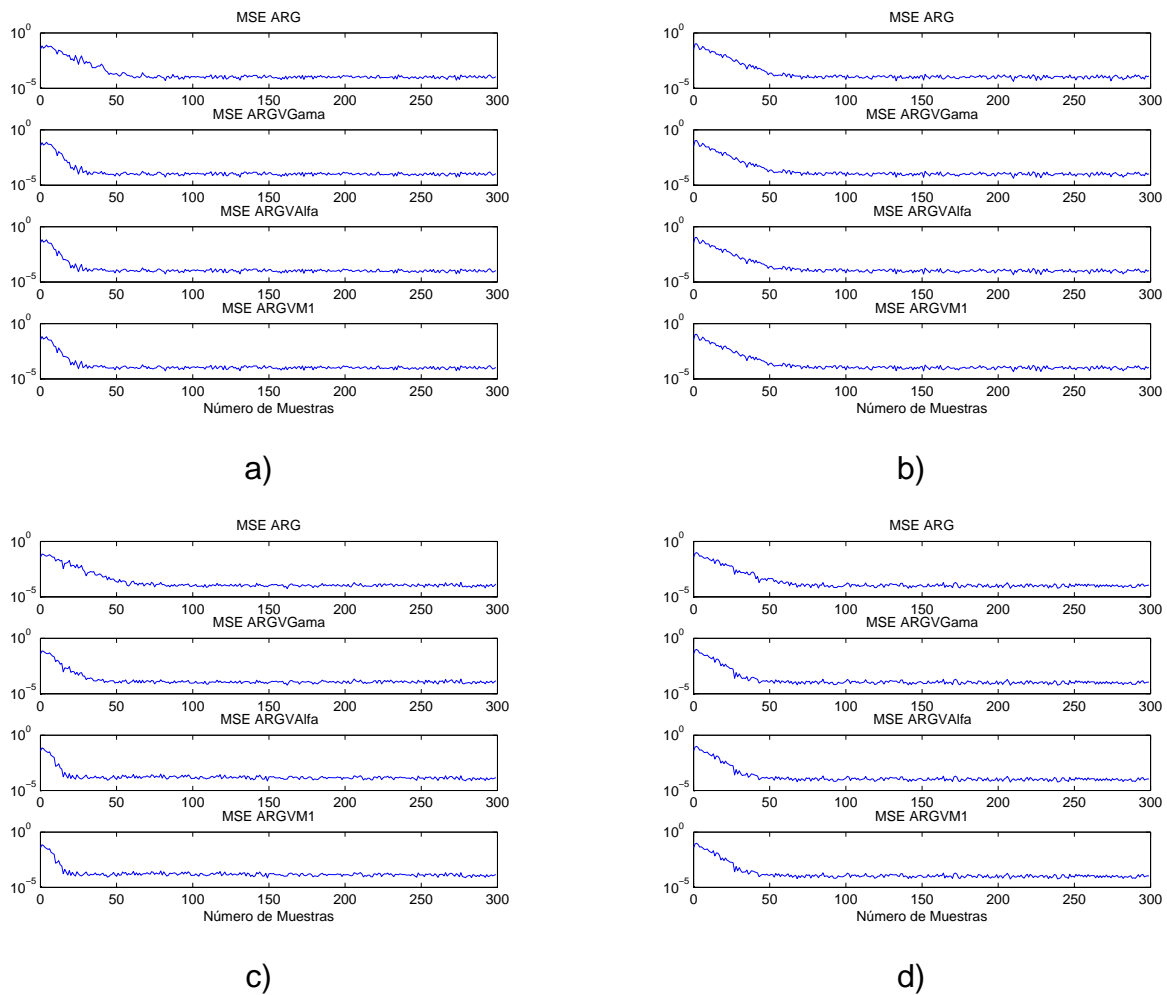


Figura 4.12. MSE calculado con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

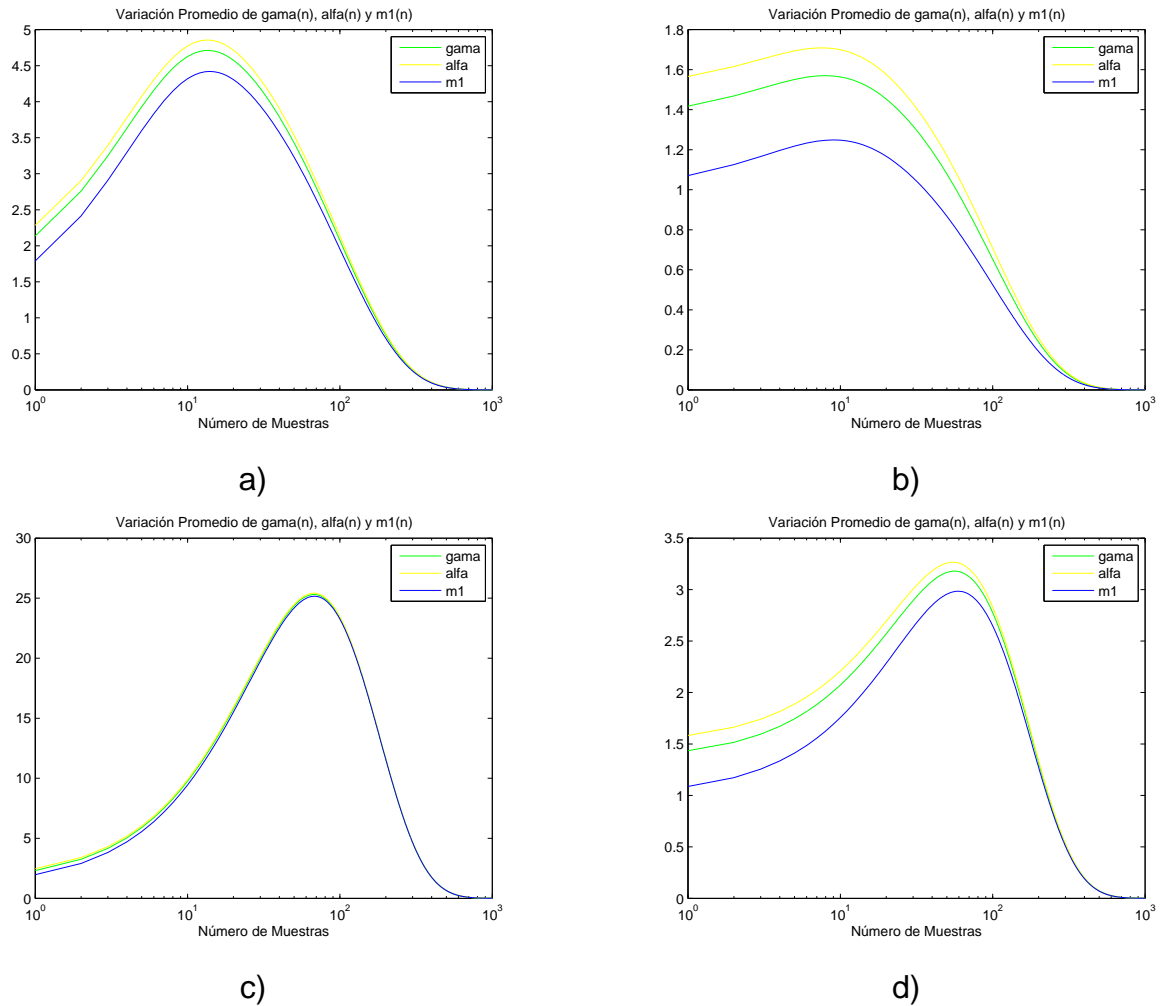


Figura 4.13. Variación de los parámetros del algoritmo AR_{γ} V: a) Con $\lambda = 0.99, \beta = 0.9, \delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99, \beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99, \beta = 0.99, \delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99, \beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

	Intervalo de Muestras				
	Valor promedio del MSE x 10^{-4}				
$\lambda = 0.99, \beta = 0.9$ y $\delta = 1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	8.6856	1.3351	1.0671	1.0623	1.0686
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	6.2590	1.0245	1.0187	1.0141	1.0095
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	5.4924	1.0244	1.0189	1.0138	1.0097
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	5.3530	1.0286	1.0201	1.0168	1.0099
$\lambda = 0.99, \beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	8.5847	1.3265	1.0777	1.0661	1.0583
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	7.9235	1.2317	1.0267	1.0096	0.9961
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	7.9118	1.2510	1.0298	1.0109	0.9968
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	7.5881	1.1752	1.0208	1.0089	0.9918
$\lambda = 0.99, \beta = 0.99$ y $\delta = 1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	8.6022	1.3474	1.0687	1.0620	1.0601
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	6.0121	1.0979	1.0427	1.0389	1.0275
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	4.5785	1.1281	1.1174	1.0984	1.0385
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	4.5586	1.1401	1.1300	1.1124	1.0399
$\lambda = 0.99, \beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	8.6398	1.3375	1.0698	1.0665	1.0635
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	7.4575	1.0879	1.0350	1.0335	1.0178
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	7.3083	1.0885	1.0351	1.0328	1.0176
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	7.0503	1.0711	1.0421	1.0391	1.0191

Tabla 4.7. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ y los nuevos parámetros de ajuste λ , δ y β . Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

evidencian un incremento en la velocidad de convergencia en relación a la simulación realizada con respecto a las condiciones anteriormente expuestas, así mismo en la Figura 4.13.a se puede ver que los parámetros variables se incrementan a un valor mayor para que los algoritmos converjan más rápidamente y posteriormente se decreentan para disminuir así el MSE. Igualmente en las Figuras 4.11.c y 4.12.c y en la Tabla 4.7 a partir de los E_{P_x} calculados, se puede apreciar que la mayor velocidad de convergencia de los algoritmos con parámetro de ajuste variable se obtiene cuando $\beta = 0.99$ y $\delta = 1$, ya que los valores $E_{AR_\gamma V_\gamma}$, $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ y $E_{AR_\gamma V_{m_1}}$ son menores a los obtenidos con relación a las otras simulaciones (Figuras 4.11.a, 4.11.b y 4.11.d)), a partir de la muestra número 1, aunque los E_{P_x} obtenidos a partir de la muestra 300 sean mayores a los E_{P_x} calculados con otros valores de β y δ (Figuras 4.11.a, 4.11.b y 4.11.d)). Este resultado evidencia que cuando β y δ toman estos valores ($\beta = 0.99$ y $\delta = 1$), se obtiene la mayor velocidad de convergencia aunque el error de medida final de los coeficientes no es el mejor; el incremento de la velocidad de convergencia se relaciona directamente con la gran variación que experimentan los parámetros de ajuste variables como se indica en la Figura 4.13.c. Nuevamente bajo las mismas condiciones de β ($\beta = 0.99$), cuando $\delta = 0.1$, se puede observar que la velocidad de convergencia es menor y los valores $E_{AR_\gamma V_\gamma}$, $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ y $E_{AR_\gamma V_{m_1}}$ obtenidos a partir de la muestra 90 disminuyen, para disminuir así el MSE con relación al caso anterior.

Para evaluar el desempeño de los algoritmos implementados con el método de variación basado el error modificado, con parámetros de adaptación variable bajo condiciones iniciales diferentes a las propuestas para el algoritmo AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, se implementaron cuatro simulaciones sobre el mismo sistema de identificación y las siguientes condiciones particulares:

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 2$,
 $\gamma = 2, m_1 = 2$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 2$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 2$.
- m_{1_0} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{1_0} = 2$
- β : Nuevo parámetro de ajuste: $\beta = 0.9, \beta = 0.99$

λ : Nuevo parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$

δ : Nuevo parámetro de ajuste: $\delta = 1$, $\delta = 0.1$

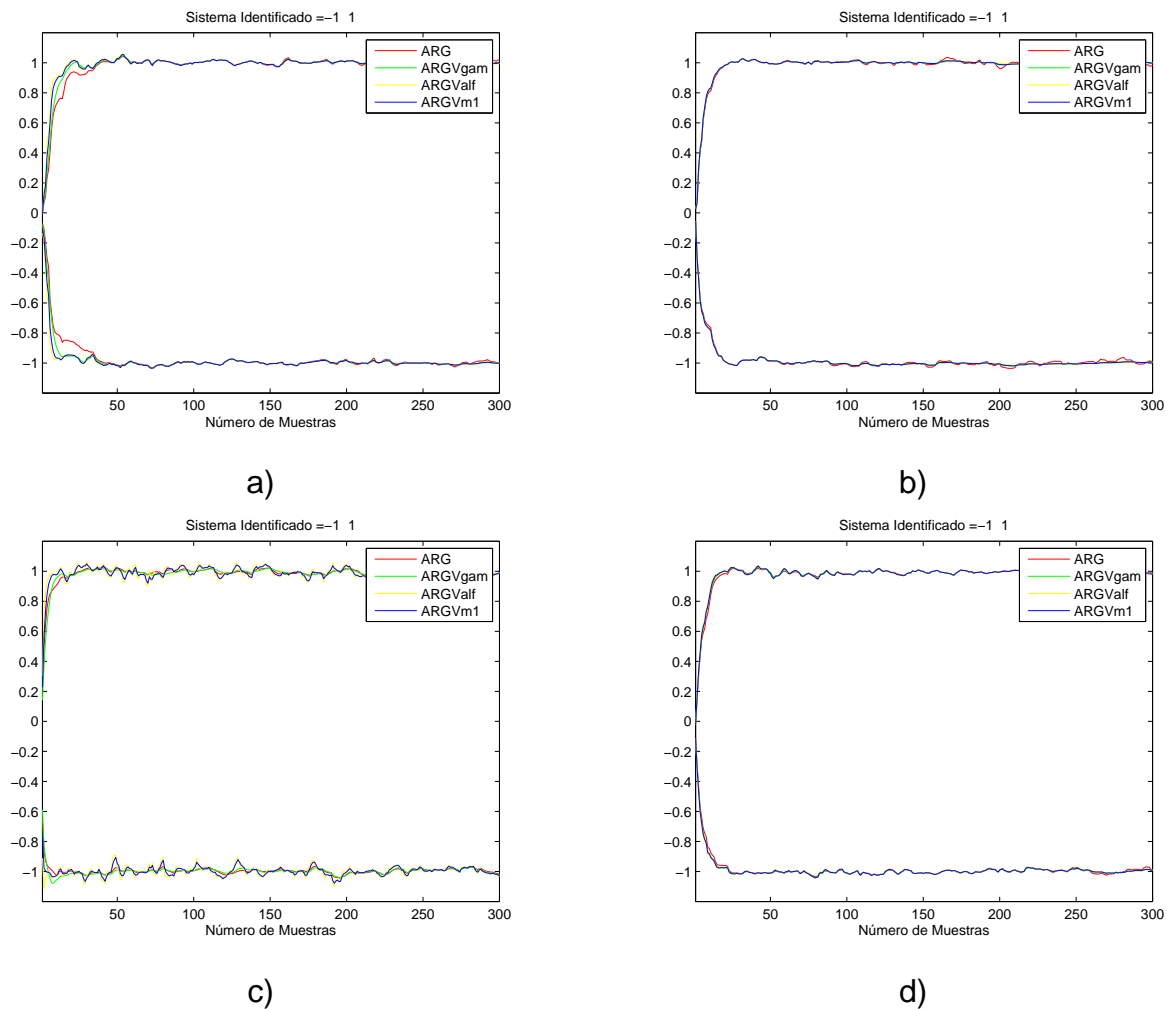


Figura 4.14. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m1}$ (ARGVm1): a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

Los resultados de esta simulación se indican en las Figuras 4.14, 4.15 y 4.16 y en la Tabla 4.8 en donde se observa que en términos generales el comportamiento de los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$, en cuanto a velocidad de convergencia y error de medida final de los coeficientes reflejado en el cálculo de los E_{Px} es similar al comportamiento de los algoritmos obtenido en las simulaciones anteriores al con-

