LA FUNCIÓN CUADRÁTICA Y SUS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN MEDIADOS POR EL SOFTWARE GEOGEBRA EN GRADO 10º DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JULUMITO

VLADIMIR FERNÁNDEZ PALECHOR

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN 2013

LA FUNCIÓN CUADRÁTICA Y SUS REGISTROS DE REPRESENTACIÓN MEDIADOS POR EL SOFTWARE GEOGEBRA EN GRADO 10º DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA JULUMITO

VLADIMIR FERNÁNDEZ PALECHOR

ASESOR: ORLANDO RODRÍGUEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN 2013

NOTA DE ACEPTACIÓN

El presente trabajo de

Grado fue aprobado

Por el asesor y

Respectivo evaluador

____

Vo. Bo. Yeny Leonor Rosero

Coordinadora Licenciatura en Matemáticas

____

Vo. Bo. Orlando Rodríguez

Asesor

____

Vo. Bo. Evaluador(a)

Evaluador(a)

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN

La Universidad del Cauca mediante el desarrollo de la Práctica Pedagógica del Programa de Licenciatura en Matemáticas, pretende acercar al estudiante a la realidad profesional y educativa del sistema colombiano, permitiendo realizar un ejercicio de docencia con el propósito de explorar y analizar problemas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, desde una perspectiva crítica y reflexiva[1].

Este documento tiene por fin, abordar el problema de enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática, para esto se realizaron actividades que permiten analizar las dificultades de conversión de las distintas representaciones semióticas de la función cuadrática en los estudiantes de grado décimo de la INSTITUCION EDUCATIVA JULUMITO.

Se ha seleccionado la función cuadrática por varias razones, entre las cuales tenemos: la aplicación en la resolución de distintos problemas de las matemáticas, por hacer parte del currículo de los distintos niveles de educación, porque existen y seguirán existiendo problemas de enseñanza y aprendizaje de este concepto. También por su aplicación en la física, ya que dichas funciones son útiles para describir movimientos con aceleración constante, trayectoria de proyectiles, etc.

[1] Tomado del reglamento de la Práctica Pedagógica del programa de Licenciatura en Matemáticas.

Para el proceso de enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática se optó por utilizar el software GeoGebra como herramienta de trabajo, pues es un medio tecnológico que permite dinamizar el proceso educativo y así potenciar el aprendizaje de los estudiantes por muchas razones, entre ellas: brinda la posibilidad de manipular dinámicamente los objetos matemáticos, aligera y supera la capacidad del cálculo de la mente humana.

En esta medida el recurso computacional, constituye un instrumento de apoyo de gran capacidad para el estudio de funciones, por la rapidez de respuesta a los cambios que se introduzcan en las variables[2], además brinda la posibilidad para que el estudiante pueda elaborar conjeturas. Así que se diseñaron actividades para desarrollar mediante el programa GeoGebra, con el propósito de estudiar falencias cognitivas de los estudiantes al pasar de una representación semiótica a otra.

A continuación se hace la presentación del contenido de este documento, el cual consta de cinco capítulos: En el primer capítulo se encuentra el planteamiento del problema, que constituye en el énfasis de la función cuadrática en un ambiente computacional, posteriormente se presenta la justificación del estudio de la función cuadrática y finalmente se plantean los objetivos propuestos. En el segundo capítulo, se describe el contexto del lugar donde se realizó la tercera fase de la Práctica Pedagogía, denominada fase de intervención. En el que se hace referencia sobre la Institución Educativa JULUMITO (lugar donde se realizó la Práctica Pedagógica Investigativa), además se describen algunas características sociales y culturales de los estudiantes de dicha institución.

En el tercer capítulo se hace la presentación de los referentes teóricos que sustentan el trabajo de la práctica pedagógica investigativa. De esta manera se documenta las teorías que se tomaron en cuenta para la realización de las actividades de exploración,

---

[2] COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. *Lineamientos Curriculares.* Bogotá: MEN,1998,p.34

enfocadas en el estudio de la función cuadrática, es decir en las representaciones semióticas de los conceptos matemáticos, además se hace énfasis en la tecnología como mediación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Finalmente se presenta la descripción metodológica utilizada en el desarrollo del trabajo.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados que constan del análisis del diagnóstico y el análisis de las actividades realizadas. En el capítulo final se presentan las conclusiones obtenidas a partir del estudio de los resultados registrados en el proceso de la investigación, además se darán algunas recomendaciones para futuras investigaciones y por último se presenta la bibliografía de la documentación de referencias.

Finalmente se agregan a este documento los anexos conformados por la imagen de las instalaciones del plantel educativo y los estudiantes, la prueba de diagnóstico, la guía de las diferentes actividades realizadas en el estudio de la función cuadrática y evidencias mediante imágenes del trabajo registrado por los grupos de trabajo.

CAPÍTULO I: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. La función cuadrática en un ambiente computacional

En el sistema educativo la enseñanza de las matemáticas mediante métodos tradicionales conlleva a memorizar el lenguaje, reglas, fórmulas y procedimientos sin tener en cuenta el significado de los objetos matemáticos. De esta manera se ha convertido esta disciplina en aplicación de algoritmos de forma mecánica y sucesiva, sin prestar atención a la compresión de los distintos procesos que se deben desarrollar en el estudio de los conceptos matemáticos.

Estos métodos ocasionan un impedimento para que los estudiantes se involucren de forma activa en la actividad didáctica que se desarrolla en el aula de clases, convirtiéndoles en receptores pasivos y el docente como expositor que imparte conocimientos. Según investigaciones (HERNANDEZ SANTOS, 2008), uno de los métodos tradicionales para orientar la función cuadrática se da de la siguiente manera:

- Presentar una definición
- Elaborar a lápiz y papel alguna gráfica
- Realizar operaciones algebraicas
- Proponer ejercicios de aplicación

Estos modelos de enseñanza de las matemáticas permiten evidenciar que la conversión entre las distintas representaciones de un objeto matemático, se desarrollan en un solo sentido, comúnmente se pasa de la representación algebraica a la tabular y posteriormente a su representación gráfica empleando como medios didácticos el lápiz, papel y tablero.

De esta manera se constata que el paso de un registro semiótico a otro, pasa a un segundo plano, sin darse cuenta el docente de que un estudiante necesita desarrollar capacidades cognitivas que permitan la movilización y coordinación de las distintas representaciones semióticas de los contenidos matemáticos, como afirma (DUVAL, 1999). "*se ha probado que cambiar la forma de una representación es, para muchos alumnos de los diferentes niveles de enseñanza, una operación difícil e incluso en ocasiones imposible. Todo sucede como si para la gran mayoría de alumnos la comprensión que logran de un contenido quedara limitada a la forma de representación utilizada*".

Así que mediante recursos didácticos computacionales se pretende lograr que los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa JULUMITO identifiquen unidades significativas tanto en el registro semiótico de partida como en el registro semiótico de llegada y así poder establecer una coordinación entre estos. Pues el software educativo es una herramienta que permite facilidad en la conversión de una representación a otra, por la rapidez y exactitud con la que se realizan los distintos cómputos, permitiendo así manipular y visualizar gráficas que sin estos medios es un proceso arduo y conlleva mucho tiempo su realización[3].

Por lo tanto nuestro estudio está centrado en analizar las dificultades que presentan los estudiantes del grado Décimo de la Institución Educativa JULUMITO al trabajar con los distintos registros de representación semiótica de la función cuadrática. Por consiguiente se plantea la *pregunta:*
¿Qué tipo de representaciones semióticas de la función cuadrática, conocen los estudiantes de grado 10º de la institución educativa JULUMITO?

---

[3] COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. *Lineamientos Curriculares.* Bogotá: MEN,1998,p.34

1.2. JUSTIFICACIÓN

Estudiar la función cuadrática es de gran interés por muchas razones entre ellas: su aplicación en diferentes ramas de las matemáticas, es el caso de la geometría para resolver problemas de construcción de cercas de tal manera que abarquen un área máxima, además para construir cajas de laminas rectangulares, a veces se usan para modelar situaciones o relaciones en los negocios (maximizar las ganancias), en la ciencia y en la medicina (RIVERA P, 2009). A continuación veamos un ejemplo de área máxima.

Ejemplo: se quiere construir una verja para cubrir un terreno rectangular que se encuentra al costado de una casa. Se cuenta con un rollo de 1000 m de tela metálica.
¿Cuál es el área máxima que podemos cerrar?

Solución:

Sean x y y los lados del rectángulo, luego el área del rectángulo es $A = xy$ (1) y su perímetro es $P = 2x + 2y$ (2). Ahora como $P = 1000$ m, entonces de (2) se tiene: $1000 = 2x + 2y$, simplificando obtenemos la ecuación $500 = x + y$, donde finalmente $y = 500 - x$ (3). A continuación Reemplazamos y en (1), es decir $A = x(500 - x)$, de donde $A = 500x - x^2$.

Por otro lado si vemos el área A como funcion en la variable x, se puede notar que es una parábola cóncava hacia abajo y por lo tanto tiene un máximo que se halla a continuación: $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{500}{2(-1)} = 250$. Reemplazando $x = 250$ en (3) hallamos $y = 250$. En consecuencia el área máxima que se puede cerrar con las condiciones del problema es $A = (250)(250) = 62.500$.

También en la física es indispensable para la modelación y análisis de fenómenos físicos entre los cuales están, la caída libre de un cuerpo que se lanza o se deja caer desde lo alto de una torre, el movimiento de un objeto que se lanza verticalmente hacia arriba, el movimiento de un balón que ha recibido un puntapié de un futbolista, etc. (BERRIO, 1996).

De esta manera la importancia para que el estudiante se familiarice y se apropie del concepto de función cuadrática, así le permita su aplicación en las distintas disciplinas del conocimiento donde se requiera. Para esto, existen medios tecnológicos que brindan una oportunidad para crear nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, con el propósito de formar mentes creativas capaces de resolver distintos problemas en los diversos campos de estudio.

El uso de medios computacionales en la enseñanza de las matemáticas, según (ALFONZO SALGADO, 2012) contribuye a facilitar el proceso de aprendizaje, pues brinda al estudiante nuevas posibilidades de realizar y explorar gráficas con mayor rapidez y precisión, permitiendo de esta manera conjeturar y generalizar contenidos matemáticos; específicamente el comportamiento de la función cuadrática que es el objeto de estudio. De este modo se brinda la posibilidad de formar personas críticas, con mayor intuición para valorar los conceptos matemáticos y sus respectivas aplicaciones.

Justificar el por qué y para qué de este trabajo, nos induce a indagar la metodología de la enseñanza tradicional, en el cual él profesor actúa como transmisor de conocimientos y los estudiantes como simple receptores de la información, donde se memorizan reglas, se construyen tablas y se hacen algunas gráficas. Por consiguiente es necesario implementar una metodología distinta en la enseñanza matemática, fundamentada mediante herramientas que dinamicen el quehacer matemático en las aulas de clase, como la utilización de un software que permita la interacción dinámica entre el profesor, el estudiante y el objeto matemático.

Según investigaciones el software matemático, como se ha comentado anteriormente brinda posibilidades de realizar una clase motivante, donde el estudiante puede **interactuar, descubrir y producir conocimiento, dejando de lado al educando repetidor** de contenidos carentes de significado. De esta manera se permite que el estudiante tenga una formación satisfactoria que le brinde la capacidad de reconocer los objetos matemáticos, analizarlos, explicarlos, interpretarlos y expresarlos en sus diferentes representaciones.

1.3 OBJETIVO GENERAL

- Analizar qué representaciones semióticas de la función cuadrática conocen los estudiantes de grado 10º de la Institución Educativa JULUMITO.

1.3.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Realizar un diagnóstico de los sistemas de representación semiótica de la función cuadrática.
- Desarrollar al menos diez actividades basadas en la conversión de los distintos registros de representación de la función cuadrática, apoyados con el software GeoGebra.
- Implementar el software GeoGebra como mediador del conocimiento para el estudio de las cuatro formas de representación semiótica de la función cuadrática.

CAPITULO II: CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA

El contexto del desarrollo de la Práctica Pedagógica investigativa tuvo lugar en La Institución Educativa Julumito (Anexo 1), ubicada en el corregimiento de Julumito, localizado al occidente de la ciudad de Popayán a 8 km sobre la cuenca del rio Cauca, con un área de 1152,17 ha. Julumito esta caracterizado por un sector indígena y uno campesino. Su economía está basada en la ganadería y la producción agrícola, la cual sustentan la supervivencia de dichos habitantes.

Además se destacan a continuación algunos aspectos propios del lugar entre ellos encontramos:

- ✓ **Localización y límites**

El corregimiento de Julumito limita al norte con los corregimientos de San Rafael y Santa Rosa, al oriente con el corregimiento de San Bernardino, al occidente con el corregimiento de la Meseta y al sur con los corregimientos de El Charco y Cajete, de por medio el rio Cauca.

- ✓ **Núcleos poblados que lo conforman**

La cabecera del corregimiento corresponde al aserrío Julumito, lo conforman Julumito, Julumito Alto y Los Tendidos.

- ✓ **Aspectos ambientales**

En estos aspectos encontramos por ejemplo el clima. El territorio del corregimiento de Julimito está conformado por la cuenca del rio cauca, dentro de su principal rio tenemos el rio Saté y las quebradas de la Buitrera, Filipina, La Paz, El Uvo, Garrachal o Pambazo, etc.

- ✓ **Geología y geomorfología**

Topografía y calidad agrícola del suelo

En las tres veredas solo existe bosque protector en muy pequeñas aéreas ubicadas en las riveras de las fuentes de agua. El corregimiento de Julumito tiene la siguiente distribución agrícola:

Café, caña, plátano, pasto, maíz, hortalizas, frijol, etc. Las cuales hacen de este corregimiento una región rica en productos agrícolas de fácil producción y cosecha favoreciendo con esto el sustento de sus habitantes y de algunas zonas del departamento del cauca.

- ✓ **Población y aspectos socioculturales**

La población de este corregimiento en el año 1998 era de 1547 habitantes, los cuales estaban distribuidos en 198 familias y 252 viviendas según un estudio realizado por el DANE en el año 1998.

- ✓ **Servicios sociales en la región**

El corregimiento de Julumito cuenta con el siguiente equipamiento de servicio social.

- Colegio (de grado sexto a grado once)
- Escuela primaria
- Puesto de salud
- Iglesia
- Servicios públicos (agua, energía y servicio telefónico)
- Salón comunal
- Parque infantil
- Servicios de transporte urbano

Después de los aspectos tratados anteriormente se continúa con elementos concernientes a los relacionados en el ámbito educativo de la Institución de Julumito. De esta manera se enfatiza en dicha institución educativa, la cual fue fundada en el año 1994 como COLEGIO DEPARTAMENTAL AGRICOLA DE JULUMITO debido a la necesidad de educación de los habitantes de la localidad. Esta institución cuenta con cuatro sedes que se nombran a continuación:

- Sede principal: la sede principal consta de 340 estudiantes repartidos en seis grados (sexto a once).

- Sede Julumito: esta sede consta de 227 estudiantes repartidos entre transición y de los grados primero a quinto.
- Sede la laja: consta de 28 estudiantes distribuidos en transición y los grados de primero a quinto.
- Sede los tendidos: consta de 49 estudiantes distribuidos entre transición y los grados de primero a quinto.

En total este plantel educativo consta de 30 docentes licenciados y en el nivel administrativo tres personas (rector, coordinadora y secretaria). Además cuenta con un tope de 644 estudiantes que van de grado sexto al grado once.

MODALIDAD: la modalidad de la institución educativa Julumito es académica presencial, jornada diurna mañana y tarde.

CONVENIOS: la institución educativa Julumito presenta un convenio a nivel educativo con la UNIVERSIDAD AUTONOMA DEL CAUCA y UNIVERSIDAD DEL CAUCA.

CAPITULO III: REFERENTES TEÓRICOS

3.1. Representaciones semióticas como medio de enseñanza-aprendizaje de conceptos matemáticos

Para abordar el problema de la conversión de los distintos registros de representación semiótica a través de herramientas computacionales, es conveniente fundamentar el trabajo investigativo desde la teoría cognitiva de representaciones semióticas de (DUVAL, 1999). Pues estos referentes proporcionan un marco teórico que permite comprender las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a las distintas representaciones semióticas de un contenido matemático.

A continuación se hace una descripción de los conceptos más importantes de la teoría en mención, para afrontar el desarrollo de la práctica pedagógica investigativa. De igual manera se presentan referentes teóricos sobre la implementación del software GeoGebra, para el desarrollo de las distintas actividades de enseñanza-aprendizaje de la función cuadrática.

Bajo esta perspectiva, (DUVAL, 1999) afirma que no hay conocimiento cierto que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación. Por consiguiente y desde este punto de vista, se puede establecer que actividades cognitivas como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos matemáticos se pueden lograr a través de la conversión de las distintas representaciones.

Pero es de importancia preguntarse ¿Qué es la semiología? Pues según investigaciones se precisa que la **semiología** es la ciencia que estudia los sistemas de signos: lenguas, códigos señalizaciones, etc. Según Ferdinand de Saussure citado por (GONZALES MOTHELET), la concibe como la ciencia que estudia la vida de los signos en el seno de la vida social.

Las representaciones semióticas según (DUVAL, 1999), son aquellas producciones constituidas por un conjunto de signos como: el lenguaje, la escritura algebraica, o los gráficos cartesianos, que a su vez es un medio del cual dispone un estudiante para exteriorizar las representaciones mentales, es decir para hacerlas visibles y poder comunicarlas con otros. La noción de representación semiótica admite la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva que permita la conversión de una representación de un sistema semiótico a otro, entendiendo esta operación como "cambio de forma en que un conocimiento está representado", por ejemplo trazar la curva correspondiente a una ecuación de segundo grado.

Un aspecto fundamental que trata el autor en mención, es que las representaciones semióticas no cumplen el papel simplemente de soporte para las representaciones mentales y es insatisfactorio estimar que se pasa espontáneamente de la representación al contenido representado, es como si el contenido fuera separado fácilmente de su forma semiótica y el cambio de forma seria una operación intrínsecamente secundaria, activa por si. Luego la noesis, considerada como la aprehensión conceptual de un objeto, no debe ser separada de la semiosis, concebida como la aprehensión o la producción de una representación semiótica. Pues efectivamente según el autor en referencia señala que la operación de conversión de los distintos registros de representación, no es ni trivial ni cognitivamente neutra, es decir no se puede suponer que el contenido representado es separable de la forma que lo representa, como si la noesis fuera independiente de la semiosis.

Los sistemas semióticos

Los sistemas semióticos deben cumplir tres actividades cognitivas inseparables a toda representación y se describen a continuación:

- En primer lugar, constituir una marca o un conjunto de marcas perceptibles que sean identificables como *una representación de alguna cosa* en un sistema determinado.
- En segundo lugar, transformar las representaciones de acuerdo con las únicas reglas propias al sistema, de modo que se obtengan otras representaciones que puedan constituir una ganancia de conocimiento en comparación con las representaciones iniciales.
- En tercer lugar, convertir las representaciones producidas en un sistema de representaciones en otro sistema, de tal manera que estas últimas permitan explicitar otras significaciones relativas a aquello que es representado.

Registros de representación semiótica

Según (DUVAL, 1999), "*Estos registros constituyen los grados de libertad de los que puede disponer un sujeto para objetivarse él mismo una idea aún confusa, un sentimiento latente, para explorar las informaciones o, simplemente, para comunicarlas a un interlocutor*".

Además el autor hace referencia a que en los análisis del desarrollo de los conocimientos y de los obstáculos encontrados en los aprendizajes relativos al razonamiento, a la comprensión de textos y a la adquisición de tratamientos lógicos y matemáticos, se encuentran tres fenómenos que afectan directamente estos procesos y se describen a continuación:

- El primero, es el de la **diversificación de los registros de representación semiótica**. Para dar cuenta de ello se señala la oposición clásica entre lenguaje e imagen, pues cada registro permite informaciones distintas para el aprendizaje, o también el lenguaje natural y las lenguas simbólicas se deben considerar como diversas formas de representación, pues no se pueden considerar mediante un único y mismo registro.

- El segundo, es el de la **diferenciación entre representante y representado**, o al menos, entre forma y contenido de una representación semiótica. Esta distinción está enfocada a la comprensión de lo que una representación representa, por lo tanto se puede buscar otras representaciones del objeto matemático y poderlas relacionar entre sí, con el objetivo de realizar otros niveles de tratamiento, por ejemplo no se aplica el mismo tratamiento empleado al adicionar $0.5 + 0.5$ y $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.
- El tercer y último fenómeno, es el de la **coordinación entre los diferentes registros** de representación semiótica disponibles. Este fenómeno trata de la importancia de conocer las reglas de correspondencia entre dos sistemas semióticos diferentes, aunque se afirma según el autor que no es suficiente para que puedan ser movilizados y utilizados conjuntamente. El obstáculo que se interpone entre esta situación se debe a la no congruencia entre las representaciones producidas por los diferentes sistemas.

Luego es de importancia anotar que para un estudiante una representación puede funcionar verdaderamente como una representación a medida que esta permita el acceso directo al objeto representado y estas condiciones se pueden lograr solo cuando el estudiante tiene la capacidad de disponer de al menos dos sistemas semióticos diferentes para producir una representación de un objeto matemático y que espontáneamente puede convertir de un sistema a otro las representaciones producidas, de una manera muy simple.

Tipos de representaciones

- **Representaciones semióticas:** son representaciones externas que permiten la visión de “algunas cosas” para poder significar el contenido que esta tiene.

Para (DUVAL, 1999), este tipo de representaciones permite una mirada del objeto a través de la percepción de estímulos (puntos, trazos, caracteres, sonidos...) que a su vez tienen el valor de significante.

- **Representaciones mentales:** son representaciones cognitivas que permiten mirar el objeto en ausencia total del significante perceptible. (DUVAL, 1999) afirma que se igualan con las "imágenes mentales" pero que cubren un dominio más amplio. Dado que es necesario incorporar en ellas no solo los conceptos, las nociones, las ¨ideas¨, sino también las creencias y las fantasías.
- **Representaciones computacionales:** son aquellas cuyos significantes no requieren de la mirada del objeto y permiten una transformación algorítmica de una serie de significantes en otra serie. Este sistema artificial permite interiorizar la información externa para brindarle un tratamiento según los algoritmos que estén en función.

Actividades cognitivas ligadas a la semiosis

- **La formación de una representación identificable**

Para conseguir la formación de una representación identificable, debemos llevar a cabo una selección de rasgos y de datos en el contenido por representar, es decir se deben tener en cuenta las unidades como también sus reglas de formación propias al interior de registro semiótico en la cual se produce la representación.

