

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL Y SUS PROPIEDADES: UNA  
EXPERIENCIA DE AULA



DIEGO LEANDRO LEÓN GARZÓN

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIA NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
POPAYÁN  
ENERO 2013

EL SISTEMA DE NUMERACIÓN DECIMAL Y SUS PROPIEDADES: UNA  
EXPERIENCIA DE AULA

DIEGO LEANDRO LEÓN GARZÓN

Trabajo de Grado presentado para optar el título de Licenciado en Matemáticas de la  
Universidad del Cauca

Directora de Trabajo:

GABRIELA INÉS ARBELÁEZ ROJAS

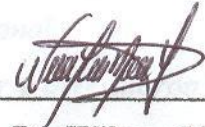
Docente Departamento de Matemáticas

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIA NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS  
POPAYÁN  
ENERO 2013


## NOTA DE ACEPTACIÓN

**El presente trabajo de  
Grado fue aprobado por:**

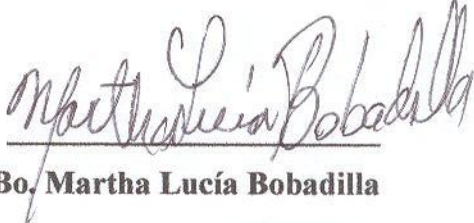
*no ser la persona que ganó este trabajo de  
más como profesional  
en a mi alrededor  
frenar las al*



**Vo. Bo. Wilmer Molina Yopez**  
**Coordinador Licenciatura en Matemáticas**



**Vo. Bo. Gabriela Arbeláez Rojas**  
**Directora**



**Vo. Bo. Martha Lucía Bobadilla**  
**Evaluadora**

## **Agradecimientos**

*A Dios, por bendecirme con el don de la vida y permitir finalizar este gran proceso de mi carrera profesional.*

*A mi familia, en especial a mi madre Ana Cecilia Garzón, mi padre José León y mi madrina Sandra Pantoja, por su constante apoyo en los momentos más difíciles de mi vida.*

*A la profesora Gabriela Arbeláez, por ser la persona que guió este trabajo de comienzo a fin, llevándome a mejorar cada día más como profesional.*

*A todas aquellas personas que estuvieron a mi alrededor y depositaron su confianza en mí, siendo un apoyo constante dispuestos enfrentar las adversidades conmigo. Mil gracias a todos y que Dios les bendiga.*

## Contenido

	pág.
INTRODUCCIÓN	8
1. CONTEXTO	9
1.1 <i>¿Dónde se realizó el proyecto de aula?</i>	9
1.1.1 <i>Reseña Histórica</i>	9
1.2 <i>Objetivos y políticas educativas</i>	10
2. MARCO TEÓRICO	11
2.1 <i>La importancia de la historia en el aula</i>	11
2.2 <i>La civilización egipcia</i>	14
2.3 <i>La civilización babilónica</i>	15
2.4 <i>Sistema de numeración decimal</i>	16
3. METODOLOGIA	18
3.1 <i>Un proceso de aula</i>	18
4. BITÁCORAS	20
4.1 <i>Primer acercamiento</i>	20
4.2 <i>Encuentro con un sistema posicional sin el cero</i>	24
4.3 <i>Última Intervención</i>	28
5. CONCLUSIONES	32
5.1 <i>Reflexiones sobre el proceso de la práctica pedagógica</i>	32
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	34
ANEXOS	35

## **LISTA DE FIGURAS**

	pág.
<i>Figura 1. Escudo Institución Educativa Comercial del Norte Popayán</i>	9
<i>Figura 2. Símbolos egipcios</i>	15
<i>Figura 3. Símbolos babilonios</i>	16
<i>Figura 4. Símbolos egipcios</i>	20
<i>Figura 5. Taller 2</i>	22
<i>Figura 6. Simbología babilonia</i>	24
<i>Figura 7. La suma en un sistema sexagesimal</i>	25

## **LISTA DE ANEXOS**

	pág.
<i>Anexo 1. Primer Taller</i>	36
<i>Anexo 2. Taller 2</i>	40
<i>Anexo 3. Taller 3</i>	44
<i>Anexo 4. Institución Educativa Comercial del Norte</i>	50
<i>Anexo 5. Encuentro con los estudiantes de grado 11</i>	51
<i>Anexo 6. Sesiones de discusión</i>	52
<i>Anexo 7. Talleres</i>	53

## **INTRODUCCIÓN**

En el presente trabajo se pretende mostrar el proceso que se realizó durante el proceso de Práctica Pedagógica, dando como resultado final la recopilación de todo lo acontecido, teniendo como eje central la reflexión y la crítica de este proyecto de aula.

En el primer capítulo, se hace una descripción del contexto donde se ejecutó el proyecto de aula, refiriéndonos a la Institución Educativa Comercial del Norte, abordando su desarrollo histórico, mencionando además aspectos básicos de su infraestructura.

En el segundo capítulo se presentan los referentes teóricos que dan mayor fortaleza al trabajo realizado con los estudiantes. Se rescata aquí la importancia de la historia de las matemáticas en la educación matemática como herramienta para el docente, de esta manera es posible rescatar aspectos que la pedagogía tradicional no tiene en cuenta. Luego, se consideran tres civilizaciones que dieron aportes significativos a la constitución de nuestro sistema de numeración, ellas son la Egipcia, Babilónica y la Hindú – arábiga.

En el tercer capítulo se muestra la metodología utilizada. Se privilegia el trabajo grupal para generar debate y controversia al interior del aula. En las sesiones de encuentro con los estudiantes se llevó un registro que muestra los aspectos relevantes acontecidos en el aula, estas fueron llamadas Bitácoras, teniendo como objetivo principal hacer una reflexión de lo ocurrido.

Finalmente, se exponen unas conclusiones de todo este proceso, considerando las dificultades tanto del docente como de los estudiantes en la ejecución de este proyecto de aula, así, servirá de referente para futuros proyectos que se realicen.



## 1. CONTEXTO

### 1.1 ¿Dónde se realizó el proyecto de aula?

#### 1.1.1 Reseña Histórica

##### Figura 1.

##### Escudo Institución Educativa Comercial del Norte Popayán



Fuente: Institución Educativa Comercial del Norte Popayán,

En diciembre 12 de 1980 se creó el “Colegio Comercial Nocturno Luis Vásquez”, reglamentando su funcionamiento a partir de septiembre de 1981. Su nombre tomado de Luis Vásquez, un habitante del Barrio el Placer, quien dispuso los terrenos para la construcción de la planta física.

Esta institución fue creada, en principio a las necesidades de los habitantes de los sectores aledaños, dado que no se contaba con una institución en la cual logran terminar sus estudios de secundaria. Es por ello que su construcción tendrá como objetivo contribuir al progreso y desarrollo del área local, integrando una modalidad educativa de acuerdo a la población.

Debido a estas necesidades, se crearon tres jornadas—mañana, tarde y noche—, en las que los habitantes tuvieran la posibilidad de asistir al menos a una de ellas. La sede principal

para estas jornadas es la sede la Escuela Urbana de Varones Julián Uribe Uribe, ubicado en el barrio el Placer.

A partir del 23 de diciembre de 2002 se fusionaron todas estas jornadas en una sola institución, con el nombre de Institución Educativa Comercial del Norte, teniendo como sedes las escuelas de La Paz, Los Llanos, Toez, Francisco José Cháux Ferrer (La Rejoja) y Villanueva.

### ***1.2 Objetivos y políticas educativas***

La Institución Educativa Comercial del Norte propenderá dotar de conocimientos básicos a los estudiantes, para el cual ellos puedan desempeñarse en la vida diaria, a través de proyectos educativos que estimulen prácticas empresariales integradas con la comunidad.

Los valores son parte esencial en esta institución, promoviendo valores éticos, espirituales, culturales, sociales, e intelectuales por medio de la comunicación y el dialogo, medios eficaces para la formación del ser humano.

Dentro de las políticas institucionales se tienen:

**Calidad:** La Institución Educativa Comercial Del Norte, propenderá por estar en un continuo mejoramiento, adaptándose a las necesidades de la sociedad.

**Equidad:** La Institución Educativa Comercial Del Norte dará una justa distribución de beneficios y responsabilidades a generados por su actividad física.

**Cobertura:** la Institución ofrece los niveles de preescolar, básica primaria y media vocacional, ofreciendo cupos de acuerdo a la plata física.

**Eficiencia:** responder con los recursos disponibles al mejoramiento continuo del quehacer educativo.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 *La importancia de la historia en el aula*

Las matemáticas tienen un lugar privilegiado en todo sistema educativo, es por ello, que la responsabilidad sobre nosotros como docentes, es el de agotar todas nuestras posibilidades pedagógicas con el fin de facilitarle a los estudiantes el acceso a esta ciencia.