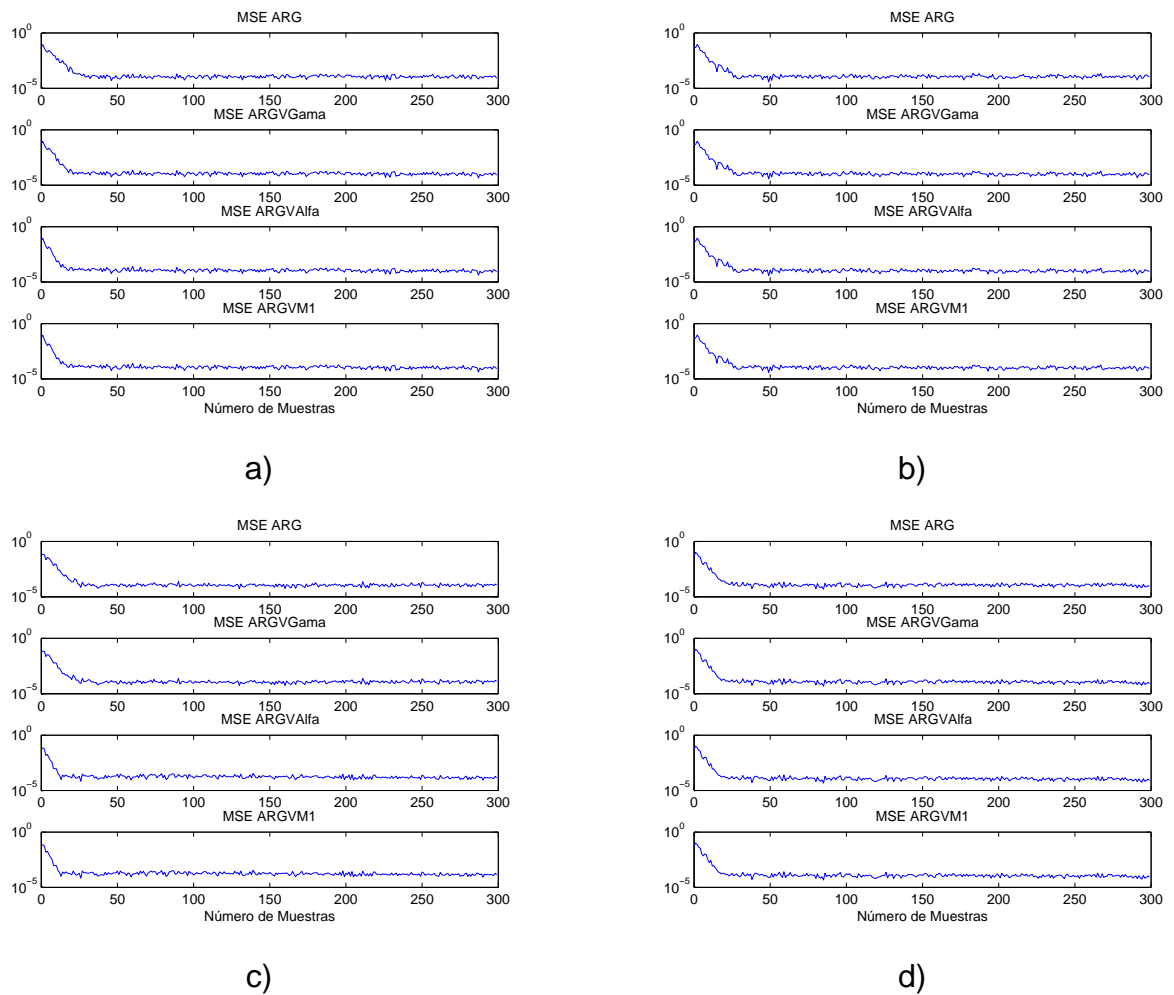


Figura 4.15. MSE con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

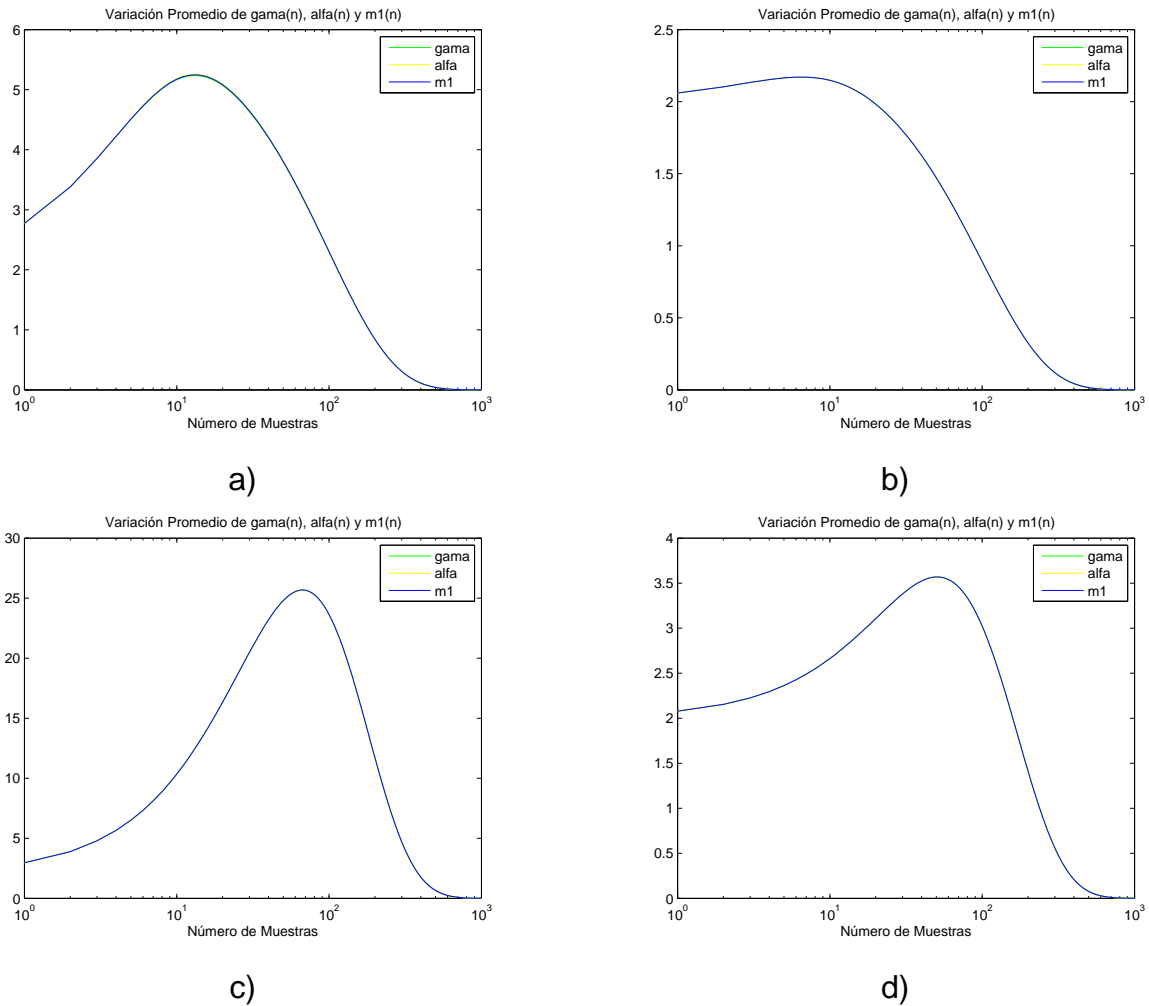


Figura 4.16. Variación de los parámetros del algoritmo $AR_{\gamma}V$: a) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$. c) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.99$, $\beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

	Intervalo de Muestras				
	Valor promedio del MSE x 10^{-4}				
$\lambda = 0.99, \beta = 0.9$ y $\delta = 1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	5.0748	1.2024	1.1994	1.2006	1.2078
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	4.6428	1.0579	1.0500	1.0449	1.0256
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	4.0287	1.0610	1.0499	1.0433	1.0256
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	4.2608	1.0601	1.0503	1.0443	1.0253
$\lambda = 0.99, \beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	4.9849	1.1789	1.1745	1.1735	1.1717
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	4.4694	1.0226	1.0139	1.0090	0.9959
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	4.4040	1.0205	1.0119	1.0075	0.9970
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	4.4401	1.0217	1.0130	1.0083	0.9958
$\lambda = 0.99, \beta = 0.99$ y $\delta = 1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	4.6596	1.1810	1.1800	1.1794	1.8160
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	6.2265	1.0947	1.0909	1.0900	1.0670
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	3.6756	1.2629	1.2382	1.2104	1.0702
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	3.8430	1.2009	1.1862	1.1680	1.0698
$\lambda = 0.99, \beta = 0.99$ y $\delta = 0.1$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
E_{AR_γ}	4.7073	1.2038	1.2042	1.2035	1.2021
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	4.4396	1.0703	1.0657	1.0592	1.0244
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	4.3297	1.0726	1.0664	1.0571	1.0231
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	4.3982	1.0726	1.0670	1.0589	1.0241

Tabla 4.8. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ y los nuevos parámetros de ajuste λ , δ y β . Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

siderarse los valores iniciales de los parámetros α , γ y m_1 con el criterio del mínimo error. Debido a que los valores iniciales de los parámetros de ajuste incrementaron su valor con respecto a los seleccionados bajo el criterio de mínimo error utilizados en las simulaciones anteriores, la velocidad de convergencia se incrementó tanto en el algoritmo AR_γ como en los algoritmos $AR_\gamma V$ con parámetro de convergencia variante como se puede observar en las Figuras 4.14.a y 4.15.a y así mismo el error de medida final de los coeficientes medido a través de los E_{P_x} se incrementó en todos los algoritmos, sobre todo en el algoritmo AR_γ , sin embargo los $E_{AR_\gamma V \gamma}$, $E_{AR_\gamma V \alpha}$ y $E_{AR_\gamma V m_1}$ obtenidos cuando $\beta = 0.9$ y $\delta = 0.1$, son valores similares a los encontrados en las simulaciones anteriores a partir de la muestra 90 aproximadamente.

4.2 Validación Mediante Simulación de los Métodos de Variación Temporal de Parámetros en el Algoritmo AR_γ en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden

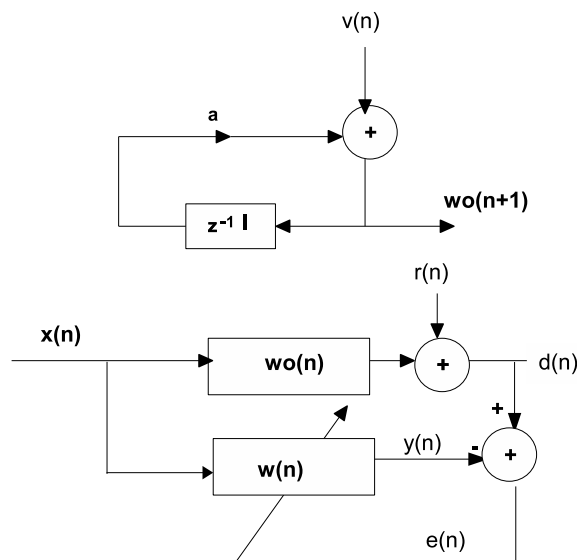


Figura 4.17. Modelo del Proceso de Markov y Sistema de Identificación.

Para analizar el comportamiento de los algoritmos con un parámetro de ajuste

variable en ambientes variantes en el tiempo, se implementó el sistema de identificación ilustrado en la Figura 4.17, el cual es modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de primer orden (Hayquin, 1996) (ver Anexo A), descrito vectorialmente de la siguiente forma:

$$\mathbf{wo}[n + 1] = a\mathbf{wo}[n] + \mathbf{v}[n] \quad (4.8)$$

donde: $\mathbf{wo}[n + 1]$ es el vector de coeficientes del sistema a ser identificado, a es un parámetro fijo próximo a 1 y $\mathbf{v}[n]$ es un vector de ruido de medida blanco gaussiano con media cero y varianza $1,6 \times 10^{-3}$. En el sistema de Identificación: la señal de entrada $\mathbf{x}[n]$ es ruido blanco gaussiano con media cero y varianza 0.04, la señal d es contaminada con ruido de medida $\mathbf{r}[n]$, el cual es blanco gaussiano con media cero y varianza 4×10^{-4} . Las condiciones generales para implementar este sistema fueron:

- L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.
- a : Parámetro fijo del Proceso de Markov, $a = 0.9998$.
- σ_V^2 : Varianza del ruido de medida del Proceso de Markov, $\sigma_V^2 = 1,6 \times 10^{-3}$.
- σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.
- σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 4 \times 10^{-4}$.

Una vez establecido el sistema y las condiciones generales del mismo, se realizó la validación del algoritmo $AR_\gamma V$ de acuerdo a cada uno de los métodos establecidos para la variación del parámetro de ajuste con respecto al comportamiento del algoritmo AR_γ normal.

4.2.1 Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en el Algoritmo AR_γ

El comportamiento de los algoritmos: $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$, descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.1, 3.2 y 3.3 respectivamente, se evaluó con respecto al comportamiento del algoritmo AR_γ descrito en las ecuaciones 2.23, 2.24, 2.25 y 2.26. La evaluación se realizó en cuatro escenarios en donde α, γ y m_1 tomaron diversos valores para observar la incidencia de cada parámetro variante sobre el algoritmo. Las condiciones particulares de cada escenario fueron:

- Escenario 1: Los valores iniciales de α, γ y m_1 se escogieron de acuerdo al criterio de mínimo error.

α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1$,
 $\gamma = 0.68$, $m_1 = 3$.

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 1$.

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 0.68$.

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 3$

- Escenario 2

α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 10$,
 $\gamma = 5$, $m_1 = 5$.

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 10$.

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 5$.

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 5$

- Escenario 3

α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 5$,
 $\gamma = 10$, $m_1 = 5$.

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 5$.

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 10$.

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 5$

- Escenario 4

α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 5$,

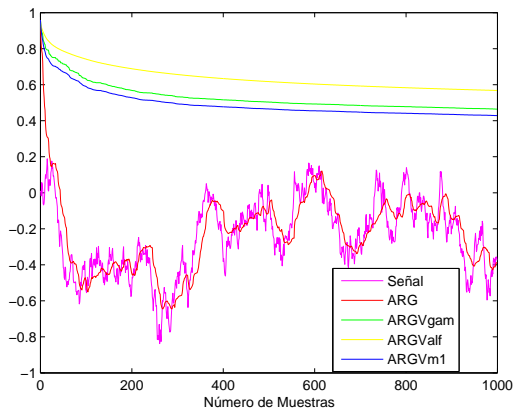
$$\gamma = 5, m_1 = 10.$$

- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$ con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 5$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$ con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 5$.
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$ con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 10$

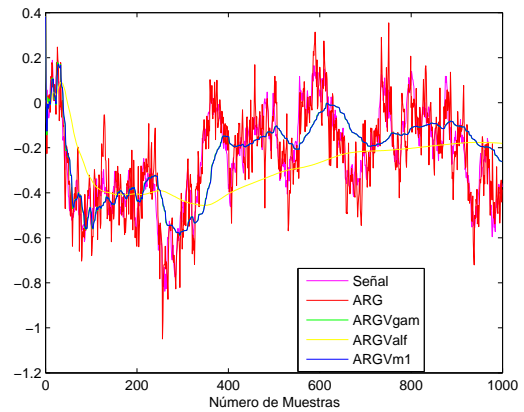
Los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos AR_γ y $AR_\gamma V$ fueron los mismos, ya que los valores seleccionados se encontraban dentro de los límites de convergencia.

Los resultados de los cuatro escenarios se presentan en la Figura 4.18 y en la Tabla 4.9. En el Escenario 1 (Figura 4.18.a) se observa que el algoritmo AR_γ , sí realiza el seguimiento del sistema modelado por el proceso de Markov, ya que los valores α , γ y m_1 se escogieron bajo el criterio del mínimo error; en contraste con los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ variante, que no realizan el seguimiento, debido a que los parámetros iniciales α_0 , γ_0 y m_{10} y los parámetros fijos toman valores pequeños, además la función decreciente del parámetro variable de cada algoritmo contribuye a que no haya convergencia. De acuerdo a los valores de los E_{P_x} obtenidos en dos intervalos de muestras determinados como se ilustra en la Tabla 4.9, los $E_{AR_\gamma V_\gamma}$, $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ y $E_{AR_\gamma V_{m_1}}$ toman valores altos con relación a E_{AR_γ} porque los algoritmos con parámetro de ajuste variable no convergen, por lo tanto el error de medida de los coeficientes es grande. En cuanto al algoritmo AR_γ presenta un E_{AR_γ} mayor alrededor de las primeras 100 muestras aproximadamente, debido a que el desajuste inicial de los coeficientes produce un MSE alto, el cual disminuye en la medida en que los coeficientes del algoritmo AR_γ se acercan a los valores óptimos del sistema, sin embargo debido a la naturaleza aleatoria del sistema, el error de medida final de los coeficientes nunca es cero aunque para este algoritmo los valores de α , γ y m_1 seleccionados generan un error de medida final mínimo.

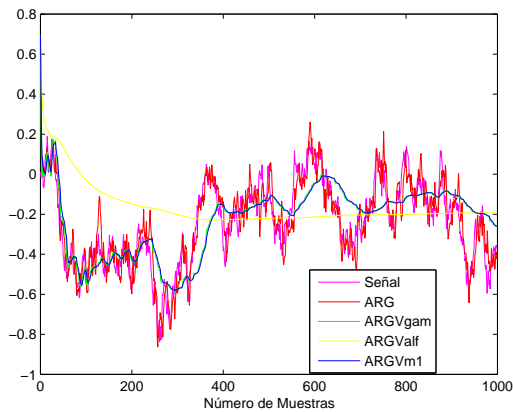
En los Escenarios 2, 3 y 4 los parámetros iniciales α_0 , γ_0 y m_{10} y los parámetros fijos toman valores altos por tanto la velocidad inicial de convergencia de los algoritmos es mayor a la obtenida en el Escenario 1 como se aprecia en las Figuras 4.18.b, 4.18.c y 4.18.d. En el Escenario 2 $\alpha_0 = 10$, por esta razón $AR_\gamma V_\alpha$ converge más rápidamente que en los Escenarios 3 y 4, en donde $\alpha_0 = 5$, por esto el $E_{AR_\gamma V_\alpha}$



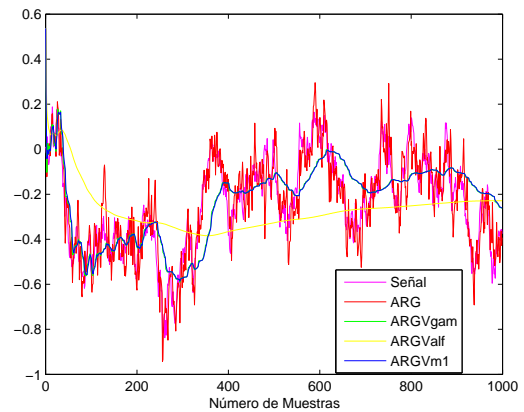
a)



b)



c)



d)

Figura 4.18. Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m_1}$ (ARGVm1): a) Escenario 1. b) Escenario 2. c) Escenario 3. d) Escenario 4. Con Paso de Adaptación Continúa Decreciente.

	Intervalo de Muestras	
Escenario 1	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0047	8.8609×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0610	0.0460
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0694	0.0537
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0577	0.0436
Escenario 2	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0016	0.0039
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0017	0.0150
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0041	0.0245
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0017	0.0143
Escenario 2	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0016	0.0043
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0018	0.0143
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0107	0.0226
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0020	0.0139
Escenario 3	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0015	0.0032
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0017	0.0147
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.060	0.0223
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0018	0.0145

Tabla 4.9. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$. Con Paso de Adaptación Continualmente Decreciente.

calculado en las primeras 100 muestras en el Escenario 2, es menor que los valores promedio de los MSE obtenidos en los Escenarios 3 y 4 como se observa en la Tabla 4.9. Así mismo se observa que los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ convergen más rápido que el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, ya que los E_{Px} obtenidos en las primeras 100 muestras son menores que $E_{AR_\gamma V_\alpha}$ en todos los escenarios. En el AR_γ la velocidad de convergencia es mayor en estos escenarios porque el valor de los parámetros de ajuste es alto. Con respecto al seguimiento del sistema modelado por el proceso de Markov realizado por los algoritmos $AR_\gamma V$ con parámetro de ajuste variable no es el mejor, ya que el parámetro de convergencia variable de cada algoritmo no ajusta su valor de acuerdo al error obtenido, sino, a una función decreciente, sin embargo como puede observarse en las Figuras 4.18.b, 4.18.c y 4.18.d y en la Tabla 4.9, el seguimiento realizado por los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ es mejor que el obtenido con $AR_\gamma V_\alpha$. El algoritmo AR_γ no presenta un comportamiento óptimo en seguimiento del sistema porque los valores de los parámetros de convergencia son mayores a los valores de α , γ y m_1 en condiciones de mínimo error y no permiten que los coeficientes del sistema converjan a sus valores óptimos.

