

**VENTAJAS Y DESVENTAJAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS RELACIONES
TRIGONOMÉTRICAS EN RESOLUCION DE TRIÁNGULOS A ESTUDIANTES
DEL GRADO 10-B DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NO FORMAL CODESPA,
SEDE TIMBÍO.**



EDYER OLMEDO MONTENEGRO GARZÓN

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
PRÁCTICA PEDAGÓGICA
POPAYÁN
2014**

**VENTAJAS Y DESVENTAJAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS RELACIONES
TRIGONOMÉTRICAS EN RESOLUCION DE TRIÁNGULO A ESTUDIANTES
DEL GRADO 10 DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NO FORMAL CODESPA,
SEDE TIMBÍO.**

EDYER OLMEDO MONTENEGRO GARZÓN

**Trabajo presentado como requisito para optar al título de
Licenciado en Matemáticas**

**Director
HERNÁN ZUÑIGA**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2014**

NOTA DE ACEPTACIÓN

El presente trabajo de
grado fue aprobado
por el asesor y
respectivo evaluador

Vo. Bo. YENNY LEONOR ROSERO
Coordinadora
Licenciatura en Matemáticas

Vo. Bo. HERNÁN ZÚÑIGA
Asesor

Vo. Bo. ORLANDO RODRIGUEZ
Evaluador

Fecha y lugar de sustentación: 24 de junio de 2015, 301. Edificio de Matemáticas.
Facultad de Ciencias Exactas y de la Educación.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	8
1. JUSTIFICACIÓN	9
2. CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA	10
3. OBJETIVOS	14
3.1 OBJETIVO GENERAL	14
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
4. OBJETO DE LA SISTEMATIZACIÓN	15
5. REFERENTES TEÓRICOS	16
5.1 TIPOS DE EDUCACIÓN	17
5.1.1 Educación Formal	17
5.1.2 Educación informal.....	17
5.1.3 Educación no formal.....	17
5.1.3.1 Antecedentes.	19
5.1.3.2 Definición y características.....	19
5.1.3.3 Algunas particularidades de la educación no formal.	20
5.2 EDUCACIÓN NO FORMAL EN COLOMBIA.....	23
5.3 MODELOS EDUCATIVOS NO FORMALES EN COLOMBIA	24
5.3.1 Transformemos Educando	24
5.3.2 A crecer.....	24
5.3.3 Modelo pedagógico	25
5.3.4 Programa de Educación Continuada de CAFAM	25
5.3.4.1 Historia De La Educación Continuada De Cafam	26
5.3.4.2 Descripción del programa	26
5.3.5 Posprimaria	28

5.3.6	Escuela Nueva.....	29
5.3.7	Aceleración del aprendizaje.....	30
5.3.8	Telesecundaria.....	31
5.3.9	Sistema De Aprendizaje Tutorial (SAT).....	31
5.3.10	Servicio De Educación Rural (SER).....	32
5.3.11	Programa Alfabetización Virtual Asistida (PAVA).....	32
5.3.12	Jóvenes Rurales Emprendedores.....	33
5.4	NORMATIDAD.....	34
5.4.1	Decreto 3011 de 1997.....	34
5.5	CONCEPTOS MATEMATICOS SOPORTE DEL MODULO CAFAM	
	GRADO DECIMO (10°).....	35
5.5.1	Definición y construcción del concepto de triángulo.....	35
5.5.2	Clasificación de triángulos.....	38
5.5.2.1	Clasificación de triángulos según sus lados.....	38
5.5.2.2	Clasificación de triángulos según sus ángulos.....	39
5.5.3	Relación entre triángulo rectángulo y funciones trigonométricas.....	40
5.5.4	Teorema del seno y coseno.....	45
5.5.4.1	Teorema del seno.....	45
5.5.4.2	Teorema del coseno.....	45
6.	METODOLOGÍA DE LA SISTEMATIZACIÓN.....	47
7.	RECUPERACIÓN HISTÓRICA DE LA EXPERIENCIA.....	50
7.1	EL PROGRAMA CAFAM.....	50
7.1.1	Objetivos del programa.....	50
7.1.2	Características.....	51
7.1.3	Estructura.....	52
8.	ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO.....	56
8.1	ANÁLISIS DE ERRORES ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO.....	57
8.2	SESIÓN DE REFUERZO.....	62

8.3	IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO EDUCATIVO CAFAM EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CODESPA	62
8.4	RESULTADOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA INVESTIGATIVA.....	64
8.5	ANÁLISIS DE RESULTADOS AL APLICAR LA TAREA A EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NO FORMAL CODESPA	65
8.6	ANÁLISIS DE RESULTADOS AL APLICAR LA TAREA A EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FORMAL GUILLERMO VALENCIA	71
8.6.1	Análisis de evidencias Institución educativa Guillermo Valencia.....	74
8.7	ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PP.....	75
8.7.1	Ventajas	75
8.7.2	Desventajas	75
8.7.3	Ventajas Del Módulo Cafam.....	76
8.7.4	Desventajas Del Módulo Cafam.....	76
9.	CONCLUSIONES	78
	BIBLIOGRAFÍA	80
	ANEXOS.....	83

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Elementos del triángulo rectángulo.....	40
Figura 2. Ángulos agudos del triángulo.....	41
Figura 3. Evidencia (grupo 1) estudiantes nuevos	57
Figura 4. Evidencia (grupo 2) estudiantes repitentes.....	59
Figura 5. Evidencia (grupo 3) estudiantes no repitentes.....	60
Figura 6. Evidencia 1.	65
Figura 7. Evidencia 2.	66
Figura 8. Evidencia 3.	67

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Cuadro comparativo de tipos de educación	18
Cuadro 2. Funciones trigonométricas	42
Cuadro 3. Planteamientos acerca de Sistematización desde el punto de vista de diferentes autores	47
Cuadro 4. Estructura general del Programa	53
Cuadro 5. Estudiantes que participaron en la prueba	70
Cuadro 6. Resultados Evidencia 1	71

INTRODUCCIÓN

Este documento describe algunas particularidades que permiten entender el desarrollo del aprendizaje en el sujeto mediante el método de educación desescolarizada y las dificultades que se presentan al momento de implementar las estrategias de aprendizaje propuestas en los diferentes modelos educativos ofrecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).

Particularmente se da a conocer en qué consiste el modelo educativo propuesto por la Caja de Compensación Familiar (CAFAM), sus ventajas y desventajas y el objeto matemático utilizado por este modelo educativo al momento de ser implementado en el área de trigonometría para el grado 10-B.

El modelo educativo propuesto por CAFAM cuenta con un módulo guía de enseñanza de las diferentes ciencias, en el cual por medio de temas expuestos y tareas propuestas se busca iniciar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las diferentes áreas, especialmente y para nuestro estudio las matemáticas.

Las pruebas que se realizaron evidencian en forma detallada ventajas y desventajas en el proceso de implementación del plan de estudio propuesto en el módulo para la enseñanza de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos a estudiantes del grado 10-B de la institución educativa no formal Codespa, sede Timbío.

Por último se analiza todo el proceso de la Práctica Pedagógica (PP) y se plantean conclusiones y recomendaciones que permitirán mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en cualquier contexto educativo con las mismas características de los nuevos modelos educativos implementados por el gobierno.

1. JUSTIFICACIÓN

La educación es considerada como pilar fundamental para el desarrollo económico y social del país y como principal factor de competitividad. Las exigencias que se presentan al sector productivo le generan nuevas demandas al sistema educativo para que el nuevo talento humano comprenda, apropie y aplique conocimientos, desarrolle habilidades, aptitudes, destrezas, actitudes, valores y comportamientos requeridos para las condiciones propias de desarrollo económico, social y las realidades del mercado internacional¹.

Debido a que Colombia es un estado con altos índices de analfabetismo², pobreza, violencia y desplazamientos forzosos, el gobierno ve la necesidad de crear programas educativos flexibles, compuestos por estrategias y metodologías que permitan a la población acceder a una educación de calidad teniendo en cuenta las necesidades de cada población, de igual forma se busca saber si estos modelos educativos responden de forma exitosa a los requerimientos exigidos tanto por el MEN como por la sociedad.

Los modelos educativos flexibles reflejan muchas de las dificultades que se encuentran en la actividad de la enseñanza y del aprendizaje como son: ambientes de aprendizaje en los cuales no hay creatividad, actitud de rechazo hacia la educación, bajo rendimiento académico, repitencia, deserción escolar y baja motivación entre otros.

Debido a los anteriores inconvenientes encontrados surge el análisis de las dificultades que se encuentran alrededor del proceso de enseñanza de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos a estudiantes del grado 10-B de la institución educativa no formal Codespa, sede Timbío.

¹ Colombia. Ministerio de Educación, (2015). Antecedentes. Bogotá D.C. Disponible en: <http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-82783.html>

² https://www.dane.gov.co/files/censos/boletines/bol_educacion.pdf

2. CONTEXTO DE LA EXPERIENCIA

La institución educativa Codespa sede principal Timbío, donde se llevó a cabo la PP; inició su funcionamiento “en el gobierno del Presidente Cesar Gaviria, se empezó a gestar la idea de abrirle un espacio a la Educación de adultos debido entre otras razones a la apertura económica, fue así como comenzó a darle cabida a los programas educativos diferentes a la educación formal, como la educación para adultos semi-presencial y desescolarizada o de autoformación.

En el departamento del Cauca, la idea fue bien recibida y se comenzaron a realizar talleres y seminarios por medio de la coordinación Departamental de Adultos, un grupo técnico de la Universidad del Cauca y el INEM de Popayán. Los asistentes a estos talleres eran un grupo de profesores interesados en implementar en cada una de sus regiones un programa educativo de Adultos, pues se sabía de la necesidad de hacerlo. Los mencionados talleres fueron dictados en el Centro Recreativo de Comfacauca, Caldono, La Bota Caucana, entre otros sitios. De estas reuniones salieron los programas de las asignaturas básicas que debían dictarse así:

- Sexto a Noveno Grado: Matemáticas, Idioma Extranjero (Ingles), Ciencias Naturales, Ciencias Sociales y Español.
- Decimo y Once: Trigonometría, Cálculo, Física, Química, Español, Idioma Extranjero (Ingles) y Filosofía.

Para el municipio de Timbío, los encargados de implementar este programa de Adultos fueron los especialistas Freddy Erney Ordoñez Muñoz y Marino Daza Gutiérrez, quienes hicieron una gran labor de concientización de la población para que pudiera acceder a este tipo de educación, especialmente rural. El programa empezó a hacerse público en la zona Rural del Municipio hacia el segundo semestre en 1992, pero en este momento no se logró obtener el cupo mínimo de

estudiantes, por este motivo no se pudo dar inicio al programa para este año. En 1993 nuevamente se hizo la campaña publicitaria y se pudo dar inicio al programa en agosto de 1993.

Amparados en la resolución de Aprobación 0282 del 23 de febrero de este mismo año con el nombre de "CODESPA". Se inició con un cupo de 56 estudiantes entre los grados de Sexto a Octavo, 5 docentes discriminados así:

Freddy Ordoñez: Matemáticas, Marino Daza: Sociales, Pedro Ruales: Biología, Jacob Ordoñez: Sociales, una secretaria: Claudia Santacruz y como directivos Marino Daza: Rector y Freddy Ordoñez: Coordinador, quienes además dictaban clase.

La jornada laboral escogida fue la sabatina y dominical por ser la más adecuada a nuestros propósitos, las clases se dictaban en el colegio San Antonio de Padua, previo convenio con el Rector Tarsicio Rivera. Los recursos económicos en esta etapa del programa fueron escasos y estos, se recolectaron mediante la matrícula de los estudiantes que tenía un costo de \$20.000.

Posteriormente se gestionó ante la administración municipal en cabeza del señor Jorge Benavidez Y del Concejo Municipal una partida destinada al pago de 4 docentes. Esta gestión tuvo éxito y para el primer semestre de 1994 pudimos contar con ella. Para 1997 el municipio nos apoya con el pago de cinco profesores con la gestión del señor Martin Arroyave López Alcalde Municipal. En 1994 el profesor Freddy Ordoñez ocupa la Rectoría y el profesor Marino Daza paso a la Coordinación, debido a que este último inicio como nuevo Rector del Colegio San Antonio, donde funciona el centro.

Semestre tras semestre fue incrementando su cobertura, y en el año 1995 (primer semestre) se graduó la primera promoción de bachilleres con 33 estudiantes, la

segunda promoción con 49 estudiantes en 1996, la tercera con 58 estudiantes en 1996, la cuarta en 1997 con 40 estudiantes, la quinta en 1997 con 40 estudiantes, la sexta en 1998 con 37 estudiantes, y para el segundo semestre de 1998 la séptima promoción de 38 estudiantes. Hasta 2011 se han graduado promoción de bachilleres académicos y promoción de bachilleres básicos.

Hoy por hoy, se ha logrado tener una buena aceptación dentro de la comunidad Timbiana y en este ciclo académico contamos con 190 estudiantes en los grados de sexto a once, cuenta con un directivo docente, 12 profesores, 4 administrativos, 1 operativo. Actualmente el centro está dirigido por el profesor Helder Hugo Dorado, por designación de la junta directiva de la fundación para la educación de adultos en Timbío. Hemos implementado en el centro las disposiciones legales del Decreto 3011 de Diciembre de 1997 sobre Educación de Adultos y, aspiramos a obtener nuestra autonomía académico-administrativa para seguir brindando educación a la población Timbiana y de sus alrededores, para así contribuir al desarrollo social y económico de nuestro país”¹⁷.

La filosofía de la institución "Codespa" está dada por la educación de persona integras consientes del trabajo y el estudio no son simplemente oficios sino vías de transformación material, intelectual, y cultural que generen un nivel de conciencia encaminada a fortalecer valores para el beneficio personal y comunitario, que redundara en un mejoramiento de la calidad del vida de los estudiantes y sus familias "Educando para el futuro"².

En el municipio de Timbío-Cauca, ubicado a 12 kilómetros de la capital del Cauca surgió la necesidad de implementar uno de los programas flexibles ofrecidos por el gobierno con el fin de facilitar a toda su comunidad el acceso a la educación básica y media.

²<http://elblogdecodespa.blogspot.com/2011/12/nuestra-filosofia.html>

El programa adoptado en Timbío es el modelo CAFAM, el cual ha permitido a jóvenes y adultos tener la posibilidad de terminar su ciclo básico y medio de estudio en forma exitosa y de acuerdo a sus necesidades.

Dentro de este marco se desarrolla todo el proceso de la PP mediante el cual se evidencian las falencias que poseen los estudiantes del grado 10-B del centro educativo para jóvenes y adultos CODESPA sede Timbío en cuanto al proceso de enseñanza de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Identificar ventajas y desventajas en la implementación del módulo diseñado por CAFAM para el proceso de enseñanza de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Reflexionar acerca de las experiencias vividas en cada una de las sesiones y analizar los resultados obtenidos mediante la aplicación de las actividades sugeridas en el módulo de CAFAM.
- ✓ Analizar de forma crítica los errores cometidos por los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos por medio del cuadernillo guía de CAFAM.
- ✓ Analizar debilidades y fortalezas del módulo CAFAM en cuanto a la enseñanza de la trigonometría.

4. OBJETO DE LA SISTEMATIZACIÓN

Ventajas y desventajas del módulo de CAFAM para el proceso de enseñanza de de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos a estudiantes del grado 10-B de la Institución Educativa “Codespa”, sede Timbío.

5. REFERENTES TEÓRICOS

En el ser humano la educación juega un papel muy importante pues es el puente que le permite al sujeto interactuar con la sociedad. A lo largo de la historia el deseo de descubrirse a sí mismo y a todo lo que lo rodea ha llevado al hombre a transitar el camino de la evolución y el progreso, es así como la reflexión, la búsqueda y la sensibilidad han permitido seguir planteando nuevas posibilidades de acción pedagógica.

De ahí que la educación se puede definir como “el proceso de formación del hombre en la vida social y para la vida social, o la asimilación de las experiencias que preparan para la vida humana”³.

Sin embargo, la educación no es más que aquella definición de Sócrates “Sacar de adentro”. Educar es sacar de adentro del ser o de la persona todos los conocimientos que este tiene dormidos, considerando incluso aquellos que no son académicos o estructurados, es lo que le permite al ser humano comunicarse en sociedad, hacer parte de una cultura y de su forma de comunicación.

Debido a la complejidad de sus métodos la educación ha ido estructurándose de diferentes formas, las cuales le han permitido al individuo cambiar muchos de los parámetros establecidos por el medio en el que este se desarrolla.

³<http://www.monografias.com/trabajos67/filosofia-educacion/filosofia-educacion2.shtml>.

5.1 TIPOS DE EDUCACIÓN

Teniendo en cuenta que todos los seres humanos son diferentes y que precisamente por ello cada uno se acerca al conocimiento a través de diversos mecanismos, la Organización de la educación se ha clasificado en distintas formas a saber: educación formal, informal y educación no formal.

5.1.1 Educación Formal. Según Coombs y Ahmed “la educación formal comprendería el sistema educativo altamente institucionalizado, cronológicamente graduado y jerárquicamente estructurado que se extiende desde los primeros años de la escuela primaria hasta los últimos años de la universidad”.

5.1.1 Educación informal. La educación informal permite adquirir y acumular conocimientos y habilidades mediante las experiencias diarias y la relación con el medio ambiente. Es un proceso continuo y espontáneo que no se da de manera intencional.

5.1.2 Educación no formal. La educación no formal se encuentra definida como toda actividad educativa, organizada y sistemática realizada fuera del marco del ámbito oficial, para facilitar determinadas clases de aprendizaje a subgrupos particulares de la población.

Es decir, la educación formal es la impartida en las escuelas, colegios e instituciones de formación gubernamental, la no formal se encuentra asociada a grupos y organizaciones comunitarios y de la sociedad civil, mientras que la educación informal cubre todo lo demás (interacción con amigos, familiares, compañeros de trabajo).