Nuevos planteamientos se han dado frente a la pregunta: ¿Cómo enseñar matemáticas? entre ellas, y en la cual centraremos nuestra mirada, será la de incorporar la historia de las matemáticas en el aula de clase, como lo afirma Maribel Anacona (2003):

*Se parte de la consideración de que en los estudios históricos acerca del desarrollo de un concepto se evidencian elementos lógicos y epistemológicos claves en el proceso de constitución teórica, que posibilitan no sólo una mejor comprensión del concepto, sino que revelan aspectos característicos de la actividad matemática de construcción, que merecen ser tenidos en cuenta por el docente en sus propuestas educativas. (p. 30)*

Resaltamos entonces la importancia de considerar la historia e involucrarla en la enseñanza de las matemáticas, aspecto que ha sido poco difundido y realizado por los docentes, llevándolos a realizar prácticas tradicionales, mostrando la matemática como una ciencia muerta. Esto se puede identificar desde primaria hasta grados superiores, notando el énfasis en resolver, demostrar o calcular un problema, aplicando cada una de las propiedades vistas, con la intención que los estudiantes reafirmen y aprendan los conceptos dados. Pero, esto solo lleva mecanizar el uso de un conocimiento, sin entender la esencia del mismo, ni la problemática que lo hizo surgir, aspectos que la historia puede rescatar de manera significativa, en palabras de Roberto Cortés:

*Un gran ausente en la Educación Matemática por muchos años ha sido su propia historia y cuando aparece, se vincula generalmente a la narración de anécdotas o biografías que no prestan mayor aporte a la construcción y conocimientos matemáticos. Rastreando en la Historia de la*

*Matemática, se encuentra el “lado humano” de éstas, aparecen controversias y pugnas entre científicos, debates que significaron no sólo avances sino también retrocesos de teorías en desarrollo, estancamientos teóricos, pruebas refutadas después de varios años de aceptación, modificación, evolución y complementación de conceptos, y en particular emerge el sentido y contexto desde los que se originaron las problemáticas de diversas épocas e intereses que llevaron a los matemáticos a construir sus objetos, sus teorías, y también a fracasar con ciertas ideas. (1999: 1)*

De lo anterior, podemos mostrar a los estudiantes el vínculo estrecho entre el desarrollo de un conocimiento relacionándolo con su contexto y sus necesidades. Del tal forma, se pueda cambiar esa perspectiva de ciencia rígida a una ciencia más humana, construida a través de varios siglos. En nuestro caso, la matemática como pocas ciencias, no dejan a un lado los esfuerzos realizados por los grandes pensadores dedicados a entender el ¿por qué? y ¿para qué? hacer matemáticas, como lo vemos explícitamente en la cultura griega, con Pitágoras, Platón, Aristóteles, Euclides, entre otros, cuyas doctrinas y pensamientos han sido transversales en la matemática hasta nuestros días. Así, esta ciencia retoma los conocimientos previos para emprender un camino hacia nuevas teorías que den una explicación más profunda de los conceptos que se tienen actualmente.

Por otro lado, no podemos llevar estas ideas al extremo, afirmando que todos los conceptos matemáticos se pueden abordar desde una perspectiva histórica, en gran parte al grado de complejidad de los mismos. En efecto, no podemos tomar el currículo de matemáticas y reestructurarlo, con el fin de incorporar la historia en cada uno estándares que plantea el MEN, dado que estaríamos generalizando la viabilidad de una herramienta, cuyo objetivo es el de mejorar la aprehensión de algunos conceptos bases. De esto afirma Santaló (1994):

*...Pero lo que sí cabe y es recomendable, es aprovechar los temas que se presten para ello, para informar sobre la historia de su origen y los alicientes y dificultades con que se encontraron sus creadores. La presentación histórica de muchos temas de Matemática, es un complemento a los mismos que*

*seguramente interesará a algunos alumnos, a los cuales se podrá suministrar información complementaria para ayudar a satisfacer su interés natural y tal vez despertar vocaciones por la historia o la epistemología de las ciencias. La escuela debe abrir el máximo de ventanas al conocimiento, para que cada alumno dirija su atención hacia lo que más le atraiga. (p. 4)*

Entonces, debemos entender que la historia es una manera de acercar al estudiante a un determinado conocimiento y nuestro trabajo como docentes es identificar el momento y lugar adecuado para hacer uso de ella. Así, el docente debe tener la precaución de no adjuntar historias anecdóticas, que tendrían un sentido banal, alejados de lo que realmente se desea llegar con los estudiantes.

Con todo esto queda una pregunta al respecto, ¿Cómo introducir la historia en el aula? ¿Hay alguna receta especial para hacerlo? A estas interrogantes considero que dado la diversidad de culturas y contextos, no podemos crear una estrategia y afirmar que se puede aplicar de manera general, ya que no estaríamos teniendo en cuenta las especificidades de cada ámbito. Por consiguiente debemos buscar estrategias acordes a los objetivos que nos hemos trazado, si ignorar la realidad del contexto que nos rodea.

Por tanto, la historia de las matemáticas muestra diferentes aspectos que llevaron a la construcción de una teoría matemática—teoría de conjuntos, teoría de grupos, análisis matemático, entre otros— permitiendo así que el estudiante tenga una percepción general de los elementos que han constituido el desarrollo de nuestra matemática moderna.

En esta medida, los docentes tienen una herramienta más para el desarrollo de sus prácticas de aula, partiendo de la consideración de las matemáticas como un constructo humano, ligadas a diferentes aspectos culturales. Luego, la historia de las matemáticas toma relevancia en este proyecto de aula, ya que permite al estudiante dar una mirada a los factores involucrados—sociales, culturales, económicos, etc.— en el desarrollo de los sistemas de numeración egipcio y babilónico los cuales fueron los cimientos para la constitución de nuestro sistema de numeración actual.

Aun así queda una pregunta al respecto, ¿Por qué involucrar estas dos civilizaciones en el proyecto de aula? ¿Se podría mostrar estos sistemas de numeración aislados de toda cultura? Indudablemente, se podría hacer esa práctica, mostrando solo la esencia de cada

sistema de numeración, no obstante, estaríamos privando a los estudiantes de conocer las dificultades y necesidades que los hizo surgir, el cual son primordiales para entender que nuestro sistema de numeración decimal y sus características han sido el proyecto de varias civilizaciones encaminadas a subsanar las necesidades particulares de su entorno. Por consiguiente, mostramos el contexto histórico de la civilización egipcia, babilónica a continuación.

## ***2.2 La civilización egipcia***

Los Antiguos Pueblos de Egipto se formaron en las riberas del río Nilo aproximadamente hace 7000 años, dividiéndose en dos reinos; el alto Egipto y el bajo Egipto. El rey Menes gobernante del alto Egipto unificó ambos reinos, ubicando su capital en Menfis en el 3000 A.C.

La vida de esta civilización giraba en torno al Río Nilo y sus inundaciones, dado que este les proporcionaba agua para beber y para regar sus cultivos. Es por esto que los egipcios las aprovechaban para realizar actividades de agricultura, como medio principal de sustento. Además, les sirvió también como medio de comunicación y transporte de mercancías a lo largo de todo su imperio. Gracias al río se pudieron transportar gran parte de los sillares que hoy conforman las pirámides de GizehTam.

Una de las características más importantes de la civilización egipcia fue su religión. Adoraban a varios dioses, entre ellos estaban el dios Selket, Horus, Ra entre otros. Se asociaban distintos animales a estos dioses, por ejemplo la serpiente, el escorpión, el gato, llevándolos como amuletos en símbolo de buena suerte y gracia delante de dichos dioses.

El misticismo de los egipcios los llevó a pensar en la vida después de la muerte, tal fue el caso, que se construyeron grandes monumentos para dar sepultura a sus cuerpos, en el caso de los faraones fueron las pirámides.

Con respecto a sus matemáticas, cabe resaltar que estas fueron puramente pragmáticas, ligadas a su quehacer cotidiano, inclinándose más a un conocimiento de tipo empírico. Entre ellos tenemos el comercio, que llevo a los egipcios a desarrollar un sistema de escritura que permitiera dar registro de los trueques que se realizaban.

Esta cultura ideó un sistema no posicional en base diez, en donde el orden donde se ubicaran los símbolos no alteraba la cifra en cuestión. Los símbolos que utilizaban fueron los siguientes:

**Figura 2.**

**Símbolos egipcios**



Fuente: Banco de imágenes del CNICE

De esta manera, para la representación de una cifra bastaba agrupar cuantos símbolos fuese necesario para llegar al deseado.

### **2.3 La civilización babilónica**

La civilización Babilónica, entre otras civilizaciones que florecieron en la antigua Mesopotamia, hicieron grandes avances científicos para su época, entre ellos fue la invención de un calendario muy parecido al actual, ideado gracias a sus estudios relacionados al cosmos. De esta manera, su calendario se constituyó por un año de doce meses, y las semanas de siete días, además se dividió el día en horas, minutos y segundos. En este sentido, unas de sus mayores preocupaciones fue el estudio del universo, en gran parte asociado a sus creencias religiosas. Para estudiar estas situaciones, relacionadas al universo se requirió hacer avances específicos en su matemática, acorde a sus necesidades y como consecuencia se desarrolló un sistema de numeración sexagesimal, es decir en base 60, aditivo hasta el 59 y posicional para cifras mayores.

Un aspecto importante en el sistema de numeración babilónico es el número de símbolos utilizados para la representación de sus cifras, el cual solo necesitaban dos, el clavo y la cuña:

**Figura 3.****Símbolos babilonios**

Clavo      Cuña

Fuente: Arbeláez, Anacona & Recalde, 1998

El sistema de numeración mesopotámica (también llamado numeración babilónica) es un sistema de representación de los números en la escritura cuneiforme de varios pueblos de Mesopotamia, entre ellos los sumerios, los acadios y los babilonios. Este sistema apareció por primera vez alrededor de 1800-1900 a. C. También se acredita como el primer sistema de numeración posicional, es decir, en el cual el valor de un dígito particular depende tanto de su valor como de su posición en el número que se quiere representar.