4.2.2 Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en el Algoritmo AR_γ

La evaluación de los algoritmos: $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$; con el parámetro de ajuste variando de acuerdo a la estimación de la energía de error instantáneo de medida (sistemas de ecuaciones:3.4, 3.5 y 3.6), se implementó con las siguientes condiciones particulares.

- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1$,
 $\gamma = 2.04$, $m_1 = 1$.
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 1$.
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 2.4$.
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$
con m_1 como parámetro variante, $m_{10} = 1$
- λ : Nuevo parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$, $\lambda = 0.9999$
- δ : Nuevo parámetro de ajuste: $\delta = 10$, $\delta = 1$

Los parámetros de ajuste del algoritmo AR_γ se escogieron de acuerdo al criterio de mínimo error y los parámetros de ajuste fijos del algoritmos $AR_\gamma V$ fueron los mismos del algoritmo AR_γ , ya que los valores seleccionados se encontraban dentro de los límites de convergencia.

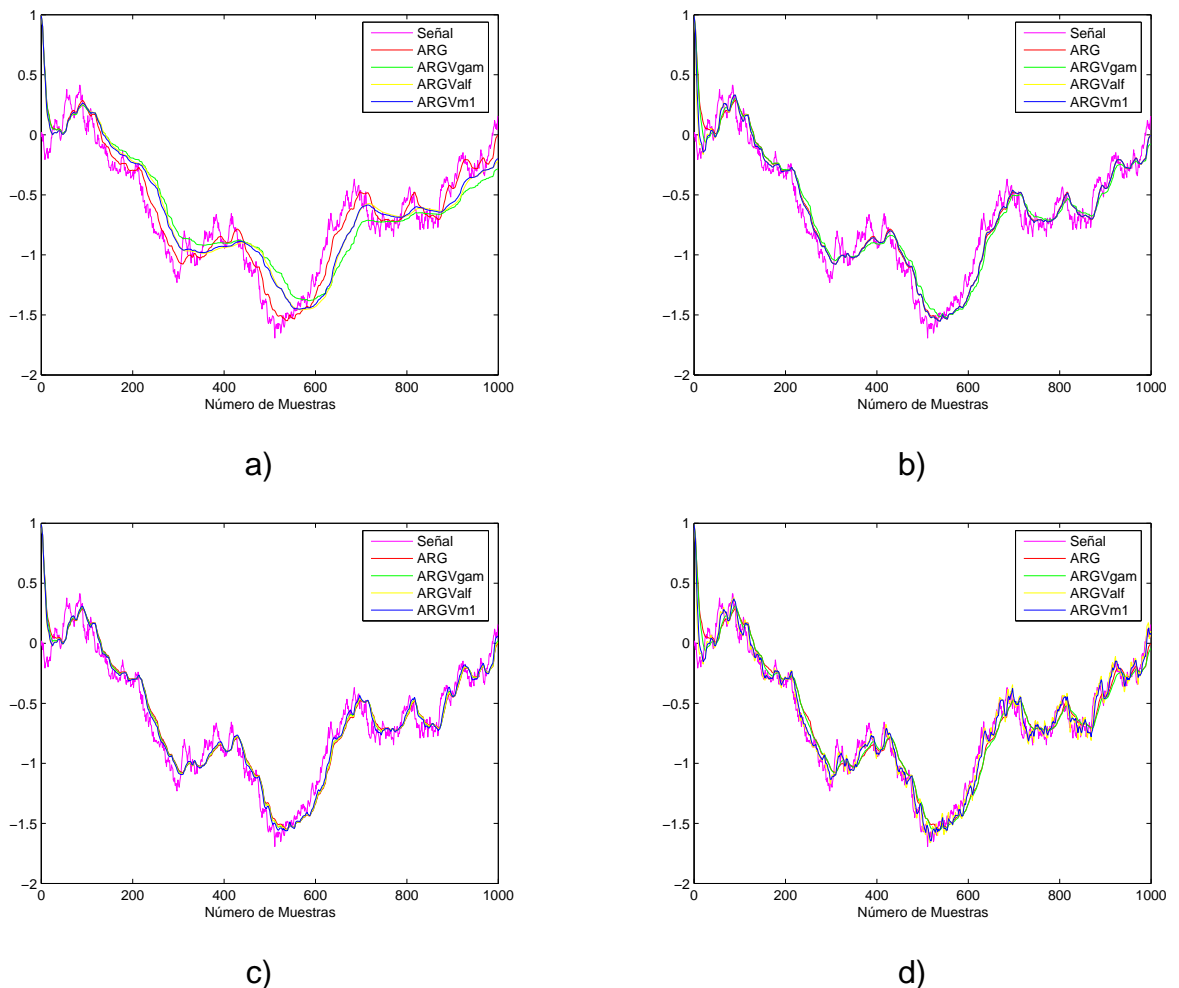


Figura 4.19. Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha_\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m1}$ (ARGVm1): a) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$. b) Con $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$. c) Con $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 1$. d) Con $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 10$. Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

El comportamiento de los algoritmos AR_γ y $AR_\gamma V$ con parámetro de ajuste variable se ilustra en la Figura 4.19 y en la Tabla 4.10. De acuerdo a la Figuras 4.19.a y 4.19.c y los E_{Px} obtenidos en las primeras 100 muestras aproximadamente presentan valores similares cuando: $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$ o $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 1$ y por tanto

	Intervalo de Muestras	
$\lambda = 99, \delta = 1$	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0053	9.7575×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0053	0.0030
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0049	0.0024
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0050	0.0021
$\lambda = 99, \delta = 10$	0 - 100	100 - L
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0050	0.0012
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0032	9.5643×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0039	9.5440×10^{-4}
$\lambda = 9999, \delta = 1$	0 - 100	100 - L
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0052	9.3325×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0047	9.0398×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0049	8.0402×10^{-4}
$\lambda = 9999, \delta = 10$	0 - 100	100 - L
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0050	9.2568×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0031	6.3227×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0038	6.7727×10^{-4}

Tabla 4.10. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha_\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ y los nuevos parámetros de ajuste λ y δ . Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

no existe mayor diferencia en relación a la velocidad de convergencia inicial de los $AR_\gamma V$. Con respecto al seguimiento del sistema, el algoritmo AR_γ presenta un mejor comportamiento que el de los algoritmos con parámetro de ajuste variable cuando $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$; aunque el desempeño de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$, es mejor que el desempeño del algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$ (ver en la Tabla 4.10 los E_{Px} en el intervalo de muestras comprendido entre 100 y L). Cuando $\lambda = 0.99$ y $\delta = 10$ (ver Figura 4.19.b), el error de medida de los coeficientes en las últimas 900 muestras en los algoritmos con parámetro de ajuste variable es menor que el obtenido cuando $\lambda = 0.99$ y $\delta = 1$ y nuevamente se observa un mejor desempeño de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ con respecto al algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$. Finalmente cuando $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 10$ (Figura 4.19.d), la velocidad de convergencia de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ se incrementa con relación a la velocidad obtenida cuando $\lambda = 0.9999$ y $\delta = 1$, mas no así la velocidad de convergencia del algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$, la cual permanece constante. Los valores de los E_{Px} calculados en las últimas 900 muestras, evidencian que el error de medida final de los coeficientes en todos los algoritmos de parámetro de ajuste variable, es menor que el obtenido para los otros valores de λ y δ . Del comportamiento de los algoritmos: $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$, implementados mediante el método de variación del parámetro de ajuste basado en el error, se puede observar que cuando el factor de ponderación del error cuadrático δ incrementa su valor, la velocidad de convergencia inicial aumenta y por tanto el error de medida obtenido en las muestras iniciales disminuye, así mismo cuando el factor de ponderación del estado anterior del parámetro de ajuste se incrementa, el error de medida final de los coeficientes disminuye.

4.2.3 Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en el Algoritmo AR_γ

La evaluación del desempeño de los algoritmos $AR_\gamma V$ con parámetro de ajuste variable con el método de variación basado en el error modificado, descritos en a los sistemas de ecuaciones 3.7, 3.8 y 3.9 con respecto al algoritmo AR_γ , se presenta mediante el resultado de cuatro simulaciones. Las condiciones particulares de estas simulaciones fueron

α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1$,
 $\gamma = 2.4, m_1 = 1$.

α_0 :	Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con α como parámetro variante, $\alpha_0 = 1$.
γ_0 :	Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con γ como parámetro variante, $\gamma_0 = 2.04$.
m_{1_0} :	Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con m_1 como parámetro variante, $m_{1_0} = 1$
β :	Nuevo parámetro de ajuste: $\beta = 0.45$, $\beta = 0.75$
λ :	Nuevo parámetro de ajuste, $\lambda = 0.9999$
δ :	Nuevo parámetro de ajuste: $\delta = 1$, $\delta = 0.1$

Nuevamente, los parámetros de ajuste del algoritmo AR_{γ} se escogieron de acuerdo al criterio de mínimo error y los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos $AR_{\gamma}V$ fueron iguales a los parámetros de ajuste del algoritmo AR_{γ} .

Para el nuevo parámetro de ajuste β se seleccionaron dos valores menores que la unidad de acuerdo a los rangos establecidos (Aboulnasr y Mayyas, 1997), ya que para ambientes variables en el tiempo $0 < \beta < 1$; igualmente se seleccionaron dos valores para el parámetro de ponderación de la autocorrelación del error δ y el factor de ponderación del estado anterior del parámetro de ajuste λ tomó un valor muy cercano a la unidad ($\lambda=0.9999$) para minimizar el error de medida final de los coeficientes.

En la Figura 4.20 y en la Tabla 4.11 se presenta el comportamiento de los algoritmos AR_{γ} y $AR_{\gamma}V$. Es importante anotar que la Figura 4.20 se implementó en una escala de 0 a 300 muestras para apreciar de mejor forma los resultados. En las Figuras 4.20.a y 4.20.b y en la Tabla 4.11 (E_{Px} obtenidos en las primeras 100 muestras cuando $\beta = 0.45$, $\delta = 10$ y $\beta = 0.45$, $\delta = 20$), se observa que la velocidad inicial de convergencia de los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$ se incrementa cuando δ aumenta de valor ($\delta = 10$ a $\delta = 20$), sin embargo el algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, mantiene su velocidad de convergencia; el error de medida de los coeficientes disminuye en todos algoritmos $AR_{\gamma}V$, cuando δ decrementa su valor aunque en el algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ lo hace en menor proporción (Tabla 4.11; E_{Px} obtenidos en las últimas 900 muestras cuando $\beta = 0.45$, $\delta = 10$ y $\beta = 0.45$, $\delta = 20$). En la Figura 4.20.c y en la Tabla 4.11 (E_{Px} obtenidos cuando $\beta = 0.75$ y $\delta = 10$), se aprecia que cuando $\beta = 0.75$ y $\delta = 10$ en los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$ variante, la velocidad de convergencia aumenta y el error de medida disminuye con respecto a los resultados obtenidos

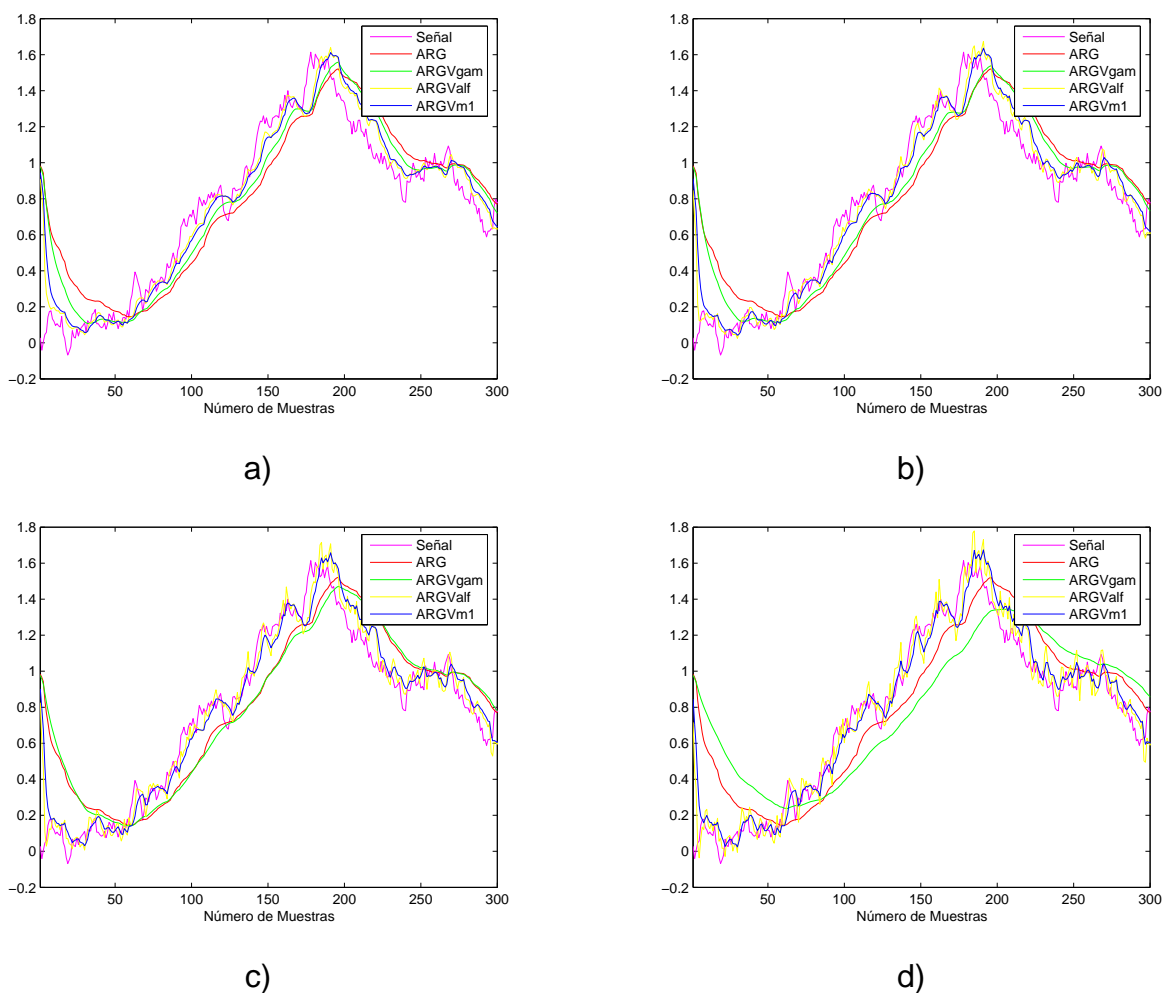


Figura 4.20. Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG) cuando $\alpha\gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$ (ARGVgam), $AR_\gamma V_\alpha$ (ARGValf) y $AR_\gamma V_{m1}$ (ARGVm1): a) Con $\beta = 0.45$ y $\delta = 10$. b) Con $\beta = 0.45$ y $\delta = 20$. c) Con $\beta = 0.75$ y $\delta = 20$. b) Con $\beta = 0.75$ y $\delta = 20$. Con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

cuando $\beta = 0.45$, $\delta = 20$, sin embargo en el algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$ la velocidad de convergencia disminuye y el error de medida final de los coeficientes es mayor. En la Figura 4.20.d y en la Tabla 4.11 (E_{P_x} obtenidos cuando $\beta = 0.75$ y $\delta = 20$), se observa que la velocidad de convergencia se incrementa en los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$, aunque el error de medida presentado por el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$ es mayor al obtenido cuando $\beta = 0.75$ y $\delta = 10$, en contraste con $AR_\gamma V_{m1}$ en el cual error de medida de los coeficientes que si disminuye.

	Intervalo de Muestras	
$\beta = 0.45, \delta = 10$	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0045	9.8135×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0032	0.0011
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0022	7.8358×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0023	8.0587×10^{-4}
$\beta = 0.45, \delta = 20$	0 - 100	100 - L
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0035	0.0010
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0014	7.2804×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0016	7.4085×10^{-4}
$\beta = 0.75, \delta = 10$	0 - 100	100 - L
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0041	0.0013
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	0.0010	7.0455×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	0.0011	7.0402×10^{-4}
$\beta = 0.75, \delta = 20$	0 - 100	100 - L
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	0.0053	0.0018
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	9.9162×10^{-4}	7.5131×10^{-4}
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	9.9932×10^{-4}	7.0049×10^{-4}

Tabla 4.11. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ cuando $\alpha \gamma m_1 \approx H$, $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$ y los nuevos parámetro de ajuste λ , δ y β . Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

Capítulo 5

Comparación de los Métodos Utilizados en la Variación de un Parámetro de Ajuste en el Algoritmo AR_{γ}

En el Capítulo 4 se presentó el comportamiento del algoritmo $AR_{\gamma}V$ cuando uno de sus parámetros de ajuste α , γ o m_1 se torna variable en el tiempo, de acuerdo a cada uno de los métodos de variación de parámetros vistos. El estudio comparativo los algoritmos: $AR_{\gamma}V$ con Parámetro de Adaptación Continuamente Decreciente, $AR_{\gamma}V$ con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error y $AR_{\gamma}V$ con Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado; se realizó nuevamente sobre los escenarios: Sistema de Identificación con coeficientes fijos o constantes y Sistema de Identificación modelado por un filtro transversal que sigue proceso de Markov de Primer Orden.

Las simulaciones implementadas para realizar el estudio comparativo de los métodos de variación de un parámetro de ajuste en el algoritmo $AR_{\gamma}V$ se montaron bajo las mejores condiciones de desempeño (obtenidas y mencionadas en el capítulo anterior) para obtener un mínimo error de medida final de los coeficientes.

