SISTEMAS DE PRÁCTICAS EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN DE ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS COMUNEROS DE POPAYÁN

Universidad del Cauca

ERIKA DANYELI NARVAEZ CAJAS.

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN.

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2016

SISTEMAS DE PRÁCTICAS EN EL PROCESO DE APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FRACCIÓN DE ESTUDIANTES DE SEXTO GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LOS COMUNEROS DE POPAYÁN

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE LICENCIADA EN MATEMÁTICAS

ERIKA DANYELI NARVÀEZ CAJAS.

DIRECTOR:
Mg. ANGEL HERNÀN ZÚÑIGA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN.

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN.

2016

NOTA DE ACEPTACIÓN

____

____

____

____

____

Dr. Alex Manuel Montes Padilla

Coordinador Licenciatura en Matemáticas

____

Mg. Ángel Hernán Zúñiga Solarte

Director de Práctica

____

Mg. Eruin Alonso Sánchez Ordoñez

Evaluador

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 27 de febrero de 2017

Agradecimientos.

Primero que todo agradezco a Dios, por brindarme la sabiduría y las capacidades necesarias para emprender y culminar este proyecto que hace parte de una de las metas propuestas, en mi carrera profesional.

A mis padres y mis hermanos, que de una u otra manera, estuvieron brindándome siempre su apoyo incondicional en cada una de las diferentes etapas del camino recorrido hasta hoy.

A mi director de práctica pedagógica Ángel Hernán Zúñiga, por su dedicación y acompañamiento durante cada una de las etapas que hacen parte de la construcción como tal del proyecto.

A mi evaluador Eruin Alonso Sánchez Ordoñez, por su disponibilidad para evaluar el actual proyecto.

Finalmente, agradecer a mis amigos, compañeros y todas aquellas personas que me han acompañado y han hecho parte de esta etapa tan importante de mi vida.

Tabla de contenido

Presentación…….7

Capítulo 1.Contexto Institucional………………………………………………………………………………….8

1.1. Generalidades de la Institución Educativa Los Comuneros…………………………………….8

1.2. Currículo y plan de Estudios de Matemáticas………………………………………………………10

1.3.Tematica o Unidad Didáctica Enseñada………………………………………………………………..12

Capítulo 2.Docencia Directa………………………………………………………………………………………14

2.1.Modelo de Enseñanza……………………………………………………………………………………………13

2.2.Desarrollo de Contenidos………………………………………………………………………………………….18

2.2.1. Descripción de actividades…………………………………………………………………………….18

2.3.Evaluaciones Realizadas………………………………………………………………………………………..23

2.3.1.Objetivo de evaluación………………………………………………………………………………………24

2.4.Hechos significativos presentados en la docencia…………………………………………………….26

Capítulo 3.Reflexion en la Docencia Directa…………………………………………………………………..29

3.1. Objeto de estudio en la docencia directa…………………………………………………………………..29

3.2. Enfoque Ontosemiotico De Investigación En La Didáctica De La Matemática……………29

3.3. Análisis y Discusión De Resultados……………………………………………………………………….32

3.3.1. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM1………………………………….33

3.3.2. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM2………………………………….40

3.3.3. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM3………………………………….47

3.3.4. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM4………………………………….51

3.3.5. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM5………………………………….54

3.3.6. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM6………………………………….60

3.3.7. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM7………………………………….64

3.3.8. Análisis de resultados y discusión de resultados en TM8………………………………….68

Capítulo 4. Conclusiones…………………………………………………………………………………………….74

Bibliografía…….77

Resumen.

El documento es la sistematización de la práctica pedagógica realizada en la Institución Educativa Los Comuneros de Popayán, con estudiantes de grado sexto y desarrollando actividades matemáticas con la unidad temática de los números fraccionarios.

La práctica pedagógica incluyó una docencia directa de 35 clases, como un ejercicio de investigación formativa que indaga en las clases realizadas, cómo los estudiantes le dan significado a la noción matemática de fracción por medio de un sistema de prácticas y representaciones de este objeto matemático. Análisis que se realiza haciendo uso del marco conceptual del Enfoque Ontosemiótico de Investigación en Didáctica de la Matemática (**EOS**), de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero.

Presentación.

Este documento corresponde a la sistematización del proyecto de intervención pedagógica en el aula, que se desarrolló en la Institución Educativa (IE) Los Comuneros de Popayán, en grado sexto, llevado a cabo en el tercer periodo académico de la institución; el tema que fue objeto de enseñanza corresponde a la tercera unidad temática del Plan de Estudios de Matemáticas de dicha institución, relacionada con números fraccionarios.

En el documento se analiza cómo los estudiantes a través de un sistema de prácticas y representaciones de la noción matemática de fracción, logran darle significado y se apropian de las características del objeto matemático que de allí emerge. Para responder a esta pregunta, se adoptó el Enfoque Ontosemiótico de Investigación en Didáctica de la Matemática (**EOS**), de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero.

El documento está estructurado en capítulos: En el primer capítulo, titulado contexto institucional, se presentan generalidades de la institución, del currículo y del plan de estudio de Matemáticas (**PEMat**) de la institución, y se indica cuál es la temática o unidad didáctica enseñada. En el segundo capítulo, titulado docencia directa, donde se establece el modelo pedagógico adoptado para el proceso de enseñanza, el desarrollo de contenidos, la evaluación realizada y los resultados obtenidos curricularmente. En el tercer capítulo, titulado reflexión en la docencia directa, presento el análisis de los registros obtenidos en la práctica pedagógica, que permiten responder al interrogante mencionado anteriormente desde la perspectiva conceptual adoptada. El cuarto capítulo, titulado conclusiones y recomendaciones, presenta en síntesis los logros alcanzados, los aprendizajes profesionales obtenidos y las perspectivas de desarrollo investigativo que la sistematización tendría en un futuro próximo; conclusiones y recomendaciones que especifican los aspectos tanto pedagógicos, didácticos e investigativos que han resultado del ejercicio formativo llevado a cabo con la práctica pedagógica y que se constituyen en logros de mi formación como licenciada en matemáticas y que me permitirá mejorar mi desempeño como educadora matemática profesional. Al final del documento se encuentra la bibliografía de referencia.

Capítulo 1. Contexto Institucional

1.1. Generalidades de la Institución Educativa.

La práctica pedagógica se llevó a cabo en la Institución Educativa (IE) Los Comuneros, que se encuentra ubicada en la comuna seis, barrio Los Comuneros en la ciudad de Popayán, los habitantes de los barrios aledaños de la IE, pertenecen a los estratos 1, 2 y 3. La edificación de la IE Los Comuneros tiene un área construida reducida en relación con el número de estudiantes atendidos; aun así, se hacen esfuerzos sistemáticos por parte de los directivos y docentes para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje en distintas áreas del conocimiento a 1000 estudiantes aproximadamente, distribuidos en tres jornadas: mañana, tarde y noche.

En la IE Los Comuneros, no existen espacios para sala de laboratorios, no tiene sitios adecuados y necesarios para llevar a cabo las prácticas de educación física, ni dispone de espacios suficientes para los descansos. Solo cuenta con un área de 34 metros de largo por 12 metros de ancho, para 400 estudiantes en la jornada de la tarde. Las siguientes imágenes corresponden a la realidad descrita.

La IE Los Comuneros fue seleccionada para llevar a cabo mi práctica pedagógica, luego de una visita guiada que se llevó a cabo en el desarrollo de la primera fase de la práctica pedagógica; visita que me permitió conocer los siguientes hechos favorables a su escogencia:

- ❖ Consideré importante desarrollar una intervención pedagógica donde la coordinación académica y disciplinar es una coordinación abierta a las posibilidades de recibir practicantes y actúa con una disposición permanente para resolver sus interrogantes.
- ❖ Las tareas pedagógicas y didácticas realizadas por cada docente de matemáticas, en su diario ejercicio profesional, deja en evidencia que la labor formativa generada por ellos es el resultado de un compromiso activo que los compromete a todos y trasciende la docencia directa en sus cursos. Hecho que supone la existencia de un ambiente apropiado para aprender de los profesores titulares y de mi primer ejercicio profesional.
- ❖ Adicionalmente, expreso que en la institución hay un ambiente tranquilo y a pesar de lo pequeña que es, su espacio está muy bien distribuido.
- ❖ Los estudiantes provienen de estratos socioeconómicos 1 y 2, que son atendidos por los docentes, quienes asumen las condiciones de cada uno de ellos y buscan la mejor manera de enseñar los contenidos que se encuentran dentro del plan de estudio de cada área de conocimiento en la institución. Los profesores, al mismo tiempo que enseñan contenidos disciplinares, inculcan valores característicos de personas solidarias, respetuosos del otro y motivados a salir adelante, poniendo como ejemplo, a otros estudiantes de la misma institución que hoy en día son profesionales. Según lo mencionado por la coordinadora, todos los estudiantes están en la mejor disposición de aprender

1.2. Currículo y Plan de Estudio de Matemáticas

El Plan de Estudio de Matemáticas **(PEMat)** de la IE Los Comuneros presenta un esquema estructurado en áreas fundamentales y sistemas de la matemática, que forman parte del currículo de matemáticas en Colombia. En el PEMat se establecen los logros, competencias y conocimientos que los estudiantes deben alcanzar y adquirir al finalizar cada uno de los períodos del año escolar, en cada área y grado, en concordancia con el Proyecto Educativo Institucional **(PEI)**.

En el PEMat de la IE Los Comuneros, los profesores de matemáticas, han considerado necesario determinar cómo se concibe el conocimiento matemático y qué aspectos hay que tener en cuenta en su enseñanza y su aprendizaje. Allí se afirma que la matemática es una manera abstracta de pensar, caracterizada por procesos como: la exploración, el descubrimiento, la clasificación, la abstracción, la estimulación, el cálculo, la predicción, la descripción, la deducción y la medición, entre otros. Además, se señala que la matemática es un poderoso medio de comunicación que sirve para representar, interpretar, modelar, explicar y predecir hechos numéricos y sociales.

Los profesores de la IE Los Comuneros consideran que el aprendizaje de las matemáticas y en general el de otras áreas, es efectivo, cuando el estudiante está motivado y cuando juega un papel activo. Por ello resulta fundamental que en el proceso de aprendizaje se despierte su curiosidad, su gusto y que lo que se propone aprender corresponda a la etapa de desarrollo en la que se encuentran los estudiantes, además, consideran importante que las actividades tengan relación con experiencias de su vida cotidiana, como vía que alimenta la motivación y la experimentación que se traduce con frecuencia en éxito en el área de la matemática escolar, y se expresa en una actitud positiva hacia la matemática y hacia ellos mismos.

El PEMat tiene coherencia con los principios educativos y pedagógicos del PEI y su cumplimiento o seguimiento tiene evidentes implicaciones didácticas, asociadas al diálogo, la valoración del proceso de aprendizaje por fases y niveles de complejidad, donde se destaca el papel mediador del docente y el rol activo del estudiante; el modelo pedagógico que orienta la actividad profesional de los profesores y concuerda con lo planteado por el PEMat, es un modelo activo. Téngase presente que un modelo es una imagen o representación del conjunto de relaciones que constituyen un fenómeno y permite su mejor entendimiento. De igual forma se puede definir modelo pedagógico como la representación de las relaciones que predominan en el acto de enseñar, lo cual afina la concepción de hombre y de sociedad a partir de sus diferentes dimensiones (psicológicas, sociológicas y antropológicas). (Torres, 2013, pag.1)

Téngase presente que un modelo es una imagen o representación del conjunto de relaciones que constituyen un fenómeno y permite su mejor entendimiento. De igual forma se puede definir modelo pedagógico como la representación de las relaciones que predominan en el acto de enseñar, lo cual afina la concepción de hombre y de sociedad a partir de sus diferentes dimensiones (psicológicas, sociológicas y antropológicas). (Torres, 2013, pag.1)

Es interesante señalar, en cuanto al área de Matemáticas de la IE Los Comuneros, que su propósito central dentro del plan de estudios es, que el estudiante debe aprender a utilizar las diferentes herramientas matemáticas para resolver y formular problemas, no solamente los que se resuelven mediante algoritmos, sino también aquellos donde la solución requiere curiosidad e imaginación creativa.

En el PEMat están incluidos los cinco pensamientos propuestos por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias formulados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1999 y 2006); pensamiento numérico, variacional, métrico, espacial, y aleatorio, y sus respectivos sistemas matemáticos; sistemas numéricos, algebraicos, de medidas, geométricos, y de datos.

En el PEMat se afirma, cualquiera sea el currículo que adopte la institución dentro de su plan de estudios, así como los mecanismos que opte para implementarlo, la enseñanza de las matemáticas debe cumplir los siguientes propósitos generales:

- Generar en todos los estudiantes una actitud favorable hacia las matemáticas y estimular en ellos el interés por su estudio.
- Desarrollar en los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos, procesos y estrategias básicas de la matemática e, igualmente, la capacidad de utilizar todo ello en la solución de problemas.
- Desarrollar en los estudiantes la habilidad para reconocer la presencia de las matemáticas en diversas situaciones de la vida real.
- Suministrar a los estudiantes el lenguaje apropiado que les permita comunicar de manera eficaz sus ideas y experiencias matemáticas.
- Estimular en los estudiantes el uso creativo de las matemáticas para expresar nuevas ideas y descubrimientos, así como para reconocer los elementos matemáticos

presentes en otras actividades creativas.

- Retar a los estudiantes a lograr un nivel de excelencia que corresponda a su etapa de desarrollo. (PEMat, pág.2).

En resumen, el plan de estudios de matemáticas de la IE Los Comuneros sigue las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el Ministerio de Educación Nacional en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y Estándares Básicos de Competencias (1999 y 2006). El Proyecto Educativo Institucional adoptado en la IE Los Comuneros, es el articulador del conjunto de actividades formativas promovidas por los docentes y directivos. Articulación que se explicita en los propósitos de formación en el área de matemáticas y en los objetivos de formación establecidos en los planes de estudio del conjunto de áreas de conocimiento.

1.3. Temática o unidad didáctica enseñada.

El PEMat de la IE Los Comuneros, organizado según niveles de escolaridad, permite seleccionar cualquiera de los grados según el interés que se tenga en realizar docencia directa, en una de sus unidades didácticas. Se seleccionó el grado sexto y se escogió la temática de los números fraccionarios y las operaciones, correspondiente al eje temático pensamiento numérico y sistemas numéricos, cuyos contenidos específicos son: Fracción, complificación y simplificación de fracciones, fracciones equivalentes, operaciones con fracciones, fracciones decimales, números decimales y operaciones con números decimales. Unidad temática que fue desarrollada durante el tercer período académico de la institución, y teniendo como ayuda didáctica el texto guía “Los Caminos del Saber. Matemáticas 6”, de la editorial Santillana.

Vale la pena mencionar respecto al nombre que se le ha asignado a la unidad didáctica en el PEMat de la IE Los Comuneros: números fracciones y decimales, que en la práctica docente se trabajó la parte de fracciones y sus operaciones, no números fraccionarios, puesto que trabajar con dichos números implica incluir el conjuntos de números racionales (Q) y en ese momento los estudiantes de grado sexto, estaban culminado el trabajo de operaciones con números naturales (suma, resta, multiplicación y división), es decir estaban trabajando con el conjunto de números naturales (N). Otro aspecto importante a mencionar es que en vista de la ausencia de algunas actividades matemáticas necesarias para que el trabajo de fracciones fuera lo más apropiado, fue necesario incorporar la unidad didáctica de teoría de números, cuyos contenidos son: Múltiplos de un número, criterios de divisibilidad, descomposición de un número en sus factores primos, método para calcular el mínimo común múltiplo y método para calcular el Máximo Común Divisor.

Los contenidos de estas unidades fueron desarrollados en un transcurso de tiempo de once semanas, correspondientes a treinta y cinco clase, con una intensidad de cinco horas semanales, cada una de las clases iban siendo registradas en un diario de campo **(DC),** en donde se hacía una descripción detallada de la metodología utilizada dentro del aula de clase, de los ejercicios propuestos y resueltos por algunos estudiantes respecto a fracciones, y de los talleres y evaluaciones realizadas a los estudiantes del grado sexto.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje de la temática seleccionada, se tomó en cuenta, tanto los indicadores de logros curriculares en matemáticas del grado sexto en la IE Los Comuneros, como también el objetivo general del grado sexto inscrito en el PEMat, que consiste en lograr que el estudiante desarrolle capacidad de análisis e interpretación en las matemáticas.

Se elaboró una planeación (planificación) que comprende el análisis de una situación, el establecimiento de objetivos, la formulación de estrategias que permitan alcanzar dichos objetivos, y el desarrollo de planes de acción que señalan cómo implementar dichas estrategias. Dicho en otras palabras, la planeación analiza dónde estamos, establece dónde queremos ir, y señala qué vamos a hacer para llegar ahí y cómo lo vamos a hacer.

Capítulo 2: Docencia Directa.

En las condiciones de la IE Los Comuneros, descritas en el capítulo anterior, se llevó a cabo la docencia directa, desarrollando la unidad temática correspondiente a los números fraccionarios y operaciones del plan de estudios de matemáticas (PEMat). La docencia directa realizada le dio existencia al **sistema didáctico**, es decir, se produjo una relación entre el profesor, el estudiante y el saber matemático objeto de estudio; sistema que se hizo realidad de una manera particular o se modeló, a través de lo que se denomina un modelo de enseñanza.

2.1. Modelo de Enseñanza.

Es importante preguntarnos ¿en qué consiste la docencia directa?, tener un concepto claro o con el cual nos identifiquemos como futuros docentes. La noción de docencia directa no tiene una única definición ni puede explicarse en pocas palabras. La docencia está influenciada por múltiples factores: desde la propia formación académica del docente hasta las singularidades de la escuela en la que trabaja, pasando por la necesidad de respetar un programa obligatorio que es regulado por el Estado y las diversas respuestas y reacciones de sus alumnos. Puede decirse que la práctica docente está determinada por el contexto social, histórico e institucional. Su desarrollo y su evolución son cotidianos, ya que la práctica docente se renueva y se reproduce con cada día de clase.

En otro sentido, es posible afirmar, como se encuentra en Definiciones de (http://definicion.de/practica-docente/#ixzz40kQwXokG), que la práctica docente consiste en la función pedagógica (enseñar) y en la apropiación que cada docente hace de su oficio (formarse de manera continua, actualizar sus conocimientos, asumir ciertos compromisos éticos, etc.).

Teniendo un concepto más claro de docencia directa, se hizo una planeación, es decir, se estableció la metodología que se llevó a cabo en la docencia directa en la IE Los Comuneros, la cual fue múltiple, integrando diferentes procedimientos conceptuales, experimentales y actitudinales. La metodología fue de carácter activo y participativo basada en el método de reflexión acción (planificar, realizar, evaluar y volver de nuevo a planificar), con el objetivo de permitir formar estudiantes perceptivos, creativos, reflexivos y críticos. La manera puntual como esta metodología se detalló en la planeación de la docencia directa se puede observar en la siguiente plantilla.

