

**LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES
LINEALES CON SOLUCIÓN EN LOS NATURALES, PARA
ESTUDIANTES DE GRADO 6º.**



Universidad
del Cauca

VIVIANA PATRICIA SOTELO RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

**FACULTAD DE EDUCACIÓN, DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS**

PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2012

**LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCIÓN DE ECUACIONES
LINEALES CON SOLUCIÓN EN LOS NATURALES, PARA
ESTUDIANTES DE GRADO 6º.**



Universidad
del Cauca

VIVIANA PATRICIA SOTELO RODRÍGUEZ

GABRIELA ARBELÁEZ PhD

ASESORA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

**FACULTAD DE EDUCACIÓN, DEPARTAMENTO DE
MATEMÁTICAS**

PROGRAMA DE LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2012

Nota de aceptación

Firma del Asesor

Firma del Evaluador

Popayán 2 de Marzo de 2012

TABLA DE CONTENIDO

pág.

INTRODUCCIÓN	7
MARCO TEÓRICO	9
1.1 Teorías Relacionadas con la Sistematización.....	9
1.2 Teorías Didácticas referenciadas en la Práctica Pedagógica	11
1.3 Relación entre Matemática y Experiencia	14
1.3.1 En la Antigua Mesopotamia.....	15
1.3.2 En el Antiguo Egipto.....	17
1.4 La Evolución de las Matemáticas	19
1.5 Las ecuaciones de primer grado	20
2 MARCO CONTEXTUAL	22
2.1 Breve descripción del Corregimiento de Julumito	22
2.2 La Institución Educativa Julumito	23
3 ELABORACIÓN DE LA PROPUESTA.....	26
4 LA IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA.....	28
4.1 La Nivelación.....	28
4.2 Implementación de la enseñanza de la Resolución de Ecuaciones Lineales.....	40
4.2.1 Desarrollo de la Sesión Número 1.....	40
4.2.2 Desarrollo de la Sesión Número 2.....	45
4.2.3 Desarrollo de la Sesión Número 3.....	50
4.2.4 Desarrollo de la Sesión Numero 4.....	52
4.2.5 Desarrollo de la Sesión Número 5.....	53
4.2.6 Desarrollo de la Sesión Número 6.....	54
4.2.7 Desarrollo de la Sesión Número 7.....	56
4.2.8 Desarrollo de la Sesión Número 8.....	58
5 CONCLUSIONES	60

BIBLIOGRAFÍA.....	63
--------------------------	-----------

TABLA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. Clase de Conjuntos	65
ANEXO B. Taller en Clase	68
ANEXO C. Las operaciones básicas	69
ANEXO D. Primera Prueba Escrita	72
ANEXO E. Propiedades de la adición y la multiplicación.....	74
ANEXO F. Problemas de aplicación de las operaciones.....	76
ANEXO G. Potenciación y Radicación	77
ANEXO H. Sesión Número 1	79
ANEXO I. Sesión Número 2	81
ANEXO J. Sesión Número 3	84
ANEXO K. Sesión Número 4	85
ANEXO L. Sesión Número 5.....	87
ANEXO M. Sesión Número 6	88
ANEXO N. Sesión Número 7	90
ANEXO Ñ. Sesión Número 8	91

INTRODUCCIÓN

Este documento es el resultado de la sistematización del proceso de enseñanza vivido en la Institución Educativa Julumito con los estudiantes del grado sexto en el año 2010, la cual tuvo como objetivos principales la nivelación de los estudiantes y la enseñanza de la resolución de ecuaciones lineales. En ella se realiza de forma organizada, la reconstrucción del proceso vivido con los estudiantes dentro del salón de clase.

Debido a que la sistematización no es sólo un recuento histórico, en este trabajo se debe contemplar la dimensión pedagógica, la dimensión didáctica y la dimensión disciplinar, las cuales están sustentadas en un marco teórico, el cual se encuentra en el primer capítulo de este documento; allí se describen teorías referentes a Historia de las Matemáticas, Educación Matemática o Didáctica de las Matemáticas y un Referente Disciplinar, a través de los cuales se pretende dar explicación a los fenómenos encontrados durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de operaciones como lo son suma, resta, multiplicación, división, potenciación, radicación, las diferentes propiedades de éstas con los números naturales y además de la resolución de ecuaciones lineales con solución en los números naturales.

De esta manera, se trata de entender las razones por las cuales a los estudiantes se les dificulta aprender a solucionar ecuaciones lineales. Además es necesario mencionar otro aspecto que influye durante el desarrollo de una práctica, este es el contexto, pues los seres humanos somos seres sociales, fuertemente influenciados por los entornos familiares, sociales y educativos; por esta razón en el segundo capítulo se realiza una descripción del corregimiento, de la institución y de los estudiantes pertenecientes al grado sexto de la Institución Educativa Julumito.

En el capítulo tres se describe en términos generales la elaboración de la Propuesta Metodológica implementada, además se describe la metodología utilizada para el desarrollo de las sesiones, explicando si ésta se dio a través de clase magistrales, guías de trabajo, o a través de solución de problemas.

También se hace explícito cómo fue el trabajo de enseñanza durante las sesiones, es decir si tuvo lugar un proceso de enseñanza personalizado o masivo, si hubo aprendizaje en pares académicos, si se reflejó un trabajo en equipo. Mientras que cada preparación de las sesiones pueden ser encontradas como anexo al documento.

El capítulo número cuatro, está dedicado al análisis crítico de las observaciones realizadas durante la implementación de la nivelación y durante la Enseñanza de la Resolución de Ecuaciones Lineales, para lo cual fue indispensable el diario de campo, porque en éste quedan registradas las evidencias y los detalles de la ejecución de la práctica.

Finalmente se encuentran una serie de conclusiones a las que se llegó, después del proceso de reconstrucción y análisis de la práctica pedagógica.

MARCO TEÓRICO

1.1 Teorías Relacionadas con la Sistematización

Debido a la importancia que tiene para nosotros la práctica pedagógica y el proceso de sistematización de la experiencia empezamos por dar una definición de lo que se conoce como sistematización de una experiencia, según Jara (2003):

Nosotros tenemos dos opciones para entender la sistematización: 1) sistematización de datos e información; 2) sistematización de experiencias. El sentido más utilizado es el primero: hace referencia al orden y a la clasificación de datos e informaciones, estructurando de manera precisa las categorías, las relaciones, construyendo bases de datos, etc. La segunda opción es menos común y más compleja: se trata de ir más allá, de considerar las experiencias como procesos históricos, como procesos complejos donde intervienen diferentes actores y que se realizan en un contexto económico y social determinado. Sistematizar las experiencias significa entonces comprender por qué el proceso se desarrolla de esa manera, comprender e interpretar lo que está sucediendo, a partir de un orden y de la reconstrucción de lo que sucedió en ese proceso¹

De manera que esta sistematización es realizada con una perspectiva sociocultural, que ve la práctica como fuente de aprendizaje y que tiene un fin comunicativo. Para lo cual se hace un recuento y análisis de lo ocurrido durante el desarrollo de la práctica; teniendo como herramienta indispensable el diario de campo, el cual le permite tener al docente un registro de la ejecución de las actividades elaboradas en la propuesta y así poder hacer una reflexión acerca del proceso de enseñanza y aprendizaje.

El diario de campo permite hacer un recuento organizado durante la ejecución de la práctica, por esta razón los registros deben hacerse de forma organizada. Para ello, el esquema general que debe tener un diario es: un encabezamiento con fecha y tema, seguido de una descripción de la sesión y los eventos y reflexiones más importantes surgidas durante el desarrollo de la clase. En consecuencia un análisis responsable de los registros consignados en el diario de campo, puede permitir al docente realizar una reflexión que le permita obtener un aprendizaje acerca de la práctica.

¹JARA, Oscar. La Sistematización de Experiencias y las Corrientes Innovadoras del Pensamiento Latinoamericano_Una Aproximación Histórica. Costa Rica: Centro de Estudios y Publicaciones Alforja, 2003

Aunque se hace necesario mencionar que existen diversas formas de asumir la sistematización:

Sistematización como investigación social: Esta es la primera corriente, que apareció en Latinoamérica entre los años 50's debido a un cambio en el contexto histórico-social de América latina, que aparece con la Revolución cubana y que pretendía romper con el esquema de dominación colonial impuesto desde la colonización de América, de esta manera se podía pensar en la realidad de los pueblos de América latina; con este nuevo contexto histórico social surge un nuevo "contexto teórico" en el que el trabajo social, el trabajo educativo y el trabajo investigativo, se unen para generar una transformación social, que buscó el desarrollo de la comunidad a través de proyectos que tuvieran en cuenta el contexto latinoamericano, que además busca liberarse de modelos dominantes centrándose en el trabajo y la práctica cotidiana como fuente de conocimiento,

Sistematización de experiencias como una recuperación de la experiencia en la práctica: esta forma de asumir la sistematización indica que lo que se hace es una recopilación histórica, acompañada del estudio y análisis de componentes contextuales que influyen durante el desarrollo de la práctica, además tiene el fin de aprender de la práctica y comunicar los resultados.

Sistematización como producción de conocimiento: esta sistematización tiene la característica de crear un nuevo conocimiento a partir de una experiencia particular, pero con el fin de establecer posibles generalizaciones teóricas que sean aplicables en la práctica.

Esta sistematización realiza una organización de lo ocurrido dentro del salón de clases, la cual está acompañada de un análisis de lo encontrado durante el proceso de enseñanza y aprendizaje. Para lo cual fue necesario realizar una práctica planeada cuidadosamente con elementos didácticos y pedagógicos que se describen a continuación.

1.2 Teorías Didácticas referenciadas en la Práctica Pedagógica

Se toman como referentes teóricos acerca de situación problemaa Múnera y Obando(2003) quienesproponen:

“Una situación problema la podemos interpretar como un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación”². (Pág 1).

Entonces una situación problema es utilizada dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, con el propósito de generar una interacción entre el estudiante, el docente y el saber, de manera que elalumno pueda construir un nuevo conocimiento, a través de actividades que sean significativas para él, de tal manera que pueda reaccionar ante la situación propuesta, que además les permite movilizar conocimientos anteriores con los cuales generan hipótesis para una posible solución, la cual debe ser capaz de explicar, defender y si es necesario debe reformular sus hipótesis y/o planteamientos. También el alumno debe estar capacitado para evaluar los procesos realizados por otros y decidir si son adecuados o no.

De manera que se hace necesario establecer las características que debe tener una situación problema, para que los alumnos sean capaces de construir un nuevo conocimiento, acerca de ello hablan Moreno y Waldegg³(2002) quienes escriben:

La situación problema es el detonador de la actividad cognitiva, para que esto suceda debe tener las siguientes características:

- Debe involucrar implícitamente los conceptos que se van a aprender
- Debe representar un verdadero problema para el estudiante, pero a la vez, debe ser accesible a él.
- Debe permitir al alumno utilizar conocimientos anteriores.

²Jhon Jairo Múnera y Gilberto Obando. “Las situaciones problemas como estrategia para la conceptualización matemática”. Revista Educación y Pedagogía. Universidad de Antioquia, Facultad de Educación. Vol. XV, no. 35, 2003.

³Luis Moreno y Guillermina Waldegg (2002). Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas. México: Seminario Nacional de Formación de docentes: Uso de nuevas tecnologías en el aula de Matemáticas. pp. 40-66.

Actualmente La Resolución de problemas es considerada parte fundamental durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática ya que permite combinar elementos de conocimiento, reglas, técnicas, destrezas y conceptos previamente adquiridos para dar una solución a una situación nueva. De manera que las situaciones problemáticas y los ejercicios son la herramienta didáctica para lograr que los estudiantes conciban a las ecuaciones lineales como un objeto matemático que los ayuda a resolver problemas.

Para lograrlo es necesario adaptarse a los cambios que se presentan en el mundo, y considerando que en la actualidad se hace evidente la pasión por la tecnología, entonces este es un aspecto que se debe aprovechar y para el caso específico de la enseñanza de la solución de ecuaciones de primer grado se utiliza como herramienta tecnológica la hoja de cálculo Excel, que está instalado en cualquier computador con Windows. Lo que se trata de hacer con la hoja de cálculo es mostrar que al darle ciertos valores a esa ecuación, se puede visualizar una representación gráfica de este y mostrar que para cada valor x se tiene un valor diferente de y , esto indica que la solución de las ecuaciones es única.

Un aspecto importante es considerado en una publicación del año de 1995 en el libro *Pensamiento y Lenguaje*, de autoría de Vigotsky quien dice:

“La formación de conceptos es un proceso creativo, no mecánico ni pasivo”...“un concepto surge y toma forma en el curso de una operación compleja encaminada a la solución de un problema”, “y...la mera presencia de condiciones externas favorables a una vinculación mecánica de la palabra y el objeto no basta para producir un concepto”⁴

La resolución de ecuaciones generalmente se vuelve un proceso mecánico, en el cual se aplican ciertos pasos, que en muchas ocasiones no se tiene claridad de lo que realmente ocurre en la igualdad, de manera que no hay una verdadera conceptualización de este objeto matemático, y por esta razón cuando se hace necesario que se reconozca como una herramienta que sirve en la solución de problemas, este concepto no puede ser movilizado.

Además para que este nuevo conocimiento sea asimilado se requiere de ciertos conocimientos previos, de manera que en el momento de la planeación de la intervención en el aula, el sujeto en el cual se piensa es un sujeto ideal, en este caso el sujeto psicológico debe movilizar los conceptos que tiene acerca del manejo de operaciones tales como suma, resta, multiplicación y división, igualdades y sus propiedades, entre otros.

⁴Vigotsky (1995). *Pensamiento y Lenguaje*. España. Editorial Paidós

Debido a que la enseñanza de las ecuaciones lineales se desarrolla mediante ejercicios y resolución de problemas, un referente teórico acerca del tema es George Polya⁵(1945) quien propone cuatro etapas en la resolución de problemas las cuales son:

Comprensión del problema: Está dividido en dos partes “Familiarizarse” y “Trabajar para una mejor comprensión”. Para la actividad de familiarización es necesario en primer lugar la comprensión del enunciado verbal, para ello se debe escoger un problema adecuado; de manera que la actividad de trabajar para la mejor comprensión consista en considerar las partes principales del problema.

Concebir el plan de solución: Este paso es esencial para la solución del problema, y puede ser llevado a cabo bajo la conducción del docente, quien por medio de preguntas y sugerencias puede iluminar el camino a la solución al estudiante. Una buena forma de hacerlo es tratar de encontrar un problema similar el cual ya haya sido resuelto.

Ejecutar el plan de solución: Después de haber realizado la concepción del plan, la ejecución es un paso más sencillo que debe tener en cuenta los acuerdos y reglas generales en este caso, tener en cuenta las reglas generales para las matemáticas.

Evaluar la solución: El paso de verificación del problema ayuda al estudiante a encontrar posibles errores en los procedimientos, o bien ratifica la solución ayudando a consolidar conocimientos y a desarrollar aptitudes para la resolución de problemas.

Evaluar la solución es muy importante en la resolución de problemas, pues un error común es la falta de verificación del resultado, pues no se determina si el resultado encontrado es una respuesta al problema, porque en ocasiones la solución no pertenece al dominio en el cual se estableció el problema.

Además éste considera que una dimensión que influye en la resolución de problemas es el dominio de conocimiento que es un inventario de lo que un individuo sabe y de las formas que adquiere ese conocimiento.

Otro un aspecto importante que se considera para la resolución de problemas es que se debe encontrar problemas adecuados al tema que se quiere enseñar y además deben estar bien redactados para que el alumno esté en capacidad de comprender el problema. Lo anterior puede ser considerado un problema para la mayoría de las personas pues no encuentran una relación entre las matemáticas y la experiencia, pero a continuación se muestra que la historia se encarga de encontrar esta relación.

⁵ George Polya (1965). Cómo plantear y Resolver Problemas. México. Editorial Trillas

1.3 Relación entre Matemática y Experiencia

En el año 2002 Luis Carlos Arboleda en su texto “El problema didáctico y filosófico de la Desaxiomatización de las matemáticas” afirma que la presentación axiomática de las matemáticas, la muestran como una ciencia tan abstracta que parece inalcanzable, por este motivo se deben encontrar otras formas de enseñanza. Él propone la desaxiomatización de las ciencias, la cual consiste en un trabajo inverso al de la construcción de los objetos, en este caso objetos matemáticos, teniendo en cuenta que nacen a partir de objetos empíricos.

Para Arboleda es indispensable la idea de experiencia la cual permite formar una primera noción acerca de los objetos⁶. Este mismo autor plantea además que la desaxiomatización de la ciencia ofrece una ventaja didáctica durante el proceso de enseñanza, pues ayuda al estudiante en su proceso de aprendizaje porque empieza a dotar de sentido a las matemáticas, dándole un origen y una utilidad.

Debemos ser conscientes de que la matemática tiene una historia que nos muestra que aunque ha alcanzado un alto nivel de abstracción gracias a su método formal, también debemos asignarle un papel fundamental a sus orígenes en la experiencia y su relación con las necesidades del hombre. También debemos tener en cuenta que aunque nuestros objetos matemáticos son creaciones humanas complejas, que además no son tangibles, como en otras ciencias por ejemplo la biología; una de nuestras responsabilidades como docentes es obtener la atención de los estudiantes, y una manera de hacerlo, es mostrar a las matemáticas como una actividad placentera. Para ello se deben buscar herramientas didácticas y actividades lúdicas que capten la atención de los estudiantes, y de esta manera fomentar en ellos interés por el área.

A continuación se realiza un pequeño recuento histórico del origen de los números, que es importante para los docentes de matemáticas, pues muestra una relación directa entre el origen de los números y las necesidades de contar del hombre; lo cual le da más sentido al concepto de número porque lo dota de un contexto histórico, dejando ver al número como una invención humana.

Para realizar este recuento se tiene en cuenta el libro de Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo (1990), además se hace uso de algunas de sus imágenes.

⁶Luis Carlos Arboleda. El Problema Didáctico y Filosófico de la Desaxiomatización de las Matemáticas. Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia. Ed: Universidad El Bosque. Año 2002. Páginas 59-84.