5.1 Comparación de los Métodos de Variación Temporal de un Parámetro de Ajuste en el Algoritmo $AR_\gamma V$ en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR

Se implementó el sistema esquematizado en la Figura 2.4 con las siguientes condiciones generales:

- h : Respuesta impulsiva, $h = [1, -1]$.
 L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.
 M : Número de coeficientes del algoritmo, $M = 2$.
 N : Número de experiencias, $N = 30$.
 σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.
 σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 1 \times 10^{-4}$.
 α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1, \gamma = 2.04, m_1 = 1$

Condiciones particulares de los algoritmos $AR_\gamma V$ implementados con el Método del Tamaño del Paso Continuamente Decreciente ($AR_\gamma VD$):

- $AR_\gamma V$ con α Variante (ARGDalf)

- α_0 : Parámetro de ajuste variable, $\alpha_0 = 10$.
 γ : Parámetro de ajuste fijo, $\gamma = 5$.
 m_1 : Parámetro de ajuste fijo, $m_1 = 5$.

- $AR_\gamma V$ con γ Variante (ARGDgam)

- γ_0 : Parámetro de ajuste variable, $\gamma_0 = 5$.
 α : Parámetro de ajuste fijo, $\alpha = 10$.
 m_1 : Parámetro de ajuste fijo, $m_1 = 5$.

- $AR_{m1} V$ con m_1 Variante (ARGDm1)

- m_{10} : Parámetro de ajuste variable, $m_{10} = 5$.
 α : Parámetro de ajuste fijo, $\alpha = 10$.
 γ : Parámetro de ajuste fijo, $\gamma = 5$.

Condiciones particulares de los algoritmos $AR_{\gamma}V$ implementados con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error ($AR_{\gamma}VEC$):

- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con α variante, $\alpha_0 = 1$. (ARGECalf)
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con γ variante, $\gamma_0 = 2.4$. (ARGECgam)
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con m_1 variante, $m_{10} = 1$. (ARGECm1)
- λ : Parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$
- δ : Parámetro de ajuste, $\delta = 1$

Condiciones particulares de los algoritmos $AR_{\gamma}V$ implementados con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado ($AR_{\gamma}VCE$):

- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con α variante, $\alpha_0 = 1$. (ARGCEalf)
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con γ variante, $\gamma_0 = 2.04$. (ARGCEgam)
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con m_1 variante, $m_{10} = 1$. (ARGCEm1)
- β : Parámetro de ajuste, $\beta = 0.9$
- λ : Parámetro de ajuste, $\lambda = 0.99$
- δ : Parámetro de ajuste, $\delta = 0.1$

Los parámetros de ajuste del algoritmo AR_{γ} se escogieron de acuerdo al criterio de mínimo error y los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos $AR_{\gamma}V$ implementados con el método de variación del parámetro de ajuste basado en el error y los algoritmos $AR_{\gamma}V$ implementados con el método de variación del parámetro de ajuste basado en el error modificado, fueron iguales a los parámetros de ajuste del algoritmo AR_{γ} . Así mismo los parámetros λ , δ y β se escogieron bajo las mejores condiciones de desempeño (encontradas en la evaluación de cada uno de los métodos de variación del parámetro de ajuste), relacionadas con velocidad de convergencia y error de medida de los coeficientes.

En la Figura 5.1 se observa que los algoritmos $AR_{\gamma}VD$ (ARGVDgam, ARGV-Dalf y ARGVDm1), convergen a una mayor velocidad que los algoritmos $AR_{\gamma}VEC$

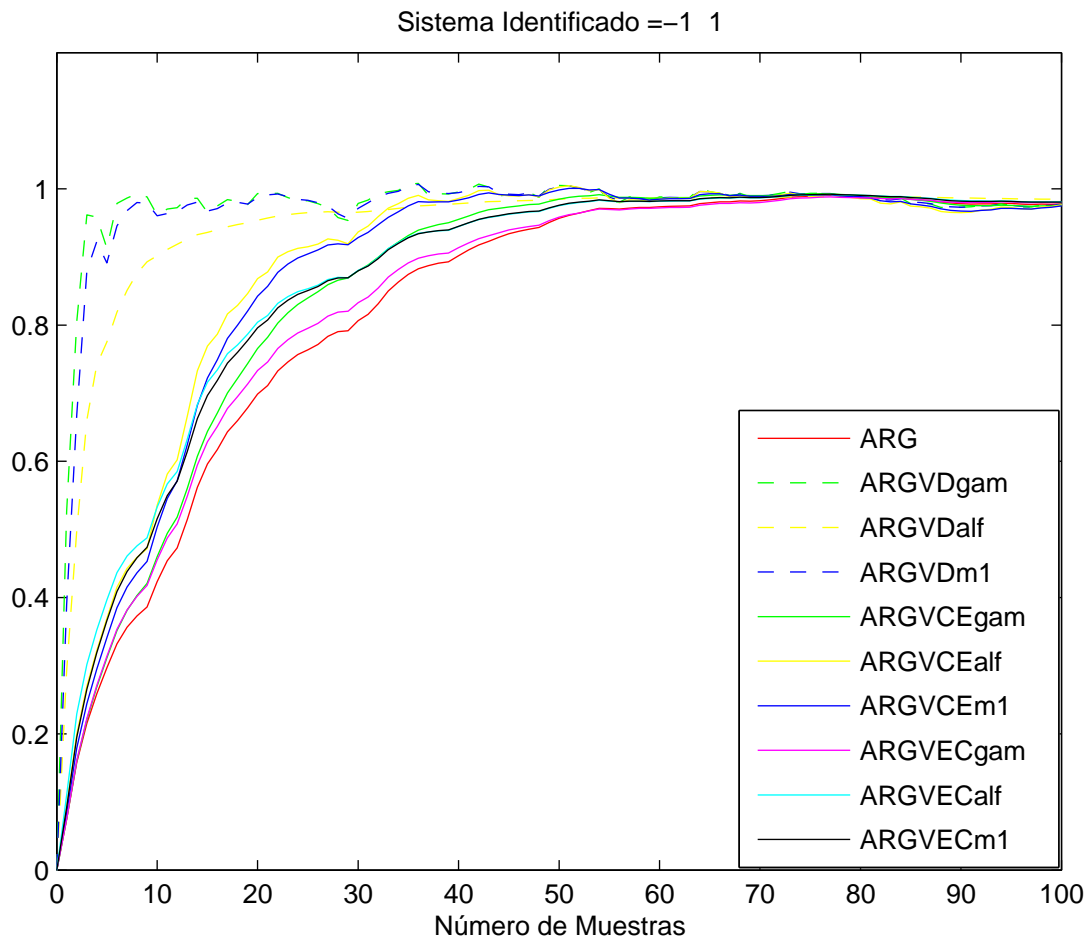


Figura 5.1. Curvas de coeficientes obtenidos en un Sistema de Identificación de un filtro FIR con los Algoritmos AR_γ (ARG), AR_γ VD (ARGVDgam, ARGVDalf y ARGVDm1), AR_γ VEC (ARGVECgam, ARGVECalf y ARGVEEm1) y AR_γ VCE (ARGVCEgam, ARGVCEalf y ARGVECEm1)

(ARGVECgam, ARGVECalc y ARGVEcm1) y $AR_{\gamma}VCE$ (ARGVCEgam, ARGVCEalf y ARGVECEm1); esto se evidencia en la Tabla 5.1, ya que los E_{Px} calculados para los algoritmos $AR_{\gamma}VD$ en el intervalo de muestras de $N_i = 1$ a $N_f = L$ es menor que los obtenidos en el mismo intervalo para los algoritmos $AR_{\gamma}VEC$ y $AR_{\gamma}VCE$; sin embargo, los E_{Px} calculados para los algoritmos $AR_{\gamma}VD$ en el intervalo de muestras de $N_i = 1$ a $N_f = 300$ son mayores que los E_{Px} obtenidos con los algoritmos $AR_{\gamma}VEC$ y $AR_{\gamma}VCE$, lo cual demuestra que el error de medida final de los coeficientes en estos algoritmos es menor y además en igual proporción; de acuerdo a la Figura 5.1 y a la Tabla 5.1. La velocidad de convergencia alcanzada sobre las condiciones estipuladas es mayor en los algoritmos $AR_{\gamma}VEC$ con relación a la velocidad alcanzada por los algoritmos $AR_{\gamma}VCE$.

	Intervalo de Muestras				
	Valor promedio del MSE x 10^{-4}				
AR_{γ}	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
$E_{AR_{\gamma}}$	4.4768	1.1576	1.0643	1.0600	1.0583
$AR_{\gamma}VD$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
$E_{AR_{\gamma}V_{\gamma}}$	1.7572	1.0343	1.0200	1.0162	1.0155
$E_{AR_{\gamma}V_{\alpha}}$	1.9982	1.0214	0.0062	1.0078	1.0064
$E_{AR_{\gamma}V_{m1}}$	1.8152	1.0336	1.0198	1.0161	1.0162
$AR_{\gamma}VEc$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
$E_{AR_{\gamma}V_{\gamma}}$	4.5563	1.0861	0.0085	1.0029	1.0025
$E_{AR_{\gamma}V_{\alpha}}$	4.1316	1.0473	0.0076	1.0036	1.0038
$E_{AR_{\gamma}V_{m1}}$	4.2263	1.0482	0.0076	1.0037	1.0040
$AR_{\gamma}VCE$	1 - L	30 - L	60 - L	90 - L	300 - L
$E_{AR_{\gamma}V_{\gamma}}$	4.6459	1.1147	1.0112	1.0035	1.0033
$E_{AR_{\gamma}V_{\alpha}}$	4.2375	1.0678	1.0076	1.0026	1.0027
$E_{AR_{\gamma}V_{m1}}$	4.3211	1.0688	1.0082	1.0033	1.0029

Tabla 5.1. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_{γ} , $AR_{\gamma}VD$, $AR_{\gamma}VEC$ y $AR_{\gamma}VCE$

De acuerdo con los resultados de esta simulación se puede observar que los algoritmos $AR_{\gamma}VD$ presentan un desempeño muy bueno con respecto a la velocidad

de convergencia y error de medida final de los coeficientes en comparación con el algoritmo AR_γ ; aunque la velocidad de convergencia obtenida con los algoritmos $AR_\gamma EC$ y $AR_\gamma VCE$ no es mejor que la obtenida con los algoritmos $AR_\gamma VD$ si es mayor a la obtenida con respecto al algoritmo AR_γ y el error de medida final de los coeficientes es mínimo.

5.2 Comparación de los Métodos de Variación Temporal de un Parámetro de Ajuste en el Algoritmo $AR_\gamma V$ en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden

Los resultados obtenidos en la evaluación de los $AR_\gamma V$ con parámetro de ajuste continuamente decreciente, permitieron observar que el desempeño de estos algoritmos en ambientes variables en el tiempo no es muy bueno en relación al comportamiento del algoritmo AR_γ en condiciones de mínimo error y al comportamiento de los algoritmos $AR_\gamma VEC$ y $AR_\gamma VCE$. Por esta razón en esta sección solo se presenta el estudio comparativo entre los algoritmos $AR_\gamma VEC$ y $AR_\gamma VCE$. Para esto se implementó el sistema esquematizado en la Figura 4.17 con las siguientes condiciones generales:

- L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.
- a : Parámetro fijo del Proceso de Markov, $a = 0.9998$.
- σ_V^2 : Varianza del ruido de medida del Proceso de Markov, $\sigma_V^2 = 1,6 \times 10^{-3}$.
- σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.
- σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 4 \times 10^{-4}$.
- α, γ, m_1 : Parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ , $\alpha = 1, \gamma = 2.04, m_1 = 1$

Condiciones particulares de los algoritmos $AR_\gamma V$ implementados con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error ($AR_\gamma VEC$):

- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$ con α variante, $\alpha_0 = 1$ (ARGECalf).
- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V$ con γ variante, $\gamma_0 = 2.4$ (ARGECgam).

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$
con m_1 variante, $m_{10} = 1$ (ARGECm1).

λ : Parámetro de ajuste, $\lambda = 0.9999$

δ : Parámetro de ajuste, $\delta = 10$

Los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos $AR_{\gamma}VEC$, fueron iguales a los parámetros de ajuste del algoritmo AR_{γ} ; los valores de λ y δ se escogieron de buscando incrementar la velocidad de convergencia y minimizar el error de medida final de los coeficientes, estos valores fueron los mismos para los tres algoritmos $AR_{\gamma}VEC$ generados (ARGECalf, ARGECgam y ARGECm1).

Condiciones particulares de los algoritmos $AR_{\gamma}V$ implementados con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado ($AR_{\gamma}VCE$):

- $AR_{\gamma}VCE$ con α Variante (ARGCEalf)

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$
con α variante, $\alpha_0 = 1$.

β : Parámetro de ajuste, $\beta = 0.75$

λ : Parámetro de ajuste, $\lambda = 0.9999$

δ : Parámetro de ajuste, $\delta = 10$

- $AR_{\gamma}VCE$ con γ Variante (ARGCEgam)

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$
con γ variante, $\gamma_0 = 2.04$.

β : Parámetro de ajuste, $\beta = 0.45$

λ : Parámetro de ajuste, $\lambda = 0.9999$

δ : Parámetro de ajuste, $\delta = 20$

- $AR_{\gamma}VCE$ con m_1 Variante (ARGCEm1)

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V$
con m_1 variante, $m_{10} = 1$.

β : Parámetro de ajuste, $\beta = 0.75$

λ : Parámetro de ajuste, $\lambda = 0.9999$

δ : Parámetro de ajuste, $\delta = 20$

Nuevamente, los parámetros de ajuste fijos de los algoritmos $AR_\gamma VCE$, fueron iguales a los parámetros de ajuste del algoritmo AR_γ ; los valores de λ , δ y β se escogieron buscando incrementar la velocidad de convergencia y minimizar el error de medida final de los coeficientes. Por esta razón, los tres algoritmos $AR_\gamma VCE$ generados (ARGCEalf, ARGCEgam y ARGCEm1), se implementaron con valores de δ y β diferentes. En la Figura 5.2.a se observa el comportamiento de los al-

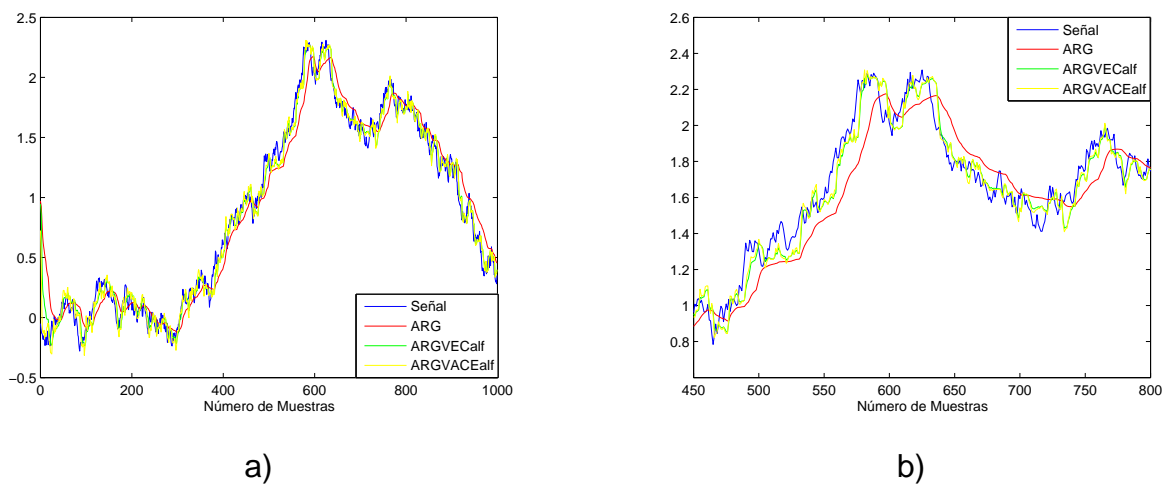


Figura 5.2. Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con α Variante y $AR_\gamma VCE$ con α Variante: a) Intervalo $N_i = 1$ y $N_f = L$. b) Intervalo $N_i = 450$ y $N_f = 800$.

	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
E_{AR_γ}	0.0060	9.9272×10^{-4}
$E_{AR_\gamma VEC \alpha}$	0.0029	6.2542×10^{-4}
$E_{AR_\gamma VCE \alpha}$	0.0011	6.1396×10^{-4}

Tabla 5.2. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con α Variante y $AR_\gamma VCE$ con α Variante

goritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con α variante y $AR_\gamma VCE$ con α variante en cuanto a la identificación del sistema modelado mediante un proceso de Markov (el sistema a identificar en las Figuras 5.2.a y 5.2.b se denomina señal); en la Figura 5.2.b se ob-

serva en detalle dicho seguimiento debido a un cambio en la escala de graficación. Las figuras en mención y el cálculo de los E_{P_x} correspondientes a cada algoritmo en un intervalo de muestras determinado (ver Tabla 5.2) evidencian que el desempeño de los algoritmos $AR_\gamma VEC$ con α variante y $AR_\gamma VCE$ con α variante es mejor que el desempeño del algoritmo AR_γ en condiciones de mínimo error. De acuerdo a la Tabla 5.2 en las 100 primeras muestras $E_{AR_\gamma} > E_{AR_\gamma VEC\alpha} > E_{AR_\gamma VCE\alpha}$, por tanto la velocidad de convergencia del algoritmo $AR_\gamma VCE$ con α variante es mayor a la obtenida con $AR_\gamma VEC$ con α variante, que a su vez es mayor que la velocidad de convergencia del algoritmo AR_γ . Con respecto al seguimiento del sistema, tanto en la Figura 5.2, como en la Tabla 5.2 se observa que el algoritmo AR_γ presenta un mayor desajuste en relación con los otros algoritmos y además que el mínimo error de medida (de a los E_{P_x} calculados en las últimas 900 muestras) se obtiene con el algoritmo $AR_\gamma VCE$. En la Figura 5.3 y en la Tabla 5.3 se puede apreciar que los

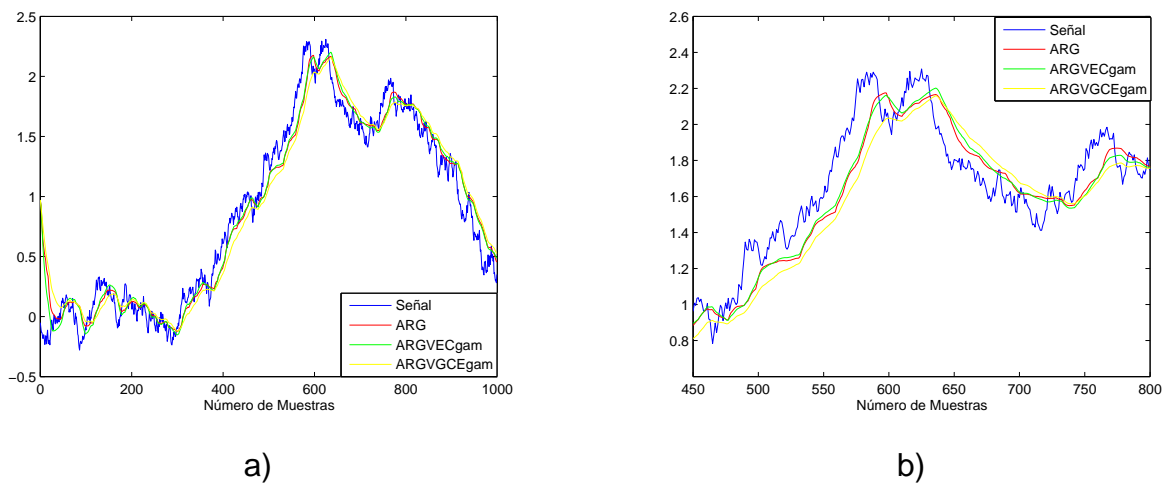


Figura 5.3. Sistemas obtenidos con los algoritmos AR_γ , $AR_\gamma VEC$ con γ Variante y $AR_\gamma VCE$ con γ Variante: a) Intervalo $N_i = 1$ y $N_f = L$. b) Intervalo $N_i = 450$ y $N_f = 800$.

algoritmos $AR_\gamma VEC$ con γ Variante y $AR_\gamma VCE$ con γ Variante no mejoran su desempeño con respecto al algoritmo AR_γ en relación a la velocidad de convergencia y al error de medida de los coeficientes.