Teniendo en cuenta lo anterior el siguiente cuadro comparativo muestra la relación entre los tres tipos de educación a saber:

Cuadro 1. Cuadro comparativo de tipos de educación

Educación formal	Educación informal	Educación no formal
<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje ofrecido normalmente por un centro de educación o formación. • Posee carácter estructurado (según objetivos didácticos, duración o soporte) y que concluye con una certificación. • El aprendizaje formal es intencional desde la perspectiva del alumno. • Se transmite en instituciones reconocida y que responde a un currículum establecido, normalmente controlado por el Gobierno u otras instituciones. • Tiene diferentes grados de obligatoriedad según el sistema educativo de cada país. • En Colombia la educación preescolar, la educación básica y la educación media son de tipo formal. 	<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje que se obtiene en las actividades de la vida cotidiana relacionadas con el trabajo, la familia o el ocio. • No está estructurado (en objetivos didácticos, duración ni soporte) y normalmente no conduce a una certificación. • El aprendizaje informal puede ser intencional pero, en la mayoría de los casos, no lo es (es fortuito o aleatorio). • No ocupa un ámbito curricular dentro de las instituciones educativas y por lo general no es susceptible de ser planificada. Se trata de una acción educativa no organizada, individual, provocada a menudo por la interacción con el ambiente en ámbitos como la vida familiar, el trabajo y la información recibida por los medios de comunicación 	<ul style="list-style-type: none"> • Aprendizaje que no es ofrecido por un centro de educación o formación. No obstante, tiene carácter estructurado en cuanto a objetivos didácticos, duración o soporte. El aprendizaje no formal es intencional desde la perspectiva del alumno. Es la acción que no se encuentra totalmente institucionalizada pero sí organizada de alguna forma. Representan actividades educativas de carácter opcional, complementario, flexibles y variadas, raramente obligatorias. • Son organizadas por la escuela o bien por organismos o movimientos juveniles, asociaciones culturales o deportivas, etc. así, aunque no se encuentra totalmente institucionalizada, sí está organizada de alguna forma pues comprende un proceso dirigido a la obtención de algún nivel de aprendizaje, aunque no de un título académico.

Fuente: propia del estudio

5.1.2.1 Antecedentes. El término "Educación No Formal" tiene sus orígenes en la: "Conferencia Internacional Sobre la Crisis Mundial de la Educación". La conferencia fue celebrada en Williamsburg, Virginia (USA) en 1967.

Según Coombs "la educación formal es incapaz de abarcar, cualitativa y cuantitativamente las necesidades de formación de las sociedades y la educación no formal debería formar parte importante del esfuerzo total de la enseñanza de cualquier país".

La educación no formal como potencial del desarrollo marca las diferencias entre países industrializados y no industrializados. Gran parte de la confusión en el uso de las modalidades se debe a que dichos conceptos vienen ligados a este tipo de discurso en un marco de atención a la pobreza en los países de América Latina y muy especialmente destinada a adultos de áreas rurales y zonas marginales⁴.

5.1.2.2 Definición y características. La educación no formal es entonces:

Aquella que se singulariza por la inexistencia de una institución como se concibe en el enfoque institucional, y donde el sistema de influencias educativas se comparte entre diversos agentes educativos, incluyendo a la familia y la comunidad, y en el que el rol del educador profesional disminuye su rol protagónico y se convierte en un promotor y facilitador del trabajo educativo...⁵.

La educación no formal, según la define Jaume Trilla Bernet, se refiere a "todas aquellas instituciones, ámbitos y actividades de educación que, no siendo escolares, han sido creados expresamente para satisfacer determinados objetivos".

⁴ Coombs, 1972, Philip H. Coombs y Manzoor Ahmend, 1975. J. La Belle, 1980. Disponible en: <http://educacionnoformal.scoom.com/educacion-no-formal/>

⁵ Tomado de: <http://www.upn081.edu.mx/antologías/antologías/lie/8s/2.pdf>. 20 de octubre de 2005

La educación no formal ha logrado integrar diversos sectores sociales, les ha permitido a los padres de familia ser parte activa en la educación de sus hijos y a parte de generar nuevas tecnologías en el campo de la educación le ha dado la oportunidad a la comunidad de formar y transformar a las nuevas generaciones. Este método educativo se ha extendido de una labor pedagógica a un gran desarrollo social, pues su estructura no sólo se enfoca al sujeto sino también a su entorno, convirtiéndose en una estrategia para mejorar la calidad de vida de las personas teniendo como base la satisfacción de las necesidades educativas del sujeto y de su contexto en general.

5.1.2.3 Algunas particularidades de la educación no formal. Las condiciones bajo las que se despliega la educación no formal permite tomar como base o como eje principal para su realización a la familia por ser el entorno más próximo en el que se desarrolla el ser humano en muchas de las etapas de su vida, además utiliza un carácter comunitario que en compañía con el sector educacional y bajo su coordinación dan forma al principio de que la educación es una tarea de todos.

Uno de los problemas de los programas de educación no formal es que maneja unas condiciones diferentes a las de la educación institucional, es decir tienen una forma parecida en algunos aspectos pero no son iguales, pues la primera debe apropiarse de formas particulares, métodos y vías propias a partir de los paradigmas generales.

Una característica muy importante de los programas desescolarizados es que integran, propician y coordinan esfuerzos comunitarios, sectores sociales, instituciones estatales y sectores privados para beneficiar planes de desarrollo comunal.

También tienen en cuenta la realidad geográfica, climatológica y socioeconómica de cada comunidad, y adapta sus acciones y funcionamiento a estas condiciones,

de ahí que un mismo programa puede ser aplicado de una manera en la montaña, y de otra en el llano, o en la costa. Esto es muy importante y facilita la participación de la gente, por encontrarlo a fin con su realidad circundante⁶ .

Por otra parte, el papel que desempeña el educador en la aplicación de los programas no formales es muy importante pues a pesar de que este no tiene la oportunidad de trabajar de la forma organizativa común y corriente, mantiene un desempeño de asesor, capacitador y evaluador de todos los que hacen parte del programa, además se encarga de vigilar que se lleven a cabo todas las actividades propuestas para el cumplimiento de los objetivos planteados.

Por medio de este tipo de programas educativos el educador debe realizar un desempeño de iniciativa y creatividad, debe diseñar espacios mediante los cuales se propicien ambientes en los que al estudiante se le facilite el aprendizaje, en los que se promueva la cultura , el respeto y el sentido de pertenencia, entre otros, para contribuir a que el aprendiz se transforme en una persona que ayude a la comunidad a cambiar socialmente, todo esto sin olvidar su papel como facilitador de los conocimientos .

Como lo manifiesta José Manuel Vargas Cruz:

- ✓ El educador debe poseer un nivel técnico y características de personalidad que le posibiliten desarrollar con efectividad su labor pedagógica y social.
- ✓ Participar de manera entusiasta, responsable y comprometida en las acciones de desarrollo social y educativo, con niños, padres, la comunidad y las instituciones.
- ✓ Tener habilidades profesionales que le permitan relacionarse de forma positiva con los diversos agentes educativos, para poder movilizar los recursos sociales en pro de su labor educativa.

⁶ antologías, 2.pdf. 20 de octubre de 2005 Disponible en: <http://www.upn081.edu.mx/antologías/antologías/lie/8s/2.pdf>.

- ✓ Saber promover y encauzar acciones que promuevan un cambio en la familia y un impacto en la comunidad, como base para alcanzar los objetivos educativos propuestos.
- ✓ Realizar una labor que considere la pertinencia y los valores culturales de las comunidades con las que trabaja, así de respeto hacia sus costumbres y tradiciones.
- ✓ Capacitar a todos aquellos que han de trabajar directa o indirectamente con los niños, desarrollando un plan diferenciado que asuma los diferentes niveles de calificación que los mismos pueden tener.
- ✓ Servir de coordinador de aquellas acciones educativas, culturales y de salud que por sí mismo no tiene calificación para llevar a cabo, como son los activistas culturales, los médicos, enfermeras, nutricionistas y otros profesionales, los líderes gremiales y de las asociaciones comunitarias, y que en determinado momento funcionan como agentes educativos o promotores de distintas acciones que se relacionan con el programa no formal.
- ✓ Garantizar la eficiencia, continuidad y sustentabilidad de los programas, movilizandolos recursos de la comunidad y los oficiales a favor de su acción educativa.
- ✓ Motivar a la comunidad y otros agentes en función de lograr su propio desarrollo, a través de las acciones que realiza con los niños en su programa educativo

En cuanto al sistema de evaluación de los programas desescolarizados se trata de implementar destrezas, habilidades, capacidades y se favorece la creatividad aceptando los aportes dados por el propio alumno.

5.2 EDUCACIÓN NO FORMAL EN COLOMBIA

En Colombia la población se encuentra expuesta a la pobreza, el analfabetismo, la violencia, la exclusión, entre otras.

De sus 44 millones de habitantes, el 25 por ciento vive en zonas rurales, el 30 por ciento es afro- descendiente, el 1 por ciento indígena y 8.000 son gitanos, supone múltiples ambientes, creencias, formas de ver la vida y estrategias para acercarse al conocimiento. Pero eso no es todo, como si la anterior multiculturalidad fuera sutil, Colombia es un país aún mucho más diverso. Por ejemplo, el 5 por ciento de su población se encuentra en situación de desplazamiento forzado, el 13 por ciento vive en zonas de frontera, el 75 por ciento son mayores de 15 años que no saben leer ni escribir y el 10 por ciento presenta algún tipo de discapacidad⁷.

Es por ello que la población no puede acceder tan fácilmente a la educación tradicional pues su contexto y su cultura son diferentes. Por ello el gobierno ha creado estrategias combinadas con calidad y cobertura que permitan a la población acceder al sistema educativo institucional.

Actualmente en Colombia cada población, cada zona del país y cada institución educativa ha adoptado el modelo de educación que mejor se adecúa a sus necesidades.

⁷http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Directivos/Noticias/Paginas/ED16_PPM_Modeloseducativosflexibles.aspx

5.3 MODELOS EDUCATIVOS NO FORMALES EN COLOMBIA

5.3.1 Transformemos Educando⁸: Transformemos, es un modelo de educación básica y media para jóvenes y adultos en condiciones de vulnerabilidad o con dificultades para acceder al sistema educativo formal, que se ha regionalizado o adaptado a las necesidades de sectores sociales específicos y orientados a generar crecimiento personal, participación, desarrollo social y convivencia ciudadana; contribuye, desde la educación, la comunicación y la responsabilidad social empresarial, con el mejoramiento de la calidad de vida de la población, el fortalecimiento de la democracia, la conservación del medio ambiente y la construcción y consolidación de la paz, con énfasis en la formación para el ejercicio de ciudadanía, competencias para el trabajo, asociatividad y derechos económicos, sociales y culturales en el marco de los mandatos constitucionales y legales que rigen el país.

5.3.2 A crecer. El Programa⁹ se sustenta en el constructivismo, en el que los saberes, las prácticas y las experiencias de la vida diaria de los jóvenes y los adultos son validadas y se integran a su desarrollo curricular. Además, parte de referentes regionales, que les permite a las comunidades fijar procesos de desarrollo colectivo y de convivencia, basados en la participación y la reflexión frente a las nuevas exigencias sociales. Asimismo, busca conocer y usar elementos de la cultura local, como la literatura y las costumbres, con lo que se logra mayor identidad y pertenencia.

⁸http://www.colfps.edu.co/index.php?option=com_content&view=article&id=70:bienvenidos&catid=39:nuestro-colegio

⁹<http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87371.html>

5.3.3 Modelo pedagógico: Círculos Integrados de Desarrollo de Educación Preescolar (CIDEP). El Modelo Pedagógico "Círculos Integrados de Desarrollo de Educación Preescolar"¹⁰ es un programa del Ministerio de Educación Nacional cuya presentación se hizo en la IECOV en el año 2008 y en el año 2009 comenzó a desarrollarse en los grados de preescolar.

El Modelo Pedagógico CIDEP propone cuatro proyectos para ser desarrollados: Educando mi afectividad, Colombia país en que vivo, Eco-ecológico y Cuéntame un cuento.

Los proyectos del Modelo pedagógico CIDEP parten de una situación problemática ligada con los intereses de los niños y las niñas y proveen mayores posibilidades de participación, de relacionar contenidos, así mismo los proyectos destacan aspectos de tipo procedimental, por lo que necesitan un agente educador: activo, flexible y creativo.

5.3.4 Programa de Educación Continuada de CAFAM: Es un modelo educativo no formal, flexible y semiescolarizado, el cual tiene como idea central el desarrollo humano como concepto, proceso y práctica modificando la auto-imagen y el auto-concepto de los jóvenes adultos. Se desarrolla como respuesta a los bajos niveles educativos de la población colombiana y a la necesidad de la participación, responsabilidad e integración social de la misma población¹¹.

El modelo de educación continuada de CAFAM ha sido diseñado a partir de contenidos académicos básicos para el aprendizaje y comprende cinco etapas de aprendizaje: desarrollo de destrezas de lectura y escritura, fundamental, complementaria, áreas básicas de interés y áreas avanzadas de interés. Una etapa está conformada por competencias, las cuales son metas de logro a corto

¹⁰http://www.iecov.edu.co/modelo_cidep.html

¹¹http://intellectum.unisabana.edu.co:8080/jspui/bitstream/10818/3625/1/Diana%20Paola%20Forero%20G%C3%B3mez_trabajo_152921.pdf

plazo. Así, una competencia representa un tema de estudios que incluye conocimientos, destrezas y valores, y está organizada en uno o varios módulos de aprendizaje. Cada competencia conduce a mejorar desempeños en situaciones de la vida real.

5.3.4.1 Historia De La Educación Continuada De Cafam. Desde 1981 la Caja de Compensación Familiar desarrolla el Programa de Educación Continuada para Adultos¹² como una respuesta a los bajos niveles educativos de la población colombiana y a la necesidad social de incorporar a las gentes del país a la vida nacional mediante una educación que potencie la participación, la responsabilidad y la integración social.

El Programa que se iniciara para población trabajadora afiliada a CAFAM en las instalaciones del Colegio de CAFAM es hoy una realidad que cubre gran parte del territorio nacional a través de Ministerio de Educación Nacional, Federación Nacional de Cafeteros, Cajas de Compensación, Organizaciones de Servicio Social, Comunidades Religiosas, Secretarías de Educación Departamentales, Alcaldías, Colegios, Empresas, e Instituciones de Rehabilitación Social que en su conjunto llegan a aproximadamente 70.000 jóvenes y adultos colombianos.

5.3.4.2 Descripción del programa. El Programa de Educación Continuada de CAFAM para jóvenes adultos representa un cambio del paradigma tradicional de la educación de jóvenes y adultos en Colombia. Este programa propone la educación como una estrategia para el desarrollo humano, el cual es la base para el desarrollo social y económico.

El desarrollo humano está enfocado al cultivo del potencial del ser humano en sus diferentes aspectos: intelectual, afectivo y social.

¹²http://www.oei.es/quipu/colombia/programa_cafam.pdf

Considera al joven y al adulto como un ser capaz de aprender a pensar en forma analítica y reflexiva, de adquirir nuevos conocimientos, de transformar sus actitudes ante la vida, enriquecer sus valores, mejorar su desempeño en los grupos humanos y asumir con responsabilidad los nuevos roles que el trabajo y la sociedad exigen.

Por lo tanto en el enfoque humanístico del Programa de Educación Continuada de CAFAM tanto el joven y como el adulto es considerado:

- ✓ Como un ser con potencialidades, que puede desarrollar a lo largo de la vida.
- ✓ Como un factor decisivo sin el cual el futuro de los niños queda rezagado.
- ✓ Como un elemento de desarrollo social y económico del presente sobre el cual necesariamente tiene que construirse el progreso del país.
- ✓ Como un ser que ha percibido el derecho que tiene de aspirar a una calidad de vida pero que se siente en desventaja.
- ✓ Como un ser que muy dentro de sí, guarda aún aspiraciones y sueños por realizar.
- ✓ Como un ser con futuro que todavía puede aportar a la reconstrucción de la familia y el país.

El éxito se mide en términos de desarrollo humano de los individuos y de los grupos, por tanto los indicadores son: aumento de conocimientos y habilidades cognitivas, conciencia individual de la dignidad humana, conciencia de las responsabilidades consigo mismo, con la familia, con el trabajo y con la comunidad.

El proceso educativo se enmarca dentro de una “Pedagogía para el desarrollo”, entendida como un proceso dinámico de aprender a pensar, de autoaprendizaje, de comunicación y participación.

5.3.5 Posprimaria: La posprimaria¹³ es una oferta educativa que busca ampliar la cobertura con calidad en educación básica rural, brindando a los jóvenes la posibilidad de acceder a una fortaleciendo la organización del servicio educativo del municipio, optimizando el uso de los recursos y educación que responda a las condiciones y necesidades de la vida rural.

Promueve la ampliación de la cobertura con calidad en educación básica secundaria rural, en el marco de procesos de equidad social. Ofrece a los niños, niñas y jóvenes entre 12 y 17 años que terminan quinto grado, y a la población en edad escolar que está fuera del sistema educativo, la posibilidad de continuar sus estudios de sexto a noveno grado en un modelo contextualizado a las características y expectativas del medio rural, a fin de frenar la migración a la ciudad.

Identifica alternativas viables para mejorar la calidad en el marco del desarrollo de actividades de educación formal, articuladas con acciones educativas no formales e informales en una misma población, desarrollando procesos educativos presenciales, semi-presenciales y a distancia.

El modelo diseñó módulos de aprendizaje para apoyar el aprendizaje de los alumnos en las diferentes áreas curriculares de sexto a noveno grado y el desarrollo de proyectos pedagógicos y proyectos pedagógicos productivos. Los módulos fortalecen el aprendizaje, ayudan a los alumnos a desarrollar procesos de investigación y construcción de su propio conocimiento. Estos módulos se encuentran articulados a la biblioteca básica, el laboratorio de ciencias, los videos de educación física y los proyectos pedagógicos productivos.