1.3.1 En la Antigua Mesopotamia

Los primeros vestigios del origen del número se encontraron en la antigua Mesopotamia, región de gran actividad económica, pues allí se daban intercambios comerciales entre los cuales se encuentran: madera, recursos agrícolas, metales y piedras preciosas. Esta intensa actividad económica hace aparecer una escritura que representa números, con la cual logran llevar una contabilidad de sus pertenencias. Una prueba de la afirmación anterior, se encontró en una excavación realizada entre 1929 y 1931 al Templo Rojo, en donde se hallaron unas tablillas, en las cuales se registró la administración del templo (estas tablillas datan al año 3200 y 3100 antes de Cristo).

Los antiguos Mesopotámicos contaban con una escritura cuneiforme y con un sistema numérico sexagesimal, el cual en sus inicios no fue posicional. Se ha dicho con anterioridad, que la invención de los números fue una tarea fuertemente ligada a las actividades económicas de los antiguos babilonios, pero el proceso fue arduo y en él se pueden reconocer las siguientes características.

Inicialmente la contabilización de pocos recursos, se hacía mediante una biyección entre el objeto y un elemento que lo representara, que además contaba con una representación gráfica hecha sobre tablillas de arcilla. Pero cuando se necesitaba contabilizar grandes cantidades de objetos, este proceso se volvía muy dispendioso, es por esto que la representación de los números da un paso adelante y le otorga a los símbolos un valor numérico bien definido 1, 60, 600, 3600, 36000; los cuales se representan de la siguiente manera (ilustración 1)

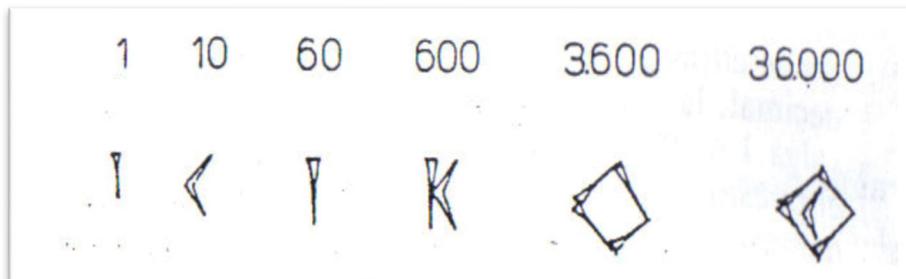


Ilustración 1. Símbolos del sistema de numeración Mesopotámico. Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)

Además con estos símbolos se podían representar varios números, como por ejemplo:



Ilustración 2. Representación de los números 70 y 600 en el sistema de numeración mesopotámico. Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)

Si se observa detenidamente la escritura entre los números 70 y 600 vemos que la escritura es muy parecida, lo cual puede generar una confusión, porque este sistema era sexagesimal, y se basaba en el principio aditivo y multiplicativo, pero en sus orígenes no fue posicional, sólo depende de la representación de los números, la cual debía empezar por las cifras de mayor valor.

Sólo alrededor de 1900 antes de Cristo los matemáticos y astrónomos matemáticos babilonios utilizan un sistema sexagesimal, posicional y que además sólo utiliza dos símbolos, el clavo y la cuña para escribir todos los números, el cual conserva ciertas ambigüedades al tratar de leer los números. A continuación se muestra la forma gráfica de estos símbolos:



Ilustración 3. La Cuña. Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)



Ilustración 4. El clavo, Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)

En la ilustración 3 se da un ejemplo que revela de forma más clara lo dicho en la afirmación anterior:

	60^4	60^3	60^2	60^1	60^0
CIFRA SES.	∩	∩	∩	∩	∩
VALOR DEC.	12590000	216000	3500	60	1

	60^3	60^2	60^1	60^0
∩∩	∩∩∩∩∩	∩∩∩∩	∩∩∩	∩∩∩∩
$2 \cdot 60^3$	$34 \cdot 60^2$	$26 \cdot 60^1$	$7 \cdot 60^0$	
432000	122400	1560	7	

∩∩ ∩∩∩∩∩ ∩∩∩∩ ∩∩∩
 2 34 26 7
 ↓
 555967 ←

Ilustración 5. Ejemplo del Establecimiento de sistema de numeración mesopotámico posicional. Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)

Además una gran diferencia con nuestro sistema de numeración decimal es que el sistema sexagesimal no se cuenta con un símbolo que represente la ausencia de unidades

1.3.2 En el Antiguo Egipto

Es importante mencionar que el pueblo egipcio también fue importante comercialmente, además son innegables sus grandes avances matemáticos, los cuales se hacen evidentes en sus construcciones, que hasta hoy en día perduran. Además de la conservación de un papiro denominado Papiro de Rhind en el cual aparecen diversos problemas matemáticos con sus respectivas soluciones, también es necesario decir que las matemáticas eran importantes en esta época, para calcular áreas y así dividir tierras de forma irregular en pequeños rectángulos, que eran entregados a los sirvientes para ser sembrados y cuando la tierra diera sus frutos los sirvientes debían entregar las ganancias al faraón.

En cuanto al sistema de numeración existen diferencias con el sistema babilónico, a pesar de que las culturas Egipcia y babilonia eran contemporáneas (alrededor del 3000 antes de Cristo), El sistema de numeración egipcia cuenta con un sistema decimal, además los egipcios utilizan símbolos para representar la unidad, el diez y los números que eran potencias de diez hasta un millón; he aquí su representación de manera gráfica:

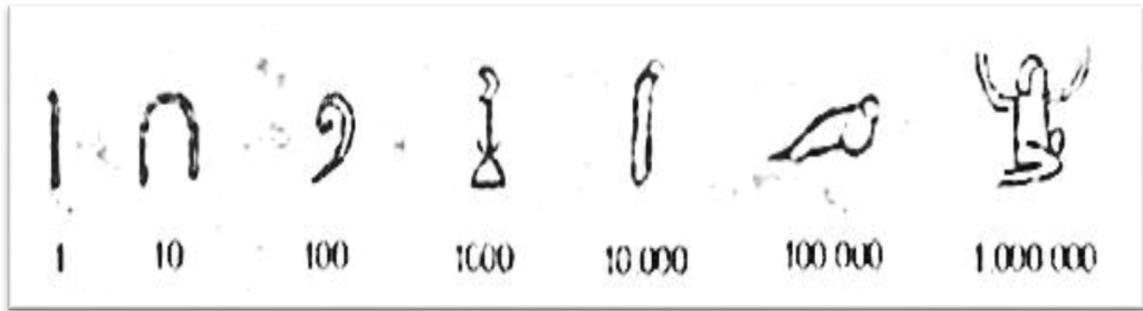


Ilustración 6. Representación gráfica de algunos números en el sistema de numeración Egipcia.
Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)

Este sistema de numeración también recurre al principio aditivo, pero es necesario resaltar que en sus inicios la forma gráfica era muy elaborada (como se ve en la ilustración número 5), por esa razón se genera un cambio de cifras jeroglíficas a cifras hieráticas pues la primera requería de más trabajo y tiempo, además su lectura podía ser de izquierda a derecha o viceversa, dependía del símbolo que lo indicara, además la escritura, a diferencia de los babilonios se hacía sobre papiros. A continuación, se encuentran dos ejemplos de la escritura egipcia de los números 276 y 3456.

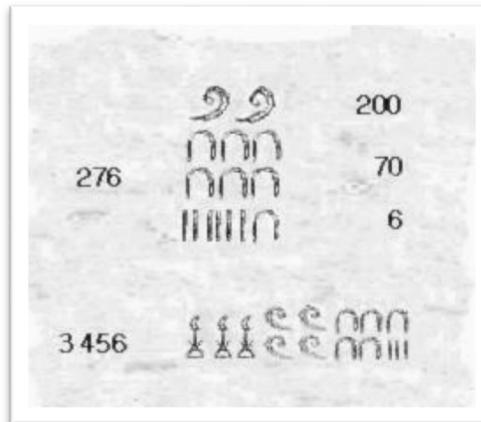


Ilustración 7. Ejemplos de la representación de números en el sistema de numeración egipcio.
Tomado de (Compiglio Alberto y Eugeni Vincenzo, 1990)

De este ejemplo es posible identificar una característica del sistema de numeración egipcia, pues se observa que es aditivo, además no es posicional, pues cada símbolo representa una cantidad determinada, independiente del orden en el que aparezca. También tiene una característica común al sistema de numeración babilonio, pues éste no cuenta con un símbolo que represente el cero.

1.4 La Evolución de las Matemáticas

Anteriormente se dio un breve recuento histórico del origen de los números, pero las matemáticas han ido transformándose y han logrado instaurarse de forma rigurosa, tanto que hay una teoría para los números naturales, sus propiedades y operaciones, de esto se encarga la teoría de números que considera a los naturales como el conjunto denotado de la siguiente forma:

$$N = \{1,2,3,4,5,6,7,\dots\}$$

Contamos claramente con el establecimiento de sus operaciones y sus propiedades: entre las cuales están la suma y multiplicación, que cumplen con propiedades como:

Para todos a , b y c que pertenecen a los números naturales unidos con el cero se tiene:

Conmutativa

$$a + b = b + a$$

$$a * b = b * a$$

Asociativa

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a * b) * c = a * (b * c)$$

Distributiva

$$(a+b)*c= a *c + b* c$$

Existencia del elemento neutro: existe un único elemento tal que $a + e = a$, este elemento es $e = 0$

Existencia del inverso: Para cada a que pertenece a N existe $-a$ tal que;

$$a + (-a) = 0$$

También se reconocen como operaciones la resta y la división, las cuales son inversas a la suma y multiplicación respectivamente. Los números racionales aparecen también como una necesidad del hombre para representar inicialmente cantidades que no estaban determinadas por los números naturales.

La razón por la cual se hace énfasis en los números naturales, es que tener buenas bases en operaciones tales como la suma, resta, multiplicación y división con los números naturales y tener conocimiento acerca de las propiedades en las igualdades, son de importancia para el buen desarrollo de la propuesta pedagógica, elaborada en solución de ecuaciones de primer grado con solución en los naturales,

Si se estudia la historia de las matemáticas, se encontrará que la resolución de ecuaciones ha sido importante para la evolución de las matemáticas. Desde la antigua Grecia, Euclides resuelve problemas geométricos haciendo uso de la resolución de ecuaciones de primero y segundo grado. Luego, Scipione del Ferro(Enrico Giusti) se interesa por resolver la ecuación de tercer grado, siendo este el primer paso para el desarrollo de una parte del álgebra en matemáticas, esto es, la construcción de Grupo.

1.5 Las ecuaciones de primer grado

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas, denominadas miembros, en las que aparecen valores conocidos o datos, y desconocidos o incógnitas, relacionados mediante operaciones matemáticas. Los valores conocidos pueden ser números, coeficientes o constantes; y también variables cuya magnitud se haya establecido como resultado de otras operaciones. Las incógnitas, representadas generalmente por letras, constituyen los valores que se pretende hallar.

Por ejemplo, en la ecuación:

$\underbrace{3x - 1}_{\text{primer miembro}} = \underbrace{9 + x}_{\text{segundo miembro}}$

Ilustración 8. Ejemplo de una ecuación

La letra x representa la incógnita, mientras que el coeficiente 3 y los números 1 y 9 son constantes conocidas. Resolver una ecuación es encontrar los valores de las incógnitas que la satisfacen, y se llama solución de una ecuación a cualquier valor de dichas variables que cumpla la igualdad planteada. Para el caso dado, la solución es: $x = 5$

Las ecuaciones en matemáticas son de gran importancia de manera que es indispensable que los estudiantes sepan solucionarlas, pero la forma tradicional de enseñarlas no le da un sentido a las ecuaciones como solucionador de problemas. Entonces la idea es tratar de hacer entender a los estudiantes que algunos problemas pueden escribirse a través de una expresión algebraica, a la cual por medio de las propiedades de los números podemos despejar y encontrar la solución, que debe entenderse como la solución al problema que fue planteado. Sin embargo hay que recordar que una ecuación puede o no tener solución e incluso puede tener infinitos valores que hace posible la igualdad.

2 MARCO CONTEXTUAL

La práctica pedagógica se desarrolló en la Institución Educativa Julumito durante el año lectivo 2010, y estuvo dirigida a los estudiantes de grado sexto de esta institución, la cual está ubicada en una vereda cercana a la ciudad de Popayán denominada Julumito. A continuación se encuentra una pequeña descripción del corregimiento.

2.1 Breve descripción del Corregimiento de Julumito

El corregimiento de Julumito está localizado a 8 km al occidente de la ciudad de Popayán, sobre la cuenca del río Cauca, con un área de 1.152,17 hectáreas. Limita con los siguientes corregimientos: Al norte con San Rafael y Santa Rosa, al oriente con San Bernardino, al occidente con la Meseta y al sur con Cajete.

La población del corregimiento de Julumito, está conformada por: Julumito, Julumito Alto y los Tendidos. Sus principales fuentes hídricas son: Río Saté y las quebradas de La Buitrera, Filipina, La Paz, El Uvo, Garrachal o Pambazo, Rojas, Quitacalzón, La Laja, San Roque, El Bosque, El Aljibe, Taguayaco. En las tres veredas solo existe bosque protector en muy pequeñas áreas ubicadas en las riveras de las fuentes de agua. El corregimiento de Julumito cuenta con la siguiente distribución agrícola: “Café (259.2 ha), caña (20.6 ha), plátano (2.9 ha), pasto (528.5 ha), Maíz (7.8 ha), hortalizas (0.9 ha), frijol (1.3 ha), otros cultivos (1.9 ha), rastrojos (232.4 ha)”.

En las veredas de Julumito y Julumito Alto, se practican métodos de conservación de suelos y en la vereda los Tendidos, aún se realizan quemas, deforestaciones, contaminación de las fuentes de agua y ya existe erosión puntual.

2.2 La Institución Educativa Julumito

Sede Primaria

Sede Secundaria



Ilustración 9. Fotografías Tomadas a la Institución Julumito Sedes Primaria y Secundaria en una de las visitas a la institución.

Según el PEI ⁷de la Institución Educativa Julumito en el año 2000 la Secretaria de Educación Departamental independiza el colegio y lo llama Colegio Básico de Julumito, el cual posteriormente fue fusionado con la Escuela Rural Mixta Los Tendidos y con la sede educativa La Laja; designando al colegio Básico Julumito como Sede Principal. Posteriormente en el año 2005 se reconoce oficialmente los estudios de grado 10° y 11° lo que permitió la presentación de las Pruebas de Estado y la entrega del título de “Bachiller Académico”, quedando sus egresados, listos para el ingreso a la Educación Superior.

Además de formar personas capaces de seguir con sus estudios universitarios la institución está interesada en la formación de personas integrales, esto es, que los alumnos además de una buena formación académica, sean seres con valores; para ello el colegio ha dispuesto docentes capacitados, que estén comprometidos con la formación de los estudiantes.

⁷PEI institución Educativa Julumito, pág. 5

Para medir el nivel cognitivo de los estudiantes, la Institución dispone del sistema general de evaluación establecido por el Ministerio de Educación Nacional que se realiza en cuatro periodos de igual duración a lo largo del año lectivo. Además se presentan informes descriptivos al finalizar cada periodo, estos informes permiten a los padres, estudiantes y docentes apreciar el avance de su formación, proporcionando información para tomar las acciones necesarias y continuar con el proceso educativo. La valoración se expresa teniendo en cuenta los siguientes parámetros:

SUPERIOR: (4.6 - 5.0) cuando el estudiante supera ampliamente la mayoría de los logros propuestos

ALTO: (4.0 – 4.5) cuando el estudiante obtiene los logros propuestos, con algunas limitaciones en los requerimientos

BÁSICO: (3.0 – 3.9) aun cuando haya superado algunos logros aún presente dificultades

BAJO: (1.0 – 2.9) cuando no se alcanza la mayoría de los requerimientos previstos en los logros

Por otra parte la Institución Educativa está conformada por estudiantes pertenecientes a los estratos 1 y 2 cuyos ingresos familiares están por debajo del salario mínimo, además algunos de ellos hacen parte de comunidades indígenas y desplazados por la violencia, factores que influyen en el poco interés hacia la educación formal; pues al finalizar el ciclo de bachillerato los estudiantes en su mayoría se dedican a las labores propias del campo; algunos se dedican a la construcción y otros aspiran a ingresar a las fuerzas militares y a la Policía Nacional. Solo un pequeño porcentaje de los estudiantes tiene la posibilidad y la disciplina para seguir estudios superiores, por ejemplo Tecnologías, cursos con énfasis en sistemas y preuniversitarios.

Particularmente de los 19 egresados del año lectivo 2010, solo el 10.5% de ellos accedieron a la educación superior en la Corporación Universitaria Autónoma del Cauca, debido a los acuerdos realizados previamente con la Institución. Es necesario aclarar que esta corporación es de carácter privado, pero ofrece a los estudiantes facilidades económicas, por otra parte la Universidad del Cauca es de carácter público, pero las dos personas que se inscribieron no aprobaron el examen interno.

Según información brindada por el Rector del Colegio Julumito, actualmente la Institución tiene con una Coordinadora, 26 Docentes, una Auxiliar de Secretaría, y 630 Estudiantes de la región Julumito. Los profesores con que cuenta la institución son en su mayoría de formación profesional y especialistas en cada una de sus áreas. Además éstos consideran a la matemática como un área fundamental en el

desarrollo de los proyectos institucionales centrados en la productividad del campo, también es una parte fundamental para el ingreso a la educación superior.

Es importante mencionar que la institución está en el proceso de cambio de metodología de enseñanza de una escuela tradicional a una escuela activa, es decir el estudiante está más comprometido en su proceso de aprendizaje, con lo cual se da espacio dentro del aula para desarrollar talleres de forma individual y grupal, además de presentación de trabajos expositivos.

A continuación se presenta la descripción particular de la práctica pedagógica llevada a cabo en el grado sexto de la Institución Educativa Julumito: El desarrollo de la práctica pedagógica se llevó a cabo en la Institución Educativa Julumito durante el año lectivo 2010 y en el grado sexto, se dirigió en dos sedes (primaria y secundaria) que quedan ubicadas en la vereda Julumito de la ciudad de Popayán, esta institución tiene una característica especial, pues es la que se encarga de la educación de los sectores rurales, cercanos a la vereda; debido a esta razón el pensamiento sociocultural es de cierta resistencia a la vida académica.