Finalmente en la Figura 5.4 y en la Tabla 5.4 se observa que el desempeño de los algoritmos $AR_\gamma VEC$ con m_1 variante y $AR_\gamma VCE$ con m_1 variante es mejor que el desempeño del algoritmo AR_γ . Los E_{P_x} calculados en las 100 primeras muestras

	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
$E_{AR\gamma}$	0.0060	9.9872×10^{-4}
$E_{AR\gamma VEC\gamma}$	0.0050	9.9794×10^{-4}
$E_{AR\gamma VCE\gamma}$	0.0049	9.7795×10^{-4}

Tabla 5.3. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR γ , AR γ VEC con γ Variante y AR γ VCE con γ variante

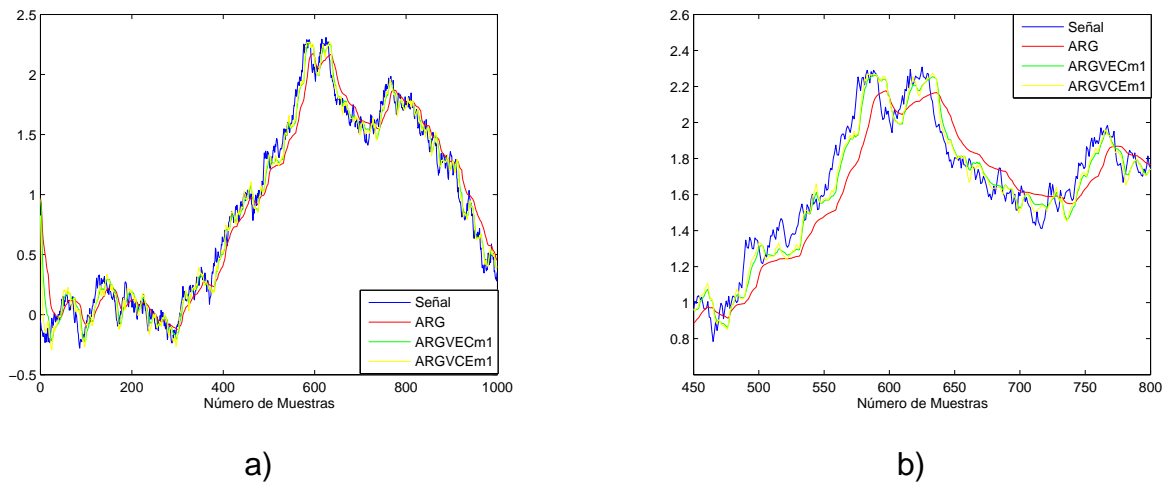


Figura 5.4. Sistemas obtenidos con los algoritmos AR γ , AR γ VEC y AR γ VCE con m_1 Variante: a) Intervalo $N_i = 1$ y $N_f = L$. b) Intervalo $N_i = 450$ y $N_f = 800$.

	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
$E_{AR\gamma}$	0.0060	9.9872×10^{-4}
$E_{AR\gamma VECm1}$	0.0035	6.7565×10^{-4}
$E_{AR\gamma VCEm1}$	0.0015	6.3756×10^{-4}

Tabla 5.4. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos AR γ , AR γ VEC y AR γ VCE con m_1 variante

demuestran que $E_{AR_{\gamma}} > E_{AR_{\gamma}VEC_{m_1}} > E_{AR_{\gamma}VCE_{m_1}}$, por tanto la velocidad de convergencia del algoritmo $AR_{\gamma}VCE$ con m_1 variante es mayor a la obtenida por el algoritmo $AR_{\gamma}VEC$ con m_1 variante, que a su vez es mayor que la velocidad de convergencia del algoritmo AR_{γ} . Con respecto al seguimiento del sistema, el error de medida obtenido con el algoritmo $AR_{\gamma}VCE$ con m_1 Variante es menor que el error de medida obtenido con el algoritmo $AR_{\gamma}VEC$ con m_1 Variante.

Capítulo 6

Conclusiones y Trabajos Futuros

6.1 Conclusiones

El propósito de este trabajo fue el de estudiar el comportamiento del algoritmo AR_{γ} con parámetros de ajuste variables en el tiempo aplicando los métodos de variación del parámetro de ajuste en los algoritmos LMS y NLMS. La exploración realizada sobre el desempeño del algoritmo AR_{γ} con los diferentes métodos de variación de parámetros generó buenos resultados con respecto a velocidad de convergencia y mínimo desajuste en ambientes estacionarios como no estacionarios.

Las técnicas de variación del parámetro de ajuste se aplicaron en cada uno de los pasos de adaptación del algoritmo AR_{γ} (α , γ y m_1), generando así por cada técnica, tres versiones del algoritmo $AR_{\gamma}V$ así: $AR_{\gamma}V$ con α como parámetro de ajuste variable ($AR_{\gamma}V_{\alpha}$), $AR_{\gamma}V$ con γ como parámetro de ajuste variable ($AR_{\gamma}V_{\gamma}$) y $AR_{\gamma}V$ con m_1 como parámetro de ajuste variable ($AR_{\gamma}V_{m_1}$). El desempeño de cada uno de los algoritmos obtenidos con cada una de las técnicas aplicadas se evaluó mediante la identificación de dos tipos de sistemas: el primer sistema constituido por un filtro FIR de coeficientes constantes y el segundo sistema constituido por un filtro transversal modelado mediante un proceso de Markov de primer orden; esto con el fin de validar el comportamiento de las tres versiones del algoritmo $AR_{\gamma}V$ en ambientes estacionarios y no estacionarios.

La aplicación del método de adaptación continuamente decreciente en los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$, arrojó muy buenos resultados con respecto a velocidad de convergencia y minimización del error de medida final de los coeficientes

en relación con el algoritmo AR_γ en condiciones de mínimo error, sobre la convergencia de los algoritmos en la identificación de un sistema constituido por un filtro con coeficientes fijos o constantes. En contraste con estos resultados, se encontró que a través de la identificación del sistema constituido por un filtro transversal modelado mediante un proceso de Markov, el desajuste de los coeficientes de los algoritmos mencionados es mayor al obtenido con el algoritmo AR_γ en condiciones de mínimo error.

Con la aplicación del método de variación de parámetros basado en el error en algoritmo AR_γ en ambientes tanto estacionarios como no estacionarios, el desempeño de los algoritmos $AR_\gamma V$ con α como parámetro variante, $AR_\gamma V$ con γ como parámetro variante y $AR_\gamma V$ con m_1 como parámetro variante, con respecto a velocidad de convergencia y minimización del error de medida final es mejor que el desempeño obtenido con el algoritmo AR_γ en condiciones de mínimo error, con la selección adecuada de los parámetros de convergencia iniciales y fijos y los factores de ponderación λ y δ , ya que a partir de estos últimos se puede incrementar la velocidad de convergencia y minimizar el error de medida final de los coeficientes.

Finalmente, el comportamiento de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m_1}$, implementados con el método de variación de parámetros basados en el error modificado es muy similar al desempeño de estos algoritmos obtenidos con el método de variación de parámetros basado en el error, en ambientes estacionarios. En ambientes no estacionarios los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ implementados con el método de variación de parámetros basados en el error modificado presentan un mejor desempeño en cuanto a velocidad de convergencia y error de medida final de los coeficientes en relación a los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$ implementados con el método de variación de parámetros basados en el error; en tanto que el comportamiento del algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$ como parámetro variante implementado con el método de variación de parámetros basados en el error modificado no presenta ventajas sobre el comportamiento del algoritmo AR_γ .

En términos generales con los métodos de variación temporal de parámetros de ajuste o adaptación, el algoritmo AR_γ mejora su desempeño.

6.2 Trabajos Futuros

- Realizar análisis de estabilidad para cada uno de los algoritmos obtenidos con los diferentes métodos de variación de parámetros de ajuste en el tiempo.
- Analizar el costo computacional de los algoritmos obtenidos con los diferentes métodos de variación de parámetros de ajuste en el tiempo a través de su implementación en sistemas embebidos.
- Hacer uso de las ventajas obtenidas con relación a velocidad de convergencia y minimización del error de medida en aplicaciones reales en sistemas de comunicaciones, sistemas de control, bioingeniería , etc.

Apéndice A

Comparación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Respecto a los Algoritmos LMS y NLMS

El algoritmo AR_γ adquiere un mejor compromiso entre la velocidad de convergencia y la variación del error de estimación debido a que ajusta la segunda derivada (aceleración) del error con respecto a los coeficientes del algoritmo (Pait, 1998). Por esta razón presenta un mejor desempeño con relación a los algoritmos tipo gradiente como lo son los algoritmos LMS y NLMS, ya que estos algoritmos realizan el ajuste de sus coeficientes con base en el gradiente del error (primera derivada) (Hayquin, 1996).

A continuación se presenta la validación del desempeño del algoritmo AR_γ con relación al desempeño de los algoritmos LMS y NLMS mediante simulaciones en dos tipos de escenarios: Un Sistema de Identificación constituido por un filtro FIR con coeficientes fijos o constantes y un Sistema de Identificación modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de Primer Orden.

A.1 Validación Mediante Simulación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Relación al Desempeño de los Algoritmos LMS y NLMS en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR

Para analizar el comportamiento de los algoritmos, se realizó la identificación de un sistema, cuya configuración se indica en la Figura 2.4, el cual está constituido por un filtro FIR de respuesta impulsiva h (sistema a identificar), la señal de entrada $\mathbf{x}[n]$ es ruido blanco gaussiano con media cero y varianza 0.04 y el ruido de medida $r[n]$, es blanco gaussiano con media cero y varianza 1×10^{-4} .

Las condiciones generales para implementar este sistema fueron:

- h : Respuesta impulsiva, $h = [1, -1]$.
- L : Longitud de la señal de entrada, $L = 3000$.
- M : Número de coeficientes del algoritmo, $M = 2$.
- N : Número de experiencias, $N = 30$.
- σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.
- σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 1 \times 10^{-4}$.

Parámetros de Ajuste del Algoritmo AR_γ

$$\begin{aligned}\alpha &= 0.09 \\ \gamma &= 1.64 \\ m_1 &= 13.5\end{aligned}$$

Parámetro de Ajuste del Algoritmo LMS

$$\mu = 0.075$$

Parámetro de Ajuste del Algoritmo NLMS

$$\hat{\mu} = 0.009$$

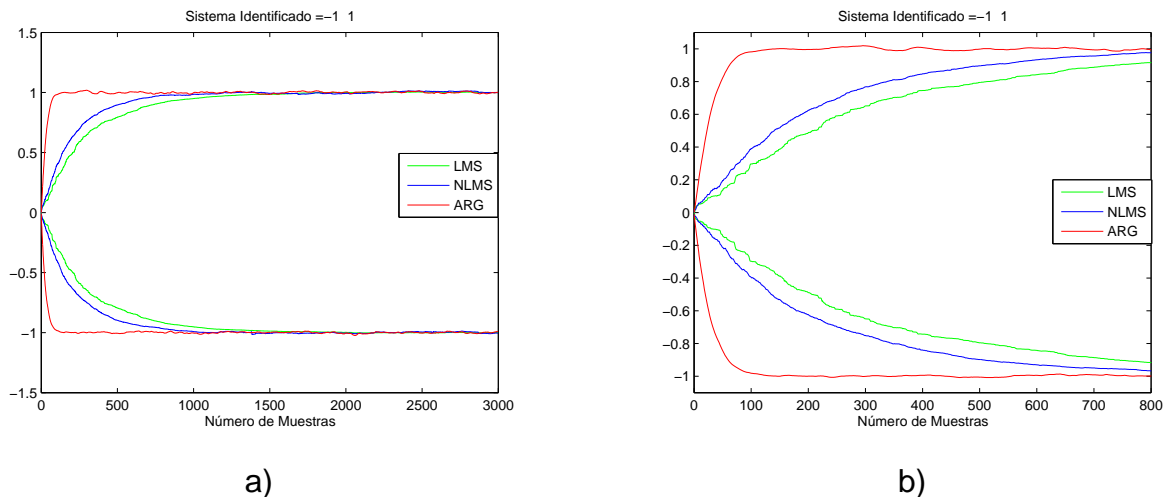


Figura A.1. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMS, NLMS y AR_{γ} (ARG) en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR: a) En una escala de 1 a L muestras ($L=3000$). b) En una escala de 1 a 800 muestras.

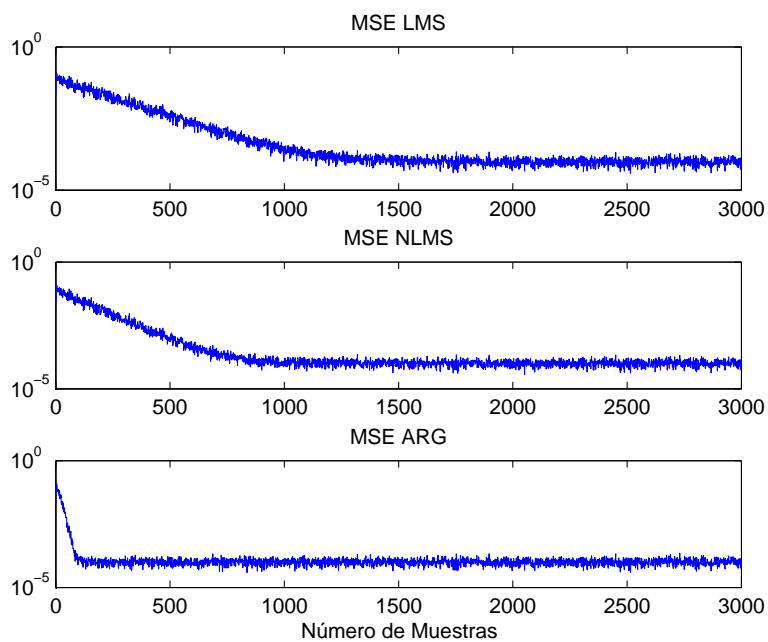


Figura A.2. MSE calculado con los algoritmos LMS, NLMS y AR_{γ} (ARG).

	Intervalo de Muestras $[N_i - N_f]$ (por un factor de 10^{-4})					
	1 - L	400 - L	800 - L	1200 - L	1600 - L	2000 - L
E_{LMS}	46	5.6061	1.4612	1.0485	1.0222	1.0086
E_{NLMS}	32	1.9826	1.0699	1.0383	1.0216	1.0205
E_{AR_γ}	7.2499	1.0254	1.0245	1.0231	1.0210	1.0177

Tabla A.1. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos LMS, NLMS y AR_γ en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR.

Los valores de los parámetros de adaptación de los tres algoritmos se encuentran dentro de los rangos de convergencia establecidos en (Jojoa, 2003) y (Hayquin, 1996).

El las Figuras A.1 y A.2 se puede observar el comportamiento de los algoritmos con respecto a la velocidad de convergencia y el error de medida de los coeficientes relacionado con el MSE; las figuras indican que el algoritmo AR_γ converge antes de la muestra número 100 aproximadamente, en contraste con los algoritmos LMS y NLMS que convergen al rededor de la muestra 1000 aproximadamente.

Se calculó el valor promedio del MSE en un intervalo de muestras determinado ($N_i - N_f$; N_i indica el número de la muestra inicial y N_f el número de la muestra final del intervalo, donde el máximo valor de N_f es L) para cada uno de los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ (E_{Px} : E_{LMS} , E_{NLMS} y E_{AR_γ} y respectivamente) como se indica en la Tabla A.1. En esta tabla se puede observar que en el intervalo de muestras $N_i = 1600$ a $N_f = L$, el error de medida de los coeficientes de todos los algoritmos es aproximadamente el mismo, también es importante resaltar que a partir de la muestra 2000 aproximadamente el error de medida de los coeficientes es menor el algoritmo LMS.

Aunque el error de medida final de los coeficientes mínimo se obtiene con el algoritmo LMS, a partir de la muestra número 2000 aproximadamente, en la simulación se puede observar que antes de las 100 primeras muestras el algoritmo AR_γ identifica el sistema y el error de medida de los coeficientes es pequeño, esto corrobora el compromiso entre velocidad de convergencia y el error de medida de los coeficientes que se adquiere con este algoritmo.

A.2 Validación Mediante Simulación del Desempeño del Algoritmo AR_γ con Relación al Desempeño de los Algoritmos LMS y NLMS en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden

La validación del desempeño de los algoritmos AR_γ , LMS y NLMS se realizó mediante el sistema de identificación ilustrado en la Figura 4.17, el cual es modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de primer orden (Hayquin, 1996).