Pues (DUVAL, 1999), afirma que formar una representación semiótica es recurrir a la implementación de unos signos que permitan sustituir la visión de un objeto. Además la formación de estas representaciones debe respetar las reglas propias al sistema empleado, no solo por razones de comunicación sino para permitir la posibilidad de la utilización de los medios de tratamiento que se desarrollan en el sistema semiótico manejado.

- **Tratamiento de una representación semiótica**

El tratamiento de una representación semiótica hace referencia a una transformación que se lleva a cabo en el interior del registro o de un sistema. De forma más general se puede decir que el tratamiento de una representación semiótica corresponde a su expansión informacional. Además se deben tener en cuenta las reglas de expansión propias de cada registro, pues su naturaleza varía de un registro a otro. Por ejemplo, un binomio elevado al cuadrado se puede resolver mediante la regla del binomio o se puede expresar como el producto de binomios y aplicar ley distributiva siguiendo el mismo registro (algebraico).

- **Conversión de una representación semiótica**

Cuando se habla de **conversión** se hace referencia a la transformación de la representación de un objeto matemático dada en un registro, en una representación de este mismo objeto matemático en otro registro. Así la conversión es una transformación externa relativa al registro de la representación de partida.

Ahora veamos un ejemplo de esta situación, si consideramos de forma algebraica una función cuadrática, al transformarla en otro registro puede representar una parábola, en el sistema cartesiano, o también la podemos transformar en un registro de tabulación y lo que podemos notar es que así los registros de representación sean diferentes la noción de función cuadrática no se abandona.

Además (DUVAL, 1999) destaca que es importante diferenciar entre el contenido de una representación y lo que esta representa, pues sin la percepción de esta diferencia la conversión de los diferentes registros semióticos resulta imposible o incomprensible. El autor mediante resultados de sus investigaciones menciona que esto se puede notar en los estudiantes de grado 10º que no saben realizar cálculos numéricos, pero la dificultad no se presenta por el desconocimiento de no saber el tratamiento que se debe dar, si no por la actividad de conversión. Aunque los estudiantes sepan efectuar la adición de dos números en su escritura decimal o fraccionaria, a muchos alumnos ni siquiera se les ocurre cambiar de números decimales a fraccionario y por lo tanto fracasan cuando esto es necesario para el desarrollo de un cálculo.

Por lo tanto la importancia de trabajar con los distintos registros de representación de los contenidos matemáticos utilizando nuevos métodos de enseñanza-aprendizaje, pues mediante diversas observaciones en clase y según análisis de resultados y encuestas, así como experiencias de aprendizaje (DUVAL, 1999), afirma que "*la conversión de las representaciones semióticas constituye la actividad cognitiva menos espontanea y más difícil de adquirir para la gran mayoría de los alumnos*"**.**

Problemas específicos a los cambios de registros

La importancia del cambio de registros es necesaria para comprender los contenidos, como en muchas disciplinas del conocimiento especialmente en las matemáticas, donde podemos encontrar distintas combinaciones entre ellas: frases en lengua natural, fórmulas literales, expresiones en lenguaje formal, figuras geométricas o gráficos cartesianos. Pues (DUVAL, 1999), menciona que se recurre a la actividad cognitiva de conversión de las representaciones como si fuera una actividad natural o adquirida, desde los primeros grados de la enseñanza, por todos los estudiantes.

Pero haciendo énfasis en los cambios de registros, según el autor en referencia, la actividad de conversión es menos inmediata y menos simple de lo que se cree, es decir el pasaje de un sistema de representación a otro o la movilización de varios sistemas de representación en el transcurso de un mismo recorrido intelectual, para nada son evidentes o espontáneos para la mayoría de los estudiantes. Esta dificultad se presenta por la no congruencia entre las distintas representaciones de un mismo objeto.

Ocurre lo contrario cuando los registros de representación tanto el de partida como el de llegada son congruentes, en este caso el pasaje de una representación a otra se hace de manera espontánea y esta congruencia se refiere a:

- Correspondencia semántica entre las unidades significantes que la constituyen.
- Igual orden posible de estas unidades en las dos representaciones.
- Y convertir una unidad significante en la representación de partida en una sola unidad significante en la representación de llegada.

Ahora veamos un ejemplo de congruencia: dada la función $f(x) = x$, como nos podemos dar cuenta es una función lineal, cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta que forma la bisectriz del tercer y primer cuadrante, es decir es monótona creciente. Luego si se pregunta a un grupo de estudiantes sobre su monotonía, la gran mayoría responde que se trata de una función creciente, puesto que hay una congruencia entre la representación gráfica de la función y la percepción de la noción de crecimiento asociada a con el hecho de que la gráfica sube. El éxito de las respuestas se debe a que la ayuda visual de la función dibujada brinda la información correcta de la naturaleza del contenido matemático.

Todo lo contrario ocurre con el fenómeno de no congruencia, pues la conversión en este caso puede resultar muy difícil y no accesible para muchos estudiantes, por ejemplo: si tomamos la función $f(x) = x^2$ cuya representación gráfica, es una parábola centrada en el origen, además es simétrica con respecto al eje y positivo y se pide dibujar la parábola que representa la función $f(x) = (x + 1)^2$, muchos estudiantes fracasan debido a que se trata de una parábola que está trasladada a la izquierda de la dada anteriormente, además la nueva función tiene un vértice de coordenadas $(-1,0)$. Pero como el estudiante ve el signo más de la expresión entonces dibuja la parábola a la derecha de la dada.

Pues según (DUVAL, 1999), la aprehensión de las representaciones semióticas requiere de la discriminación de unidades significativas en el registro donde se produce la representación. Esta discriminación de unidades significantes de una representación se logran por medio de la observación de las variaciones que se producen tanto en el registro de partida como en el de llegada.

Después de estudiar los conceptos teóricos referentes a las representaciones semióticas, se hace énfasis en la computación como medio didáctico para desarrollar nuestra practica investigativa, luego es importante incorporar referentes conceptuales que permitan sustentar la implementación del software educativo GeoGebra para el desarrollo de las distintas actividades relacionadas con la enseñanza-aprendizaje del concepto de la función cuadrática.

Pues con la incorporación de medios tecnológicos según investigaciones se considera que el uso de la computadora brinda una gran facilidad para manipular objetos como las representaciones gráficas de la función cuadrática, y en esta medida se puede descubrir patrones, conjeturar y establecer conexiones. Según (DUVAL, 1999), los estudiantes no presentan mayor dificultad al pasar del registro algebraico de una función cuadrática al registro gráfico correspondiente, pero la inversa si es de gran dificultad. Pues en el primer caso hay reglas establecidas tanto el registro de partida como en el de llegada y los estudiantes fácilmente asocian una dupla de números con un punto del plano marcado, pero para la conversión inversa sólo se puede hacer con cálculos muy pesados para los estudiantes y en el proceso fracasan.

Es por esta razón que se implementa este medio didáctico, ya que mediante la manipulación de la función cuadrática en un ambiente computacional, el estudiante podrá asociar sus parámetros con la forma de su representación gráfica y además permite fácilmente visualizar la posición de la figura con sus ejes. La ventaja que se presenta en esta medida, es que se deja al estudiante por si mismo experimentar, para descubrir patrones de referencia y construir significados, por la rapidez y exactitud con que se realizan los cálculos y las representaciones gráficas correspondientes. Por ejemplo, al hacer rotar una representación gráfica los parámetros de la función cuadrática en su expresión algebraica van a variar de acuerdo a la posición final, (GUTIERREZ A, 2012).

Además si estamos interesados en el estudio de la significación y la comprensión de la función cuadrática, tenemos que enfocarnos en la conversión de de los distintos registros, pues un registro brinda información que en otro no es posible percibir, por ejemplo la representación algebraica nos permite encontrar un cierto valor puntual que la gráfica no muestra. Análogo a esto según investigaciones realizadas se enfatiza en que a través de la conversión de las distintas representaciones es que se obtiene un aprendizaje significativo, (RIVERA P, 2009).

Un aprendizaje significativo está referido a dar significado a aquello que puede tener sentido. Es una construcción de conocimiento donde unas piezas encajan con otras en un tono coherente, además la secuencia didáctica debe enfatizarse en conexión con los conocimientos previos del estudiante, también se debe presentar los contenidos de forma coherente y no arbitraria construyendo de manera solida los conceptos, interconectando los unos con los otros en forma de red de conocimientos, (BALLESTER, 2002).

De esta manera, las representaciones semióticas brindan la posibilidad de desarrollar un aprendizaje significativo en los estudiantes de las instituciones educativas, como afirma (DUVAL, 1999), "*no hay otro medio de acceso a los objetos matemáticos que las representaciones semióticas, e incluso si son rudimentarias como las primeras actividades numéricas, cuyos trazos nos vienen desde las culturas más antiguas*".

A continuación se hace una breve descripción sobre las herramientas tecnológicas en la enseñanza de las matemáticas y el software que se utilizó.

3.2. La tecnología en la educación matemática

La implementación de medios tecnológicos, permite una nueva mirada en la estructura curricular, pues es una herramienta dinámica en la enseñanza-aprendizaje de de las matemáticas, que promueve la construcción significativa de los conocimientos, que a lápiz y papel se dificultan. De esta forma se busca que las clases tradicionales pasen a un segundo plano y se promuevan actividades motivantes para los estudiantes, que brinden las siguientes posibilidades:

- Participación activa por parte del estudiante.
- Interacción frecuente entre el profesor, el objeto matemático a conocer y el estudiante.
- Participación en grupo.
- Dinamizar las representaciones gráficas de los contenidos.

Pues el computador y la calculadora aligeran y superan la capacidad de cálculo de la mente humana, esto conlleva a la comprensión de los procesos y no su mecanización. Las calculadoras gráficas permiten realizar estudios de mayor complejidad como en el caso de las funciones, por la rapidez de respuesta a los cambios que se introduzcan en las variables[4].

De igual manera Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional hacen referencia a que "*el uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el algebra*". Además se menciona que las nuevas tecnologías amplían el campo de la indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar.

[4] COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. *Lineamientos Curriculares.* Bogotá: MEN,1998,p.34

Según (MORENO ARMELLA, 2002), menciona que toda actividad cognitiva debe estar mediada por instrumentos (materiales o simbólicos). En el estudio de las funciones polinómicas, el computador brinda la posibilidad de evidenciar todas las características esenciales de la función entre ellas, cuando es creciente o decreciente, puntos máximos, interceptos con los ejes coordenados, entre otros.

Luego el autor en mención sostiene que para ir de un conocimiento fragmentado a un conocimiento holístico se necesita evidenciar todas las características esenciales de la función como se refirió anteriormente. En el caso de la función cuadrática, para construir visualmente la gráfica respectiva, se necesita conocer un punto (único) máximo o mínimo, y las intersecciones con el eje x (las raíces del polinomio).

Veamos a continuación algunos referentes teóricos sobre el software utilizado en la investigación, como herramienta didáctica en la enseñanza de la función cuadrática.

3.2.1 GeoGebra

Con base al documento de (HOHENWARTER, 2009), se hace una breve descripción del software en mención.

¿Qué es GeoGebra?

- GeoGebra es un conjunto unificado y fácil de usar que conforma un potente programa de Matemática Dinámica. Más específicamente esta herramienta permite realizar construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, etc.
- Un utilitario para enseñar y aprender en todos los niveles educativos. Es decir es un software libre para la educación en colegios y universidades.
- Un encuadre versátil en que se conjugan geometría interactiva, álgebra, el Cálculo propio del análisis y de las estadísticas y sus registros gráficos, de Organización en tablas y de formulación simbólica. Es decir GeoGebra

permite el trazado dinámico de construcciones geométricas de todo tipo como la representación gráfica, tratamiento algebraico y el cálculo de funciones de variable real, sus derivadas e integrales.

Lo Primero a Destacar:

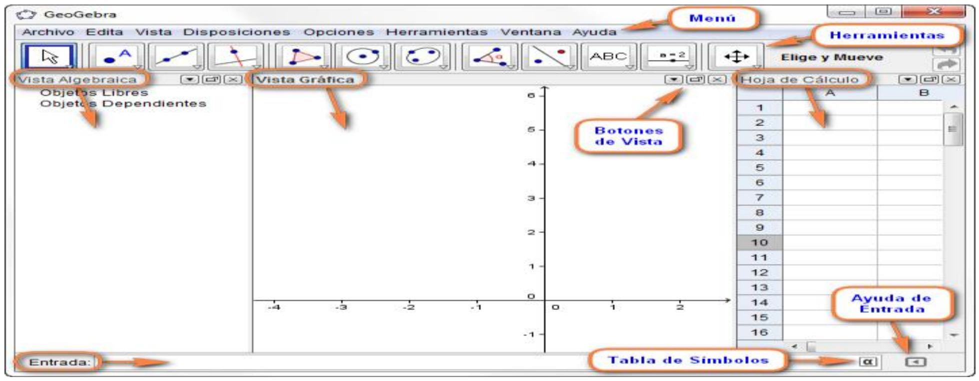
- GeoGebra le facilita a los estudiantes la creación de construcciones matemáticas y modelos para las exploraciones interactivas y los sucesivos cambios de parámetros. Pues muy fácilmente mediante las herramientas de construcción del software, el estudiante puede desarrollar sus propias representaciones geométricas o mediante la ventana de entrada de datos se pueden ingresar distintas funciones matemáticas para obtener su representación gráfica, que pueden ser manipuladas dinámicamente con la ayuda del mouse y así observar distintos comportamientos.

Vistas Múltiples de los Objetos Matemáticos

GeoGebra ofrece tres perspectivas diferentes de cada objeto matemático: Vista Gráfica, vista numérica, Vista Algebraica y además, una Vista de Hoja de Cálculo. Esta multiplicidad permite apreciar los objetos matemáticos en tres representaciones diferentes:

Gráfica (como en el caso de puntos, gráficos de funciones), algebraica (como coordenadas de puntos, ecuaciones), y en celdas de una hoja de cálculo. Cada representación del mismo objeto se vincula dinámicamente a las demás en una adaptación automática y recíproca que asimila los cambios producidos en cualquiera de ellas, más allá de cuál fuera la que lo creara originalmente.

Imagen de la ventana principal de GEOGEBRA.



Vista Gráfica

Con el ratón o mouse, empleando las herramientas de construcción disponibles en la Barra de Herramientas, pueden realizarse construcciones geométricas en la Vista Gráfica. Todo objeto creado en la Vista Gráfica, tiene también su correspondiente representación en la Vista Algebraica.

Además, tras activar la herramienta que Elige y Mueve se pueden desplazar objetos en la Vista Gráfica, arrastrándolos con el ratón o mouse. Simultáneamente, las representaciones algebraicas se actualizan dinámicamente en la Vista Algebraica.

Vista Algebraica

Desde la Barra de Entrada de GeoGebra pueden ingresarse directamente expresiones algebraicas. Después de pulsar la tecla ¨Enter¨, lo ingresado aparece en la Vista Algebraica y automáticamente, su representación gráfica en la Vista correspondiente. Por ejemplo, al ingresar $f(x) = x^2$ aparece la función cuadrática en su representación algebraica en la Vista Algebraica y el gráfico de la parábola en la Vista Gráfica.

También en la vista Algebraica, se distinguen los objetos matemáticos libres de los dependientes. Es libre todo nuevo objeto creado sin emplear ninguno de los ya existentes y viceversa, será dependiente, el que derivara de alguno previo.

Vista de la Hoja de Cálculo

Cada celda de la Vista de Hoja de Cálculo de GeoGebra tiene una denominación específica que permite dirigirse a cada una. Por ejemplo, la celda en la fila 1 de la columna A se llama A1.

Además el nombre de una celda puede usarse en expresiones y comandos para referir a su contenido. En las celdas de una hoja de cálculo, pueden ingresarse tanto números como cualquier otro tipo de objeto matemático tratado por GeoGebra (sean coordenadas de puntos, funciones, comandos). También aparece de inmediato, en la Vista Gráfica, la representación del objeto ingresado en la celda, cuyo nombre coincide con el de la celda de la hoja de cálculo a partir de la cual fue creado (por ejemplo: A5, C1, D3, etc.).

A continuación, se hará la presentación formal del tema: la función cuadrática, con base en el autor (BERRIO, 1996).

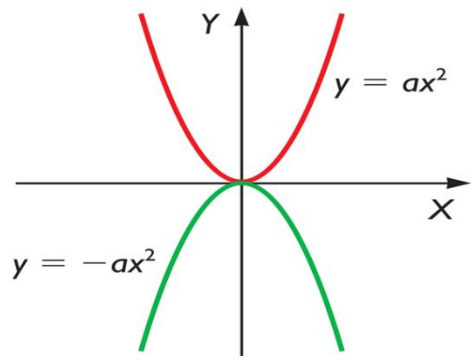
3.3. Función cuadrática

Una función cuadrática es una expresión de la siguiente forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$. En la expresión anterior:

- ax^2: Es el término cuadrático.
- bx: Es el término lineal.
- Y c: Es el término independiente

Otra manera de expresar la función cuadráticas es la que se conoce como forma canoníca de la función cuadrática: $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

Imagen de la parábola:



La representación gráfica en el plano cartesiano de la función cuadrática es una parábola con las siguientes características:

- Si el valor del parámetro a es mayor que cero, esta es cóncava hacia arriba y tiene un mínimo. Si a es menor que cero es cóncava hacia abajo y admite un máximo.
- Tiene un vértice que es el punto asociado con la curva donde alcanza su punto máximo o mínimo con coordenadas (h, k) que se obtiene de llevar la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$ a la forma $f(x) = a(x-h)^2 + k$. También se puede hallar de la siguiente manera: $V = (x, y)$, donde $x = \frac{-b}{2a}$ y $y = f(x)$.
- El intercepto en el eje y es el punto $(0, c)$, donde el parámetro c, es el término independiente de la expresión algebraica. Sus interceptos con el eje x, son los que están asociados con la solución de la ecuación que resulta de asignar a y el valor de cero, si la función tiene dos raíces reales distintas, la gráfica corta al eje x en dos puntos distintos, si tiene dos raíces reales iguales cortara el eje de las abscisas en un punto, si las raíces son complejas la parábola no corta al eje x en ningún punto.

- Tiene un eje de simetría que es la recta paralela al eje y, y tiene por ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Además de la de la forma canónica $f(x) = a(x-h)^2 + k$, de la función cuadrática tenemos:

- Si k es mayor que cero la parábola se desplaza sobre el eje y, hacia las y positivas (hacia arriba). Si k es menor que cero la parábola se desplaza sobre el eje y en sentido negativo (hacia abajo).
- El valor de a indica la amplitud y el sentido de las ramas de la parábola. El valor de h indica el desplazamiento horizontal (izquierda-derecha) de la parábola y el valor de k indica el desplazamiento vertical (arriba-abajo) de la parábola.

Métodos de solución

Para hallar los interceptos o raíces de la función cuadrática, se resuelve su ecuación asociada $ax^2 + bx + c = 0$ que es la resultante de hacer $y = 0$.
Hay tres formas de hallar las raíces de las ecuaciones cuadráticas:

- Factorización simple
- Completando el cuadrado
- Fórmula cuadrática

Factorización simple

La factorización simple consiste en convertir la ecuación cuadrática en producto de binomios. Luego se halla el valor de x en cada binomio.

Completando el cuadrado

En este método se realiza operaciones algebraicas a la ecuación asociada a la función cuadrática $ax^2 + bx + c = 0$, de la siguiente manera:

- Se divide por a a ambos lados de la ecuación inicial. Es decir se obtiene $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$.
- Se suma la expresión $(\frac{b}{2a})^2$ a ambos lados de la ecuación. Es decir $(x^2 + \frac{b}{a}x + (\frac{b}{2a})^2) + \frac{c}{a} = (\frac{b}{2a})^2$.
- A continuación se obtiene la expresión $(x + \frac{b}{2a})^2 = m$, donde $m = (\frac{b}{2a})^2 - \frac{c}{a}$.

Fórmula cuadrática

Este método consiste en tomar los parámetros de la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ con $a \neq 0$, y sustituirlos en la siguiente expresión: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ y hallar las dos soluciones correspondientes.

3.4. Metodología

La práctica pedagógica investigativa, se realizó desde un enfoque cualitativo, en el cual se pretende identificar y describir las dificultades que presentan los estudiantes para trabajar con las distintas representaciones semióticas de la función cuadrática, en la construcción del concepto mediado a través de una herramienta tecnológica.

Dicho trabajo se llevó a cabo del segundo semestre de 2012, con los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Julumito, conformado por un grupo de 8 estudiantes en total, que oscilan entre edades de 16 a 19 años de edad de la jornada diurna de dicha institución. Se trabajó con este grupo de estudiantes debido a la necesidad de nivelarse en temas perdidos en su actividad académica, entre ellos la función cuadrática, además por su interés y disponibilidad para desarrollar actividades académicas extra clases.

Los estudiantes que conformaron el grupo de trabajo se enlistan a continuación:

No	NOMBRES	APELLIDOS
1	Karol Viviana	Iles Gaviria
2	Lidy Vanesa	Rivera Chocue
3	Diana Marcela	Rivera Pisamina
4	María de los Ángeles	Rivera Pisamina
5	Gloria Milena	Chamizo Medina
6	Francy Lorena	Chantre Mariaca
7	Roxana	Macías
8	Sandra	Rivera

Tabla No 1

Por otro lado, haciendo referencia al paradigma cualitativo de la investigación es necesario precisar algunos conceptos:

3.5. Investigación cualitativa

En la investigación cualitativa se enfatiza, que el conocimiento es el resultado de la interacción entre el individuo y su entorno. Es decir es el procedimiento metodológico que utiliza palabras, textos, discursos, dibujos, gráficos e imágenes, para comprender la vida social por medio de significados y desde una perspectiva holística.

La investigación cualitativa puede entenderse como ¨*una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, registros escritos de* *todo tipo, fotografías, entre otros*¨ (GONZALES REY, 2006), de esta manera se puede enfatizar en que dicha investigación está centrada en el entendimiento e interpretación.

3.5.1 Método

En esta investigación se tuvo en cuenta el método etnográfico (MURILLO, 2010), la cual permite estudiar un grupo social, por medio de la observación y la descripción de lo que la gente hace, como se comportan y cómo interactúan entre sí, para describir sus creencias, valores, motivaciones y perspectiva. Este método ofrece una investigación útil en la identificación, análisis y soluciones de múltiples problemas en la educación.