¹³ <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/article-93773.html>

5.3.6 Escuela Nueva. Escuela Nueva¹⁴ es un modelo pedagógico que surgió en Colombia en la década de los años 70, como respuesta a las necesidades educativas de los niños de primaria de las zonas rurales del país.

Es precisamente en la década de los 70 cuando empieza a evidenciarse que en el campo son pocos los niños matriculados por grado, razón por la cual, no era viable tener un solo profesor para cada curso.

Entonces, surge la figura del maestro multigrado, es decir, aquel que atiende varios grados al tiempo; aun así, esta nueva situación no garantizó la calidad y eficiencia de la educación que recibían los niños.

Ante este panorama, un grupo de pedagogos de la Universidad de Pamplona, basados en las teorías de la "Escuela Activa", diseñaron unas guías para que los niños que ya sabían leer y escribir pudieran tener una ruta de aprendizaje autónomo con una serie de actividades didácticas. La idea era que pudieran transitar por los temas y áreas del conocimiento, de tal manera que el maestro tuviera espacio para atender a los niños que aún no sabían leer ni escribir.

Las guías fueron diseñadas como respuesta a los altos índices de deserción que se presentaban en el campo, debido a las actividades como la pesca, la cosecha, entre otras, que los niños realizan desde pequeños como parte de la cultura regional. Esto, los obliga a ausentarse por largos periodos de tiempo de la escuela.

En su componente curricular, el Modelo Escuela Nueva exige el trabajo en grupo desde la perspectiva de Piaget: "el ser humano aprende en compañía de otros". Cada niño posee unas habilidades que desarrollan más que otros, por eso,

¹⁴ <http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-94519.html>

cuando se unen varios niños con distintas habilidades, se potencia el aprendizaje al aprender el uno del otro.

5.3.7 Aceleración del aprendizaje. Es una alternativa para niños(as), jóvenes en extra edad, quienes por diversas razones, no pudieron concluir oportunamente sus estudios de básica primaria y por su edad son mayores para estar en el aula regular.

La Aceleración del Aprendizaje¹⁵ se sustenta en tres dimensiones fundamentales:

- ✓ La Política referida a la participación de los gobernantes en el desarrollo educativo de su entidad territorial.
- ✓ La pedagógica considera al estudiante como el centro del aprendizaje y fortalece su autoestima.
- ✓ La operativa parte del principio de responsabilidad compartida con todos los agentes y directivos educativos. ¿Cuál es la metodología que aplica el programa de Aceleración del Aprendizaje?

Se trabaja por proyectos, con tiempos establecidos y productos parciales de los cuales los estudiantes se sienten exitosos al obtener el producto y el resultado en un tiempo corto, día a día están los desafíos que le indican al alumno los retos que debe alcanzar, se trabajan proyectos pedagógicos estructurados en sub proyectos, donde cada uno tiene una secuencia de días de desarrollo y sus propias directrices de trabajo a fin de reforzar las competencias de los estudiantes de manera individual, grupal y fortalecer la lectura fluida.

¹⁵<http://franciscomiranda.edu.co/subproyectos-dinamizadores/51-subproyectos/316-que-es-el-programa-aceleracion-del-aprendizaje.html>

5.3.8 Telesecundaria. La telesecundaria¹⁶ es un modelo educativo que integra diferentes estrategias de aprendizaje centradas en el uso de la televisión educativa y en módulos de aprendizaje en el aula, dirigida a niños y jóvenes de las zonas rurales del país, permitiéndoles continuar y completar su educación básica secundaria. El programa se organiza en una escuela de educación básica primaria ubicada en un sitio de convergencia entre varias veredas. Los niños y jóvenes estudian a partir de programas de televisión educativos, módulos de aprendizaje para cada área y cada grado (de sexto a noveno); el uso del laboratorio básico de ciencias naturales y educación ambiental y una biblioteca escolar.

Los aprendizajes son fortalecidos con la estrategia de proyectos pedagógicos productivos como eje articulador del currículo, mediante procesos de investigación, vinculación a la comunidad con su realidad local, gestión de alianzas estratégicas con los sectores productivos, buscando desarrollar acciones pedagógicas descentralizadas y ajustadas a sus requerimientos, los cuales viabilizan la permanencia de los alumnos en el aula, a la vez que optimizan procesos de aprendizaje y proporcionan herramientas necesarias para desarrollar en los alumnos habilidades para un mejor desempeño educativo en un mundo altamente competitivo.

5.3.9 Sistema De Aprendizaje Tutorial (SAT). El Sistema de Aprendizaje Tutorial (SAT)¹⁷ es un programa de educación formal diseñada como una estrategia pedagógica semipresencial y tutorial, que desarrolla un currículo acorde con las características culturales, sociales y productivas del campo. Su propósito fundamental es formar seres humanos con capacidades para el servicio a la comunidad, para el trabajo y para la promoción del desarrollo integral de las comunidades rurales en las que viven.

¹⁶<http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-82785.html>

¹⁷<http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-82784.html>

Al Programa de Bachillerato en Bienestar Rural del SAT, pueden acceder jóvenes y adultos campesinos, quienes requieren participar por 15 horas semanales en actividades de aprendizaje bajo la orientación de un tutor. Esto les permite mantener y desempeñar adecuadamente sus demás compromisos vitales en lo social-comunitario, lo familiar, lo productivo y lo laboral.

5.3.10 Servicio De Educación Rural (SER). Modelo educativo¹⁸ de educación básica primaria, secundaria y media para personas jóvenes y adultas (Decreto 3011/97) de los sectores rurales y campesinos que, partiendo de la realidad y de las potencialidades existentes en cada comunidad, definen las líneas de formación y núcleos temáticos que integran las áreas fundamentales de la educación y organizan los saberes con un enfoque interdisciplinario y de pertinencia curricular con sentido de desarrollo humano personal y social, comunitario y productivo, cultural, lúdico, estético, científico y tecnológico.

Parte de procesos de investigación comunitaria a partir de los cuales se construyen los materiales educativos y los procesos de mediación pedagógica pertinentes para los estudiantes de la región.

5.3.11 Programa Alfabetización Virtual Asistida (PAVA). Esta metodología¹⁹: responde a los requerimientos educativos actuales, que pretenden formar a la persona, no sólo en letras y números, sino en el manejo y la utilización de la tecnología.

Fue a partir de esta necesidad que con la apoyo del Ministerio de Educación Nacional, nació el Programa de Alfabetización Virtual Asistida –PAVA- , como estrategia para minimizar el índice de analfabetismo en Colombia e incluir el uso de las TIC en el sistema formativo.

¹⁸<http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-82783.html>

¹⁹<http://www.ucn.edu.co/cibercolegio/PAVA/Paginas/home.aspx>

5.3.12 Jóvenes Rurales Emprendedores. El Programa de Jóvenes Rurales Emprendedores²⁰ tiene por objetivo promover nuevos emprendimientos en jóvenes rurales que permitan atenuar la migración del campo a la ciudad, aumentar la productividad del sector rural y disminuir el desempleo estructural creando condiciones para que la población vulnerable y rural tenga la posibilidad de incorporarse en actividades productivas de la región mediante la gestión de proyectos productivos asociados al proceso formativo para incidir favorablemente en sus ingresos, calidad de vida y productividad de los diferentes sectores de la economía.

Beneficiarios del programa:

- ✓ Jóvenes rurales entre 16 a 35 años pertenecientes a los niveles 1, 2 y 3 del Sisben.
- ✓ Población Vulnerable: Indígenas, desplazados por fenómenos naturales, desplazados por orden público, discapacitados, reclusos, jóvenes vulnerables, menor infractor, mujer cabeza de hogar, afro descendientes y desmovilizados.

Actualmente, mediante las reformas educativas implementadas por el gobierno las instituciones que han logrado cumplir y satisfacer a cabalidad con las exigencias de la comunidad y del gobierno son: Escuela Nueva, Aceleración del Aprendizaje, Postprimaria, Servicio de Educación Rural (SER), Programa de Educación Continuada CAFAM, Sistema de Aprendizaje Tutorial (SAT) Y Telesecundaria.

²⁰<http://www.sena.edu.co/Portal/Portafolio+Programas+Estrat%C3%A9gicos/Empleabilidad/J%C3%B3venes+rurales+emprendedores/>

5.4 **NORMATIDAD**

5.4.1 Decreto 3011 de 1997. El decreto 3011 de diciembre de 1997 establece normas para el ofrecimiento de la educación de adultos.

En este decreto el presidente de la República resuelve mediante una serie de artículos que la educación de adultos, ya sea formal, no formal o informal hace parte del servicio público educativo, y se regirá por lo dispuesto en la Ley 115 de 1994, 114 de 1996 y las normas que los modifiquen o sustituyan y lo previsto de manera especial, en el presente decreto.

La educación de adultos es el conjunto de procesos y de acciones formativas organizadas para atender de manera particular las necesidades y potencialidades de las personas que por diversas circunstancias no cursaron niveles grados de servicio público educativo, durante las edades aceptadas regularmente para cursarlos o de aquellas personas que deseen mejorar sus aptitudes, enriquecer sus conocimientos y mejorar sus competencias técnicas y profesionales.

Son principios básicos de la educación de adultos:

- ✓ Desarrollo Humano Integral, según el cual el joven o el adulto, independientemente del nivel educativo alcanzado o de otros factores como edad, género, raza, ideología o condiciones personales, es un ser en permanente evolución y perfeccionamiento, dotado de capacidades y potencialidades que lo habilitan como sujeto activo y participante de su proceso educativo, con aspiración permanente al mejoramiento de su calidad de vida;
- ✓ Pertinencia, según el cual se reconoce que el joven o el adulto posee conocimientos, saberes, habilidades y prácticas, que deben valorarse e incorporarse en el desarrollo de su proceso formativo;

- ✓ Flexibilidad, según el cual las condiciones pedagógicas y administrativas que se establezcan deberán atender al desarrollo físico y psicológico del joven o del adulto, así como a las características de su medio cultural, social y laboral;
- ✓ Participación, según el cual el proceso formativo de los jóvenes y los adultos debe desarrollar su autonomía y sentido de la responsabilidad que les permita actuar creativamente en las transformaciones económicas, sociales, políticas, científicas y culturales, y ser partícipes de la mismas...²¹.

Mediante este decreto se pretende ofrecer un servicio educativo público a diferente tipo de población, niños, jóvenes, adultos, a todas aquellas personas que dadas las circunstancias no han logrado acceder a un sistema educacional que le permita educarse y cambiar la perspectiva de que la educación es sólo para personas de estratos socioeconómicos altos.

Según lo anterior quedan establecidos legalmente todos los requisitos para ofrecer los diferentes programas educativos (alfabetización, educación básica, educación media, educación informal y no formal) que le permitirán a la población capacitarse y contribuir con el mejoramiento del país en cuanto al factor educación.

5.5 CONCEPTOS MATEMATICOS SOPORTE DEL MODULO CAFAM GRADO DECIMO (10°)

5.5.1 Definición y construcción del concepto de triángulo. Desde una perspectiva cultural el concepto de triángulo está dado por:

- ✓ Enciclopedia Universal Ilustrada Europeo Americana de Espasa Calpe (1966): Triángulo, la, F., In., y C. Triangle, It. Triangolo, A. Dreleck, P. y E. Triángulo (Etim. Del latín triangulus), n. Geom. Figura formada por tres líneas que se cortan mutuamente

²¹ Alcaldía de Bogotá, Norma 1.

- ✓ Gran enciclopedia Larousse (1977): Triángulo: Figura formada por tres puntos no alineados, y por tres segmentos que los unen dos a dos (los tres puntos son los vértices, y los tres segmentos los lados). Esta definición no considera al triángulo “degenerado” (es triángulo la figura formada por tres segmentos sobre los tres puntos alineados)
- ✓ Diccionario de la lengua Española”, de la Real Academia Española (1992) Segunda Aceptación: figura formada por tres rectas que se cortan mutuamente formando tres ángulos. De todas las definiciones presentadas en las distintas obras es la única que tiene en cuenta la definición etimológica triángulos.

Para la Educación General Básica – EGB – el concepto de triángulo está dado por:

- ✓ Matemáticas 1. EGB. Ciclo inicial. Ferrero y otros. “Triángulo: polígono de tres lados”.
- ✓ Matemática 3°. EGB. Ciclo Medio. Ramos y otros (1988). “Triángulo: el triángulo tiene tres lados, tres vértices y tres ángulos”. No se hace ningún comentario respecto de si triángulo es el polígono o la sección del plano que delimitan los lados.
- ✓ “Trio. Educación Primaria (Primer ciclo)”. Batalla y otros (1992). “El triángulo tiene 3 lados y tres vértices”. No se señala, al igual que en el texto anterior si el triángulo es el polígono o la sección de plano que se delimita por los lados.
- ✓ Godino, J. (2002, p. 198-200). Matemáticas y su didáctica para maestros. Manual para el estudiante.

Para entender la definición dada resulta indispensable saber que:

- ✓ Una curva plana se puede describir de manera intuitiva e informal como el conjunto de puntos que un lápiz traza al ser desplazado por el plano sin ser levantado. Si el lápiz nunca pasa dos veces por un mismo punto se dice que la curva es simple. Si el lápiz se levanta en el mismo punto en que comenzó

a trazar se dice que la curva es cerrada. Si el único punto por el que el lápiz pasa dos veces es el del comienzo y final del trazado se dirá que la curva es cerrada y simple. Se requiere que las curvas tengan un punto inicial y otro final, por lo que las rectas, semirrecta y ángulos no son curvas.

- ✓ El interior y el exterior de una curva cerrada simple se designan también como regiones.
- ✓ Una figura se dice que es convexa, si y sólo si, contiene el segmento PQ para cada par de puntos P y Q contenidos en la figura. Las figuras no convexas se dice que son cóncavas.
- ✓ Una curva simple que está formada por segmentos unidos por sus extremos se dice que es una curva poligonal. Si dicha curva es cerrada se dice que es un polígono: a los segmentos que la forman se llaman lados y a los extremos de esos segmentos, vértice.

A partir de las aclaraciones anteriores se señala que: El triángulo es un polígono de tres lados, es decir, una porción de plano limitada por tres segmentos unidos, dos a dos, por sus extremos. Los tres segmentos que limitan el triángulo se denominan lados, y los extremos de los lados, vértices.

Presentadas las distintas definiciones registradas en las obras, libros y textos consultados, queda establecida la confusión conceptual que se ha presentado al abordar el concepto de triángulo: Cuando se asume como un polígono se hace una referencia a la figura circundante, lo que conduce a pensar que en dicho planteamiento no se puede considerar el área como una componente del triángulo.

Cuando se presenta como una parte de una región plana se considera el área y se hace una aproximación más cercana a la noción intuitiva que los estudiantes, y en general las personas, tienen del objeto matemático en cuestión.

Este tipo de ambigüedades puede generar en los estudiantes confusiones respecto de la figura objeto de trabajo y no permite claridad conceptual para aproximarse al objeto matemático. Pero más complejo, todavía, resultaría que este tipo de confusiones pudiesen estar en los docentes de matemáticas, por lo que es fundamental señalar al profesor su función y la necesidad de conocimiento meridiano cuando lleva a cabo el proceso de trasposición didáctica²².

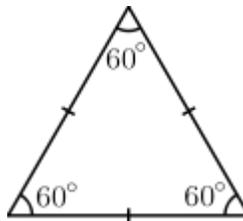
5.5.2 Clasificación de triángulos

Los triángulos se pueden clasificar según diferentes criterios²³:

- Por sus lados
- Por sus ángulos

5.5.2.1 Clasificación de triángulos según sus lados

- ✓ **Triángulo equilátero.** Si sus tres lados tienen la misma longitud (los tres ángulos internos miden 60 grados).



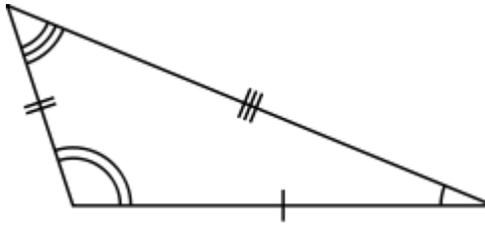
- ✓ **Triángulo isósceles.** Si tiene dos lados de la misma longitud. Los ángulos que se oponen a estos lados tienen la misma medida.



²² <http://www.elitv.org/documentos/maestria/Memorias2011/Ponencia%2010.pdf>

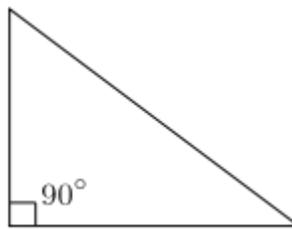
²³ <http://www.sangakoo.com/es/temas/clasificacion-y-propiedades-de-los-triangulos>

- ✓ **Triángulo escaleno.** Si todos sus lados tienen longitudes diferentes. En un triángulo escaleno no hay ángulos con la misma medida.

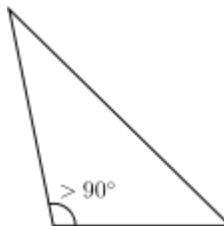


5.5.2.2 Clasificación de triángulos según sus ángulos

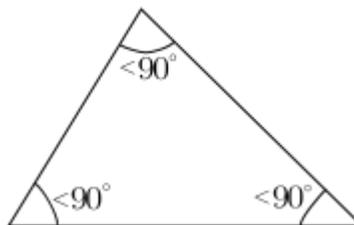
- ✓ **Triángulo Rectángulo.** Si tiene un ángulo interior recto (90°). A los dos lados que conforman el ángulo recto se les denomina catetos y al otro lado hipotenusa.



- ✓ **Triángulo obtusángulo.** Si uno de sus ángulos es obtuso (mayor de 90°); los otros dos son agudos (menor de 90°).