Institución Educativa Los Comuneros Plan de Intervención.	
Grado: sexto	**Unidad temática:** Números fraccionarios
Características de la población: los estudiantes de la (IE) son estudiantes de estratos bajos, pero su condición económica a pesar de que no es la mejor no es impedimento alguno para poder superarse y salir adelante, rescato de la población las ganas de aprender, y ser alguien importante en un futuro, dentro de una sociedad**.**	
Objetivos del desarrollo del curso: ● Que el estudiante desarrolle capacidad de análisis e interpretación en las matemáticas. ● Que el estudiante haga cálculos y realice operaciones de suma, resta, multiplicación, y división con números fraccionarios y números decimales. ● realización de talleres en grupo o individuales	
Metodología general: ● crear un espacio de conocimiento compartido, para facilitar la interacción entre los alumnos. ● integrar actividades sencillas que imponen al estudiante un patrón de carácter, y de aplicación de los conocimientos adquiridos por medio de ejercicios elaborados en el aula de clases, guiados por el docente. ● realización de talleres en grupo o individuales	
Modelo Pedagógico: Modelo Tradicional	
Elaborado por: Erika Narváez Cajas	

El plan de docencia directa que se construyó, tuvo en cuenta un modelo pedagógico definido en los siguientes términos:

Un modelo es una imagen o representación del conjunto de relaciones de un fenómeno. De igual forma se puede definir modelo pedagógico como la representación de las relaciones que predominan en el acto de enseñar, lo cual afina la concepción de hombre y de sociedad a partir de sus diferentes dimensiones (psicológicas, sociológicas y antropológicas), que ayudan a direccionar y dar respuestas a: el ¿para qué? el ¿cuándo? y el ¿con qué?

Teniendo en cuenta estos dos conceptos, el modelo pedagógico con el que opté por trabajar en mi docencia directa fue el modelo tradicional, en el cual se logra el aprendizaje mediante la transmisión de informaciones, donde el docente es quien elige los contenidos a tratar y la forma en que se dictan las clases; teniendo en cuenta las disciplinas de los estudiantes quienes juegan un papel pasivo dentro del proceso de formación, pues simplemente acatan las normas implantadas por el docente.

Según Alían (Pedagogo tradicionalista), en la educación es conveniente y necesario tratar con rigor a los alumnos colocarles retos difíciles y exigirles al máximo, la meta de este modelo es formar el carácter de la persona, dando como resultado una relación vertical entre docente y estudiante.

Cada modelo pedagógico muestra la manera como se interrelacionan los criterios, meta educativa, método, relación docente-estudiante, características del desarrollo en el individuo y contenidos curriculares, como se representa a continuación:

En desarrollo y aplicación de lo establecido pedagógicamente, se presentan a continuación las estrategias y la forma particular en que se desarrollaron durante la docencia directa.

Existen varias estrategias metodológicas para la enseñanza de la matemática. La estrategia metodológica para la enseñanza de la unidad didáctica, de fracciones y operaciones incluyó secuencias integradas de procedimientos y recursos utilizados por el docente, con el propósito de desarrollar en los estudiantes capacidades para la interpretación de los significados de fracción y apropiación de las técnicas operacionales con estos números. La estrategia fue diseñada, de tal manera que motivó a los estudiantes a observar, analizar, opinar, buscar soluciones y descubrir el conocimiento por sí mismos.

En la aplicación de esta estrategia metodológica la resolución de problemas permitió atender a las necesidades y habilidades de los estudiantes, además de incidir en aspectos tales como:

- Buscar una actitud activa en el estudiante.
- Despertar la curiosidad del estudiante por el tema.
- Compartir el conocimiento con el grupo.
- Fomentar la iniciativa y la toma de decisión.
- Trabajo en equipo.

La forma particular en que se llevó a cabo la docencia directa, se describe de la siguiente manera:

- En cada una de las clases se tuvo en cuenta la asistencia de los estudiantes, es decir se llevó una planilla de control de asistencia.
- Se tuvo en cuenta la participación de cada estudiante durante las diferentes clases.
- La estrategia de cada clase, estuvo orientada a presentar un determinado tema de la unidad didáctica seleccionada y luego resolver ejercicios, proponiendo salidas al tablero para que los estudiantes reconocieran los diferentes conceptos planteados durante la clase.
- Se realizaron talleres, los cuales se tenían que resolver durante las horas de clase y otros se debían entregar en una fecha establecida con los estudiantes; también es importante aclarar que algunos de estos talleres debían ser sustentados, para verificar si el estudiante o los estudiantes efectivamente habían realizado el taller.

La gran mayoría de talleres se realizaron en pequeños grupos dependiendo de los temas a trabajar. La calificación obtenida por los estudiantes en el desarrollo de dichos talleres tenía una ponderación porcentual del 30 %. Las calificaciones de las pruebas escritas presentadas y que estaban relacionadas con cada taller, tenía una ponderación porcentual del 70%, y eran individuales.

2.2. Desarrollo de contenidos

Para el desarrollo de los contenidos de la unidad temática de los números fraccionarios y sus operaciones, se elaboró un cronograma de la docencia directa en la IE Los Comuneros que consistió, en la planeación de cada una de las clases teniendo en cuenta el respectivo tema a trabajar, la descripción metodológica de cada clase, los objetivos propuestos, los recursos didácticos a emplear y los minutos de los que se disponía en cada clase. Dicho cronograma fue modificado en el momento en que se inició la docencia directa; los cambios se dieron debido a que el tiempo que se había previsto para el desarrollo de cada tema de la unidad de fracciones y sus operaciones no fue suficiente, debido a que algunos estudiantes presentaron dificultades en la asimilación del concepto. Otra razón por la cual se modificó el cronograma de actividades, fue la adopción como texto guía, “Los Caminos del Saber Matemáticas Sexto”, de la editorial Santillana.

2.2.1. Descripción de actividades.

Cada una de las clases fueron registradas en un documento, el cual se etiquetó como diario de campo **(DC)**, que iba siendo generado a partir de cada actividad de la docencia, en donde se hacía una descripción detallada de los temas abordados en cada clase y se registraban talleres, ejercicios resueltos por algunos de los estudiantes, y las respectivas evaluaciones realizadas en el curso. En el diario de campo (**DC)**, se registraron treinta y cinco clases **(C)**, lo que es equivalente a once semanas en el aula de clase.

La docencia siguió el ordenamiento del texto guía que facilitó el profesor titular, Los caminos del saber Matemáticas 6, de la editorial Santillana:

En la docencia directa llevada a cabo en la IE Los Comuneros, en el grado sexto, se empezó trabajando el concepto de fracción y sus elementos (numerador y denominador), dicho concepto se abordó teniendo en cuenta las diferentes interpretaciones del significado de fracción, es decir fracción como parte todo, fracción como cociente, fracción como razón y fracción como operador de un número.

Para trabajar fracción como parte todo, se empleó la representación gráfica que consiste en tomar una unidad (figura simétrica) y dividirla en el número de partes iguales que indique el denominador de la fracción y luego tomar o colorear el número de partes que indica el numerador de la fracción. Esta actividad de representación gráfica de fracciones, los estudiantes presentaron dificultades en el momento de dividir la figura simétrica seleccionada en partes iguales y en la identificación del numerador y denominador de la fracción, puesto que los confundían entre sí.

Para trabajar el significado de fracción como cociente, se empleó la división, y se pudo evidenciar que la gran mayoría de estudiantes tenían dificultad al realizar esta operación, razón por la cual decidí retomar el concepto de división y dedicar una de las clases para de alguna manera reforzar algunos conocimientos que los estudiantes no manejaban en su momento, ya que esta operación en el transcurso del desarrollo de la unidad temática seleccionada iba a ser muy utilizada (como por ejemplo: para trabajar números mixtos, divisores de un número, etc.).

En el momento de trabajar con los criterios de divisibilidad, considere necesario trabajar el concepto de múltiplo de un número y sus respectivas propiedades, como también la definición del conjunto de divisores propios de un número y de número perfecto, temas que no estaban incluidos en la unidad temática seleccionada de números fraccionarios y decimales y sus respectivas operaciones. La gran mayoría de estudiantes dominaban muy bien el tema de múltiplos de un número, pero en el momento que se introdujo el concepto de divisores de un número algunos de ellos, cuando se les pedía hallar el conjunto de múltiplos y divisores del mismo número, confundían los dos conceptos, frente a la situación presentada les pedí que relacionaran el conjunto de múltiplos de un número con la palabra multiplicación y el concepto de divisores de un número con la palabra división. A la gran mayoría de los estudiantes se le dificultó trabajar con los criterios de divisibilidad y considero que el principal inconveniente estaba en que no interpretaban bien los criterios establecidos.

Concluido el trabajo de los diferentes significados de fracción, se empezó a trabajar con el tema de clases de fracciones en el siguiente orden: fracciones propias e impropias, fracción entera y fracción unidad. Cada clasificación se ejemplificó a través de la representación gráfica y para abordar este tema fue necesario recordar el significado de fracción como cociente. En cuanto a la representación gráfica de las fracciones impropias se presentaron más dificultades, ya que para representar este tipo de fracciones los estudiantes debían tomar ya no una unidad, sino las que fueran necesarias, y nuevamente tendían a confundir el denominador con el numerador de una fracción. En el momento de clasificar fracciones dependiendo del valor que tuviera el denominador y el numerador hubo mayor dificultad que en la clasificación de fracciones enteras y fracciones impropias, pues los estudiantes no verificaban si la fracción era entera, sino que omitían el paso de ver la fracción como cociente y la clasificaban inmediatamente como fracción impropia. En la clasificación de la fracción unidad no se presentaron dificultades.

Finalizado el tema de clases de fracciones, aborde el tema de número mixto, en donde el significado de fracción como cociente y la definición de fracción impropia, temas que habían sido vistos en clases anteriores, fueron utilizados como herramienta para trabajar con estos números. A los estudiantes se les daba una fracción impropia y se les pedía pasarla a número mixto, siguiendo unos pasos que consisten en: ver la fracción como cociente y reconocer las partes de un número mixto, es decir tomar el cociente de la operación realizada (división) como la parte entera del número mixto y el residuo de la operación como el numerador de la fracción propia que hace parte del número mixto y el denominador de dicha fracción sigue siendo el mismo de la fracción impropia, es decir el divisor de la división, al realizar los pasos explicados anteriormente la mayoría de errores presentados estaban en que algunos de los estudiantes no realizaban bien la división entre el numerador y el denominador de la fracción impropia y obtenían un número mixto formado por un número natural y una fracción impropia, es decir no coincidía con el concepto de número mixto (que establece que el número mixto está formado por un número natural y una fracción propia).

En el momento de realizar el proceso inverso, es decir pasar de un número mixto a fracción impropia, hubo un mayor dominio del tema por parte de los estudiantes, excepto en algunos casos, en que los estudiantes no manejaban bien las tablas de multiplicar y los resultado obtenidos no eran correctos, pero en cuanto al proceso no se presentó dificultad alguna. Algo interesante de mencionar en el trabajo con los números mixtos es que algunos estudiantes sabían pasar una fracción impropia a número mixto, pero el proceso inverso se les dificultaba un poco más, y en otros casos sucedía lo contrario, es decir podían pasar de número mixto a fracción impropia sin dificultad y el proceso contrario se les dificultaba un poco más.

Concluido el trabajo con la representación geométrica de fracciones (fracción propias e impropias, fracciones entera y fracción unidad), se pasó a la representación de estas sobre la recta numérica, tema que requirió un poco más de trabajo y tiempo, pues al pasar de la representación geométrica a la representación sobre la recta numérica, los estudiantes presentaron gran dificultad, sobre todo en el momento de representar fracciones impropias, ya que el proceso era un poco más dispendioso, pues debían pasar la fracción impropia a número mixto y enseguida representarla sobre la recta numérica. Dichas representaciones, luego fueron empleadas como herramienta para trabajar con fracciones equivalentes, con las cuales se dieron algunas técnicas para verificar cuando dos o más fracciones son equivalentes.

Una vez finalizado el trabajo de representación de fracciones sobre la recta numérica, se abordaron los temas de máximo común divisor y mínimo común múltiplo entre dos o más números, y se tuvieron en cuenta los siguientes conceptos: número primo, número compuesto, factorización de un número y los criterios de divisibilidad. Para hallar tanto el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo entre dos o más números se explican dos métodos. La mayoría de los estudiantes optaron por trabajar con el método abreviado, esto es descomponer simultáneamente los números en sus factores primos según fuera el caso, es decir si se les pedía hallar el máximo común divisor o el mínimo común múltiplo. Las dificultades que se pudieron evidenciar en los ejercicios relacionados con estos temas estaban ligadas a la descomposición incorrecta de un número en sus factores primos, puesto que los estudiantes no utilizaban de manera correcta los criterios de divisibilidad, como también en que un gran número de estudiantes confundían el concepto de máximo común divisor y mínimo común múltiplo entre dos o más números.

Siguiendo la secuencia del texto guía se pasó a trabajar con la simplificación de fracciones, teniendo en cuenta una de las cuatro operaciones básicas (la división) y los criterios de divisibilidad, temas que ya habían sido abordados en clases pasadas, en los cuales los estudiantes presentaron ciertas dificultades, las cuales se evidenciaron en el desarrollo de algunos ejercicios. A partir de la simplificación de fracciones, se mostró también otra técnica de cómo encontrar fracciones equivalentes y se introduce un nuevo concepto, el de fracciones irreducibles.

Continuando con la secuencia del contenido del texto guía, se abordó el tema de relación de orden en las fracciones, que fue desarrollado atendiendo los siguientes tres casos:

- Fracciones que tienen el mismo denominador.
- Fracciones que tienen el mismo numerador.
- Fracciones que tienen distinto numerador y denominador.

Para trabajar con cada uno de los casos mencionados anteriormente se siguieron una serie pasos, como también fue necesario introducir el concepto de complificación de una fracción para fracciones con distinto numerador y distinto denominador. Respecto a los tres casos, hubo mayor dificultad por parte de los estudiantes al establecer la relación de orden en el caso de fracciones que tienen distinto numerador y denominador, ya que se involucran ciertos conceptos como el de mínimo común múltiplo y la complificacion de fracciones; algunos estudiantes no manejaban muy bien el concepto de mínimo común múltiplo.

Dentro del desarrollo de la práctica docente se planteó un taller opcional, que incluía los temas de la unidad didáctica seleccionada, que habían sido vistos hasta ese momento, es decir:

- Definición de fracción
- Interpretación del concepto de fracción
- Números mixtos
- Representación de fracciones sobre la recta numérica
- Mínimo común múltiplo de un número.
- Máximo común divisor de un número
- Fracciones equivalentes

El objetivo del taller era brindar de alguna forma una ayuda a los estudiantes que estaban en bajo rendimiento académico en el área de matemáticas.

Finalizado el trabajo de los significados de fracción, representación gráfica y en la recta numérica de fracciones, clasificación de fracciones, números mixto, simplificación de fracciones y todos los temas relacionados con cada uno de los anteriores, se pasó a trabajar la parte operatoria con números fraccionarios en el siguiente orden:

1. Suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas.
2. Multiplicación de fracciones.
3. División de fracciones.

En cuanto a la suma y resta de fracciones homogéneas (fracciones con igual denominador) y heterogéneas (fracciones con distinto denominador), se utilizó como herramienta de trabajo: el mínimo común múltiplo de un número y la complificación de fracciones. En cuanto a la suma de fracciones homogéneas, la mayoría de estudiantes sumaban numerador con numerador y denominador con denominador, es decir no conservaban el denominador de las fracciones homogéneas, de igual manera sucedió con la operación resta. Respecto a la suma y resta de fracciones heterogéneas, se pudo evidenciar que los estudiantes cometieron equivocaciones en el procedimiento de cálculo del mínimo común múltiplo entre los denominadores de las fracciones a operar, y en otros casos, los estudiantes sumaban y restaban numerador con numerador y denominador con denominador, omitiendo el hecho de que se estaba trabajando con fracciones heterogéneas y que dichas fracciones deben ser complificadas, con el fin de obtener fracciones homogéneas y proceder a operar más fácilmente.

Concluido el trabajo con suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas, se abordó el tema de multiplicación entre dos o más fracciones, en el cual los estudiantes manifestaron una cierta confusión por la manera como se debían multiplicar fracciones homogéneas y heterogéneas, pues creían que al igual que en la suma y la resta de fracciones habían procesos diferentes a seguir; inmediatamente les expliqué que tanto para fracciones homogéneas y heterogéneas el proceso a seguir es único, es decir, que se opera numerador con numerador y denominador con denominador. Este tema fue para los estudiantes el tema que menor dificultad presentó, en cuanto a su proceso, aunque algunos estudiantes presentaron errores de tipo operatorio, ya que no manejaban muy bien las tablas de multiplicar.

La parte operatoria de fracciones, se culmina con la división, para lo cual fue necesario incluir el concepto de inverso multiplicativo de una fracción, tema en el que los estudiantes no presentaron dificultad alguna, puesto que luego de hallar el inverso multiplicativo de una fracción se debía seguir el mismo proceso de la multiplicación de fracciones.

La actividad de docencia directa en la IE Los Comuneros, finalizó con la orientación de las dos últimas temáticas de la unidad temática seleccionada, es decir, con los temas de potenciación de fracciones, radicación de fracciones y sus respectivas propiedades. Las dificultades presentadas en estos temas se debieron a que los estudiantes no se apropiaron adecuadamente de las propiedades de cada una de estas operaciones y en consecuencia los resultados obtenidos eran erróneos.

Como se puede apreciar en la descripción de los contenidos desarrollados en la práctica docente, en algunos temas los estudiantes presentaron más dificultad que en otros.

2.3. Evaluaciones realizadas.

Antes de pensar en el término evaluación que es uno de los más utilizados por los profesionales de la educación, en relación con la evaluación inicial de los estudiantes consideré necesario responder a los siguientes interrogantes: en primer lugar ¿qué evaluar?, ¿cómo evaluar?, y a través de qué instrumentos de evaluación podemos llevar a cabo dicha evaluación, en qué momento del proceso de enseñanza voy a utilizarlos y con qué objetivo. La respuesta a cada uno de estos interrogantes la encontraremos más adelante, pero no en el orden en que se han formulado.

Durante la docencia directa en la IE Los Comuneros, desarrollé una secuencia de actividades formativas, las cuales fueron evaluadas tomando como referencia las características de la evaluación sumativa, que consiste en realizar pruebas escritas a la finalización de cada contenido de la unidad temática, con el objetivo de comprobar a posteriori los aprendizajes adquiridos por los estudiantes. La evaluación sumativa puede ser periódica y hasta muy frecuente, pero la mencionada característica de ser utilizada después del proceso de enseñanza y aprendizaje, la distingue con claridad de la evaluación formativa, que tiene como finalidad principal conseguir el perfeccionamiento del proceso de enseñanza y aprendizaje en un momento en el que todavía puede producirse. Por tanto, deberá aplicarse a través del desarrollo del propio proceso didáctico.

Una característica muy destacada de la evaluación sumativa es que el juicio que en ella se formula es muy genérico. Dicho juicio asigna a los aprendizajes obtenidos una determinada categoría de la escala de calificación, sin discriminar sobre el tipo de capacidades, habilidades o destrezas obtenidas en mayor o menor grado.

La IE Los Comuneros, en desarrollo a lo dispuesto por el decreto 1290, adopta un sistema de evaluación Institucional con relación a las distintas áreas del conocimiento, cuya escala numérica es de 0 a 5, en donde cada docente tiene su propia forma de evaluar.

2.3.1. Objetivo de la evaluación:

- Conocer que tanto el estudiante había logrado apropiarse de los contenidos de la unidad temática.