Los estudios etnográficos permiten enfocar la investigación con base a las siguientes condiciones:

- Se aborda el objeto de estudio con miras a comprender e interpretar una realidad, que interactúa con un contexto más amplio, con la finalidad de derivar conocimiento y planteamientos teóricos más que a resolver problemas prácticos.
- Se trata de analizar e interpretar la información proveniente de un trabajo de campo, cuyos datos (información verbal y no verbal) consisten en experiencias textuales de los protagonistas del fenómeno o de la observación realizada en el ambiente natural, para comprender lo que hacen, dicen y piensan sus actores, además de cómo interpretan su mundo y lo que en el acontece.

Para la recolección de datos se emplearon las entrevistas informales, registros fotográficos, las guías utilizadas en el desarrollo de cada una de las actividades, en las que se encuentran plasmados los descubrimientos y desarrollos de procedimientos matemáticos utilizados por los estudiantes, en el acercamiento a la construcción del concepto de la función cuadrática. También se consideraron las vivencias de los estudiantes mediante un diario de campo, donde se registran las fortalezas y dificultades a que se enfrentan los alumnos a la hora de realizar las distintas actividades matemáticas.

En el desarrollo de las actividades académicas se llevó a cabo una capacitación de los estudiantes sobre el manejo del software GeoGebra que consistió en:

- Explicar las funciones de los distintos comandos de la ventana principal y los distintos tipos de vista que permite este programa (algebraica, grafica y hoja de cálculo).
- dibujar puntos, segmentos y rectas.
- Trazar rectas paralelas y perpendiculares.
- Ubicar el punto medio de segmentos.
- ubicar puntos en el plano cartesiano.
- incorporar la función de deslizador para generar cambios en las representaciones gráficas.

3.6. Proceso de ejecución

Las actividades para desarrollar en cada una de las sesiones, fueron diseñadas de una manera diferente a las que los estudiantes están acostumbrados, donde el profesor es quien orienta los conocimientos y los alumnos tienen poca participación en el desarrollo del contenido. Esto con el fin de que ellos se conviertan en participes de la construcción del conocimiento, dando así una clase dinámica e interactiva profesor-estudiante en el desarrollo de las distintas temáticas.

La planeación tiene como propósito inducir a los estudiantes en la construcción significativa de la función cuadrática, de tal manera que al finalizar dichas actividades, sean capaces de realizar conversiones entre los diferentes tipos de representación semiótica de esta función, así mismo como ejecutar un tratamiento correcto desde la lógica correspondiente al registro donde se esté trabajando.

Las actividades didácticas para el estudio del objeto matemático en mención se diseñaron bajo la perspectiva de (DUVAL, 1999), sobre la conversión de los distintos registros de representación. En total se desarrollaron la prueba diagnostico y 11 actividades sobre la función cuadrática en cinco sesiones y cada se hizo de 8 de la mañana hasta las 12 del día los días sábados, con un receso de media hora entre cada bloque de dos horas.

Las sesiones se llevaron a cabo de la siguiente manera: En la primera se ejecutó la prueba diagnostico y la capacitación sobre el software. En las sesiones segunda, tercera y cuarta se desarrollaron 3 actividades por cada una, para un total de 9 actividades; en la última, inicialmente se llevo a cabo la actividad 10 que duro 45 minutos. Luego se dio paso a la actividad 11 la cual consistía en desarrollar una prueba individual similar al diagnóstico, donde se emplearon la segunda hora del primer bloque y el segundo bloque.

A continuación se describe el propósito por el cual fue desarrollada cada actividad presentada en el proceso de estudio de la función cuadrática.

Prueba diagnóstico

Esta actividad se desarrolló con el propósito de verificar si existen problemas de aprendizaje de la función cuadrática, es decir mirar si hay dificultades en la conversión de los distintos registros de representación como la tabular, gráfica, algebraica y lenguaje común.

La prueba diagnóstico fue realizada por todos los estudiantes del grupo de trabajo.

Actividad 1

El propósito de esta actividad, es que el estudiante visualice mediante el software GeoGebra que la representación gráfica de una función cuadrática en su forma algebraica y centrada en el origen es una parábola. Cuyo proceso empieza con la conversión del registro algebraico al registro tabular y luego al gráfico.

En esta actividad se estudia la función cuadrática centrada en el origen pero en las siguientes actividades se estudian, distintas posibilidades para la ubicación del vértice y de los demás parámetros de la función.

Actividad 2 (Ver anexo 5)

Esta actividad tiene como fin analizar el comportamiento que experimenta una función cuadrática al variar el coeficiente cuadrático, con la ayuda de GeoGebra, donde su vértice está en el origen del plano cartesiano. Por lo tanto en primera instancia se trabaja realizando la gráfica de parábolas, cambiando los valores del coeficiente del término cuadrático. Luego se incorpora en el software la función de deslizador para el coeficiente cuadrático a y con la ayuda del mouse se mueve para visualizar rápidamente los cambios que se generan en la parábola, con el propósito de generalizar el comportamiento de dicha función.

Por consiguiente esta actividad está diseñada para realizar la conversión del registro algebraico al registro gráfico, y de este al lenguaje algebraico y común. La última conversión consiste en describir con sus propias palabras los fenómenos observados en el comportamiento que experimenta la gráfica de la parábola.

Actividad 3

El propósito de esta actividad es estudiar y registrar en la guía de trabajo con la ayuda del software, el comportamiento que experimenta una función cuadrática cuyo vértice se desplaza en el eje y, al incorporar y variar el termino independiente, en primer lugar con valores determinados y luego mediante la incorporación de la función de deslizador para el parámetro independiente (c).

Por consiguiente el ejercicio tiene la finalidad de pasar del registro algebraico al gráfico y de este al lenguaje común.

Actividad 4

Esta actividad tiene como fin incorporar el término lineal de la función cuadrática, para identificar y registrar las modificaciones que esto implica en la gráfica respectiva, mediante la ayuda del software. Inicialmente como en las actividades anteriores con valores determinados y luego con la incorporación de la función de deslizador para el parámetro lineal (b).

En consecuencia este diseño permite realizar el paso del registro algebraico al gráfico y de este al lenguaje común.

Actividad 5

El propósito de este ejercicio es estudiar la relación que tiene el coeficiente del término cuadrático con la concavidad y a su vez con la determinación del punto mínimo y del punto máximo con la ayuda del software. Mediante la incorporación y variación del deslizador para el parámetro a del término cuadrático.

Este diseño permite pasar del registro gráfico al lenguaje común, es decir el estudiante con sus propias palabras debe describir los cambios que se generan en la vista gráfica de la parábola.

Actividad 6

El fin de esta actividad es que el estudiante visualice e interprete y registre los cambios que se dan tanto en la representación gráfica como en su estructura algebraica mediante el uso de GeoGebra, cuando se traslada una parábola que inicialmente tiene su vértice ubicado en el origen del sistema cartesiano.

Este diseño permite pasar del registro gráfico al registro algebraico de una función cuadrática.

Actividad 7

Esta actividad tiene como propósito construir el eje de simetría y reconocer su ecuación, encontrar el vértice y distinguir sus componentes mediante el uso del programa GeoGebra, como también con lápiz y papel de la función cuadrática.
En este diseño se permite la conversión del registro algebraico al gráfico y de este al lenguaje algebraico y al lenguaje común.

Actividad 8

El propósito de esta actividad es pasar a la representación gráfica y algebraica a partir de la representación tabular de una función cuadrática, también distinguir y anotar en la hoja de trabajo su vértice, eje de simetría, su concavidad, como también identificar los parámetros del coeficiente cuadrático, lineal e independiente, sin hacer uso del computador.

En este diseño se permite trabajar la conversión del registro tabular al gráfico y al algebraico.

Actividad 9

El objetivo de esta actividad es pasar del registro gráfico al registro tabular y de este al registro algebraico de una función cuadrática cuyo vértice está ubicado en el eje y, además registrar en la guía los interceptos con los ejes coordenados, el vértice y su eje de simetría, sin hacer uso del computador.

Actividad 10

Esta actividad fue diseñada con el fin de encontrar los interceptos con el eje x de una función cuadrática mediante la utilización del software y a lápiz y papel, así permitir la visualización de cada intercepto y sus componentes respectivas. Además el desarrollo se enfoca en estudiar algunos métodos de factorización de polinomios cuadráticos sin el uso del computador, con el fin de relacionar las soluciones correspondientes con los puntos de intersección obtenidos al inicio de la actividad.

Actividad 11

Esta actividad fue diseñada de manera similar al diagnostico con el fin de comprobar los significados que fueron aprendidos por los estudiantes de forma individual de la función cuadrática, a través de las actividades mediadas por el software GeoGebra. Por consiguiente se busca que el estudiante trabaje la conversión de los distintos registros de representación semiótica aplicando los procesos realizados en las actividades de enseñanza-aprendizaje que se orientaron.

3.7. Análisis y recolección de la información

El estudio de este trabajo está enfocado en el análisis del aspecto semiótico-cognitivo, es decir el cambio de los distintos registros de representación de la función cuadrática mediado por el desarrollo de actividades didácticas con el uso del software GeoGebra. Cuyos registros analizados para tal fin se describen a continuación:

- Representación gráfica
- Representación tabular
- Representación algebraica
- Y la representación verbal

CAPITULO IV: RESULTADOS

4.1. Análisis del diagnóstico

4.1.1. Ejercicio 1

En esta actividad se propuso, realizar la conversión del registro algebraico al registro tabular de la función $f(x) = x^2 + 2x - 24$, para los siguientes valores:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Todo el grupo de los estudiantes resolvió el ejercicio, pero se cometieron errores de tratamiento en el interior del registro, evidenciados en los cálculos de potencias y en la adición con distinto signo de números enteros. Aunque una estudiante tuvo más dificultad para resolver esta actividad, quién realiza procedimientos incorrectos para hallar los valores que se piden, es decir no tiene una idea clara de lo que se debe hacer.

En esta actividad se evidencia comprensión en algunos de los estudiantes, para pasar del registro algebraico al registro tabular, esto se debe tal vez a que el docente de Matemáticas en la enseñanza de la función cuadrática realiza conversiones similares entre estos dos sistemas de representación, además los textos matemáticos también lo hacen. Pues según investigaciones realizadas por (DUVAL, 1999), este tipo de conversión es el más sencillo de efectuar, siguiendo las reglas de conversión en cada registro.

En la siguiente tabla se enlistan los aspectos observados en la actividad:

Aspecto	No de estudiantes	Porcentaje
Determinan todos los puntos correctamente.	1	12.5%
Cometen errores en el tratamiento de números enteros al interior del registro.	7	87.5%
No realizan la actividad.	0	0

A continuación se presenta la imagen de la actividad realizada por la estudiante Lidy Vanesa Rivera Chocue: (Anexo 4.1).

4.1.2. Ejercicio 2

En esta actividad se presenta a los estudiantes el registro tabular de una función cuadrática representada por los puntos de coordenadas x e y: (-3,8), (-2,3), (-1,0), (0,-1), (1,0), (2,3) y (3,8). Cuyo propósito fue ubicar los puntos correspondientes en el plano cartesiano y hallar la gráfica, uniendo los puntos de obtenidos de la representación inicial.

A continuación se enlistan algunos aspectos observados en dicha Actividad.

Aspectos	No de estudiantes	Porcentaje
Ubican todos los puntos correctamente.	3	37.5%
Obtienen una parábola como gráfica.	3	37.5%
Cometen errores al ubicar los puntos.	3	37.5%
No realizan la actividad.	2	25%

Según la tabla anterior únicamente 6 estudiantes realizaron la actividad, tres de ellos de manera correcta y tres cometieron errores al realizar la conversión entre los dos registros. Las dificultades se evidencian en el momento de asociar una dupla de números con un punto en el plano cartesiano, por ejemplo algunos estudiantes grafican el punto $(8,-3)$ en vez de $(-3,8)$, otros ubican los puntos a lo largo del eje x donde le corresponde el valor a la abscisa únicamente.

Por consiguiente tres estudiantes obtuvieron una parábola al unir los puntos graficados, los demás por la forma como graficaron los puntos obtuvieron figuras diferentes a una parábola, aunque de alguna manera intentaron pasar del registro tabular al registro gráfico. Aunque según (DUVAL, 1999), este tipo de conversión no presenta mayor dificultad para los estudiantes, ya que fácilmente asocian una dupla de números con un punto del plano marcado y viceversa.

Luego con relación a la actividad anterior se nota que hubo más aciertos, esto tal vez se debe a que el profesor siempre realiza este tipo de conversiones y en los textos de matemáticas también se hacen, basta con saber las reglas de los dos registros.

4.1.3. Ejercicio 3

En esta actividad se pedía realizar la gráfica de la función $f(x) = 6x^2 - x - 2$, en el plano cartesiano, además encontrar los interceptos con el eje x, el eje de simetría y su vértice correspondiente. Los resultados del desarrollo de la actividad se presentan a continuación:

Aspecto	No de estudiantes	porcentaje
Trazan la gráfica correctamente.	1	12.5%

Construyen una tabla de valores.	1	12.5%
Usan el método de factorización para encontrar los interceptos con el eje x.	0	0
Usan el método de completar cuadrados para encontrar los interceptos en el eje x.	0	0
Usan la fórmula general para encontrar los interceptos con el eje x.	1	12.5%
Encuentran el vértice correctamente.	0	0
no grafican ningún punto en el plano cartesiano.	7	87.5%

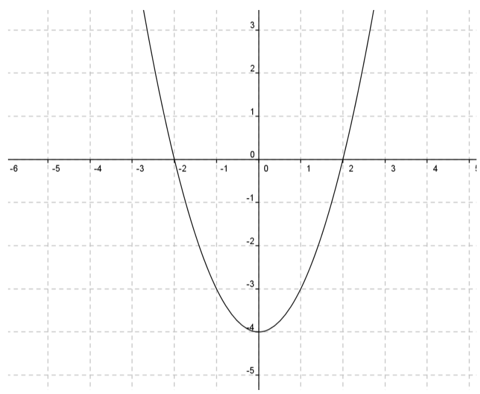
Como nos damos cuenta en la tabla anterior, una estudiante realizó correctamente la actividad, ella es Diana Marcela Rivera quien opto por pasar del registro algebraico al registro tabular y luego al gráfico. La estudiante Lidy Vanesa Rivera Chocue opto por encontrar los interceptos con el eje x, utilizando la fórmula cuadrática y en el proceso cometió errores al realizar las operaciones respectivas, pero al final no se evidencio el propósito de este trabajo. El resto de estudiantes no hizo nada en la hoja de trabajo.

(DUVAL, 1999), menciona que " *aunque puedan estar bien definidas las reglas de conversión, las dificultades y las ambigüedades no desaparecen por ello*", es el caso de esta actividad, aunque la regla que asocia a un punto del plano con una dupla de números, permite fácilmente obtener la gráfica, la dificultad radica en la ausencia de coordinación entre los registros, ya que se pudo haber efectuado el procedimiento de la actividad uno, donde se paso de la representación algebraica a la tabular y luego al registro gráfico como en la actividad dos. Además esta ausencia de coordinación entre los distintos registros según el autor genera un obstáculo para los aprendizajes conceptuales.

A continuación se presenta la evidencia del trabajo realizado por la estudiante Lidy Vanesa Rivera Chocue: (Anexo 4.2).

4.1.4. Ejercicio 4

En esta actividad se presentó la gráfica de una función cuadrática y se pidió hallar su forma algebraica, también interceptos con el eje x, el intercepto con el eje y, su vértice y el eje de simetría. A continuación se presenta la imagen de la gráfica de la actividad:



Los aspectos observados en este proceso de esta actividad se anotan a continuación:

Aspecto	Aciertos		Errores		No contesta	
	No estudiantes	%	No estudiantes	%	No estudiantes	%
Puntos de intersección con el eje x.	0	0	5	62.5%	3	37.5%
Punto de intersección con el eje y.	0	0	5	62.5%	3	37.5%
Vértice.	0	0	5	62.5%	3	37.5%
Eje de simetría.	0	0	5	62.5%	3	37.5%

Ecuación.	0	0	0	0%	8	100%

Aunque algunos estudiantes identifican correctamente: interceptos en x, intercepto en y, vértice y eje de simetría, cometieron errores en la escritura, pues se escribe la componente en x únicamente y el resto no contesta nada como se evidencia en la tabla anterior. Otro error que se cometió en la actividad fue ubicar el vértice en el origen, esta confusión se debe en gran medida a que en las clases escolares cuando se hacen representaciones gráficas de la parábola, se efectúan en repetidas ocasiones cuando su vértice está ubicado en el origen.

En el caso de hallar la ecuación, ningún estudiante intenta idear un método que conlleve a tal propósito. Pues según (DUVAL, 1999), para realizar este proceso en primer lugar solo se puede hacer por la vía de procedimientos de cálculos muy pesados para los estudiantes, y en segunda instancia este tipo de conversión es el más difícil. Según investigaciones él autor menciona que la mayoría de los estudiantes de grado décimo no logra discriminar las variables significantes de una representación gráfica, como los interceptos, su concavidad, eje de simetría, vértice y por lo tanto se fracasa.

A continuación se presenta la evidencia del trabajo de Gloria Milena Chamizo Medina: (Anexo 4.3).

4.1.5. Ejercicio 5

En esta actividad se presentó una función cuadrática mediante su representación tabular y se pedía encontrar su expresión algebraica correspondiente, la función en su forma tabular es:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	3	2	3	6	11	18

En el desarrollo de esta actividad se dieron los siguientes resultados:

Aspecto	Aciertos		Errores		No contesta	
	No estudiantes	%	No estudiantes	%	No estudiantes	%
Encuentra la ecuación.	0	0%	2	25%	6	75%

Los estudiantes que se aventuraron a encontrar la ecuación de la parábola, aunque no tenían claridad de lo que se debía hacer, partieron de la forma algebraica $f(x) = ax^2 + bx + c$, para remplazar los valores de la tabla en sus componentes respectivas y así hallar los parámetros a, b y c. La dificultad se presenta al resolver un sistema de ecuaciones, conllevando a errores y posterior fracaso; algunos errores fueron quitar los parámetros de la ecuación que se está trabajando y la explicación de lo sucedido por parte de una estudiante, es que los parámetros como no son números enteros, se toman como si su valor fuera igual a uno.

Este tipo de conversión según (DUVAL, 1999), igual que en la actividad anterior debe realizarse mediante procedimientos de cálculos muy pesados, pues las reglas de conversión de la representación algebraica a la representación tabular solo funciona en este sentido y no a la inversa. Además en el trabajo de los estudiantes se noto que no discriminan las unidades significantes del registro tabular, lo cual conllevó a realizar una serie de cálculos al remplazar los valores de x en la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, pero sin claridad en el propósito. Pues el autor en referencia afirma que cuando un estudiante no discrimina las variables visuales en este tipo de representaciones, es como si fuera ciego para realizar la conversión.

A continuación se presenta la evidencia del trabajo realizado por la estudiante Karol Viviana Iles Gaviria: (anexo 4.4).

Del análisis del diagnóstico realizado por los estudiantes se puede ver que la actividad de conversión que han estudiado y tienen presente, aunque con dificultades para seguir las reglas de conversión en el registro de llegada, es la de pasar del registro tabular al registro grafico. En el caso de pasar del registro algebraico al tabular se observó mayor dificultad en los estudiantes, pues uno del grupo únicamente culminó con éxito y los demás cometieron errores en el proceso. Según (DUVAL, 1999), este tipo de conversiones es el más fácil de efectuar aunque en los resultados no se evidencia.

En cuanto a la conversión de pasar del registro gráfico y tabular al algebraico fue el más difícil para todos los estudiantes, manifestando en su gran mayoría el desconocimiento de métodos para efectuar este tipo de transformaciones, con esto se confirma que este tipo de conversiones es el más difícil de efectuar como lo manifiesta Duval en la teoría de la semiosis.

4.2. Análisis de las actividades realizadas con los estudiantes

En esta fase se desarrollaron 10 actividades ver (Anexo 3), con el propósito de que los estudiantes construyeran significativamente los conceptos de la función cuadrática utilizando el software GeoGebra. El análisis está enfocado en la descripción e interpretación de las situaciones más relevantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la función cuadrática, considerando principalmente la conversión de los distintos registros de representación semiótica de la parábola, a partir de la teoría de (DUVAL, 1999).

Estas actividades se realizaron en grupos de dos estudiantes, conformados por:
Grupo 1: Francy Lorena Chantre Medina y Lidy Vanesa Rivera Chocue.

Grupo 2: Diana Marcela Rivera y Gloria Milena Chamizo Medina.

Grupo 3: Karol Viviana Iles Gaviria y María de los Ángeles Rivera.

Grupo 4: Roxana Macías y Sandra Rivera.

4.2.1. Actividad 1

En esta actividad se presentó la función cuadrática $f(x) = x^2$ y se pedía completar la siguiente tabla utilizando lápiz y papel para los cálculos correspondientes:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Luego mediante la ayuda del software GeoGebra, en la vista gráfica de la ventana principal se pedía graficar los puntos obtenidos, en el sistema cartesiano correspondiente, para luego unirlos y formar así una figura geométrica.

En el desarrollo de este taller se encontró dificultad en algunos estudiantes para hallar el valor correspondiente a la ordenada, debido a la falta de conocimiento para trabajar potencias con número enteros, lo cual fue necesario hacer pasar un estudiante al tablero para realizar las correcciones respectivas. Otro inconveniente se presentó al ubicar los puntos en el plano cartesiano, puesto que no se conoce de manera correcta las reglas internas del registro de llegada (registro gráfico), a continuación se presenta el resultado gráfico obtenido por el grupo número uno: (Anexo 5.1).

Como nos podemos dar cuenta aunque se obtuvo como figura geométrica una parábola, esta no corresponde a la función presentada al inicio de la actividad, las falencias se presentan cuando se grafican los puntos $(-1,2)$ y $(1,2)$ en vez de $(-1,1)$ y $(1,1)$ respectivamente, además se omite la ubicación del punto $(0,0)$. Para superar esta situación se procede a graficar los puntos ingresando sus coordenadas correspondientes en las celdas de la hoja de cálculo del software, con el propósito de identificar los errores cometidos.

A la pregunta planteada en la guía de trabajo ¿Qué gráfica obtuvo? La mayoría de los estudiantes contesto "*una parabólica*", esta respuesta está asociada a las antenas parabólicas, ya que al iniciar las actividades se presentó primero un video de aplicaciones de la función cuadrática y en este se muestra que las antenas parabólicas son una aplicación en el mundo físico de la parábola. A la pregunta ¿la gráfica obtenida es semejante a una parábola? Se respondió afirmativamente por todos los grupos de trabajo, concluyendo así que la representación gráfica de la función dada al inicio es una parábola.

A continuación en actividades de refuerzo se pedía en la guía hacer el mismo procedimiento para graficar la función $g(x) = -x^2$, sin mostrar mayor dificultad los estudiantes identificaron que en la tabla anterior al agregar el signo menos en los datos correspondientes a la componente y se obtendrían los valores para la nueva función y así poder graficar mediante el software.