Por las razones dadas anteriormente los profesores se ven en la necesidad de estimular el interés a los estudiantes para mejorar su rendimiento escolar y hacia su formación profesional, para ello se han creado diferentes academias entre las cuales se encuentran la academia de matemáticas, la academia de artística y la academia de inglés; tiene lugar la aclaración de que la asistencia a las academias es en horario extra clase (los días sábados en horas de la mañana), y además es voluntaria (sólo asisten las personas a las cuales le interesa mejorar en matemáticas), situación que perjudica a los estudiantes, pues es natural esperar que elijan otra de las opciones, esto debido a la mentalidad que en general tiene hacia las matemáticas como una de las áreas más difíciles de la vida escolar.

En particular, en el grado sexto B de la institución educativa, se observó inasistencia por lo menos en lo que se refiere al área de matemáticas, pues a pesar de tener la posibilidad de aprender y mejorar conceptos matemáticos, varios estudiantes del curso nunca asistieron a la academia de matemáticas. Aunque es necesario destacar que los estudiantes que asistieron a la jornada de nivelación, lo hicieron voluntariamente, esto es muy importante porque muestra que es posible crear interés en la matemática, pues como docentes del área tenemos la responsabilidad también de romper con la estigmatización que la sociedad le ha dado a la matemática, como una ciencia inaccesible.

3 ELABORACIÓN DE LA PROPUESTA

El acuerdo inicial que se hizo con el colegio fue realizar una nivelación a los estudiantes de grado sexto de la institución, que se realizaría de acuerdo a los temas que éstos veían durante la semana y que dirigía el profesor titular de matemáticas en el colegio; pero con el desarrollo de las primeras clases, se pudo observar que habían temas más elementales que aún no habían sido conceptualizados, como los son operaciones con números naturales: suma, resta, multiplicación, división, propiedades de la suma y la multiplicación y fracciones, potenciación, radicación; entre otros.

De manera que La propuesta metodológica consistió en dos momentos, uno de nivelación y otro referente a la enseñanza de la resolución de ecuaciones lineales. Esta propuesta se preparó teniendo en cuenta el nivel conceptual de los estudiantes de grado sexto de la institución Educativa Julumito de la ciudad de Popayán. Pues se tuvo en cuenta los Estándares Básicos de Competencias establecidos para la educación colombiana desde el año 2006; los cuales brindaron la información necesaria acerca de los contenidos matemáticos que habían tenido la oportunidad de desarrollarse durante la vida escolar de los alumnos hasta ese momento.

La propuesta metodológica tiene como objetivo general, la nivelación de los estudiantes y la enseñanza de la resolución de las ecuaciones de primer grado y poder formalizarlas matemáticamente a través de uso de las propiedades de los números naturales para su resolución y también a través de una representación geométrica de la solución, haciendo uso de la hoja de cálculo de Excel, además de lograr la interpretación y el paso de problemas al lenguaje algebraico.

Debido a que las matemáticas son una ciencia, en la cual sus objetos son creaciones humanas, es posible encontrar una conexión con el mundo, en este caso, la relación de las matemáticas con su utilidad. Desde esta perspectiva se puede dotar de un sentido a la matemática; pues son muchas las ocasiones en las cuales los estudiantes se preguntan acerca del por qué deben aprender las nociones matemáticas, ahora se puede argumentar que la razón por la cual deben aprender cómo solucionar una ecuación de primer grado es, la utilidad de éstas para resolver situaciones de la vida y problemas.

La metodología pretendió hacer de los estudiantes agentes activos durante la clase, pues permite una participación constante durante el desarrollo de la clase, ya sea con preguntas o con la solución a los ejercicios propuestos; para esto cada sesión tuvo dos momentos durante la jornada, en la primera parte se les ofrecía

toda la teoría necesaria para que durante la segunda parte después de un receso de 20 minutos, pudieran desarrollar talleres, los cuales en ocasiones eran solucionados por parejas o individualmente, la diferencia es que se les daba la oportunidad de participar en la clase para que ellos explicaran como solucionaban los ejercicios propuestos, sin tener miedo a equivocarse por miedo a obtener una mala calificación, además de que contaban con la explicación de sus propios compañeros con quienes en muchas ocasiones se sentían más cómodos.

La preparación de las sesiones de La Propuesta Metodológica se encuentra en forma detallada en los anexos que van desde el anexo (A) hasta el anexo (Ñ).

4 LA IMPLEMENTACIÓN DE LA PROPUESTA

4.1 La Nivelación

El tema con el cual se inició la nivelación en la institución fue proposiciones lógicas, pues este era el tema que el profesor titular del grado sexto estaba enseñando en ese momento

Para las sesiones que se desarrollaron en este tema se realizó la guía pertinente al anexo (A). Al iniciar la sesión hay un aspecto particular que llama la atención, en el salón de clase hay presencia de niños de grados pertenecientes tercero, cuarto y quinto de primaria. Situación que se presentó debido a que el rector y el coordinador del colegio, realizaron una reunión dirigida a los padres de familia de toda la institución, para invitar a sus hijos a formar parte de la academia de matemáticas.

Después de realizarse la debida presentación se procede a iniciar con el tema de proposiciones lógicas, el cual se preparó mediante ejemplos y pretendió una activa participación de los estudiantes para decidir cuál de los ejemplos eran proposiciones. Pero en ese momento se presenta una falla en el funcionamiento del sistema didáctico, pues a pesar de que se propuso una situación que se consideró adecuada y pertinente, no se consiguió una respuesta por parte de los estudiantes. Esta situación se genera en gran parte debido a que la preparación de la sesión, se realiza teniendo en cuenta un sujeto ideal, que debería cumplir con ciertos requisitos conceptuales, que ha adquirido a lo largo de su vida escolar.

Una de las responsabilidades como docentes es determinar si los estudiantes se han apropiado de los conocimientos; de manera que para poder evaluar a los alumnos, en cuanto al tema visto, se decide realizar un taller (Anexo B) que debía ser solucionado de manera individual.

En el momento de la revisión de los ejercicios, se encontraron aspectos interesantes. Algunos de los cuales se consideraron y explican enseguida.

A continuación se presenta la solución dada por un estudiante del un ejercicio del numeral 1 del taller especificado en el anexo (B):

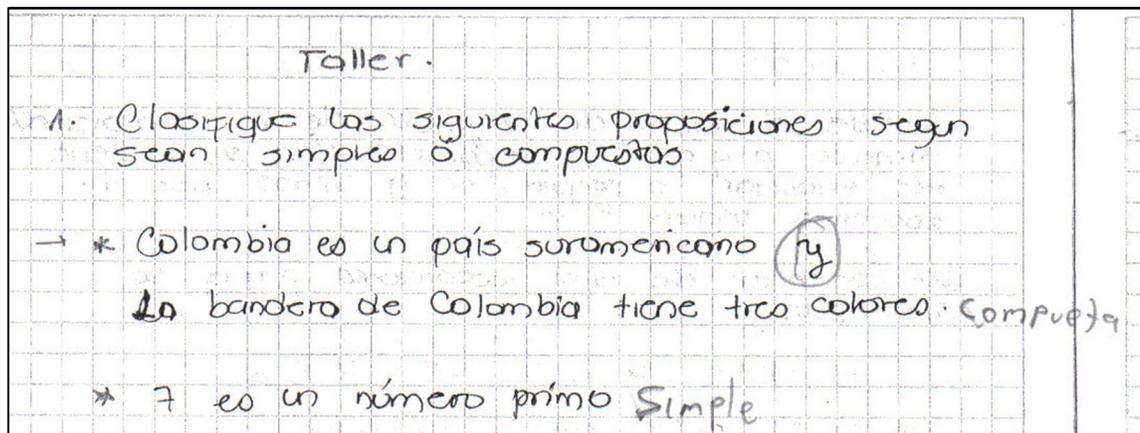


Ilustración 10. Evidencia de la práctica

Las respuestas que el estudiante da a la pregunta son correctas, lo que induce que el estudiante ha comprendido la diferencia entre proposiciones simples y proposiciones compuestas. Pero es posible verificar que realmente el estudiante ha logrado con el objetivo, por lo que se plantea el siguiente punto en el cual se debía decidir si la proposición dada es simple o compuesta.

Esta imagen corresponde a la respuesta del estudiante:

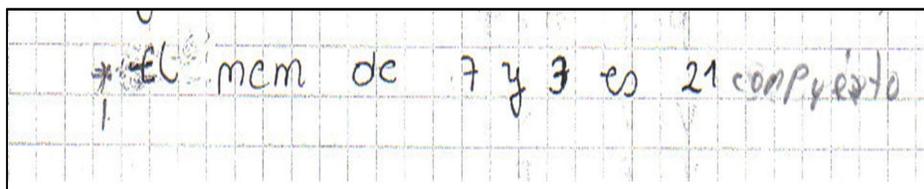


Ilustración 11. Evidencia de la práctica

Aquí es visible, que el alumno aún no ha entendido la diferencia entre proposiciones simples y compuestas, solo ha actuado por instinto y relaciona la presencia de “y” siempre con una conjunción.

Es necesario aclarar que aunque esta es una respuesta particular, de un total de 15 alumnos que respondieron la pregunta, el 86% de los estudiantes lo hicieron de la misma forma, por lo que fue necesario hacer la aclaración respectiva, pues

la afirmación de que el mcm entre 7 y 3 es 21 es una unidad, y no tendría sentido si tratamos de dividirla en dos oraciones.

Una de las posibles causas de la confusión entre la proposición simple y la compuesta, tal vez haya estado relacionada con el lenguaje matemático que expresa la existencia de una conjunción, con ello me refiero a la letra “y” como conector lógico matemático y como conector lingüístico. Debe mencionarse que el

Lenguaje matemático y sus implicaciones en el aprendizaje es uno de los problemas más comunes en el área de matemáticas.

Otro punto del mismo taller de Anexo B, pide determinar el valor de verdad de las proposiciones dadas y en cuanto a la siguiente respuesta que da un alumno en particular, se puede determinar que el estudiante no sabe dividir pues, realiza la siguiente afirmación:

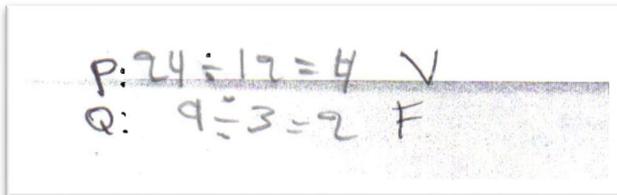


Ilustración 12. Evidencia de la Práctica

Este podría considerarse como un descuido al realizar la operación, por lo que se pide al estudiante que realice las divisiones nuevamente, y es en ese momento, que se ratifica que el alumno aún no puede dividir.

Debido a la respuesta anterior se genera la inquietud de saber si esta situación de problemas en la división es generalizable o no, y si además en las operaciones suma, resta multiplicación también existen dificultades. Por esta razón a pesar de la petición del rector de seguir adelante con el proceso de nivelación, de acuerdo a los temas que los estudiantes, veían con el profesor titular del colegio, se decide hacer un cambio, en la forma como se lleva a cabo la nivelación de los estudiantes, pues no sería lógico pretender avanzar en temas, si los estudiantes aún no han conceptualizado temas más básicos como las operaciones y propiedades de los números naturales, por esta razón se preparan las sesiones siguientes, enfatizadas en los números naturales.

Pero para corroborar el hecho de la existencia de problemas en las operaciones, se dedicó una sesión a un juego que se desarrolló con un dado que contenía los símbolos de las operaciones básicas nombradas anteriormente; la dinámica del

juego se basaba en que cada estudiante debía lanzar el dado y salir a tablero a realizar la operación que le indicaba el dado.

La creación de este juego tuvo dos intencionalidades:

La primera es realizar un estudio que me permitió identificar que las falencias en operaciones elementales, para así determinar que los alumnos necesitaban de un refuerzo en ese tema.

La segunda era una actividad de motivación, para mostrar que la matemática se puede realizar a través de juegos, y de esta manera dinamizar la clase y así permitirle a los estudiantes actuar de forma natural, sin que éstos sintieran que era una prueba.

Además, con esta actividad los estudiantes adquirieron seguridad para participar de manera activa durante las sesiones, pues entendieron que la posibilidad de salir al tablero era una oportunidad de aprender y corregir errores.

A continuación se muestra una evidencia gráfica de la alegría con la que los estudiantes adoptaron el juego.



Ilustración13. Fotografía tomada durante el juego

La guía preparada para este tema se encuentra en el anexo 3, pero es necesario aclarar que esta guía solo contenía la parte más esencial de las operaciones con números naturales, pues los ejemplos y ejercicios se realizaban durante el desarrollo de la clase.

Durante la nivelación de las operaciones, las que más problema causaron a los estudiantes para lograr desarrollar el algoritmo correspondiente fueron la multiplicación y por consiguiente la división.

Por ello, debido al tiempo con el que se contaba, una sesión fue dedicada a repasar las tablas de multiplicación en el salón de clase, pues es el medio más adecuado para que ellos aprendan el algoritmo de la multiplicación. En ese momento se pudo notar, que más que fallas procedimentales, lo que les hacía falta a la mayoría de los estudiantes, era dedicar un poco de su tiempo para aprenderse las tablas de multiplicación. Este aspecto es muy importante, porque se ha notado que la mayoría de los estudiantes de grado sexto del Colegio Julumito no realizan actividades de refuerzo en horas extra clase, entonces se debe buscar el tiempo para que ellos puedan interiorizar los objetos matemáticos, sus operaciones y propiedades dentro de las horas escolares; siendo esta una de nuestras mayores dificultades, pues tenemos la responsabilidad de enseñar matemáticas de la mejor manera, pero tenemos poco tiempo dispuesto para ello, porque son bastantes los contenidos matemáticos que se deben abordar durante un año lectivo escolar. Luego de explicar el tema de multiplicación se procedió a explicar el algoritmo de la división.

Estos dos temas tomaron 3 sesiones de trabajo, en las cuales se pudo observar el avance de cada uno de los estudiantes, esto debido a que se contaba con 15 personas por sesión, pero es importante aclarar que los estudiantes que asistieron a la jornada de nivelación siempre fueron los mismos, lo que permitió una cierta continuidad.

Para hacer un análisis de los avances de los estudiantes en el tema de operaciones básicas con números naturales se realizó una prueba escrita, que se encuentra en el anexo 4. Pero se encontró que los resultados de la prueba, reflejaron que los estudiantes no habían alcanzado satisfactoriamente los objetivos propuestos en cuanto a la manipulación de las operaciones básicas con números naturales. Luego de analizar detalladamente el contenido de la prueba y de revisar, uno por uno la solución a los puntos de la prueba, se logró concluir que los estudiantes no lograron resolver un problema que se les planteo para la evaluación. Esto debido a que debían hacer una lectura comprensiva del problema, para que pudieran resolverlo. De esta manera se descubrió otra gran falencia, los estudiantes de grado sexto del Colegio Julumito, no realizaban una buena lectura, pues sabemos que leer, no solamente es posar los ojos sobre las letras, sino poder entender lo que está escrito.

Es muy conocido, que uno de los más grandes problemas en matemáticas, es la lectura, de manera que este asunto, es una gran preocupación, pues si lo enfocamos hacia los problemas cuya solución es asociada a la resolución de una ecuación, sabemos que para llegar al establecimiento de la ecuación, primero se debe hacer una lectura comprensiva del problema que se propone.

De esta forma, se dedica tiempo a la lectura comprensiva del problema que se propuso en la prueba, para ello se divide el problema, en sus partes fundamentales, y se pide a los estudiantes que se reúnan en grupos e intenten comprender la información que le da el problema, para poder empezar a pensar en la solución. Pues es bien sabido, que como estudiante lo que en muchas oportunidades importa, es obtener la solución, sin detenerse a pensar en las siguientes preguntas: ¿cuál es la pregunta? ¿Cuál es la información que ofrece el problema para su solución?, y en caso de encontrar la respuesta son pocos los que verifican que la respuesta cumpla las condiciones requeridas por los problemas; aspectos que son fundamentales, para la resolución de problemas y ejercicios. Estas son las etapas para la resolución de problemas propuestas por Polya.

Otra posible causa es que el cambio de registro es un problema para la mayoría de los estudiantes es decir, debido a que el problema está escrito en lenguaje natural, los estudiantes debían hacer una conversión al registro algebraico; y esta transformación de registros de representación es una actividad cognitiva que conlleva a una coordinación entre el registro escrito en forma natural y el registro algebraico, y para ello se debe establecer una relación de equivalencia entre ellos, una operación que no es fácil de asimilar, cuando no se cuenta con varios sistemas de representación.

En la solución de ecuaciones, también son muy importantes, las propiedades de los números enteros, pues son las que permiten hacer las simplificaciones en las igualdades, por esta razón se hizo una sesión que reforzara los conocimientos de los alumnos acerca de las propiedades de los neutros en la suma y multiplicación, la propiedad conmutativa y además la propiedad distributiva de la suma respecto al producto.

Ya se ha hablado de la importancia de la comprensión de lectura en matemáticas, y una buena forma de incentivar la lectura son los problemas, que además, en este caso están dirigidos también hacia el avance de los estudiantes con las operaciones de los números naturales, es por esto que se dedicó una jornada a la solución de problemas, la cual se llevó a cabo en parejas o máximo tres estudiantes, la guía concerniente a estos problemas se encuentra en el anexo 7. Compartamos aquí los resultados encontrados por los estudiantes a los diferentes problemas.

Esta es la solución propuesta por un grupo a uno de los ejercicios propuestos para la sesión:

1- tres personas reparten cierta cantidad de semilla. La primera recibe 512 semilla la segunda 27 semilla mas que la primera; la tercera, igual que las otras dos juntas. ¿cual es la mayor cantidad de semilla repartida? 2102 semilla

Solución

$\begin{array}{r} 512 \\ 27 \\ \hline 539 \end{array}$	$\begin{array}{r} 512 \\ 539 \\ \hline 1051 \end{array}$	$\begin{array}{r} 512 \\ 539 \\ 1051 \\ \hline 2102 \end{array}$
--	--	--

∴ la cantidad de semillas repartidas es de 2102 semillas

Ilustración 14. Evidencia de la Práctica

Debo decir que este era el grupo más grande, en ese momento para solucionar los problemas, sin embargo fue el grupo que más se tardó en encontrar la solución, fue difícil para ellos la comprensión de lectura, pero con la ayuda del profesor, fueron resolviendo poco a poco todas sus dudas y terminaron solucionándolo de manera correcta.