- ✓ **Triángulo acutángulo.** Cuando sus tres ángulos son menores a 90° ; el triángulo equilátero es un caso particular de triángulo acutángulo.



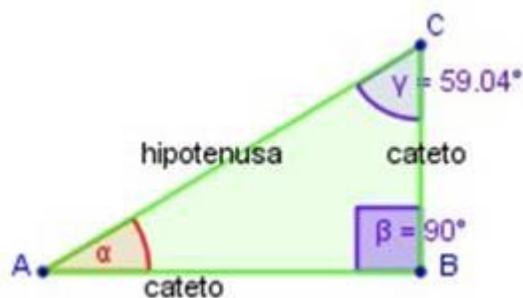
- ✓ **Triángulo equiángulo.** Con la misma definición de triángulo equilátero.

5.5.3 Relación entre triángulo rectángulo y funciones trigonométricas. La trigonometría, enfocada en sus inicios solo al estudio de los triángulos, se utilizó durante siglos en topografía, navegación y astronomía.

Etimológicamente, trigón significa triángulo y metrón, medida. Por lo tanto, trigonometría se puede definir como medida de triángulos.

Para establecer las razones trigonométricas, en cualquier triángulo rectángulo, es necesario conocer sus elementos. Para ello, veamos la siguiente figura:

Figura 1. Elementos del triángulo rectángulo



Fuente: propia del estudio

Los ángulos con vértice en A y C son agudos, el ángulo con vértice en B es recto. Este triángulo se caracteriza por que los lados de los ángulos agudos (α y γ) son la hipotenusa y un cateto, y los lados del ángulo recto (β) son los catetos.

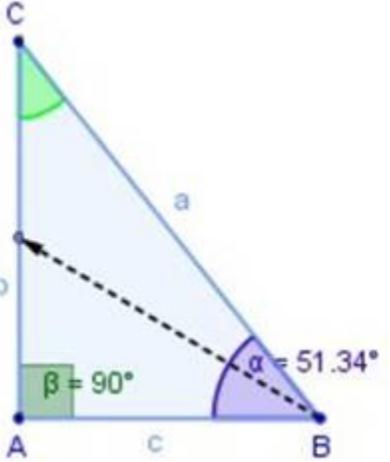
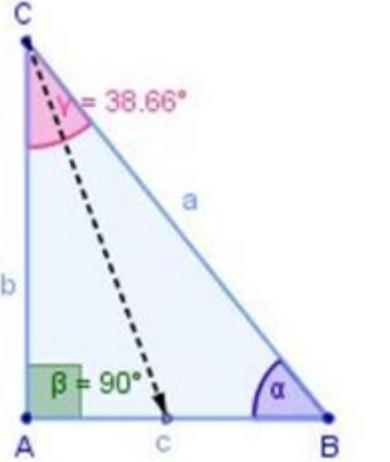
Cada uno de los ángulos agudos del triángulo, uno de cuyos lados es la hipotenusa, se relaciona con los catetos, que pueden ser cateto opuesto al ángulo o cateto adyacente al ángulo.

Cateto adyacente es aquel que forma parte del ángulo al cual se hace referencia.

Cateto opuesto es el lado que no forma parte del ángulo que se toma como referencia y se encuentra enfrente de este.

Con los siguientes ejemplos, veamos lo dicho:

Figura 2. Ángulos agudos del triángulo

Si consideramos el ángulo α	Si consideramos el ángulo γ
	
<p>cateto adyacente = $\overline{AB} = c$ cateto opuesto = $\overline{CA} = b$</p>	<p>cateto adyacente = $\overline{CA} = b$ cateto opuesto = $\overline{AB} = c$</p>

Fuente: propia del estudio

Por convención, como vemos en los ejemplos, los trazos que son lados del triángulo se pueden representar con las letras mayúsculas correspondientes a sus dos extremos, coronadas con una línea; o bien, con una letra minúscula enfrentando a la correspondiente mayúscula de los ángulos.

Aprendido y recordado lo anterior, veremos ahora que las razones o relaciones trigonométricas se establecen entre dos lados de un triángulo rectángulo en

relación con cada uno de sus ángulos agudos. También se llaman Funciones trigonométricas.

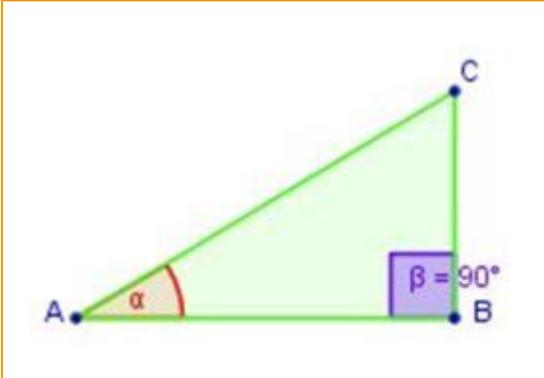
Seis son las razones o funciones trigonométricas que se pueden establecer para cualquiera de los dos ángulos agudos en un triángulo rectángulo; de ellas, tres son fundamentales y tres son recíprocas, como lo vemos en el siguiente cuadro:

Cuadro 2. Funciones trigonométricas

Funciones (razones) trigonométricas			
Fundamentales		Recíprocas	
sen	seno	cosec (csc)	cosecante
cos	coseno	sec	secante
tan (tg)	tangente	cotan (cotg)	cotangente

Fuente: propia del estudio

Veamos un ejemplo, para un ángulo α :



Sea el ángulo BAC de medida α (siempre menor de 90°) en el triángulo rectángulo ABC.

Los lados BC y BA son los catetos y AC, la hipotenusa.

En este triángulo rectángulo, las razones trigonométricas con respecto a alfa (α) se definen como:

Seno

$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{BC}{AC} \text{ (seno de } \alpha \text{)}$$

Seno, es la razón (división) entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa

Coseno

$$\cos \alpha = \frac{\text{cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}} = \frac{AB}{AC} \text{ (coseno de } \alpha)$$

Coseno, es la razón (división) entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa

Tangente

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto a } \alpha}{\text{cateto adyacente a } \alpha} = \frac{BC}{AB} \text{ (tangente de } \alpha)$$

Tangente, es la razón entre el cateto opuesto al ángulo y el cateto adyacente al mismo.

Estas tres (seno, coseno, tangente) son las razones fundamentales que se pueden establecer entre un ángulo agudo y los lados del triángulo rectángulo del cual forman parte.

A cada razón fundamental corresponde una razón recíproca, llamadas así porque cada una es la inversa de otra fundamental.

Las tres siguientes son las razones recíprocas que se pueden establecer respecto al mismo ángulo:

Cosecante

$$\text{cosec } \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto a } \alpha} = \frac{AC}{BC} \text{ (cosecante de } \alpha)$$

Cosecante, es la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto al ángulo, y como es la recíproca del seno de α se puede expresar como

$$\text{cosec } \alpha = \frac{1}{\frac{\text{cateto opuesto a } \alpha}{\text{hipotenusa}}} = \frac{1}{\text{sen } \alpha} \text{ (cosecante de } \alpha)$$

Secante

$$\sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente a } \alpha} = \frac{AC}{AB} \text{ (secante de } \alpha)$$

Secante, es la razón entre la hipotenusa y el cateto adyacente al ángulo, y como es la recíproca del coseno de α se puede expresar como

$$\sec \alpha = \frac{1}{\frac{\text{cateto adyacente a } \alpha}{\text{hipotenusa}}} = \frac{1}{\cos \alpha} \text{ (secante de } \alpha)$$

Cotangente

$$\cotg \alpha = \frac{\text{cateto adyacente a } \alpha}{\text{cateto opuesto a } \alpha} = \frac{AB}{BC} \text{ (cotangente de } \alpha)$$

Cotangente, es la razón entre el cateto adyacente al ángulo y el cateto puesto al mismo, y como es la recíproca de la tangente de α se puede expresar como

$$\cotg \alpha = \frac{1}{\frac{\text{cateto opuesto a } \alpha}{\text{cateto adyacente a } \alpha}} = \frac{1}{\text{tg } \alpha} \text{ (cotangente de } \alpha)$$

5.5.4 Teorema del seno y coseno

5.5.4.1 Teorema del seno

"Los lados de un triángulo son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos."

$$\frac{a}{\text{sen } A} = \frac{b}{\text{sen } B} = \frac{c}{\text{sen } C}$$

Aplicaciones:

- Resolver un triángulo cuando conocemos dos ángulos y un lado.
- Resolver un triángulo cuando conocemos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos

5.5.4.2 Teorema del coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

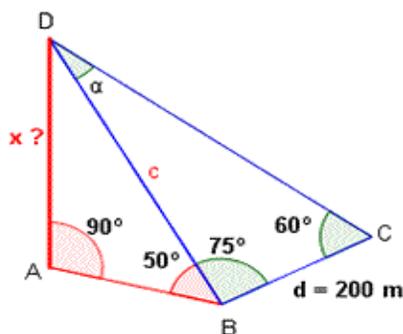
Aplicaciones:

- Cuando conocemos los 3 lados.
- Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos.
- Dos lados y el ángulo que forman.

Algunos problemas de aplicación:

Calcular una altura desconocida a cuyo pie no se puede llegar

Calcular la altura de la montaña AD



- Fijamos dos puntos B y C y medimos su distancia $d = 200$ m
- Medimos con el teodolito los ángulos $ABD = 50^\circ$, $DBC = 75^\circ$ y $BCD = 60^\circ$
- Triángulo BCD calculamos α : $\alpha = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$
- Aplicamos el teorema del seno para calcular c.

$$c = \frac{200 \cdot \text{sen } 60^\circ}{\text{sen } 45^\circ} = 245 \text{ m}$$

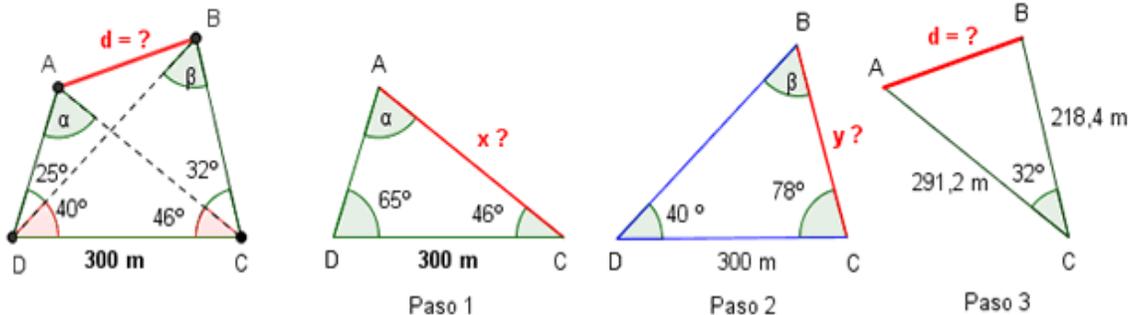
- Calculamos x en el triángulo ABD

$$x = c \cdot \text{sen } 50^\circ; c = 245 \cdot \text{sen } 50^\circ = 188 \text{ m}$$

Calcular la distancia entre dos puntos inaccesibles.

Calcular la distancia entre los puntos inaccesibles A y B

Datos que podemos medir: distancia $CD = 300$ m. Ángulos: $ACB = 32^\circ$, $ACD = 46^\circ$, $ADB = 25^\circ$ y $BDC = 40^\circ$.



Paso 1. Calculamos x resolviendo el triángulo ACD

$$\alpha = 180^\circ - (65^\circ + 46^\circ); \alpha = 69^\circ \quad x = (300 \cdot \text{sen } 65^\circ) / \text{sen } 69^\circ = 291,2 \text{ m}$$

Paso 2. Calculamos y resolviendo el triángulo BCD

$$\beta = 180^\circ - (40^\circ + 78^\circ) = 62^\circ \quad y = (300 \cdot \text{sen } 40^\circ) / \text{sen } 62^\circ = 218,4 \text{ m}$$

Paso 3. Calculamos d aplicando el teorema del coseno al triángulo ACB

$$d^2 = (218,4)^2 + (291,2)^2 - 2 \cdot 218,4 \cdot 291,2 \cos 32^\circ \quad d = 157 \text{ m}$$

Es importante resaltar que la actividad de refuerzo realizada a los estudiantes se realizó con una presentación en power point tomada de diferentes páginas halladas en la red, pues esta tenía como finalidad recordar a los alumnos los temas e inducirlos a crearse una idea de lo que se iba a aprender durante el proceso de la PPI. Durante esta actividad los alumnos tuvieron la oportunidad de realizar preguntas acerca de lo que se estaba exponiendo, de tal forma que no siguieran quedando con tantos vacíos como les había ocurrido en cursos anteriores.

Durante la realización de esta actividad se encuentra una gran desventaja del módulo utilizado por CAFAM para la enseñanza de las matemáticas, puesto que en estos cuadernillos los temas a enseñar no están sujetos a retomar actividades anteriores, es decir, el cuadernillo está compuesto de temas y actividades específicos.

6. METODOLOGÍA DE LA SISTEMATIZACIÓN

Al realizar la PP surgió como requisito referirse al concepto de Sistematización de experiencias el cual actualmente ha adquirido gran importancia y significado dentro del contexto de la educación popular.

Con el fin de ampliar la perspectiva que se tiene en cuanto a lo que es sistematizar una experiencia se muestran a continuación algunas definiciones relacionadas con el tema en cuestión:

Cuadro 3. Planteamientos acerca de Sistematización desde el punto de vista de diferentes autores

Autor	Concepto de sistematización
Oscar Jara	La sistematización es una mirada crítica sobre nuestras experiencias y procesos, recogiendo constantes. En este sentido significa un ordenamiento e interpretación de nuestras experiencias vistas en conjunto, y del papel o función de cada actividad particular dentro de este conjunto
Mario Espinoza V	Conjunto de cosas, ideas o acciones que se vinculan y ensamblan entre sí por alguna suerte de correspondencia e interrelación.
Antillón (2002, 43)	La sistematización no es sólo un trabajo de recuperación de experiencias y su consecuente interpretación, sino también una tarea permanente de construcción de un sistema de ideas, conceptos y símbolos.
Taller Permanente de	Aprendizajes a partir de nuestra experiencia de acompañamiento en una realidad social, como un primer nivel de teorización sobre la práctica. En este sentido, la

Sistematización (TPS) del Perú	sistematización representa una articulación entre teoría y práctica (...) y sirve a objetivos de los dos campos. Por un lado, apunta a mejorar la práctica, el acompañamiento, desde lo que ella misma nos enseña (...); de otra parte (...), aspira a enriquecer, confrontar y modificar el aprendizaje teórico actualmente existente, contribuyendo a convertirlo en una herramienta realmente útil para entender y transformar nuestra realidad.
CEPECS	La sistematización no es cualquier actividad de registro de información, ni se hace de cualquier manera. Ella exige permanentes reflexiones y referencias teóricas y metodológicas, lo cual significa que no es un simple proceso técnico.

Fuente: propia del estudio

A partir de las definiciones expuestas anteriormente sobre lo que significa la sistematización de experiencias, se logra identificar ciertas etapas que permiten estructurar en forma ordenada el proceso de la PP. Estas etapas son: preparación, implementación, evaluación y síntesis.

- ✓ **La preparación:** se refiere a todo aquello que se tiene en cuenta antes de hacer la intervención en el aula, por ejemplo: escogencia del tema a investigar, planteamiento de la pregunta de investigación, antecedentes del tema, la escogencia del lugar en donde se va a desarrollar la intervención, el contexto institucional, el proyecto de intervención.
- ✓ **La implementación:** trata sobre el cumplimiento del proyecto de intervención en el lugar ya determinado. En esta etapa se confronta lo planteado anteriormente con la realidad que existe verdaderamente en el

aula de clases y en donde surgen algunos cambios o ajustes a aquello que se pretendía realizar inicialmente en el aula de clases.

- ✓ **La evaluación:** consiste en valorar los acontecimientos que han ocurrido en cuanto a lo que se refiere a los objetivos y su logro, a la coherencia entre lo que es el proyecto, la práctica y la realidad, a los aciertos y errores, a los facilitadores en la intervención y a los obstaculizadores, entre otros.
- ✓ **La síntesis:** se refiere a la presentación de lo más importante de la práctica. Es en donde se encuentra finalmente la respuesta a la pregunta central del proyecto.

7. RECUPERACIÓN HISTÓRICA DE LA EXPERIENCIA

La intervención en la Institución Educativa Codespa en el grado 10-B con un total de 40 estudiantes se empezó el día 2 de febrero de 2012, con la actividad de diagnóstico, en la cual se pretendía evaluar los conocimientos previos de los estudiantes. Luego de esto el día 9 de febrero se dio inicio a la sesión de nivelación, en donde se utilizaron talleres y ejercicios tomados de la red y el día 16 de febrero de 2012 se empezó con la unidad temática del módulo de CAFAM: proceso de enseñanza de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos, hasta el día 18 de junio de 2012 con una intensidad de 12 horas mensuales. En esta experiencia se pretendía analizar las ventajas y desventajas del módulo utilizado por CAFAM para la enseñanza de las matemáticas, para lo cual se realizó una prueba similar con estudiantes de una institución educativa de carácter formal y se hizo el análisis y comparación de los diferentes resultados. También se buscó beneficiar directamente a los estudiantes que compartieron la experiencia y además a los profesores del área de matemáticas y en general a toda la institución educativa.

A continuación se expone el modelo educativo CAFAM y se plantea un análisis crítico de los aspectos más relevantes de los momentos del proceso de enseñanza y de las acciones realizadas en cada una de las actividades propuestas. Así como también un análisis crítico de los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes en diferentes actividades.

7.1 EL PROGRAMA CAFAM

7.1.1 Objetivos del programa

- ✓ Brindar a jóvenes y adultos la oportunidad de iniciar el desarrollo de destrezas de lecto-escritura (alfabetización), iniciar o continuar aprendizajes

básicos (Educación Básica Primaria) para alcanzar desempeños de calidad en su entorno familiar, comunitario y laboral.