Centrándome un poco más en la docencia directa llevada a cabo en la IE Los Comuneros, pasaré a describir los instrumentos de evaluación que utilice, para evaluar cada uno de los contenidos de la unidad temática seleccionada, correspondiente a los números fraccionarios.

En la docencia directa se utilizó mayoritariamente como evaluación, la prueba escrita, la cual era realizada semanalmente, algunas de estas pruebas tenían un porcentaje del 100% y otras del 70%, debido a que empleé como objeto de evaluación también algunos talleres que los estudiantes debían presentar de manera individual o grupal (máximo tres estudiantes) en una fecha acordada, dichos talleres tuvieron un valor del 30% sobre las pruebas escritas. El objetivo de la elaboración de los talleres era preparar al estudiante para la evaluación, algunos de estos se realizaron en horas de clase, lo cual favoreció mucho a los estudiantes puesto que les permitía aclarar dudas respecto al contenido de las preguntas del taller con sus mismos compañeros.

Para la elaboración de cada prueba escrita tuve en cuenta los ejercicios propuestos en los talleres que los estudiantes realizaban antes de la evaluación; la prueba escrita tenía cinco puntos de los cuales un punto era seleccionado del taller, otro solo se modificaba y los demás puntos eran nuevos. De acuerdo al contenido a evaluar se determinaba el tiempo de duración de cada evaluación.

Durante las clases se propusieron salidas al tablero, que consistían en resolver un ejercicio, algunas de estas participaciones eran voluntarias y otras fueron asignadas y dependiendo del grado de dificultad que tuviera el ejercicio, se le asignaba al estudiante una nota. También se utilizó como instrumento de evaluación no con mucha frecuencia, el quis, como también las tareas extra clases, las cuales en ocasiones eran calificadas.

Como fui participe de la calificación del tercer periodo académico del año escolar del grado sexto, de la IE Los Comuneros, en el momento de asignar la respectiva nota a cada estudiante tuve en cuenta la asistencia a clase, el comportamiento de los estudiantes a lo largo de las actividades propuestas y la participación de cada uno de ellos (salidas al tablero y respuestas a preguntas planteadas durante la clase)

Una representante de todas las pruebas escritas es:

Evaluación.

1. La edad de Juan es $\frac{5}{6}$ de la edad de Felipe ¿Cuánto suman las dos edades si Felipe tiene 42 años?

2. Las fracciones se pueden clasificar de acuerdo con el valor que tiene el numerador y el valor que tiene el denominador, esta clasificación es la siguiente:
a.)... c)…………………………………………...

b)... d)…………………………………………..

Dar una característica de cada clase de fracción.

3. Representar geométricamente cada fracción e identificar a qué tipo de fracción corresponde:

$\frac{13}{7}, \frac{12}{3}, \frac{5}{9}, \frac{2}{2}, \frac{7}{2}$

4. Escribe las fracciones impropias como número mixto y los números mixtos como fracciones impropias:

a) $\frac{25}{8}$

b) $7+\frac{1}{5}$

c) $9+\frac{5}{9}$

d) $\frac{47}{7}$

5. Luis recorre $\frac{16}{3}$ de Km para ir de su casa al colegio. ¿Cuantos Km completos recorre Luis en este trayecto? Resolver con la ayuda de un gráfico.

2.4. Hechos significativos presentados en la docencia directa (caracterización).

Durante la docencia directa en la IE Los Comuneros, se presentaron acontecimientos importantes, entre ellos el comportamiento de los estudiantes. Me pude dar cuenta que cuando los estudiantes no lograban asimilar o se les dificultaba dar significado a los diferentes conceptos de la unidad didáctica seleccionada, se perdía el interés por la clase, no participaban, no se atrevían a preguntar respecto a las dudas que tenían, por varios motivos como por ejemplo la reacción de sus compañeros y en algunos casos porque eran estudiantes tímidos.

Con el transcurso del tiempo los estudiantes fueron perdiendo el "miedo" a expresar sus dudas. En cuanto a la disciplina del curso, habían momentos en que los estudiantes trataban de interrumpir la clase, hablando con sus compañeros y haciéndoles bromas pesadas a los compañeros que de cierta manera consideraban vulnerables, frente a tal situación siempre trate de hacer que los estudiantes reconocieran que lo que estaban haciendo no era correcto, ya que algunos de ellos al hacerles un llamado de atención, obedecían con facilidad, pero cuando la situación era difícil de manejar se tenía en cuenta las recomendaciones hechas por el profesor titular Juan Carlos Guevara, de retirar a él o los estudiantes del aula de clase, aunque el manual de conciencia no lo autoriza, pero se consideraba como una medida extrema (situaciones que se salen del manual de convivencia).

En cuanto al desarrollo de los contenidos de la unidad, hubo temas que los estudiantes no lograron apropiarse con facilidad, en vista de esto me tenía que detener un poco a explicar nuevamente, en ocasiones todo el tema o parte del tema y buscar ejemplos que de cierta manera ayudan al estudiante en su proceso de aprendizaje. Cuando eran pocos los estudiantes que presentaban la dificultad con algunos de los conceptos me dirigía a sus respectivos puestos para aclarar las dudas, mientras colocaba un nuevo ejercicio a los demás estudiantes, esto con el objetivo de evitar que los estudiantes empezaran hacer actividades que no estaban relacionadas con el área de matemáticas o cualquier tipo de indisciplina, como también le proponía al estudiante salir al tablero para que realizara paso a paso el ejercicio propuesto, con el objetivo de verificar en que el estudiante estaba presentando dificultad.

Algunos estudiantes presentaron mayor dificultad en los contenidos de la unidad relacionados con la representación geométrica de una fracción, pues confundían el significado de denominador y numerador de una fracción y también no escogían las figuras geométricas adecuadas de tal manera que pudieran dividir la unidad en partes iguales; otro de los contenidos que presentó dificultad para los estudiantes fue la representación geométrica de las fracciones impropias, y el proceso de pasar de un fracción impropia a número mixto y viceversa, como también en la representación de fracciones sobre la recta numérica.

En el momento de entrar a operar con números fraccionarios, se les dificultó mucho a los estudiantes trabajar con la suma y la resta de fracciones heterogéneas y utilizar el concepto de mínimo común múltiplo entre dos o más números, puesto que tendían a confundirlo con el máximo común divisor y no se habían apropiado adecuadamente de los criterios de divisibilidad; otro de los temas que causó dificultad fue la simplificación de fracciones, pues los estudiantes simplificaban el numerador de la fracción y no realizaban el mismo proceso con el denominador de dicha fracción o no aplicaban bien los criterios de divisibilidad; con la operación multiplicación y división de fracciones, no se presentó tanta dificultad, en cuanto al proceso a seguir, pero si en el momento de realizar las respectivas multiplicaciones, porque los estudiantes no manejaban bien las tablas de multiplicar que fue el tema en el que insistí durante toda mi práctica docente.

A las actividades propuestas durante clase, los estudiantes respondieron con mucho interés, pues se acercaban a preguntar para resolver sus dudas, en cuanto a la entrega de talleres la gran mayoría de estudiantes eran puntuales, es decir entregaban sus talleres en las fechas acordadas, puesto que no todos eran responsables, en algunos casos cuando el estudiante me decía que el taller estaba muy largo, argumentando que contenía mucho ejercicios, consideraba lo que el estudiante planteaba y daba un día más de plazo, pero también aclaraba que el estudiante no podría obtener la misma nota que el estudiante que entregaba a tiempo su tarea, es decir el taller era calificado sobre cuatro, pues la escala que se manejaba era de uno a cinco.

De la planeación de las actividades curriculares, los estudiantes eran participes en el sentido de que les planteaba las actividades a realizar y en conjunto acordábamos fechas de entrega, como también las fechas de las evaluaciones de tal manera que no tuvieran inconvenientes con trabajos de otras materias; respecto a la entrega de las calificaciones, es decir notas de talleres y evaluaciones trataba de hacerlo lo más pronto posible.

Durante la docencia directa tuve en cuenta estar atenta al diálogo, mantener una buena comunicación con los estudiantes manejar en lo posible el lenguaje matemático adecuado, escuchar inquietudes y responder de la mejor manera, acompañar a los estudiantes que presentaban dificultades en el proceso de aprendizaje; también trate siempre de inculcar valores, entre ellos el respeto entre compañeros y hacia los docentes.

Una vez finalizada la práctica docente, se hace el ordenamiento y selección de los registros que fueron quedando plasmados en el diario de campo(DC), es decir de las evaluaciones, talleres y ejercicios propuestos en clase a los estudiantes, para perfeccionarlos con base en los cuales se realiza una reflexión didáctica en la docencia directa.

Capítulo 3: Reflexión en la docencia

En particular, para el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca la Práctica Pedagógica es un espacio curricular que pretende aproximar al estudiante a la realidad profesional que se manifiesta en los ámbitos socio-culturales y en el Sistema Educativo Colombiano (Artículo seis, Resolución N°024).

3.1 Objeto de estudio en la docencia directa.

En razón de que una sistematización de una práctica en la licenciatura tiene una perspectiva investigativa para mí fue importante considerar los siguientes aspectos: considere la perspectiva investigativa que tuvo en juego un objeto matemático denominado números fraccionarios y una práctica que ha sido descrita en la docencia directa y en el interior de esa docencia como perspectiva investigativa he reflexionado acerca de *cómo los estudiantes a través de un sistema de prácticas y representaciones de la noción matemática de fracción, logran darle significado y se apropian de las características del objeto matemático que de allí emerge.*

Dicho interrogante, me surgió puesto que una de las dificultades del aprendizaje de números fraccionarios se origina por cuanto los estudiantes no logran interpretar textos que contienen fracciones; logran resolver algunas operaciones que se plantean pero no alcanzan a valorar el significado de los resultados obtenidos. Esta situación se origina debido a que los estudiantes no se han apropiado del significado de fracción.

Según las indagaciones de antecedentes con respecto a cómo articular significados con sistemas de prácticas he encontrado que el marco conceptual más apropiado para responder a esta pregunta, es el Enfoque Ontosemiótico de Investigación en Didáctica de la Matemática **(EOS)**, de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero.

3.2. Enfoque Ontosemiótico De Investigación En La Didáctica De La Matemática.

Los estudiantes a partir de un sistema de prácticas, desplegados en la docencia directa en la Institución Educativa Los Comuneros construyen significados. A través de dicho sistema de prácticas es posible que el estudiante, acuda a nociones o saberes, ya establecidos. Por tanto considere importante tener en cuenta, tanto el significado personal, como el institucional que los estudiantes dan a los objetos matemáticos.

Unidades de análisis:

- Sistema de prácticas (SP).
- Construcción de significados.

- Objetos que emergen del (SP)
- Objetos Matemáticos (OM).
- Objeto Institucional (OI).
- Objeto Personal (Op)

Del documento de Juan D. Godino y Carmen Batanero de significado institucional y personal de los objetos matemáticos, tome algunas consideraciones hechas por autores, las cuales estaban relacionadas con mi objeto de estudio, entre ellas:

Balacheff (1990), cita el significado como palabra clave de la problemática de investigación de la Didáctica de la Matemática: "Un problema pertenece a una problemática de investigación sobre la enseñanza de la matemática si está específicamente relacionado con el significado matemático de las conductas de los alumnos en la clase de matemáticas" (p. 258). Como cuestiones centrales para la Didáctica de la Matemática menciona las siguientes:

¿Qué significado matemático de las concepciones de los alumnos podemos inferir a partir de una observación de su conducta?

¿Qué clase de significado pueden construir los alumnos en el contexto de la enseñanza de las matemáticas?

¿Cuál es la relación entre el significado del contenido a enseñar y el del conocimiento matemático elegido como referencia?

¿Cómo podemos caracterizar el significado de los conceptos matemáticos?

Teniendo en cuenta lo mencionado por Balacheff (1990), las preguntas que considera como centrales para la Didáctica de la Matemática, se pueden abordar desde de la práctica docente y pedagógica realizada, en la IE Los Comuneros, con los estudiantes de grado sexto a partir de un análisis detallado de los trabajos realizados por cada uno de ellos.

Sierpinska (1990), considera como básica para la Didáctica de la Matemática la idea de significado que, a su vez, la relaciona íntimamente con la comprensión: "Comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado. "La metodología de los actos de comprensión se preocupa principalmente por el proceso de construir el significado de los conceptos" (p. 35).

Chevallard (1991) define un objeto matemático como "un emergente de un sistema de prácticas donde son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos: registro de lo oral, palabras o expresiones pronunciadas; registro de lo gestual; dominio de la inscripción, lo que se escribe o dibuja (grafismos, formalismos, cálculos, etc.), es decir, registro de lo escrito" (pág. 8). Llama praxema a los "objetos materiales ligados a las prácticas" y usa esta noción para definir el objeto como un "emergente de un sistema de praxemas"

En este marco teórico "un objeto existe desde que una persona X o una institución I reconoce este objeto como un existente (para ella). Más precisamente, se dirá que el objeto O existe para X (resp., para I) si existe un objeto, que represento por R(X, O) (resp., R (O)) que llamo relación personal de X a O (resp., relación institucional de I a O)" (Chevallard, 1992, pág. 9).

En relación a las nociones y conceptos de esta teoría de la didáctica de la matemática, que me permitieron responder a la pregunta u objeto de estudio planteado anteriormente en la docencia están:

- **Práctica:** Llamamos práctica a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizar a otros contextos y problemas.

Las **prácticas personales** pueden ser actuaciones observables, esto es, manifestaciones empíricas, o también acciones interiorizadas no observables directamente. Esta noción general de práctica permite tener en cuenta **el principio Piagetiano** de la construcción del conocimiento a través de la acción.

Diremos que una práctica personal es significativa (o que tiene sentido) si, para la persona, esta práctica desempeña una función para la consecución del objetivo en los procesos de resolución de un problema, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.

Una institución **(I)** está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas, las cuales están, así mismo, ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen.

- **Sistema de prácticas institucionales (PI), asociadas a un campo de problemas:** Está constituido por las prácticas consideradas como significativas para resolver un campo de problemas C y compartidas en el seno de la institución I.
- **Objeto institucional OI:** E**s** un emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de **PI(C)**. Los elementos de este sistema

son los indicadores empíricos de OI.

- **Sistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas:** Está constituido por las prácticas prototípicas que una persona realiza en su intento de resolver un campo de problemas C. Representamos este sistema por la notación **Pp(C).**
- **Objeto personal Op**: Es un emergente del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de Pp(C).
- **Significado Personal e Institucional**: Los objetos son nombrados y descritos mediante ciertas prácticas (intensivas) como definiciones del objeto sin embargo:

Vergnaud (1990) considera, que el significado de un objeto matemático, desde un punto de vista didáctico y psicológico, no puede quedar reducido a su mera definición: "*Un concepto no puede reducirse a su definición, al menos si nos interesamos en su aprendizaje y su enseñanza* " (p. 135).

- **Significado de un objeto institucional OI**: Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado.

  S (OI) = PI(C)
- **Significado de un objeto personal Op**: Es el sistema de prácticas personales de una persona p para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto Op en un momento dado. Simbólicamente, S(Op) = Pp(C)

Teniendo en cuenta cada uno de los conceptos anteriores tomados del enfoque ontosemiótico de investigación en didáctica de la matemática **(EOS)**, de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero, analizaremos cada uno de los registros tomados en la docencia directa en la IE Los Comuneros.

3.3. Análisis de registros y discusión de resultados

El análisis de los registros se realiza por temáticas teniendo en cuenta la secuencia de la enseñanza realizada en la docencia directa en la IE Los Comuneros. La agrupación de las temáticas matemáticas (**TM**) se hizo de la siguiente manera:

TM1: Concepto de fracción, elementos de una fracción y múltiplos de un número.

TM2: Interpretación del concepto de fracción, clases de fracciones y número- mixto.

TM3: Representación de fracciones sobre la recta numérica**.**

TM4: Fracciones equivalentes**.**

TM5: Máximo común divisor de un número y mínimo común múltiplo de un número.

TM6: Relación de orden en las fracciones.

TM7: Suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas.

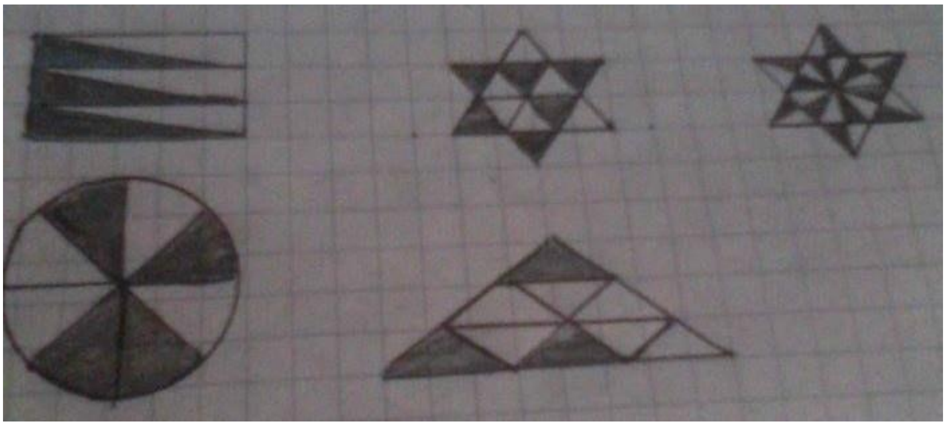
TM8: Multiplicación y división entre fracciones, propiedades de la potenciación y radicación**.**

Los registros analizados en cada una de las TM provienen de talleres **(T)**, pruebas escritas **(E)**, tareas **(t)**, quis **(Q)** e imágenes **(I).** El análisis y discusión de resultados en cada uno de los registros incluye dos actividades: La lectura del registro y su interpretación con base en las nociones o conceptos que fueron adoptados del EOS.

3.3.1. Análisis de registros y discusión de resultados en TM1

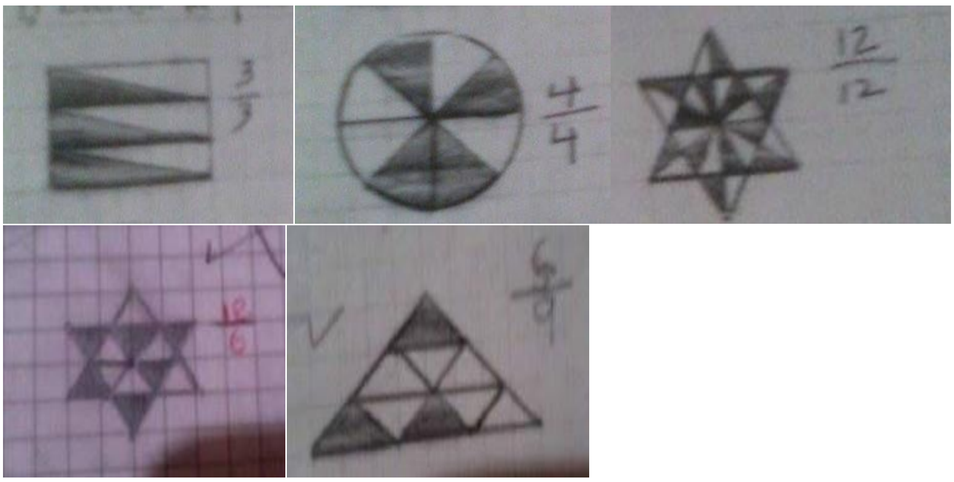
T1 (p1, p2, p3)

p1: Escriba la fracción que corresponda a cada figura:



En este punto, se esperaba que los estudiantes a partir de la representación gráfica de una fracción lograran reconocer los elementos de dicha fracción (numerador y denominador).