De manera similar se trabajó con las funciones $h(x) = 2x^2$, y $r(x) = -2x^2$ y como en el caso anterior se concluyó que al multiplicar por dos los valores de la ordenada en la tabla de la función f y g se obtendrían los valores correspondientes a las funciones h y r para luego realizar las gráficas. Como ejercicio extra se dejó para la casa construir una tabla de valores y efectuar la gráfica de las siguientes funciones: $j(x) = 5x^2 + 2$, $i(x) = -2x^2 + 3x$, $s(x) = x^2 - 7x - 3$.

Con esta actividad los estudiantes evidenciaron que la gráfica de una función cuadrática es una parábola, además cuando se enfrenten en un ejercicio similar, tendrán la capacidad de efectuar de la misma manera este tipo de conversiones.

4.2.2. Actividad 2

Antes de iniciar esta actividad se procedió a revisar el ejercicio que se dejo para trabajar en la casa y se corrigieron algunos cálculos de potencias y adición de enteros.

Ejercicio 1

Mediante la ayuda de GeoGebra se pedía graficar las funciones $f(x) = x^2$, $u(x) = -x^2$, $g(x) = 2x^2$, $h(x) = -2x^2$, $i(x) = \frac{1}{2}x^2$, $j(x) = \frac{1}{4}x^2$, $r(x) = 10x^2$ y $t(x) = -10x^2$ ingresando la función en su forma algebraica en la ventana de entrada de datos del software. Ante un primer intento se encontró dificultad en el grupo uno y tres al graficar las funciones i y j debido a que no se sabía cómo ingresar los coeficientes $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ respectivamente, aunque habían podido ingresar 0.5 y 0.25. Pues según (DUVAL, 1999), expresa que para hacer conversiones se requiere de percibir el contenido de una representación y lo que esta representa, pues a los estudiantes no se les ocurre convertir la escritura decimal de un número en su escritura fraccionaria (o a la inversa).

Después de analizar las gráficas obtenidas se procede a responder lo propuesto en la guía de trabajo, como se describe a continuación:

1. ¿Cuáles curvas abren hacia arriba?
2. ¿y cuáles hacia abajo?
3. ¿Qué pasa con las ramas de la parábola con respecto al eje y?
4. ¿Cuál es la ecuación del eje de simetría de cada parábola?
5. ¿Cuál es el vértice de cada parábola?
6. Si llamamos a al coeficiente que acompaña a x ¿Cómo quedaría la nueva expresión?

En el desarrollo de esta actividad se evidenció que hay dificultad para identificar cuales curvas abren hacia arriba y cuales hacia abajo, esto se debe a que no se realizaron en su totalidad las gráficas de las funciones dadas en la guía. Con respecto a la pregunta numero tres se nota dificultad al interpretar lo que se pidió, en gran parte esto se da porque en las clases normalmente se presenta la definición y se hacen ejercicios, sin darles la posibilidad a los estudiantes de que piensen por sí mismo. En cuanto a la pregunta número cuatro en unos grupos se responde "0" como en el caso del grupo tres y al preguntarle al grupo por la razón de la respuesta contestan "*porque están ubicadas en el origen*", el grupo uno contesta con la siguiente expresión "$f(x) = ax^2$" que corresponde a una función cuadrática, de esta manera se ve que no está comprendido el concepto del eje de simetría y por lo tanto resulta complicado identificar la ecuación correcta.

En la pregunta número cinco, las respuestas que dan unos grupos es cero, considerando el valor de la abscisa únicamente como en el caso del grupo tres, y en el caso del grupo uno su respuesta es "$x = -\frac{b}{2}$", con el cual se corrobora que no se identifica correctamente cual es el vértice de una parábola. En el proceso de generalizar la función cuadrática centrada en el origen, se dieron las siguientes posibilidades al cambiar el coeficiente numérico del término cuadrático por el parámetro a: $f(x) = ax^2$, $f(x) = -ax^2$ y $f(x) = \frac{a}{a}x^2$, es evidente que hay dificultad al interpretar que el parámetro a es general para todos los casos. A continuación se presenta la evidencia del trabajo realizado por el grupo número tres: (Anexo 5.2).

Finalmente para corregir los errores se opto por hacer nuevamente la actividad y discutir con todos los grupos de trabajo y el profesor de práctica, con el propósito de aclarar dudas y potenciar debilidades conceptuales.

Ejercicio 2

En este ejercicio se pedía incorporar el deslizador para el parámetro a en GeoGebra y luego graficar la función $f(x) = ax^2$ con $a \neq 0$, en el desarrollo de esta actividad no se presento mayor dificultad y se obtuvo la gráfica correspondiente. Al mover el deslizador para distintos valores de a como lo pide la guía, se identifico fácilmente en la gráfica que cuando a es positiva ($a > 0$) las ramas de la parábola se extienden hacia arriba y su concavidad es positiva (o cóncava hacia arriba). De forma similar se hizo el análisis cuando el parámetro a es negativo ($a < 0$).

En la interpretación gráfica de lo que ocurre con el parámetro a cuando toma valores entre cero y uno ($0 < a < 1$), el grupo dos conformado por Diana marcela y Gloria manifestaron no entender que significa la expresión "$0 < a < 1$", más concretamente dijo Diana "*no entiendo que valores toma a*", por lo que fue necesario explicar detalladamente y dar unos cuantos ejemplos por parte del profesor de práctica, del significado de la expresión matemática dicha anteriormente. Luego la estudiante al variar el deslizador entre cero y uno identifico que dicha expresión significa que el parámetro a toma valores que son mayores que cero y menores que uno.

De igual manera los grupos de trabajo observaron los cambios que se dan en la gráfica de la parábola al variar el deslizador correspondiente al parámetro a, de esta forma los estudiantes concluyeron que cuando a toma valores muy grandes o muy pequeños las ramas de la parábola tienden a acercarse al eje y en sentido positivo y en sentido negativo respectivamente. En las declaraciones registradas en la guía de trabajo, se nota dificultad para expresar sus ideas en el lenguaje común de lo que sucede, esto se debe en gran parte a que no están acostumbrados a dar sus propias definiciones de conceptos matemáticos.

Con el desarrollo de esta actividad los estudiantes comprobaron de manera experimental haciendo uso del software, el comportamiento que produce el coeficiente del término cuadrático, además en el transcurso de la actividad, se manifestaron motivados por la facilidad que brinda un medio computacional para estudiar los distintos conceptos de la parábola.

4.2.3. Actividad 3

Ejercicio 1

En esta actividad se pedía graficar en GeoGebra y analizar el comportamiento de las funciones $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^2 - 1$, $h(x) = -2x^2 + 3$ y $u(x) = -2x^2 - 3$.
Luego continuando el desarrollo de la guía se plantea lo siguiente:
Analice las gráficas y responda.

1. ¿que tienen de igual estas gráficas?
2. ¿Qué tienen de diferente?
3. ¿Cuál es el vértice de cada una de las parábolas?
4. ¿Qué relación existe entre el término independiente y la ordenada del vértice?

En las respuestas registradas de la pregunta número uno, se evidencia en los grupos, dificultad para identificar que f es igual a g y lo que cambia es su vértice, además al emitir con sus propias palabras lo que ocurre con las funciones se refleja debilidad conceptual y dificultad para describir mediante el lenguaje común los contenidos matemáticos. La misma situación ocurre con las funciones h y u.

Con respecto a la pregunta número tres, el grupo dos responde colocando como vértice de cada parábola el valor correspondiente a la abscisa y se omite la componente de la ordenada. Aunque en la actividad anterior se había explicado y corregido que el vértice es un punto en el plano cartesiano que consta de una componente en x y otra en y se sigue cometiendo errores, al respecto Diana integrante del grupo dos dice "*Profe es que me equivoque*", con esto se evidencia que cuando se interioriza un conocimiento de una forma es difícil cambiar sus ideas.

En cuanto a la pregunta número cuatro de la misma manera se refleja dificultad para expresar sus ideas en los grupos que identificaron algún tipo de relación entre el término independiente y la ordenada del vértice, como en el caso del grupo dos que registra en su respuesta "*que el término independiente es el punto del vértice*". En el caso de los grupos uno y tres su respuesta fue "*no tienen relación*".

A continuación se presenta la imagen del trabajo registrado por el grupo numero dos: (Anexo 5.3).

Por lo tanto fue necesario discutir nuevamente con todos los grupos de estudio las dudas presentes en cada pregunta y de esta manera corregir dichos errores. Además para finalizar este ejercicio en la guía se pedía realizar la actividad anterior con las funciones $i(x) = -x^2 - 1$, $j(x) = -x^2 + 1$, $r(x) = \frac{1}{2}x^2 + 7$ y $s(x) = \frac{1}{2}x^2 - 7$.

Ejercicio 2

En este ejercicio se pedía mediante la ayuda del software incorporar el deslizador para los parámetros a y c, correspondientes al término cuadrático y al término independiente respectivamente, con el fin de graficar la función $f(x) = ax^2 + c$. Al variar el deslizador para distintos valores del parámetro c, fácilmente los grupos identificaron que si es positiva ($c > 0$) la gráfica se desplaza en el sentido positivo del eje y. De forma similar se hizo el análisis para el caso cuando c toma valores negativos.

Logrando después de varios experimentos identificar que al variar el término independiente en la función cambia el vértice y que el término independiente es el valor de la ordenada de dicho punto. Según (DUVAL, 1999), afirma que cuando hay correspondencia término a término entre unidades significativas la conversión entre los distintos registros se puede realizar fácilmente, como es el caso anterior entre el registro algebraico y el registro gráfico, por ejemplo cuando el parámetro c es positivo el vértice se desplaza en el eje y positivo.

A continuación en la guía de trabajo se presentaron distintos valores para el parámetro c, donde se pidió hallar el punto de intersección entre la parábola correspondiente y el eje y, obteniendo como resultado que todos los grupos identifican correctamente el intercepto correspondiente sin necesidad de recurrir a la gráfica. En la siguiente imagen se presenta el trabajo realizado por el grupo número cuatro: (Anexo 5.4).

4.2.4. Actividad 4

Ejercicio 1

En esta actividad se pide mediante ayuda del software graficar las siguientes funciones $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 4x - 3$, $h(x) = x^2 + 6x - 3$, $i(x) = x^2 - 2x - 3$, $j(x) = x^2 - 4x - 3$ y $r(x) = x^2 - 6x - 3$. Después de analizar las gráficas se describe el comportamiento que ocasiona el término lineal, aunque se percibe gráficamente los cambios experimentados en cada función, se desconoce que estos son generados por el termino que se agrego recientemente con respecto a la actividad anterior, la respuesta del grupo número tres es "*se desplazan a la izquierda y otras a la derecha*", sin especificación alguna.

Para visualizar mejor los cambios que produce el término lineal fue necesario cambiar de color las gráficas de las funciones y colocar su representación algebraica en cada una de las parábolas correspondientes, con el propósito de discutir con los grupos de trabajo el comportamiento experimentado.

Ejercicio 2

En este ejercicio se pedía incorporar el deslizador para los parámetros a, b y c, luego realizar la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, al mover el deslizador para distintos valores de b el grupo número dos manifestó desacuerdo con los cambios de la parábola, ya que cuando b toma valores positivos la gráfica se desplaza hacia la izquierda y con valores negativos hacia la derecha. Por lo tanto fue necesario escribir en el tablero algunas funciones cuadráticas y llevarlas a su forma canonía para ver qué ocurre cuando b es positivo o negativo, al final se logro que los estudiantes identificaran por lo menos que cuando el coeficiente del término lineal es positivo, en la forma canónica de la función respectiva, la abscisa del vértice es negativa y por eso ocurren los desplazamientos observados, de igual manera se realizo el análisis cuando b es negativo.

Según (DUVAL, 1999), cuando no hay congruencia entre el registro de partida y el registro de llegada como en el caso anterior, afirma que "*no solo aumente el tiempo de tratamiento, si no que la conversión puede resultar imposible de efectuar, o incluso de comprender, si no ha habido un aprendizaje previo concerniente a las especificidades semióticas de formación y de tratamiento de la representación, propias de cada uno de los registros presentes*".

A continuación se presenta la imagen del ejercicio realizado por el grupo número dos: (Anexo 5.5).

Al final de la actividad en la guía se pregunta ¿Qué forma tiene la representación gráfica de una función cuya expresión algebraica es $f(x) = ax^2 + bx + c$?, $a \neq 0$?, sin mayor dificultad en todos los grupos se responde ¨*una parábola*¨.

4.2.5. Actividad 5

En esta actividad se pedía incorporar el deslizador en GeoGebra para el parámetro a con un rango de -10 hasta 10 y luego graficar $f(x) = ax^2$, a continuación en la guía de trabajo se presentaron distintos valores del parámetro a con el propósito de hallar la concavidad y el punto máximo correspondiente a cada valor. Mediante la representación gráfica del software ver (Anexo 5.6), fue fácil desarrollar la actividad correctamente, pues se puede cambiar el parámetro a en poco tiempo y comprobar que para valores positivos, la parábola es de concavidad positiva y tiene un mínimo, de igual maneta se analiza en el caso negativo. A continuación se presenta la imagen del trabajo del grupo numero uno: (Anexo 5.7).

Siguiendo con el desarrollo de la guía se propuso contestar los siguientes interrogantes con base al ejercicio anterior:

1. ¿Qué relación tiene el parámetro a con respecto a la concavidad de la gráfica de una función cuadrática?
2. ¿Cuándo la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ tiene punto máximo?
3. ¿Cuándo la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ tiene punto mínimo?

Las respuestas se contestaron de forma acertada, pues mediante la actividad anterior se facilitó la visualización de los distintos comportamientos que se dan en una función cuadrática al variar el parámetro del término cuadrático, es decir a la pregunta uno los grupos respondieron, que la concavidad de la parábola se puede determinar al analizar el parámetro del término cuadrático. En cuanto a la pregunta dos y tres se identificó que si a es positiva tiene un punto mínimo y en el caso negativo tiene un máximo, respectivamente.

4.2.6. Actividad 6

En esta actividad se pedía graficar la función la función $f(x) = x^2$ mediante la ayuda del software, luego trasladar su vértice al punto $p = (-4, -4)$ y continuar el desarrollo de la guía como se describe a continuación:

- Ubíquese en la vista algebraica y registre ¿Qué expresión obtuvo?
- Seguidamente responda ¿Qué significado tiene esta expresión con respecto a la función $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$?
- Convierta la expresión inicial a la forma $(x) = ax^2 + bx + c$.

En la primera parte no hubo problema al registrar la nueva expresión obtenida ya que esta aparece en el software en la vista algebraica. En la segunda parte se identificó que la primera expresión registrada anteriormente corresponde a la forma canoníca de una función cuadrática en su expresión algebraica, pues lo que facilito de alguna manera para llegar a esta conclusión se debe a que en la actividad número cuatro se trabajó el cambio del registro algebraico de una función cuadrática al registro en su forma canoníca correspondiente.

En cuanto a convertir de la forma canónica a la forma algebraica, se presentaron dificultades en todos los grupos al realizar tratamientos internos en el registro, pues al resolver el binomio cuadrático $(x + 4)^2$, el resultado fue igual a la suma de los cuadrados de los términos, como se eviendecia en el caso del grupo numero tres: (Anexo 5.8).

Siguiendo con el desarrollo de la guía se pedía hallar los interceptos correspondientes de la nueva parábola con los ejes coordenados, también el eje de simetría, su concavidad y los valores de los parámetros a, b y c. En el desarrollo de este ejercicio se cometieron errores en cuanto a identificar correctamente los puntos de intersección, aunque simplemente puede ser error de escritura como en el caso del grupo número uno que escribió el punto$(2,0)$ en vez de $(-2,0)$. El intercepto con el eje y todos los grupos lo identificaron fácilmente de forma correcta, en cuanto al eje de simetría se identificó la recta correspondiente en todos los grupos, en lo que fallaron fue en la escritura de su ecuación, que escribieron $y = -4$ en vez de $x = -4$.

En cuanto a la concavidad como los estudiantes se guiaron en la representación gráfica les fue fácil a todos los grupos indicar la opción correcta, lo que se dificultó en algunos grupos fue identificar correctamente los parámetros a, b y c. Esto se debe en unos grupos a la representación algebraica obtenida al transformar su forma canónica y en otros casos a que no se reconocen.

Para corregir los errores cometidos en la actividad anterior se procede a sacar un integrante de un grupo de estudio al tablero para realizar nuevamente el tratamiento, para pasar de la expresión canónica a la forma algebraica de la función, expresando el binomio cuadrático como producto de dos factores para luego aplicar ley distributiva.

Mediante la visualización en GeoGebra de los puntos de intersección con el eje x y la recta del eje de simetría, los grupos de estudio identificaron y corrigieron los errores presentes en su trabajo. A continuación se presenta la gráfica obtenida en GeoGebra por el grupo numero tres: (Anexo 5.9).

4.2.7. Actividad 7

En esta actividad se pedía graficar la función $f(x) = -2x^2 + 8x - 2$ con la ayuda del software, además construir paso a paso el eje de simetría y su vértice, utilizando los botones de herramientas de construcción geométrica. En el desarrollo de este taller no se presentó mayor dificultad para obtener lo propuesto, que fue registrar de manera correcta la ecuación del eje de simetría, el valor de la abscisa del vértice, y en cuanto a la pregunta ¿Cómo encontraría el valor de la ordenada en el vértice? Los estudiantes en su totalidad manifestaron no conocer alguna forma para hacerlo, esto evidencia que al hallar la imagen de los valores de la componente x como en las actividades anteriores, se procede de forma mecánica y no mediante la comprensión del concepto.

Luego por parte del profesor de práctica se propuso a los grupos de trabajo hallar la imagen de la abscisa y aunque se reflejan dificultades para operar con números enteros se llegó al objetivo, de hallar la segunda componente del vértice.

Continuando el desarrollo de la guía se pedía reemplazar los valores de a y b de la función anterior en la ecuación $x = -\frac{b}{2a}$, aunque en algunos grupos se presentó dificultad para llegar al resultado correcto, debido a que en algunos casos se omitió el signo menos o al reemplazar el parámetro $a = -2$ se hizo con $a = 2$. A la pregunta propuesta en la guía ¿Qué similitud o diferencia encuentra con la ecuación de la recta? Los estudiantes que realizaron bien la sustitución de los parámetros correspondientes e la ecuación del eje de simetría, contestaron acertadamente que son iguales, mientras los que tuvieron dificultades en los procesos contestaron que son diferentes, luego se percataron con los demás grupos que estas dos ecuaciones coinciden por lo que procedieron a realizar sus respectivas correcciones como en el caso del grupo número tres.

Luego se pedía completar una tabla, que consistió en cambiar los valores de los parámetros a y b en la ecuación $x = -\frac{b}{2a}$ con el propósito de hallar el eje de simetría, el valor de la abscisa y el valor de la ordenada del vértice, y finalmente el vértice. En este ejercicio se notó más dominio en las operaciones correspondientes y todos los grupos obtuvieron los resultados esperados, como se muestra en la imagen de la guía de trabajo del grupo número cuatro: (Anexo 5.10).

Al final se llegó a la conclusión de que la ecuación $x = -\frac{b}{2a}$ corresponde a la ecuación del eje de simetría de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$, también se identificó que corresponde al valor de la abscisa del vértice y para hallar la ordenada precisaron que se obtiene reemplazando este valor en la función correspondiente.

Para terminar esta actividad en la guía se presentaron distintas funciones cuadráticas con el fin de hallar el eje de simetría y el vértice correspondiente. En el desarrollo de este ejercicio todos los grupos obtuvieron los resultados esperados, pues los estudiantes aplicaron los conceptos desarrollados anteriormente.

4.2.8. Actividad 8

Para el desarrollo de esta actividad en la guía se presentó la siguiente tabla de representación tabular de una función cuadrática:

x	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{6}$	1	2	3
y	31	15	5	1	$\frac{11}{12}$	3	11	25

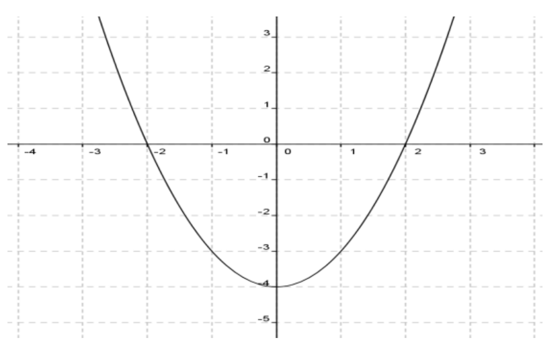
Con el propósito de hallar su representación gráfica y algebraica, sin hacer uso del software. En cuanto a la representación gráfica todos los grupos la hicieron sin ningún problema, pues en la actividad número uno se realizó una actividad similar utilizando el software. En cuanto a la representación algebraica los grupos de trabajo identifican que una parábola como la obtenida anteriormente, tiene como representación algebraica la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, producto de las actividades anteriores donde se llevaron a cabo dichas correspondencias, luego optaron por remplazar algunos valores de la tabla en la función, para resolver un sistema de ecuaciones.

En el desarrollo de este ejercicio se notó que no se ha interiorizado significativa mente algunos conceptos estudiados, uno de estos es el intercepto de la parábola con el eje y, lo cual se evidencia en el proceso de hallar el valor del parámetro c, donde se procede a sustituir el valor de $x = 0$ y $y = 1$ en la función algebraica y no se identifica que el término independiente es la componente en y del punto de intersección correspondiente. Los grupos dos y 4 obtuvieron la representación algebraica correctamente $f(x) = 3x^2 - x + 1$, mientras que los grupos uno y tres no lograron el objetivo debido a errores que cometieron en el proceso de desarrollar el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. A continuación se presenta la evidencia del trabajo del grupo numero tres: (Anexo 5.11).

Para corregir los errores cometidos fue necesario repetir la actividad y comparar los resultados con los diferentes grupos de trabajo. Al final se concluyo que con tres puntos de una parábola se puede determinar su representación algebraica. Además los grupos identificaron correctamente el vértice, el eje de simetría, su concavidad y los parámetros a, b y c, mediante la visualización de la representación tabular, gráfica y algebraica.

4.2.9. Actividad 9

En esta actividad se presentó una gráfica de una función cuadrática con el propósito de construir su representación tabular y su representación algebraica correspondiente, sin ayuda del software, además se pidió registrar interceptos con el eje x, intercepto con el eje y, vértice y eje de simetría. A continuación se presenta la gráfica de la actividad.