- ✓ Promover desarrollos socio afectivo en los jóvenes y adultos para que fortalezcan la conciencia de la propia dignidad, enriquezcan la personalidad e impulsen la integración social.
- ✓ Ofrecer continuidad de la educación básica hacia etapas más avanzadas que le permitan una formación académica para obtener el título de bachiller de parte del Ministerio de Educación.

7.1.2 Características. Las características del Programa de Educación Continuada de CAFAM son las siguientes:

- ✓ **Es abierto:** No se exigen requisitos académicos de ingreso, esto es, no se solicitan certificados de estudio. El participante ingresa al programa mediante unas pruebas diagnósticas que determinan la etapa de iniciación de acuerdo a los conocimientos que posea. Todo joven o adulto puede ingresar al Programa.
- ✓ **Es flexible:** El participante fija sus propias metas académicas de acuerdo con sus necesidades. Avanza a su propio ritmo, según sus capacidades y esfuerzo.
- ✓ Para pasar de una competencia a otra se requiere de una evaluación que presenta cuando se siente preparado, sin tener que esperar a un tiempo fijado por la administración escolar. Así mismo el participante puede interrumpir su estudio y puede reintegrarse posteriormente a la misma competencia o a otra según sus conocimientos.
- ✓ **Es semi-escolarizado:** El participante asiste solamente de 4 a 8 horas semanales al centro ya que tiene la posibilidad de estudiar los contenidos en forma independiente en los distintos módulos de instrucción. En las sesiones presenciales aclara, amplía y refuerza su aprendizaje bajo las orientaciones de un monitor o de un tutor. En estas sesiones además se

desarrollan las destrezas de comunicación y se fomentan la socialización, la capacidad de interacción y de participación.

- ✓ **Se basa en el autoaprendizaje:** Al participante se le capacita y propicia el desarrollo de habilidades para el autoaprendizaje, proceso que asume apoyado en la metodología y los módulos de instrucción especialmente diseñados para ello.
- ✓ **Materiales Propios:** El Programa cuenta con materiales de aprendizaje en las diferentes áreas, especialmente diseñados para ésta población y que portan el proceso metodológico de aprender a aprender.
- ✓ En resumen, en el Programa el participante maneja las variables administrativas de tiempo y lugar de estudio, explicación del profesor, ritmo de aprendizaje, empleo de recursos didácticos, momento de evaluación, aspectos estos que en el estudio tradicional son decisiones tomadas por la administración y aplicadas en forma masiva a todos los estudiantes de un curso.

7.1.3 Estructura. Coherente con la concepción de educación integral que orienta el Programa, la estructura general comprende tres grandes áreas, que se relacionan con realidades de la persona; el área intelectual o cognitiva, el área afectiva y el área socio-económica. En otros términos, la estructura atiende al desarrollo de las potencialidades del individuo, pero en función de su interacción con el grupo humano, y en su perspectiva de mejoramiento de la calidad de vida. (Ver Cuadro 4).

Cuadro 4. Estructura general del Programa

Área Socio-económica	Área Intelectual			Área Afectiva
Satisfacción de necesidades e intereses	Desarrollo cognoscitivo			Formación de valores, sentimientos, actitudes
Subprogramas complementarios	Contenidos académicos			Actividades complementarias
- Microempresa - Educación en familia - Club del tiempo libre - Proyecto de desarrollo para la satisfacción de Necesidades básicas. - Economía familiar	Talleres de apoyo C O G N O S I V O	Áreas básicas Del conocimiento: Matemáticas Español Ciencias Sociales	Adición o remplazo de contenidos según características de la región.	-Campañas educativas - Conferencias -Trabajos de grupo - Talleres - Seminarios
Organización libre	Organización secuencial			Organización libre
Seleccionado y programado en cada región o grupo humano. Opcional para el participante.	Estructurado por secuencias de aprendizaje cognoscitivo. El participante elige la propia meta y el ritmo de estudio, el apoyo académico y el momento de Evaluación.			Seleccionado y programado en cada región o grupo humano.

Fuente: propia del estudio

En el área intelectual se proponen contenidos académicos, en las áreas básicas del conocimiento (matemática, español, ciencias y sociales), consignados en módulos de instrucción y con apoyo en talleres de aprendizaje. En aquellos conocimientos que tienen carácter universal, los módulos se emplean en todo el país. En cambio, aquellos temas que deben responder a características locales, son tratados con módulos y materiales elaborados por los agentes educativos de cada región.

La organización pedagógica del área intelectual sigue una rigurosa secuencia didáctica, y se divide en metas cortas o competencias que el participante estudia a su propio ritmo.

El área afectiva dentro del Programa, está orientada a la formación de valores, sentimientos y actitudes en los participantes, ya que se considera elemento fundamental para el crecimiento personal y la convivencia social.

Teniendo en cuenta que los fines de la educación son proporcionar conocimientos y valores, en cuanto a la metodología planteamos que los valores se muestran en todo un proceso permanente, ya que es función de la educación mostrarlos y señalarlos a través del proceso educativo creando espacios para reconocerlos, expresarlos y vivenciarlos.

Es así como el proceso de trabajo de grupo, de estudio independiente, de avance al propio ritmo; para indicar sólo algunos aspectos, son factores potenciadores de una construcción y apropiación de valores como son la responsabilidad personal en el desarrollo personal, la solidaridad y tolerancia con los otros.

El contenido de esta área es de organización libre, priorizando aquellos aspectos que son más relevantes en el grupo objeto de trabajo.

El área socio-económica trata de responder a las necesidades específicas de carácter social u ocupacional, mediante subprogramas o cursos cortos. La institución puede seleccionar la actividad que va ofrecer, es opcional para el participante. Estas actividades pueden ser organizadas por la propia institución, o ésta puede coordinar con otros centros que ofrezcan el servicio que se requiere.

8. ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO

Fue importante iniciar con una actividad que permitiera conocer el nivel académico de los estudiantes para poder analizar qué tipo de fortalezas y debilidades tenían los alumnos en cuanto al tema a desarrollar en trigonometría, este ejercicio consistió en un cuestionario por medio del cual se pretendía conocer acerca de los conocimientos previos que tenían los estudiantes de lo que son los triángulos así como los diferentes vacíos que podían tener a cerca del mismo tema.

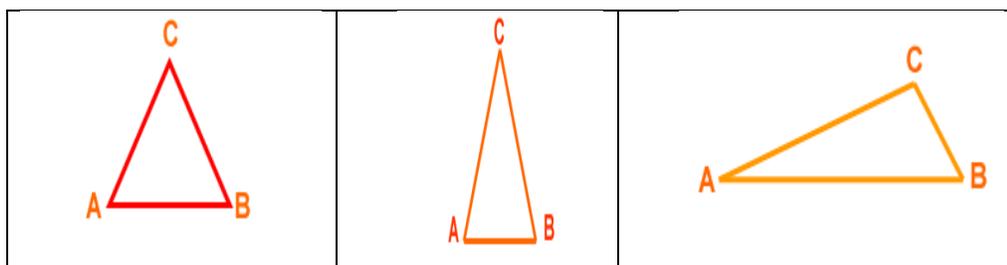
A continuación se muestra el cuestionario correspondiente.

INSTITUCIÓN EDUCATIVA NO FORMAL CODESPA

GRADO 10-B

ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO

1. ¿Defina qué es triángulo?
2. ¿Cuáles son las clases de triángulo?
3. ¿Cómo se clasifican los triángulos según sus lados y sus ángulos?
4. ¿Qué relación existe entre la trigonometría y los diferentes triángulos?
5. Clasifica los siguientes triángulos según sus lados:



¡BUENA SUERTE !

8.1 ANÁLISIS DE ERRORES ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICO

En esta actividad realizada con el fin de evaluar el nivel académico en el que se encontraban los estudiantes, se muestran resultados tomados de 40 estudiantes del grado 10-B de la Institución Educativa Codespa.

Los resultados obtenidos se clasificaron en tres grupos (estudiantes repitentes, estudiantes no repitentes y estudiantes nuevos en la institución), esta actividad permitió analizar diferentes aspectos en la forma de resolver actividades por parte de los estudiantes y abrió la posibilidad de replantearnos como docentes la forma de enseñar matemáticas en diferentes contextos no sólo educativos sino también contextuales.

Figura 3. Evidencia (grupo 1) estudiantes nuevos

Alexandra Quiroz 10-B

ACTIVIDAD DE DIAGNÓSTICA

1. DEFINA QUE ES UN TRIANGULO
2. CUALES SON LAS CLASES DE TRIANGULOS
3. COMO SE CLASIFICA LOS TRIANGULOS SEGUN SUS LADOS Y SUS ANGULOS
4. QUE RELACION EXISTE ENTRE LA TRIGONOMETRIA Y LOS DIFERENTES TRIANGULOS
5. CLASIFICAR LOS SIGUIENTES TRIANGULOS SEGUN SUS LADOS

TRIANGULO ISOSCELES

TRIANGULO EQUILATERO

TRIANGULO ESCALENO

1. EL TRIANGULO ESTA DETERMINADO POR 3 SEGMEN(TO)S DE RECTA QUE SE DENOMINAN LADOS.

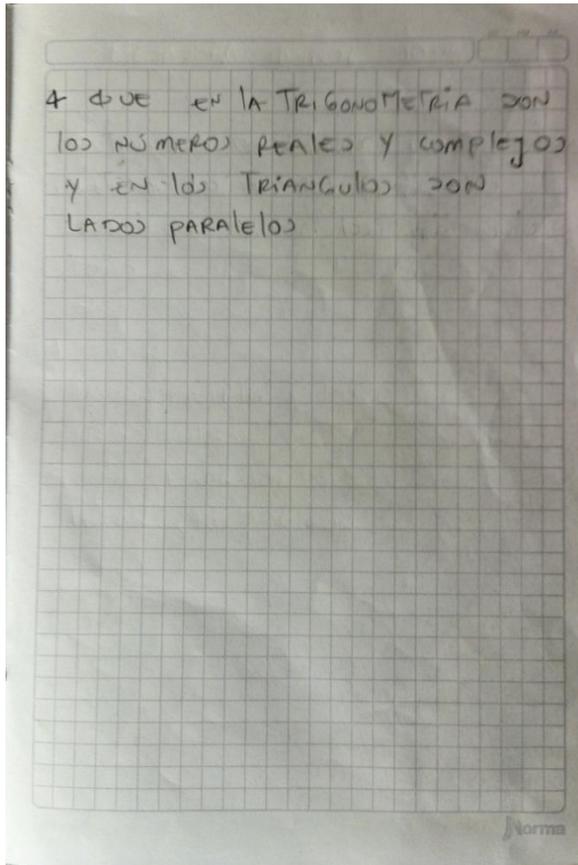
2. TRIANGULO ESCALENO
TRIANGULO EQUILATERO
TRIANGULO ISOSCELES

3. TRIANGULOS SEGUN SUS LADOS

- TRIANGULO EQUILATERO 3 LADOS IGUALES
- TRIANGULO ISOSCELES 2 LADOS IGUALES
- TRIANGULO ESCALENO NINGUN LADO IGUAL

• TRIANGULOS SEGUN SUS ANGULOS

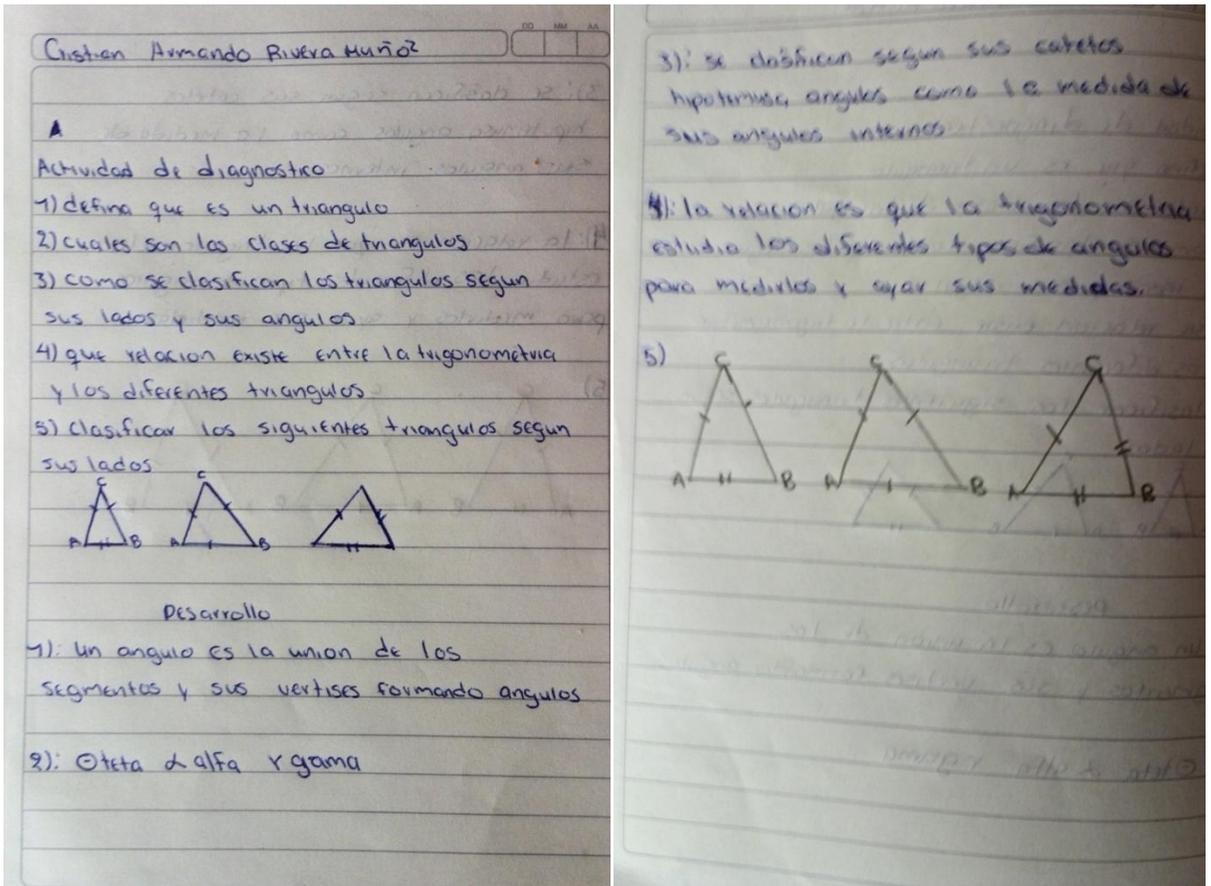
- TRIANGULO RECTANGULO 1 ANGULO RECTO
- TRIANGULO ACUTANGULO 3 ANGULOS AGUDOS
- TRIANGULO OBTUSANGULO 1 ANGULO OBTUSO



Fuente: propia del estudio

En este grupo de estudiantes los errores cometidos fueron del 10% frente a la solución del cuestionario, puede notarse que sus falencias estuvieron dadas en uno solo de los puntos, en cuanto a lo demás se resalta un buen aprendizaje en cuanto a los conceptos principales de triángulos.

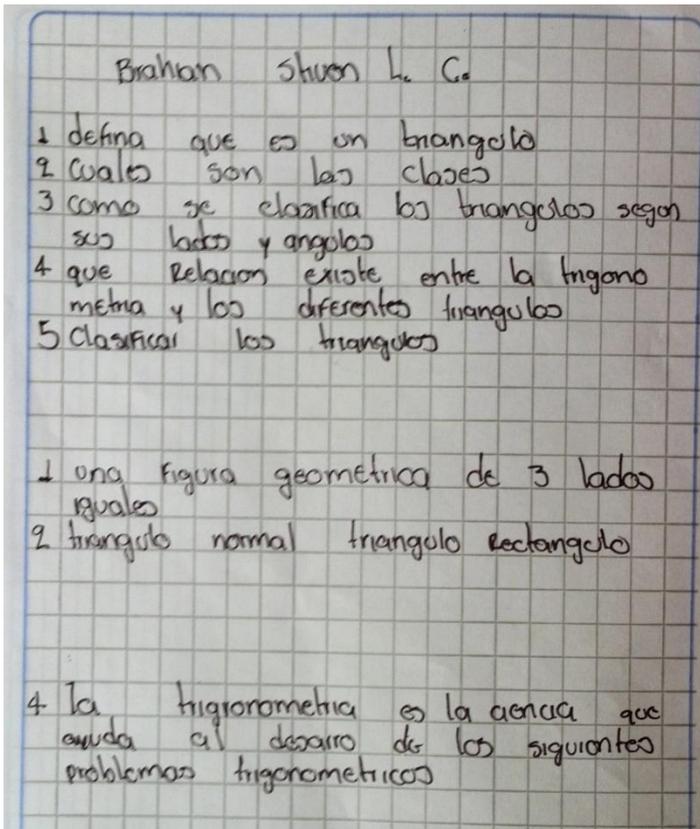
Figura 4. Evidencia (grupo 2) estudiantes repitentes



Fuente: propia del estudio

Cuando se realizó el análisis en este grupo se encontró que el 70% de los estudiantes poseen grandes vacíos en cuanto a la aprehensión de los diferentes conceptos de triángulo, pues revisando cada trabajo presentado se evidencia un gran desinterés en cuanto al aprendizaje y a la actividad que se estaba realizando.

Figura 5. Evidencia (grupo 3) estudiantes no repitentes



Fuente: propia del estudio

En el análisis de los resultados de la prueba realizada a este grupo se observa que los errores cometidos en la solución del cuestionario fue del 20%, se evidencian respuestas que tratan de dar la idea forzada mediante expresiones no relacionadas con las preguntas planteadas.