#### **2.4 Sistema de numeración decimal**

El sistema de numeración decimal es el más utilizado y conocido en todo el mundo y por todas las culturas. Este sistema lo dieron a conocer los árabes al ejercer el comercio en todo el mundo, pero se tienen registros de que se inventó en la India. Así pues, nuestro sistema de numeración decimal y posicional recibe también el nombre de "Sistema de numeración Indo-Árabe".

Como se mencionó anteriormente, las raíces de este sistema provienen de las culturas orientales, especialmente de la cultura india y árabe y gracias a los viajes que realizaron a otros continentes, conocieron detalles de sus sistemas que adoptaron y adaptaron a su propio. Esta cultura se caracterizaba por ser una gran potencia en comercio, y una de sus herramientas predilectas fue el ábaco, para agilizar los cálculos; esta herramienta consistía en una serie de columnas, en donde cada una de ellas tenía un valor específico, similar al orden de unidades, decenas, centenas que se tiene en el SND<sup>1</sup> actual.

Uno de los avances más significativos fue la creación del cero, que en un principio no era concebido por ellos, pero con el paso del tiempo vieron la gran necesidad de hacerlo,

---

<sup>1</sup> Sigla que hace referencia al Sistema de Numeración Decimal



llevándolos a desarrollar un símbolo para este, parecido a un redondel. Sin embargo esta simbología fue depurada en Europa, llegando a la que se tiene en este siglo y difundida en todo el mundo.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1 *Un proceso de aula*

El sistema de numeración decimal, es un sistema posicional y en base diez, es decir, dependiendo de la posición —unidades, decenas, centenas, etc.— de cada dígito, se obtendrá un valor diferente; además, sólo necesita de diez símbolos para la representación de cualquier cifra. Sin embargo, lo utilizamos sin reconocer estas características, que lo hace tan particular y ventajoso frente a otros sistemas. Es por esta razón, que en el diseño de la metodología, será relevante mostrar esa potencialidad, sensibilizando a los estudiantes a través de una revisión histórica de los sistemas de numeración Egipcio y Babilónico

Para cumplir el objetivo propuesto, se diseñará un taller para cada sistema de numeración. Los talleres se desarrollarán a lo largo de varias sesiones, dependiendo del tiempo en que tarden los estudiantes en realizarlos.

Para su planteamiento se consideraron los siguientes aspectos:

1. Contextualizar al estudiante, mostrándole aspectos culturales, sociales, económicos, entre otros de las civilizaciones egipcia y babilónica. De esta manera, el estudiante podrá identificar que el desarrollo de cada sistema de numeración está condicionado a un contexto y sus necesidades específicas.

2. Mostrar los algoritmos utilizados para la realización de las operaciones básicas, utilizando la simbología propia del sistema de numeración egipcio y babilónico. Así, el estudiante podrá identificar cuáles son las limitaciones que tiene cada sistema frente al SND.

3. Al finalizar cada taller, se realizará una sesión en donde se discutirá que ventajas o desventajas existen en cada sistema de numeración —egipcio, babilónico— en relación al SND. De este modo, se pretende generar un espacio de crítica y reflexión, donde el estudiante pueda exponer y argumentar su punto de vista.

En el primer taller se presentará el *sistema de numeración egipcio*. Su escogencia es debido a las siguientes razones: es un sistema no posicional, en base diez y utiliza siete símbolos para la representación de cualquier cifra.

El objetivo de este taller, es mostrar las limitaciones de un sistema no posicional, entre ellas, la imposibilidad de escribir cantidades muy grandes o muy pequeñas. Además que el

estudiante pueda identificar el principio de duplicación utilizado por los egipcios para la realización de las operaciones de producto y división.

En el segundo taller, se presentará el *sistema de numeración babilónico*. En contraste al egipcio, este es un sistema posicional y en base sesenta (sexagesimal), además utiliza sólo dos símbolos para la representación de cualquier cifra: el clavo y la cuña. El propósito de este taller es que el estudiante identifique que a pesar de que es un sistema posicional, presenta ambigüedades en la escritura de ciertas cifras, al no tener un símbolo que denote la ausencia de unidades, contrario a nuestro sistema de numeración donde se le asigna el cero.

Por último, se presentará el *sistema de numeración decimal*. En esta sesión, se sintetizará lo hecho en los anteriores talleres. Se mostrarán las características del SND y su importancia en desarrollos matemáticos, como se puede apreciar en los criterios de divisibilidad. En suma, se plantearán problemas de mayor complejidad propuestos en el Papiro de Rhind, con la finalidad que identifiquen las características que hacen único al sistema de numeración decimal.

## 4. BITÁCORAS

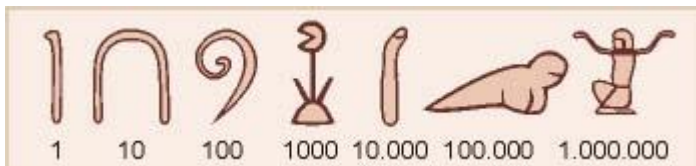
### 4.1 Primer acercamiento

El hombre primitivo, guiado por su instinto, empezó a reconocer patrones en la naturaleza, distinguiendo así entre una pila de frutas a una en particular, un hombre a un grupo de hombres, identificando en este caso al hombre o fruta como la unidad. Así, el origen de los sistemas de numeración tiene como protagonista el número y su infinidad de representaciones, de acuerdo a la particularidad de cada cultura y su contexto. Por ende un reconocimiento histórico es la manera ideal de identificar las propiedades y la verdadera potencialidad de nuestro sistema de numeración actual.

El proceso que se llevará al aula, con el fin de reconocer tal potencialidad, será la de reconocer algunas características de los sistemas de numeración egipcio y babilónico. En primera instancia, se presentará el sistema de numeración egipcio. Una primera diferenciación entre este sistema de numeración y el SND es la simbología con la que representaban sus cifras; veamos esto:

#### **Figura 4.**

#### **Símbolos egipcios**



Fuente: Banco de imágenes del CNICE

Entonces enfrentar al estudiante a esta nueva simbología será un aspecto relevante para cumplir el objetivo propuesto, de esta manera identificarán su escritura y la manera como ellos representaban sus cifras, relacionándolo con nuestro sistema de numeración actual.

Para la ejecución del proyecto de aula en la Institución Educativa Comercial Del Norte se optó por trabajar con los estudiantes de grado once, dado los conocimientos que se requieren para desarrollar los talleres ya planteados.

Dado el gran número de estudiantes, se consideró la estrategia de trabajar en grupos de hasta cuatro personas, dejando al libre albedrío su conformación. Posteriormente, se le entregó a cada grupo su respectivo taller. Se enfatizó en la correspondencia que los egipcios le daban a

cada símbolo de acuerdo a su contexto, es decir: se asociaba un palote, un arco, una espiral, una flor, un dedo, un renacuajo y un hombre de izquierda a derecha respetivamente. (Ver figura 4)

Algunos estudiantes especularon sobre la razón en que los egipcios relacionaron cada símbolo a un objeto en particular, entre ellas tenemos la que manifestó una estudiante, afirmando que esto se debía a que el valor de un simple palote no podría tener el mismo valor que el del hombre, dadas las características que diferencian el uno del otro. Sin embargo, enfatiqué que estas afirmaciones son especulaciones, dado que las razones podrían ser diversas, en relación a esta escogencia.

Se percibió un gran interés en los estudiantes en resolver los puntos propuestos en el taller, notándolos más activos y participativos. Es por esto, que se dio por culminada esta primera parte y se dio continuación a los puntos referidos a realizar conversiones entre un sistema y otro, además de sumar y restar utilizando la simbología egipcia.

En la relación a la suma y resta, se consideró que los estudiantes conjeturaran la manera como los egipcios realizaban estas operaciones. Este primer acercamiento al SNE<sup>2</sup>, permitió al estudiante familiarizarse con este sistema, entendiendo sus características y funcionamiento. En consecuencia, los alumnos identificaron dos desventajas del sistema de numeración egipcio; la imposibilidad de escribir cifras extremadamente grandes y la clara ausencia de un elemento que denotara la ausencia de unidades, en nuestro sistema corresponde al número cero. Sin embargo no tuvo trascendencia este aspecto, ya que su funcionamiento no hace uso de este símbolo, dado que no lo necesita. ¿A qué se debe esto? La preocupación de esta cultura era la de vender, comprar, negociar, intercambiar, y crear algoritmos que simplificaran o dinamizaran estos aspectos. Es por esto, que el uso de cifras significativamente grandes no fue necesario, dado que estaban condicionadas a su quehacer diario.

---

<sup>2</sup> Esta sigla hace referencia al Sistema de Numeración Egipcio



realizar afirmaciones basadas en ejemplos concretos, que mostraran que para esos casos realmente funcionaban. Entonces, esclarecer las propiedades implícitas de este algoritmo fue de vital importancia, para que se entendiera que había encontrado un algoritmo con características muy distintas al nuestro y que funciona.

Para terminar este primer taller, se realizó una sesión de discusión, donde se reflexionaría lo hecho hasta el momento, con la intención de dar mayor claridad a aspectos que hubiesen quedado inconclusos.