Ante la dificultad para construir la representación tabular de la parábola, fue necesario por parte del profesor de práctica dar una idea de coger los puntos de intersección y registrar sus coordenadas correspondientes, de esta manera seleccionaron los puntos $(-2,0)$, $(2,0)$ y $(0,-4)$, además identificaron el vértice correspondiente, interceptos con los ejes coordenados y el eje de simetría mediante la ayuda visual de la parábola.

(DUVAL, 1999), afirma que cuando la conversión se efectúa en el sentido ecuación algebraica hacia la representación gráfica, no hay ninguna dificultad especifica, pero cuando se trata de hacer la conversión a la inversa como en este caso, todo cambia, pues el alumno no discrimina las unidades significantes de un gráfico y por tanto es como si fuera ciego para efectuar la conversión.

En el caso del grupo uno preguntó si podía reemplazar los valores en la ecuación correspondiente al vértice, aunque con dudas sobre el final que obtendrían, procedieron a realizar los cálculos y obtuvieron el valor del parámetro $b = 0$, para hallar el valor del parámetro c, este mismo grupo manifestó "*f de cero da menos cuatro o sea c vale menos cuatro*", en esta afirmación se nota que recuerdan el resultado a procedimientos efectuados en actividades anteriores. Finalmente para el cálculo del parámetro a se procede a remplazar en la función $f(x) = ax^2$-4 obteniendo de manera correcta su representación algebraica.

Los demás grupos para hallar la forma algebraica de la parábola optaron por sustituir las coordenadas correspondientes en la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ para resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas y así determinar los parámetros correspondientes.

4.2.10. Actividad 10

Ejercicio 1

En esta actividad se pedía mediante el uso del software hallar los interceptos de la función $y = x^2 + 6x + 8$. Fue fácil con la ayuda del PC obtener los resultados propuestos, cuya presentación se dio en la vista algebraica en la forma $f(x) = (x + 4)(x + 2)$, aunque algunos grupos registraron inicialmente el valor de la abscisa como $x = -4$ y $x = -2$, desconocían el significado de dicho resultado, pues se observó que se llegó a esta conclusión por la práctica de actividades realizadas en el curso de algebra.

A la pregunta de la guía ¿Cuáles son las componentes en y de los puntos de intersección respectivamente? Los grupos respondieron $y = 0$, con la ayuda visual de la gráfica realizada en el computador, luego registraron de manera correcta los puntos de intersección con el eje de las abscisas. Seguidamente a la pregunta ¿si a la función le sustituye la variable y por 0, qué obtiene? Los grupos uno, dos y cuatro registraron en su guía $0 = x^2 + 6x + 8$, el grupo número tres interpreto de manera equivocada la pregunta y sustituyo $x = 0$ en la función para obtener la imagen de cero.

Continuando el desarrollo de la guía se pregunta ¿cómo calcular los puntos de intersección de la función en estudio con el eje x? Al respecto el grupo número uno respondió hallando la ecuación $x^2 + 6x + 8 = 0$, los grupos números dos y cuatro dijeron usando la fórmula cuadrática. Al final de este ejerció se presentó en forma algebraica varias funciones cuadráticas con el propósito de hallar los cortes entre las parábolas y el eje x.

En el desarrollo de esta actividad se evidencia facilidad para lograr el objetivo pues con la ayuda del software se facilita visualizar los cortes y la gráfica correspondiente, de lo que ocurre al ejecutar las distintas operaciones. A continuación se presenta el trabajo realizado por el grupo de trabajo número uno en GeoGebra: (Anexo 5.12).

Ejercicio2

Para este ejercicio se propone en la guía, sin hacer uso del computador hallar los puntos de intercepción con el eje x, para las funciones estudiadas en el caso anterior y utilizando los métodos que el estudiante recuerde. En el desarrollo de la actividad los métodos que utilizaron los estudiantes para encontrar los interceptos fueron el de factorización y utilizando la fórmula cuadrática. A continuación se presenta la evidencia del trabajo presentado por el grupo numero tres: (Anexo 5.13).

Como nos podemos dar cuenta en la imagen anterior, este grupo utilizó la regla de factorización de un trinomio cuadrado de la forma $x^2 + bx + c$ y $ax^2 + bx + c$, la dificultad para llegar a los resultados obtenidos en el ejercicio, radica en los errores cometidos en la factorización respectiva, es evidente que hay debilidad conceptual al aplicar la regla en cada caso. Por lo que fue necesario explicar en el tablero por parte del profesor de práctica el procedimiento a seguir para factorar un trinomio cuadrado como los expresados anteriormente.

Otros grupos procedieron a aplicar la fórmula cuadrática, entre ellos el grupo uno y como era de esperarse obtuvieron los resultados correctos, ya que se identificó claramente el valor de los parámetros correspondientes para remplazarlos en la fórmula cuadrática y realizar su operaciones correspondientes.

Aunque al llegar a la raíz cuadrada de un número negativo, manifestó el grupo uno que no tenia solución, pero no se comprendía claramente sus causas, por lo que fue necesario recurrir a la gráfica de la parábola y al analizarla con todos los grupos de trabajo, donde comprobaron que esta no corta al eje x y por tanto no hay soluciones.

4.2.11. Actividad 11

Esta actividad se realizó de manera individual, únicamente la estudiante Sandra Rivera fue la ausente en esta sesión.

Ejercicio 1

En este primer ejercicio del diagnóstico se propuso, mediante la función $f(x) = x^2 + 8x - 2$, buscar los valores de y y completar el registro, para cada uno de los valores de x que se dan en la siguiente tabla.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Todos los siete estudiantes resolvieron el ejercicio sustituyendo los valores de x que se dieron en la tabla para hallar el valor de y, sin mostrar mayor dificultad al realizar operaciones con números enteros.

En la siguiente tabla se enlistan los aspectos observados en dicha actividad:

Aspecto	No de estudiantes	Porcentaje
Determinan todos los puntos correctamente.	7	100%
Cometen errores en el tratamiento de números enteros al interior del registro.	0	0
No realizan la actividad.	0	0

Ejercicio 2

En este ejercicio se presenta a los estudiantes el registro tabular de una función cuadrática representada por los puntos de coordenadas x e y: (-3,6), (-2,1), (-1,-2), (0,-3), (1,-2), (2,1) y (3,6), con el propósito de ubicar los puntos correspondientes en el plano cartesiano y hallar la gráfica, uniendo los puntos obtenidos en la representación inicial.

A continuación en la tabla se enlistan algunos aspectos observados en dicha actividad.

Aspectos	No de estudiantes	Porcentaje
Ubican todos los puntos correctamente.	7	100%
Obtienen una parábola como gráfica.	7	100%
Cometen errores al ubicar los puntos.	0	0
No realizan la actividad.	0	0

Según los resultados registrados en la tabla anterior se puede observar que los estudiantes asociaron un par de coordenadas con un punto en el plano cartesiano, empleando correctamente las reglas del registro de partida y el registro de llegada. Esto se debe en gran parte la actividad número uno donde se trabajó la conversión del registro tabular al registro gráfico mediante el software, además en el diagnostico se evidencio que la mayor parte de los estudiantes sabían cómo proceder para realizar ese tipo de conversión.

Ejercicio 3

En esta parte se dio la función $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$, con el objetivo de realizar su gráfica correspondiente en el plano de coordenadas cartesianas, además se pidió encontrar los interceptos con el eje x y su vértice correspondiente. Algunos aspectos del desarrollo de esta actividad se anotan a continuación:

Aspecto	No estudiantes	%	Trazan la gráfica correctamente	%
Construyen una tabla de valores.	3	43%	3	43%
Usan el método de factorización para encontrar los interceptos con el eje x.	2	29%	1	14.3%
Usan el método de completar cuadrados para encontrar los interceptos con el eje x.	0	0%	0	0%
Usan la fórmula general para encontrar los interceptos con el eje x.	2	29%	1	14.3%
Encuentran el vértice correctamente.	5	72%		
No grafican ningún punto en el plano cartesiano.	0	0%		
Total.			5	72%

En el desarrollo de este punto como se evidencia en la tabla anterior, los estudiantes aplicaron los métodos vistos en las actividades del estudio de la función cuadrática, entre ellos el método de factorización de un polinomio cuadrático, la aplicación de la fórmula cuadrática y el más empleado fue construyendo una tabla de valores. El 72% realizó la actividad correctamente, el resto de estudiantes aunque idearon una estrategia para pasar del registro de representación algebraica al registro gráfico se cometieron errores en el procedimiento.

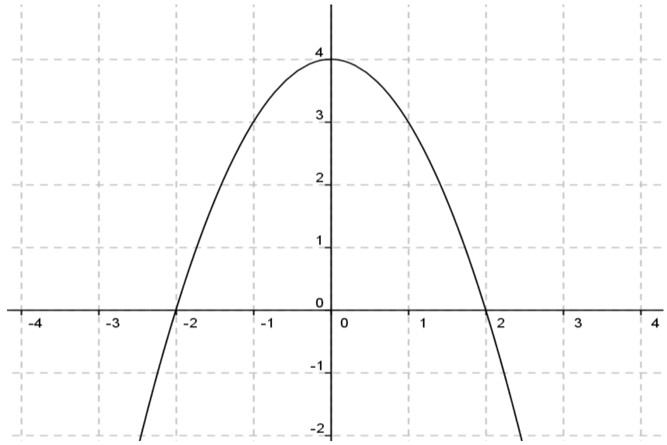
Como en el caso de una estudiante quien utilizó la fórmula cuadrática para hallar los interceptos con el eje x y sus errores se cometieron en la parte final en el momento de separar las dos raíces, pues en lugar de pasar en el denominador el numero cuatro para cada raíz como se estaba registrando en los pasos anteriores, colocó como denominador el número dos, esto puede ser un error de concentración, pues en el diagnostico la estudiante llego hasta el final con el mismo denominador.

La abscisa del vértice la halló de manera correcta usando la ecuación $x = -\frac{b}{2a}$, sin embargo cometió un error al hallar la componente en y, debido a que halló la imagen de un valor distinto al de la abscisa, es decir halló la imagen de $\frac{1}{4}$, en vez de hallar la imagen de $-\frac{3}{4} = -0.75$ y por lo tanto no encontró el vértice correcto, lo que dificultó realizar la gráfica de la parábola. A continuación se presenta la evidencia del trabajo de Lidy Vanesa: (Anexo 6.1).

En cuanto a los errores cometidos en el método de factorización, se presentaron al aplicar la regla para resolver un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, pues se dificultó encontrar de manera correcta los números que al multiplicarlos den el termino independiente y al sumarlos den el coeficiente lineal.

Ejercicio 4

En esta actividad se presentó la gráfica de una función cuadrática y se pidió hallar su representación algebraica. También se pedía especificar interceptos con el eje x, el intercepto con el eje y, su vértice y el eje de simetría. Gráfica de la actividad:



Los aspectos observados en este proceso se anotan a continuación en la tabla:

Aspecto	Aciertos		Errores		No contesta	
	No estudiantes	%	No estudiantes	%	No estudiantes	%
Puntos de intersección con el eje x.	7	100%	0	0%	0	0
Punto de intersección con el eje y.	7	100%	0	0%	0	0
Vértice.	7	100%	0	0%	0	0
Eje de simetría.	5	72%	2	29%	0	0
Ecuación.	5	72%	2	29%	0	0

Como podemos evidenciar en la tabla anterior los estudiantes identifican de manera correcta un punto en el plano cartesiano, pues las actividades desarrolladas en el estudio de la función cuadrática permitieron visualizar e identificar, que un punto consta de dos coordenadas y no de una sola componente como muchos registraron en el diagnóstico. Referente al eje de simetría, algunos estudiantes cometieron errores al expresar la ecuación respectiva, ver (Anexo 6.2), pues se escribió la ecuación de la ordenada del vértice $(x = 4)$, en vez de $(x = 0)$, aunque la gran mayoría registraron de manera correcta su ecuación correspondiente.

Para hallar la representación algebraica de la parábola todos los estudiantes se encaminaron por reemplazar los puntos visibles de la gráfica presentada en la expresión $f(x) = ax^2 + bx + c$, para luego resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, pues en la actividad número nueve se trabajo un ejercicio similar. Los estudiantes que no llegaron a la representación algebraica correspondiente, cometieron errores en el procedimiento para hallar los parámetros. Como en el caso de María que comete errores al despejar una ecuación, como se evidencia en la siguiente imagen: (Anexo 6.3).

Ejercicio 5

En este ejercicio se presentó una función cuadrática mediante su representación tabular y se pedía encontrar su expresión algebraica correspondiente, la función en su forma tabular es:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	11	5	1	-1	-1	1	5	11

En el desarrollo de este ejercicio se dieron los siguientes resultados:

Aspecto	Aciertos		Errores		No contesta	
	No estudiantes	%	No estudiantes	%	No estudiantes	%
Encuentran la ecuación.	5	72%	1	14.3%	1	14.3%

Todos los estudiantes que realizaron la actividad procedieron a remplazar los valores en la representación algebraica general de la función cuadrática, para resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas. Como en la actividad anterior se cometieron errores al despejar una ecuación, es el caso de la estudiante María Rivera. Además una estudiante no realizó la actividad.

CAPITULO V

5.1. Conclusiones

Mediante el desarrollo de las actividades enfocadas a la conversión de los diversos registros de representación semiótica, se favoreció la comprensión de la función cuadrática a través de la visualización, construcción, explicación y formalización de los aspectos gráfico y analítico de la parábola, contribuyendo al logro de los objetivos propuestos.

Según los resultados obtenidos se pudo observar que a través de la conversión de una representación a otra se puede lograr un aprendizaje significativo, pues para ello se necesita que el estudiante comprenda las propiedades básicas en cada uno de los registros de representación, que permitan establecer conexiones con la demás representaciones.

Según el autor (DUVAL, 1999), es importante hacer la discriminación de las unidades significantes en las representaciones semióticas, por ejemplo en los gráficos cartesianos estas unidades están determinadas por algunos valores visuales de las figuras geométricas, es decir en el caso de la parábola se distinguen la concavidad, interceptos con los ejes, vértice, entre otros. Pues la conversión de las representaciones requiere de la identificación de dichas unidades en el registro de partida y en el de llegada, más específicamente el autor menciona que "*la discriminación de las unidades significantes propias a cada registro, debe ser el*

.

Por consiguiente las actividades se diseñaron a partir de los argumentos mencionados anteriormente, con el propósito de que el estudiante visualizara la correspondencia de las unidades significantes entre los distintos registros de representación, obteniendo las siguientes conclusiones:

5.1.1. Referidas a las diez actividades desarrolladas en clases

Mediante el desarrollo de las actividades dos, tres, cuatro y cinco fue posible con ayuda del software visualizar los distintos comportamientos que experimenta una función cuadrática al pasar del registro algebraico al gráfico y viceversa, al variar el termino cuadrático, el termino lineal y el independiente. Pues los estudiantes experimentaron por sus propios medios lo que ocurre con la gráfica de la parábola al variar los parámetros de la función y al manipular la gráfica con la ayuda del mouse visualizaron el comportamiento inverso. Este proceso permitió poner en correspondencia las unidades significativas de los registros.

Mediante la implementación del software GeoGebra, los estudiantes verificaron que la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$ es una parábola, específicamente con la actividad uno, pues con la construcción de una tabla de valores se pudo representarlos en la vista gráfica del software, para luego con la opción "cónica dados cinco de sus puntos" unirlos consecutivamente y obtener una parábola como gráfica.

Los estudiantes verificaron que el término independiente de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, es el valor de la ordenada del punto de intersección entre la parábola y el eje y. Esto fue posible con la actividad número tres, en la cual se incorporó el deslizador para el parámetro c, permitiendo visualizar la correspondencia de unidades significantes entre la escritura algebraica y el comportamiento de la parábola, al trabajar con distintos valores, obteniendo como resultado que dicho punto de intersección es de la forma $(0, c)$.

De igual manera verifican que el parámetro a de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, con $a \neq 0$, permite determinar la concavidad y el punto máximo o mínimo. Esto se da con el desarrollo de la actividad número cinco, en la cual se incorporó el deslizador en GeoGebra, para estudiar el comportamiento de la parábola con distintos valores de a.

También el manejo del software permitió visualizar a los estudiantes los interceptos con el eje x, el vértice y el eje de simetría, facilitando identificar que los dos primeros son puntos del plano cartesiano y por lo tanto constan de dos coordenadas y el último es una recta cuya ecuación es $x = -\frac{b}{2a}$. Esto fue posible con el desarrollo de las actividades diez y siete respectivamente.

Los estudiantes identificaron que para pasar del registro tabular y gráfico al algebraico, inicialmente hay que determinar la correspondencia entre unidades significantes de las variables visuales, tanto en el registro de partida como en el registro de llegada. Esto fue posible en primera instancia mediante el desarrollo de la actividad ocho, en la cual se concluyó que con tres puntos de la representación tabular se podía hallar los parámetros a, b, y c, específicamente si se conoce el punto $(0, c)$ restaría hallar los otros dos. En segunda instancia con el desarrollo de la actividad número nueve se estableció que identificando los interceptos y el vértice en la gráfica de la parábola, de igual manera se halla los parámetros, resolviendo un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

5.1.2. Referidas al diagnóstico y la actividad once (actividad similar al diagnóstico)

Con respecto al ejercicio uno del diagnóstico se evidencia dificultad para pasar del registro algebraico al registro tabular, pues la gran mayoría de los estudiantes cometió errores, aunque idearon una estrategia para la conversión, en algunos casos la apropiada a las reglas de los dos registros. En cuanto a la actividad once se observa mayor precisión en el desarrollo de las operaciones y todos los estudiantes logran pasar del registro algebraico al registro tabular.

En el ejerció dos del diagnóstico se observaron algunas falencias referentes al conocimiento de las reglas para efectuar la conversión del registro tabular al gráfico, pero en la actividad once se refleja mayor comprensión y la actividad fue realizada de forma correcta por todos los estudiantes, pues en el estudio de la función cuadrática se realizaron actividades similares.

En cuanto al ejercicio tres, en el diagnóstico se observó dificultad para pasar del registro algebraico al registro gráfico, pues los estudiantes no encontraron alguna estrategia para realizar la conversión, pero en la actividad once la gran mayoría resolvió la conversión exitosamente, pues en este caso los estudiantes aplicaron los métodos vistos en el desarrollo de las diez actividades, en los cuales se destacan realizar una tabla de valores, usar el método de factorización o usar la formula general para encontrar los interceptos con el eje x y hallar el vértice utilizando la ecuación $x = -\frac{b}{2a}$.

En cuanto al ejercicio cuatro los resultados del diagnostico no fueron los mejores puesto que ningún estudiante realizó correctamente este punto y en su gran mayoría no lo realizaron, en cambio los resultados en la actividad once fueron muy favorables en cuanto al aprendizaje de la función cuadrática, pues todos los estudiantes registraron acertadamente los interceptos de la parábola con los ejes coordenados y el vértice, el 71% hallo la ecuación correcta del eje de simetría y el resto con algunos errores. Aunque todos los estudiantes idearon una estrategia para obtener la ecuación, el 71% lo logro, el 29% con errores. En esta actividad los estudiantes utilizaron los métodos visto en el desarrollo de las distintas actividades para realizar este tipo de conversión, que es uno de los más complicados y se evidenció en los estudiantes, pues efectuar la conversión del registro gráfico al registro algebraico es un proceso que implica cálculos complicados para ellos.

De igual manera sucedió con la actividad cinco pues en el diagnóstico se evidenció que no había un concepto claro sobre el proceso a realizar y la gran mayoría no hizo la actividad, mientras que en la actividad final se observó que los estudiantes idearon una estrategia para llevar a cabo la conversión, aunque en algunos casos se cometieron errores al resolver un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.

5.1.3. Referidas al medio computacional

Mediante la implementación del software GeoGebra, se notó motivación por parte de los estudiantes y por tanto activos por experimentar por sus propios medios los diferentes conceptos de la función cuadrática, pues manifestaron que fue su primera experiencia trabajar los contenidos matemáticos mediante medios computacionales. Además esta herramienta permite interpretar las variables visuales de una representación gráfica, pues mediante el lápiz y papel esto es imposible.

5.2. Recomendaciones

Realizar las actividades del estudio de la función cuadrática con los estudiantes, los días de labores académicas en el colegio para poder utilizar la sala de informática de la institución.

Realizar las actividades didácticas en grupos de dos estudiantes, pues con más integrantes se pierde el interés y todos no participan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos en estudio.

Desarrollar el estudio con un grupo más grande de estudiantes, pues cuando el grupo es pequeño, se facilita acatar su atención y hacer que participen activamente en el desarrollo de las distintas actividades que se programen para el análisis de los conceptos matemáticos.

Desarrollar actividades que involucren a los profesores de matemáticas de la institución, con el propósito de motivarlos a implementar otras estrategias didácticas para orientar las matemáticas, pues en este caso fue muy favorable la implementación del software, debido a que los estudiantes experimentaron nuevos mecanismos para construir sus conocimientos, por lo que manifestaron que la ayuda visual conlleva a facilitar la interpretación de conceptos complejos como los matemáticos.

Bibliografía

ALFONZO SALGADO, Z. L. (22 de Marzo de 2012). Recuperado el 6 de Febrero de 2013, de http://revistas.ojs.es/index.php/didascalia/article/download/796/678

BALLESTER, A. (2002). Recuperado el 25 de FEBRERO de 2013, de http://www.aprendizajesignificativo.es/mats/El_aprendizaje_significativo_en_la_practica.pdf

BERRIO, I. (1996). *Matemática universal.* Bogotá: BEDOUT EDITORES S.A.

DUVAL, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano.* CALI: Peter Lang.