Al establecer una relación entre las evidencias y la actividad diagnóstico se concluye que:

En el punto 1 de la actividad diagnóstico el 90% de los estudiantes respondió en forma apropiada, no con la definición formal, pero sí con una definición aproximada de lo que significa el concepto de triángulo como figura geométrica.

En el punto 2 de la actividad propuesta el 70% de los estudiantes recordaron de forma correcta las clases de triángulos, el otro 30% manifestó gran confusión en cuanto a la claridad de las clases de triángulos.

En el punto 3 de la actividad diagnóstico sólo el 60% recordaban en forma no muy completa la clasificación de los triángulos, de este 60% el 20% recordaba de forma acertada que se clasificaban de acuerdo a sus lados y ángulos, el 40% recordaba sólo la clasificación de acuerdo a sus lados.

En el punto 4 de la actividad como era un punto de opinión personal el 80% de los estudiantes respondió que tenían la idea de que la materia llamada trigonometría iba a ser enseñada en base a los triángulos, pues si se les estaba preguntando por la relación entre esos dos conceptos algo tendrían que ver. El otro 20% ya tenía una idea aproximada de lo que iban a estudiar puesto que eran repitentes o venían de otros colegios donde ya habían tenido aproximaciones al tema en cuestión.

El punto 5 de la actividad era una forma particular del punto tres, puesto que los estudiantes que respondieron de forma acertada el punto 3 también podían responder acertadamente el punto cinco.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede observar que los estudiantes poseen diferentes formas de aprender, que existe gran desinterés por el estudio y que en los cursos pasados han quedado grandes vacíos que se ven reflejados en el momento de presentar una prueba tan sencilla como la realizada. También es importante tener en cuenta que los estudiantes que ingresan a la institución provenientes de instituciones formales les llevan cierto tipo de ventaja a los estudiantes de la institución educativa Codespa puesto que para ellos la intensidad horaria es mayor, además se cuenta con mayor tiempo disponible,

posibilidad que no tienen la mayoría de los alumnos de Codespa debido a sus múltiples actividades en el campo.

8.2 SESIÓN DE REFUERZO.

La sesión de refuerzo consta de: Definición, clasificación y áreas de algunos triángulos.

Objetivo: Reforzar en los estudiantes ciertos conocimientos básicos referentes a definición, clasificación y áreas de triángulos.

Para esta sesión se dispuso de un tiempo total de cuatro horas de clase con el fin de dar un refuerzo, a los estudiantes en los temas que presentaron mayor deficiencia en la actividad de diagnóstico y que se requieren para abordar el aprendizaje de las relaciones trigonométricas en resolución de triángulos.

Esta sesión tiene el siguiente orden de ideas: en primer lugar se trató el tema de la definición de triángulos. Para inducir a este tema se plantearon definiciones, ejemplos, algunos ejemplos básicos para tratar que los estudiantes recordaran el proceso de definición, clasificación y relación de los triángulos con la trigonometría.

8.3 IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO EDUCATIVO CAFAM EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA CODESPA

Para la implementación del modelo educativo CAFAM en la institución educativa Codespa, el rector de la Institución hizo entrega formal del módulo de trigonometría diseñado por el programa de CAFAM, para la enseñanza de las matemáticas en los distintos grados de la educación media, particularmente para el grado décimo.

Uno de los temas planteado en el módulo es el de la resolución de triángulos y tiene los siguientes objetivos:

- ✓ Resolver problemas con triángulos rectángulos aplicando las funciones trigonométricas.
- ✓ Resolver problemas con triángulos oblicuángulos utilizando el teorema del seno y el teorema del coseno.

El tiempo que se empleó en la programación y planeación de este tema, fue de seis sesiones, empleando el método diseñado por CAFAM.

Temas a enseñar:

- ✓ Los triángulos y su clasificación según sus lados y sus ángulos
- ✓ Teorema del seno y teorema del coseno
- ✓ Relación entre los triángulos y los teoremas de seno y coseno. problemas de aplicación.

Antes de comenzar con los temas se designa una de las sesiones para reforzar diferentes conceptos matemáticos que permitieran al estudiante crearse una idea de lo que iba a comenzar a aprender durante su año lectivo, además era indispensable que se hiciera un repaso pues con las falencias encontradas se hacía necesario llenar un poco todos esos vacíos presentes.

Seguido de la actividad de refuerzo se comienza a orientar cada uno de los temas programados, utilizando cómo método de evaluación y análisis tareas para resolver en la casa y luego exponerlas en cada sesión de forma rápida y clara y la tarea propuesta en el módulo de CAFAM la cual se requería resolverla en la clase. Con los métodos implementados se pretendía analizar si a los estudiantes les quedan claros los temas enseñados, si se confunden o si simplemente no les interesa aprender. También se buscaba definir si esta metodología de enseñanza

creada por el gobierno de una manera informal da los resultados que según el gobierno se deberían alcanzar para combatir el analfabetismo en Colombia.

Las diferentes actividades particularmente la tarea E del módulo de trigonometría de CAFAM se aplica a estudiantes del grado 10B de la Institución Educativa no formal CODESPA, del municipio de Timbío.

Las diferentes actividades, permitieron la descripción ordenada de lo acontecido en la PP, para poder realizar una interpretación y análisis de lo acontecido, permitiendo describir toda la experiencia educativa.

8.4 RESULTADOS DE LA PRÁCTICA PEDAGÓGICA INVESTIGATIVA

Cuando se interactúa con un grupo de (40) estudiantes, es una experiencia académica nueva, que requiere de mucha responsabilidad y preparación, pues así se tenga un dominio del tema hacen falta herramientas que sólo se adquieren con la práctica del docente en el interactuar constante con los estudiantes.

Para lograr hacer un análisis de los resultados de la PP, es importante tener en cuenta diferentes factores como el contexto social, ubicación de las viviendas, diferentes obligaciones laborales y familiares de los alumnos, así como el nivel socioeconómico en el que se desarrolla cada uno, puesto que todo esto influye en el aprendizaje.

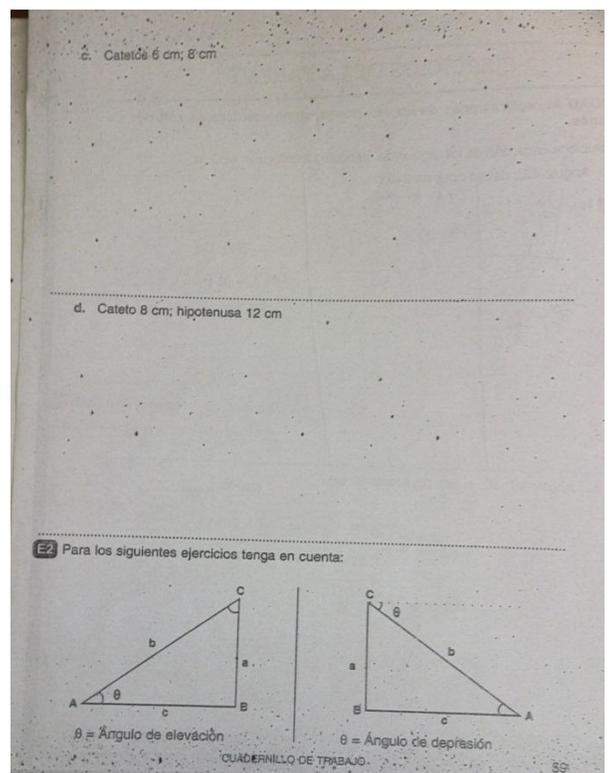
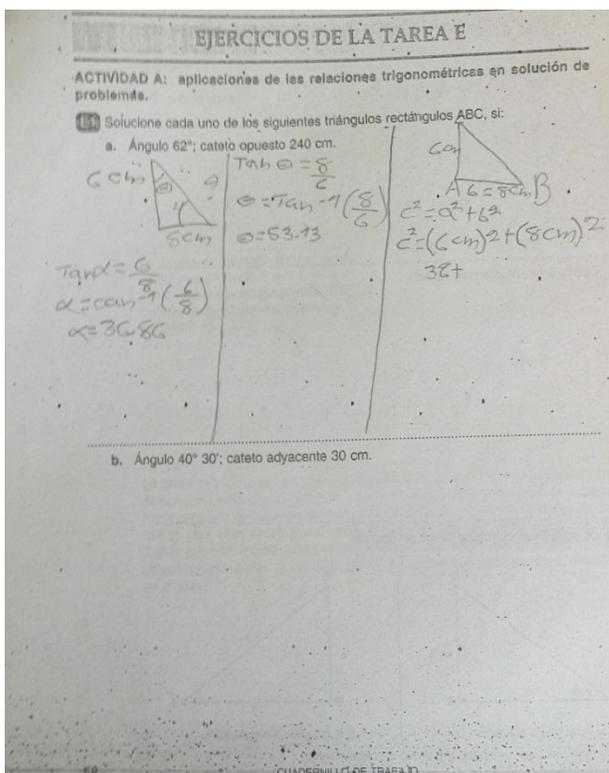
Cada sesión de clase fue de 50 minutos, (hora de clase) y se dividía de la siguiente forma:

Resumen del tema anterior, retroalimentando con una actividad, para que el grupo en general comprendiera los ejercicios orientados en cada sesión, con ejemplos prácticos propuestos en el módulo de trigonometría.

Hay que tener en cuenta que el horario o asistencia de los estudiantes es cada ocho días y durante ese tiempo algunos realizan otras actividades que nada tienen que ver lo explicado en clase. Pero, existen una serie de variables que nos dan información e indican, cómo influyen en las notas que cada estudiante obtiene.

8.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS AL APLICAR LA TAREA A EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA NO FORMAL CODESPA

Figura 6. Evidencia 1.



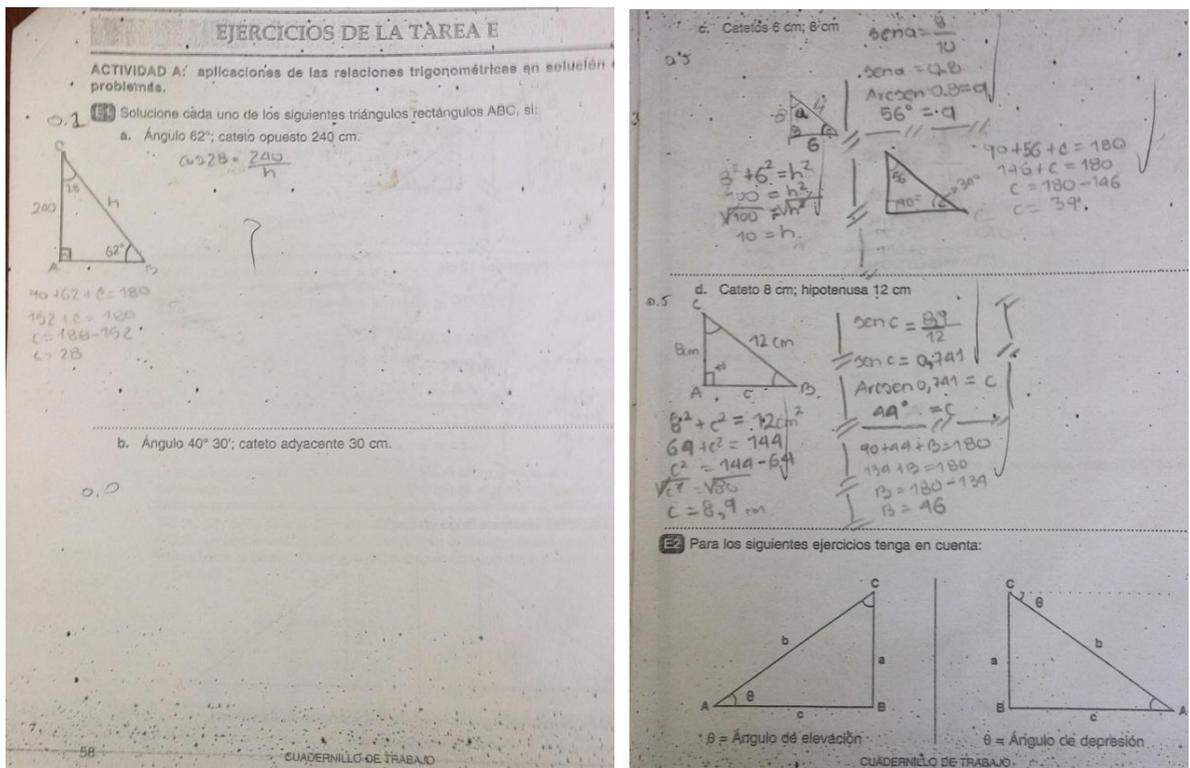
Fuente: propia del estudio

Análisis evidencia 1. En este primer análisis correspondiente al grupo de los estudiantes no repitentes, puede verse que la mayoría de los integrantes presentan vacíos en cuanto a la aplicación de los conceptos trigonométricos requeridos en la actividad. También se analizaron vacíos en cuanto al

procedimiento algebraico (suma y resta de enteros) requerido para desarrollar actividades de este tipo.

Se observa que algunos puntos del taller no presentan ninguna solución de la situación propuesta y no aplican ningún procedimiento de los enseñados en clase a lo cual argumentan que no recordaban y que no habían estudiado.

Figura 7. Evidencia 2.



Fuente: propia del estudio

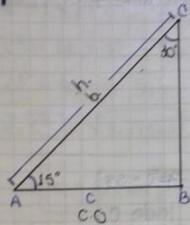
Análisis evidencia 2. La solución planteada a esta tarea por parte del grupo de los estudiantes nuevos permite evidenciar que la gran mayoría de integrantes presentan buenas bases en cuanto a la parte algebraica (suma y resta de enteros), también se nota que la mayoría tienen definidos conceptos trigonométricos tales como seno, coseno, tangente, lo cual les permite desarrollar de forma no excelente pero si aceptable la tarea propuesta en el módulo educativo

CAFAM. Los ítems que están sin solución son reflejo de la falta de tiempo para desarrollarlos, pues se les preguntó porque no los desarrollaron y la gran mayoría argumentó la falta de tiempo.

Figura 8. Evidencia 3.

• Bryan Dibran Rodríguez Quiroz 10-B

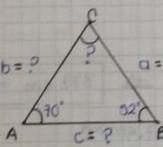
1°



* $\cos \alpha = \frac{C.A.}{h} = \frac{a}{b}$
 $\cos 30^\circ = \frac{45m}{h}$
 $h \cdot \cos 30^\circ = 45m$
 $h = \frac{45m}{\cos 30^\circ}$
 $h = 51.9m$

Rta// la distancia que hoy entre los dos botes es de 51.9 m.

2°



Datos:
 $\angle A = 70^\circ$
 $\angle B = 52^\circ$
 $\angle C = ?$
 $a = 640m$
 $b = ?$
 $c = ?$

⇒ Hallamos el valor del lado b para ello utilizaremos la siguiente ecuación.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{640m}{\sin 70^\circ} = \frac{b}{\sin 52^\circ}$$

$$640m \cdot \sin 52^\circ = b \cdot \sin 70^\circ$$

$$640m \cdot \sin 52^\circ = b$$

⇒ **$536.6m = b$**

Rta// El valor del lado B es 536.6 m

⇒ Ahora encontraremos el valor del $\angle C$:

* $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
 $70 + 52 + \angle C = 180^\circ$
 $122 + \angle C = 180^\circ$
 $\angle C = 180^\circ - 122 = 58^\circ$

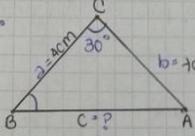
Rta// El valor del lado $\angle C$ es 58°

* Ahora hallaremos el valor del lado C:

* $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$
 $\frac{536.6m}{\sin 52^\circ} = \frac{c}{\sin 58^\circ}$
 $536.6 \times \sin 58^\circ = c \cdot \sin 52^\circ$
 $\frac{536.6m \times \sin 58^\circ}{\sin 52^\circ} = c \Rightarrow$ **$577.4m = c$**

Rta// El valor del lado c es 577.4 m

3°



Datos:
 $a = 4cm$
 $b = 7cm$
 $c = ?$
 $\angle C = 30^\circ$
 $\angle A = ?$
 $\angle B = ?$

* Con la ley del coseno resolvemos este ejercicio para ello utilizaremos.

Fuente: propia del estudio

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

$$c^2 = (4)^2 + (7)^2 - 2(4)(7) \cdot \cos 30^\circ$$

$$c^2 = 16 + 49 - 56 \cdot \cos 30^\circ$$

$$c^2 = 9 \cdot \cos 30^\circ$$

$$\sqrt{c^2} = \sqrt{7.79423}$$

$c = 2.7 \text{ cm}$

Rta // El lado C mide 2.7 cm

• Encontramos el valor del $\angle A$:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$(4)^2 = (7)^2 + (2.7)^2 - 2(7)(2.7) \cdot \cos A$$

$$16 = 49 + 7.29 - 37.8 \cdot \cos A$$

$$37.8 \cdot \cos A = 49 + 7.29 - 16$$

$$\cos A = \frac{40.29}{37.8}$$

$$\angle A = \cos^{-1} \left(\frac{40.29}{37.8} \right)$$

$\angle A = 54.1^\circ$

• Ahora hallamos el valor del $\angle B$:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$(7)^2 = (4)^2 + (2.7)^2 - 2(4)(2.7) \cdot \cos B$$

$$49 = 16 + 7.29 - 21.6 \cdot \cos B$$

$$21.6 \cdot \cos B = 16 + 7.29 - 49$$

$$\cos B = \frac{-25.71}{21.6}$$

$$\angle B = \cos^{-1} \left(\frac{-25.71}{21.6} \right)$$

$\angle B = 103.1^\circ$

1) Para saber la altura del edificio utilizaremos:

$$\tan \alpha = \frac{C.O.}{P.A.}$$

$$\tan 20^\circ = \frac{C.O.}{50 \text{ m}}$$

$$50 \text{ m} \cdot \tan 20^\circ = C.O. \times 1$$

$18.1 \text{ m} = C.O.$

Rta: La altura del edificio es de 18.1m.