Las condiciones del sistema fueron:

- L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.
- a : Parámetro fijo del Proceso de Markov, $a = 0.9998$.
- σ_V^2 : Varianza del ruido de medida del Proceso de Markov, $\sigma_V^2 = 1,6 \times 10^{-3}$.
- σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.
- σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 4 \times 10^{-4}$.

Parámetros de Ajuste del Algoritmo AR_γ

$$\begin{aligned}\alpha &= 1.5 \\ \gamma &= 1.35 \\ m_1 &= 1\end{aligned}$$

Parámetro de Ajuste del Algoritmo LMS

$$\mu = 0.112$$

Parámetro de Ajuste del Algoritmo NLMS

$$\hat{\mu} = 0.0506$$

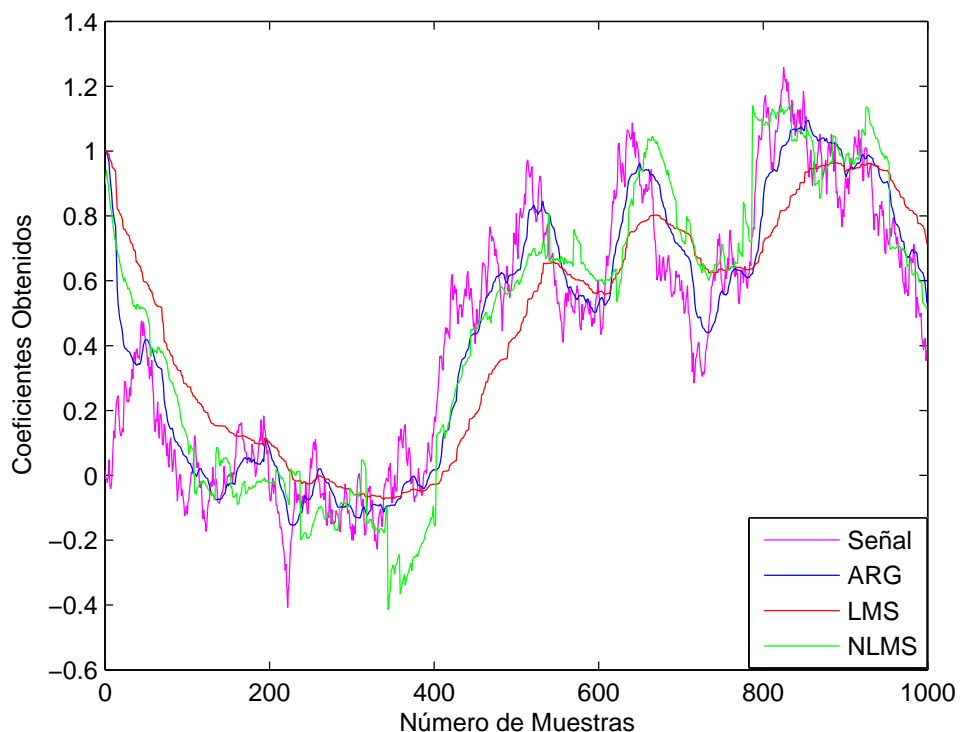


Figura A.3. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos AR_γ (ARG), LMS y NLMS en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden

	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
$\lambda = 99, \delta = 1$		
E_{LMS}	0.0078	0.0029
E_{NLMS}	0.0041	0.0013
E_{AR_γ}	0.0031	9.6750×10^{-4}

Tabla A.2. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos LMS, NLMS y AR_γ en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden.

Los valores de los parámetros de adaptación del algoritmo AR_γ se seleccionaron con el criterio de mínimo error según la Tabla 2.1 (Jojoa, 2003) y los pasos de adaptación de los algoritmos LMS y NLMS se encuentran dentro de los rangos de convergencia (Hayquin, 1996).

El comportamiento de los algoritmos LMS, NLMS y AR_γ se ilustra en la Figura A.3 y en la Tabla A.2. Con respecto al seguimiento de la señal, el algoritmo AR_γ presenta un mejor comportamiento que el de los algoritmos LMS y NLMS. De acuerdo con la Tabla A.2, la velocidad de convergencia inicial de algoritmo AR_γ es mayor que la de los otros algoritmos, ya que en las primeras 100 muestras el valor E_{AR_γ} es menor que los E_{Px} obtenidos con los algoritmos LMS y NLMS. Con respecto al error de medida final de los coeficientes (Figura A.3 y E_{Px} calculados en el intervalo de 100 a L muestras) es menor el el algoritmo AR_γ . Por tanto el algoritmo AR_γ presenta un mejor desempeño que los algoritmos LMS y NLMS con relacion velocidad de convergencia y error de medida final de los coeficientes.

Apéndice B

Comparación del Desempeño del Algoritmo AR_{γ} con Parametro de Ajuste Variable con los Algoritmos LMS y NLMS con μ Variable en el Tiempo

En esta sección se presenta la comparación del algoritmo $AR_{\gamma}V$ con parametro de ajuste variable ($AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ y $AR_{\gamma}V_{m1}$) con los algoritmos LMS con μ variable en el tiempo ($LMSV_{\mu}$) y NLMS con $\hat{\mu}$ variable en el tiempo ($NLMSV_{\hat{\mu}}$), de acuerdo con los diferentes métodos de variación de parámetros expuestos en el capítulo 3. La comparación de estos algoritmos se realizó mediante simulación en un sistema de identificación constituido por un filtro FIR con coeficientes fijos o constantes y en un sistema de identificación modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de primer orden.

B.1 Validación en un Sistema de Identificación Constituido por un Filtro FIR

La configuración del sistema se indica en la Figura 2.4, el cual está constituido por un filtro FIR de respuesta impulsiva h .

Las condiciones generales del sistema fueron:

h : Respuesta impulsiva, $h = [1, -1]$.

L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.

M : Número de coeficientes del algoritmo, $M = 2$.

N : Número de experiencias, $N = 30$.

σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.

σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 1 \times 10^{-4}$.

B.1.1 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente

Los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m_1}$, son descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.1, 3.2, 3.3 respectivamente y los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mediante la ecuación 2.28.

- Comparación de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\alpha_0 = 10$.

γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\gamma = 5$.

m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $m_1 = 5$

μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMSo} = 22$.

μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 2$.

- Comparación de los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$, $\gamma_0 = 5$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$, $\alpha = 10$.

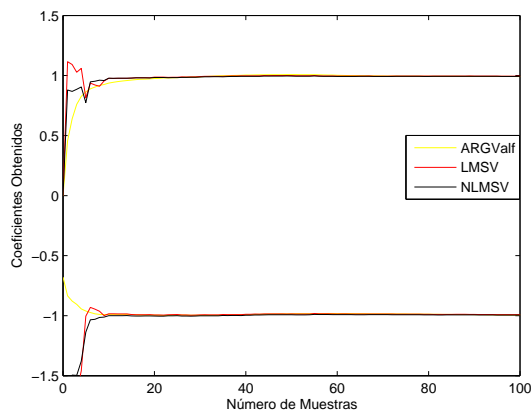
m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\gamma$, $m_1 = 5$.

μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMSo} = 22$.

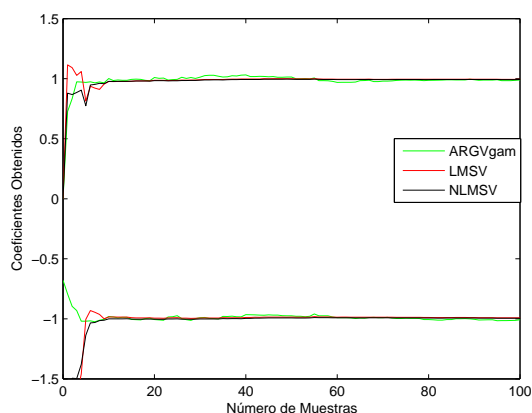
μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 2$.

- Comparación de los algoritmos $AR_\gamma V_{m_1}$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

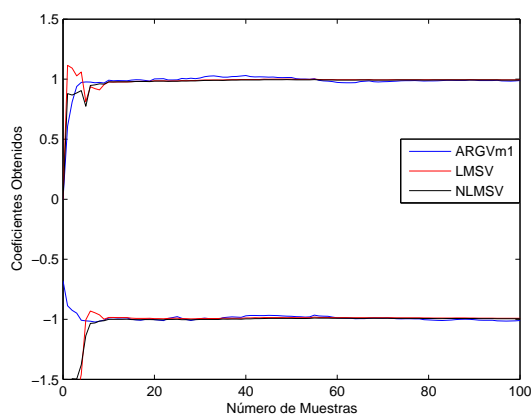
Condiciones particulares:



a)



b)



c)

Figura B.1. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con Paso de Adaptación Continuamente Decreciente: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).

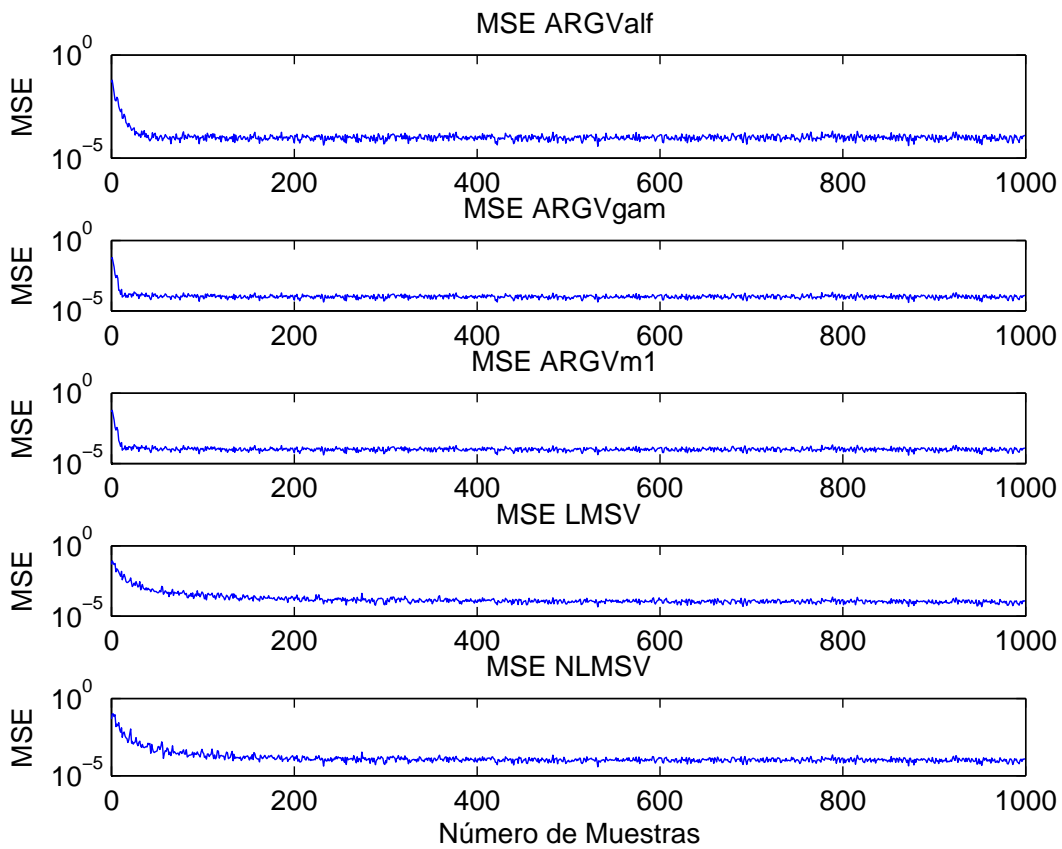


Figura B.2. MSE obtenido con los algoritmos LMSV, NLMSV y $AR_{\gamma}V$. Con Paso de Adaptación Continuantemente Decreciente.

- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $m_{10} = 5$.
- α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $\alpha = 10$.
- γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $\gamma = 5$
- μ_{LMS0} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_{\mu}$, $\mu_{LMS0} = 22$.
- μ_{NLMS0} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMS0} = 2$.

De acuerdo a Voltz y Ahn (1996), los valores iniciales de μ_{LMS0} y $\hat{\mu}_{NLMS0}$ deben ser grandes, incluso mayores a los valores óptimos de convergencia de los algoritmos LMS y NLMS para que inicialmente los algoritmos $LMSV_{\mu}$, y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ converjan rápidamente y posteriormente el error de medida de los coeficientes disminuya cuando $F[n] = \frac{\mu_0}{n}$ se decremente. Así mismo los parámetros de ajuste de los algoritmos $AR\gamma V$ toman valores altos para que los algoritmos converjan rápidamente y posteriormente la disminución del error de medida de los coeficientes depende del decremento de $F[n]$.

	Intervalo de Muestras			
	Valor promedio del MSE x 10^{-4}			
	1 - L	200 - L	400 - L	600 - L
E_{PLMS}	19	1.6442	1.5742	1.2477
E_{PNLMS}	7.2022	1.0589	1.0521	1.0415
$E_{AR\gamma V\alpha}$	3.6429	1.0078	1.0016	0.9781
$E_{AR\gamma V\gamma}$	3.0512	1.0217	1.0176	1.0088
$E_{AR\gamma Vm1}$	3.0646	1.0214	1.0168	1.0057

Tabla B.1. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR\gamma V_{\alpha}$, $AR\gamma V_{\gamma}$ y $AR\gamma V_{m1}$. Con Paso de Adaptación Continuantemente Decreciente.

Con el fin de determinar el comportamiento de los algoritmos con respecto a la velocidad de convergencia y el error de medida de los coeficientes asociado, se calculó el valor promedio del MSE en un número de muestras determinado para cada uno de los algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $AR\gamma V_{\alpha}$, $AR\gamma V_{\gamma}$ y $AR\gamma V_{m1}$ (E_{Px} : E_{PLMS} , E_{PNLMS} , $E_{AR\gamma V\alpha}$, $E_{AR\gamma V\gamma}$ y $E_{AR\gamma Vm1}$ respectivamente), como se indica en la Tabla B.1. De acuerdo con los E_{Px} calculados y las Figuras B.1 y B.2, los algoritmos $AR\gamma V$ tienen una velocidad de convergencia mayor que los algoritmos tipo gradiente, ya

que aunque los algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ convergen rápidamente, la variación de los coeficientes obtenidos con respecto a los coeficientes óptimos es alta, por esta razón los valores E_{PLMS} , E_{PNLMS} son mayores a los valores $E_{AR_\gamma V_\alpha}$, $E_{AR_\gamma V_\gamma}$ y $E_{AR_\gamma V_{m1}}$ calculados; esta diferencia se observa principalmente al rededor de las primeras 200 muestras. En la medida en que el número de muestras se incrementan, los valores de los E_{P_x} calculados, disminuyen. Con respecto a los algoritmos $AR_\gamma V$ se observa que el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$ presenta una velocidad de convergencia menor que la obtenida con los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m1}$, sin embargo el error de medida final de los coeficientes de los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m1}$ es mayor que el error de medida final obtenido con el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$.

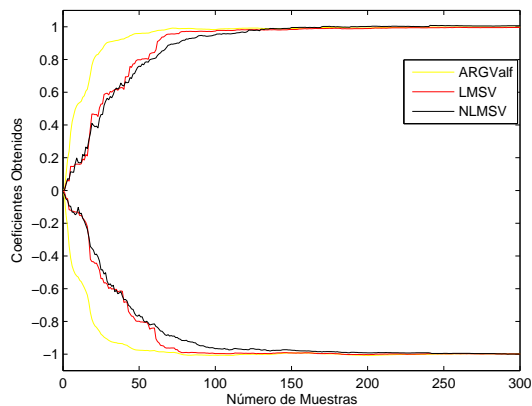
B.1.2 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error

Los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$, son descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.4, 3.5, 3.6 respectivamente y los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mediante la ecuación 2.29.

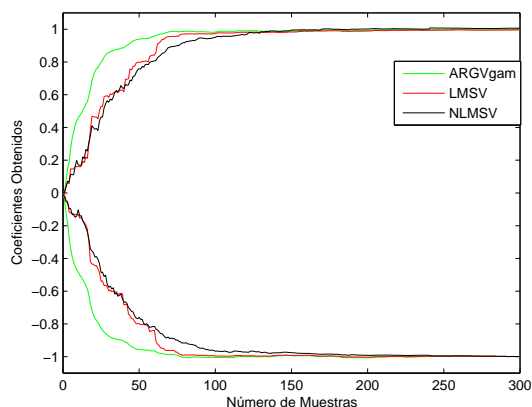
- Comparación de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

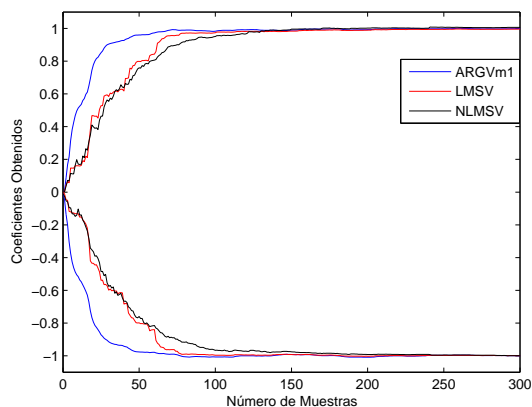
- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\alpha_0 = 1$.
- γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\gamma = 2.04$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $m_1 = 1$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\lambda = 0.99$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\delta = 1$.
- μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMSo} = 0.075$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\lambda = 0.99$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\delta = 1$.
- μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 0.0095$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\lambda = 0.99$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\delta = 0.07$.



a)



b)



c)

Figura B.3. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).