La actividad consistió en elegir un representante de cada grupo, que expusiera, en primer lugar, una diferencia o analogía entre el sistema de numeración decimal y el egipcio, y posteriormente si tenía alguna duda podría expresarla para que entre todos la clarificáramos. Sintetizando lo elaborado en esta sesión, tenemos las siguientes conclusiones a las que se llegaron:

- El sistema de numeración egipcio solo requiere de siete símbolos y el decimal diez.
- El orden en el que sean dispuestas las cifras egipcias no altera el número en cuestión.
- El mecanismo utilizado por el algoritmo de multiplicación egipcia recurre al principio de duplicación, diferente al usado por el sistema de numeración decimal.
- El cero no era concebido por los egipcios y ni siquiera necesitaban de él.

Con estas ideas se dio por finalizada esta primera jornada de taller, describiendo en su gran mayoría las características de este primer sistema de numeración.

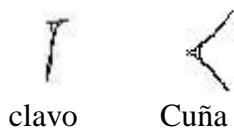
#### 4.2 Encuentro con un sistema posicional sin el cero

En esta sesión, se presentó el primer sistema de numeración posicional, el babilónico, con algunas diferencias a nuestro sistema actual, sin embargo, estas diferencias marcaban sustancialmente el funcionamiento de este, presentando inconvenientes en su funcionamiento, y el objetivo fue que el estudiante reconociera cada una de estas características por medio de los ejercicios propuestos en el taller.

Nuevamente, era de vital importancia que los estudiantes se familiarizaran con ésta simbología, además de analizar esta interesante característica, su posicionalidad. Este sistema solo requiere de dos símbolos para la representación de cualquier cifra: el clavo y la cuña.

**Figura 6.**

#### **Simbología babilonia**



Fuente: Arbelález, Anacona &Recalde, 1998

Es importante enfrentar a los estudiantes a esta simbología, con el fin de contextualizarlos y posteriormente enfrentarlos a sus operaciones básicas, ya que un principio básico que debe satisfacer cualquier sistema de numeración es su óptimo funcionamiento, de otro modo, no es viable su uso.


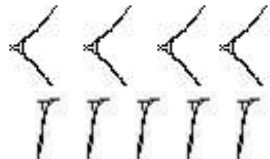

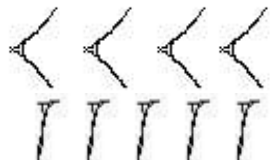
Los estudiantes tuvieron dificultades para realizar los puntos en los que se debía hacer cambios de base, no recordaban que procedimiento tenían que efectuar para pasar del sistema babilónico al decimal y viceversa. Pero esto no tuvo mayor trascendencia, ya que solo una clase magistral se necesitó para solventar estas dificultades.

Una vez reconocida su simbología, era hora de hacer uso de ella. Sumar y restar en su simbología fue el siguiente punto a desarrollar. El hábito de utilizar el sistema de numeración decimal, los condujo a realizar procesos similares en el sistema babilónico, como lo veremos a continuación:



**Figura 7.**

**La suma en un sistema sexagesimal**

60		
45		
105		

Fuente: elaboración propia

En pocas palabras, daban relevancia a la posición de las cifras, dándoles una ubicación específica, relacionándolo en nuestro caso corresponden a las unidades, decenas, centenas, etc. Algunas de las reflexiones respecto a los primeros puntos, fueron las siguientes:

- El sistema de numeración Babilónico está en base sesenta (sexagesimal) y para su escritura posee solo dos símbolos para representar cualquier cifra, sin embargo, este no posee el cero lo cual crea ciertas ambigüedades en su escritura, por ejemplo la representación del 1 y el 60, el cual aluden al mismo símbolo, el clavo.
- Contrario al sistema de numeración egipcio, en este sistema se pueden construir cifras extremadamente grandes, gracias a su estructura posicional.

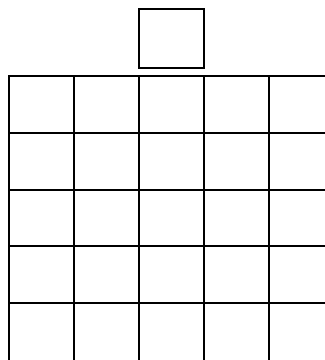
Analizando estas reflexiones, se identifican claramente dos características de este sistema de numeración; la primera referida a su base, la cantidad de símbolos utilizados y la ausencia del cero.

Para dar una explicación a lo anterior, demos una mirada al desarrollo histórico de la escritura en la civilización Babilónica. No se es claro porque ellos escogieron la base sesenta, sin embargo hay hipótesis referidas a la cantidad de divisores de esta (2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20,30), pero existen diversidad de hipótesis que en este proyecto no nos ocuparemos. Ahora bien, en cuanto al desarrollo de su escritura se hizo el necesario desarrollo nuevos instrumentos que dieran mayor efectividad en la escritura de grandes cantidades y de cálculos

cada vez más complejos. Como consecuencia nace una primera escritura, las muescas y círculos para representación de cifras. Sin embargo, dada la cantidad desproporcionada de muescas y círculos utilizados para la escritura de ciertas cifras se hace necesario dar paso a una nueva escritura, *Las Cifras Cuneiformes*. Aquí, las muescas son sustituidas por el clavo y los círculos cambian por clavos y cuñas. A pesar de esta nueva escritura, surgieron nuevos inconvenientes en la representación de algunos números, presentando ambigüedades en que cifra se estaba dando realmente.

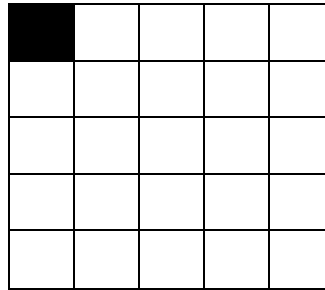
Con el siguiente punto, donde se propone conocer la multiplicación babilónica, se dio el enunciado del algoritmo utilizado para tal fin, el cual es: “a por b es igual a un cuadrado de lado  $a+b$  restándole un cuadrado de lado  $a-b$ , y a este resultado le sacamos la cuarta parte”. El propósito particular de este punto era que el estudiante hiciera una interpretación geométrica del enunciado, y posteriormente expresara algebraicamente la fórmula. De este modo, podrá hacer conjeturas del valor de la geometría en esta civilización. Un aspecto destacado en esta parte, fue la interpretación geométrica que hizo un estudiante referido al algoritmo del producto en SNB<sup>3</sup>, el cual fue:

Sea un cuadrado de lado  $3+2=5$  y un cuadrado de lado  $3-2=1$

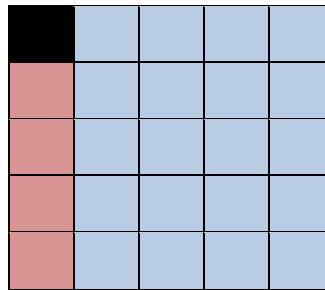


<sup>3</sup> Esta sigla hace referencia al Sistema de Numeración Babilónico

Si al primer cuadrado restamos el segundo obtenemos:



Luego, procedió a hacer el cálculo del área correspondiente y sacar su cuarta parte. La manera como realizó el cálculo fue de la siguiente manera:



El área azul corresponde a un rectángulo de lado 4 y 5, y el de área roja a un rectángulo de lados 1 y 4. Haciendo los cálculos tenemos que da 20 el área roja y 4 el área azul, cuya suma da 24 y su cuarta parte es 6.

Finalizando, se dio lugar a la división, presentado aspectos referidos a los recíprocos sexagesimales, que un primer momento fue un choque en cuanto a la notación utilizada, Veamos esto:

**Tabla 1. Recíprocos sexagesimales**

$2 \times 30' (30/60) = 1$
$5 \times 12' (12/60) = 1$
$6 \times 7' 30'' (7/60 + 30/3600) = 1$
$8 \times 6' 40'' (6/60 + 40/3600) = 1$
$10 \times 6' (6/60) = 1$

Fuente: elaboración propia

Se hizo necesario dar una breve explicación de la noción de recíproco; el recíproco de un número es aquel cuyo producto con el número dado resulta ser uno, por ejemplo, el recíproco del nueve es un noveno, ya que el producto de estos dos nos da uno. Luego de esto, se dio lugar a la realización del punto propuesto. En esta etapa los estudiantes no presentaron mayor dificultad, por tanto se dio inicio a la sesión de discusión.

En esta sesión, se discutieron aspectos como el significado de posicionalidad de un sistema, relevancia de un símbolo que denote ausencia de unidades, ventajas y desventajas de dicho sistema. Las conclusiones a las que se llegaron fueron las siguientes:

- En un sistema posicional, el símbolo para la ausencia de unidades es de gran relevancia, de este modo se puede evitar ambigüedades en la representación de ciertas cifras.
- En este sistema se pueden escribir cifras significativamente grandes, dado su carácter posicional.
- El número reducido de símbolos del sistema babilónico no tuvo mayor trascendencia en su funcionamiento.

De esta manera se da por finalizada esta jornada, llegando a la última etapa y la más importante; el encuentro con nuestro sistema de numeración decimal.