A continuación presento la solución de otro problema propuesto en esta sesión de refuerzo en operaciones básicas y comprensión de lectura:

Un compañero de tu salón dice que ha dividido un número por 7 y ha obtenido 9 de cociente y 17 de resto. ¿sabe dividir tu compañero? ¿De qué número se trata?

R/1 El compañero no sabe dividir

R/2 el número es 80

$7 \times 9 = 63$

$$\begin{array}{r} 80 \overline{) 7} \\ \underline{19} \\ 9 \end{array}$$

63
+ 17
80

Por que la división correcta es

$$\begin{array}{r} 80 \overline{) 7} \\ \underline{10} \\ 3 \end{array}$$

Ilustración 15. Evidencia de la Práctica

Estos dos alumnos se caracterizaban por ser muy conversadores en la clase, pero también eran personas con mucha habilidad para resolver operaciones, entonces después de analizar la información del problema, utilizaron el algoritmo de la prueba de la división para poder llegar a la solución del problema, con lo cual queda demostrado que movilizaron sus conocimientos anteriores sobre la operación división y así concluyeron la manera correcta de resolver la división.

Esta es la solución que otro grupo da a varios de los problemas propuestos, esta pareja fue la más eficiente

1 Una fotocopidora puede sacar 15 copias en un minuto. ¿Cuántas copias sacará durante 8 horas de trabajo continuo? ~~Res:~~ 7200

Nombres: Leidy Yaneth Yacumal V.

María Isabel Mosquera D.

Grado: 6^oB

Desarrollo

15 copias en 1 minuto

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 8 \\ \hline 480 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 480 \\ \times 15 \\ \hline 2400 \\ + 480 \\ \hline 7200 \end{array}$$

2 Oscar tiene 38 años y su hija Natalia tiene 11. ¿Qué edad tendrá Oscar cuando su hija tenga 23 años? ~~Res:~~ 30

Desarrollo

Oscar: 38 años

Natalia: 11 años

$$\begin{array}{r} 23 \\ -11 \\ \hline 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38 \\ +12 \\ \hline 50 \end{array}$$

3 Tres personas reparten cierta cantidad de semillas. La primera recibe 512 semillas. La segunda 27 semillas más que la primera. La tercera, igual que las otras dos juntas. ¿Cuál es la cantidad de semillas repartidas? Rta: 2.102

Desarrollo

1 Persona: 512 semillas

2 Persona: 539 semillas

$$\begin{array}{r} 512 \\ + 27 \\ \hline 539 \end{array}$$

3 Persona: 1.051 semillas

$$\begin{array}{r} 539 \\ + 512 \\ \hline 1051 \end{array}$$

Semillas repartidas: 2.102

$$\begin{array}{r} 1051 \\ + 539 \\ + 512 \\ \hline 2.102 \end{array}$$

Ilustración 16. Evidencia de la Práctica

Este grupo consiguió solucionar correctamente 3 problemas, mientras que el resto de sus compañeros solucionaron un problema.

Además con el orden en el cual se presenta la solución al problema se observa una lógica, lo que demuestra que en realidad se entendió, la información y la pregunta de manera correcta, esto nos muestra una vez más que cada individuo aprende de manera diferente y a diferentes ritmos. Algunos son capaces de reordenar sus esquemas mentales fácilmente, mientras que otros deben hacerlo de una manera más lenta.

Sin embargo, otra de las responsabilidades como docentes es encontrar situaciones que ayuden y estimulen la asimilación de un concepto, pues debido a que cada concepto posee su propio esquema, entre más elaborado sea el concepto, va a requerir de varios esquemas que forman una estructura; es decir existe una organización entre los esquemas que permiten reaccionar frente a una situación. Sin embargo, para plantear una situación se debe tener en cuenta que el estudiante posea esquemas que le permitan, por lo menos intentar resolver la situación, y cuando ha resuelto el problema, el estudiante debe contar con una representación verbal o escrita que le permita comunicar su respuesta. Porque después de ser revisada la solución al problema, los integrantes debían realizar una tarea extra, que consistió en explicarle al resto del grupo la forma en como habían encontrado la solución al problema, este aspecto de la comunicación en matemáticas es muy importante, pues se debe aprender a utilizar el lenguaje matemático de forma adecuada, para que los demás entiendan lo que se trata de comunicar.

Uno de los aspectos más relevantes de esta actividad, fue la explicación por parte de los estudiantes, pues estos debían buscar los términos matemáticos adecuados para poder hacerse entender, además del trabajo en equipo, pues como no sabían quién debía salir a dar la explicación, esto implicaba una atención permanente durante la solución.

Para el desarrollo de las operaciones de la potenciación y radicación lo que se hizo en una primera medida, fue la definición de potencia de un número como el producto sucesivo de un mismo número, y su utilización para ejemplificar, pero además se explicó que tanto como la suma y la resta son operaciones opuestas, la potenciación y radicación son también operaciones opuestas.

También, se propuso un problema, el cual una posible solución se puede generar si se piensa en la raíz cuadrado como herramienta de solución. El problema es el siguiente:

Si un cuadrado tiene un área de 169 metros cuadrados.

¿Cuánto mide un lado el cuadrado?

Analicemos la siguiente solución propuesta por un estudiante, la cual es interesante detallar porque es posible evidenciar problemas de concepción en cuanto a perímetro y área.

¿Cuántos lados tiene un cuadrado?

R/ El cuadrado tiene 4 partes

1- Dividimos 169 dividido en 4

$$\begin{array}{r} 169 \overline{) 4} \\ 09 \quad 4.2 \\ 1 \end{array}$$

prueba.

$$\begin{array}{r} 42 \\ \times 4 \\ \hline 168 \\ + 1 \\ \hline 169 \end{array}$$

R/ ~~El~~ ~~lado~~ un lado del cuadrado mide 4.2

Esta es la respuesta.

Ilustración 17. Evidencia de la Práctica

Se puede observar que el alumno no tiene es claro lo que es el área de un cuadrado, pues pareciera ser que el alumno en realidad está pensando en el perímetro, y además suponiendo que el alumno tiene claro que los cuatro lados del cuadrado tienen la misma longitud. He aquí la importancia de los conocimientos previos con los cuales el profesor cuenta, pero reitero que como docentes en el momento de preparar nuestras sesiones, siempre se establece un sujeto ideal, pero esto no implica que durante el proceso de enseñanza todo esté totalmente controlado, pues cada persona posee sus propios conocimientos, los cuales en ocasiones se convierte en obstáculos, para que un nuevo conocimiento sea alcanzado.

4.2 Implementación de la enseñanza de la Resolución de Ecuaciones Lineales.

Se llevó a cabo teniendo en cuenta cada uno de las sesiones elaboradas en la propuesta elaborada para la enseñanza de Ecuaciones de Primer Grado las cuales se encuentran desde el anexo (H) hasta el anexo (Ñ) de este documento.

4.2.1 Desarrollo de la Sesión Número 1

La preparación de la primera sesión encuentra en el anexo (H). Esta sesión fue utilizada como una actividad de motivación y como una prueba de diagnóstico, pero disfrazada, pues los alumnos no tenían la preocupación de obtener una mala calificación, al contrario trataban de responder de forma adecuada, pensando y analizando los ejercicios propuestos, y lo hacían para obtener el premio que fue una canasta de dulces. El juego se denominó Encuentra el tesoro, para jugar se debían conformar parejas y contestar las preguntas para poder descubrir las pistas que llevaban al tesoro.

Durante este juego, se presentó una situación inesperada, pues la mayoría de los alumnos al principio de la actividad, se negaban a participaren en ella, y justificaban su negativa al afirmar que el premio tenía dueño sin siquiera haber iniciado el juego, esto debido a la presencia de una alumna muy eficiente para resolver ejercicios, y la cual era quién ocupaba el primer puesto entre los alumnos del curso; por este motivo se tuvo que ofrecer un premio para el segundo lugar, de esta manera se logró incentivar a los demás estudiantes.

Para el desarrollo de la actividad, se generaron 5 preguntas que debían ser respondidas por grupo para poder avanzar en el juego y así encontrar el tesoro, de manera que el primer y segundo grupo en terminar se hacían acreedores del tesoro. A continuación se presentan las soluciones que se dan algunos de los grupos, a las preguntas realizadas, y son las que reflejan problemas en su desarrollo.

Esta es la solución que un grupo le da a la segunda pregunta que le fue asignada:

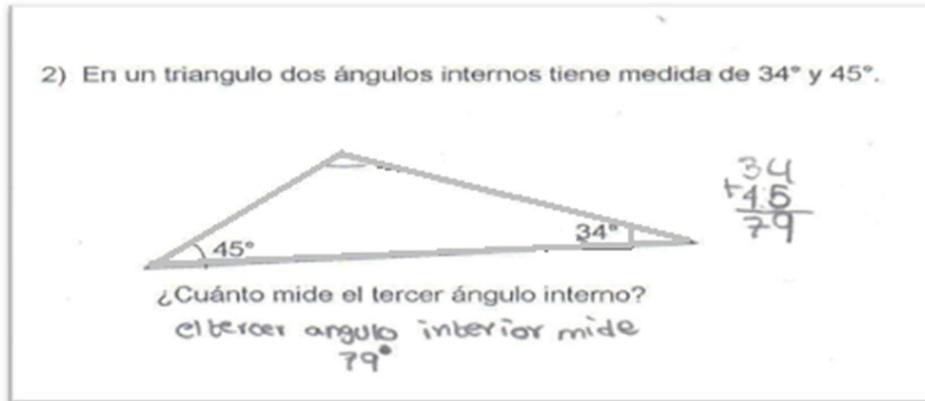


Ilustración 18. Evidencia de la Práctica

En este caso, en primer lugar se refleja un desconocimiento total de las propiedades del triángulo, en este caso, los estudiantes parecen haber olvidado que en todo triángulo, la suma de sus ángulos internos es 180 grados. Entonces el estudiante en el afán de resolver el ejercicio propuesto, lo que hace es relacionar los datos que se le dan a través de una suma y piensa que esta es la solución. Cuando se interroga acerca de la propiedad de la suma de los ángulos internos los alumnos aceptan el hecho de no conocerla. Pero cabe la aclaración, de que estos alumnos ya tienen un recorrido en aspectos de la geometría, pues durante su vida escolar en la primaria se trabaja con objetos geométricos y sus propiedades.

Debido a que sólo un grupo le dio una respuesta correcta al ejercicio y la justificó, se hace necesaria una prueba acerca de que los ángulos internos de todo triángulo suman 180 grados, pues al parecer para la mayoría de los estudiantes esta afirmación no es muy clara, de manera que se les pide a cada uno de ellos que construyan un triángulo. Luego de que cada alumno poseía un triángulo se pidió que arrancaran las puntas que habían sido marcadas con lapiceros de diferentes colores, y luego se les pidió que las unieran de tal manera que ellos podían ratificar la propiedad.

Las imágenes 18, 19 y 20 son algunos de los triángulos que hicieron los alumnos:

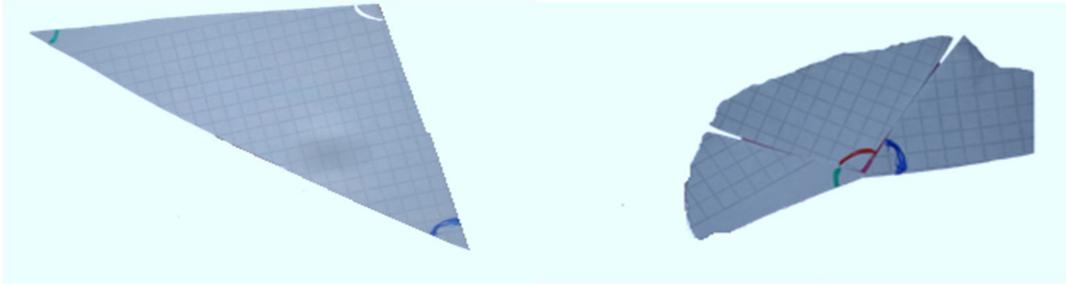


Ilustración 19. Evidencia de la Práctica

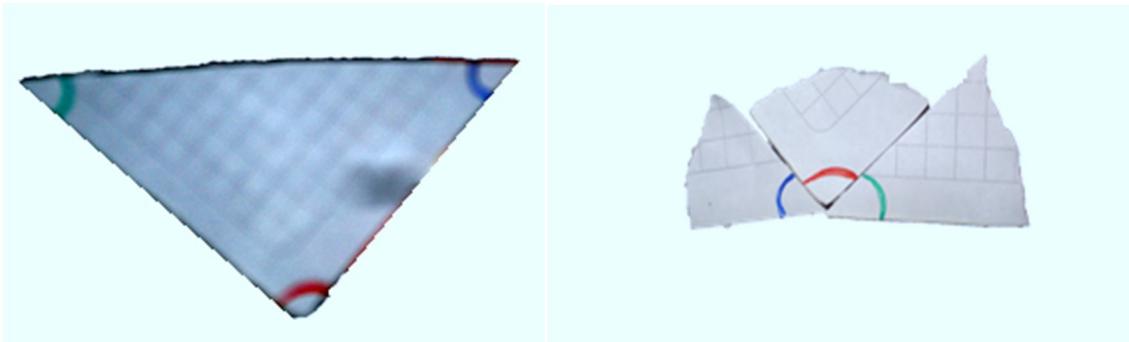


Ilustración 20. Evidencia de la Práctica

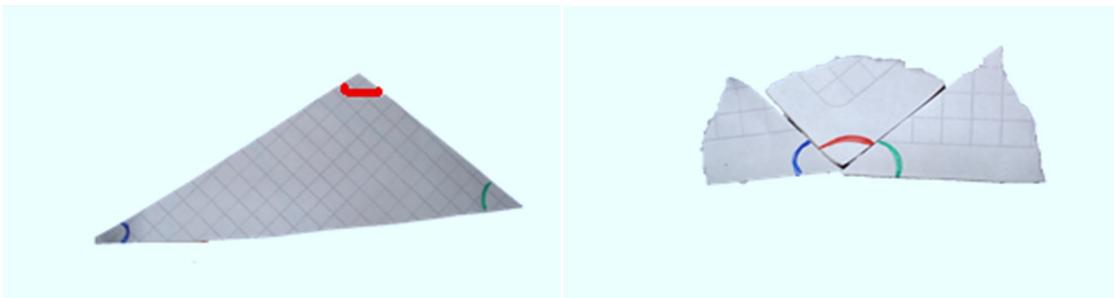


Ilustración 21. Evidencia de la Práctica

En las fotos que se presentan a continuación, se puede observar cuando cada alumno construye su triángulo, pues es de gran importancia que entiendan que esa propiedad es válida para cualquier triángulo. La libertad de poderlo construir con las medidas que cada alumno quisiera, generó triángulos con diversos tamaños, lo cual contribuyó a la generalización de la propiedad.

Este es uno de los casos en que las proposiciones matemáticas, pueden tomar sentido haciendo una representación visual para los alumnos, con el ejercicio ellos puede imaginar que están manipulando un triángulo y con la ayuda de instrumentos básicos como una hoja de papel, lapiceros y una tijera se puede justificar empíricamente una de las propiedades más elementales acerca de los triángulos.

Con la elaboración de estos triángulos, los alumnos pudieron comprobar de manera visual lo que se les estaba diciendo en palabras. Después de esta justificación empírica, los alumnos no tuvieron dudas de que la suma de los ángulos internos de un triángulo suma 180 grados.

Ahora se dispone a analizar las respuestas dadas por tres grupos para un punto establecido en el anexo(H) el cual consistió en determinar una edad, si se tiene como información que es el doble de 14, quisiera establecer como el lenguaje matemático puede hacer confundir a una persona, pues un estudiante resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

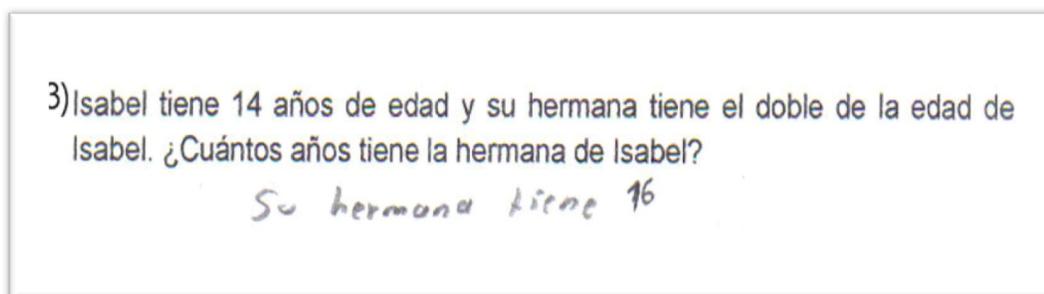


Ilustración 22. Evidencia de la Práctica

Aquí es posible deducir que para él, la palabra doble está relacionada con el dos, pero no como el producto del número por dos, sino que para él, la presencia de esta palabra “doble” significa que lo que debe hacer es sumarle dos unidades al número que se la como dato en el problema. Se ha visto en repetidas ocasiones que el lenguaje matemático, en muchas oportunidades ha sido un obstáculo para la conceptualización; pues es cierto que hay variaciones léxicas en matemáticas, pero también es cierto que en matemáticas hay ciertas convenciones universales con las cuales el estudiante debe familiarizarse, para que pueda existir una verdadera comunicación, hablando en términos matemáticos.

Analicemos dos respuestas correctas a la solución del mismo ejercicio:

Primera respuesta:

3) Isabel tiene 14 años de edad y su hermana tiene el doble de la edad de Isabel. ¿Cuántos años tiene la hermana de Isabel?

$14 \times 2 = 28$ la hermana tiene 28 años

Ilustración 23. Evidencia de la Práctica

Segunda respuesta:

3) Isabel tiene 14 años de edad y su hermana tiene el doble de la edad de Isabel. ¿Cuántos años tiene la hermana de Isabel?