2)

• Hallamos la altura del edificio mas la de la antena:

$$\tan \alpha = \frac{C.O.}{P.A.}$$

$$\tan 23^\circ = \frac{C.O.}{50 \text{ m}}$$

$$50 \text{ m} \cdot \tan 23^\circ = C.O.$$

$21.2 \text{ m} = C.O.$

• Entonces para saber la altura de la antena debemos hacer una resta:

Es decir: $21.2 \text{ m} - 18.1 \text{ m}$

$= 3.1 \text{ m}$

Por lo tanto: La altura de la antena es de 3.1m.

1) Datos:

$$\begin{aligned} \angle A &= ? & a &= ? \\ \angle B &= 42^\circ & b &= 170 \\ \angle C &= 45^\circ & c &= 165 \text{ km} \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B + \angle C &= 180^\circ \\ \angle A + 42 + 45 &= 180^\circ \\ \angle A + 87 &= 180^\circ \\ \angle A &= 180 - 87 \\ \angle A &= 93 \end{aligned}$$

3)

$$\frac{a}{\sin a} = \frac{b}{\sin B}$$

$$\frac{a}{\sin 93^\circ} = \frac{170 \text{ km}}{\sin 42^\circ}$$

$$a = \frac{170 \text{ km} \cdot \sin 93^\circ}{\sin 42^\circ}$$

$$a = \frac{170 \text{ km} \cdot \sin 93^\circ}{\sin 42^\circ} = 253.7 \text{ km}$$

Rta// Los 2 barcos no pueden comunicarse directamente entre sí, ya que el alcance de los equipos de radio es de 220 km y la distancia que separa a estos 2 barcos es de 253.7 km.

Fuente: propia del estudio

Análisis evidencia 3. El desarrollo de esta prueba corresponde al grupo de los estudiantes repitentes, en la mayoría de integrantes se notó gran compromiso y seriedad al desarrollar la tarea propuesta, también se pudo notar que las clases reforzaron lo aprendido en grados anteriores, cuando se hizo el análisis del desarrollo de la tarea fue una gran sorpresa los resultados ya que no se esperaban, también porque fueron un grupo que durante las sesiones de clase no se notaban tan interesados.

Al preguntarles porque se habían motivado tanto con el desarrollo de la actividad manifestaron que la experiencia de haber perdido un año les había enseñado lo importante que era preocuparse por las notas desde el principio y además que tenían que aprovechar las oportunidades que daban los profesores para pasar y así no volver a perder ningún año escolar.

El análisis de los resultados obtenidos en las actividades y tareas propuestas permiten visualizar un gran número de factores que influyen en el aprendizaje de los seres humanos en general. Se logra comprender que los estudiantes poseen un gran número de vacíos conceptuales no sólo del grado al que van a ingresar sino de grados anteriores. También se nota que en muchas situaciones los estudiantes trabajan más bajo presión y motivados por razones que en muchas ocasiones no son el deseo de aprender sino la necesidad de obtener el título para que el municipio les proporcione algún tipo de empleo.

La siguiente tabla indica el número de estudiantes que participaron en la actividad y que lograron solucionar los ejercicios de la tarea propuesta en el módulo de CAFAM en forma acertada y no acertada, utilizando diferentes tipos de soluciones. Es importante aclarar que no es impedimento que las clases sean cada ocho días, para que los estudiantes no puedan recordar y aplicar los diferentes conceptos orientados en clase.

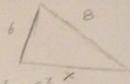
Cuadro 5. Estudiantes que participaron en la prueba

Tarea y edad	Aprueban	No aprueban	Total
Evidencia 1 Estudiantes no repitentes	15	3	18
Evidencia 2. Estudiantes nuevos en la Institución educativa Codespa	7	3	10
Evidencia 3 Estudiantes repitentes	9	1	10
No estuvieron durante la actividad			2

Fuente: propia del estudio

Resultados de Evidencia 2

c. Catetos 6 cm; 8 cm



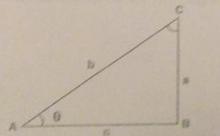
$$x^2 = 6^2 + 8^2$$

$$x^2 = 36 + 64$$

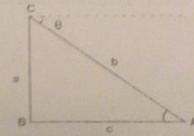
$$x = 10$$

d. Cateto 8 cm; hipotenusa 12 cm

Para los siguientes ejercicios tenga en cuenta:



$\theta = \text{ángulo de elevación}$

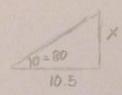


$\theta = \text{ángulo de depresión}$

CUADERNILLO DE TRABAJO 59

a. Desde una altura de 16 800 m, el piloto de un avión observa la luz de un aeropuerto con un ángulo de depresión de $24^\circ 17'$. ¿A qué distancia está el avión del aeropuerto?

b. Un ángulo de elevación de una rampa de 60 pies de longitud que lleva a un puente sobre una autopista mide 10.5° . Determine la altura del puente a la autopista.



$$\tan 10.5^\circ = \frac{x}{60}$$

$$5 = x$$

c. La altura de la cima de una colina se eleva 400 m sobre el nivel de la pista de un aeropuerto cercano, y la distancia horizontal desde el extremo final de la pista hasta un punto que se encuentra directamente bajo la cima de la colina es de 325 m. Un avión despega al final de la pista en dirección de la colina con un ángulo que permanece constante hasta librarla. Si el piloto desea pasar a treinta metros sobre la cima. ¿Cuál debe ser el ángulo con que debe elevarse, medido en grados?

CUADERNILLO DE TRABAJO 60

d. Desde lo alto de un acantilado de 45 m de altura los ángulos de depresión de dos botes que están en el mar, en la dirección norte del observador son 30° y 15° , respectivamente. ¿Qué distancia hay entre los dos botes?

ACTIVIDAD B: aplicaciones de las leyes del seno y del coseno

33 Resuelva los siguientes triángulos ABC atendiendo a los datos que se dan:

a. $A = 70^\circ$, $B = 52^\circ$, $a = 640$ m



$$\cos 70^\circ = \frac{640}{c}$$

$$c = \frac{640}{\cos 70^\circ}$$

$$c = 1871.23$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$70^\circ + 52^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ - 122^\circ$$

$$\angle C = 58^\circ$$

b. $a = 4$ cm, $b = 7$ cm, $C = 30^\circ$

CUADERNILLO DE TRABAJO 61

Resultados de Evidencia 3

Mano del Carmen Serrate

EJERCICIOS DE LA TAREA E

ACTIVIDAD A: aplicaciones de las relaciones trigonométricas en solución de problemas.

E1 Solucione cada uno de los siguientes triángulos rectángulos ABC, si:

a. Ángulo 62° , cateto opuesto 240 cm.

b. Ángulo $40^\circ 30'$, cateto adyacente 30 cm.

$\tan 40,05^\circ = \frac{x}{30}$

$x = 39,19$

$40,3^\circ = 40^\circ + \left(\frac{30}{60}\right)^\circ$

$= 40,05^\circ$

$\cos 40,05^\circ = \frac{30 \text{ cm}}{y}$

$y = \frac{30 \text{ cm}}{\cos 40,05^\circ}$

$y = 39,19$

$90 + 40,05 + C = 180$

$130,05 + C = 180$

$C = 180 - 130,05$

$C = 49,95$

58 CUADERNILLO DE TRABAJO

d. Desde lo alto de un acantilado de 45 m de altura los ángulos de depresión de dos botes que están en el mar, en la dirección Norte del observador son 30° y 15° , respectivamente. ¿Cuál distancia hay entre los dos botes?

ACTIVIDAD B: aplicaciones de las leyes del seno y del coseno

E3 Resuelva los siguientes triángulos ABC atendiendo a los datos que se dan:

a. $A = 70^\circ$, $B = 52^\circ$, $a = 640$ m

b. $a = 4$ cm, $b = 7$ cm, $C = 30^\circ$

ley de coseno

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$

$c^2 = 4^2 + 7^2 - 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \cos 30^\circ$

$c^2 = 16 + 49 - 48,97$

$c^2 = 16,03$

$c = \sqrt{16,03}$

$c = 4,00$

ley de seno

$\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b}$

$\frac{\sin 30^\circ}{4} = \frac{\sin B}{7}$

$2 \sin 30^\circ = \sin B$

$0,875 = \sin B$

$\sin^{-1}(0,875) = B$

$B = 61,04^\circ$

La suma de los ángulos es igual a 180°

$61,04 + 30 + A = 180^\circ$

$91,04 + A = 180^\circ$

$A = 180 - 91,04$

$A = 88,96^\circ$

61 CUADERNILLO DE TRABAJO

E2 Resuelva los siguientes problemas.

a. Una antena de televisión se halla en la azotea de un edificio. Desde 50 m de distancia, se observa al extremo del edificio con un ángulo de elevación de 20° y el extremo de la antena con un ángulo de elevación de 23° . Hallar la altura de la antena y del edificio.

$\tan 23^\circ = \frac{x+y}{50}$

$50 \tan 23^\circ = x+y$

$21,22 = x+y$

$\tan 20^\circ = \frac{x}{50}$

$50 \tan 20^\circ = x$

$25,19 = x$

Si reemplazamos $y = x + 21,22 - 25,19$

$= 2,03$ es la altura de la antena

Entonces la antena mide 2,03 m

el edificio mide 25,19 m

62 CUADERNILLO DE TRABAJO

Fuente: propia del estudio

8.6.1 Análisis de evidencias Institución educativa Guillermo Valencia. Al implementar la tarea propuesta en el módulo CAFAM a estudiantes de una institución educativa de carácter formal, el análisis de los resultados de la evidencia 1,2 y 3 permitió elaborar conclusiones tales como:

Los estudiantes de instituciones educativas de carácter formal poseen un poco más de claridad en varios conceptos trigonométricos.

En este tipo de instituciones se cuenta con mayor intensidad horaria y con más herramientas tecnológicas que permiten un mejor aprendizaje de las matemáticas. Hay mayor número de población estudiantil desinteresada en cuanto al tema del aprendizaje, es decir, se encontraron casos en los que el estudiante asiste a la institución por obligación y no porque quiera estar ahí.

Se notó gran deserción escolar pues al preguntarle al profesor encargado por la asistencia de los estudiantes manifestó que muchos faltan con frecuencia a clase y que debido a las leyes del gobierno el profesor estaba en la obligación de hacerle la nivelación y las evaluaciones correspondientes.

Es evidente que los resultados obtenidos en la Institución Educativa CODESPA, en comparación con los obtenidos en la Institución formal Guillermo Valencia, no distan mucho el uno del otro puesto que los resultados y las respuestas obtenidas en las indagaciones realizadas son muy similares. Aunque cabe resaltar que los estudiantes de la institución educativa formal tienen más tiempo disponible para trabajar diferentes actividades propuestas en libros, mientras que los otros no.

Otro punto a destacar caracterizado en esta PP, es que el contexto de los estudiantes es diferente, porque la gran mayoría de los alumnos de la Institución Educativa Guillermo Valencia, viven en el sector urbano y los estudiantes de grado 10-B de la institución educativa Codespa viven la gran mayoría en el área rural.

8.7 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PP

Análisis de ventajas y desventajas en cuanto al módulo CAFAM y a la implementación de este en dos instituciones educativas: una de carácter formal y otra de carácter informal:

8.7.1 Ventajas

- ✓ Para los estudiantes que han dejado de estudiar mínimo dos años utilizando este módulo, se les facilita resolver problemas básicos con triángulos rectángulos aplicando las funciones trigonométricas.
- ✓ Para la resolución de triángulos, como se trata de temas básicos el docente pueden orientar clases personalizadas con estudiantes que no hayan comprendido algún tema.
- ✓ En la resolución de triángulos el módulo trae ejemplos sencillos y fáciles de comprender para el estudiante.

8.7.2 Desventajas

- ✓ En la resolución de triángulos existen algunos problemas o ejercicios que son de análisis, que le toma más tiempo al estudiante y se le dificulta resolverlos.
- ✓ Los módulos como traen temas básicos en la resolución de triángulos, el estudiante está en desventaja con otros estudiantes de la educación formal, al presentar las pruebas saber de grado once.
- ✓ En la resolución de triángulos, el módulo por ser tan básico, el docente debe aplicar un plan de estudios más completo, para que el estudiante sea competitivo.
- ✓ En la resolución de triángulos, el estudiante tiene la responsabilidad de aplicar personalmente otros ejercicios, pero le toca utilizar otros libros de la educación formal.

8.7.3 Ventajas Del Módulo Cafam. Las ventajas del módulo CAFAM están dadas sólo para aquellos estudiantes que tienen un compromiso serio y responsable ante la actividad del aprendizaje, puesto que para ellos el módulo es una herramienta que les da las bases para el aprendizaje de una ciencia y les permite crear un hábito de autoaprendizaje.

Este módulo se transforma en una ventaja porque hace que el estudiante se vuelva reflexivo y tome una actitud de mayor compromiso ante los demás y ante el mundo.

8.7.4 Desventajas Del Módulo Cafam. Durante el desarrollo de la PP puede concluirse que el módulo diseñado por CAFAM para enseñar el área de trigonometría posee bastantes desventajas, puesto que tiende a parecerse a una receta de cocina donde se omiten muchos detalles que es indispensable conocer para lograr un buen resultado.

Otra desventaja que posee el módulo CAFAM es que los ejemplos y ejercicios propuestos son demasiado prácticos y no procuran el desarrollo del pensamiento por parte del estudiante.

Obliga al docente a recurrir a diferentes textos guía para lograr un mejor aprendizaje de los temas propuestos en el contenido del módulo de trigonometría, pues todos los estudiantes no aprenden con un solo ejemplo y con un solo ejercicio que se plantea en el cuadernillo.

En el módulo de trigonometría no aparecen propiedades matemáticas que es importante conocer para desarrollar cierto tipo de ejercicios o cierto tipo de operaciones.

En el módulo no se propone una evaluación para el estudiante, sino el desarrollo de una actividad muy práctica que puede ser grupal o individual, lo cual conlleva a que el alumno copie los resultados de la tarea a cualquier compañero.

Con el análisis de los diferentes resultados obtenidos en el ejercicio de la PPI, se nota que todavía hay mucho por hacer para mejorar la enseñanza de las matemáticas en nuestro país, que el resultado exitoso o fracasado de los sistemas educativos creados por el gobierno dependen del contexto donde se desarrollen, además de que es importante apropiarnos de la función que tenemos como docentes en este gran campo que es la educación.

9. CONCLUSIONES

En el proceso de sistematización se aprendieron dos aspectos importantes en el camino hacia la realización del documento; permitió dar estructura y organizar la experiencia vivida y luego hacer una reflexión crítica del proceso vivido con los estudiantes en el aula de clases.

Los estudiantes en el corto tiempo que duró el período escolar relacionaron las matemáticas con su contexto.

A pesar del corto tiempo dispuesto para el aprendizaje se lograron llenar satisfactoriamente vacíos conceptuales en cuanto a la relación que existe entre trigonometría y el concepto de triángulo en la mayoría de los estudiantes.

Existen un sinnúmero de factores que influyen en el aprendizaje y el desarrollo del ser humano, en nuestro caso el deseo de salir adelante fueron el motor para muchos estudiantes que aprobaron satisfactoriamente el área de matemáticas.

Las actividades de motivación siempre tuvieron el propósito de cambiar lo tradicional y hacer las clases más agradables, pero fue mucho más allá sirvieron también para lograr la integración entre compañeros, además de compartir y aprender a escuchar al compañero en el momento de aportar ideas cuando se buscaba la solución de problemas.

El proceso de sistematización vivido para el practicante es de un gran valor ya que me ayudó a diferenciar el conocimiento intuitivo que tenía frente a la situación de la enseñanza y del aprendizaje obtenido en un salón de clases.

El análisis crítico de errores es importante ya que se puede hacer una mirada crítica y reflexiva de las condiciones que presentan los estudiantes en cuanto a los

conocimientos que han adquirido y que están adquiriendo; permitiendo de esta forma buscar soluciones y mejorar la calidad educativa.

BIBLIOGRAFÍA

Alcaldía de Bogotá, Norma 1.

antologías, 2.pdf. 20 de octubre de 2005 Disponible en:
<http://www.upn081.edu.mx/antologías/antologías/lie/8s/2.pdf>.