Uno de los estudiantes resuelve el ejercicio de la siguiente manera:



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Para escribir la fracción correspondiente a cada figura el estudiante, en las tres primeras gráficas cuenta las partes sombreadas de la figura correspondiente y las que no están sombreadas y expresan la fracción obteniendo un numerador y un denominador igual (fracción unidad) , en la siguiente gráfica la fracción tiene como numerador el número de partes en que se ha dividido la unidad y como denominador el número de partes que se han tomado de la unidad, es decir las partes sombreadas; en la última gráfica se puede observar que el numerador de la fracción representa el número de partes que están sin colorear de la unidad y el denominador el número de partes en que se ha dividido dicha unidad.

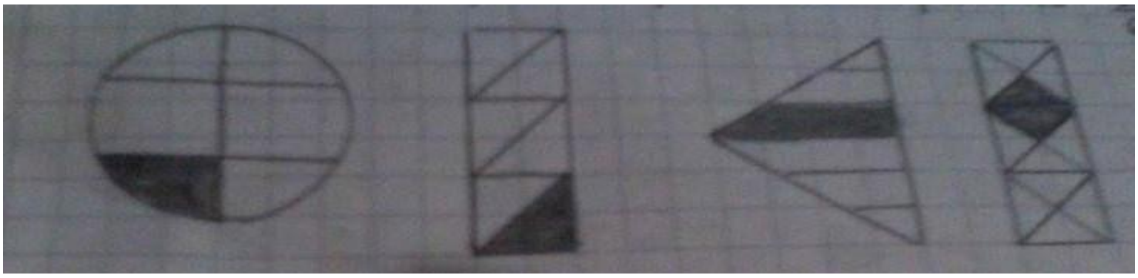
Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **PP. (C),** el estudiante "*cuenta tanto el número de partes, en que se ha dividido la unidad, como el número de partes que se han sombreado de la unidad*"

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S (Op)** del concepto de fracción difiere del significado del objeto institucional **S (OI)** que consiste en:

Las fracciones son expresiones numéricas que se utilizan para representar las partes iguales en las que se divide una unidad. Las fracciones se componen de un numerador, el cual indica el número de partes que se toman de la unidad y el denominador, que indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.

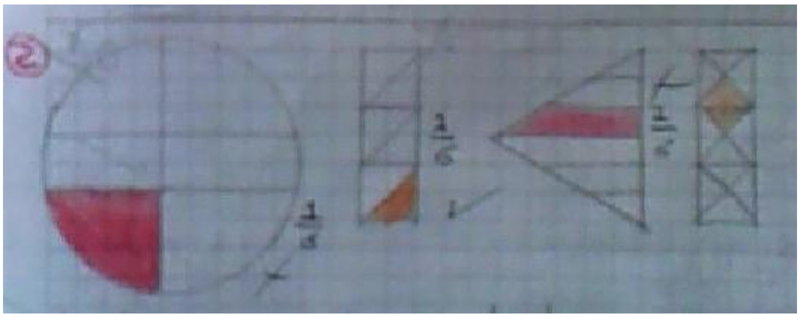
Es decir, que a través del sistema de **Pp (C)** emerge un objeto personal **Op**, simbólicamente **Pp (C)=S (Op)**

p2: ¿Cuál de las siguientes fracciones representa $\frac{1}{6}$?



En este punto, lo que el estudiante debería hacer es seleccionar, la gráfica que represente geométricamente la fracción. $\frac{1}{6}$.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante:



El estudiante, cuenta el número de partes en que están divididas las figuras geométricas dadas en el ejercicio (circulo, rectángulo y triangulo) y también las partes que se han tomado de cada unidad. Luego selecciona las primeras tres representaciones gráficas, en donde las respectivas unidades están divididas en seis partes, como lo indica el denominador de la fracción dada, de las cuales se ha sombreado una parte y descarta la última como se puede observar en la imagen anterior, la cual está dividida en doce partes, de las cuales se toman dos.

Por el sistema de prácticas **(SP),** realizadas por el estudiante podemos observar que dicho estudiante, no tiene en cuenta que la unidades deben estar divididas en partes iguales, como lo indica el denominador de una fracción.

Teniendo en cuenta el sistema de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, podemos decir, que la práctica habitual consiste en "*contar el número de partes, en que está dividida la unidad y el números de partes que se toman de la unidad y de esta manera identificar el numerador y el denominador*"

De acuerdo al conjunto de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, en este caso podemos verificar que:

- El **S(Op)** que emerge de la **Pp (C)** no corresponde con el **S (OI).** Puesto que recordando la definición de fracción y sus componentes, se tiene que:

El numerador: Indica el número de partes que se toman de la unidad.

El denominador: Indica el número de partes **iguales**, en que se divide dicha unidad.

- Del **S(Pp)** realizadas por el estudiante emerge un objeto matemático **(OM)** erróneo.

En este caso el conjunto de **Pp(C)** son "erróneas", desde el punto de vista de la institución

p3: Divida cada figura y pinte la parte que indica cada fracción.

Círculo: $\frac{2}{6}$ rectángulo: $\frac{5}{6}$ triángulo $\frac{2}{2}$

Lo que se espera es que el estudiante, reconozca la figura sobre la cual se le está pidiendo representar gráficamente la fracción dada y logre representar adecuadamente dicha fracción reconociendo sus elementos.

Un estudiante realiza las siguientes representaciones:

Para la primera representación gráfica, un estudiante dibuja un círculo, el cual es dividido en seis partes las cuales como se puede observar en la figura anterior no son iguales, luego colorea de esa partes dos como lo indica el numerador de la fracción que se le pide que sea representada gráficamente.

El sistema de prácticas realizadas por el estudiante es similar al anterior, es decir toma una figura geométrica, en este caso un triángulo lo divide en el número de partes que indica el denominador de la fracción dada (6), sin tener en cuenta que dichas partes deben ser iguales y que la figura geométrica sobre la cual se le ha pedido realizar dicha representación es un rectángulo, luego colorea 5 partes de la unidad (triángulo) como lo indica el numerador de la fracción

Un estudiante dibuja un rectángulo lo divide en dos partes iguales como lo indica el denominador de la fracción (2), luego colorea las partes que indica el numerador de dicha fracción (2), sin tener en cuenta que la representación gráfica se debía hacer sobre un triángulo. De acuerdo a las representaciones graficas realizadas por el estudiante podemos inferir que el estudiante reconoce los elementos de una fracción (numerador y denominador), pero en el momento de dividir la unidad no tiene en cuenta que dichas divisiones deben ser iguales, también se puede observar que bien el estudiante no reconoce un triángulo y un rectángulo o no interpretó adecuadamente el enunciado del ejercicio.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede observar que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*divide la unidad en el número de partes que indica el denominador de la fracción, omitiendo que dichas partes deben ser iguales y colorea* *el número de partes que indica el numerador de la misma.”*

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S (Op)** del concepto de fracción difiere del significado del objeto institucional **S(OI)**

E1 (p2, p3)

p2: Representar gráficamente cada una de las siguientes fracciones:

a) $\frac{\mathbf{8}}{\mathbf{10}}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{12}{20}$

b) si el círculo es la unidad, representar $\frac{3}{8}$

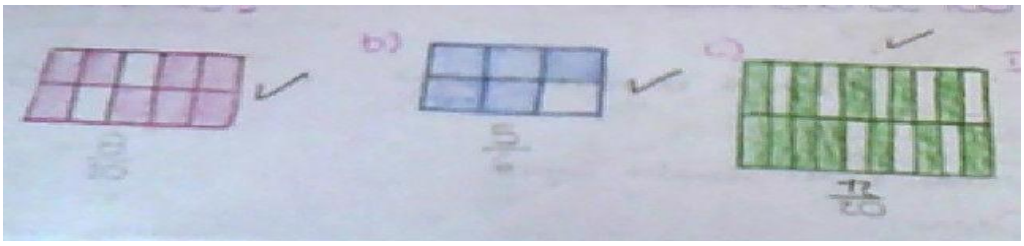
c) si el triángulo es la unidad, representar $\frac{7}{9}$

Se espera que el estudiante reconozca los elementos de una fracción (numerador y denominador) y realice la respectiva representación gráfica de cada una de las fracciones

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

(a) $\frac{8}{10}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{12}{20}$



Un estudiante para realizar la representación gráfica de las respectivas fracciones seleccionó como unidad un rectángulo, el cual dividió en partes iguales de acuerdo al número de partes que indicaba el denominador de cada una de las fracciones, y luego coloreo el número de partes que indica el numerador de cada fracción.

De acuerdo al **(SP),** realizadas por el estudiante podemos observar que dicho estudiante reconoce de manera adecuada los elementos de una fracción

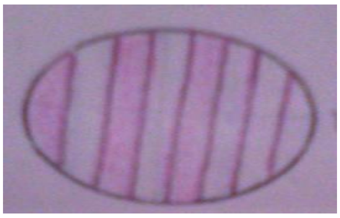
Teniendo en cuenta el sistema de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, podemos decir que la práctica habitual consiste en “*dividir la unidad en partes iguales según el número que indique el denominador de la fracción y luego colorear el número de partes que indica el numerador de la misma*"

De acuerdo al conjunto de **Pp (C)**, se cumplen las siguientes relaciones:

- **Pp(C)= S(Op).**

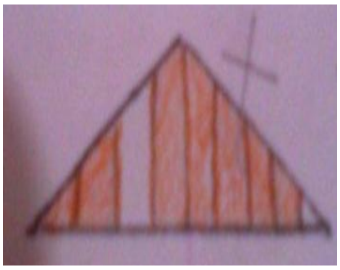
- **S(Op)= S(OI).**
- **Pp(C)= PI(C).**

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante



b) si el círculo es la unidad, representar $\frac{3}{8}$

Un estudiante divide la unidad (círculo) en ocho partes, pero no iguales de acuerdo como lo indica el denominador de la fracción, luego colorea tres partes como lo indica el numerador de dicha fracción.



c) si el triángulo es la unidad, representar $\frac{7}{9}$

Un estudiante divide la unidad (triangulo) en nueve partes, pero no iguales de acuerdo como lo indica el denominador de la fracción, luego colorea siete partes como lo indica el numerador de dicha fracción.

En el literal **b)** y **c)** del **p2,** el estudiante identifica los elementos de la fracción, pero en el momento de realizar la representación gráfica de la misma, no tiene que en cuenta que el denominador me indica el número de partes **iguales** en que se debe dividir la unidad.

Teniendo en cuenta el sistema de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, podemos decir que la práctica habitual consiste en "*dividir la unidad en el número de partes que indique el denominador de la fracción y luego colorear el número de partes que indica el numerador de la misma, sin tener en cuenta que dichas partes deben ser iguales*"

De acuerdo al conjunto de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, en este caso podemos verificar que:

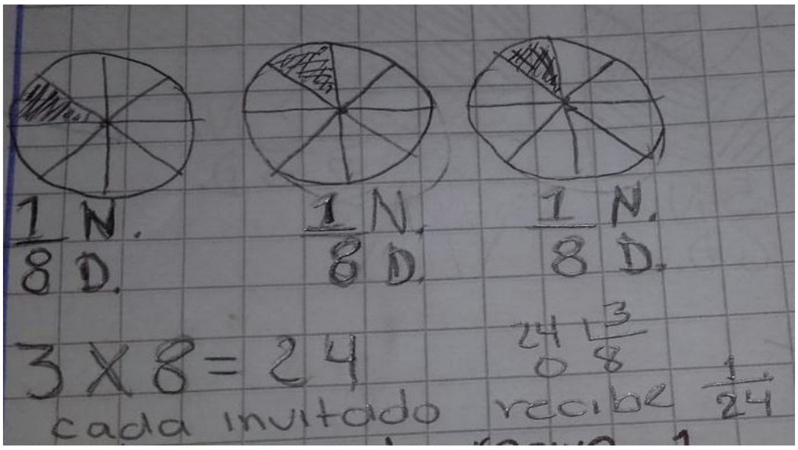
El **S(Op)** no corresponde con el conjunto de prácticas institucionales **PI(C)** y el **S(OI).**

En los literales a, b y c del p2 podemos concluir que el estudiante reconoce que el denominador de la fracción indica el número de partes en que se divide la unidad, pero omite que dichas partes deben ser iguales.

p3: Para su cumpleaños, Mauro compró 3 tortas y las repartió en partes iguales entre sus 24 invitados ¿Qué fracción de torta representa la parte que recibe cada invitado?

Se espera que el estudiante reconozca el uso y las aplicaciones de las fracciones en diferentes contextos, es decir que analicé la situación problema y ponga en práctica sus conocimientos previos como por ejemplo la multiplicación o la división y de esta manera pueda realizar la respectiva representación gráfica de la situación y pueda responder la pregunta.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante



Un estudiante realiza una división en la cual tiene como resultado 8 y una multiplicación (3x8=24), también representa gráficamente las tres tortas (círculos) y divide cada unidad en ocho partes iguales, y de cada unidad colorea una parte y escribe que cada unidad representa $\frac{1}{8}$ e identifica el numerador y denominador en cada fracción, luego responde que cada invitado recibe $\frac{1}{24}$.

De acuerdo al conjunto de **(Pp)** realizadas por el estudiante, se puede observar que el estudiante utiliza sus conocimientos previos como la multiplicación y la división y la representación gráfica de una fracción con el objetivo de dar respuesta al interrogante, pero de acuerdo a dicha representación la respuesta no es la correcta, las herramientas y los pasos que utiliza el estudiante para resolver la situación problema pueden ser útiles siempre y cuando logremos interpretar de manera correcta la pregunta planteada.

Teniendo en cuenta el sistema de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, podemos decir que la práctica habitual consiste en "*realizar una división y una multiplicación para poder hacer la representación gráfica que describa la situación problema planteada y de esta manera poder dar respuesta al interrogante*".

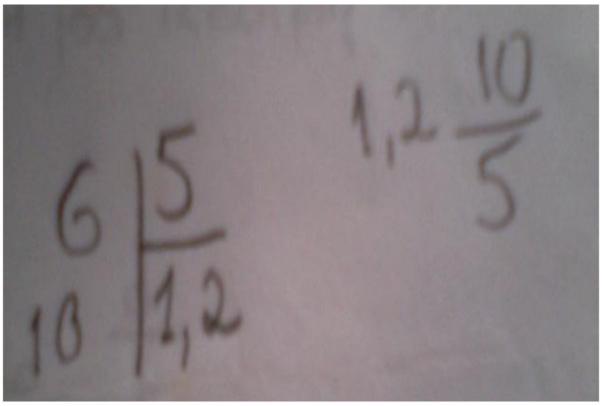
Las **Pp(C),** realizadas por el estudiantes coinciden con las prácticas institucionales **(PI)** y el **S (OI)**, pero en el momento de utilizarlas para dar respuesta al interrogante planteado no son utilizadas adecuadamente, es decir que el procedimiento realizado por el estudiante en su intento de resolver el interrogante es el adecuado, pero al interpretar dicho proceso no lo hace correctamente.

3.3.2. Análisis de registros y discusión de resultados en TM2

I (1, 2,3)

I (1): Escribir la fracción $\frac{6}{5}$ como número mixto.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante.



El estudiante divide el numerador de la fracción entre el denominador de la fracción obteniendo como cociente un número decimal (1.2) y como residuo (10) luego pasa la fracción impropia a número mixto conservando el denominador de la fracción impropia y dejando como numerador de la nueva fracción el residuo de dicha operación y como parte entera del número mixto el cociente de la operación realizada (división).

De acuerdo al sistema de prácticas, se puede verificar que el estudiante no se ha apropiado adecuadamente del concepto de número mixto.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto, se puede inferir que el estudiante "*realiza una división para pasar la fracción impropia dada a número mixto*"

Del conjunto de **(Pp)** realizadas por el estudiante, se puede deducir que el significado del objeto personal **S(Op)** del concepto de número mixto difiere del significado del objeto institucional **S(OI)**, puesto que:

Definición de número mixto: como todas las fracciones impropias representan más de la unidad, se pueden representar como la suma de un número natural y una fracción propia.

Fracciones Impropias: Son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de este; en este caso, el número representa más de una unidad completa.

En conclusión las prácticas personales del estudiante difieren de las prácticas institucionales.

I (2): Representar gráficamente las siguientes fracciones impropias:

$\frac{3}{2}$, $\frac{13}{2}$

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante.

Un estudiante utiliza un rectángulo para representar geométricamente la fracción impropia, luego divide la unidad en tres partes iguales, de las cuales sombrea dos.