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 14 \\ \hline 28 \end{array}$$
 la hermana de isabel tiene 28 años ✓

Ilustración 24. Evidencia de la Práctica

De las respuestas anteriores se puede concluir que un ejercicio se puede resolver por distintas vías, pero todos ellos deben llegar a la misma solución. De cualquier forma, los alumnos pertenecientes a estos dos grupos tienen claro que la presencia de la expresión “doble” está representando un mismo término dos veces, este aspecto es importante durante la lectura y comprensión de problemas que contengan este tipo de expresiones algebraicas. También es evidente que para el primer grupo es claro que la suma de términos repetidos es equivalente a una multiplicación del éste tantas veces como este aparezca.

4.2.2 Desarrollo de la Sesión Número 2

Debido a la importancia que tiene el manejo adecuado de las propiedades en las igualdades, se realiza una sesión que pretende enseñar sus propiedades. Para que en el momento de realizar el despeje de la variable en una ecuación de primer grado, éstas tomen sentido.

La metodología que se utilizó para la enseñanza de las propiedades en las igualdades, fue explicar una a una cada propiedad, luego se procedió a realizar ejemplos en el tablero acerca de cada propiedad y su utilidad. Es decir, primero se explicó la propiedad reflexiva, y se generaron los ejemplos pertinentes. Luego se explicó la propiedad simétrica con sus respectivos ejemplos. Debo admitir que esta fue una mala metodología de enseñanza. Pues como los alumnos estaban enfocados en cada propiedad, era de esperarse que fueran capaces de utilizarla en dicho momento. Pero cuando se propuso el taller individual para identificar el tipo de propiedad utilizado en las igualdades, se encontró una gran dificultad. Pues los estudiantes podían identificar las propiedades de manera individual, pero no sabían diferenciarlas y establecer el uso de cada una de ellas.

De manera que fue necesario establecer una nueva sesión, para poder ayudar a los alumnos, durante su proceso de aprendizaje de las propiedades de las igualdades y su uso. Para ello se generó un juego con cuadritos de colores, que consistía en entregar a cada pareja una cantidad determinada de cuadritos los cuales eran de dos colores, suministrando la misma cantidad de cuadritos de cada color. Y luego de hacer la convención de que cada conjunto de cuadritos representaba un lado de la igualdad, se pretendió que cada pareja hiciera una organización de éstos, de tal forma que se pudieran utilizar las propiedades uniforme y cancelativa principalmente. Por ejemplo, con las siguientes imágenes se pretende mostrar la forma como se llevó a cabo este juego. Lo que se hizo fue dar la organización de las fichas a una de las parejas conformadas, tal y como se muestra a continuación en la figura.

El trabajo de los estudiantes consistió en reorganizar los lados de las igualdades de tal manera que se pudiera hacer uso de la propiedad cancelativa:



Ilustración 25. Evidencia de la Práctica

Esta es la forma como los estudiantes reorganizan de las fichas

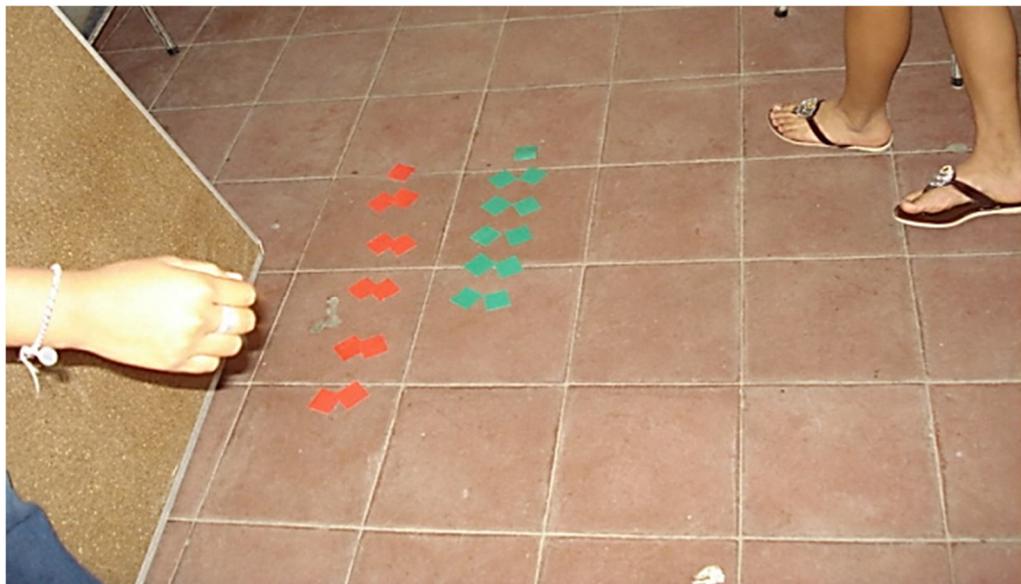


Ilustración 26. Evidencia de la Práctica

Para ello el grupo encargado de esta tarea, organizó las fichas de igual manera en cada lado, dejando una ficha sola, la cual era la que les permitió hacer uso de la propiedad cancelativa cuando ésta era retirada de cada uno de los extremos de la igualdad. Para comprobar que seguía existiendo una igualdad ellos tenían que recontar las fichas, y verificar que había la misma cantidad en cada lado. Al siguiente grupo se le da la siguiente organización:

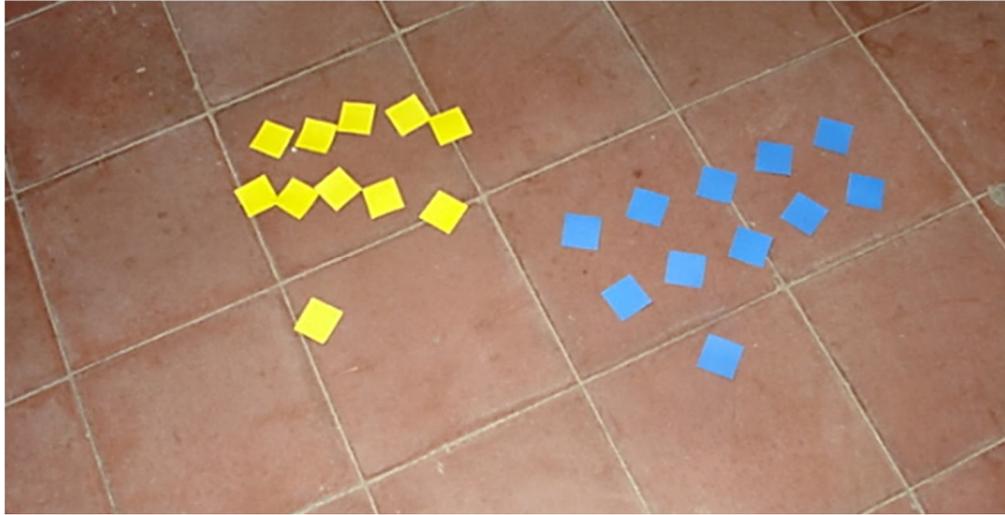


Ilustración 27. Evidencia de la Práctica

Se le pide que organice los lados de la igualdad de tal forma que se pueda cancelar dos cartones de cada lado, y esta es la solución que da el grupo:

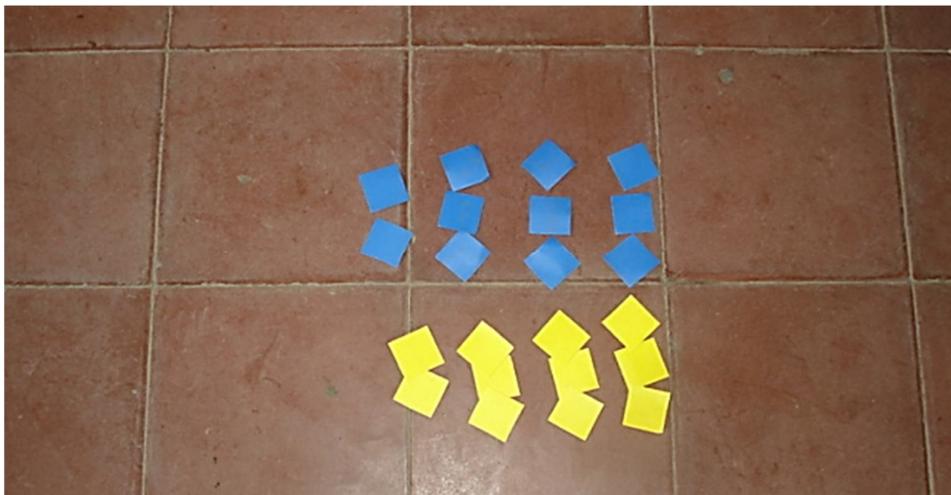


Ilustración 28. Evidencia de la Práctica

Y luego al mismo grupo se le pide que lo vuelva a reorganizar, de tal manera que se puedan eliminar tres fichas de cada lado, tarea que resuelven así:

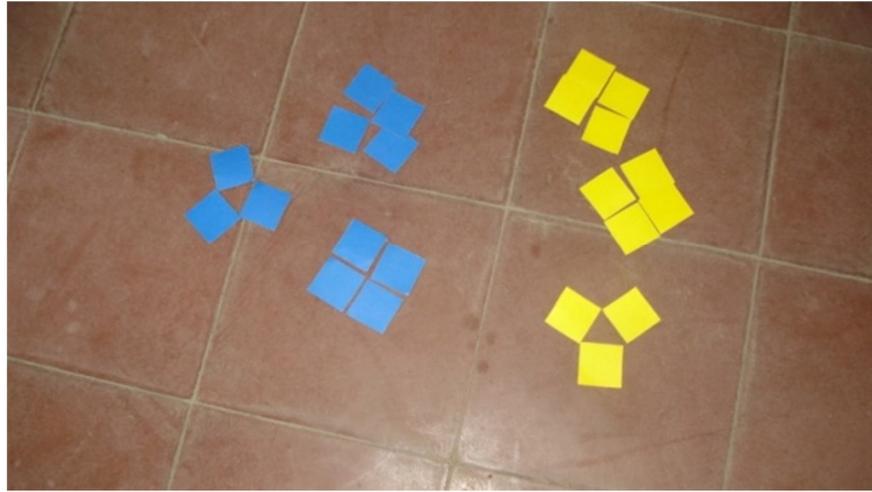


Ilustración 29. Evidencia de la Práctica

De esta manera se logró un mejor entendimiento de las propiedades de las igualdades, de manera que era hora de pasar a la escritura formal, para ello se utilizaron las misma fichas del juego con el fin de hacer un poco más divertida la clase y también hacer visibles los números con los cuales era posible aplicar las propiedades. La actividad se llevó a cabo de manera que los estudiantes agregaran o eliminaran las cantidades en las igualdades.

En concreto, dada las siguientes igualdades se trataba de encontrar una propiedad adecuada para relacionarlas:

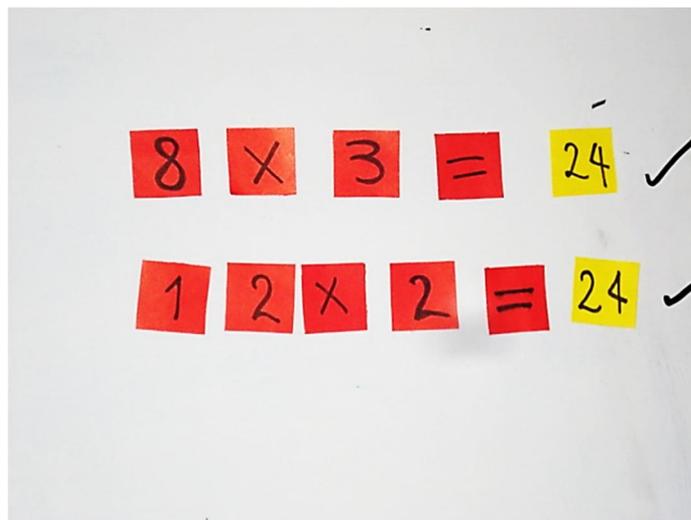


Ilustración 30 Evidencia de la Práctica

Otro de los ejercicios propuestos fue el siguiente:

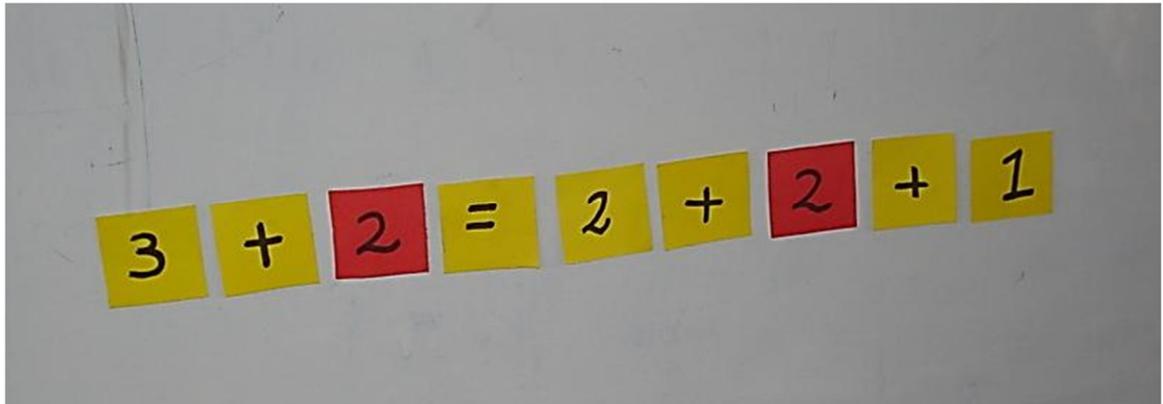


Ilustración 31. Evidencia de la Práctica

Y la solución que aporta el estudiante es la siguiente

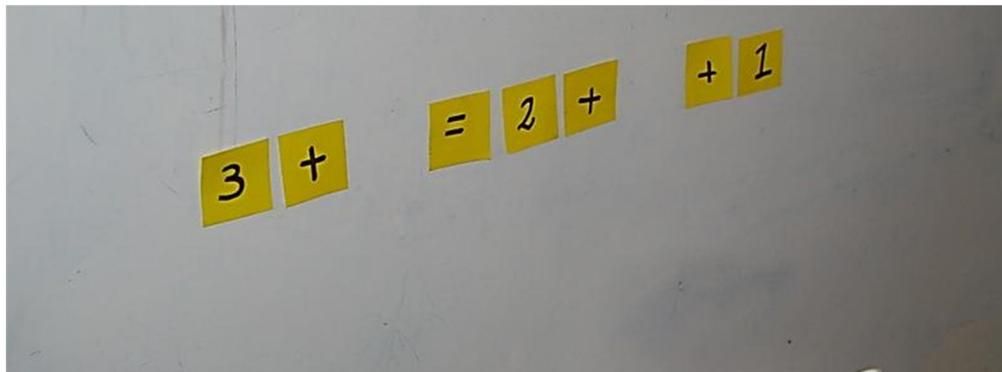


Ilustración 31. Ilustración de la Práctica

En necesario aclarar que esta actividad fue bien aceptada por los estudiantes, además de que los ayudo a comprender la manera como se usan las propiedades en las igualdades, solo pongo como muestra estas dos soluciones debido a que cada uno de los alumnos quisieron resolver un ejercicio de esta manera, pero en ese momento se logró ver una avance en el 70% de los estudiantes, siendo 16 los alumnos que participaron de esta actividad.

4.2.3 Desarrollo de la Sesión Número 3

En el área de matemáticas se puede encontrar un fenómeno que ocurre con frecuencia durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, y éste se refiere a que dadas expresiones en lenguaje natural tales como: encontrar el doble de un número, elevar un número al cuadrado, encontrar dos números consecutivos. En muchas ocasiones los estudiantes no son capaces de transformarlas a una representación algebraica. Con lo cual el proceso de enseñanza y aprendizaje resulta afectado. Por este motivo se considera importante durante el diseño y la implementación de la propuesta dedicar tiempo a la explicación del significado matemático de algunas expresiones, como las dadas anteriormente. También como parte de la metodología, durante el desarrollo de la sesión se pretende construir con la ayuda de los alumnos, la representación algebraica de algunas de estas expresiones, lo cual podría mejorar la comprensión de lectura de los problemas y facilitar el proceso que implica trasladar un problema en lenguaje natural al lenguaje algebraico.

Al finalizar la sesión se propusieron dos ejercicios los cuales tenían la intención de verificar que las expresiones dadas habían adquirido un significado para los estudiantes. El primer ejercicio consistía en hallar un valor numérico específico, para ello se dio al estudiante un número, y él debía calcular por ejemplo el triple de éste. El segundo ejercicio pretendía un acercamiento a las ecuaciones de primer grado haciendo uso del establecimiento de expresiones algebraicas.

A continuación se muestran algunos de las soluciones de los ejercicios propuestos en el taller que se encuentra en la sesión 3 del anexo 8. Esta es la solución que da un alumno al primer punto que consiste en determinar el valor numérico, si se le indica el número y la expresión numérica.

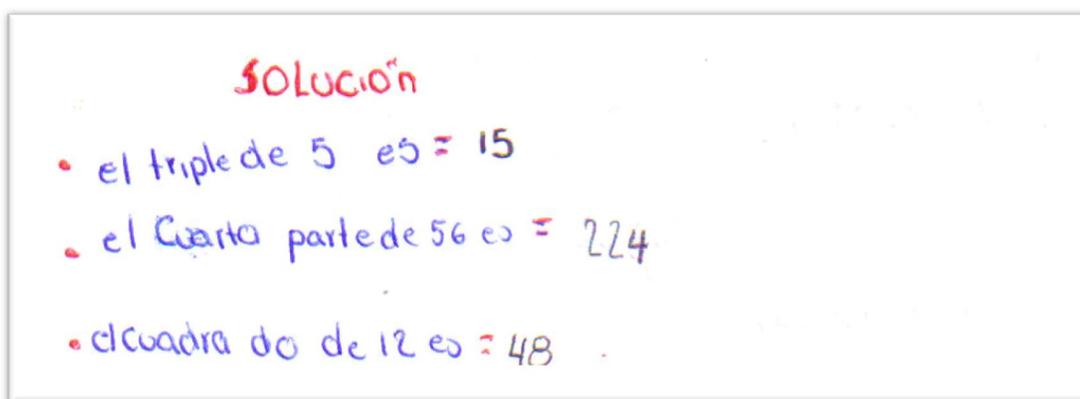


Ilustración 32. Ilustración de la Práctica

Si se observa la solución del primer punto se puede afirmar que el alumno identifica que existe una relación entre un número y la necesidad de realizar una operación. Es decir, si analizamos la parte en la que se pregunta por la cuarta parte del número 56, el alumno identifica que la expresión “cuarta parte” está relacionada con el número 4; sin embargo no identifica la operación relacionada, en este caso la división.