### ***4.3 Última Intervención***

La humanidad en un intento de desarrollar un sistema numérico que no solo se acoplara a sus necesidades y permitiera efectuar con cierta rapidez grandes cálculos. Un ejemplo de ellos fueron los egipcios, al intentar dar respuesta a esta necesidad idearon un sistema aditivo, con un número finito de símbolos. Así, se implementaron algoritmos relacionados a las operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división). Sin embargo este sistema tenía grandes limitaciones; la representación de cifras significativamente grandes, dada la cantidad excesiva de símbolos requeridos.

En Babilonia se hizo un avance aún más significativo que el de los egipcios al elaborar un sistema de numeración posicional mixto, establecido en base sesenta. Un aspecto de gran relevancia en este sistema era los símbolos con los que contaban para representar cualquier cifra, el clavo y la cuña. Pero de nuevo, los inconvenientes surgieron luego al no poder identificar número de otro, presentando así un tipo de ambigüedad en su escritura en cuanto a la representación de algunas cifras, por ejemplo el uno y el sesenta, cuya representación

acudía al mismo símbolo, el clavo. Fueron varios años los transcurridos antes de que se ideara un sistema muy particular, escalonado por decenas y con diez símbolos para la representación de sus cifras, el cual resultó ser nuestro sistema de numeración decimal, cuyas raíces provienen de algunas culturas orientales, principalmente hindús y arábigas.

Es por ello, que hacer un estudio de estas civilizaciones se hace necesario para el desarrollo del proyecto de práctica en curso, ya que estas fueron los cimientos para la posterior construcción de nuestro SND.

Dada que esta fue la última sesión, la presión fue mucho más grande ya que se debía presentar un taller que diera cuenta de las características especiales del sistema de numeración decimal, frente a los sistemas ya estudiados. Entonces se estableció un vínculo muy estrecho con las otras civilizaciones vistas y sus respectivos sistemas de numeración, de esta forma, ver el potencial del nuestro sistema de numeración con respecto a sus antecesores. Para realizar lo anterior, cada punto del taller tuvo un fin específico, que diera cuenta de dichas características.

El primer punto dirigido al conocimiento de las fracciones unitarias egipcias y algunos problemas planteados en el Papiro de Rhind. Una primera presentación da cuenta de la historia referida a estas fracciones, asociadas al ojo de Horus; cuenta la leyenda que el dios Seth mató a Osiris, padre de Horus, y que éste, por vengar a su padre, años más tarde se enfrentó a Seth. En dicha batalla, el ojo de Horus fue seccionado por distintas partes, las cuales fueron asociadas a fracciones unitarias denominadas las fracciones del ojo de Horus. Así pues, la parte izquierda de la pupila equivalía a  $1/2$ , la pupila a  $1/4$ , las cejas a  $1/8$ , la parte derecha del ojo a  $1/16$ , la parte inferior vertical bajo el ojo a  $1/32$  y la parte inferior diagonal del ojo a  $1/64$ . La idea de esta presentación fue contextualizar este tipo de conocimiento, ya que uno de los ejes del proyecto es precisamente la historia.

Dada esta introducción, los estudiantes proceden a resolver los puntos propuestos. Aquí los estudiantes se ven impotentes al no poder realizarlo, pese a los cálculos y procedimientos hechos, no encontraron una solución válida al problema propuesto, entonces se decidió efectuar algunos ajustes al taller para la próxima clase, dado que la hora de clase había culminado.

Aclarando el procedimiento para encontrar fracciones unitarias de una fracción dada, se pretendía que los estudiantes lograran desarrollar este punto satisfactoriamente, y efectivamente no tuvieron mayor dificultad en realizarlo. Es importante mencionar que tal vez

me apresure al presentarles un algoritmo ya establecido y depurado para encontrar fracciones unitarias, sin embargo la presión de tiempo, y la impotencia mostrada por los estudiantes me llevó a tomar esta decisión.

Posteriormente, se propuso realizar ejercicios planteados en el papiro de Rhind, abordando problemas de repartición. Se debían hacer utilizando la simbología egipcia siguiendo el procedimiento descrito en el taller. Luego hacer el mismo ejercicio usando toda la maquinaria que los estudiantes conocían, para reconocer que algoritmo es más efectivo.

El objetivo específico de este punto fue el de identificar la potencialidad de nuestra simbología frente a la de los Egipcios, además de nuestros algoritmos, ya que estos nos permiten realizar de una manera más rápida ciertas operaciones, como por ejemplo la repartición de barras entre un cierto número de personas (punto establecido en el taller). Las respuestas de los estudiantes convergieron a mencionar que ambos algoritmos eran complejos, sin embargo los algoritmos egipcia eran menos eficientes a los conocidos actualmente.

Así, se dio paso a los criterios de divisibilidad, entre ellos fueron el criterio de divisibilidad por 2, 3 y 5. Las preguntas realizadas estuvieran encaminadas al porqué del funcionamiento de dichos criterios, y su posible aplicabilidad en los sistemas de numeración Egipcio y Babilónico. Entre las justificaciones de los estudiantes se tienen:

- Estos criterios funcionan dado que el sistema de numeración decimal es posicional.
- Funciona ya que las cifras no se pueden alterar, ya que de hacerlo la cifra se alteraría.

Entre las justificaciones de los estudiantes, no se encontró una demostración formal del punto en particular, esto se debe a que no tienen una formación para realizar justificaciones de este tipo. Pese a ello, cada justificación dada por el estudiante debía tener una argumentación bien explicada, ya que estas tendrían que ser expuestas en la sesión de discusión. Entonces mi trabajo consistió en depurar cada una de estas reflexiones, de acuerdo a las ideas de los estudiantes.

Para el cierre del taller, se realizó una clase magistral para rescatar aspectos inconclusos en los talleres precedentes, siempre encaminados a exaltar cada una de las propiedades del sistema de numeración decimal. De esta sesión final se tuvieron las siguientes reflexiones y conclusiones:

- El sistema de numeración decimal es muy ventajoso frente a estos sistemas de numeración antiguos, lo cual es consecuente, debido a que sus características han sido depuradas a través de varios siglos.

- La aparición del cero fue un hecho de gran trascendencia, que establece la gran diferencia entre los sistemas de numeración estudiados.

- La simbología del sistema de numeración decimal, no está vinculada a aspectos relacionados con el entorno, diferente al sistema egipcio.

- Las características del sistema de numeración decimal permitió idear estrategias que permiten identificar clases particulares de números, esto asociado a los criterios de divisibilidad.

Con estas conclusiones se da por finalizada esta etapa de intervención en aula, dejando un sentimiento de felicidad, por la gran experiencia de haber compartido este tiempo con los estudiantes, en donde más que una relación de docente-alumno se creó un vínculo de amistad.

## 5. CONCLUSIONES

### *5.1 Reflexiones sobre el proceso de la práctica pedagógica*

En la ejecución del proyecto de aula con los estudiantes de grado once de la Institución Educativa Comercial Del Norte, se identificó que no reconocían las características ni la potencialidad de nuestro sistema de numeración decimal, dándole sentido al planteamiento de esta propuesta pedagógica.

Los estudiantes, utilizan diariamente este sistema en diferentes situaciones, sin contemplar cuales son las principales propiedades que lo hacen tan ventajoso frente a otros sistemas. Esto fue corroborado, cuando se indagó sobre que tanto conocían de este sistema, sin tener una respuesta contundente por parte de los alumnos.

Con esta experiencia de aula se notó una descontextualización profunda entre los conceptos y su historia; no reconocían que las matemáticas son un constructo humano, y gracias a ese legado histórico se tiene lo que consideramos actualmente como matemática moderna. Sin embargo, al incorporar aspectos históricos que dieran cuenta del desarrollo de nuestro sistema de numeración, brindó al estudiante una nueva perspectiva, dándoles más relevancia a los actores involucrados al desarrollo de un concepto, que en muchas ocasiones pasan desapercibidos.

La integración de la historia en el aula fue un proceso que llevo a reconocer cada una de las características del SND, al presentar otros sistemas de numeración, diferente al nuestro, como lo son el SNE y el SNB. Con el sistema de numeración egipcio, se determinó el principio que rige este sistema, el ser aditivo, referido a la agrupación de los símbolos para alcanzar la cifra deseada, sin importar el orden donde estas sean ubicadas. Así, se evidenció que el principio aditivo no estaba presente en el SND, exaltando una primera propiedad de este sistema, su posicionalidad. En el caso del sistema de numeración babilónico, se destacó que este era un sistema posicional mixto, sin embargo al no contar con un símbolo para la ausencia de unidades, presentaba cierta ambigüedad en la escritura de ciertas cifras, de esta manera se distinguió la importancia del cero en nuestro sistema.

Un aspecto a resaltar, fue el interés de los estudiantes por los nuevos algoritmos presentados, por ejemplo el algoritmo de multiplicación utilizado por los egipcios, al evidenciar su buen funcionamiento, se les notó muy sorprendidos y curiosos respecto a los



elementos intrínsecos que permitían trabajar con ellos. Sin embargo, debo resaltar que estos puntos no fueron trabajados en profundidad, esto debido en gran parte al no tener suficiente claridad en el tema, que me permitiera establecer las propiedades estructurales de estos algoritmos. No obstante, valoro el esfuerzo realizado por los estudiantes al intentar establecer cuáles eran estas características.

Al finalizar cada taller, se realizó una sesión de discusión, en donde se resolvían dudas y se confrontaba el trabajo hecho en cada grupo, de acuerdo a los talleres propuestos. En un principio se les notaba tímidos y temerosos respecto a las críticas de sus compañeros, sin embargo, la sesión transcurrió con su seguridad fue aumentando y los argumentos expuestos fueron más enriquecedores para los presentes en esta sesión.