Centro para adultos y jóvenes Codespa. 13 de Diciembre de 2011. Disponible en:
<http://elblogdecodespa.blogspot.com/p/mision.html>

Colombia Aprende la red del conocimiento. Que es escuela nueva. Disponible en:
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-94519.html>

Colombia Aprende la red del conocimiento. Descripción del modelo. Disponible en:
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/article-93773.html>

Colombia Aprende la red del conocimiento. Que es Escuela Nueva. Disponible en:
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-94519.html>

Colombia. Ministerio de Educación (MEN). Antecedentes. Bogotá D.C. 2015.
Disponible en: <http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-82783.html>

Colombia. Ministerio de Educación (MEN). Antecedentes. Bogotá D.C. 2015.
Disponible en: <http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-82784.html>

Colombia. Ministerio de Educación (MEN). Antecedentes. Bogotá D.C. 2015.
Disponible en: <http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-82785.html>

Colombia. Ministerio de Educación (MEN). Antecedentes. Bogotá D.C. 2015.
Disponible en: <http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-87371.html>

Colombia. Ministerio de Educación (MEN). Al tablero. Crecer en Arauca. 28 de marzo 2004. Disponible en: <http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-87371.html>

Estándares Básicos de Competencias En Matemáticas. 2006

Lineamientos curriculares en Matemáticas. 2000

Colombia. Ministerio de Educación (MEN). Telesecundaria. Disponible en:
<http://www.mineduccion.gov.co/1621/article-82785.html>

Coombs, 1972, Philip H. Coombs y Manzoor Ahmend, 1975. J. La Belle, 1980.
Disponible en: <http://educacionnoformal.scoom.com/educacion-no-formal/>

Educación no formal 2010. Disponible en:
<http://educacionnoformal.scoom.com/educacion-no-formal/>

Institución educativa no formal Codespa, sede Timbío. Blogs. Disponible en:
<http://elblogdecodespa.blogspot.com/2011/12/nuestra-filosofia.html>

Institución Educativa Comunal de Versalles. Magangue- Bolivar Colombia. 2010.
Disponible en: http://www.iecov.edu.co/modelo_cidep.html

Programa transformemos. Duitama Boyacá Colombia Disponible en:
http://www.colfps.edu.co/index.php?option=com_content&view=article&id=70:bienvenidos&catid=39:nuestro-colegio

Rojas Linares, Dante Enrique. Filosofía de la educación. 2009. Disponible en:
<http://www.monografias.com/trabajos67/filosofia-educacion/filosofia-educacion2.shtml>

Cibergrafía:

<http://www.upn081.edu.mx/antologias/antologias/lie/8s/2.pdf>.20 de octubre de 2005

http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Directivos/Noticias/Paginas/ED16_PP_M_Modeloseducativosflexibles.aspx

<http://franciscomiranda.edu.co/subproyectos-dinamizadores/51-subproyectos/316-que-es-el-programa-aceleracion-del-aprendizaje.html>

http://intellectum.unisabana.edu.co:8080/jspui/bitstream/10818/3625/1/Diana%20Paola%20Forero%20G%C3%B3mez_trabajo_152921.pdf

http://www.colfps.edu.co/index.php?option=com_content&view=article&id=70:bienvenidos&catid=39:nuestro-colegio

<http://www.elitv.org/documentos/maestria/Memorias2011/Ponencia%2010.pdf>

http://www.iecov.edu.co/modelo_cidep.html

http://www.medellin.edu.co/sites/Educativo/Directivos/Noticias/Paginas/ED16_PP_M_Modeloseducativosflexibles.aspx

<http://www.monografias.com/trabajos67/filosofia-educacion/filosofia-educacion2.shtml>.

http://www.oei.es/quipu/colombia/programa_cafam.pdf

<http://www.sangakoo.com/es/temas/clasificacion-y-propiedades-de-los-triangelos>

<http://www.sena.edu.co/Portal/Portafolio+Programas+Estrat%C3%A9gicos/Empleabilidad/J%C3%B3venes+rurales+emprendedores>

<http://www.sena.edu.co/Portal/Portafolio+Programas+Estrat%C3%A9gicos/Empleabilidad/J%C3%B3venes+rurales+emprendedores/>

<http://www.ucn.edu.co/cibercolegio/PAVA/Paginas/home.aspx>

https://www.dane.gov.co/files/censos/boletines/bol_educacion.pdf

ANEXOS

MÓDULO DE TRIGONOMETRÍA

INTRODUCCIÓN

La Geometría nos enseña a relacionar los lados de un triángulo pero no lo hace con el valor de los lados respecto al valor de sus ángulos.

El fin primordial de la trigonometría es relacionar los lados de un triángulo con sus correspondientes ángulos, lo cual permite establecer fórmulas matemáticas que fácilmente nos deducen los valores sin necesidad de hacer dibujos con instrumentos que deben ser muy precisos.

Hay cosas que la geometría con sus simples métodos, no puede resolver, por ejemplo: medir el ancho de un río o calcular la altura de una montaña partiendo de la base; la trigonometría utiliza métodos distintos pero muy sencillos para darle solución a estos problemas.

Por esta razón estudiaremos a fondo el triángulo rectángulo y las relaciones que existen entre sus lados y sus ángulos a las cuales llamaremos **FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS**.

También se verá cómo se aplican a otra clase de triángulos, cómo se pueden hallar los otros elementos, y cómo utilizar estos conocimientos para solucionar problemas en nuestras actividades cotidianas.

El dominio de las funciones trigonométricas es indispensable para el estudio de la Física, Cálculo, Ingenierías, etc., motivo por el cual daremos los conceptos básicos más importantes en forma clara y concisa.

En la **GEOMETRÍA ANALÍTICA**, consideramos el estudio de las "cónicas" de Apolonio de Pérgamo (siglo II a.C.) tales como la circunferencia, parábola, elipse, hipérbola, sus elementos, ecuación y gráficas en el plano que nos servirán para poderlos aplicar a los fenómenos económicos, agrícolas, sociales y demográficos de nuestro diario vivir.



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS

OBJETIVOS

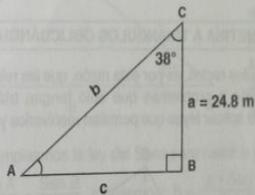
Al finalizar el estudio de esta Tarea, usted estará en capacidad de:

1. Resolver problemas con triángulos rectángulos aplicando las funciones trigonométricas.
2. Resolver problemas con triángulos oblicuángulos utilizando el teorema del Seno y el teorema del Coseno.

A. APLICACIONES DE LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

1. En algunas ocasiones se nos presentan problemas donde se conocen algunos elementos de un triángulo rectángulo y nos exigen calcular los lados y ángulos que hacen falta.

Ejemplo: resolvamos el triángulo rectángulo ABC donde $a = 24.8$ m y $\angle C = 38^\circ$. Debemos hallar $\angle A$; y longitud del segmento b y el segmento c.



a. Para evaluar el ángulo que falta.

$$\begin{aligned} \hat{A} &= ? & \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} &= 180^\circ \\ \hat{B} &= 90^\circ & \hat{A} + 90^\circ + 38^\circ &= 180^\circ \\ \hat{C} &= 38^\circ & \hat{A} + 128^\circ &= 180^\circ \\ & & \hat{A} &= 180^\circ - 128^\circ \\ & & \hat{A} &= 52^\circ \end{aligned}$$

b. Para hallar b, aplicamos la relación trigonométrica Coseno.

$$\cos C = \frac{a}{b} \rightarrow b = \frac{a}{\cos C} \rightarrow b = \frac{24.8 \text{ m}}{\cos 38^\circ} \rightarrow b = \frac{24.8 \text{ m}}{0.7880} = 31.47 \text{ m}$$

CUADERNILLO GUÍA

23

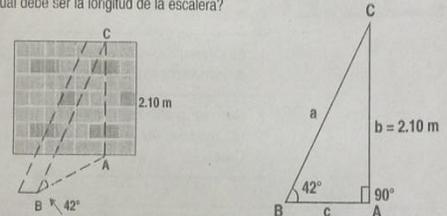
c. Para hallar c, aplicamos tangente así:

$$\begin{aligned} \tan C &= \frac{c}{a} \rightarrow c = a \cdot \tan C \rightarrow c = 24.8 \cdot \tan 38^\circ = 24.8 \cdot 0.7813 \\ &\rightarrow c = 19.376 \text{ m} \end{aligned}$$

2. Las relaciones trigonométricas son útiles en el desarrollo de problemas relacionados con diferentes áreas: economía, topografía, física y geometría entre otras.

Ejemplo: un muro de una casa tiene 2.10 m de alto. Para alcanzarlo es necesario utilizar una escalera que forme un ángulo de 42° con la horizontal.

¿Cuál debe ser la longitud de la escalera?



a es la longitud de la escalera

b es la longitud del muro y,

42° el ángulo que forma la escalera con la horizontal.

$$\sin 42^\circ = \frac{b}{a} = \frac{2.10 \text{ m}}{a} \rightarrow a = \frac{2.10 \text{ m}}{\sin 42^\circ}; \sin 42^\circ = 0.6691$$

$$\text{Luego, } a = \frac{2.10 \text{ m}}{0.6691} \rightarrow a = 3.1384 \text{ m}$$

La escalera debe medir 3.1384 m

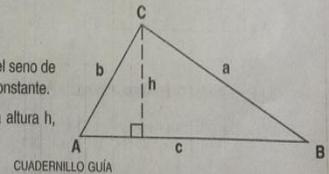
B. APLICACIONES DE LA TRIGONOMETRÍA A TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Un triángulo oblicuángulo carece de ángulos rectos, es por esta razón, que las relaciones trigonométricas no pueden dar solución a problemas que solo tengan triángulos oblicuángulos. En este caso es necesario aplicar leyes que permitan resolverlos y son las leyes del Seno y del Coseno.

1. Ley de los Senos

En todo triángulo, la razón entre el seno de un ángulo y el lado opuesto es constante.

En el triángulo ABC, trazamos la altura h, con respecto al lado c.



24

CUADERNILLO GUÍA

En la figura se observa:

$$\text{Sen } A = \frac{h}{b} \rightarrow h = b \cdot \text{Sen } A \quad (1)$$

$$\text{Sen } B = \frac{h}{a} \rightarrow h = a \cdot \text{Sen } B \quad (2)$$

Si se igualan las expresiones (1) y (2) tenemos:

$$b \cdot \text{Sen } A = a \cdot \text{Sen } B \rightarrow \boxed{\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}}$$

Si se hubiera trazado la altura respecto del lado a, la expresión obtenida sería:

$$\boxed{\frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}}$$

Y si la altura se traza respecto del lado b, la expresión que se obtiene es:

$$\boxed{\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } C}{c}}$$

Relacionando las tres igualdades se obtiene que:

$$\boxed{\frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b} = \frac{\text{Sen } C}{c}}$$

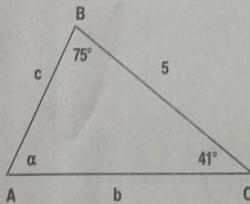
Ley de los Senos

La ley de los senos se utiliza cuando se conoce:

- Dos ángulos y un lado (ALA o AAL).
- Dos lados y un ángulo que no sea el ángulo comprendido entre los dos (LLA).

Ejemplo 1

Resolvamos el ΔABC , si $B = 75^\circ$, $a = 5$ y $C = 41^\circ$



Solución:

Veamos cuánto mide el ángulo A:

Como la suma de los ángulos interiores de un triángulo mide 180° tenemos:

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$A + 75^\circ + 41^\circ = 180^\circ$$

$$A + 116^\circ = 180^\circ$$

$$A = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

Ahora empleamos la ley del Seno para hallar b y reemplazamos los valores respectivos.

$$\text{De } \frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}, \text{ obtenemos: } b = \frac{a \cdot \text{Sen } B}{\text{Sen } A} \rightarrow b = \frac{5 \cdot \text{Sen } 75^\circ}{\text{Sen } 64^\circ} = 5,4$$

Podemos hallar de manera análoga a c, así:

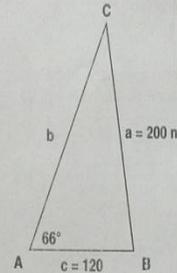
$$c = \frac{a \cdot \text{Sen } C}{\text{Sen } A} = \frac{5 \cdot \text{Sen } 41^\circ}{\text{Sen } 64^\circ} = 3,6$$

CUADERNILLO GUÍA

25

Ejemplo 2:

Hallamos la solución al ΔABC si $a = 200$ m; $c = 120$ m; $A = 66^\circ$.



Solución:

Se puede calcular el ángulo C, utilizando la ley de los senos y reemplazando los valores respectivos, así:

$$\text{De } \frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } C}{c}, \text{ obtenemos:}$$

$$\text{Sen } C = \frac{c \cdot \text{Sen } A}{a} \quad \text{entonces:}$$

$$\text{Sen } C = \frac{120 \text{ m} \cdot \text{Sen } 66^\circ}{200 \text{ m}} = 0,548$$

Para hallar el valor del ángulo C, aplicamos función inversa del seno a ambos lados de la igualdad, así:

$$\text{Sen}^{-1}(\text{Sen } C) = \text{Sen}^{-1}(0,548), \text{ donde: } C = \text{Sen}^{-1}(0,548)$$

Buscando este valor en una tabla o calculadora se obtiene que: $C = 33,24^\circ = 33^\circ 14' 19''$

Ahora ya podemos hallar el ángulo B de la siguiente manera:

$$A + B + C = 180^\circ$$

$$66^\circ + B + 33^\circ 14' 19'' = 180^\circ$$

$$99^\circ 14' 19'' + B = 180^\circ$$

$$B = 180^\circ - 99^\circ 14' 19''$$

$$B = 80^\circ 45' 41'' = 80,76^\circ$$

Finalmente evaluemos el lado b que nos falta; con la ley de los senos.

$$\text{De } \frac{\text{Sen } A}{a} = \frac{\text{Sen } B}{b}, \text{ obtenemos: } b = \frac{a \cdot \text{Sen } B}{\text{Sen } A}$$

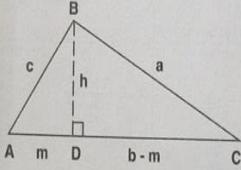
$$\text{Reemplazando, resulta } b = \frac{200 \text{ m} \cdot \text{Sen } 80^\circ 45' 41''}{\text{Sen } 66^\circ} = 216 \text{ m}$$

26

CUADERNILLO GUÍA

2. Ley del Coseno

En todo triángulo "el cuadrado de un lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos, menos el doble producto de ellos por el coseno del ángulo que forman".



En el ΔABC trazamos la altura h , respecto del lado b .

Por el teorema de Pitágoras para el ΔBCD

$$a^2 = h^2 + (b - m)^2; \text{ desarrollando el binomio } \rightarrow$$

$$a^2 = h^2 + (b^2 - 2bm + m^2); \text{ pero } h^2 + m^2 = c^2;$$

$$\text{luego } \rightarrow a^2 = b^2 + (h^2 + m^2) - 2bm \rightarrow$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bm; \rightarrow \text{ como } \cos A = \frac{m}{c}$$

entonces $\rightarrow m = c \cos A; \rightarrow$ por consiguiente; $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

La expresión se encontró al trazar la altura con respecto del lado b , pero también se pueden trazar las alturas con respecto a los lados a , o c y resulta:

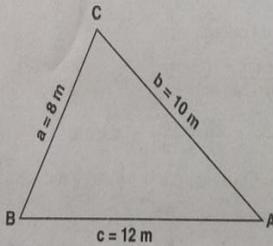
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

Podemos utilizar la ley de los cosenos en un triángulo, si:

- Conocemos los otros dos lados y el ángulo entre ellos. Este caso se conoce como lado-ángulo-lado (LAL).
- Conocemos los tres lados del triángulo. Se conoce como lado-lado-lado (LLL)

Ejemplo 1



Resolvamos el triángulo ABC tal que, $a = 8$ m, $b = 10$ m y $c = 12$ m

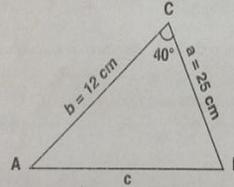
Solución:

Cuando se conoce la medida de los tres lados, la expresión que nos permite calcular los ángulos se obtiene al despejar una de las expresiones de la ley del coseno.

$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$	$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$	$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
$\cos A = \frac{(10 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2 - (8 \text{ m})^2}{2(10 \text{ m})(12 \text{ m})}$	$\cos B = \frac{(8 \text{ m})^2 + (12 \text{ m})^2 - (10 \text{ m})^2}{2(8 \text{ m})(12 \text{ m})}$	$\cos C = \frac{(8 \text{ m})^2 + (10 \text{ m})^2 - (12 \text{ m})^2}{2(8 \text{ m})(10 \text{ m})}$
$\cos A = \frac{100 \text{ m}^2 + 144 \text{ m}^2 - 64 \text{ m}^2}{240 \text{ m}^2}$	$\cos B = \frac{64 \text{ m}^2 + 144 \text{ m}^2 - 100 \text{ m}^2}{192 \text{ m}^2}$	$\cos C = \frac{64 \text{ m}^2 + 100 \text{ m}^2 - 144 \text{ m}^2}{160 \text{ m}^2}$
$\cos A = \frac{180 \text{ m}^2}{240 \text{ m}^2}$	$\cos B = \frac{108 \text{ m}^2}{192 \text{ m}^2}$	$\cos C = \frac{20 \text{ m}^2}{160 \text{ m}^2}$
$\cos A = \frac{3}{4}$	$\cos B = \frac{27}{48}$	$\cos C = \frac{1}{8}$
$A = \cos^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$	$B = \cos^{-1}\left(\frac{27}{48}\right)$	$C = \cos^{-1}\left(\frac{1}{8}\right)$
$A = 41.409^\circ$	$B = 55.771^\circ$	$C = 82.81^\circ$
$A = 41^\circ 24' 35''$	$B = 55^\circ 46' 16''$	$C = 82^\circ 49' 99''$

Ejemplo 2

Solucionemos el ΔABC si, $a = 25$ cm; $b = 12$ cm; $C = 40^\circ$.



Solución:

Calculamos la longitud del lado c , utilizando el teorema del coseno:

$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos C \\ &= 625 + 144 - 2(25)(12) \cos 40^\circ \\ &= 769 - 459.62 \\ &= 309.38 \end{aligned}$$

$$c = \sqrt{309.38} = 17.58 \text{ cm}$$

Ahora, hallamos A utilizando el teorema del coseno.

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{(12 \text{ cm})^2 + (17.58 \text{ cm})^2 - (25 \text{ cm})^2}{2(12 \text{ cm})(17.58 \text{ cm})} \rightarrow$$

$$\cos A = \frac{144 \text{ cm}^2 + 309.38 \text{ cm}^2 - 625 \text{ cm}^2}{421.92 \text{ cm}^2} = \frac{171.62 \text{ cm}^2}{421.92 \text{ cm}^2} = -0.40676$$

Aplicando el inverso del coseno en la igualdad, se obtiene: $\cos^{-1}(-0.40676) = 114^\circ \rightarrow A = 114^\circ$

Hallamos ahora B ; como $A + B + C = 180^\circ$ entonces

$$114^\circ + B + 40^\circ = 180^\circ \rightarrow 154^\circ + B = 180^\circ \rightarrow B = 180^\circ - 154^\circ = 26^\circ$$

** Vaya al Cuadernillo de Trabajo y desarrolle los ejercicios de la TAREA E. \blacktriangleright