Las variaciones léxicas en matemáticas ocasionan confusiones en los estudiantes, en el caso particular, estas confusiones se hacen evidentes en la siguiente solución aportada por otro alumno al mismo numeral:

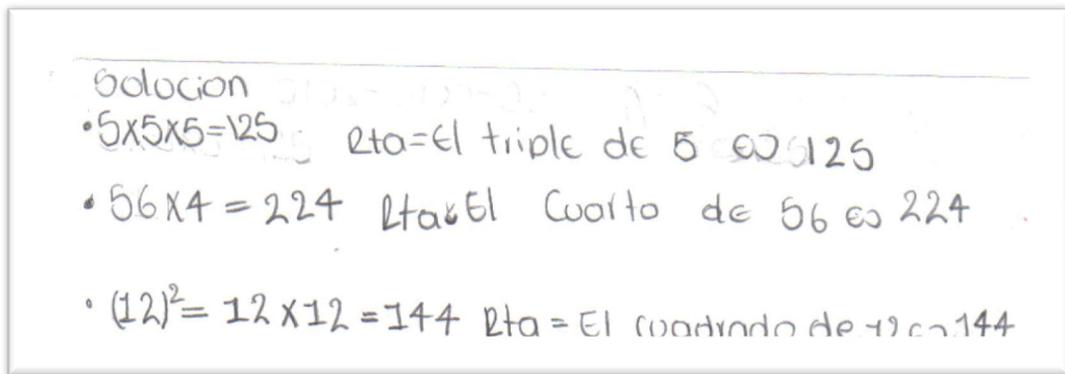


Ilustración 33 Evidencia de la Práctica

Aquí también se hace visible que el alumno relaciona la expresión a un número, pero no establece que las variaciones léxicas también indican una operación diferente. Este tipo de errores se presentaron en 7 estudiantes de los doce que participaron en la sesión. Por lo que fue necesaria una explicación más elaborada que le permitiera a los estudiantes hacer una diferenciación entre estas expresiones; para ello hizo una tabla comparativa. A continuación un ejemplo de la manera como se procedió:

NUMERO	TRIPLE	TERCERA PARTE
9	$9 * 3 = 27$	$9 / 3 = 3$
6	$6 * 3 = 18$	$6 / 3 = 2$
12	$12 * 3 = 36$	$12 / 3 = 4$

Ilustración 34. Tabla número 1

Hacer esta diferenciación permitió un mejor entendimiento de las expresiones, pues los alumnos comprendieron que existe una gran diferencia entre las expresiones porque cada expresión indica una operación, la cual hace cambiar el resultado.

En cuanto a la solución del segundo numeral del taller, el cual tenía como propósito hacer uso de expresiones algebraicas, debo decir que no se obtuvo ninguna respuesta por parte de los estudiantes. En ese momento comprendí que era demasiado pronto exigirles una conversión entre representaciones.

Hablando en términos de Duval; esta conversión entre la representación en lenguaje natural, al lenguaje algebraico; es uno de los fenómenos que se presentan en el proceso de aprendizaje. Entonces comprendí que aunque lo anterior es de suma importancia, pues la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico es una de las habilidades básicas que se requieren en este caso, para plantear ecuaciones de primer grado. Esta es una habilidad que se va construyendo poco a poco, y además se adquiere mediante la manipulación y la experiencia.

4.2.4 Desarrollo de la Sesión Numero 4

Durante esta sesión se definió la Ecuación de primer grado estableciendo sus partes constitutivas, acompañada de la explicación de la utilidad que tiene el establecimiento y resolución de una ecuación para resolver un problema que se puede presentar en la vida cotidiana. Lo anterior trata de darle sentido a la matemática, pues los alumnos siempre se preguntan por su utilidad.

Debo decir que hubo un aspecto muy interesante durante la realización de ejemplos de ecuaciones y de su resolución, pues los estudiantes lograron hacer una lectura comprensiva de la ecuación. De manera, que cuando en la ecuación los términos dependientes e independientes de la ecuación eran números naturales pequeños, los estudiantes no requerían del proceso de despeje de la incógnita para darle la solución a la ecuación. Es decir:

Dada la ecuación $x + 3 = 10$, los alumnos leían esta expresión de la siguiente manera: "Necesito encontrar un número que sumado con 3 tenga como resultado 10".

Entonces guiados por los conocimientos en operaciones, los alumnos eran capaces de resolver la ecuación. De manera que este acercamiento a la resolución de ecuaciones por medio de la experiencia y con la utilización de sus conocimientos en matemáticas hizo posible un acercamiento de los estudiantes a las ecuaciones de primer grado y su resolución.

Otro ejemplo es, dada la ecuación $2x = 16$, entonces los alumnos fueron capaces de encontrar el valor de la incógnita recordando la tabla del 2.

El despeje de incógnitas es un proceso que es importante en el área de matemáticas, de manera que este proceso de familiarización de la resolución de ecuaciones, debía convertirse en un proceso más riguroso, de manera que los ejemplos fueron cambiando de complejidad. Por ejemplo:

La ecuación $3x + 2 = 8$ requiere de más razonamientos para darle solución por vía de la experiencia, sin embargo 2 de 15 de los estudiantes que asistieron a la sesión fueron capaces de solucionarlo de esta manera. Lo cual indica un buen manejo de las operaciones y una lectura comprensiva por parte de estos dos estudiantes.

Luego se pide a los alumnos que resuelvan la siguiente ecuación:

$1630x + 20518 = 25408$, con este ejemplo se pretende mostrar la necesidad de encontrar un método diferente para la resolución de ecuaciones. Como era de esperarse, la presencia de números tan grandes en la ecuación no permite que los estudiantes la resuelvan por medio de ensayo y error. Por lo que se encontró el espacio propicio para mostrar la forma como se despeja una variable. Este proceso fue fácil de llevar a cabo para los estudiantes que habían interiorizado la clase de propiedades en las igualdades, pues reconocían que la utilización de estas propiedades les servía para el despeje de la variable. Sin embargo hubo también estudiantes a los cuales se les dificultó el proceso, por lo cual cada estudiante intentó hallar la solución de una ecuación en el tablero y con la ayuda de sus compañeros, la mayoría de ellos logró el proceso de despeje de la variable.

4.2.5 Desarrollo de la Sesión Número 5

Se presenta al grupo en esta sesión, una situación problema que está descrita a continuación:

Piensa un número

Súmalo 15

Multiplica por tres el resultado

Al resultado réstale 9

Luego divídelo entre 3

Réstale 8

Dime cual es el número y te diré cuál fue el número que pensante

Para que los estudiantes logaran entender lo que estaba ocurriendo, y poder descubrir la forma como se “adivinaba” el número, la actividad que debía desarrollar el alumno, básicamente consistió en el establecimiento y resolución de una ecuación. Del total de 20 estudiantes, dos personas hicieron el esfuerzo de establecer la ecuación y resolverla de manera correcta.

Mientras que otro de los estudiantes, pudo determinar que para “adivinar” el número, lo que se debía hacer es sumarle cuatro unidades al número que el otro jugador decía al terminar el juego. Es necesario reconocer que esta persona, fue capaz de realizar el cálculo numérico de todas las operaciones que se indicaban en el juego y de esta manera llegar a la conclusión mencionada anteriormente.

Debido a que la mayoría de los estudiantes no lograron trasladar esta situación al lenguaje algebraico, la siguiente sesión se realiza para reforzar este aspecto.

4.2.6 Desarrollo de la Sesión Número 6

Esta sesión pretende enseñar a los alumnos a simbolizar ecuaciones a partir de una situación numérica conocida.

Para ello se dan los siguientes tres números 6, 12 y 18. Se puede calcular el valor de la suma de ellos, la cual es 36. Ahora se trata de encontrar de manera algebraica la relación que existe entre ellos para poder establecer una ecuación, si denominamos x en este caso al número más pequeño, la relación que éste tiene con el segundo número es que el segundo es el doble del primero. Mientras que el tercero es el triple del primero. Es decir renombramos nuestros números así:

6 en este caso es x

12 en este caso es $2x$

Y 18 en este caso es $3x$

Luego lo que se hace es calcular la suma del cual conocemos su valor, para el caso algebraico se tiene: $x + 2x + 3x = 36$. Ahora lo que tiene que hacer el estudiante es resolver la ecuación y verificar en casa caso los valores que se conocían desde el inicio de la sesión.

De esta manera el alumno puede verificar el funcionamiento del algebra y se puede mostrar su utilidad, a partir de un proceso inverso al que se parte de valores totalmente desconocidos y que en ocasiones no significan nada para el estudiante.

Además, se fortalece la parte de conversión entre representaciones y fomenta el proceso de la comprensión de lectura.

Los resultados después de desarrollar la sesión fueron muy alentadores, pues hubo mejoras en el establecimiento de ecuaciones con problemas tales como los que se dan a continuación, en la cual se daba una expresión en lenguaje natural y el estudiante debía representar la información en el lenguaje algebraico. La imagen a continuación refleja la solución que da un estudiante a este tipo ejercicio:

Frase	Expresión
Ana tenía x puntos	x
Isabel, el doble de Ana menos 100 puntos.	$x \cdot 2 - 100$
A Pablo le faltaban 500 puntos para alcanzar a Isabel	
Sergio consiguió el triple de Ana más 300 puntos.	$x \cdot 3 + 300$
Daniel obtuvo la tercera parte de Sergio más 2000 puntos.	$\frac{x \cdot 3 + 300}{3} + 2000$

Ilustración 35. Tabla número 2

Vale la pena mencionar que el 60% de los estudiantes mejoraron en este aspecto gracias a la sesión en la que se hicieron evidentes las relaciones de diversas cantidades a través de la variable.

4.2.7 Desarrollo de la Sesión Número 7

Los objetos matemáticos tienen varias representaciones, y es necesario que los estudiantes sean conscientes de ello, y así brindarles diferentes contextos en los cuales los objetos pueden ser utilizados. De esta forma se contribuye en el proceso de conceptualización.

Es necesario que los estudiantes establezcan las diferentes representaciones de un objeto para que en un determinado momento no se sientan encasillados para dar solución a una situación propuesta, pues el hecho de que un estudiante solo conozca una representación de un objeto matemático no permite su adecuada conceptualización, porque limita su campo de acción.

Por este motivo se realiza una sesión para mostrar la representación gráfica de las ecuaciones, y para acompañar el proceso se hace uso del programa Excel para una mayor precisión de las gráficas, además para captar con mayor facilidad la atención de los estudiantes, pues estos sienten gran interés por los computadores. A continuación es posible visualizar que la sesión organizada fue acogida con gusto por parte de los estudiantes.



Ilustración36. Evidencia de la Práctica en Excel

La parte más difícil de la clase fue la explicación del uso de Excel, pues la mayoría de los estudiantes no manejaban adecuadamente el programa, pero debido a que solo asistieron 11 personas a la sesión, se pudo hacer un trabajo individual de tal marea que cada estudiante recibió la respectiva explicación, y se pudo hacer un seguimiento a cada uno de ellos. Es importante mencionar que cada estudiante contó con su propio computador, pues el colegio facilitó el uso de su sala de sistemas, aspecto relevante porque en ocasiones cuando los grupos son numerosos, el trabajo y el aprendizaje sólo es para las personas que tienen la oportunidad de manipular el computador.

Aquí se muestra el trabajo realizado por una estudiante, en el cual muestra la gráfica de la intersección de dos rectas



Ilustración 37. Evidencia de la Práctica en Excel

Debo aclarar que fueron varios los intentos para lograr que los estudiantes lograran realizar la gráfica de las rectas, el proceso requirió de varias explicaciones a cada uno de los estudiantes, pues el proceso de escritura en Excel requiere de ciertas reglas y algunos pasos que deben realizarse con mucho cuidado para obtener la figura requerida.

4.2.8 Desarrollo de la Sesión Número 8

Con esta sesión se realizó la finalización de la ejecución de la propuesta pedagógica. En ella se realizó una prueba escrita que pretende estudiar los niveles de conceptualización de los estudiantes, para ello se tuvo en cuenta la parte procedimental, tanto algorítmica como la comprensión de lectura y el paso al lenguaje algebraico.

Para ello se realizó el cuestionario siguiente:

Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando un diagrama para cada caso:

$$10x - 2 = 18$$

$$6x + 4 = 40$$

$$7x - 5 = 9$$

Resuelve gráficamente las siguientes ecuaciones:

$$2x - 3 = 6 + x$$

$$8x - 3 = 3x + 2$$

Carlos tiene 15 bombones y su amiga Tatiana tiene la tercera parte, más 2 bombones ¿Cuántos bombones tiene Tatiana?

El número de estudiantes que realizó la prueba fue de 12 personas, de las cuales sólo 1 persona solucionó el tercer punto, lo hizo de forma correcta.

Aquí se muestra la solución aportada por el estudiante:

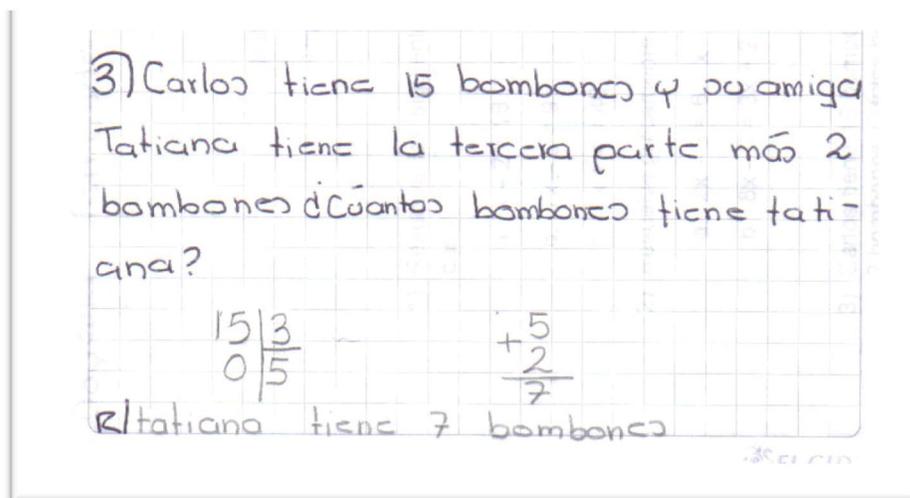


Ilustración 38. Evidencia de la Práctica

Como se ha hablado anteriormente, una de las posibles causas por las cuales la mayoría de los estudiantes no resuelven el ejercicio, es que a los estudiantes se les dificulta la comprensión de lectura. Un aspecto que es importante reforzar, en todos los niveles de la educación.

Otro de los aspectos destacables es la manera como resuelven los ejercicios, pues algunos necesitan hacer explícita las propiedades para poder despejar la variable, mientras que otros lo hacen de forma más corta, estos son dos

soluciones aportadas por estudiantes en las cuales se puede mostrar lo dicho

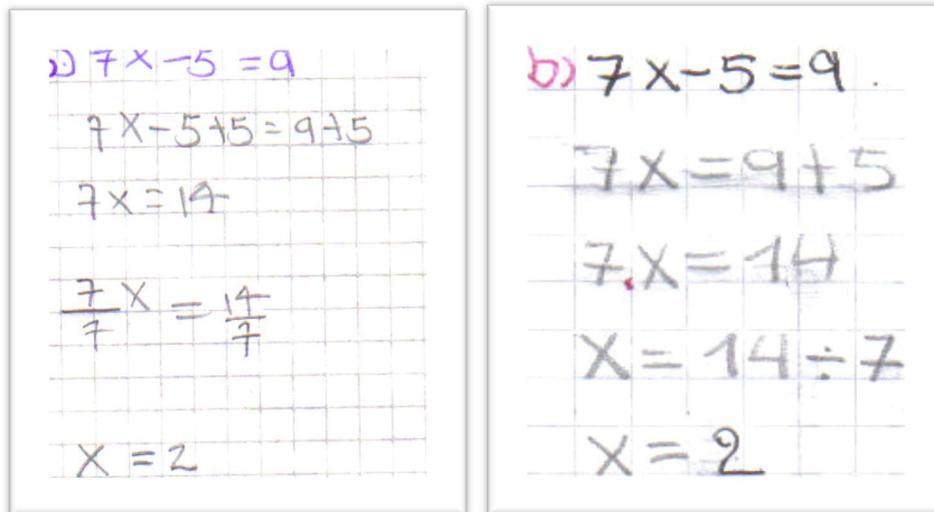


Ilustración 39. Evidencia de la Práctica Ilustración 40. Evidencia de la Práctica

La diferenciación de estos procesos es importante, pues en los colegios se presenta una situación bastante común en los estudiantes, pues algunos de éstos realizan las operaciones correctamente y logran despejar la variable de manera adecuada, pero no saben en realidad lo que está pasando en el fondo, pues estas personas no tienen claro que al despejar la variable lo que se está utilizando son las propiedades en las igualdades. Es decir, es común escuchar a un estudiante decir, si se toma en cuenta la anterior ecuación:

“Paso a sumar cincoluego.....divido entre siete”

En muchas ocasiones se pregunta el porque se puede hacer esa transformación, y los estudiantes no saben la respuesta, es decir no tienen en claro la existencia de neutros e inversos en la suma y multiplicación.

Para concluir con las observaciones a esta sesión, es necesario mencionar que el 60% de los estudiantes que realizaron la prueba obtuvieron un resultado Alto, el 31% de los estudiantes obtuvieron un desarrollo Básico, y el 9% de los estudiantes obtuvieron un desarrollo Superior.