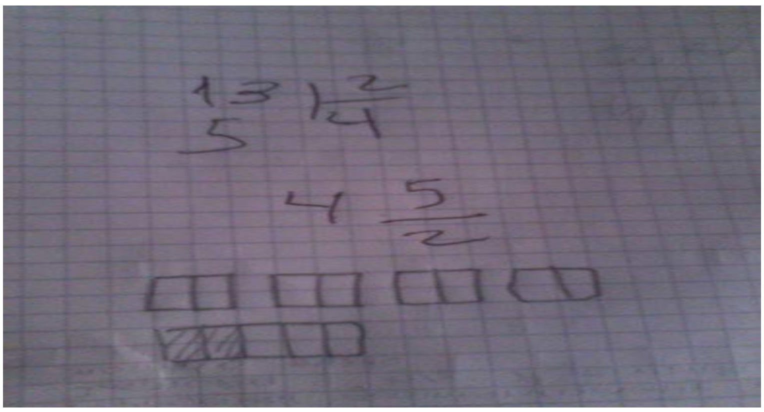
De acuerdo a la representación gráfica de la fracción $\frac{3}{2}$, que el estudiante nos muestra, es claro que no identifica los elementos de una fracción, puesto que confunde el denominador con el numerador. Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*divide la unidad en el número según el número de partes que indica el numerador y colorea el número de partes que indica el denominador*"

Del conjunto de **(Pp)** realizadas por el estudiante, se puede concluir que el significado del objeto personal **S(Op)** del concepto de fracción impropia difiere del significado del objeto institucional **S(OI).**

Fracciones Impropias: Son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de este; en este caso, el número representa más de una unidad completa

I (3): Representar gráficamente la fracción impropia $\frac{13}{2}$ y escribirla como numero mixto.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante



Un estudiante ve la fracción $\frac{13}{2}$ como cociente, realiza la respectiva división obteniendo como cociente 4 y como residuo 5 después de realizar dicha operación pasa la fracción impropia a número mixto, tomando el cociente obtenido en la división como la parte entera del número mixto y el residuo de la división como el numerador de la fracción y el divisor, es decir el denominador de la fracción impropia como el denominador de la fracción que hace parte del número mixto $\left(\frac{13}{2} = 4 + \frac{5}{2}\right)$; luego pasa a la representación gráfica de la fracción en donde toma cuatro unidades y las divide en dos partes iguales luego toma otra unidad la cual divide en cinco partes iguales, de las cuales colorea dos. El estudiante justifica el ejercicio resuelto de la siguiente manera: *"Las cuatro unidades iguales representan el número natural y la siguiente unidad*

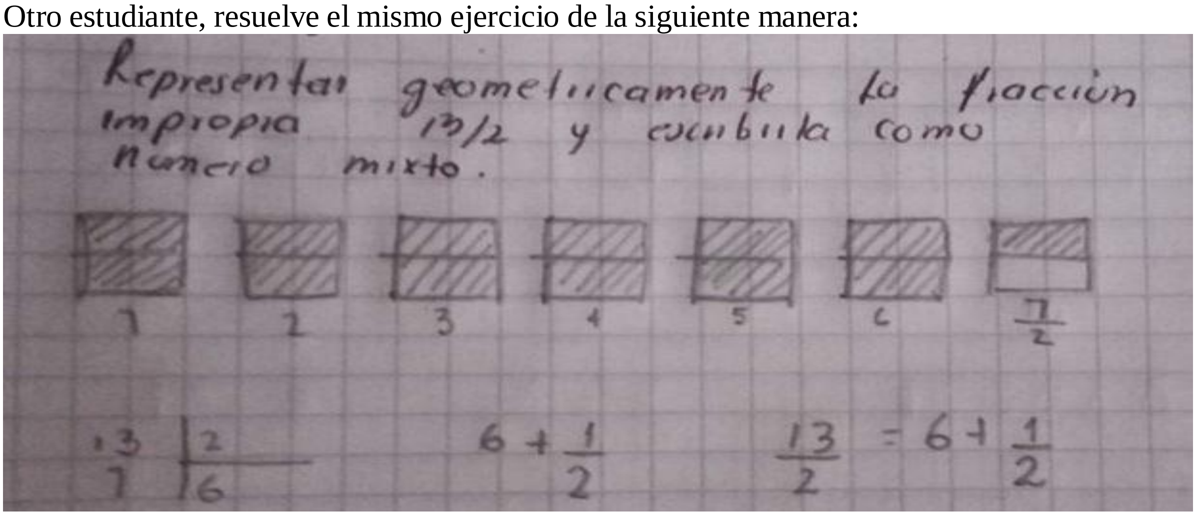
A partir del conjunto de prácticas realizadas por el estudiante podemos inferir que el estudiante aún no ha interiorizado el concepto tanto de fracción impropia como número mixto, sin omitir que hay un vacío en cuanto a una de las operaciones básicas, en este caso hablamos de la división.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp (C),** el estudiante "*ve la fracción impropia como cociente, realiza la operación indicada y luego identifica las partes de un número mixto es decir la parte entera y la fracción propia.*"

Del conjunto de **Pp(C)** realizadas por el estudiante, podemos afirmar que el significado del objeto personal **S(Op)** del concepto de número mixto difiere del significado del objeto institucional **S(OI).**

El cociente obtenido al realizar la operación (división), representa la unidad completa que se toma, y el residuo de la división representa el numerador de la fracción propia y el divisor el denominador, es decir que el denominador de la fracción propia no cambia sigue siendo el mismo denominador de la fracción impropia.

Otro estudiante, resuelve el mismo ejercicio de la siguiente manera:



El estudiante primero representa gráficamente la fracción impropia dada, luego expresa la fracción impropia como número mixto, como se puede ver en la imagen anterior. Teniendo en cuenta los sistemas de prácticas que realizaron los estudiantes para resolver el mismo ejercicio y haciendo una comparación, podemos observar que realizaron procesos inversos en cuanto a:

El primer estudiante primero ve la fracción impropia como cociente, luego la expresa como número mixto y por último pasa a la representación gráfica del número mixto obtenido, mientras que el segundo estudiante, primero realiza la representación gráfica de la fracción impropia, luego ve la fracción como cociente y pasa a expresarla como número mixto (sigue el enunciado del ejercicio.) De acuerdo al conjunto de prácticas realizadas por este estudiante, podemos concluir que en este caso las Pp(C) coinciden con las PI(C), como también podemos hablar de la relación existente entre el S(Op) y el S(OI). Simbólicamente tenemos lo siguiente:

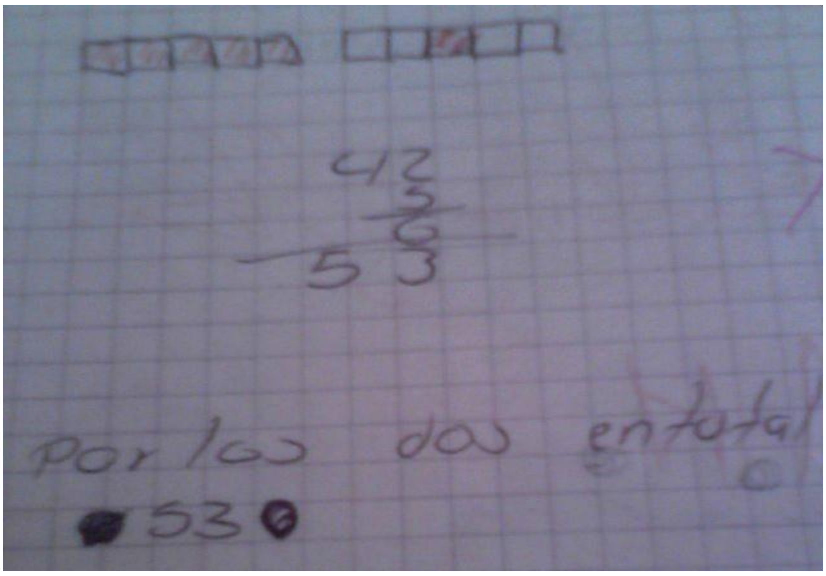
- Pp(C)=PI(C)
- S(Op)= S(OI)

E3 (p1, p3, p4)

p1 Problema: La edad de Juan es $\frac{5}{6}$ de la edad de Felipe. ¿Cuánto suman en total las dos edades si Felipe tiene 42 años?

Lo que se espera del estudiante es que calcule la fracción del número dado y luego la suma de las dos edades.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante.



Lo que se puede apreciar que un estudiante hace en su intento por resolver el problema planteado, es que realiza la representación gráfica de la fracción $\frac{5}{6}$ de la siguiente manera: toma dos unidades en este caso dos rectángulos y los divide en cinco partes iguales cada uno, luego de la primera unidad colorea las cinco partes y de la segunda unidad colorea una parte, en seguida suma la fracción $\frac{5}{6}$ con la edad de Felipe, obteniendo como resultado un número natural, finalmente responde que la suma de las edades es 53

De acuerdo como el estudiante resuelve el ejercicio podemos observar que la representación gráfica de la fracción $\frac{5}{6}$ no coincide con las PI(C), puesto que el estudiante no tiene claro, que nos indica el numerador y el denominador de una fracción; el objeto que emerge según las Pp(C) del estudiante es erróneo (fracción impropia según la representación anterior), el estudiante no aplica las herramientas adecuadas, en este caso hablamos de la fracción como operador de un número para llevar la fracción a un número natural y de esta - manera realizar una suma de dos números naturales.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales (Pp), realizadas por el estudiante en su intento de resolver la situación problema (C), se puede inferir que a partir del conjunto Pp (C), el estudiante "*representa gráficamente la fracción y luego suma la fracción dada más la edad expresada en un número natural como si se tratara de dos números naturales*"

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** del concepto de fracción como operador de un número difiere del significado del objeto institucional **S(OI)** que consiste en:

En muchos casos surge la necesidad de calcular la fracción de un número dado. Para ello se procede de la siguiente manera.

Pasos:

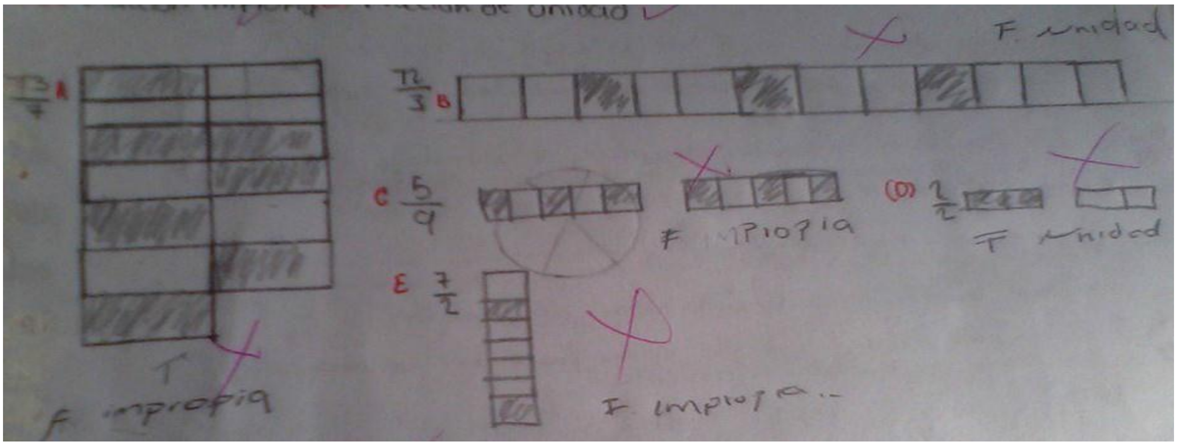
1. Se multiplica el numerador de la fracción por el número dado.
2. El resultado obtenido se divide entre el denominador de la fracción.

p3: Representar gráficamente cada fracción e identificar qué clase de fracción representa:

a)$\frac{13}{7}$ **b)**$\frac{12}{3}$ **c)** $\frac{5}{9}$ **d)** $\frac{2}{2}$, **e)** $\frac{7}{2}$

Se espera que el estudiante clasifique cada una de las fracciones de acuerdo al valor que tiene el numerador y el denominador y las represente gráficamente.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante



Como se puede apreciar en la imagen anterior el estudiante ha clasificado la fracciones $\frac{13}{7}$ y $\frac{7}{2}$ como fracciones impropias y la fracción $\frac{5}{9}$ como fracción propia y las fracciones $\frac{12}{3}$ y $\frac{2}{2}$ como fracciones unidad, de acuerdo a la representación gráfica de la fracción $\frac{13}{7}$, se puede observar que el estudiante ha tomado una unidad y la ha dividido en 13 partes (numerador), de las cuales ha coloreado 7 partes (denominador), para la fracción $\frac{12}{3}$, toma una unidad (rectángulo) y lo divide en 12 partes iguales (numerador), de las cuales toma 3 partes (denominador), para la fracción $\frac{5}{9}$, toma dos unidades cada una dividida en cinco partes iguales, de las cuales colorea tres partes en cada una, para la representación geométrica de la siguiente fracción $\frac{2}{2}$,toma dos unidades, cada una dividida en 2 partes iguales de la primera unidad toma las dos partes y de la segunda unidad no toma ninguna de las partes.

De acuerdo como el estudiante realiza el ejercicio, podemos observar que el estudiante mezcla las distintas representaciones geométricas de fracción, como también se puede deducir que si la mayoría de las clasificaciones de las fracciones coinciden con las PI(C), no necesariamente debemos esperar que la representación geométrica de dichas fracciones, también coincidan con las PI(C)o viceversa, es decir tener claro un concepto no significa que en el momento de aplicarlo lo vayamos a hacer adecuadamente.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*clasifica las fracciones de acuerdo al valor que tiene el numerador y el valor que tiene el denominador y realiza las respectivas representaciones geométricas de cada una de ellas*"

p4: Escribe las fracciones impropias como número mixto y los números mixtos como fracciones impropias:

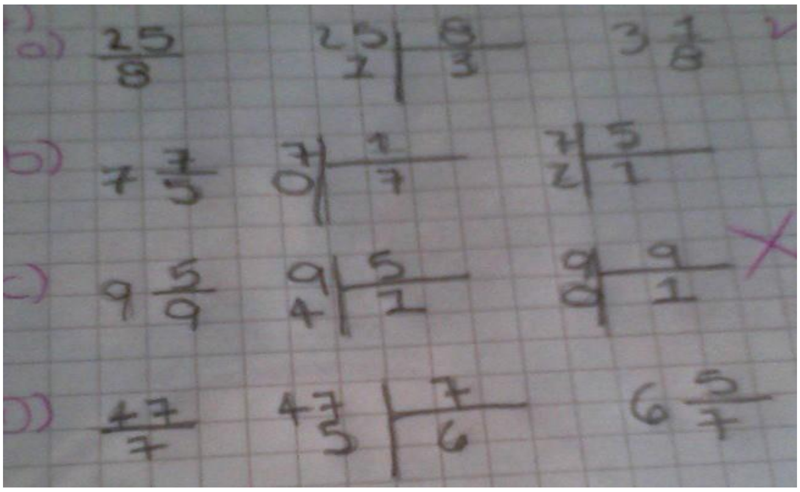
a. $\frac{25}{8}$

b. $7+\frac{1}{5}$

c. $9+\frac{5}{9}$

d. $\frac{47}{7}$

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante



En el literal (a) del punto 4, el estudiante divide el numerador de la fracción $\frac{25}{8}$ entre el denominador de dicha fracción, obteniendo como cociente un número natural (3) y como residuo (1), obteniendo el número mixto $3\frac{1}{8}$, es decir el cociente lo toma como el número natural que forma el número mixto y el residuo como el numerador de la fracción propia y el divisor como el denominador de la fracción propia, realiza el mismo procedimiento en literal (d); en el literales (b) para convertir el número mixto en fracción impropia el estudiante divide la parte entera del número mixto (7) entre uno obteniendo como cociente siete y como residuo cero, también divide entre cinco, obteniendo como cociente uno y como residuo dos, en el literal (c), divide la parte entera del número mixto (9) entre el numerador y el denominador de la fracción propia que hace parte del literales (b) para convertir el número mixto en fracción impropia el estudiante divide la parte entera del número mixto (7) entre uno obteniendo como cociente siete y como residuo cero, también divide entre cinco, obteniendo como cociente uno y como residuo dos, en el literal (c), divide la parte entera del número mixto (9) entre el numerador y el denominador de la fracción propia que hace parte del número mixto, obteniendo como cocientes uno en las dos divisiones y como residuos cuatro y cero respectivamente.

Como se puede observar en el SP realizado por el estudiante, él logra convertir una fracción impropia a número mixto, pero el proceso para pasar de número mixto a fracción impropia difiere de las PI(C), podemos concluir que lograr convertir una fracción impropia a número mixto no implica saber convertir un número mixto a fracción impropia, son dos procesos completamente distintos.

De acuerdo a la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de pasar de número mixto a fracción impropia y viceversa, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp (C),** el estudiante "*realiza divisiones sucesivamente*"

Las Pp (C) realizadas por el estudiante, en el momento de convertir una fracción impropia a número mixto coinciden con las PI(C), en este caso podemos hablar de la siguiente equivalencia **S(Op) = S(OI),** pero al realizar el ejercicio en sentido contrario no se dan dichas relaciones, puesto que los pasos a seguir son:

1. Se multiplica la parte entera del número mixto con el denominador de la fracción propia

2. Al resultado obtenido en el paso anterior, se le suma el numerador de la fracción y el resultado obtenido al realizar estas dos operaciones sería el numerador de la fracción impropia a encontrar.

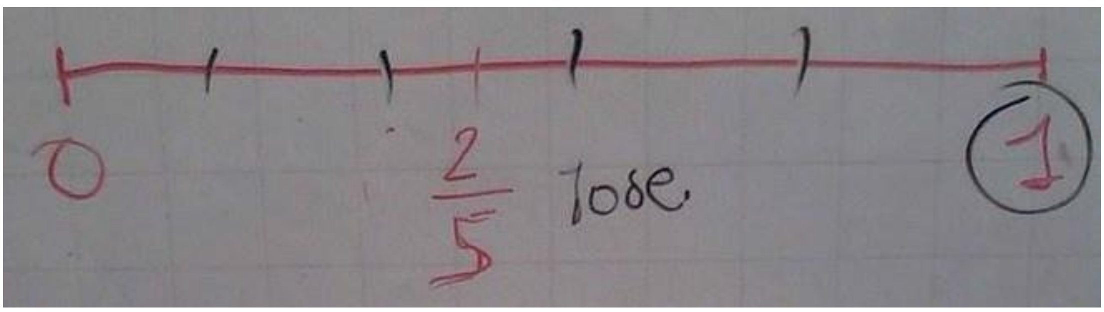
3. Finalmente, el denominador de la fracción impropia sigue siendo el mismo denominador de la fracción propia.

3.3.3. Análisis de registros y discusión de resultados en TM3

I(4) ¿Qué clase de fracción representa $\frac{2}{5}$?

¿Cómo representarían la fracción $\frac{2}{5}$, en la recta numérica?

El estudiante afirma que la fracción $\frac{2}{5}$, es una fracción propia, y respecto a la segunda pregunta el estudiante representa la fracción en la recta numérica dela siguiente manera:



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Para la representación de la fracción $\frac{2}{5}$, el estudiante traza una recta numérica y marca el segmento de cero a uno, luego lo divide en cinco partes iguales como lo indica el denominador de la fracción y finalmente ubica la fracción $\frac{2}{5}$ entre la segunda y tercera división, justo en la mitad y lo justifica de la siguiente manera:

"*Porque la mitad de cinco serían dos y un poco más, entonces ahí estaría ubicada en la recta numérica* $\frac{2}{5}$"

Lo que se puede observar de partir del sistema de prácticas del estudiante es que si tiene en cuenta lo que indica el denominador de una fracción, pero en el momento de tomar el número de partes que indica el numerador no lo hace correctamente, claramente el estudiante representa en la recta numérica la mitad de cinco.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*traza un segmento de recta y lo divide en el número de partes que indica el denominador de la fracción y luego marca la mitad del segmento*"

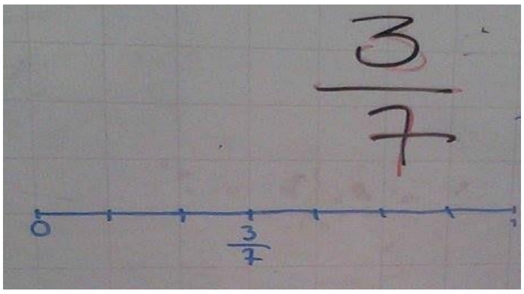
A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** no coincide con el significado del objeto institucional **S(OI)** que consiste en:

Paso a paso cómo representar fracciones sobre la recta numérica:

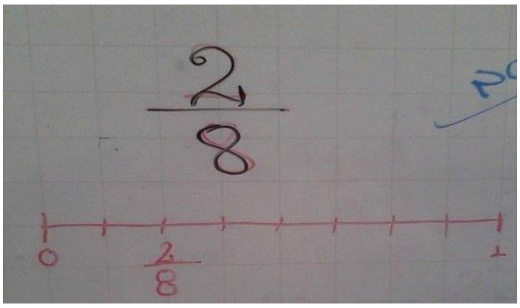
1. Se ubica el número cero en la recta numérica y se localizan los números naturales que se consideren necesarios.
2. Se determina qué clase de fracción es.
3. En caso de ser una fracción unidad o entera, se ubica la fracción sobre el número natural correspondiente
4. Si la fracción es propia, se divide el segmento entre el cero y uno en tantas partes iguales como lo indica el denominador. Luego se cuenta a partir de cero, la cantidad de partes que indica el numerador de la fracción para así marcar el punto. Dicho punto, es la representación de la fracción sobre la recta numérica
5. En caso de ser una fracción impropia se puede expresar como un número mixto. Posteriormente, se ubica el número natural correspondiente a la parte entera y, en la unidad siguiente, se ubica la fracción propia del número mixto de la misma manera que en el caso anterior.