Con este proyecto de aula, se logró poner en marcha un proyecto pedagógico que ha estado en consideración por muchos años, y que actualmente ha tomado mayor fortaleza en el ámbito educativo, el cual es incorporar la historia en el aula, evidenciando la posibilidad de hacer uso de esta herramienta en espacios escolares, valorando el pasado y sus actores, invitando al estudiante a reconocer la evolución de un conocimiento y las dificultades filosóficas antes de ser consolidado como objeto de naturaleza matemática.

Con todo lo anterior, puedo afirmar que fue una experiencia muy agradable, donde se logró poner en práctica algunos de las teorías que tanto han sido inculcadas, relacionadas con la educación matemática. Además, se reconocieron aspectos que la teoría en sí misma no da respuesta—los nervios, la ansiedad, la inseguridad, entre otros—, el cual se solventaron de manera satisfactoria, enriqueciendo más el desarrollo de mi labor como futuro docente en matemáticas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Anaconda, M. (2003). La historia de las matemáticas en la educación matemática. In: *Revista Ema*. 8 (1)
- Arbeláez, G.; Anaconda, M. & Recalde, L. (1998). *Historia del número y la magnitud*. Santiago de Cali: Universidad del Valle
- Campiglio, A. & Eugeni, V. *De los dedos a la calculadora*. Barcelona-Buenos Aires-México: Ediciones Paidós.
- Cortés, R. & Quintanilla, M. (1999). *La historia de la matemática y su incorporación en el aula. Una síntesis de algunas propuestas*. Chile: Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Lorenzo, J. (1977). *La matemática y el problema de su historia*. Madrid: Tecnos
- Maz, A. (2003): *La Historia de las Matemáticas en clase: ¿Por qué? y ¿Para qué?* Documento de trabajo. Programa de Doctorado en Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. Facultad de Educación.

# **ANEXOS**

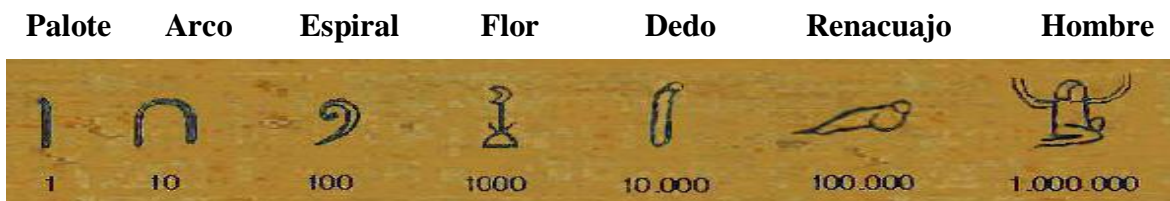
**Anexo I.**

**Primer Taller**


**La civilización Egipcia**

Esta cultura pese a las adversidades del desierto, tenían una fuente de irrigación natural, el Rio Nilo, que brindaba pequeñas franjas de tierras fértiles a sus lados, permitiendo así la agricultura, pesca, comercio, entre otras.

La necesidad de contar, de repartir hizo surgir una relación directa entre las matemáticas y la escritura., plasmando la mayoría de sus conocimientos en papiros. Pero Centremos nuestra atención en su sistema de numeración, para ellos consideremos su simbología y su relación con nuestro sistema decimal.



Para representar un número, lo hacían por agrupación de estos símbolos, ilustremos un poco esto; para representar el número 300.304 lo hacían de la siguiente forma:

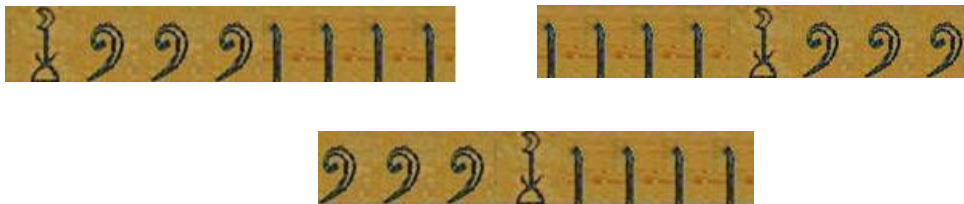
									
100.000	100.000	100.000	100	100	100	1	1	1	1
300.000			300			4			
300.304									

### Taller #1

1. Pasar las siguientes cifras en el sistema de numeración decimal al Egipcio:

- 105
- 300
- 10987
- 1574

2. Considere las siguientes cifras escritas en el sistema de numeración egipcia:

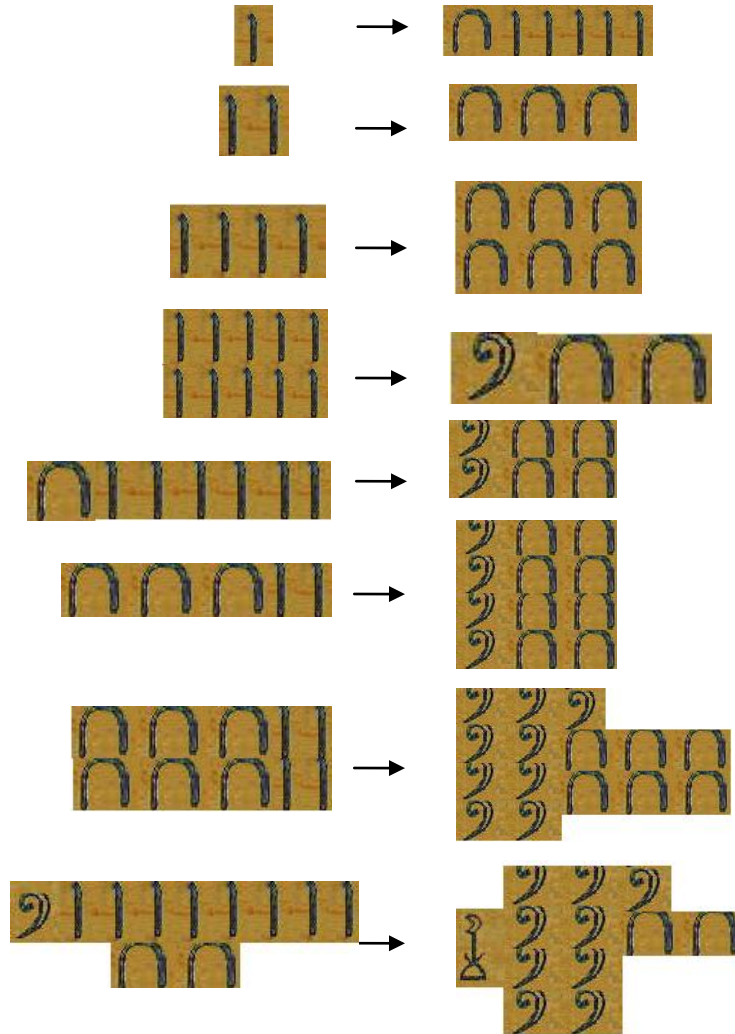


a. ¿Qué número representa cada símbolo en nuestro sistema de numeración decimal? ¿Qué puede inferir del sistema de numeración Egipcio?

3. Utilizando la simbología egipcia realice las siguientes operaciones:

- $45+30$
- $28+95$
- $1053-985$
- $10056-8564$
- $456-456$

4. Para multiplicar los egipcios lo hacían por medio de duplicaciones, describamos el método para multiplicar  $84 \times 15$ :



Si tomamos en la primera columna el 4, 16 y 64, cuya suma es 84, y en la segunda columna sus correspondientes, el 60, 240 y 960 cuya suma será producto entre 84 y 15, que es 1260.

Describamos un segundo método utilizado por los egipcios, esta vez hagámoslo con nuestro sistema de numeración, para facilitar los cálculos. Tomemos el siguiente ejemplo para explicar el método, en este caso  $13 \times 7$

13	→	7
6		14
3	→	28
1	→	56

En la primera columna tomamos solo los números impares (13, 3, 1) y sus correspondientes en la segunda (7, 28, 56). La suma de esta última será producto entre 13 y 7.

a. Utilice el primer método descrito anteriormente para resolver los siguientes productos, utilizando la simbología egipcia:

- $10 \times 13$
- $15 \times 17$
- $35 \times 14$

b. Utilice el segundo método descrito anteriormente para resolver los siguiente productos:

- $24 \times 7$
- $32 \times 5$
- $8 \times 45$

c. ¿Por qué funcionan los métodos descritos anteriormente?

5. La división se efectuaba como un proceso inverso a la multiplicación, describamos si método para dividir 108 entre 12:

1	→	12
2		24
4	→	48
8	→	96

En la columna de la derecha se busca el dividendo, en este caso 108, y los correspondientes en la izquierda tendríamos el resultado de la división deseado.

De acuerdo al procedimiento descrito anteriormente realice:

- 27 entre 3
- 168 entre 7
- 391 entre 23
- 21 entre 6

6. ¿Qué diferencias encuentra entre el sistema de numeración egipcio y el sistema de numeración decimal? , Explique su respuesta.

Anexo 2.