GONZALES MOTHELET, M. (s.f.). Recuperado el 11 de Febrero de 2013, de http://www.astraph.com/udl/biblioteca/antologias/semiotica.pdf

GONZALES REY, F. (julio de 2006). Recuperado el 18 de febrero de 2013, de http://www.odhag.org.gt/pdf/R_INVESTIGACION%20CUALITATIVA.pdf

GUTIERREZ A, R. (2012). Recuperado el 22 de Enero de 2013, de http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/23.pdf

HERNANDEZ SANTOS, W. M. (Junio de 2008). Recuperado el 4 de Febrero de 2013, de http://biblioteca.unisucre.edu.co:8080/dspace/bitstream/123456789/383/1/515.252H557.pdf

HOHENWARTER, M. (Septiembre de 2009). Recuperado el 4 de Marzo de 2013, de https://www.geogebra.org/help/docues.pdf

MORENO ARMELLA, L. (Enero de 2002). Recuperado el 1 de Marzo de 2013, de http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-81040_archivo2.pdf

MURILLO, J. (30 de Noviembre de 2010). Recuperado el 20 de febrero de 2013, de http://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/InvestigacionEE/Presentaciones/Curso_10/I_Etnografica_Trabajo.pdf

RIVERA P, J. E. (Mayo de 2009). Recuperado el 15 de Febrero de 2013, de http://www.upnfm.edu.hn/bibliod/images/stories/Tesis/Jose%20Enrique%20Rivera%20Pavon%20Nuevo.pdf

ANEXOS

ANEXO 1: INSTITUCION EDUCATIVA JULUMITO NUEVA SEDE

ANEXO 1.1: ESTUDIANTES DE GRADO DECIMO DE LA INSTITUCION EDUCATIVA JULUMITO

ANEXO 2: DIAGNÓSTICO

ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO

INSTITUCIÓN EDUCATIVA JULUMITO

Primera sesión _________________________

Estudiante: ____

Prueba diagnóstico

Desarrollar las siguientes actividades:

Ejercicio 1

Dada la siguiente función $f(x) = x^2 + 2x - 24$, complete la tabla, determinando el valor de y para cada uno de los valores de x que se presentan a continuación, cualquier cálculo que realice debe registrarse en el espacio de trabajo.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Ejercicio 2

Grafique en el plano cartesiano los puntos que se registran en la siguiente tabla. Además dibuje la gráfica uniendo los puntos obtenidos en su registro.

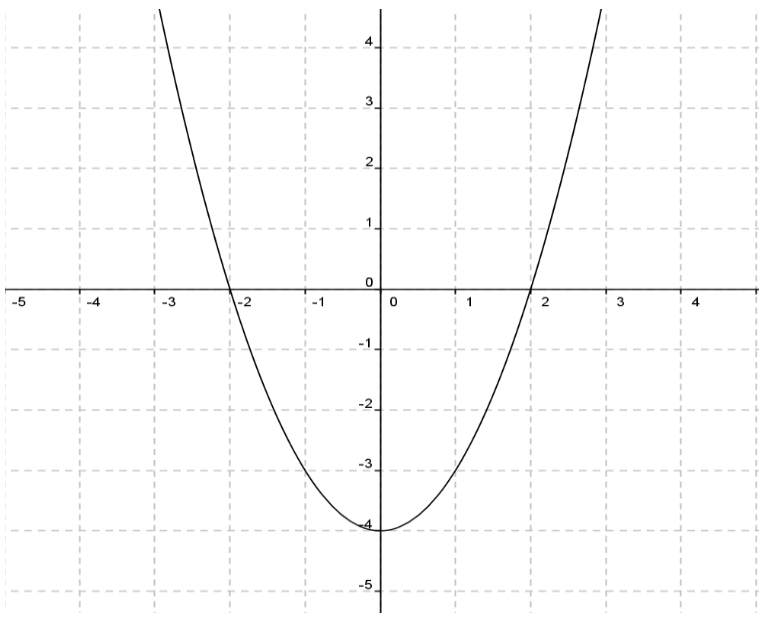
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	3	0	-1	0	3	8

Ejercicio 3

Grafique la función $f(x) = 6x^2 - x - 2$ en el sistema de coordenadas cartesianas. Además halle los interceptos con el eje x y su vértice correspondiente.

Ejercicio 4

A continuación se le presenta la gráfica de una función cuadrática, encuentre su expresión algebraica y complete lo que se le pide a continuación:



Interceptos en x ________________________________

Intercepto en y__________________________________

Vértice ____

Eje de simetría _________________________________

Ejercicio 5

Encuentre la expresión algebraica para la función representada por los datos de la siguiente tabla:

x	y
-3	6
-2	3
-1	2
0	3
1	6
2	11
3	18

ANEXO 3: GUIA DE ACTIVIDADES

GUIA DE ACTIVIDADES ROPUESTAS PARA EL ESTUDIO DE LA FUNCION CUADRATICA

Actividad 1

Ejercicio 1: Haciendo uso del programa GeoGebra, realice la gráfica de la función $f(x) = x^2$, de la siguiente manera:

- complete la tabla, que se presenta a continuación.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Luego:

- Ejecute el programa ubicado en el escritorio de su PC.
- En el menú principal (o barra de herramientas), ubíquese en la opción vista y haga ¨click¨ en ¨ejes¨.
- Active en la barra de herramientas la opción ¨Nuevo Punto¨.
- En la ventana principal de GeoGebra, ubíquese en la vista gráfica y con el puntero del mouse grafique todos los puntos de la tabla anterior, en el plano cartesiano que ahí se muestra.
- Seguidamente vaya a la barra de herramientas de construcción y seleccione la opción ¨Cónica dados Cinco de sus Puntos¨ y en la vista grafica señale de izquierda a derecha, de manera consecutiva cinco de los puntos graficados.

Responda lo siguiente:

- ¿Qué gráfica obtuvo?____
- ¿la gráfica obtenida es semejante a una parábola?______________________

Actividades de refuerzo: Realizar el procedimiento anterior para las siguientes funciones: $g(x) = -x^2$, $h(x) = 2x^2$, y $r(x) = -2x^2$.

Nota: guarde en el escritorio de su computador el proyecto de trabajo desarrollado en el software.

Actividad 2

Ejercicio 1: Haciendo uso del software GeoGebra grafique las funciones que se dan a continuación, siguiendo los pasos:

- En la ventana de entrada de datos del software, escriba e ingrese la función $f(x) = x^2$.

- Repita el paso anterior para las funciones, $u(x) = -x^2$, $g(x) = 2x^2$, $h(x) = -2x^2$, $i(x) = \frac{1}{2}x^2$, $j(x) = \frac{1}{4}x^2$, $r(x) = 10x^2$ y $t(x) = -10x^2$.

Nota: Es importante que cambie el color de las funciones en ¨propiedades de objeto¨, así se le facilitará su identificación respectiva.

Analice las gráficas de cada una de las funciones graficadas y responda:

- ¿Cuales curvas abren hacia arriba?___________________________________
  ¿y cuáles hacia abajo?____
- ¿Qué pasa con las ramas de la parábola con respecto al eje y?_____________
  ____
- ¿Cuál es la ecuación del eje de simetría de cada parábola?________________
- ¿Cuál es el vértice de cada parábola?________________________________
- Si llamamos a al coeficiente que acompaña a x ¿Cómo quedaría la nueva expresión?____

NOTA: guarde su proyecto realizado en GeoGebra, en el escritorio de su PC.

Ejercicio 2: Incorpore el deslizador para el parámetro a y grafique la función $f(x) = ax^2$, luego mueva el deslizador, observe y complete:

- si a es positiva ($a > 0$), las ramas de la gráfica se extienden hacia__________

En estos casos decimos que la concavidad de la función es positiva (o cóncava hacia arriba).

- si a es negativa $a < 0$, las ramas de la gráfica se extienden hacia___________

En estos casos decimos que la concavidad de la función es negativa (o cóncava hacia abajo).

- ¿Qué sucede con las ramas, si $0 < a < 1$?______________________________
- Y si tomamos valores grandes, o sea $a \to \infty$ _____________________________

____

- Y si tomamos valores muy pequeños, o sea $a \rightarrow -\infty$ ___________________

____

La abertura entre las ramas se llama **amplitud**.

Actividad 3

Ejercicio 1: Grafique en GeoGebra las siguientes funciones, como se han venido desarrollando las actividades anteriores: $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^2 - 1$, $h(x) = -2x^2 + 3$ y $h(x) = -2x^2 - 3$.

Analice las graficas y responda:

5. ¿que tienen de igual estas gráficas?__________________________________
6. ¿Qué tienen de diferente?____
7. ¿Cuál es el vértice de cada una de estas parábolas?______________________
8. ¿Qué relación existe entre el término independiente y la ordenada del vértice?

____

Actividad de refuerzo: grafique las funciones, $i(x) = -x^2 - 1$, $j(x) = -x^2 + 1$, $r(x) = \frac{1}{2}x^2 + 7$ y $s(x) = \frac{1}{2}x^2 - 7$ haciendo uso del software, a continuación analice las gráficas y responda como en el caso anterior.

Ejercicio 2: incorpore el deslizador para el parámetro a y el parámetro c, a continuación grafique la función $f(x) = ax^2 + c$. Mueva el deslizador únicamente para el parámetro c y conteste:

- Si c es positiva ($c > 0$), la gráfica se desplaza hacia_____________________
- Si c es negativa ($c < 0$), la gráfica se desplaza hacia_____________________

Cambie el valor del parámetro para los valores que se dan en la tabla y escriba el punto de intersección con el eje y.

c	Punto de intercesión con el eje y
3	
-3	
6	
-5	
½	
-3/4	

- Mueva el deslizador para el parámetro a y déjelo en una posición fija, luego mueva el deslizador para el parámetro ¨c¨, repita este experimento varias veces ¿Qué sucede con la gráfica?___________________________________

____

Actividad 4

Ejerció 1: En GeoGebra, grafique las siguientes funciones: $f(x) = x^2 + 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 4x - 3$, $h(x) = x^2 + 6x - 3$, $i(x) = x^2 - 2x - 3$, $j(x) = x^2 - 4x - 3$ y $r(x) = x^2 - 6x - 3$. Observe que ocurre con las graficas y registre su opinión.

____

____

Ejercicio 2: incorpore el deslizador para los parámetros a, b y c y grafique la función $f(x) = ax^2 + bx + c$. Mueva el deslizador únicamente para el parámetro b, analice el comportamiento de la gráfica y responda:

- Si b es positivo ($b > 0$), la gráfica se desplaza hacia______________________
- Si b es negativo ($b < 0$), la gráfica se desplaza hacia____________________

Para mirar el comportamiento general de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, convine los movimientos del deslizador para los parámetros a, b y c.

¿Qué forma tiene la representación gráfica de una función cuya expresión algebraica es $f(x) = ax^2 + bx + c$?, $a \neq 0$? ____

Actividad 5

Incorpore el deslizador en el software para el parámetro a y considere una rango de -10 hasta 10. A continuación grafique la función $f(x) = ax^2$ y varié el deslizador para los siguientes valores de a que aparecen en la tabla y registre sus datos.

a	concavidad	Punto máximo o mínimo
2		
-3		
5		
-2.5		
3.5		
-8		
-9		
4		

Según lo hecho anteriormente conteste:

¿Qué relación tiene el parámetro a con respecto a la concavidad de la gráfica de una función cuadrática?____

¿Cuándo la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ tiene punto máximo?

____

¿Cuándo la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ tiene punto mínimo?

____

____

Actividad 6

Grafique en GeoGebra la función $f(x) = x^2$ y traslade su vértice $v = (0,0)$ al punto $p = (-4,-4)$, analice los cambios obtenidos y proceda de la siguiente manera:

- Ubíquese en la vista algebraica y registre ¿Que expresión obtuvo?___________
- Seguidamente responda ¿Qué significado tiene esta expresión con respecto a la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$?________________________________
- Convierta la expresión inicial a la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$_____________
  ____

Ahora ubíquese en la vista gráfica y determine:

- Interceptos con el eje x____
- Intercepto con el eje y____
- Eje de simetría ____
- Su concavidad es____
- Los valores de los parámetros a, b y c del registro anterior son: ____________

Para verificar sus errores o aciertos cometidos en el proceso anterior, proceda de la siguiente manera:

- En los iconos de las herramientas de construcción seleccione la opción ¨Intercepción de Dos Objetos¨
- En la vista gráfica seleccione la gráfica de la parábola y el eje x ¿los interceptos obtenidos coinciden con los que usted había registrado anteriormente?, justifique____
- Ubíquese en los comandos nuevamente y seleccione la opción ¨Mediatriz¨, desplácese a la vista gráfica y señale los dos puntos de intersección de la gráfica de la parábola y el eje x ¿la mediatriz coincide con el eje de simetría de la parábola? Justifique____

Actividad 7

En GeoGebra grafique la siguiente función $f(x) = -2x^2 + 8x - 2$ y realice la siguiente construcción:

- Señale un punto en una de las ramas de la parábola.
- En el menú de herramientas seleccione la opción ¨Recta Perpendicular¨.
- En la vista gráfica señale el punto y el eje y, ahí le aparecerá una recta horizontal
- Marque el punto de intersección entre la parábola y la recta
- Oculte la recta horizontal
- En las herramientas de construcción seleccione la opción segmento entre dos puntos, a continuación en la vista gráfica señale los dos puntos que se construyeron en la parábola, ahí le aparecerá un segmento entre los dos puntos
- Trace la mediatriz a este segmento, la mediatriz es el **eje de simetría** de la parábola, a continuación marque el punto de intercesión entre la mediatriz y la parábola, ese punto es el **vértice** de la parábola
- muestre la ecuación de la recta

¿Cuál es la ecuación del eje de simetría?______________________________________

¿Cuál es el valor de la abscisa en el vértice?___________________________________

¿Cómo encontraría el valor de la ordenada en el vértice?________________________

____

Reemplace los parámetros a y b en la siguiente ecuación $x = -\frac{b}{2a}$ ¿Qué similitud o diferencia encuentra con la ecuación de la recta?, justifique______________________

____

Cambie el valor del parámetro a y b, con los valores que se dan en la tabla siguiente y complete la misma con los datos correspondientes:

a	b	Eje de simetría	Valor de la abscisa en el vértice	Valor de la ordenada en el vértice	vértice
1	3				
2	-1				
-5	3				
2	0				
-4	-2				

Escriba la ecuación del eje de simetría de la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ____

Escriba la fórmula para determinar el valor de la abscisa en el vértice de la gráfica de la función $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ ____

Complete la siguiente tabla sin hacer uso del computador, puede utilizar calculadora para hacer cómputos.

Función	Eje de simetría	vértice
$y = 3x^2$-6x+1		
$y = -x^2$+4x-3		
$y = 5x^2$+10x+9		
$y = 2x^2$-5x		

Actividad 8

Dada la siguiente representación tabular de una función cuadrática, hallar su representación gráfica y su representación algebraica, sin hacer uso del software:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	31	15	5	1	3	11	25

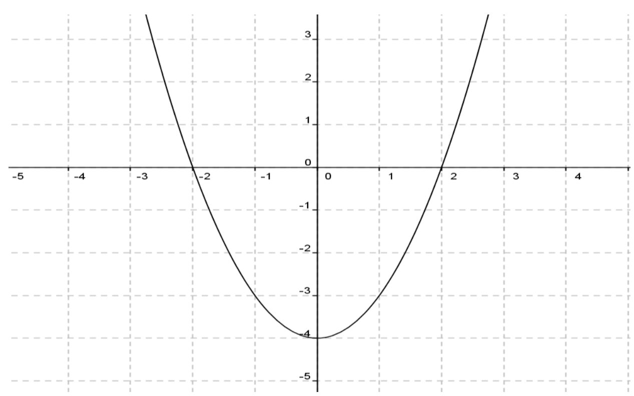
Responda a continuación: ¿con cuántos puntos es posible determinar la forma algebraica de una función cuadrática?____

Halle: su vértice v__________________, eje de simetría_______________, su concavidad es_______________________ halle los valores de los parámetros a, b y c____

Actividad 9

Dada la siguiente gráfica de una función cuadrática, sin hacer uso del computador construya la representación tabular y halle la representación algebraica correspondiente a la parábola, además responda: Interceptos con el eje x_________________Intercepto con el eje y_____________Vértice______________Eje de simetría______________

Gráfica:



Actividad 10

Ejercicio 1: Mediante el uso del programa GeoGebra hallar los interceptos de la función $y = x^2 + 6x + 8$ de la siguiente manera:

- En la ventana principal de GeoGebra, en la esquina inferior derecha, despliegue los comandos por categoría y seleccione la opción ¨algebra¨ y ejecute la aplicación ¨Factoriza¨

- En la ventana de entrada de datos le aparecerá la siguiente expresión Factoriza[], a continuación escriba el polinomio cuadrático a factorizar como lo ilustra el ejemplo, Factoriza[x^2-1]. Pulse entrar y en la vista algebraica puede apreciar su factorización, también aparecerá la grafica de la función.

Escriba las componentes en x que considere que corresponden a los puntos de intercepción entre la grafica de la parábola y el eje x____________________ ¿Cuáles son las componentes en y de los puntos de intercepción respectivamente?___________
Escriba los dos puntos de intercepción______________________________________
¿Si a la función le sustituye la variable y por 0, que obtiene?____________________
¿Cómo calcularía los puntos de intercepción de la grafica de la función anterior con el eje x?____

Encuentre el punto de intersección de las siguientes funciones y regístrelos en la tabla siguiente:

Función	Punto de intersección con el eje x
$f(x) = x^2 - 6x + 9$	
$f(x) = x^2 - 9$	
$f(x) = x^2 + x - 20$	
$f(x) = 4x^2 + x + 7$	
$f(x) = x^2 - 7x + 1$	
$f(x) = -x^2 + 6x + 27$	

Ejercicio 2: Sin hacer uso del software efectué los métodos que usted conozca para hallar los puntos de intercepción de la parábola y el eje x, complete la tabla anterior.

Actividad 11

ESTUDIANTES DE GRADO DECIMO (I.E.J)

Fecha ___________________________

Estudiante: ____

Taller individual de la función cuadrática. Desarrollar:

Ejercicio 1

Dada la siguiente función $f(x) = x^2 + 8x - 2$, complete la tabla, determinando el valor de y para cada uno de los valores de x que se presentan a continuación, cualquier cálculo que realice debe registrarse en el espacio de trabajo.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Ejercicio 2

Grafique en el plano cartesiano los puntos que se registran en la siguiente tabla. Además dibuje la gráfica uniendo los puntos obtenidos en su registro.

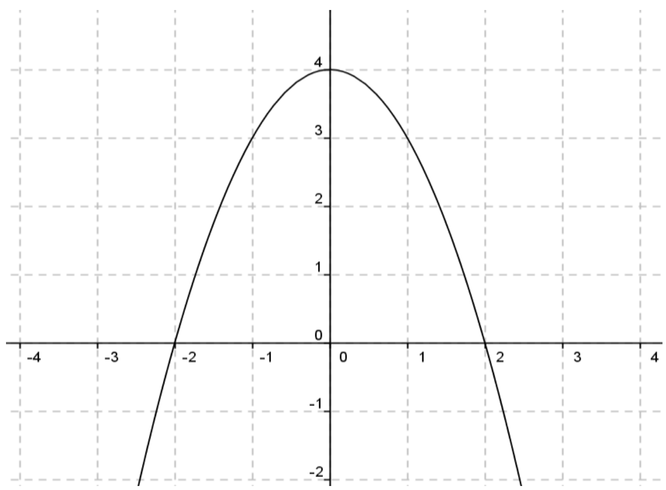
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	6	1	-2	-3	-2	1	6

Ejercicio 3

Grafique la función $f(x) = 2x^2 + 3x - 2$ en el sistema de coordenadas cartesianas. Además halle los interceptos con el eje x, su vértice correspondiente y su eje de simetría.

Ejercicio 4

A continuación se le presenta la gráfica de una función cuadrática, encuentre su expresión algebraica y complete lo que se le pide a continuación:



Intercepto en x ____

Intercepto en y____

Vértice ____

Eje de simetría ____

Su concavidad es____

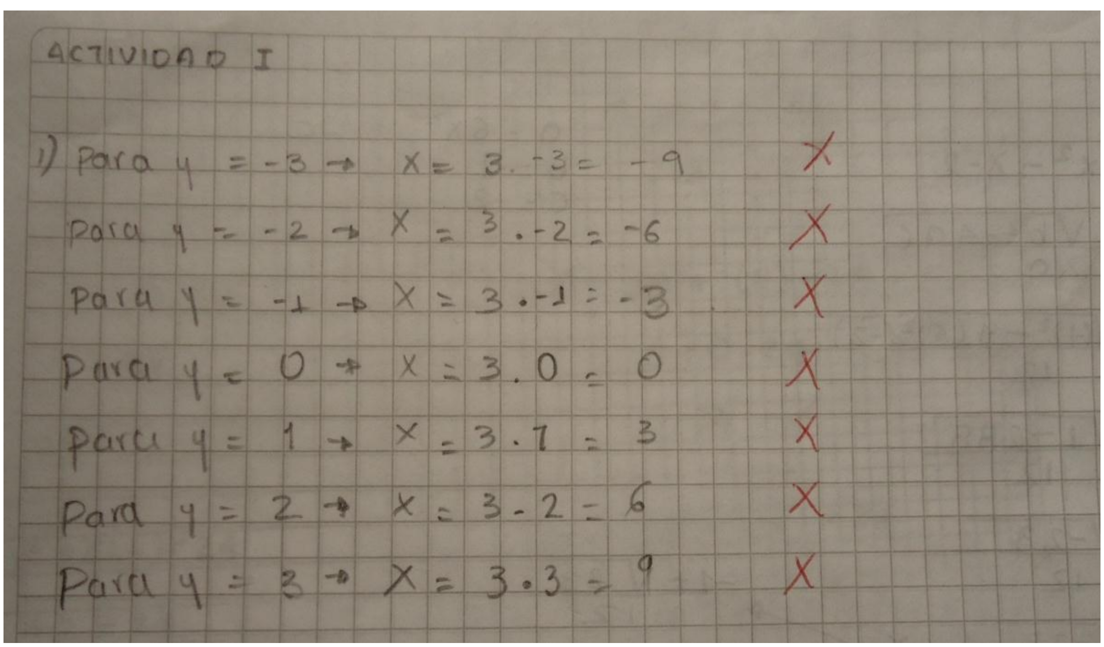
Ejercicio 5

Encuentre la expresión algebraica para la función representada por los datos de la siguiente tabla:

x	y
-3	11
-2	5
-1	1
0	-1
1	-1
2	1
3	5
4	11

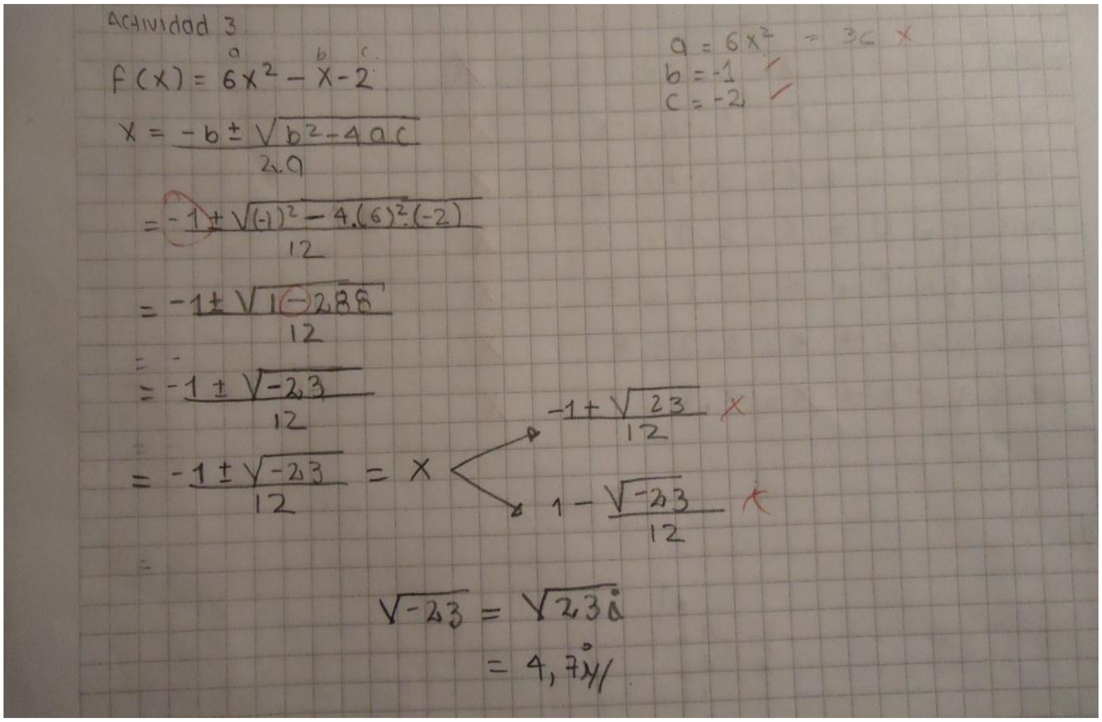
ANEXO 4: IMÁGENES DEL DIAGNÓSTICO

ANEXO 4.1: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR LIDY VANESA RIVERA. EJERCICIO UNO