5 CONCLUSIONES

Entender adecuadamente el proceso que debemos llevar a cabo al culminar nuestra práctica pedagógica es de gran importancia, porque revela las implicaciones que puede tener el desarrollo de una buena práctica y de su adecuada sistematización. Pues ésta última, ayuda a mejorar el planteamiento de las estrategias de enseñanza, porque hace visible los errores pedagógicos y metodológicos que se pueden cometer como docente. Con lo cual es posible afirmar que la labor de docentes del área de Matemáticas es una tarea ardua, que se debe asumir con mucha responsabilidad, pues además de preparar una clase, debemos estar dispuestos a buscar estrategias metodológicas y didácticas que faciliten el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

En el grado sexto de la Institución Educativa Julumito la metodología utilizada para el desarrollo de las sesiones, fue adecuada, porque ésta les dio oportunidad a los estudiantes de participar activamente en la clase, para de esta manera ayudar a que éstos obtengan confianza en sí mismos, y también para que ayuden a sus propios compañeros en el proceso de aprendizaje. Lo cual fue posible gracias a la ejecución de talleres que se debían desarrollar en grupos, para que de forma cooperativa se les diera solución.

La participación activa por parte de los estudiantes es posible lograrla con paciencia y después de varias sesiones, pues al inicio los estudiantes se rehusaban, sin embargo con el pasar del tiempo mostraban agrado al participar, pues no pensaban en tener una mala nota si se equivocaban, por el contrario lo encontraban positivo, ya que de esa manera tenían la posibilidad de entender.

Sin embargo, el proceso de adaptación fue difícil para algunos estudiantes que se resistieron durante las primeras sesiones al cambio. Pero se ganó en otro aspecto pues permitir que los estudiantes se expresen, ayudó a generar confianza en sí mismos.

Además con ayuda de la Metodología desarrollada durante las sesiones se logró establecer una conexión con los estudiantes e identificar los problemas que éstos presentaban, además de identificar sus avances.

Aunque los Estándares Básicos en Competencia del año 2006, son un indicador de los conocimientos que los alumnos deben haber adquirido en un determinado nivel, y que además se deben tener presente durante la elaboración de la propuesta metodológica, porque dan una guía en el momento de elegir un tema para la propuesta, es necesario aclarar que no deben ser el único indicador; pues

cada grupo tiene un ritmo de trabajo para alcanzar los logros que los estudiantes deben obtener durante su proceso de formación escolar.

Particularmente, al inicio de la intervención en el salón de clase los estudiantes de grado sexto, cuentan con algunos conocimientos para operar con sumas los números naturales, pero debemos se debe admitir que también no contaban con la habilidad de operar correctamente la resta, la multiplicación y la división, lo cual ya deberían haber asimilado. Esta situación fué muy preocupante, pues aunque sabemos que el tiempo designado para cada tema en el año escolar es muy limitado, se hace necesaria una intervención, pues aprender un nuevo conocimientos sin tener unas buenas bases es algo muy difícil de conseguir.

En relación a lo anterior, en el proceso de enseñanza de la resolución de ecuaciones, fué muy importante hacer evidente las propiedades de los números naturales y sus operaciones para que el despeje de ecuaciones sea un proceso más fácil de asimilar. Además, hacer que los estudiantes sean conscientes de las propiedades de las operaciones y propiedades que están presentes en el momento de despejar una variable, disminuye en gran medida el riesgo de volver el despeje de una incógnita un proceso mecánico y que conlleva a un gran error que es visible en la resolución de ecuaciones, pues muchas aunque muchas personas encuentran una solución éstas no pueden identificar lo que este valor representa y mucho menos se detienen a pensar si esta solución es adecuada para el problema.

Uno de los problemas más delicados encontrados durante el desarrollo de las sesiones es la comprensión de lectura, y sabemos que este aspecto es fundamental en matemáticas, particularmente, para trasladar una expresión del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Es por esta razón que es indispensable dedicar un buen tiempo a la lectura de los problemas propuestos. Particularmente, en el planteo de una ecuación para solucionar un problema se requirió de más tiempo del planteado inicialmente, pues en muchas ocasiones se tiende a preocuparse por avanzar en temas y no porque los estudiantes realmente entiendan.

Además como docente del área de matemáticas se debe saber que la conceptualización de un saber implica la diferenciación entre el objeto y su representación, pues los objetos matemáticos cuentan con diversas formas de representación, las cuales muestran diferentes propiedades del objeto. De manera que permitir a los estudiantes conocer más de una representación del objeto, hace posible la diferenciación entre el objeto y su representación, para lo cual fue muy útil en el caso de las ecuaciones su representación en lenguaje algebraico y su representación gráfica.

Al finalizar las actividades establecidas para el desarrollo de la práctica con los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Julumito, se realizó una evaluación docente la cual tuvo en cuenta la metodología, el conocimiento y la puntualidad, en la cual se obtuvo un buen resultado.

Pero se debe aclarar que al hacer una autocrítica, se debe aceptar que en ocasiones se hizo necesario controlar el carácter, pues debido a la edad de los estudiantes, éstos suelen ser muy inquietos. Además, en ocasiones lo que se preparaba para la sesión, no fue suficiente para que los estudiantes logaran entender, de manera que había que pensar, en nuevas estrategias de enseñanza, pero esto era en el transcurso de las sesiones, lo cual requirió De un esfuerzo extra.

El acompañamiento de los directores de la práctica es indispensable para desarrollar de la mejor manera posible las cuatro etapas de la práctica pedagógica, pues son ellos quienes guían y hacen las sugerencias al trabajo. Pues la escritura de un texto es una labor muy ardua, que requiere de mucha dedicación y de mucha paciencia. Porque encontrar las palabras adecuadas para expresar lo que se quiere, en muchas ocasiones es muy complicado.

BIBLIOGRAFÍA

ARBOLEDA, LuisCarlos.El Problema Didáctico y Filosófico de la Desaxiomatización de las Matemáticas. Revista Colombiana De Filosofía De La Ciencia. Ed: Universidad El Bosque ,2002. Pág 59-84.

ARDILA GUTIERREZ, Victor. Hernando. Olimpiadas matemáticas 6. Santa Fé de Bogotá: Voluntad, 1999.

COMPIGLIO Alberto y EUGENI Vincenzo. De los dedos a la calculadora. México: Ediciones Paidós, 1990.

DUVAL, Raymond.Semiosis y pensamiento humano. Capitulo I. Cali: Universidad del Valle, 1999.

FRECHET, Maurice. Las matemáticas y lo concreto. México: Universidad Nacional Autónoma de México, 1958

GHISO, Alfredo. Sistematización de experiencias en Educación popular. Medellín, 2001.

GIUSTI, Enrico. La Naissance Des Objects Mathématiques. París.

GODINO, Juan. BATANERO, Carmen yFONT, Vincen. Un Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática.Granada: Universidad de Granada, 2006.

GUZMÁN, Miguel de. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. España: Editorial popular. 1993

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JULUMITO. Proyecto Educativo Institucional (PEI). Popayán.

JARA, Oscar. La Sistematización de Experiencias y las Corrientes Innovadoras del Pensamiento Latinoamericano_Una Aproximación Histórica. Costa Rica: Centro de Estudios y Publicaciones Alforja, 2003.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencia y Ciudadanas. Bogotá, 2006.

MORENO, Luis y WALDEGG, Guillermina. Fundamentación Cognitiva del Currículo de Matemáticas. México: Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de Nuevas Tecnologías en el aula de Matemáticas, 2002.

MÚNERA, Jhon Jairo y OBANDO, Gilberto. Las Situaciones Problema como Estrategia Para la Conceptualización Matemática. Revista educación y pedagogía. Universidad de Antioquia: Facultad de Educación, 2003.

POLYA, George. Cómo Plantear y Resolver Problemas. México: Trillas, 1965.

VIGOTSKY, Lev Semenovich. Pensamiento y Lenguaje. España: Paidós, 1995.

ANEXO A. Clase de Conjuntos

Tema: proposiciones lógicas

Objetivo: Reconocimiento de la clase de proposiciones y su valor de verdad y su construcción.

Proposición simple: Una proposición es una oración de la que se puede afirmar si es falsa o verdadera.

Para determinar si la definición anterior había sido entendida por los estudiantes, se dan los siguientes ejemplos acerca de los cuales los mismos estudiantes deben decidir si son o no proposiciones.

Ejemplos: De las siguientes proposiciones decidir cuáles son proposiciones y cuáles no lo son:

Mañana será un día frío

La tierra gira alrededor del sol

¿Qué hora es?

Bogotá es la capital de Colombia

Un triángulo tiene cuatro lados

$23-7=16$

19 es múltiplo de 5

2 es un número primo y es número par

$4*3=12$ y $9/3=3$

El cuadrado tiene cuatro lados y todos sus lados tienen la misma longitud

Clases de proposiciones

Simple: es una oración a la cual se le puede asignar un valor de verdad

Compuesta: Son aquellos enunciados formados por dos o más proposiciones simples que están relacionados por medio de conectores

Conectivos lógicos o conectores

Conector lógico	Nombre	Notación
	\wedge	Conjunción
O	\vee	Disyunción
Si...entonces...	\Rightarrow	Implicación condicional o
...Si y solo si...	\Leftrightarrow	Bicondicional
(Negación)	\sim	Negación

La negación para proposiciones simples o compuestas implica cambiar el valor de verdad. Ejemplos de negación de proposiciones simples:

p: Un cuadrado tiene tres lados

\sim p: un cuadrado no tiene tres lados

q: 6 es un divisor de 30

\sim q: 6 no es un divisor de 30

Conjunción

Recibe el nombre de conjunción de dos proposiciones simples p y q, la proposición obtenida al unir p, q mediante el conector lógico "y". La conjunción de dos proposiciones lógicas p y q se simboliza: $p \wedge q$. Se lee p y q

Valores de verdad de la conjunción:

P	Q	$p \wedge q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Ejemplos:

Bogotá es la capital de Colombia **y** Colombia es un país de sur América

$3 \cdot 5 = 20$ **y** $6 + 7 = 13$

$2 \cdot 8 = 17$ **y** $3 \cdot 3 = 10$

Un triángulo tiene 3 ángulos y la suma de sus ángulos internos es 128° .

ANEXO B. Taller en Clase

Taller en clase

Clasifique las siguientes proposiciones según sean simples o compuestas:

Colombia es un país suramericano y la bandera de Colombia tiene tres colores.

7 es un número primo.

Los divisores de 15 son 1, 3, 5, 15 y 24 es múltiplo de 15.

El mcm de 7, 3 es 21.

La tierra es el tercer planeta del sistema solar.

$24 \div 12 = 4$ y $9 \div 3 = 2$

Halle el valor de verdad de las anteriores proposiciones

ANEXO C. Las operaciones básicas

Objetivo: Determinar el nivel en el cual los estudiantes son capaces de realizar las operaciones básicas.

Metodología: Juega con el dado

Se construyó una dado en cartulina el cual en sus caras contenía los símbolos de las operaciones básicas + - * y una P que indicaba que en caso de la división debía realizar la prueba correspondiente a una división.

El juego consiste en que los estudiantes lanzan el dado sobre el piso y deben realizar la operación que indicara la practicante, para ello se realizó con anticipación números sobre papelititos que estaban en una bolsa y los estudiantes lo sacaban para realizar con ellos la operación que les indica el dado.

TEMA: Operaciones Básicas Con Números Naturales.

OBJETIVO: Reforzar Los Conocimientos Matemáticos Respecto A Las Operaciones Básicas Con Números Naturales.

SUMA

Siempre podemos sumar números naturales. Los términos que sumamos se llaman sumandos y al resultado se llama total. Ejemplos:

a)

$$\begin{array}{r} 36 \\ + 42 \\ \hline 78 \end{array}$$

←	SUMANDO
←	SUMANDO
←	TOTAL

RESTA

Los términos de la resta son:

$$\begin{array}{r} 97 \\ - 54 \\ \hline 43 \end{array}$$

→	MINUENDO
→	SUSTRAENDO
→	DIFERENCIA

No siempre es posible restar números naturales para ello es necesario que el minuendo sea mayor que el sustraendo.

LA PRUEBA DE LA RESTA

Si una resta está bien hecha, al sumar el sustraendo más la diferencia nos debe dar el minuendo.

Como ejemplo, hacemos la prueba de:

$$97 - 54 = 43:$$

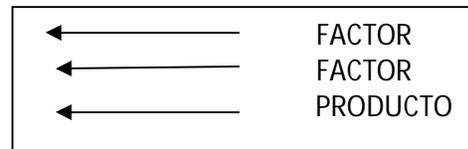
$$\begin{array}{r} 54 \\ + 43 \\ \hline 97 \end{array}$$

← sustraendo
← diferencia
← minuendo

MULTIPLICACIÓN

Siempre es posible multiplicar dos números naturales. Los números que multiplicamos se llaman factores y al resultado le llamamos producto. Para que el proceso de multiplicación sea más fácil deberías memorizar las tablas de multiplicación "básicas" (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9)

$$\begin{array}{r} 329 \\ \times 7 \\ \hline 2303 \end{array}$$



DIVISIÓN

Los términos de la división son:

$$\begin{array}{l} \text{el dividendo} \rightarrow D \quad \left| \begin{array}{l} d \\ \hline c \end{array} \right. \rightarrow \text{el divisor} \\ \text{el resto} \rightarrow r \quad \rightarrow \text{el cociente} \end{array}$$

El dividendo es la cantidad que se reparte. El divisor son las partes entre las que se reparte el dividendo. El cociente es la cantidad que le corresponde a cada parte del dividendo. El resto es la cantidad que sobra tras el reparto, y que es siempre menor que el divisor. Cuando el residuo de la división es cero decimos que la división es exacta; si el residuo de la división es distinto de cero decimos que la división es inexacta.

Ejemplo:

C	D
2 8 5	1 5
-1 5	1 9
1 3 5	
-1 3 5	
0 0 0	

Ya hemos dividido 285 entre 15, el resultado es 19, y vemos también que la división es exacta porque el resto = 0.

LA PRUEBA DE LA DIVISIÓN

Si una división está bien hecha se debe cumplir que: $\text{Dividendo} = \text{divisor} \times \text{cociente} + \text{resto}$

ANEXO D. Primera Prueba Escrita

Institución Educativa Julumito

Practicante: Viviana Patricia Sotelo Rodríguez

Primera Prueba Escrita

1. Realiza las siguientes operaciones y verifica que las restas de la parte B estén bien efectuadas:

$$\begin{array}{r} + 256957 \\ + 568614 \\ + 1289534 \\ \hline 78952 \quad 45986 \quad 985632 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5896145 \\ 8965247 \\ 2598736 \\ \hline - 97523 \quad - 789632 \quad - 798569 \end{array}$$

2. Realiza las siguientes multiplicaciones y divisiones, además verifica que las divisiones del punto D estén bien efectuadas:

$$\begin{array}{r} 256982 \\ 256455 \\ 569824 \\ \hline X 23 \quad X 67 \quad X 79 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 259984 \quad 9 \quad | \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ 195624 \quad \quad \quad | \quad 25 \quad \underline{\hspace{2cm}} \end{array}$$

3. Encuentra la solución adecuada al siguiente problema:

En una finca ubicada en la vereda Julumito, la producción de café es de 25.000 libras de café cada seis meses. Si a un trabajador por una libra de café recogida le pagan \$2.000, y este recibe al final de la semana \$250.000. ¿Cuántas libras de café recogió el trabajador en esa semana?

Supongamos ahora que durante tres semanas recibió los mismos \$250.000 entonces ¿Cuánto ganó este trabajador durante las tres semanas? ¿Cuántas libras de café recogió en total durante las tres semanas?

ANEXO E. Propiedades de la adición y la multiplicación

Objetivo: Mostrar a los estudiante las ventajas que ofrecen las propiedades de los números naturales en situaciones concretas

Propiedad asociativa

Una operación es asociativa si para cualesquiera a , b , c números naturales se tiene que:

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{en el caso de la suma}$$

$$a * (b * c) = (a * b) * c \quad \text{en el caso de la multiplicación}$$

Propiedad conmutativa

Una propiedad es conmutativa si al cambiar el orden de los números que intervienen, no se modifica el resultado. Son aditivas la suma y la multiplicación.

En símbolos escribimos que si a y b son números naturales:

$$a + b = b + a$$

$$a * b = b * a$$

Propiedad distributiva

Si a , b , c son números naturales cualesquiera, entonces:

$$(a + b) * c = a * c + b * c$$

$$c * (a - b) = c * a - c * b$$

Ejercicio

Usa las propiedades de las operaciones para completar la siguiente tabla:

a	b	C	$a * b$	$b * a$	$c*(a+b)$	$(a+b)*c$	$a + 0$	$a * 1$
4	5	8						
9		1	18					

Las ventajas que otorga la propiedad distributiva para facilitar cálculos: Observa y luego resuelve los ejercicios planteados:

$$95 * 4 = (100 - 5) * 4 = 100 * 4 - 5 * 4 = 400 - 20 = 380$$

Ahora realiza el siguiente ejercicio con la ayuda de la propiedad distributiva

$$99 * 7 =$$

$$101 * 23$$

ANEXO F. Problemas de aplicación de las operaciones

Objetivo: Aplicar las operaciones matemáticas en la solución de problemas

Metodología: Se conforman parejas para que estas interactúen y logren la solución a los problemas propuestos, a cada pareja se le entrega un problema diferente, y cuando estén resueltos éstos deben explicarles a sus compañeros la forma en que los solucionaron.

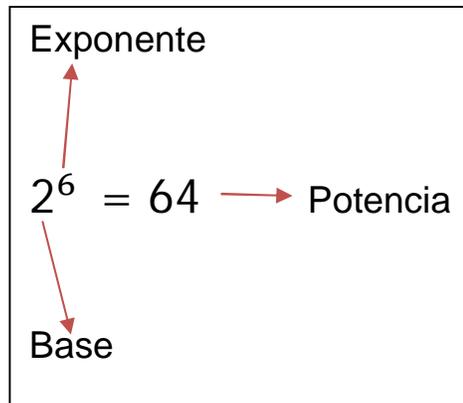
Problemas:

1. Un compañero de tu salón dice que ha dividido un número por 7 y ha obtenido 9 de cociente y 17 de resto. ¿Sabe dividir tu compañero?, ¿De qué número se trata?
2. Tres personas reparten cierta cantidad de semillas. La primera recibe 512 semillas. La segunda 27 semillas más que la primera. La tercera, igual a las otras dos juntas. ¿Cuál es la cantidad de semillas repartidas?
3. Oscar tiene 38 años y su hija Natalia tiene 11. ¿Qué edad tendrá Oscar cuando su hija tenga 23 años?
4. Una fotocopidora puede sacar 15 fotocopias en un minuto. ¿Cuántas copias sacará durante ocho horas de trabajo continuo?
5. Olga compró 200 balones de fútbol a \$13200 cada uno, y vendió 87 de ellos a \$15000 la unidad. El resto los vendió al mismo precio en que los compró en que los compró. ¿Cuál fue su ganancia total?
6. Una vendedora de rosas compró 225 de esas flores a \$80 cada una. Debido a que se le estropearon 45. ¿Por cuánto debe vender cada rosa que le queda para no perder dinero?