Taller 2

# El Sistema de Numeración Babilónico



La antigua babilonia estaba ubicada en Mesopotamia entre los ríos Tigris y Éufrates. Ellos desarrollaron una forma abstracta de escritura basada en símbolos cuneiformes. Sus símbolos fueron escritos en tablas de arcilla mojada cocidas al sol. Miles de estas tablillas han sobrevivido hasta nuestros días. Gracias a ello, se ha podido conocer, entre otras cosas, gran parte de las matemáticas babilónicas.

Su sistema numérico esta en base 60 (sexagesimal) tiene sólo dos elementos básicos; el clavo y la cuña.

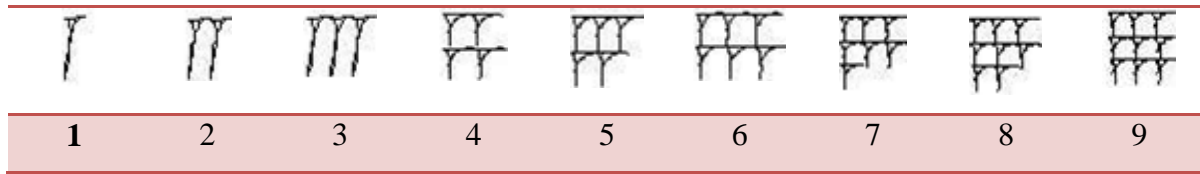


Clavo

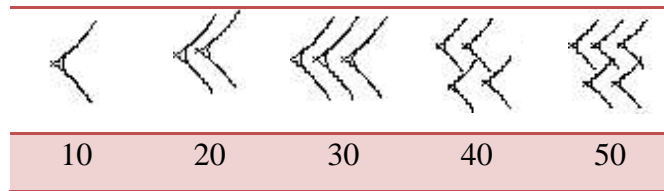
Cuña



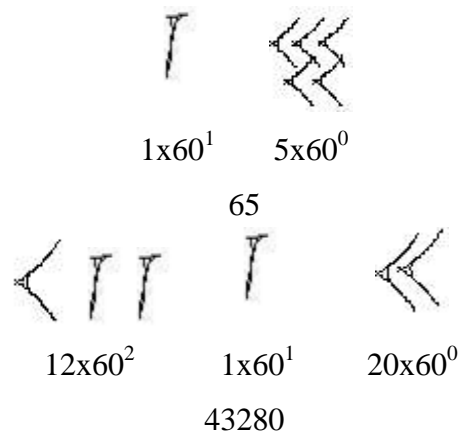
El primero de los cuales resulta claro al examinar los primeros nueve números:



Los números 10, 20, 30, 40, 50 se representan por los símbolos:



Para escribir números mayores que 59, lo hacían de la siguiente manera:



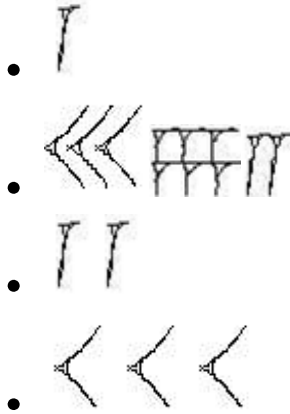
### Taller #2

1. Represente los siguientes números en el sistema de numeración babilónico:

- 45
- 107
- 1504
- 359
- 60

- 1

2. Represente del sistema de numeración babilónico al decimal las siguientes cifras:



3. Utilizando la simbología Babilónica realice las siguientes operaciones:

- $8+30$
- $60+45$
- $89-35$
- $60-60$

4. Para multiplicar los babilónicos lo hacían de la siguiente manera:

El producto de  $a$  y  $b$  es igual a la diferencia de un cuadrado de lado  $a + b$  y  $a - b$  respectivamente, luego al resultado, le sacaban la cuarta parte. Dicho resultado es  $a \times b$

- Haga una interpretación geométrica de dicho enunciado
- Expresa algebraicamente dicha fórmula
- Realice los siguientes productos con la fórmula encontrada:

- ✓  $4 \times 8$
- ✓  $10 \times 13$
- ✓  $15 \times 4$

5. Para efectuar la división los babilónicos utilizaban una tabla de recíprocos sexagesimales, por ejemplo los recíprocos del 2,5,6 y 8 eran:

$$2 \times 30' (30/60) = 1$$

$$5 \times 12' (12/60) = 1$$

$$6 \times 7' 30'' (7/60 + 30/3600) = 1$$

$$8 \times 6' 40'' (6/60 + 40/3600) = 1$$

$$10 \times 6' (6/60) = 1$$

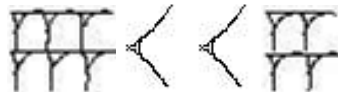
Para dividir A entre B procedían así:

- Al dividendo se multiplica por el recíproco del divisor
- El resultado obtenido se divide entre 60.

Por ejemplo para dividir 32 entre 5 procedían así:

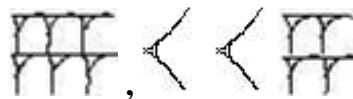
Al 32 lo multiplicamos por el recíproco del divisor, en este caso el recíproco del 5 es 12.

$$32 * 12 = 384$$



Luego el resultado obtenido es dividido por 60:

$$384/60 = 6,4$$



Note que en este último paso lo que se hizo fue correr la coma un puesto sexagesimal.

Dados los pasos efectué las siguientes divisiones, hallando los recíprocos sexagesimales en cada caso:

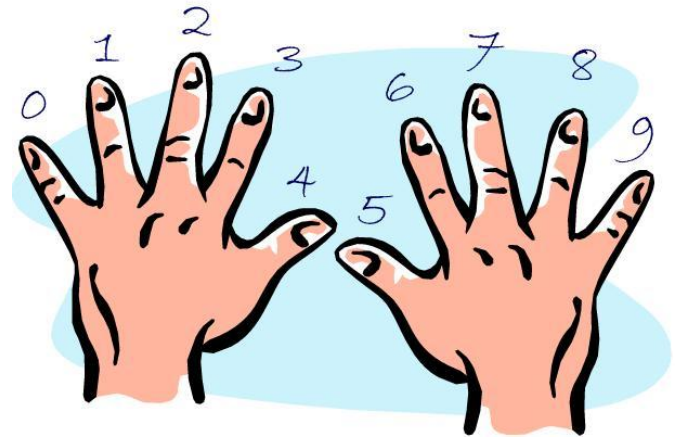
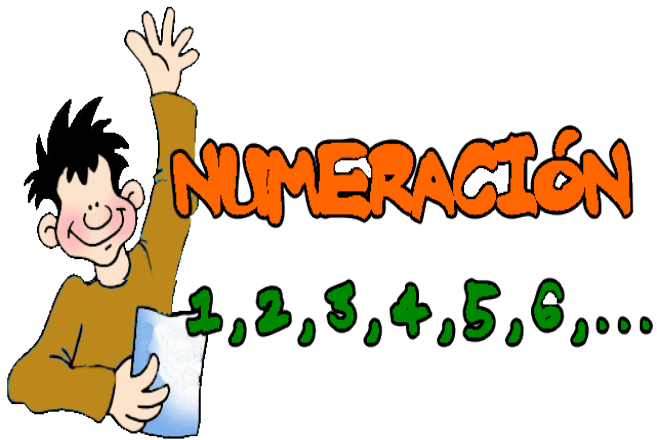
- a. 36 entre 3
- b. 50 entre 4
- c. 144 entre 12
- d. 300 entre 20

6. ¿Qué diferencias encuentra entre el sistema de numeración babilónico y el sistema de numeración decimal? , Explique su respuesta.

Anexo 3.

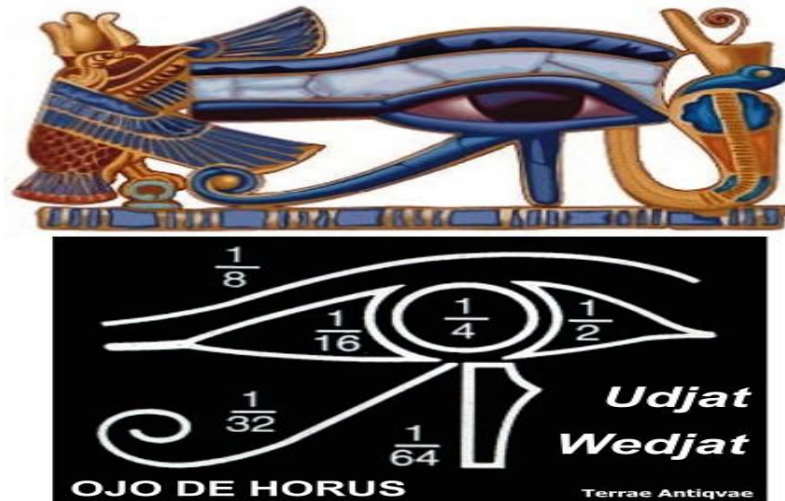
Taller 3

# EL SISTEMA DE NUMERACION DECIMAL



### 1. Fracciones Unitarias Egipcias.

Cuenta la historia que el dios Seth mató a Osiris, padre de Horus, y que éste, por vengar a su padre, años más tarde se enfrentó a Seth. En dicha batalla, el ojo de Horus fue seccionado por distintas partes, las cuales fueron asociadas a fracciones unitarias denominadas las fracciones del ojo de Horus. Así pues, la parte izquierda de la pupila equivalía a  $1=2$ , la pupila a  $1=4$ , las cejas a  $1=8$ , la parte derecha del ojo a  $1=16$ , la parte inferior vertical bajo el ojo a  $1=32$  y la parte inferior diagonal del ojo a  $1=64$ .