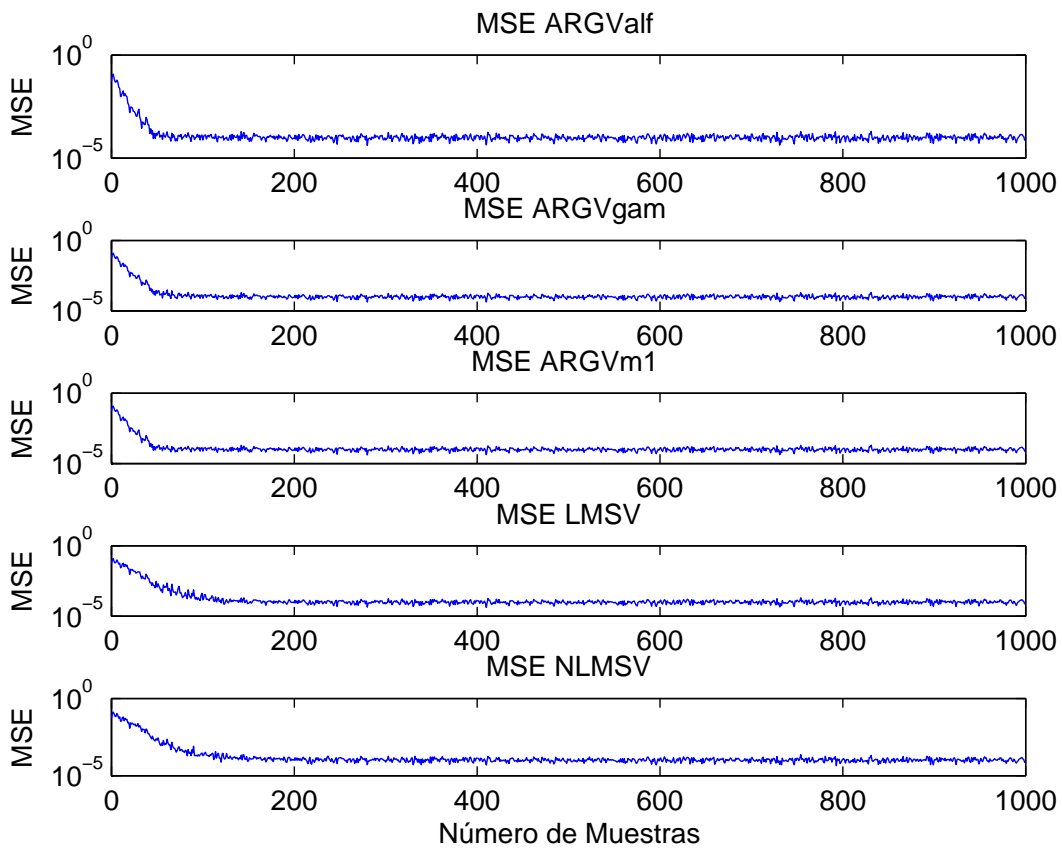


Figura B.4. MSE obtenido con los algoritmos LMSV, NLMSV y $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\gamma$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\gamma_0 = 2.04$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\alpha = 1$.

m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $m_1 = 1$

Para este caso, las condiciones de los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ son iguales a las aplicadas en la comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_{m_1}$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

m_{1_0} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_{m_1}$, $m_{1_0} = 1$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m_1}$, $\alpha = 1$.

γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m_1}$, $\gamma = 2.04$

Igualmente, las condiciones de los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ son iguales a las aplicadas en la comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$.

Las condiciones iniciales de los parámetros de ajuste α , γ y m_1 de algoritmos $AR\gamma V$ se seleccionaron de acuerdo al criterio de mínimo error (Jojoa, 2003) y el parámetro de ajuste de los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ se seleccionó dentro de los límites de convergencia (Hayquin, 1996). Así mismo los factores de ponderación λ y δ se seleccionaron en los límites establecidos (Kwong y Johnston, 1992).

En las Figuras B.3 y B.4 se puede observar que los algoritmos $AR\gamma V$ convergen con una mayor rapidez que los algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$. En esta simulación se puede apreciar que en general los algoritmos $AR\gamma V$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mejoran notablemente su desempeño con respecto a los algoritmos $AR\gamma$, $LMSV$ y $NLMSV$ (Ver Apéndice A). En la Tabla B.2, a través del cálculo de los E_{Px} se puede apreciar que bajo las condiciones estipuladas el algoritmo $LMSV_\mu$ presenta un error de medida

	Intervalo de Muestras			
	Valor promedio del MSE x 10^{-4}			
	1 - L	200 - L	400 - L	600 - L
E_{PLMS}	15	1.0036	1.0038	1.0038
E_{PNLMS}	16	1.0774	1.0654	1.0643
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	7.8354	1.0027	1.0026	1.0010
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	8.8020	1.0021	1.0025	1.0012
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	8.0811	1.0028	1.0027	1.0017

Tabla B.2. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error.

final de los coeficientes, menor que el obtenido con el algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$ en todos los intervalos de muestras calculados. De igual forma se observa que a pesar de que el error de medida final de los coeficientes obtenidos con todos los algoritmos $AR_\gamma V$ es muy similar a partir de la muestra 200 aproximadamente, inicialmente el algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$ presenta una velocidad de convergencia mayor, que la obtenida con los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m1}$.

B.1.3 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado

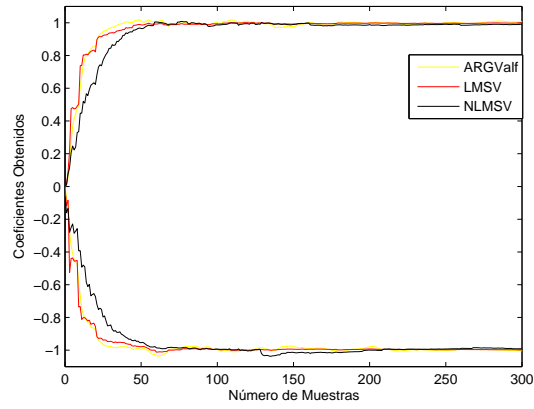
Los algoritmos $AR_\gamma V_\gamma$, $AR_\gamma V_\alpha$ y $AR_\gamma V_{m1}$, son descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.7, 3.8, 3.9 y los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mediante las ecuaciones 2.31 y 2.32.

- Comparación de los algoritmos $AR_\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

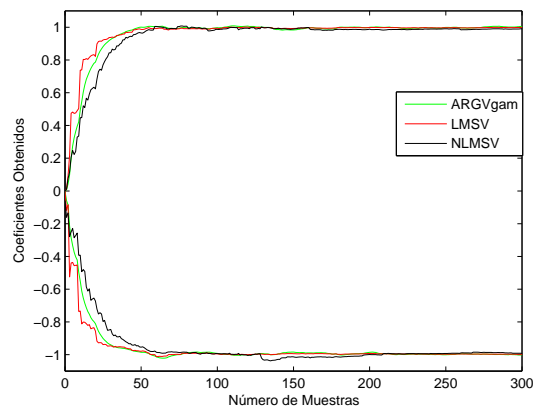
Condiciones particulares:

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\alpha_0 = 1$.

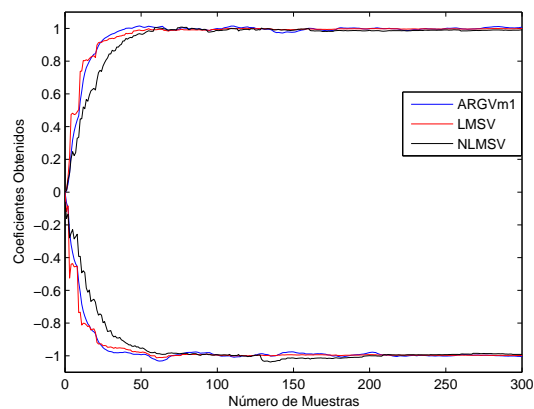
γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_\gamma V_\alpha$, $\gamma = 2.04$.



a)



b)



c)

Figura B.5. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).

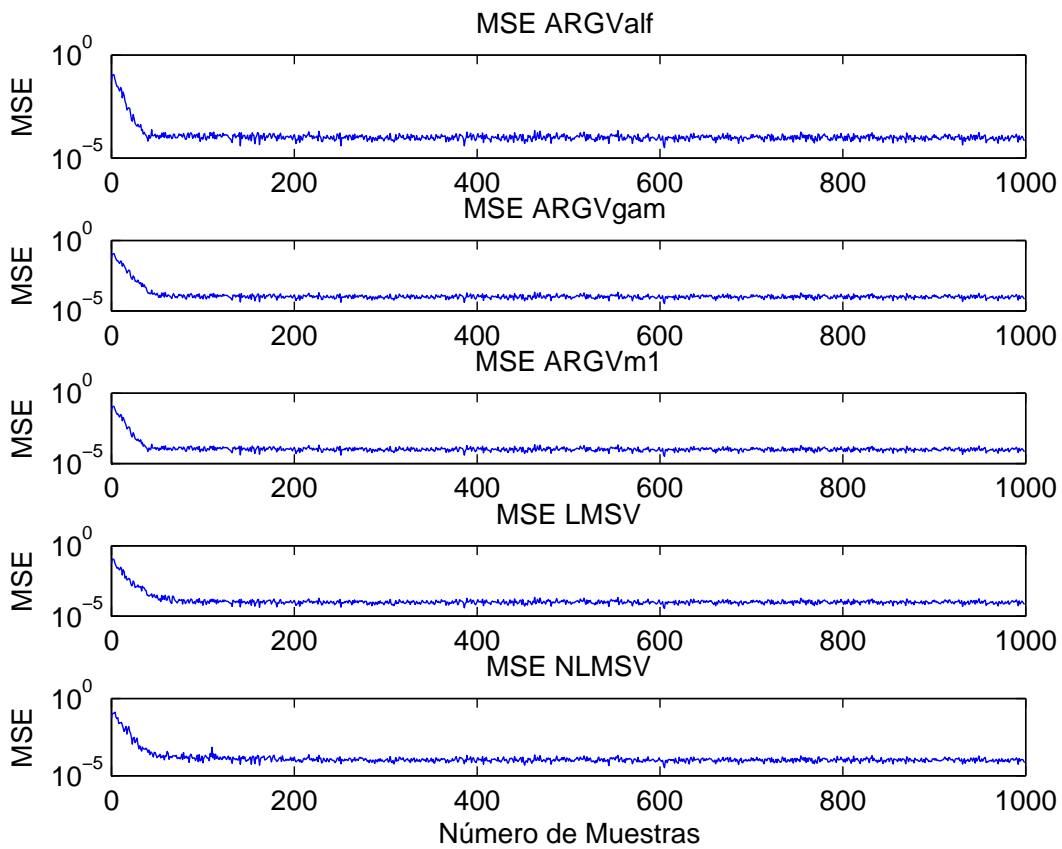


Figura B.6. MSE obtenido con los algoritmos LMSV, NLMSV y $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $m_1 = 1$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\lambda = 0.99$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\delta = 0.1$.
- β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\beta = 0.99$.
- μ_{LMS_0} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMS_0} = 0.068$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\lambda = 0.99$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\delta = 0.9$.
- β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\beta = 0.85$.
- μ_{NLMS_0} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMS_0} = 0.009$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\lambda = 0.99$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\delta = 0.07$.
- β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\beta = 0.85$.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\gamma$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\gamma_0 = 2.04$.
- α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\alpha = 1$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $m_1 = 1$

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_{m1}$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $m_{10} = 1$.
- α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $\alpha = 1$.
- γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $\gamma = 2.04$

Los parámetros de ajuste de algoritmos $AR\gamma V$ se seleccionaron de acuerdo al criterio de mínimo error (Jojoa, 2003) y el parámetro de ajuste de los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ se seleccionó dentro de los límites de convergencia (Hayquin, 1996). Así mismo los factores de ponderación λ , δ y β se seleccionaron en los límites establecidos (Kwong y Johnston, 1992) y (Aboulnasr y Mayyas, 1997)

	Intervalo de Muestras			
	Valor promedio del MSE x 10^{-4}			
	1 - L	200 - L	400 - L	600 - L
E_{PLMS}	7.9982	1.0198	1.0084	1.0040
E_{PNLMS}	8.7631	1.0530	1.0371	1.0350
$E_{AR_\gamma V_\alpha}$	7.4834	1.0159	1.0061	1.0044
$E_{AR_\gamma V_\gamma}$	8.5842	1.0178	1.0059	1.0037
$E_{AR_\gamma V_{m1}}$	7.9309	1.0167	1.0067	1.0039

Tabla B.3. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_\mu$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_\gamma V_\alpha$, $AR_\gamma V_\gamma$ y $AR_\gamma V_{m1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado.

De acuerdo con las Figuras B.5 y B.6 y con la Tabla B.3 los algoritmos tipo gradiente y los algoritmos $AR_\gamma V$, bajo las condiciones establecidas convergen a una velocidad similar, presentando de la misma forma un error de medida final de los coeficientes bajo, excepto por el desempeño del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$ que presenta un mayor desajuste de los coeficientes y una menor velocidad de convegenca con respecto a los otros algoritmos (Esto de acuerdo con los E_{PNLMS} calculados en todos los intervalos de muestras de la Tabla B.3)

B.2 Validación en un Sistema de Identificación Modelado por un Filtro Transversal que Sigue un Proceso de Markov de Primer Orden

Para realizar el análisis comparativo del desempeño de los algoritmos $AR_\gamma V$ con respecto al desempeño de los algoritmos LMSV y NLMSV se implementó el sistema de identificación ilustrado en la Figura 4.17, modelado por un filtro transversal que sigue un proceso de Markov de primer orden (Hayquin, 1996).

Las condiciones generales del sistema fueron:

L : Longitud de la señal de entrada, $L = 1000$.

a : Parámetro fijo del Proceso de Markov, $a = 0.9998$.

σ_v^2 : Varianza del ruido de medida del Proceso de Markov, $\sigma_v^2 = 1,6 \times 10^{-3}$.

σ_x^2 : Varianza de la señal de entrada, $\sigma_x^2 = 0.04$.

σ_r^2 : Varianza del ruido de medida, $\sigma_r^2 = 4 \times 10^{-4}$.

B.2.1 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.

Los algoritmos $AR\gamma V_\gamma$, $AR\gamma V_\alpha$ y $AR\gamma V_{m_1}$, son descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.1, 3.2, 3.3 y los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mediante la ecuación 2.28.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\alpha_0 = 10$.

γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\gamma = 5$.

m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $m_1 = 5$

μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMSo} = 10$.

μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 10$.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\gamma$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\gamma_0 = 5$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\alpha = 10$.

m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $m_1 = 5$.

μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMSo} = 10$.

μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 10$.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_{m_1}$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

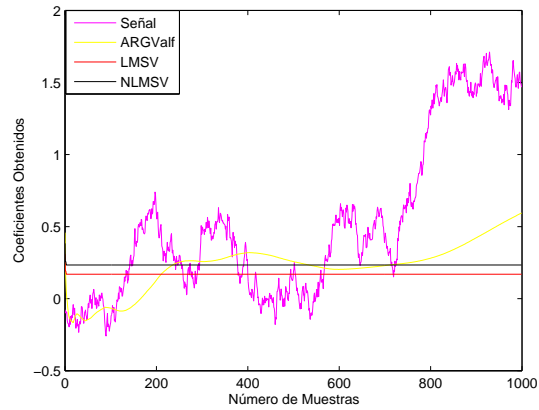
- m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $m_{10} = 5$.
- α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $\alpha = 10$.
- γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $\gamma = 5$
- μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_{\mu}$, $\mu_{LMSo} = 10$.
- μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 10$.

Los valores de los parámetros de ajuste de los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $AR_{\gamma}V_{m1}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ se encuentran en los límites de convergencia (Jojoa, 2003) y (Voltz y Ahn, 1996).

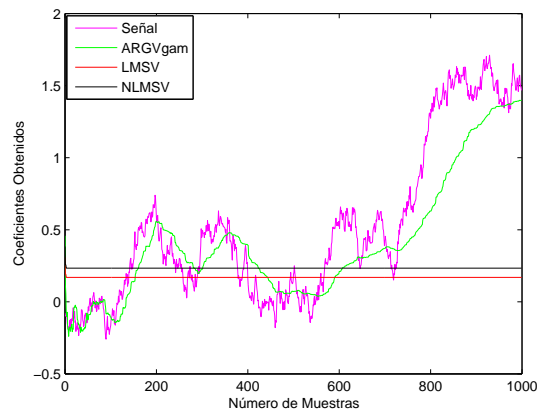
De acuerdo con Voltz y Ahn (1996) los algoritmos DLMS y DNLMS cuyo parámetro de convergencia se ajusta según la función $F[n] = \frac{\mu_o}{n}$, tienen aplicabilidad en sistemas invariantes en el tiempo, debido a que el sistema a identificar es modelado mediante un proceso de Markov de primer orden, la señal que los algoritmos siguen es aleatoria y por tanto el desempeño de los algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m1}$ no es bueno . En la Figura B.7 y en la Tabla B.4 se aprecia que los algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ no convergen (Los valores E_{PLMS} y E_{PNLMS} calculados, evidencian un alto desajuste). El seguimiento del sistema realizado por los algoritmos $AR_{\gamma}V$ con parámetro de ajuste variable no es el mejor, sin embargo como puede observarse en las Figuras B.7.a, B.7.b y B.7.c y en la Tabla B.4, el seguimiento realizado por los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ y $AR_{\gamma}V_{m1}$ es mejor que el obtenido con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$.

	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
E_{PLMS}	0.0050	0.0120
E_{PNLMS}	0.0048	0.0117
$E_{AR_{\gamma}V_{\gamma}}$	0.0015	0.0033
$E_{AR_{\gamma}V_{\alpha}}$	0.0033	0.0088
$E_{AR_{\gamma}V_{m1}}$	0.0016	0.0033

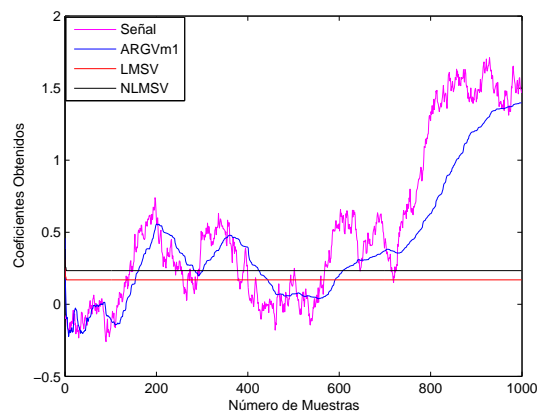
Tabla B.4. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ y $AR_{\gamma}V_{m1}$. Con el Paso de Adaptación Continuamente Decreciente en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.



a)



b)



c)

Figura B.7. Sistemas obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR\gamma V$. Con Paso de Adaptación Continamente Decreciente: a) Con $AR\gamma V_\alpha$ (ARGValf). b) Con $AR\gamma V_\gamma$ (ARGVgam). c) Con $AR\gamma V_{m1}$ (ARGVm1).