ANEXO G. Potenciación y Radicación

Objetivo: Explicar la forma en que la multiplicación en cierto caso puede abreviarse y esta se convierte en una nueva operación

Elementos de la potenciación



El producto $2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 2^6 = 64$. En donde 2 es la base, 6 es el exponente y 64 es la potencia. Así:

Base: número que se multiplica por sí mismo tantas veces como lo indique el producto.

Exponente: número de veces que se multiplica el número por sí mismo.

Potencia: resultado de multiplicar el número por sí mismo.

EJERCICIO

Completa las siguientes igualdades con el número que hace falta:

$$9 = 3 * 3 = 3$$

$$8 = 2 * 2 * 2 = 2$$

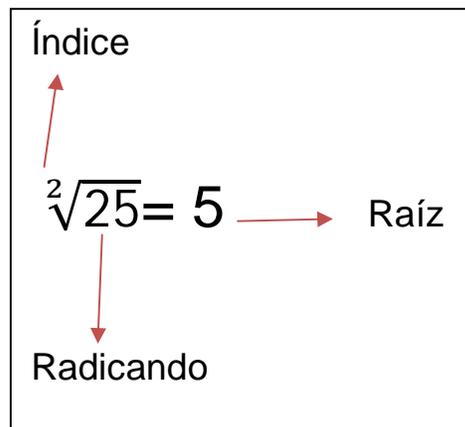
$$10^2 = \square * \square = 100$$

$$10 = 10 * 10 * 10 * 10 = 10000$$

$$6 * 6 = 6^2 = \square$$

Tema: Radicación

Objetivo: Indicar la nueva operación y mostrar que es la operación inversa a la potenciación



$$\sqrt{25} = 5 \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt[3]{27} = 3 \text{ porque } 3^3 = 27$$

Ejercicios:

Encontrar las raíces de los siguientes ejercicios.

$$\sqrt{4} =$$

$$\sqrt{9} =$$

$$\sqrt{16} =$$

$$\sqrt{36} =$$

$$\sqrt{100} =$$

Resuelve.

El área de un lote cuadrado mide $81m^2$ ¿Cuánto mide cada lado?

ANEXO H. Sesión Número 1

Objetivo: Esta actividad tiene como objetivo determinar el nivel de conceptualización de las ecuaciones de primer grado, pues es un contenido visto con anterioridad, para ver si este conocimiento ha sido significativo para los estudiantes.

Metodología: Durante el transcurso de la primera sesión se realizará un juego que consiste en encontrar un tesoro que va a estar escondido en el interior de la institución educativa, para llegar al tesoro se suministrará ciertas pistas las cuales tiene preguntas matemáticas que pueden ser resueltas a través de una ecuación de primer grado, éstas deben ser resueltas por el grupo (constituido por 2 integrantes) para poder avanzar en el juego.

Regla del juego: La solución al problema no puede ser compartida con otro grupo, pues de ser descubiertos el grupo deberá someterse a una penitencia.

Descripción del juego Encuentra el tesoro: Para encontrar el tesoro el grupo debe dar respuesta a 5 preguntas matemáticas que los conducirán al lugar donde se encuentra escondido el tesoro.

Al inicio del juego se le dará una pista diferente a cada grupo que los conducirá a algún lugar de la institución en donde encontrarán la siguiente pista, es importante mencionar que la pista encontrada debe ser entregada a la practicante para que ésta la revise y si la pregunta planteada está bien resulta, ésta entrega la ubicación de otra pista. El proceso termina cuando resuelvan la quinta pista que es la que indica el lugar donde se encuentra escondido el tesoro.

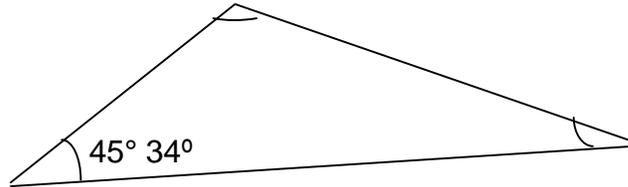
El equipo ganador es el primero que encuentre el tesoro

Las preguntas que contienen las pistas son:

Encuentre el valor que hace falta en la siguiente división

$$\begin{array}{r} 148 \quad | \quad 9 \\ \hline 4 \end{array}$$

En un triángulo dos ángulos internos tiene medida de 34° y 45°



¿Cuánto mide el tercer ángulo interno?

Isabel tiene 14 años de edad y su hermana tiene el doble de la edad de Isabel.
¿Cuántos años tiene la hermana de Isabel?

Encuentra el número que sumado con 15 el resultado es 97

La compra que hizo Carlos en un supermercado es de \$ 108250 y el entrega al cajero \$ 150000. Si cajero le entrega a Carlos \$ 123500 de regreso. ¿Es correcta la cantidad que el cajero le entrega a Carlos?

ANEXO I. Sesión Número 2

Objetivo: El manejo de las propiedades en las igualdades son importantes durante el proceso de solución a ecuaciones, entonces he decidido hacer una sesión que refuerce el conocimiento de este aspecto

IGUALDADES

Cuando se habla de igualdad en matemáticas, se establece una comparación de valores representada por el signo igual, que es el que separa al primer miembro del segundo.

Primer miembro = Segundo miembro

En la igualdad se cumplen cinco propiedades que son:

Propiedad idéntica o reflexiva: establece que toda cantidad o expresión es igual a sí misma. Ejemplos:

$$2 = 2$$

$$7 + 5 = 7 + 5$$

$$x = x$$

Propiedad simétrica: consiste en poder cambiar el orden de los miembros sin que la igualdad se altere. Ejemplos:

$$\text{Si } 25 + 5 = 30, \text{ entonces } 30 = 25 + 5$$

$$\text{Si } a - b = c, \text{ entonces } c = a - b$$

$$\text{Si } m = n, \text{ entonces } n = m$$

Propiedad transitiva: enuncia que si dos igualdades tienen un miembro en común, los otros dos miembros también son iguales. Ejemplos:

$$\text{Si } 3 + 8 = 11 \text{ y } 10 + 1 = 11, \text{ entonces } 3 + 8 = 10 + 1$$

$$\text{Si } x + y = w \text{ y } a + b = w \text{ entonces } x + y = a + b$$

$$\text{Si } m = n \text{ y } n = p, \text{ entonces } m = p$$

Propiedad uniforme: establece que si se suma, resta, multiplica o divide la misma cantidad en ambos miembros, la igualdad se conserva. Ejemplos:

$$\text{Si } 2 + 3 = 5, \text{ entonces } (2 + 3) \times (7) = (5) \times (7)$$

$$\text{Si } a = b, \text{ entonces } a + x = b + x$$

$$\text{Si } 3y = 12, \text{ entonces}$$

$$\frac{3y}{2} = \frac{12}{2}$$

Propiedad cancelativa: dice que en una igualdad se pueden suprimir dos elementos iguales en ambos miembros y la igualdad no se altera. Ejemplos:

$$\text{Si } (2 \times 8) - 4 = 16 - 4, \text{ entonces } 2 \times 8 = 16$$

$$\text{Si } a + b = c + b, \text{ entonces } a = c$$

$$\text{Si } (16 / 4) (5) = (4) (5), \text{ entonces } 16 / 4 = 4$$

Actividad número 1

Objetivo: Determinar si los estudiantes son competentes para identificar y utilizar las propiedades de las igualdades.

Esta actividad es muy importante, pues se muestra a los estudiantes propiedades que les van a ser útiles durante el proceso de encontrar la solución a ecuaciones.

Taller

Identifica que propiedad se está utilizando en cada caso:

$$4 = 3 + 1 \quad \text{entonces} \quad 4 + 5 = 3 + 1 + 5$$

$$18 + 4 = 22 \quad \text{y} \quad 15 + 7 = 22 \quad \text{entonces} \quad 18 + 4 = 15 + 7$$

$$6 + 15 = 21 \quad \text{y} \quad 21 = 11 + 10 \quad \text{entonces} \quad 6 + 15 = 11 + 10$$

$$(2 + 3) \times 4 = (5) \times (4) \quad \text{entonces} \quad 2 + 3 = 5$$

$$7 + 9 = 16 \quad \text{entonces} \quad (7 + 9) - 4 = 16 - 4$$

$$(9 + 3) = 12 \quad \text{entonces} \quad (9 + 3) / 2 = 12 / 2$$

$$(32 - 12) = 20 \quad \text{entonces} \quad (32 - 12) \times 3 = 20 \times 3$$

Completa el espacio utilizando la propiedad adecuada:

$(6 \times 5) - 2 = 30 - 2$ entonces _____

$11 + 3 = 14$ y $8 + 6 = 14$ entonces _____

$29 + 24 = 43$ y $43 = 20 + 23$ entonces _____

$(12-3) \times 8 = 72$ y $72 = (80 - 8)$ entonces _____

$(81 / 9) - 7 = 9 - 7$ entonces _____

ANEXO J. Sesión Número 3

Objetivo: Lo que se pretende hacer es esta sesión es explicar el significado de algunas expresiones algebraicas y de este modo mejorar la comprensión de lectura. Con el fin de facilitar a los estudiantes el trasladar problemas al lenguaje algebraico.

Expresiones algebraicas comunes:

El doble o duplo de un número: $2x$

El triple de un número: $3x$

El cuádruplo de un número: $4x$

La mitad de un número: $x/2$

Un tercio de un número: $x/3$

Un cuarto de un número: $x/4$

Un número al cuadrado: x^2

Un número al cubo: x^3

Dos números consecutivos: x y $x + 1$

Actividad de Aprendizaje

Hallar los siguientes números:

El triple de 5

La cuarta parte de 56

El cuadrado de 12

Pasar al lenguaje matemático las siguientes expresiones:

Un número más un quinto es doce

El perímetro de un cuadrado es doce metros

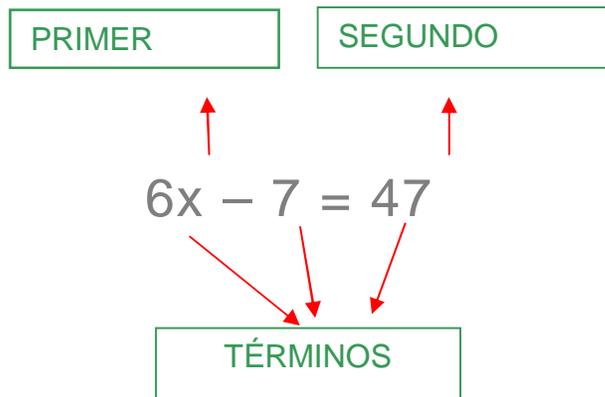
En una biblioteca hay 23 libros distribuidos en dos estantes, en el de abajo hay 7 libros menos que en el de arriba

ANEXO K. Sesión Número 4

Ecuaciones de primer grado: Una ecuación de primer grado es una igualdad que se cumple para un único valor.

La ecuación $X + 1 = 2$ tiene como única solución $x = 1$

Los miembros de una ecuación son cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.



Los términos son los sumandos que forman los miembros.

Las incógnitas son las letras que aparecen en la ecuación.

Las soluciones son los valores que deben tomar las letras para que la igualdad sea cierta.

$$6 * x - 7 = 47$$

Resolviendo la ecuación se obtiene que el valor buscado es $x = 9$

$$6 * (9) - 7 = 47$$

$$54 - 7 = 47$$

$$47 = 47$$

Las ecuaciones sirven para resolver situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo:

En navidad los alumnos del colegio Julumito salen a temporada de vacaciones. Como despedida los alumnos del grado sexto preparan una fiesta que cuesta \$250000, para la cual cada estudiante debe dar una cuota, si en el curso estudian 30 personas y su director de grupo hace una colaboración de \$50000. ¿Cuánto dinero debe dar cada estudiante para la realización de la fiesta de despedida?

La solución a este problema se encuentra en la modelación de una ecuación de primer grado, y se presenta de esta manera:

Planteamiento:

Sea M el dinero que debe dar cada estudiante para la realización de la fiesta entonces la ecuación que da la solución al problema es la siguiente:

$$(30 \times M) - 50000 = 250000$$

Resolución:

$$(30 \times M) - 50000 + 50000 = 250000 + 50000$$

$$30 \times M = 300000$$

$$(30 / 30) \times M = 300000 / 30$$

$$M = 10000$$

Verificación:

$$(30 \times 10000) - 50000 = 250000$$

$$300000 - 50000 = 250000$$

$$250000 = 250000$$

Luego la cuota que debe dar cada estudiante para la realización de la fiesta es de \$10000

ANEXO L. Sesión Número 5

Metodología: La metodología de esta sesión será proponer una situación problema, la cual deben intentar resolver los alumnos, para ello se facilitara calculadoras para que el proceso sea más ágil.

PRIMER MOMENTO

Se selecciona a un estudiante para que interactúe con la practicante para mostrar a los estudiantes que resolver la situación es posible, a continuación la situación problemática:

PRACTICANTE:

Piensa un número

Súmale 15

Multiplica por tres el resultado

Al resultado réstale 9

Luego divídelo entre 3

Réstale 8

Dime cual es el número y te diré cuál fue el número que pensante

ESTUDIANTE

El resultado es 32

PRACTICANTE

El número que pensaste fue 28

¿Cómo hice para saber el número que (el estudiante) estaba pensando?

SEGUNDO MOMENTO

Realizar el ejercicio anterior pero en parejas.

ANEXO M. Sesión Número 6

OBJETIVO: Enseñar a los alumnos a simbolizar ecuaciones a partir de una situación numérica conocida.

La Situación propuesta es la siguiente:

Tomemos tres números cuya suma es 33. Estos números son: 6, 12,15. Ahora supongamos que no sabemos de qué números se tratan pero que conocemos la relación que existe entre ellos, las cuales son:

El segundo es el doble del primer número

El tercero es tres unidades mayor del segundo

Es el momento entonces para hacer uso del algebra para encontrar los números, y seguimos la siguiente técnica:

Asignar al primer número X

Asignar al segundo número $2 * X$

Asignar al tercer número $2 * X + 3$

Realicemos una tabla que permita comparar los resultados obtenidos

X	6
$2.x$	12
$2.x + 3$	15
$5.x + 3$	33

Si regresamos a la información que ofrece el problema sabemos que la suma de los tres números es 33, esto nos permite establecer la siguiente ecuación:

$$X + 2 * X + 2 * X + 3 = 33$$

$$5 * X + 3 = 33$$

EJERCICIO

Resolver el problema que está a continuación y hacer uso del diagrama para resolver la ecuación para encontrar la respuesta al problema planteado.

"Alicia tiene tres hijos. El mayor tiene el doble de la edad del menor. El mediano es 3 años mayor que el menor. Si la suma de sus edades es 35, ¿qué edad tiene cada uno?"

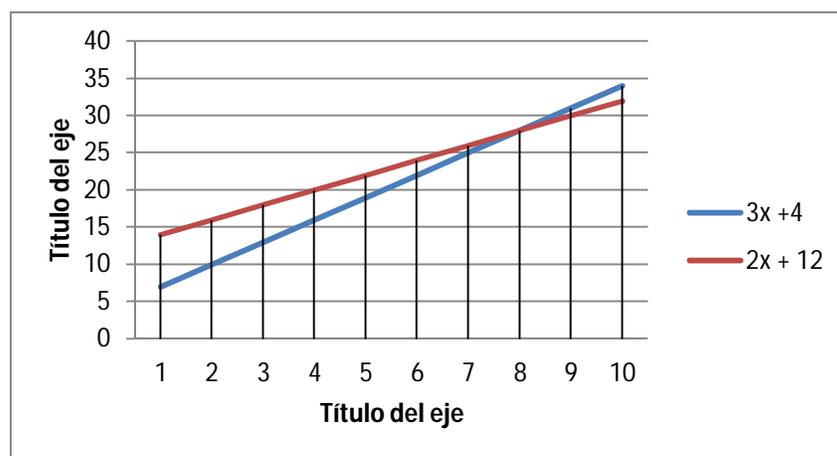
ANEXO N. Sesión Número 7

Objetivo: El propósito que tiene esta sesión es mostrar una representación gráfica de las ecuaciones de primer grado, para ello se utilizara como herramienta tecnológica la hoja de cálculo de Windows.

Metodología: Esta sesión se deberá realizar en la sala se sistemas de la institución.

La primera actividad es la explicación paso a paso del manejo de Excel

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{3x}{4} + 7$	7	10	13	16	19	22	25	28	31	34
$\frac{2x}{12} + 12$	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32



TALLER

Realizar las correspondientes gráficas de las siguientes ecuaciones:

$$8x - 8 = 3x + 12$$

$$6x - 3 = 5x + 1$$

$$7x + 6 = 5x + 14$$

$$16x - 6 = 12x + 2$$

ANEXO Ñ. Sesión Número 8

Objetivo: Durante esta sesión se hará una prueba escrita que permita observar el nivel de conceptualización acerca del planteamiento y resolución de ecuaciones de primer grado. La prueba es la siguiente:

Metodología: El examen contiene dos puntos, el primero y segundo punto se desarrollan de forma tradicional sobre una hoja de papel, y el tercero se llevará a cabo en la sala de sistemas.

Prueba final

Resuelve las siguientes ecuaciones utilizando un diagrama para cada caso:

$$10x - 2 = 18$$

$$7x - 5 = 9$$

$$6x + 4 = 40$$

Resuelve gráficamente las siguientes ecuaciones:

$$2x - 3 = 6 + x$$

$$8x - 3 = 3x + 2$$

Carlos tiene 15 bombones y su amiga Tatiana tiene la tercera parte, más 2 bombones ¿Cuántos bombones tiene Tatiana?