I (5, 6, 7): Representar en la recta numérica las siguientes fracciones:

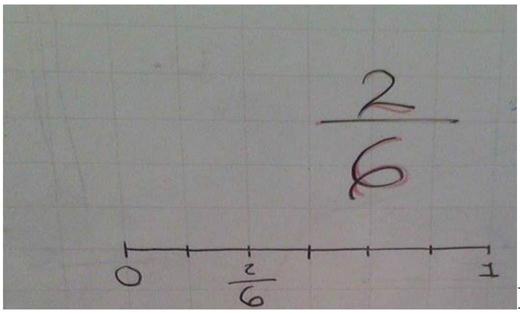
- $\frac{3}{7}, \frac{2}{8}, \frac{2}{6}$



I(5)



I(6)



I(7)

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

El estudiante en cada una de las representaciones de las fracciones sobre la recta numérica, traza un segmento de recta y lo marca entre cero y uno, luego de manera similar en cada uno de los casos divide cada segmento en el número de partes que indica el denominador de cada fracción y luego ubica el numerador de cada fracción en cada segmento.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*toma un segmento de recta lo marca de cero a uno, luego lo divide en el número de partes que indica el denominador de cada fracción y luego ubica el número de partes que le indica el numerador*"

En este sentido podemos decir que del **Pp(C)** emerge un objeto personal **(Op)**, como también existe una relación entre:

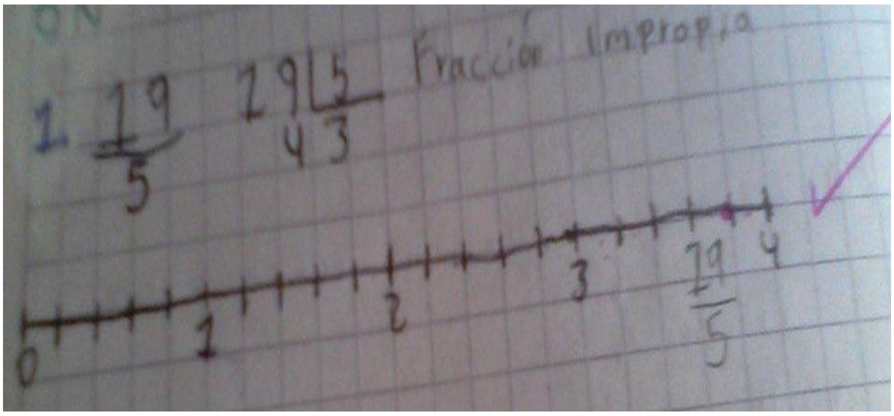
Pp(C) = S(Op)

También podemos afirmar que **S(Op)** coincide con el significado del objeto institucional **S(OI)**

E4 (p1, p3**)**

p1: Representar en la recta numérica la fracción $\frac{19}{5}$.

Se espera que el estudiante reconozca el tipo de fracción dada es decir una fracción impropia, la convierta en número mixto y enseguida la represente sobre la recta numérica.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

El estudiante, realiza una división entre el numerador y el denominador de la fracción, obteniendo un cociente 3 y un residuo 4, luego traza una recta, la cual divide en cuatro partes iguales, luego divide en cinco partes iguales cada uno de los segmentos anteriores, enseguida ubica la fracción $\frac{19}{5}$ entre la división 3 y 4.en la antepenúltima división.

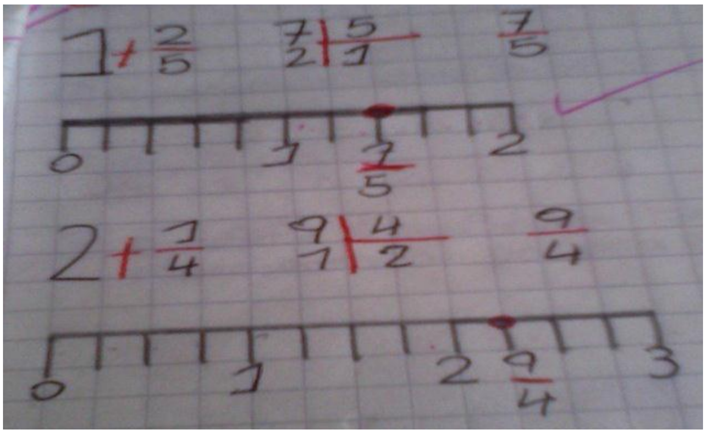
Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*convierte la fracción impropia a número mixto y en seguida lo ubica sobre la recta numérica*"

En este sentido podemos decir que del **Pp(C),** emerge un objeto personal **(Op)**, como también existe una relación entre:

Pp(C) = S (Op)

También podemos afirmar que **S(Pp)** realizadas por el estudiante coinciden con el significado del objeto institucional **S(OI).**

p3: Dados dos números mixtos, los estudiantes debían representar dicho número sobre la recta numérica y pasarlo a fracción impropia.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Tanto en el primer ejercicio como en el segundo el estudiante hace una división entre dos números, omite el proceso que sería el que nos permitirá darnos cuenta de donde obtiene dichos números (fracción impropia), luego traza una recta para el primer punto, la cual enumera de cero a dos y cada uno de los segmentos obtenidos los divide en cinco partes iguales, finalmente ubica la fracción $\frac{7}{5}$ sobre la recta numérica entre la división uno y dos y de las cinco partes en que está divido este segmento toma dos; en el siguiente punto toma una recta numérica la divide en tres segmentos de recta iguales y cada uno lo divide en cuatro partes iguales y ubica la fracción $\frac{9}{4}$ en el tercer segmento de recta, del cual toma una parte de las cuatro divisiones

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "realiza una división entre dos números, luego *pasa a representar la fracción pedida en una recta numérica"*

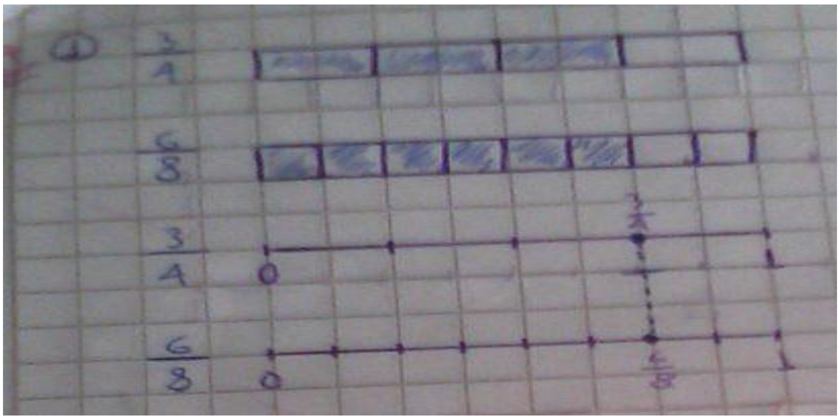
Podemos decir que del conjunto de **Pp(C)** emerge un objeto personal **(Op)**, que coincide con el **(OI)** como también que existe una relación entre: **S(Op)) = S(OI) y las Pp(C)=PI(C).**

3.3.4. Análisis de registros y discusión de resultados en TM4

T3 (p1**)**

p1: Verificar si las siguientes fracciones son equivalentes a través de la representación gráfica de fracciones y la representación de fracciones sobre la recta numérica.

a) $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

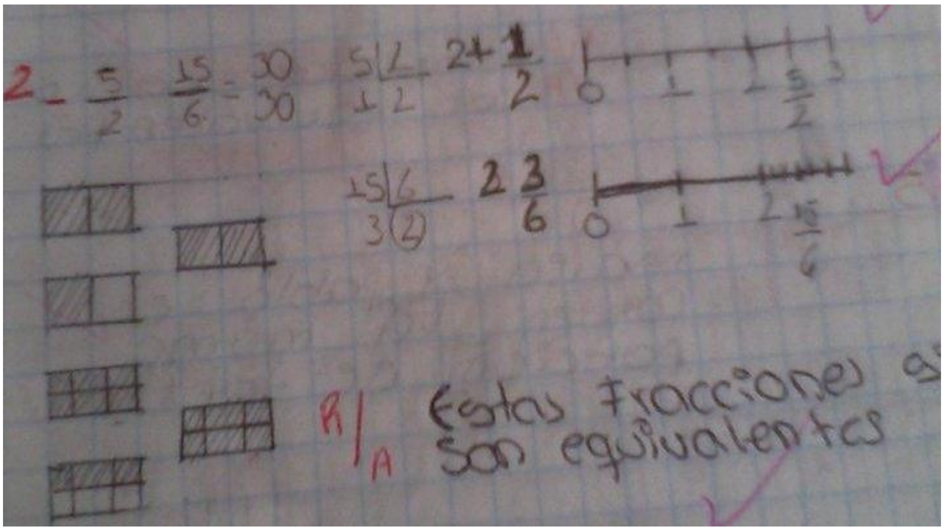
Un estudiante realiza la representación gráfica de las fracciones $\frac{3}{4}$ y $\frac{6}{8}$ en dos rectángulos de la misma dimensión, la primera unidad la divide en 4 partes iguales, de las cuales colorea solo 3 partes, la segunda unidad la divide en 8 partes iguales, de las cuales colorea 6 partes; luego realiza la representación gráfica de cada una de las fracciones sobre la recta numérica, para la fracción $\frac{3}{4}$ traza una recta numérica, sobre la cual ubica el número cero y el número uno en sus extremos, después divide en 4 partes iguales el segmento de cero a uno y ubica la fracción en la tercera división, para la representación de la fracción $\frac{6}{8}$ el estudiante realiza un proceso análogo al anterior a diferencia, de que en este caso el segmento de recta está dividido en 8 partes de las cuales toma 6.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante, en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*realiza las respectivas representaciones gráficas y sobre la recta numérica de las fracciones dadas, teniendo en cuenta tanto lo que nos indica el numerador como el denominador de una fracción*"

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que:

- El significado del objeto personal **S(Op)** coincide con el significado del objeto institucional **S(OI).**
- Pp(C)= S(Op).
- Pp(C)= PI(C)

b) $\frac{5}{2}$ y $\frac{15}{6}$



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante realiza la representación gráfica de las fracciones $\frac{5}{2}$ y $\frac{15}{6}$, luego realiza una división entre el numerador y el denominador de la fracción, obteniendo un número mixto, luego pasa a la representación de las fracciones sobre la recta numérica y finalmente concluye que las fracciones son equivalentes.

Después de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante *"realiza la conversión de fracción impropia a número mixto y luego representa gráficamente y sobre la recta numérica las fracciones dadas*"

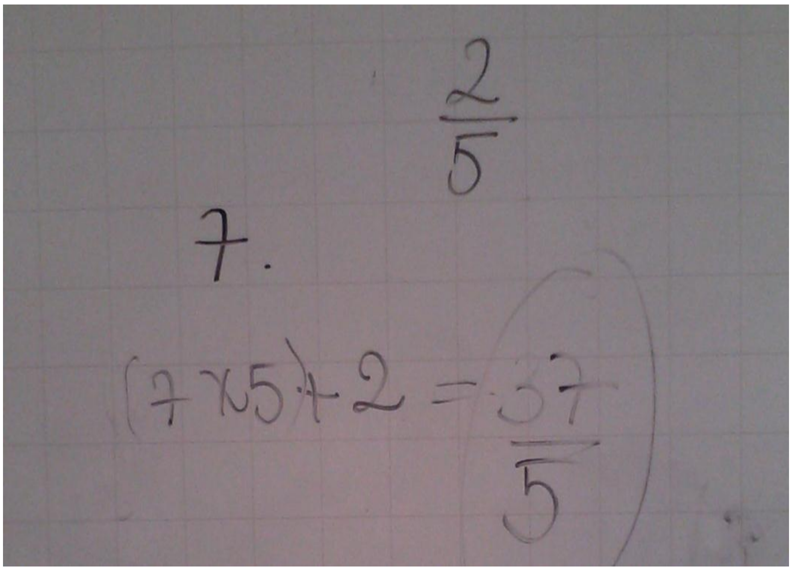
El sistema de prácticas personales **S(Pp)**, realizadas por el estudiante coinciden con las prácticas institucionales (**PI).**

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** no difiere del significado del objeto institucional **S(OI)**, como también de que existe una relación entre:

Pp(C) = S(Op)

I (8): Encontrar una fracción equivalente a la fracción $\frac{2}{5}$

Un estudiante responde que lo que debe hacer es multiplicar la fracción por un número cualquiera de la siguiente manera:



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante multiplica el denominador de la fracción $\frac{2}{5}$ por un número natural (7) y a este resultado le suma el numerador de la fracción (2), finalmente este resultado (37), se convierte en el numerador de la fracción equivalente a $\frac{2}{5}$ que busca el estudiante y deja como denominador el número cinco, concluyendo que la fracción buscada es $\frac{37}{5}$.

En su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante *"realiza una multiplicación de un número natural cualquiera con el denominador de la fracción dada y a este resultado le suma el valor del numerador, conservando como denominador de la fracción el numerador de la fracción dada"*

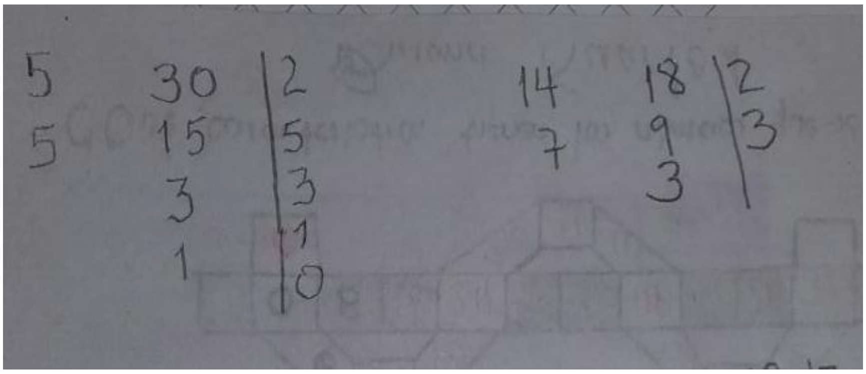
De las **Pp(C)** realizadas por el estudiante emerge un **Op** que no coincide con el **OI**, puesto que la fracción $\frac{2}{5}$ no es equivalente a la fracción $\frac{37}{5}$, es decir que tampoco existe una correspondencia entre las **Pp(C)** y las **PI(C),** ya que la fracción $\frac{2}{5}$ es una fracción propia, que se caracteriza porque representa un número menor que la unidad y la fracción $\frac{37}{5}$ es una fracción impropia, que representa un número mayor que la unidad.

Para encontrar una fracción equivalente, debo multiplicar tanto el numerador como el denominador de la fracción por un mismo número natural.

3.3.5. Análisis de registros y discusión de resultados en TM5

t2 (p1, p2)

p1: Hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los siguientes números:



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Para hallar el mínimo común múltiplo entre los números 5 y 30, el estudiante descompone solo el número 30 en sus factores primos de la siguiente manera: toma el número dos como divisor del número 30, obteniendo como resultado 15, luego descompone el número obtenido teniendo en cuenta que 3 es divisor de 15, obteniendo como resultado 3, y así sucesivamente. Finalmente en la parte derecha donde se van ubicando los factores comunes de los respectivos números a descomponer ubica el número uno y el cero.

Para hallar el mínimo común múltiplo entre los numero 14 y 18, el estudiante toma el número dos como divisor de 14 y 18 descomponiéndose simultáneamente obteniendo como resultado 7 y 9, luego sigue descomponiendo el número 9 en sus factores primos, sin tener en cuenta que el número 7. Finalmente en la parte derecha donde se ubican todos los factores que resultan de la descomposición tenemos los números 2 y 3

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*descompone los números simultáneamente en uno de sus factores primero y luego continúa el proceso solamente con uno de los números, sin realizar al final el producto de los factores comunes"*

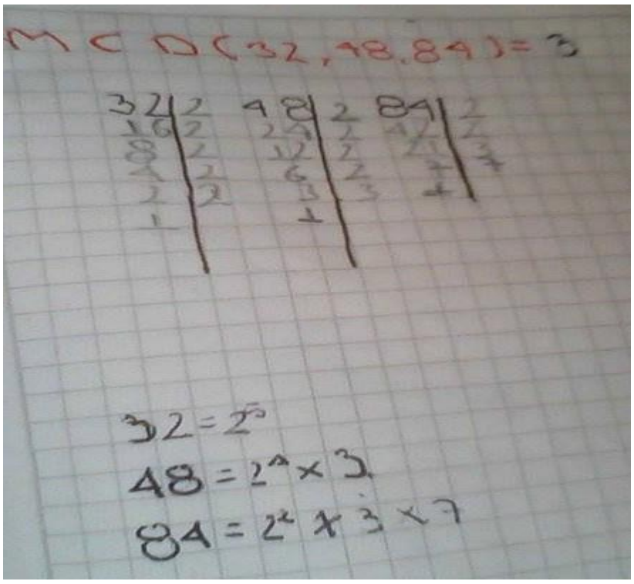
De acuerdo al conjunto de prácticas personales **(Pp)** realizadas por el estudiante podemos observar que no coinciden con las prácticas institucionales **(PI)**, puesto que el método abreviado para hallar el mínimo común múltiplo consiste en:

Para hallar el mínimo común múltiplo entre dos o más números, se pueden descomponer simultáneamente los números en factores primos. En este caso, el mínimo común múltiplo es el producto de todos los factores que resultan en la descomposición.

Como podemos observar en la gráfica anterior, el estudiante no descompone simultáneamente los números en sus factores primos, como tampoco realiza el producto de dichos factores comunes que resultan de la descomposición de los números, también es importante señalar que el estudiante utiliza adecuadamente los criterios de divisibilidad.

De lo anterior, se puede concluir que el significado del objeto personal **S(Op)** que emerge de la **Pp(C)** que realiza el estudiante, no coincide con el significado del objeto institucional **S(OI)**

p2: Hallar el máximo común divisor entre (32, 48,84)



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Lo primero que hace el estudiante, en su intento de resolver el ejercicio es hallar los factores primos de cada número (32, 48,84), obteniendo los siguientes resultados:

- 32= 2^5
- 48= 2^4x 3
- 84= 2^2x 3 x 7

Luego, concluye que el máximo común divisor (m.c.d) entre (32, 48,84) = 3

El conjunto de **Pp(C)** que realiza el estudiante no coincide con las **PI(C)**, pues el proceso que se debería haber llevado a cabo para hallar el máximo común divisor, entre dos o más números es:

Primero, se descompone cada número en factores primos

Segundo, se buscan los factores comunes elevados al menor exponente.

Finalmente, se realiza la multiplicación de estos factores comunes. El producto es el máximo común divisor de los números.