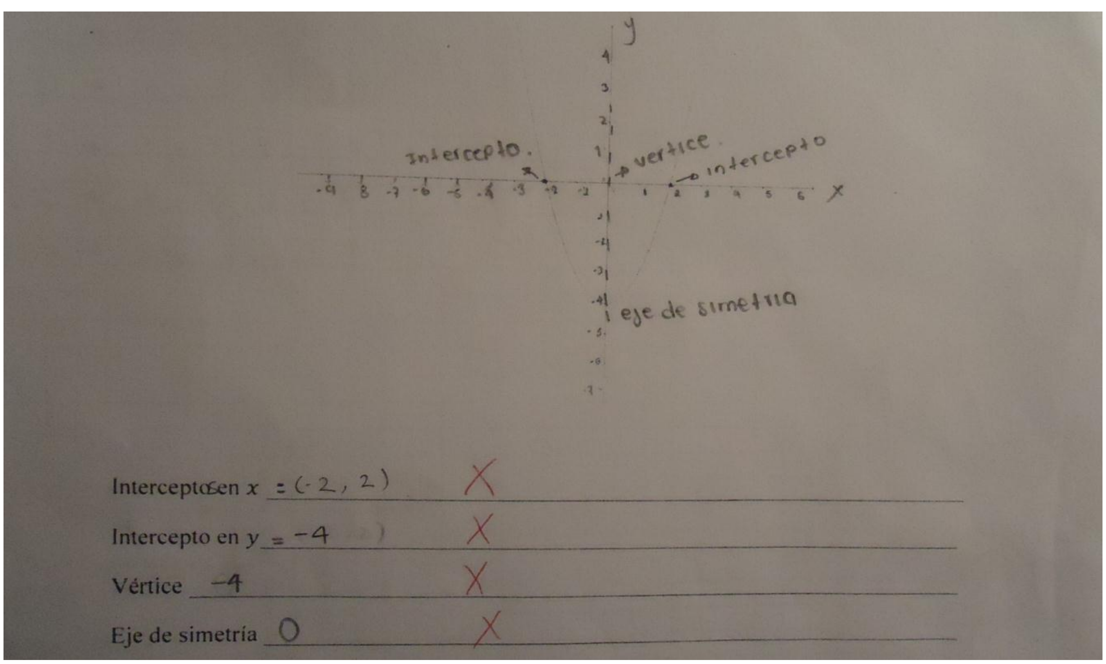

ACTIVIDAD I

1) Para y = -3 → x = 3 . -3 = -9 X
Para y = -2 → x = 3 . -2 = -6 X
Para y = -1 → x = 3 . -1 = -3 X
Para y = 0 → x = 3 . 0 = 0 X
Para y = 1 → x = 3 . 1 = 3 X
Para y = 2 → x = 3 . 2 = 6 X
Para y = 3 → x = 3 . 3 = 9 X

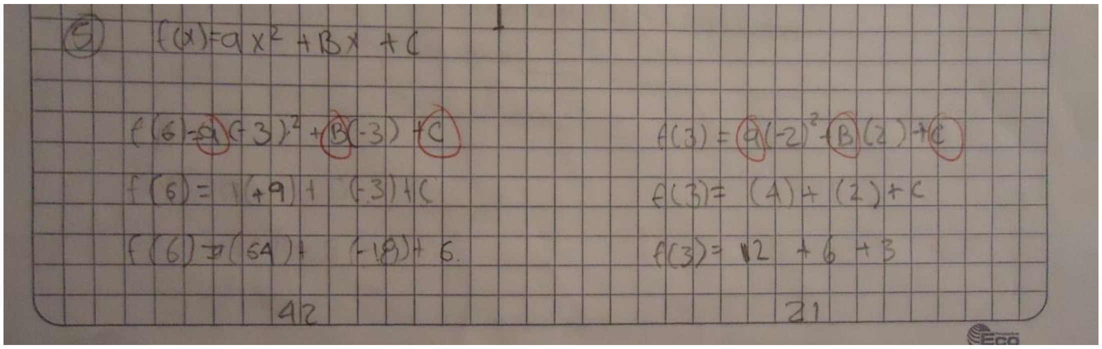
ANEXO 4.2 IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR LIDY VANESA RIVERA CHOCUE. EJERCICIO 3

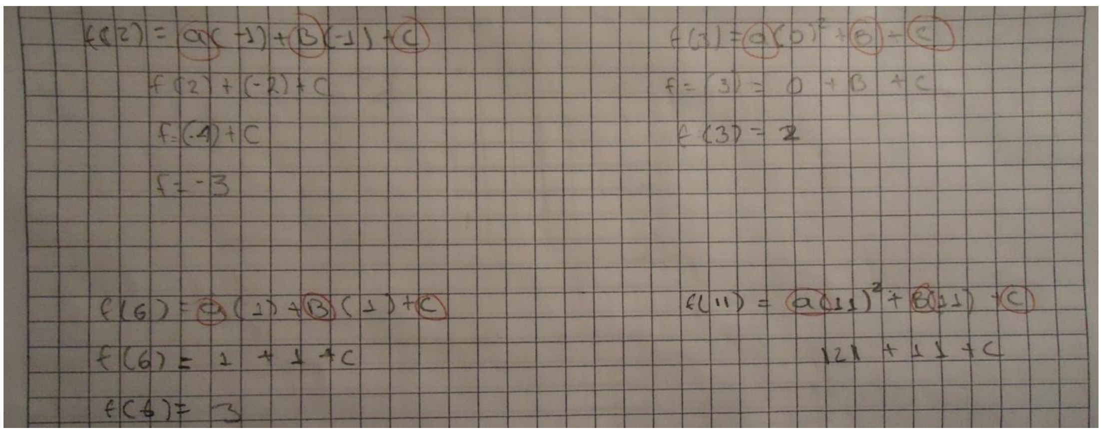


ANEXO 4.3: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR GLORIA CHAMIZO MEDINA. EJERCICIO CUATRO



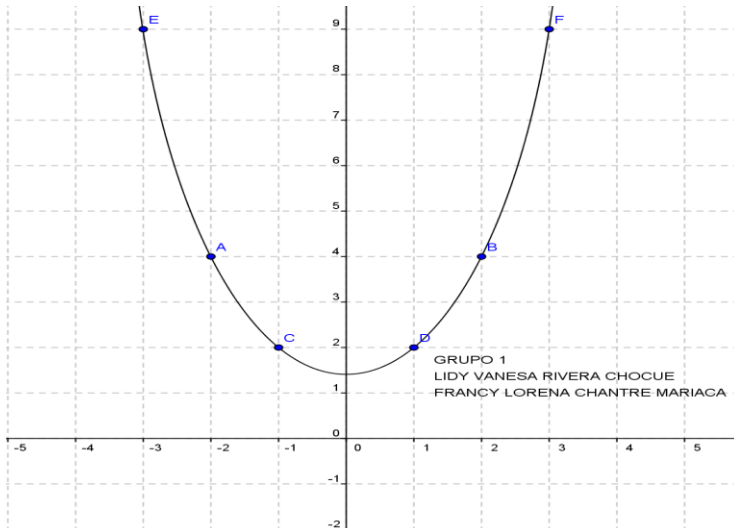
ANEXO 4.4: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR KAROL VIVIANA ILES GAVIRIA



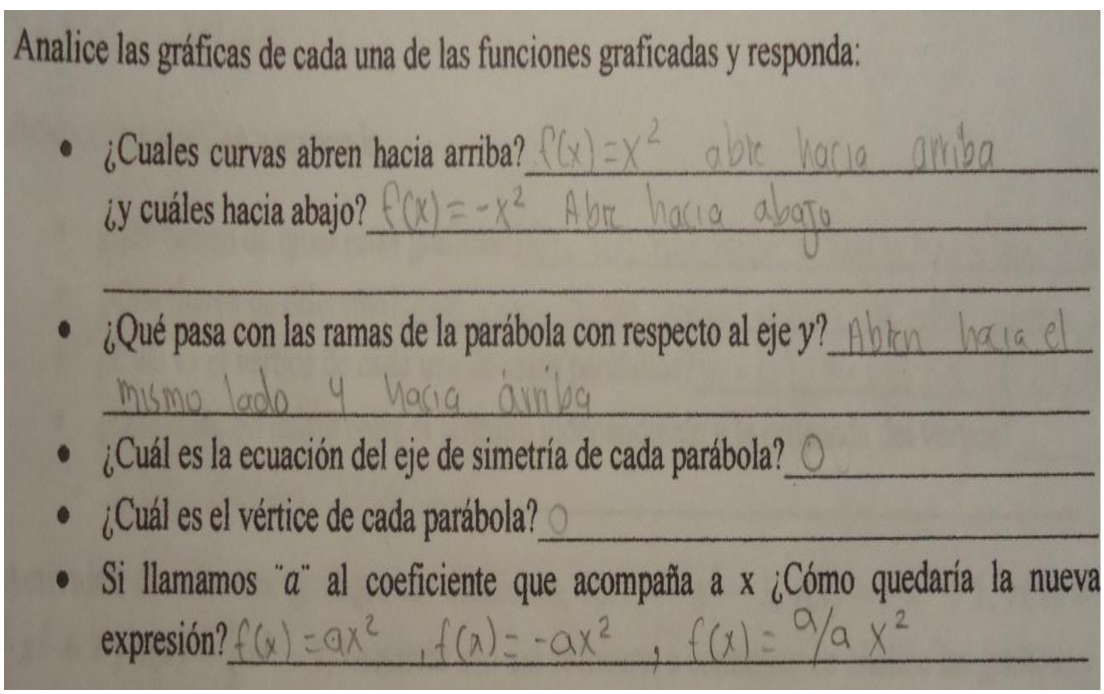


ANEXO 5: IMÁGENES DEL DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES DE LA FUNCION CUADRÁTICA

ANEXO 5.1: IMAGEN DEL GRUPO DE TRABAJO NUMERO UNO. ACTIVIDAD UNO



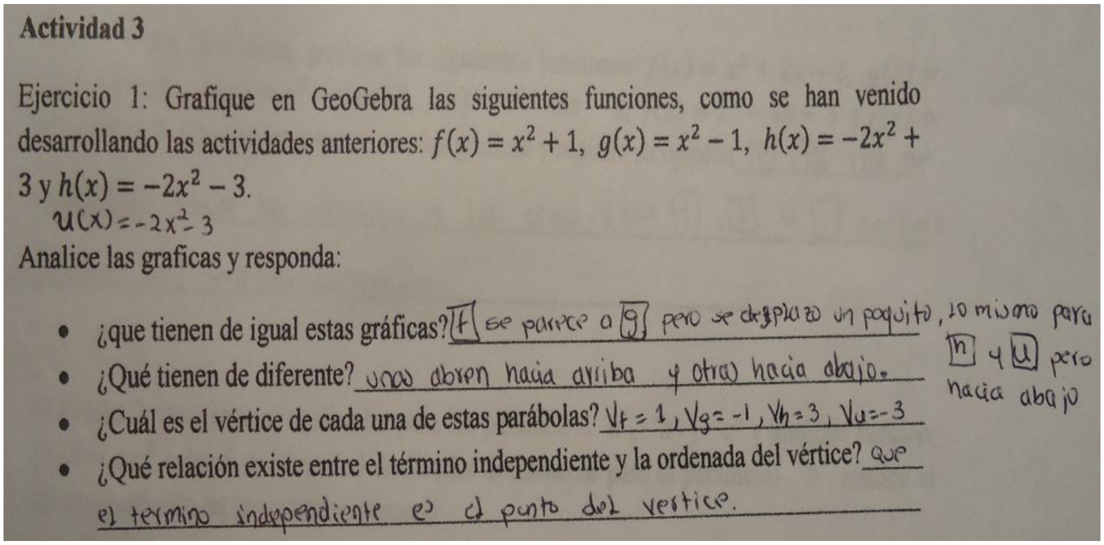
ANEXO 5.2: IMAGEN DEL GRUPO DE TRABAJO NÚMERO TRES. ACTIVIDAD DOS



Analice las gráficas de cada una de las funciones graficadas y responda:

- ¿Cuales curvas abren hacia arriba? $f(x)=x^2$ abre hacia arriba
  ¿y cuáles hacia abajo? $f(x)=-x^2$ Abre hacia abajo
- ¿Qué pasa con las ramas de la parábola con respecto al eje *y*? Abren hacia el mismo lado y hacia arriba
- ¿Cuál es la ecuación del eje de simetría de cada parábola? 0
- ¿Cuál es el vértice de cada parábola? 0
- Si llamamos "*a*" al coeficiente que acompaña a x ¿Cómo quedaría la nueva expresión? $f(x)=ax^2$, $f(x)=-ax^2$, $f(x)=a/a\ x^2$

ANEXO 5.3: IMAGEN DEL GRUPO DE TRABAJO NÚMERO DOS. ACTIVIDAD TRES



Actividad 3

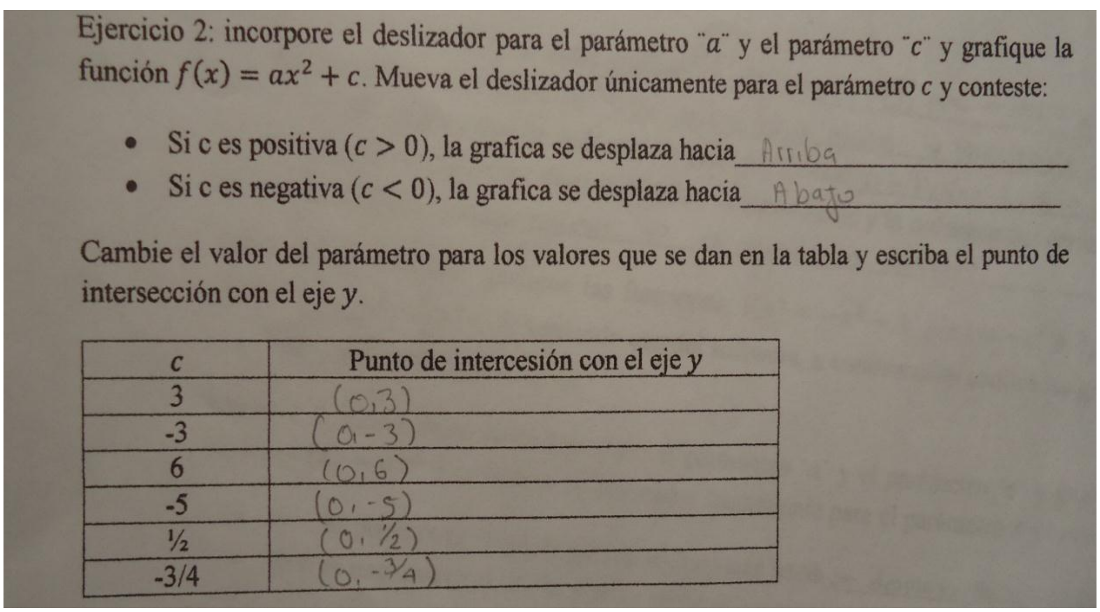
Ejercicio 1: Grafique en GeoGebra las siguientes funciones, como se han venido desarrollando las actividades anteriores: $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = x^2 - 1$, $h(x) = -2x^2 + 3$ y $h(x) = -2x^2 - 3$.

$u(x) = -2x^2 - 3$

Analice las graficas y responda:

- ¿que tienen de igual estas gráficas? $\boxed{f}$ se parece a $\boxed{g}$ pero se desplazo un poquito, lo mismo para $\boxed{h}$ y $\boxed{u}$ pero hacia abajo
- ¿Qué tienen de diferente? unas abren hacia arriba y otras hacia abajo.
- ¿Cuál es el vértice de cada una de estas parábolas? $V_f = 1$, $V_g = -1$, $V_h = 3$, $V_u = -3$
- ¿Qué relación existe entre el término independiente y la ordenada del vértice? que el termino independiente es el punto del vertice.

ANEXO 5.4: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR EL GRUPO NÚMERO CUATRO. ACTIVIDAD TRES



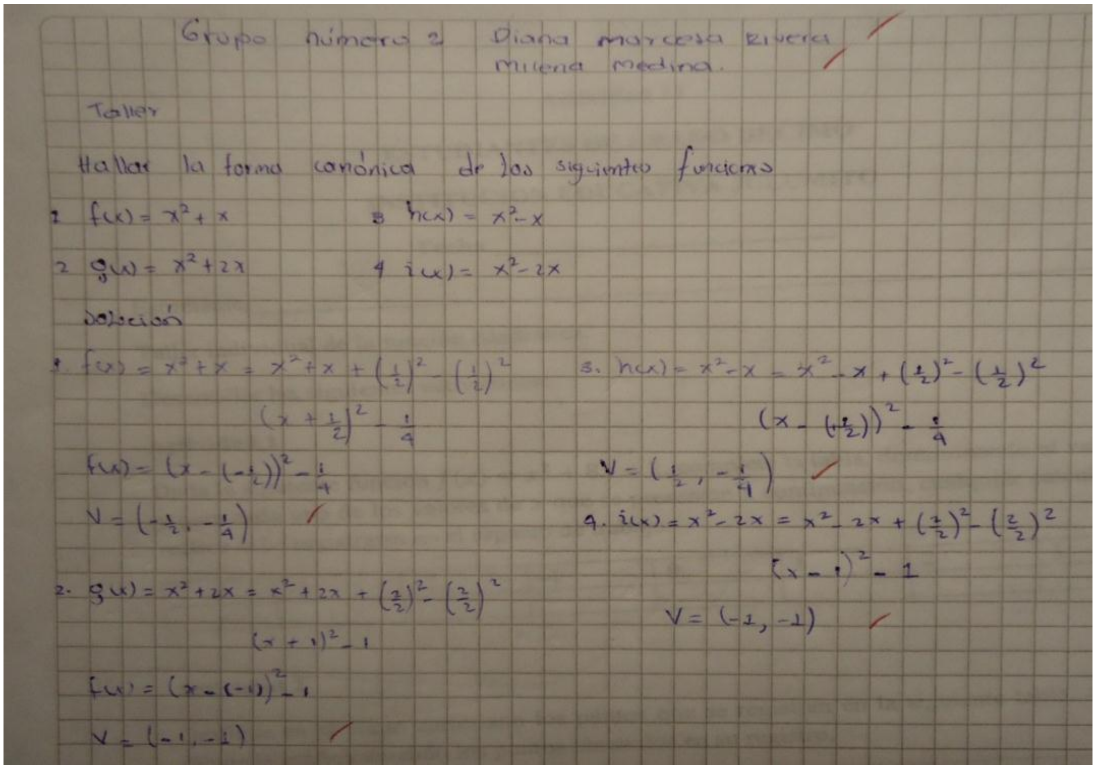
Ejercicio 2: incorpore el deslizador para el parámetro ¨a¨ y el parámetro ¨c¨ y grafique la función $f(x) = ax^2 + c$. Mueva el deslizador únicamente para el parámetro c y conteste:

- Si c es positiva ($c > 0$), la grafica se desplaza hacia Arriba
- Si c es negativa ($c < 0$), la grafica se desplaza hacia Abajo

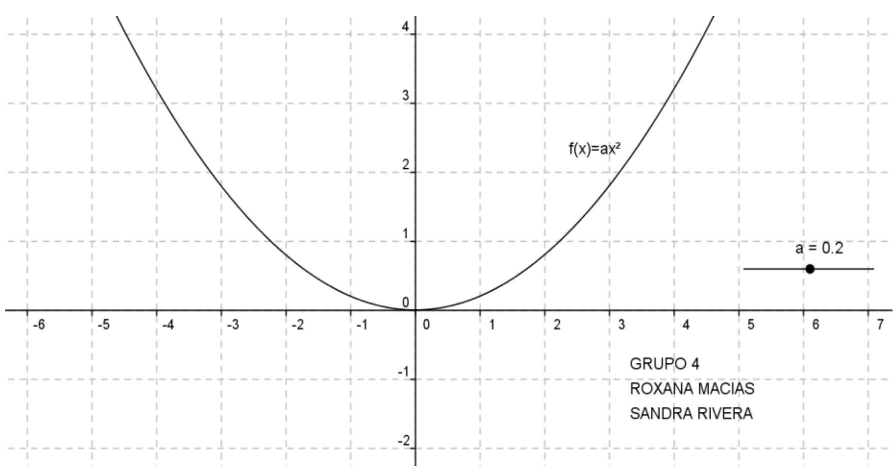
Cambie el valor del parámetro para los valores que se dan en la tabla y escriba el punto de intersección con el eje y.

c	Punto de intercesión con el eje y
3	(0,3)
-3	(0,-3)
6	(0,6)
-5	(0,-5)
½	(0,½)
-3/4	(0,-¾)

ANEXO 5.5: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR EL GRUPO NÚMERO DOS. ACTIVIDAD CUATRO



ANEXO 5.6: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR EL GRUPO NÚEMROCUATRO. ACTVIDAD CINCO



ANEXO 5.7: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR EL GRUPO DE TRABAJO NÚMERO UNO

Actividad 5

Incorpore el deslizador en el software para el parámetro ¨a¨ y considere una rango de -10 hasta 10. A continuación grafique la función $f(x) = ax^2$ y varié el deslizador para los siguientes valores de a que aparecen en la tabla y registre sus datos.

a	concavidad	Punto máximo o mínimo
2	hacia arriba	mínimo
-3	hacia abajo	máximo
5	hacia arriba	mínimo
-2.5	hacia abajo	maximo.