De acuerdo a esto, los egipcios idearon formas de sumar, restar y dividir fracciones utilizando una tabla con la descomposición de fracciones con numerador 2 y denominador un número impar entre 3 y 101, además, tenían una tabla correspondiente a las fracciones de la forma  $n/10$ :

**Tabla 2/n**

5	3,15	53	30,318,795
7	4,28	55	30,330
9	6,18	57	38,114
13	8,52,104	61	40,244,488,610
15	10,30	63	42,126

17	12,51,68	65	39,195
19	12,76,114	67	40,335,536
21	14,42	69	46,138
23	12,276	71	40,568,710
25	15,75	73	60,219,292,365
29	24,58,174,232	77	44,308
31	20,124,155	79	60,237,316,790
33	22,66	81	54,162
37	24,111,296	85	51,255
39	26,78	87	58,174
41	24,246,328	89	60,356,534,890
43	42,86,129,301	91	70,130
45	30,90	93	62,186
47	30,141,470	95	60,380,570
49	28,196	97	56,679,776
51	34,102	99	66,198
		101	101,202,303,606

**n/10**

1/10	1/10
2/10	1/5
3/10	1/5 + 1/10
4/10	1/3 + 1/15
5/10	1/2
6/10	1/2 + 1/10

7/10	2/3 + 1/30
8/10	2/3 + 1/10 + 1/30
9/10	2/3 + 1/5 + 1/30

Para representar estas fracciones, los egipcios adoptaron una nueva simbología para su correspondiente notación, por ejemplo para representar 1/3 y 1/10 lo hacían de la siguiente manera:

$$\overline{\text{III}} = \frac{1}{3} \quad \left| \quad \overline{\text{X}} = \frac{1}{10}$$

Teniendo en cuenta las tablas anteriores resuelva los siguientes problemas propuestos en el Papiro de Rhind:

1. Vamos a ver un algoritmo mediante el cual podemos representar cualquier número racional R entre 0 y 1 como fracción egipcia. Supongamos que tenemos una fracción así:

$$R = \frac{a}{b}, \text{ con } R < 1$$

El algoritmo consiste en lo siguiente:

- Encontrar la fracción unitaria más cercana a R pero menor que él.
- Calcular la resta R menos esa fracción unitaria. Si el resultado de dicha resta nos da una fracción unitaria terminamos el proceso de lo contrario aplicamos de nuevo el paso 1 utilizando la diferencia entre las dos fracciones como el nuevo R.

Ilustremos lo anterior con un ejemplo:

Sea  $R = 2/49$ , note que esta fracción es aproximadamente 0.041, entonces encontremos la fracción unitaria más cercana a 0.041 pero menor a ella. Para ellos procedamos de la siguiente manera:

1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7
0,5	0,333...	0,25	0,2	0.166...	0.142...

Si seguimos buscando la fracción indicada encontraremos que es  $1/25=0.04$ . Note que es la fracción unitaria más cercana pero menor a  $2/29$ , luego:

$$2/49 - 1/25 = 1/1225$$

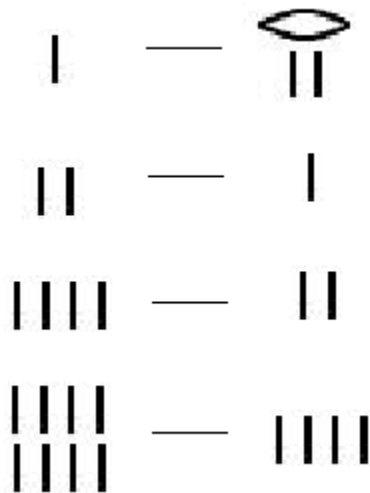
Como la resta es una fracción unitaria, hemos terminado y por consiguiente:

$$2/49 = 1/25 + 1/1225.$$

De acuerdo al procedimiento descrito anteriormente exprese en términos de fracción unitarias:

- $2/35$
- $2/11$
- $2/75$
- $19/20$

2. Los Egipcios resolvían algunos problemas utilizando estas fracciones unitarias, algunos de ellos están plasmados en el Papiro de Rhind, ilustremos como resolvían el siguiente problema: Repartir 5 barras de pan entre 10 hombres. Ellos asumían la respuesta, el cual es  $5/10=1/2$ , su trabajo consistía en comprobarla, para ello multiplicaban  $1/2$  por 10 cuyo resultado en este caso daría las 5 piezas de pan.



De acuerdo al algoritmo de multiplicación Egipcia, tomamos en la columna izquierda los números cuya suma de diez, y sus correspondientes en la columna derecha será el resultado del producto buscado; tomamos el ocho y el dos, sus correspondientes uno y cuatro, cuya suma es el producto entre  $1/2$  y 10.



Utilizando la simbología Egipcia resuelva los siguientes problemas:

- Repartir una barra de pan entre 10 hombres.
- Repartir 6 barras de pan entre 10 hombres.
- Resuelva los puntos anteriores de acuerdo a lo que conoce.
- De acuerdo a lo hecho anteriormente, ¿Qué conclusiones puede hacer al respecto?

## 2. Criterios de Divisibilidad.

Un número  $b$  es divisible por otro  $A$  cuando la división es exacta. Es decir:

$$A \text{ divide a } B \text{ si } B=nA$$

### Criterio de divisibilidad por 2

Un número es divisible por 2, si termina en cero o cifra par.

24, 238, 1024.

### Criterio de divisibilidad por 3

Un número es divisible por 3, si la suma de sus dígitos nos da múltiplo de 3.

564

$5 + 6 + 4 = 15$ , es múltiplo de 3

2040

$+ 0 + 4 + 0 = 6$ , es múltiplo de 3

### Criterio de divisibilidad por 5

Un número es divisible por 5, si termina en cero o cinco.

45, 515, 7525.

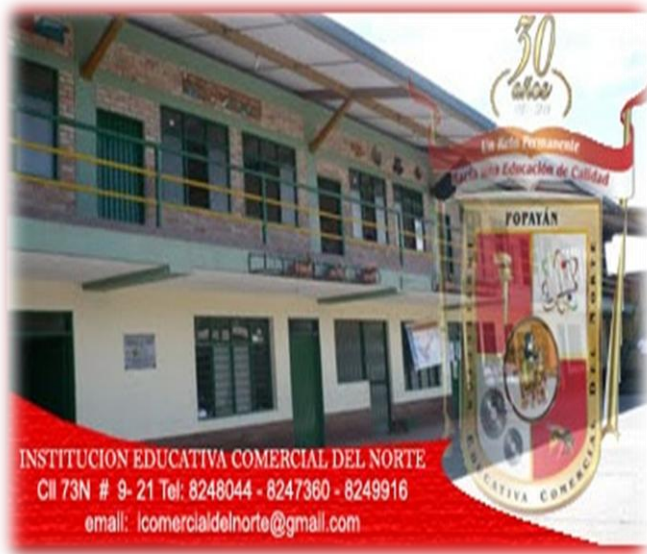
Teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad descritos anteriormente responda las siguientes preguntas:

De acuerdo a lo anterior responda:

- ¿Por qué funcionan los criterios de divisibilidad mencionados anteriormente? Justifique su respuesta.
- ¿Es posible aplicar estos criterios de divisibilidad a los sistemas de numeración Egipcio y Babilónico? ¿bajo qué condiciones funcionarían tales criterios? Justifiqué su respuesta.

**Anexo 4.**

***Institución Educativa Comercial del Norte***



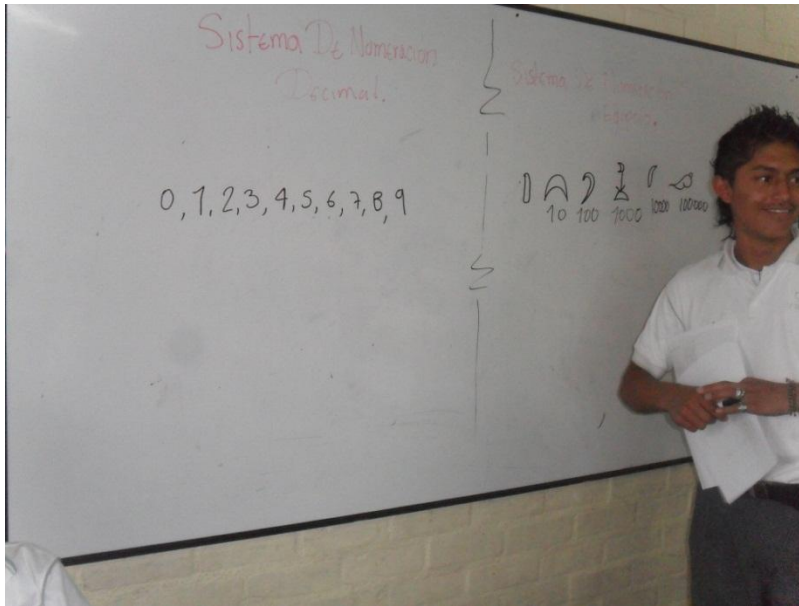
**Anexo 5.**

***Encuentro con los estudiantes de grado 11***



**Anexo 6.**

**Sesiones de discusión**



Anexo 7.

Talleres