El segundo paso que realiza el estudiante no coincide con el conjunto de **PI(C)**, puesto que el número 3 no es un factor común de los números (32, 48,84), ni tampoco es el factor común elevado al menor exponente. Siguiendo el conjunto de prácticas institucionales se tendría entonces que el m.c.d (32, 48, 84) = 2^2= 2 x 2= 4

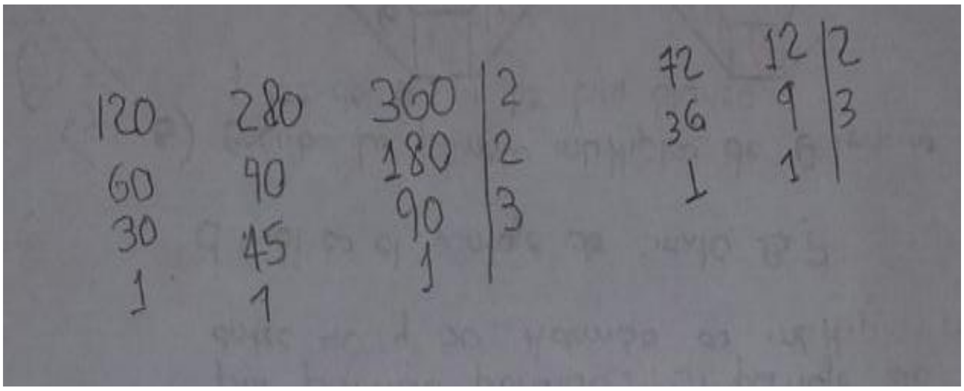
De lo anterior podemos inferir que el **OM**, que emerge del conjunto de **Pp(C)** que realiza el estudiante no coincide con el OI, como también que el **S(Op)** que emerge de dichas prácticas **(Pp(C)=S(Op))** no coincide con el **S(OI)**.

E5 (p3, p4**)**

p3: Hallar el máximo común divisor de los siguientes números:

- 120, 280, 360
- 72 y 18

Se espera que el estudiante utilice los criterios de divisibilidad y como en las clases se trabajaron dos métodos (método abreviado y método de descomposición de cada número por separado) para hallar tanto el mínimo común múltiplo, como el máximo común divisor entre dos o más números, el estudiante opte por trabajar con el método que más se le facilite.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante utiliza el método abreviado para hallar el m.c.d (120, 280, 360), toma el número dos como el divisor común de los números a descomponer obteniendo como resultado 60, 90, 180 respectivamente, luego nuevamente toma el número dos como divisor común entre los números obtenidos anteriormente, obteniendo los números 30, 45, 90 respectivamente y finaliza el proceso tomando el numero 3 como divisor común de los números anteriormente, obteniendo como resultado 1 para los tres números. De manera similar realizan el proceso para hallar el m.c.d (72 y 18)

De acuerdo a la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*descompone los números simultáneamente en uno de sus factores primos, sin realizar al final el producto de los factores comunes*"

El conjunto de las Pp(C) realizadas por el estudiante no coinciden con las prácticas institucionales PI(C), como tampoco el S(Op) que emerge de las Pp(C) coincide con el S(OI), ya que el conjunto de prácticas que se debería haber realizado es el siguiente:

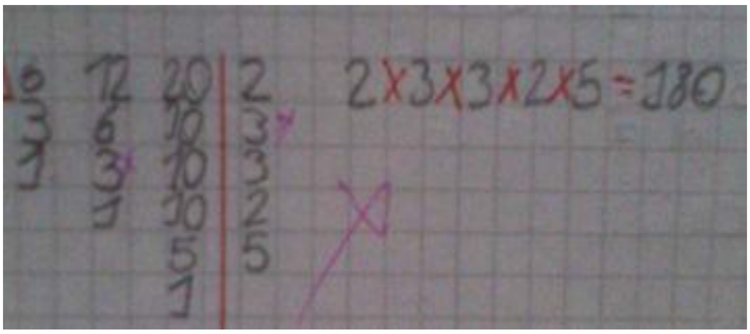
El método abreviado para hallar el máximo común divisor entre dos o más números consiste en descomponer los números de manera simultánea, en factores primos comunes únicamente, luego se calcula el producto de los factores comunes y el resultado obtenido es el máximo común divisor.

p4: Calcular el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

(6, 12, 20)

(18, 45)

(9, 14, 21)



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

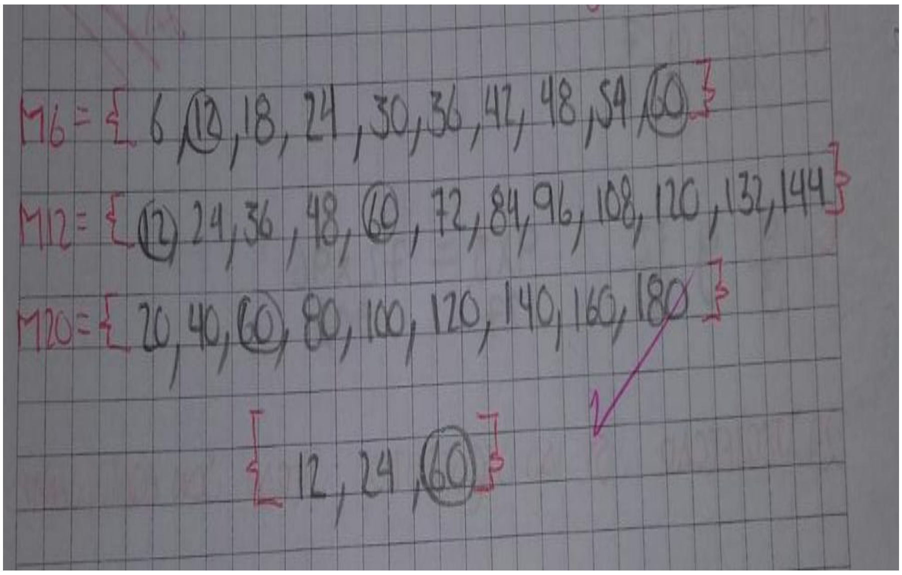
Un estudiante empieza descomponiendo los números 6, 12 y 20 utilizando el método abreviado, tomando el número 2 como divisor común de los tres números anteriores obteniendo como resultado los números 3, 6 y 10 respectivamente, luego toma el numero 3 como divisor común de los número 3 y 6, obteniendo como resultado los números 1 y 3, conservando el número 10, pues el número 3 no es divisor del número 10, luego termina descomponer el número 3, tomando como divisor el número 3 nuevamente, luego termina de descomponer el número 10 en sus factores primos, es decir entre 2 y 5. Finalmente realiza el producto de los factores comunes 2 x 3 x 3 x 2 x 5 = 180

De acuerdo al conjunto de Pp(C) realizadas por el estudiante, podemos observar que identifica los divisores de un número, y el proceso para hallar el mínimo común múltiplo entre dos o más números utilizando el método abreviado. Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*descompone los números simultáneamente en cada uno de sus factores primos, y al final realizar el producto de los factores comunes*"

El conjunto de Pp(C) realizadas por el estudiante coincide con las PI(C) que consisten en descomponer simultáneamente los números en factores primos. En este caso, el mínimo común múltiplo es el producto de todos los factores que resultan en la descomposición.

Del conjunto de Pp(C) emerge un Op, es decir se da la relación Pp(C) = S(Op), pero el S(Op) no coincide con el S(OI), ya que el m.c.m(6,12,20)= 60

Otro estudiante resolvió el ejercicio utilizando el otro método, que consiste en utilizar el conjunto de múltiplos de los números.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante encuentra el conjunto de múltiplos de cada uno de los números, obteniendo para los números 6, 12 y 20 los conjuntos:

{6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60},{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108, 120, 132} y {20, 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180} respectivamente; luego selecciona en un círculo el número 12 del conjunto de múltiplos de los números 6 y 12 y el número 60 en los tres conjuntos. Finalmente forma un conjunto de tres números {12, 24, 60} y encierra en un círculo el número 60 dando como respuesta que:

El m.c.m (6, 12,20)= 60

De acuerdo al sistema de prácticas que realiza el estudiante podemos inferir que dicho estudiante maneja bien el concepto de múltiplo de un número, el cual es de gran utilidad para hallar el mínimo común múltiplo entre dos o más números.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante *"Halla el conjunto de múltiplos de los tres números y luego selecciona los múltiplos comunes entre los números."*

El conjunto de Pp(C) coinciden con el conjunto de PI(C) que consisten en:

Para hallar el mínimo común múltiplo, con los conjuntos de múltiplos, se realiza el siguiente procedimiento:

Primero, se escribe el conjunto de múltiplos de cada número

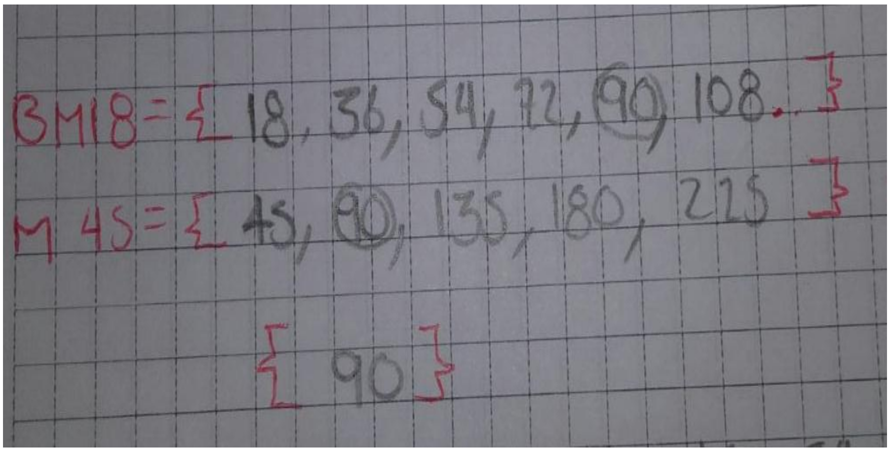
Luego, se buscan los factores comunes de los conjuntos de múltiplos

Finalmente, se busca el menor de los múltiplos comunes diferente de cero.

Del sistema de Pp(C) emerge un objeto personal Op, de tal manera que podemos establecer las siguientes relaciones:

- **Pp(C)= S(Op)**
- **S(Op)= S(OI)**

De manera similar resuelve el siguiente ejercicio:



3.3.6. Análisis de registros y discusión de resultados en TM6.

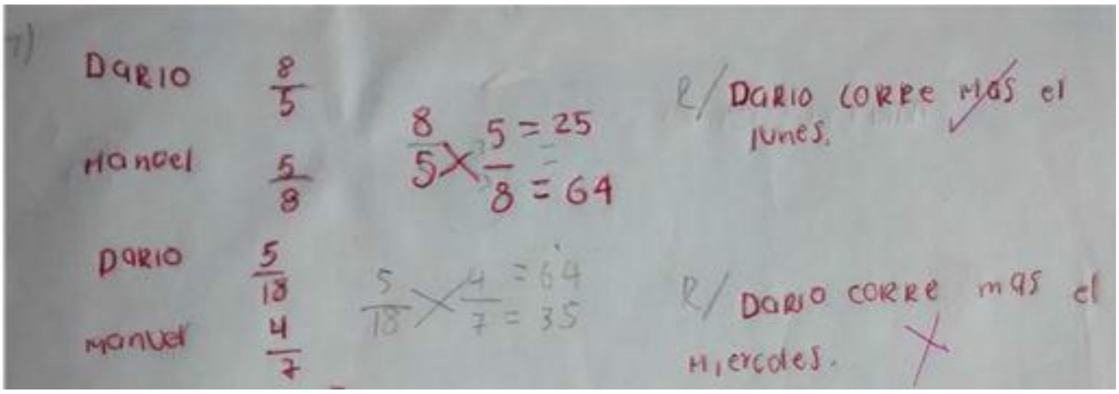
T4 (p1, p2, p4**)**

p1: En la siguiente tabla se representan los kilómetros recorridos por dos atletas durante dos días de entrenamiento.

Atletas	Lunes	Miércoles
Darío	$\frac{8}{5}$	$\frac{5}{18}$
Manuel	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{7}$

Determinar qué atleta recorrió la mayor distancia cada día.

En este punto se espera que el estudiante interprete bien el problema, y complifique las fracciones dos a dos para determinar cuál es mayor, y de esta manera de respuesta al interrogante planteado en la situación problema.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante para resolver la situación problema toma los datos del día lunes, es decir las dos fracciones $\frac{8}{5}, \frac{5}{8}$ y realiza una multiplicación entre el numerador de la primera fracción y el denominador de la segunda fracción obteniendo como resultado 64 y luego entre el denominador de la primera fracción y el numerador de la segunda fracción obteniendo como resultado 25, luego toma los datos del día miércoles, esto es $\frac{5}{18}, \frac{4}{7}$ y realiza un proceso análogo al anterior, obteniendo como producto 64 y 35. Finalmente el estudiante responde que Darío corre más kilómetros tanto el día lunes, como el día miércoles.

La primera respuesta que da el estudiante es correcta, Darío recorre más kilómetros que Manuel el día Lunes, pues la fracción $\frac{8}{5}$ es mayor que la fracción $\frac{5}{8}$, pero en cuanto al conjunto de prácticas personales que realiza el estudiante podemos observar que no justifica su respuesta, ya que realiza un producto entre el numerador de la primera fracción y denominador de la segunda fracción, y luego entre el numerador de la segunda fracción y el denominador de la primera fracción, pero omite hacer el uso de los resultados obtenidos para establecer la comparación de orden entre las fracciones y en consecuencia poder establecer inequívocamente que Darío es el atleta que recorre más kilómetros el día Lunes.

La segunda respuesta que da el estudiante no coincide con las P(I), puesto que Manuel es el que recorre más kilómetros el día Miércoles y además el resultado de la multiplicación (18 x 4 = 72) y no 64 como lo afirma el estudiante. En este caso el estudiante tampoco justifica la respuesta dada, puesto que el procedimiento que realiza es análogo al anterior, es decir realiza dos multiplicaciones la primera el numerador de la primera fracción por denominador de segunda fracción, obteniendo como producto 35 y la segunda el denominador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción, obteniendo como resultado 64.

No podemos afirmar, que el motivo por el cual es estudiante dio una respuesta errónea haya sido resultado de haber realizado la multiplicación 18 x 4 = 64 de manera errónea, puesto que dicho estudiante omite algunos sistemas de prácticas.

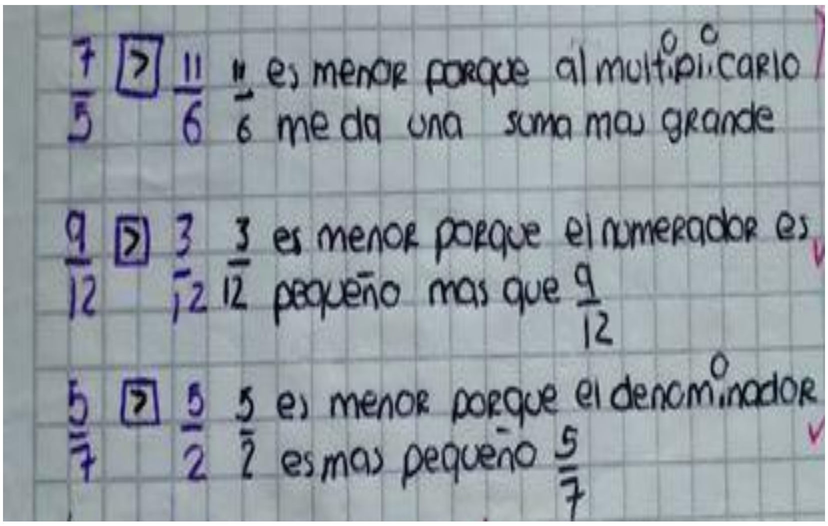
p2: Escribe mayor, menor o igual según corresponda:

- $\frac{7}{5} ? \frac{11}{6}$
- $\frac{9}{12} ? \frac{3}{12}$
- $\frac{5}{7} ? \frac{5}{2}$

Esperaba que los estudiantes tuvieran en cuenta los siguientes casos de **Relación de orden en las fracciones:**

1. Fracciones que tienen el mismo denominador.
2. Fracciones que tienen el mismo numerador.
3. Fracciones que tienen distinto numerador y denominador.

Y de esta manera se le facilitara el ejercicio propuesto.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante responde en los tres literales del ejercicio escribiendo el signo mayor y en cada uno de esos literales justifica su respuesta como se puede apreciar en la imagen anterior.

De acuerdo con el conjunto de prácticas que realiza el estudiante, podemos observar que en el segundo literal el conjunto de prácticas que realiza el estudiante coincide con las PI(C) pues utiliza el siguiente criterio adecuadamente:

Primer caso: (fracciones con igual denominador) dos o más fracciones que tienen igual denominador es menor la fracción que tiene menor numerador.

En el tercer literal el conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no coinciden con las prácticas institucionales, pues la fracción $\frac{5}{7}$ es menor que la fracción $\frac{5}{2}$, el criterio no es igual al anterior pues en este caso estamos comparando fracciones con igual numerador; el criterio que el estudiante debió utilizar es

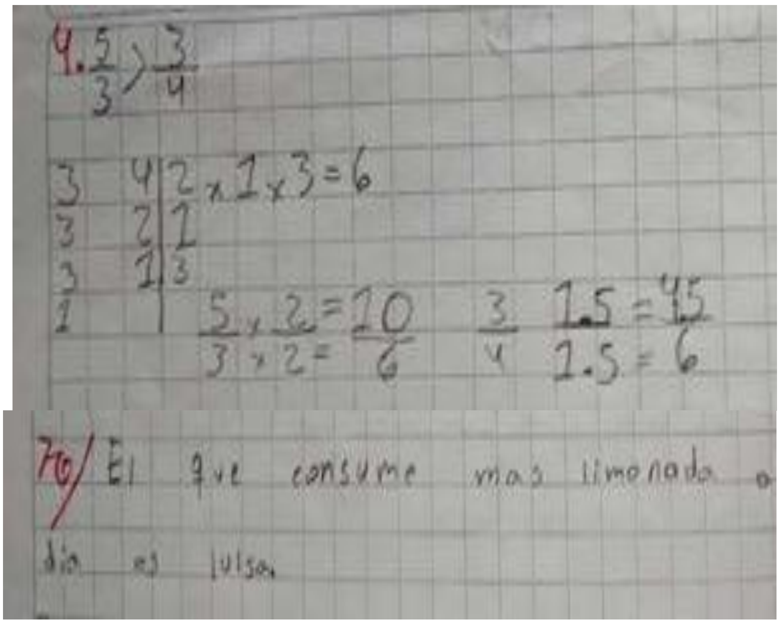
Segundo caso:(fracciones con igual numerador) dos o más fracciones que tienen igual numerador es menor la fracción que tiene mayor denominador.

Tanto en el segundo literal como en el tercer literal el estudiante utiliza el mismo criterio para comparar fracciones con igual numerador y con igual denominador.

En el primer literal el conjunto de prácticas personales que realiza el estudiante no coinciden con las prácticas institucionales, pues en este caso tenemos fracciones con distinto numerador y denominador y el procedimiento a seguir consiste en:

Primero, buscar el mínimo común múltiplo entre los denominadores de las fracciones **Luego,** complicar cada fracción para obtener fracciones con igual denominador (el nuevo denominador de las fracciones debe ser igual al mínimo común múltiplo obtenido en el paso anterior) y a partir de ahí utilizar el primer criterio, que sería el de fracciones con igual denominador.

p4. Problema: Luisa se toma $\frac{5}{3}$ del litro de limonada al día, mientras que Luis su hermano mayor se toma $\frac{3}{4}$ del litro de limonada al día. ¿Quién consume más limonada al día?