ANEXO 5.8: IMAGEN DEL TRABAJO REALIZADO POR EL GRUPO DE TRABAJO NÚMERO TRES

Actividad 6

Grafique en GeoGebra la función $f(x) = x^2$ y traslade su vértice $v = (0,0)$ al punto $p = (-4,-4)$, analice los cambios obtenidos y proceda de la siguiente manera:

- Ubíquese en la vista algebraica y registre ¿Que expr[illegible]sion

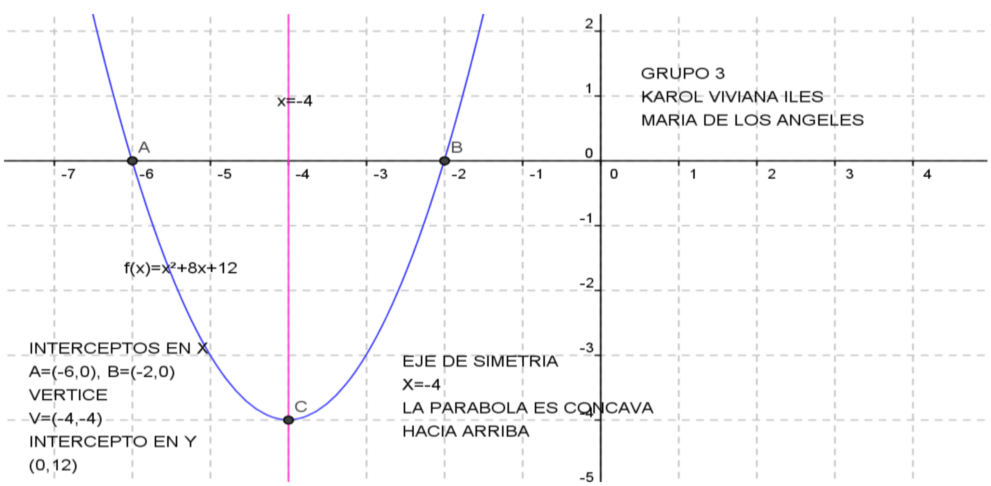
$f(x) = (x+4)^2 - 4$

Seguidamente responda ¿Qué significado tiene esta expresión con respecto a la función $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$? Esto es la expresion cánonica de la funcion Cuadratica

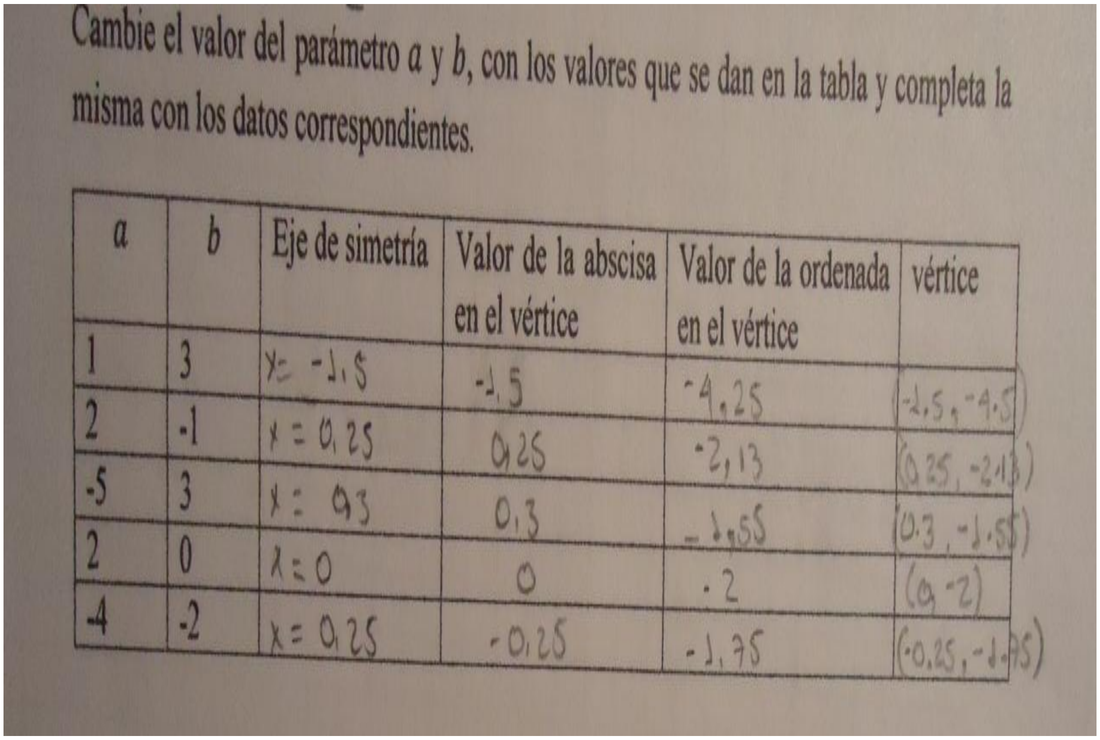
Convierta la expresión inicial a la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$

$(x+4)^2 - 4$, $x^2 + 16 - 4$, $x^2 + 12$

ANEXO 5.9: IMAGEN DEL GRUPO DE TRABAJO NÚMERO TRES



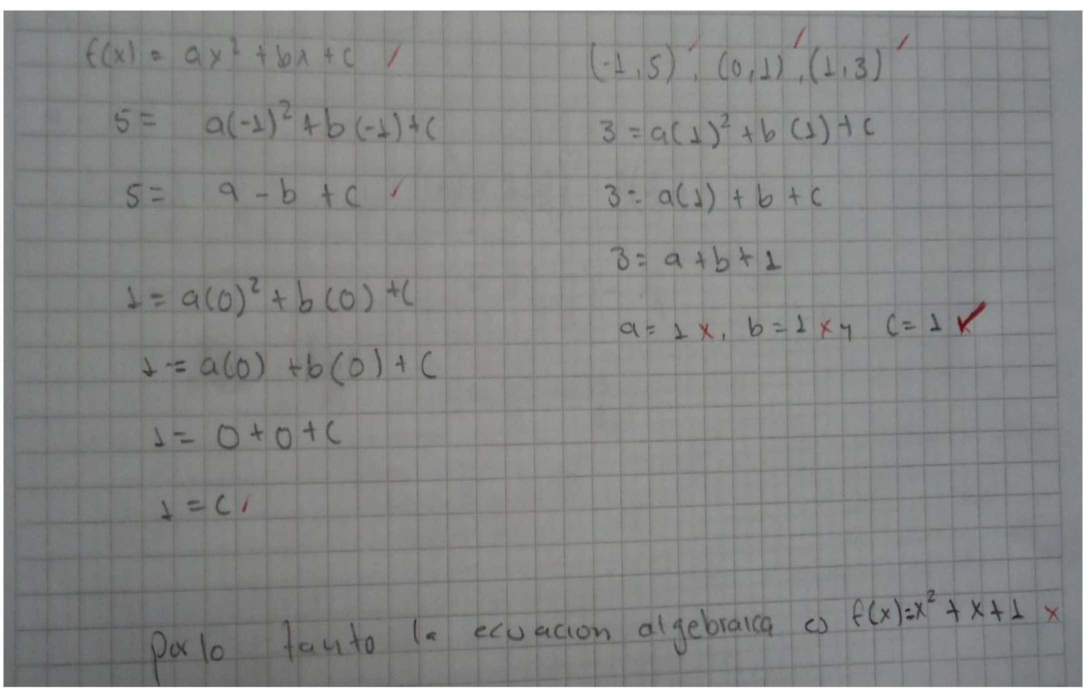
ANEXO 5.10: IMAGEN DEL TRABAJO DEL GRUPO NÚMERO CUATRO



Cambie el valor del parámetro *a* y *b*, con los valores que se dan en la tabla y completa la misma con los datos correspondientes.

a	*b*	Eje de simetría	Valor de la abscisa en el vértice	Valor de la ordenada en el vértice	vértice
1	3	y= -1,5	-1,5	-4,25	(-1,5, -4,5)
2	-1	x = 0,25	0,25	-2,13	(0,25, -2,13)
-5	3	x: 0,3	0,3	-1,55	(0.3, -1.55)
2	0	x=0	0	-2	(0,-2)
-4	-2	x= 0,25	-0,25	-1,75	(-0,25, -1,75)

ANEXO 5.11: IMAGEN DEL TRABAJO DEL GRUPO NÚMERO TRES



$f(x) = ax^2 + bx + c$

$5 = a(-1)^2 + b(-1) + c$

$5 = a - b + c$

$1 = a(0)^2 + b(0) + c$

$1 = a(0) + b(0) + c$

$1 = 0 + 0 + c$

$1 = c$

$(-1,5), (0,1), (1,3)$

$3 = a(1)^2 + b(1) + c$

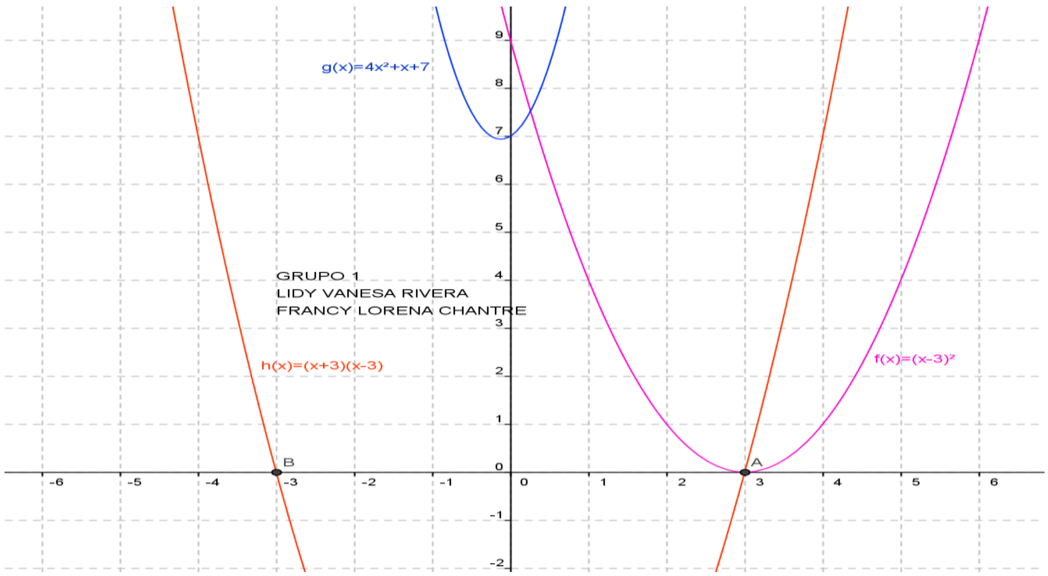
$3 = a(1) + b + c$

$3 = a + b + 1$

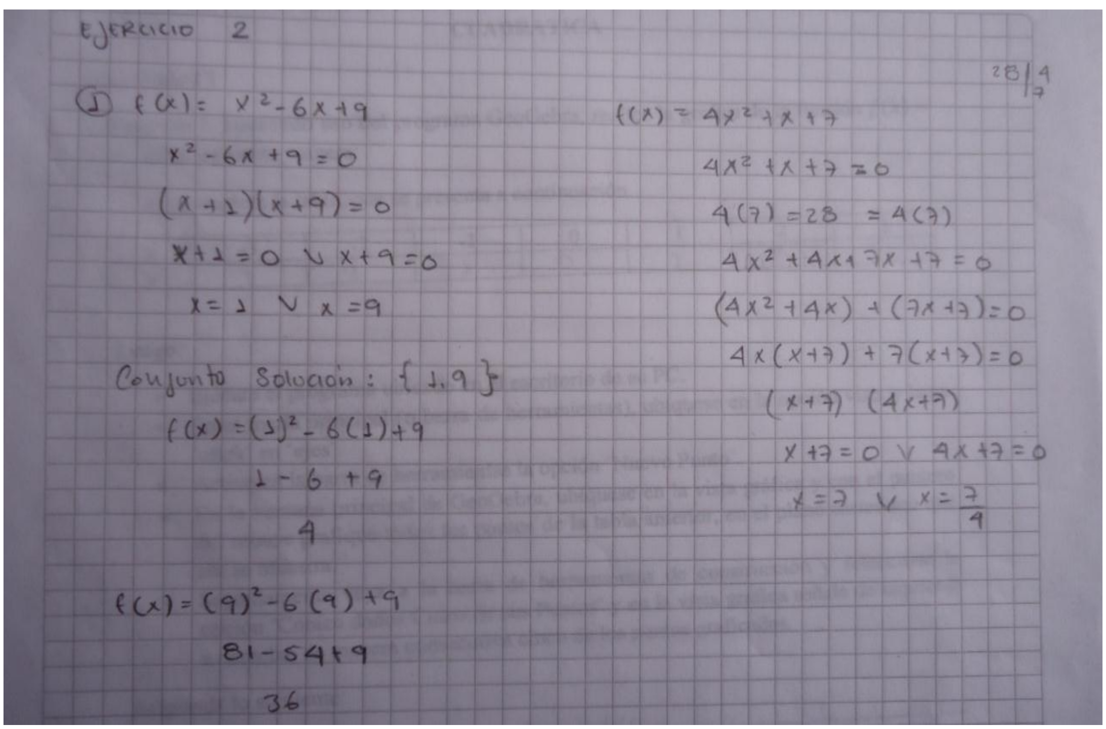
$a = 1$, $b = 1$ y $c = 1$

Por lo tanto la ecuacion algebraica es $f(x) = x^2 + x + 1$

ANEXO 5.12: IMAGEN DEL TRABAJO DEL GRUPO NÚMERO UNO

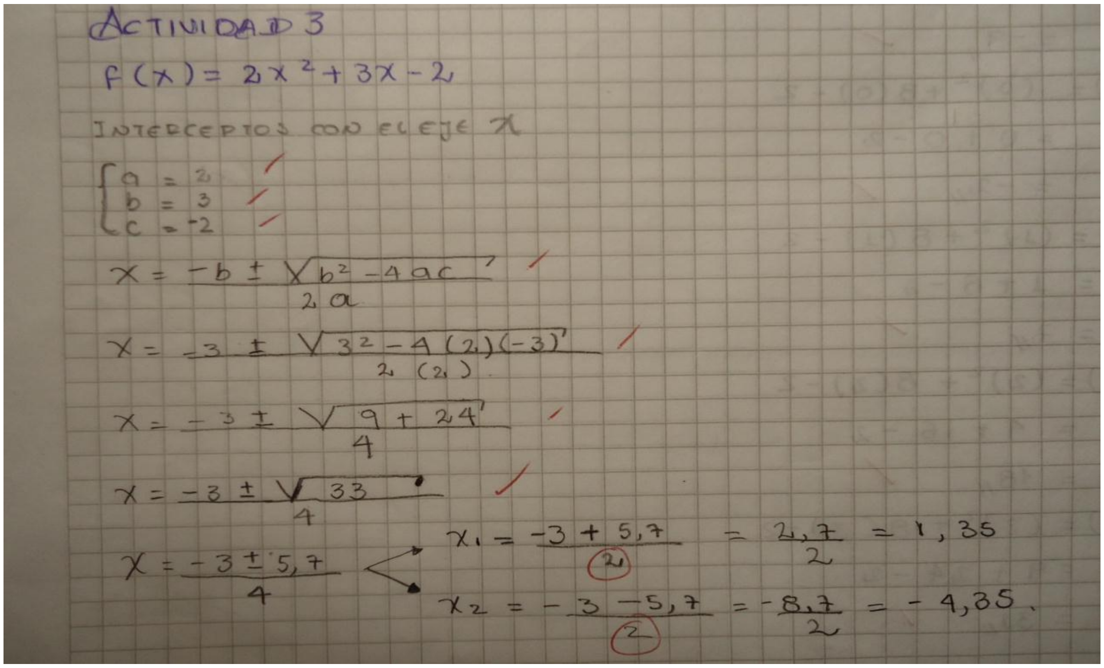


ANEXO 5.13: IMAGEN DEL TRABAJO DEL GRUPO NÚMERO TRES



ANEXO 6: IMAGEN DE LA PRUEBA FINAL

ANEXO 6.1: IMAGEN DEL TRABAJO DE LIDY VANESA RIVERA



ACTIVIDAD 3

$f(x) = 2x^2 + 3x - 2$

INTERCEPTOS CON EL EJE x

$\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \\ c = -2 \end{cases}$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$

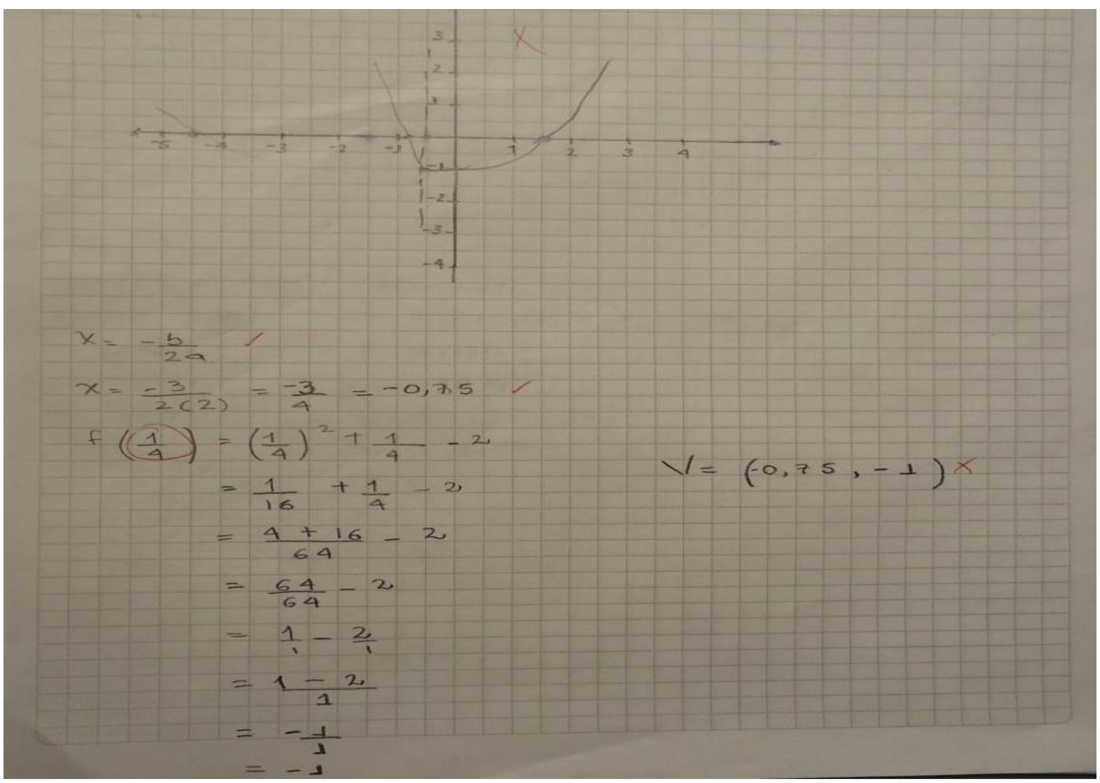
$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9 + 24}}{4}$

$x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$

$x = \dfrac{-3 \pm 5,7}{4}$

$x_1 = \dfrac{-3 + 5,7}{2} = \dfrac{2,7}{2} = 1,35$

$x_2 = -\dfrac{3 - 5,7}{2} = -\dfrac{8,7}{2} = -4,35.$



$x = \dfrac{-b}{2a}$

$x = \dfrac{-3}{2(2)} = \dfrac{-3}{4} = -0,75$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} - 2$

$= \frac{1}{16} + \frac{1}{4} - 2$

$= \frac{4 + 16}{64} - 2$

$= \frac{64}{64} - 2$

$= \frac{1}{1} - \frac{2}{1}$

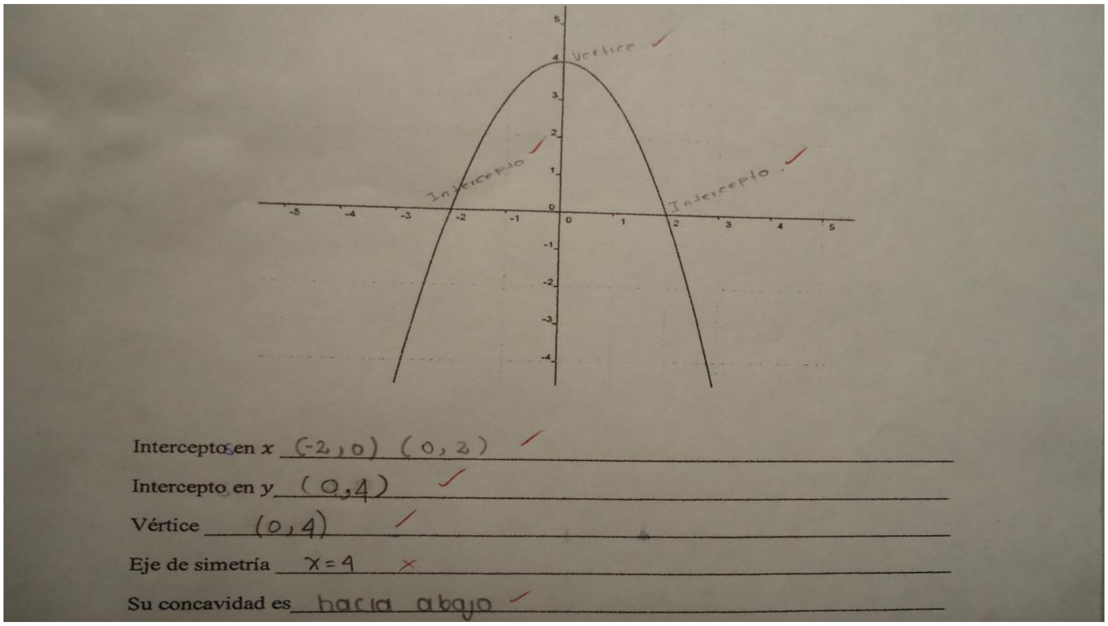
$= \frac{1 - 2}{1}$

$= -\frac{1}{1}$

$= -1$

$V = (-0,75 , -1)$

ANEXO 6.2: IMAGEN DEL TRABAJO DE LIDY VANESA RIVERA. EJERCICIO CUATRO



ANEXO 6.3: IMAGEN DEL TRABAJO DE MARIA RIVERA. EJERCICIO CUATRO