B.2.2 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR_{\gamma}V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov

Los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ y $AR_{\gamma}V_{m_1}$, son descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.4, 3.5, 3.6 y los algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mediante la ecuación 2.29.

- Comparación de los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $\alpha_0 = 1$.
- γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $\gamma = 2.04$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $m_1 = 1$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $\lambda = 0.9999$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $\delta = 1$.
- μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_{\mu}$, $\mu_{LMSo} = 0.100$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_{\mu}$, $\lambda = 0.9999$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_{\mu}$, $\delta = 1$.
- μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\mu_{NLMSo} = 0.05$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\lambda = 0.9999$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\delta = 0.05$.

- Comparación de los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $\gamma_0 = 2.04$.
- α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $\alpha = 1$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $m_1 = 1$.

Para este caso, las condiciones de los algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ son iguales a las aplicadas en la comparación de los algoritmos $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_{m1}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones pariculares:

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $m_{10} = 1$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $\alpha = 1$.

γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_{m1}$, $\gamma = 2.04$

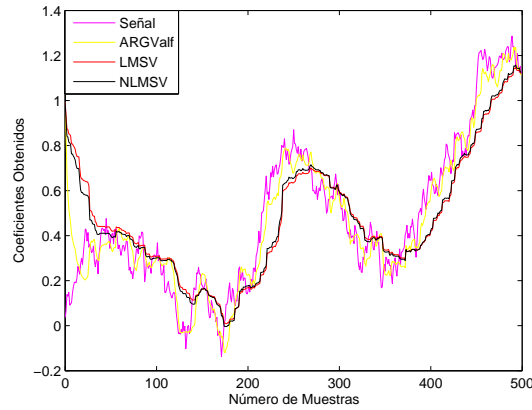
Igualmente, las condiciones de los algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ son iguales a las aplicadas en la comparacion de los algoritmos $AR\gamma V_{\alpha}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$.

	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
E_{PLMS}	0.0062	0.0011
E_{PNLMS}	0.0057	9.9782×10^{-4}
$E_{AR\gamma V_{\gamma}}$	0.0037	9.4114×10^{-4}
$E_{AR\gamma V_{\alpha}}$	0.0027	6.2595×10^{-4}
$E_{AR\gamma V_{m1}}$	0.0029	6.5242×10^{-4}

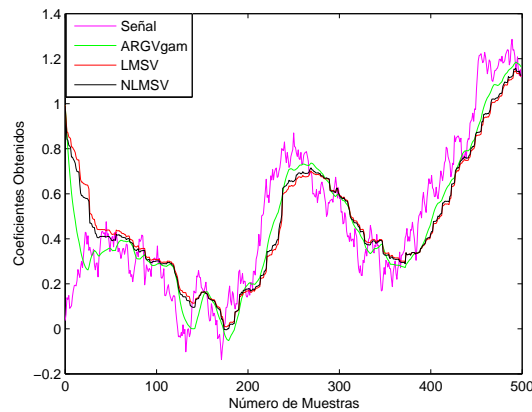
Tabla B.5. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR\gamma V_{\alpha}$, $AR\gamma V_{\gamma}$ y $AR\gamma V_{m1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.

El comportamiento de los algoritmos $AR\gamma V_{\alpha}$, $AR\gamma V_{\gamma}$, $AR\gamma V_{m1}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ se ilustra en la Figura B.8 y en la Tabla B.5. La velocidad de convergencia inicial de los algoritmos tipo gradiente con parámetro de ajuste variable es menor que la velocidad inicial obtenida en los algoritmos $AR\gamma V$ (ver los valores de los E_{Px} obtenidos en las primeras 100 muestras). Con respecto al seguimiento del sistema, los algoritmos $AR\gamma V$ presentan un mejor comportamiento que el de los algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, aunque el desempeño de los algoritmos $AR\gamma V_{\alpha}$ y $AR\gamma V_{m1}$, es mejor que el desempeño del algoritmo $AR\gamma V_{\gamma}$ (ver en la Tabla B.8 los E_{Px} en el intervalo de muestras comprendido entre 100 y L), cuyo comportamiento con respecto a desajuste de los coeficientes se asemeja al de los algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$.

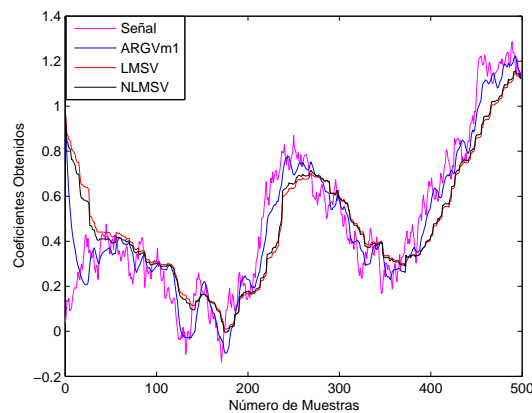
Comparación del Desempeño del Algoritmo AR_{γ} con Parametro de Ajuste Variable con los Algoritmos LMS y NLMS con μ Variable en el Tiempo



a)



b)



c)

Figura B.8. Sistemas obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR_{\gamma}V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error: a) Con $AR_{\gamma}V_{\alpha}$ (ARGValf). b) Con $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ (ARGVgam). c) Con $AR_{\gamma}V_{m1}$ (ARGVm1).

B.2.3 Validación Mediante Simulación del Desempeño de los Algoritmos $AR\gamma V$ con Relación al Desempeño de los Algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$, con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov

Los algoritmos $AR\gamma V_\gamma$, $AR\gamma V_\alpha$ y $AR\gamma V_{m_1}$, son descritos mediante los sistemas de ecuaciones 3.7, 3.8, 3.9 y los algoritmos $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ mediante las ecuaciones 2.31 y 2.32.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\alpha$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

- α_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\alpha_0 = 1$.
- γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\gamma = 2.04$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $m_1 = 1$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\lambda = 0.9999$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\delta = 10$.
- β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\alpha$, $\beta = 0.75$.
- μ_{LMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $LMSV_\mu$, $\mu_{LMSo} = 0.1142$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\lambda = 0.9999$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\delta = 1$.
- β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $LMSV_\mu$, $\beta = 0.045$.
- μ_{NLMSo} : Parámetro inicial de adaptación del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\hat{\mu}_{NLMSo} = 0.0571$.
- λ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\lambda = 0.9999$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\delta = 0.07$.
- β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $NLMSV_{\hat{\mu}}$, $\beta = 0.05$.

- Comparación de los algoritmos $AR\gamma V_\gamma$, $LMSV_\mu$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones particulares:

- γ_0 : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\gamma_0 = 2.04$.
- α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\alpha = 1$.
- m_1 : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $m_1 = 1$.
- δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR\gamma V_\gamma$, $\delta = 20$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{\gamma}$, $\beta = 0.45$.

- Comparación de los algoritmos $AR_{\gamma}V_{m1}$, $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$

Condiciones pariculares:

m_{10} : Parámetro de ajuste inicial del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $m_{10} = 1$.

α : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $\alpha = 1$.

γ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $\gamma = 2.04$.

δ : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $\delta = 20$.

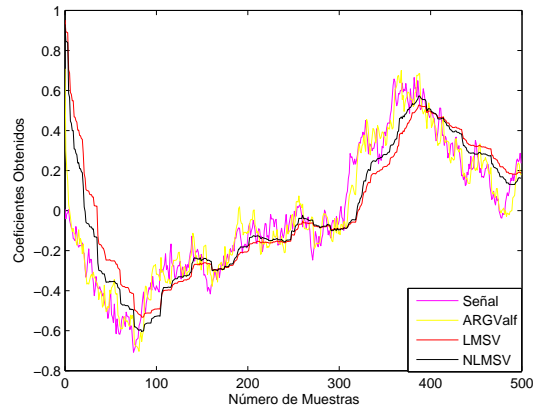
β : Parámetro de ajuste fijo del algoritmo $AR_{\gamma}V_{m1}$, $\beta = 0.75$.

Los parámetros de ajuste de algoritmos $AR_{\gamma}V$ se seleccionaron de acuerdo al criterio de mínimo error (Jojoa, 2003) y el parámetro de ajuste de los algoritmos $LMSV_{\mu}$ y $NLMSV_{\hat{\mu}}$ se seleccionó dentro de los límites de convergencia según (Hayquin, 1996). Así mismo los factores de ponderación λ , δ y β se seleccionaron de acuerdo a (Kwong y Johnston, 1992) y (Aboulnasr y Mayyas, 1997)

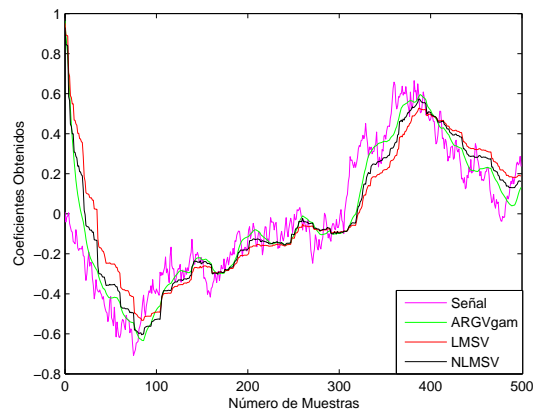
	Intervalo de Muestras	
	0 - 100	100 - L
E_{PLMS}	0.0060	9.6781×10^{-4}
E_{PNLMS}	0.0050	9.5842×10^{-4}
$E_{AR_{\gamma}V_{\gamma}}$	0.0035	9.2143×10^{-4}
$E_{AR_{\gamma}V_{\alpha}}$	0.0015	6.1123×10^{-4}
$E_{AR_{\gamma}V_{m1}}$	0.0017	6.4321×10^{-4}

Tabla B.6. Valor Promedio del MSE para los Algoritmos $LMSV_{\mu}$, $NLMSV_{\hat{\mu}}$ y $AR_{\gamma}V_{\alpha}$, $AR_{\gamma}V_{\gamma}$ y $AR_{\gamma}V_{m1}$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado en un Sistema Modelado mediante un Proceso de Markov.

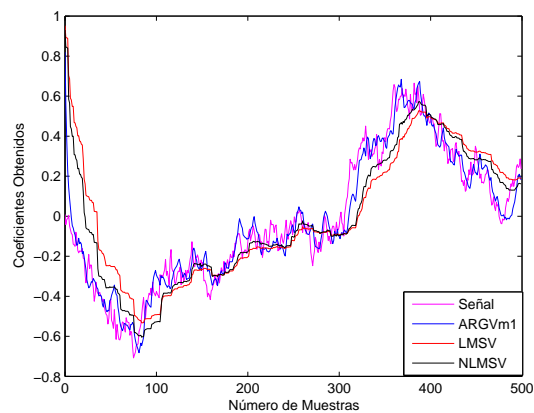
Al igual que en la simulación anterior el las Figuras B.9.a, B.9.b y B.9.c y en la Tabla B.6, se observa que el desempeño de los algoritmos $AR_{\gamma}V$ es mejor que



a)



b)



c)

Figura B.9. Curvas de coeficientes obtenidos con los algoritmos LMSV y NLMSV $AR\gamma V$. Con el Método de Variación del Parámetro de Ajuste Basado en el Error Modificado: a) Con $AR\gamma V_\alpha$. b) Con $AR\gamma V_\gamma$. c) Con $AR\gamma V_{m1}$.

el desempeño de los algoritmos tipo gradiente con parámetro de ajuste variable, con respecto a velocidad de convergencia (ver los E_{P_x} calculados en las primeras 100 muestras) y al desajuste del error de medida final de los coeficientes. Nuevamente se observa que los algoritmos $AR_{\gamma V_{\alpha}}$ y $AR_{\gamma V_{m1}}$ presentan un mejor comportamiento que el algoritmo $AR_{\gamma V_{\gamma}}$.

Anexo A

Modelo de Markov Para un Sistema de Identificación de Primer Orden

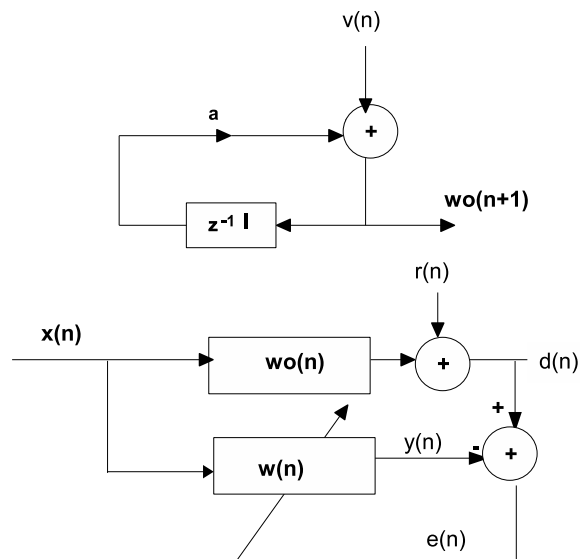


Figura A.1. Modelo del Proceso de Markov y Sistema de Identificación.

De acuerdo a la Figura A.1 (Hayquin, 1996), el sistema dinámico desconocido ($w_0(n)$) es modelado por un filtro transversal a través de un vector de coeficientes $w_0(n)$, el cual se obtiene de la siguiente forma:

$$w_0(n+1) = aw_0(n) + v(n), \quad (A.1)$$

donde a es un parámetro fijo del modelo y $\mathbf{v}(n)$ es un vector de ruido con media cero y matriz de correlación \mathbf{Q} . En términos físicos el vector de coeficientes $\mathbf{w}_0(n)$ es originado mediante una fuente aleatoria obtenida a través del vector $\mathbf{v}(n)$, que es aplicado a un filtro pasa bajos de un polo.

La respuesta deseada $d(n)$ se constituye como la referencia de un filtro adaptativo cuyos coeficientes están dados por el vector $\mathbf{w}(n)$ (ver Figura A.1) y es definida por:

$$d(n) = \mathbf{w}_0^T(n) \mathbf{x}(n) + r(n), \quad (\text{A.2})$$

donde $\mathbf{x}(n)$ el cual es común al sistema desconocido ($\mathbf{w}_0(n)$) y al filtro adaptativo ($\mathbf{w}(n)$); y $r(n)$ es un vector de ruido de medida blanco gaussiano con media cero.

El error de salida $e(n)$ se define como:

$$e(n) = d(n) - y(n), \quad (\text{A.3})$$

con

$$y(n) = \mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n) \quad (\text{A.4})$$

Referencias

- Aboulnasr, T.; Mayyas, K. (1997). A Robust Variable Step-Size LMS-Type Algorithm: Analysis and Simulations, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol 45, No. 3, pp. 631-639.
- Aboulnasr, T.; Mayyas, K. (1990). A Fast Weighed Subband Adaptive Algorithm, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol3, pp. 1249-1252.
- Bonzingo, R. A.; Miller, T.W.(1980). Introduction to Adaptive Arrays, John Wiley and Sons. N.Y. 1980
- Chung, C.Y.; Leung, S.H.; Ng, S.C.; Luk, A. (1995). Evolutionary Variable Step size Algorithm for Adaptive Filtering, *IEEE International Conference on Evolutionary Computation 1995, Perth, 1995. ICEC'95*, vol 2, pp. 663-667.
- Douglas, S.C. (1995). Generalized Gradient Adaptive Step Sizes For Stochastic Gradient Adaptive Filters, *International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 2, 9-12.
- Gerken, M.; Pait, F.; Jojoa P.E. (2000). An Adaptive Algorithm with Parameter Acceleration, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processings 2000. Istanbul, 2000. CASSP'2000*, CD-ROM.
- Harris, R. (1986). A Variable Step Size (VSS) Algorithm, *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processings*, vol. ASSP-34, pp. 499–510.
- Hayquin, S. (1996). *Adaptive Filter Theory*, 3a. Ed., Upper Saddle River, Prentice Hall, USA, 1996.

- Jojoa, P.E. (2003). Um Algoritmo Acelerador de Parâmetros, *Tesis de Doctorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.*
- Jojoa, P.E. (1999). Análise de Algoritmo Adaptativo que Ajusta a Diferença de Segunda Ordem dos Parâmetros, *Tesis de Maestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.*
- Kwong, R.H.; Johnston, E.W. (1992). A Variable Step Size LMS Algorithm, *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 40, no. 7, pp. 1633-1642.
- Lindbom, L.; Ruström, J.; Ahlen, A.; Sternad, M. (2001). Automatic Tuning of the Step size in WLMS Algorithms, *Ericsson AB, Signals and Systems, Uppsala University, Sweden, 2001, CD-ROM.*
- Ljung, L.; Söderström T. (1983). Theory and Practice of Recursive Identification, *Cambridge, MA: MIT Press, 1983.*
- Manolakis, D. (2000). *Statistical and Adaptive Signal Processing: Spectral Estimation, Signal Modeling, Adaptive Filtering and Array Processing*, McGraw Hill, USA, 2000.
- Mathews, J.; Xie, Z. (1990). Stochastic Gradient Adaptive Filters with Gradient Adaptive Step Size. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processings 1990, Albuquerque, 1990. ICASP-90*, vol 3, pp. 1385-1388.
- B. Mulgrew,; C.F.N. Cowan, C.F.N. (1996). Adaptive Filters and Equalisers, *Kluwer Academic Publishers, Massachusetts, 1988.*
- Pait, F. (1998). A Tuner that Accelerates Parameters, *Systems and Control Letters*, vol. 35, n.1, pp. 65-68,
- Shan, T. J.; Kailaith, T. (1988). Adaptive Algorithms With an Automatic Gain Control Feature, *IEEE Transactions Acoustics, Speech and Signal Processings*, vol. 35, pp. 122–127.
- Shin, Y. K.; Lee, J. G. (1985). A Study on the Fast Convergence Algorithm for the LMS Adaptive Filter Design, *Proc. Korean Institute of Electrical Engineers Korean, KIEE*, vol. 19, no. 5, pp. 12-19.

-
- Sugiyama A. (1993). An Interference-Robust Stochastic Gradient Algorithm With a Gradient-Adaptive Step-Size, *Proceedings of International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, vol. 3, 27-30
- Voltz, P. J.; Ahn, S. S. (1996). Convergence of the DLMS Algorithm With Decreasing Step Size, *IEEE Transactions Acoustics, Speech and Signal Processings*, vol 03, pp. 1854-1857
- Widrow, B.; Stearns, S. (1985). *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, USA, 1985.