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

El estudiante responde que la fracción $\frac{5}{3}$ es mayor que la fracción $\frac{3}{4}$, luego busca justificar su respuesta de la siguiente manera: busca el mínimo común múltiplo entre los denominadores de las fracciones (m.c.m(3,4)), utilizando el método abreviado obteniendo como respuesta que el m.c.m(3,4) = 6, luego complifica cada una de las fracciones, la primera fracción $\frac{5}{3}$ multiplicandola por la fracción unidad $\frac{2}{2}$ y la segunda fracción la multiplica por la expresión $\frac{1.5}{1.5}$, obteniendo como resultados $\frac{10}{6}$ y $\frac{4.5}{6}$ respectivamente. Finalmente responde que el que consume más limonada al día es Luisa.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*halla el mínimo común múltiplo entre los denominadores de las fracciones dadas en la situación problema y luego complifica dichas fracciones con el objetivo de verificar cuál fracción es mayor"*

Es correcto que la fracción $\frac{5}{3}$ es mayor que la fracción $\frac{3}{4}$, como lo afirma el estudiante, pero el conjunto de prácticas personales Pp(C) que realiza el estudiante en su intento de justificar su respuesta no corresponde a las PI(C), puesto que el m.c.m (3,4) = 12 y no 6, aunque la respuesta que da el estudiante es correcta. También es importante mencionar que las prácticas personales que realiza el estudiante al complificar la fracción $\frac{5}{3}$ para obtener una fracción equivalente coinciden con las PI(C), es decir que las Pp(C) coinciden con las PI(C) y se establece la siguiente relación: **S(Op)=S(OI)**, pero cuando complifica la fracción $\frac{3}{4}$ y la multiplica por la expresion: $\frac{1.5}{1.5}$ las Pp no corresponden con las PI, pues $\frac{1.5}{1.5}$ no es una fracción, ya que una fracción es una expresión numérica que se utiliza para representar las partes iguales, en las que se puede dividir una unidad y se denota de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números naturales y b distinto de cero.

De lo anterior podemos concluir que el estudiante puede dar una respuesta acertada a un problema planteado, pero esto no implica que el sistema de prácticas prototípicas que realice el estudiante para justificar su respuesta, coincida con las prácticas institucionales.

3.3.7. Análisis de registros y discusión de resultados en TM7

T5 (p1, p2)

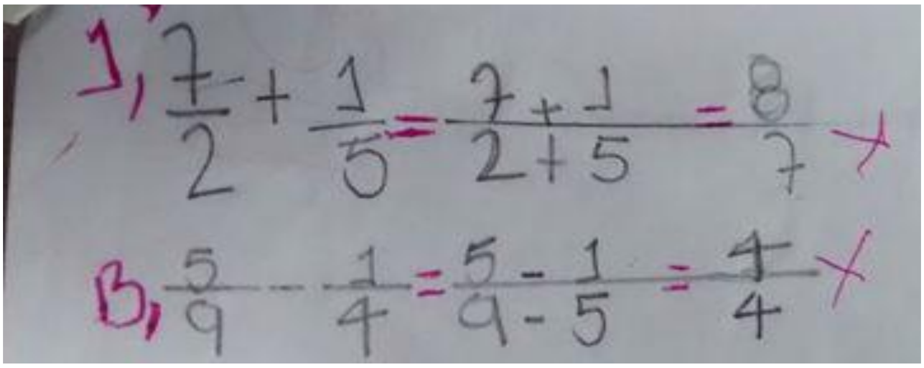
p1: Resuelve las siguientes operaciones:

a) $\frac{7}{2} + \frac{1}{5}$

b) $\frac{5}{9} - \frac{1}{4}$

c) $\frac{3}{5} + \frac{4}{12} + 6\ \frac{2}{3}$

El taller contiene puntos de suma y resta de fracciones heterogéneas, en los anteriores ejercicios se esperaba que el estudiante recordará y utilizará los conceptos vistos en clases anteriores, entre ellos como hallar el mínimo común múltiplo entre dos o más números, como pasar de un número mixto a fracción impropia y también el proceso de complicación y simplificación de fracciones, utilizando los criterios de divisibilidad.



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

En el punto a) un estudiante suma el numerador de la primera facción más el numerador de la segunda fracción, obteniendo como resultado 8 y luego suma denominador de la primera fracción más el denominador de la segunda fracción, obteniendo como resultado 7. En el punto b) lo hace de manera análoga sólo que lo que cambia en este caso es la operación suma por la operación resta, obteniendo como resultado final la fracción $\frac{4}{4}$.

En el punto **a)** y **b)** tenemos suma y resta de fracciones heterogéneas, y en ambos casos se puede inferir a partir del conjunto de **Pp(C)** del estudiante**,** que en su intento de resolver dichas operaciones: "*opera numerador con numerador y denominador con denominador, de acuerdo a la operación correspondiente (suma en el primer literal y resta en el segundo literal)"*

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante tanto en el punto a) y b) no coinciden con las

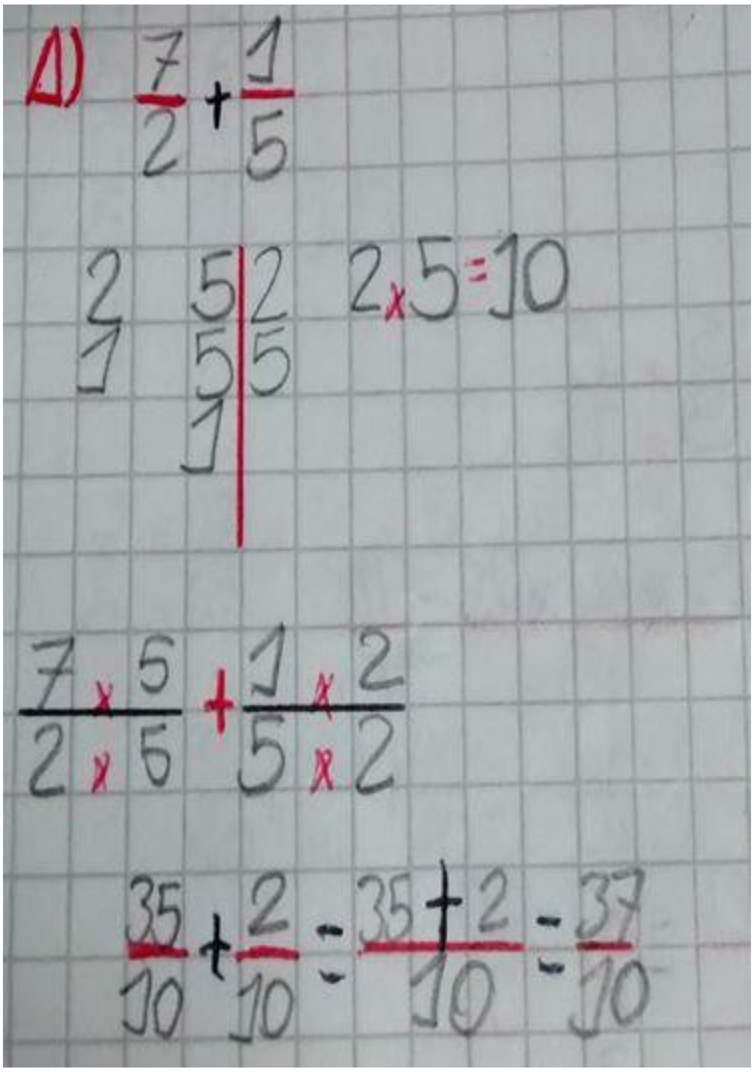
PI(C), es decir emerge un Op el cual no coincide con el Objeto matemático enseñado; en este caso no podemos hablar de una relación entre el S(Op) y el S(OI), puesto que el procedimiento a seguir según las prácticas institucionales debió ser:

Suma y resta de fracciones heterogéneas:

Para sumar y restar fracciones heterogéneas procedemos de la siguiente manera:

1. Se calcula el m.c.m. de los denominadores de las fracciones heterogéneas.
2. Se complifica cada una de las fracciones de tal manera que queden con el denominador que se encontró en el paso anterior (mcm).
3. Ya tenemos todas las fracciones con el mismo denominador, es decir fracciones homogéneas sumamos los numeradores y dejamos el mismo denominador (suma de fracciones homogéneas).
4. Se simplifica el resultado obtenido, si es posible.

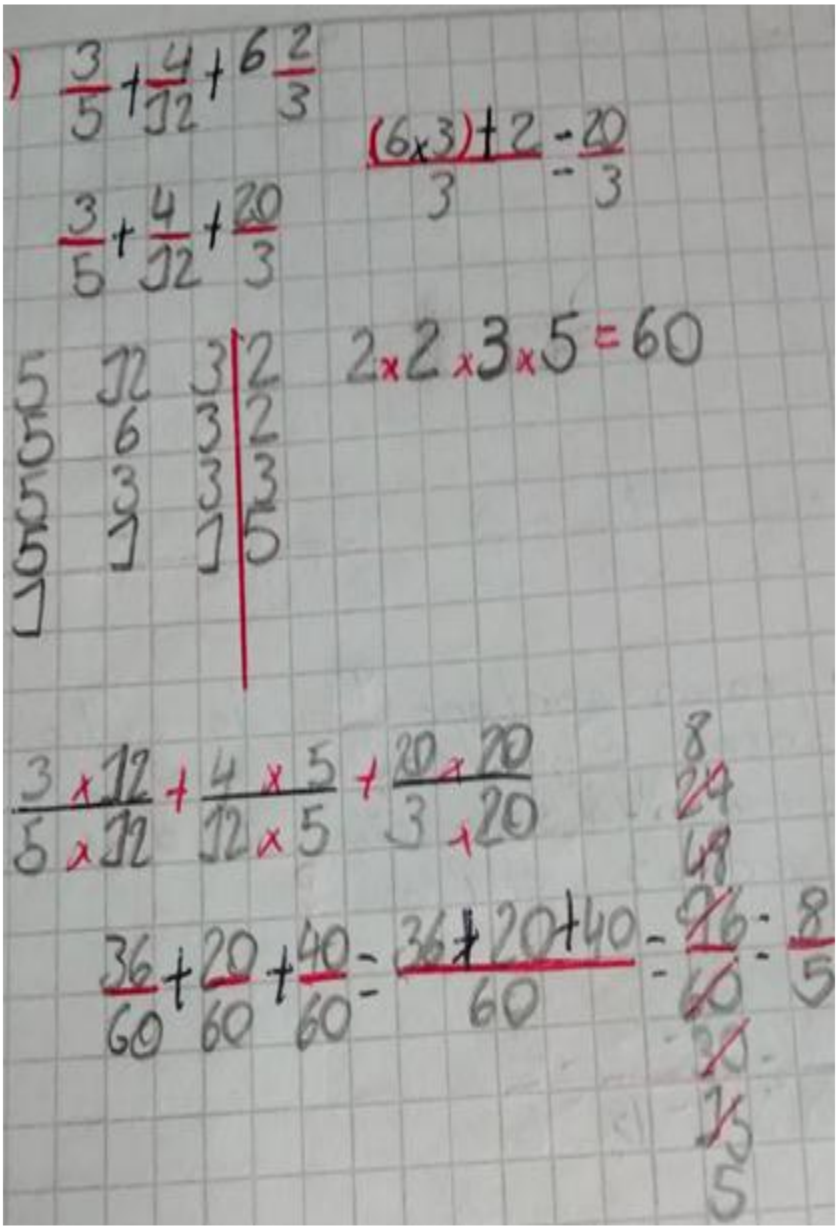
Uno de los estudiantes realiza el ejercicio del punto a) siguiendo paso a paso el procedimiento de la siguiente manera:



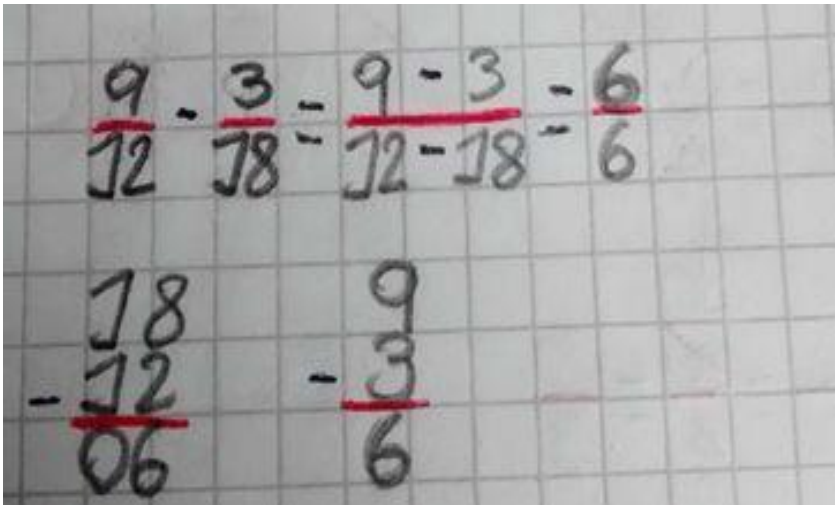
De acuerdo al conjunto de prácticas que realiza el estudiante como se puede observar en la gráfica anterior podemos afirmar que las Pp(C) que realiza el estudiante coinciden con las PI(C), como también podemos hablar de una relación entre:

- Pp(C)= S(Op).
- S(Op)=S(OI).

De igual manera podemos verificar lo anteriormente dicho en el siguiente punto, a diferencia que en este ejercicio nos encontramos con un número mixto, el cual el estudiante lo convierte en fracción impropia, y de esta manera realizar el mismo procedimiento para sumar fracciones heterogéneas, como se puede observar a continuación:



p2. Problema: Un frasco contiene $\frac{9}{12}$ gr de sodio. Si se usaron $\frac{3}{18}$gr de sodio para producir una solución salina, ¿Cuánto sodio quedó en el frasco?



Se esperaba que el estudiante al leer el problema planteado, identificara qué operación debía realizar para responder a la pregunta.

Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

El estudiante realiza una resta entre fracciones heterogéneas $\frac{9}{12}$ y $\frac{3}{18}$, restando el numerador de la primera fracción menos el numerador de la segunda fracción y de igual manera resta el denominador de la primera fracción menos el denominador de la segunda fracción, obteniendo como resultado la fracción $\frac{6}{6}$.

De acuerdo al conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante podemos ver en la gráfica anterior que cuando el estudiante resta el denominador de la primera fracción menos el denominador de la segunda fracción se encuentra con la siguiente:

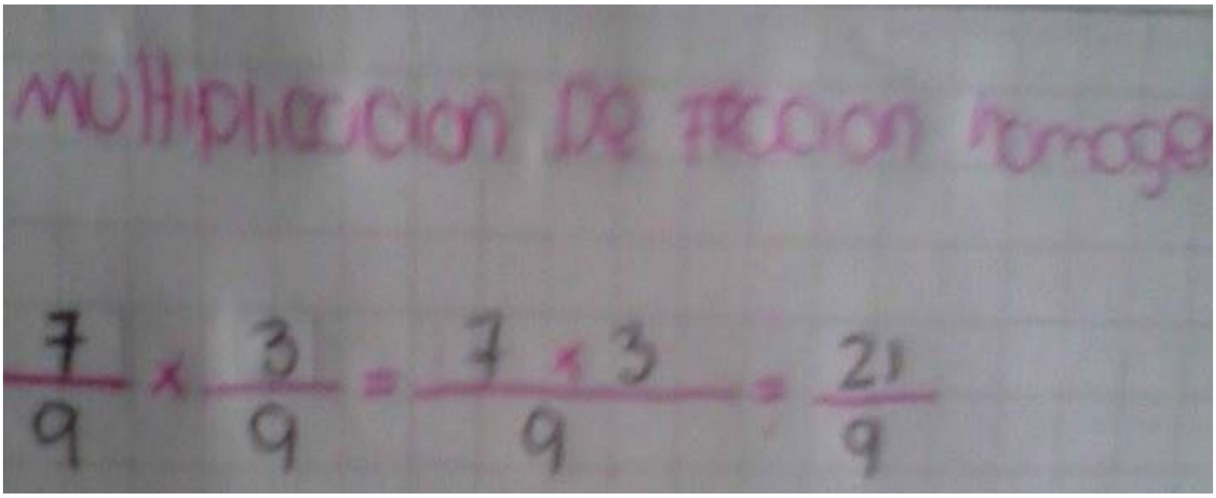
Debe restar (12 – 18), pero esta operación en los números naturales no se puede realizar, pero el estudiante omite este resultado y resta 18 – 12, es decir no ve inconveniente en cambiar de orden los números naturales 12 y 18 para poder operar de la siguiente manera:

18 – 12 = 6.

Claramente podemos afirmar que el conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no corresponde a las PI(C), descritas en el punto 1) de este taller. Es decir que el S(Op) que emerge de las Pp(C) no corresponde al S(OI)

3.3.8. Análisis de registros y discusión de resultados en TM8

I (9)



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante al realizar la operación que se le pide, en este caso una multiplicación de fracciones clasifica dichas fracciones como fracciones homogéneas y opera de la siguiente manera: multiplica el numerador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción y conserva el denominador de las fracciones homogéneas $\frac{7}{9}$ y $\frac{3}{9}$.

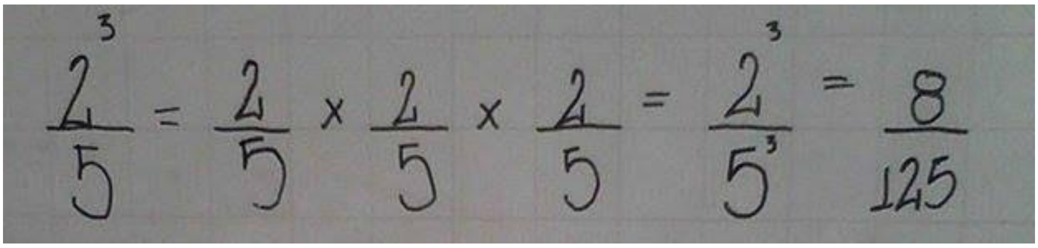
El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no coinciden con las PI(C) y el objeto personal Op que emerge de dichas prácticas no corresponde al objeto matemático OM enseñado, es decir que no podemos establecer una relación entre el S(Op) = S(OI). En el sistema de Pp(C) que realiza el estudiante se puede observar que lo que trata de hacer es seguir el mismo sistema de PI(C) que se llevan a cabo para realizar la suma de fracciones homogéneas, cuando el conjunto de prácticas institucionales consiste en:

Para multiplicar dos o más fracciones, se halla el producto de los numeradores y el producto de los denominadores y luego, se simplifica el resultado obtenido si es posible independientemente si las fracciones son homogéneas o heterogéneas.

Verificar si la siguiente igual se cumple:

- $\frac{2^3}{5} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$

$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \text{ x } \frac{2}{5} \text{ x } \frac{2}{5} = \frac{2^3}{5^3} = \frac{8}{125}$



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante responde que dicha igualdad se cumple y lo justifica como lo podemos observar en la imagen anterior, en donde el estudiante multiplica tres veces la fracción $\frac{2}{5}$, es decir el número de veces que indica el exponente del numerador de dicha fracción.

De acuerdo al conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante podemos decir que dicho estudiante no tiene en cuenta la importancia de los paréntesis, ya que al omitirlos el exponente en este caso 3 afecta exclusivamente al numerador de la fracción $\frac{2}{5}$ y no a toda la fracción como se puede apreciar a continuación:

$\frac{2^3}{5} = \frac{2x2x2}{5} = \frac{8}{5}$, ya que solamente el numerador está afectado por el exponente, por tanto para indicar la potenciación de un número fraccionario se debe escribirlo entre paréntesis. Finalmente se concluye que $\frac{2^3}{5} \neq \left(\frac{2}{5}\right)^3$

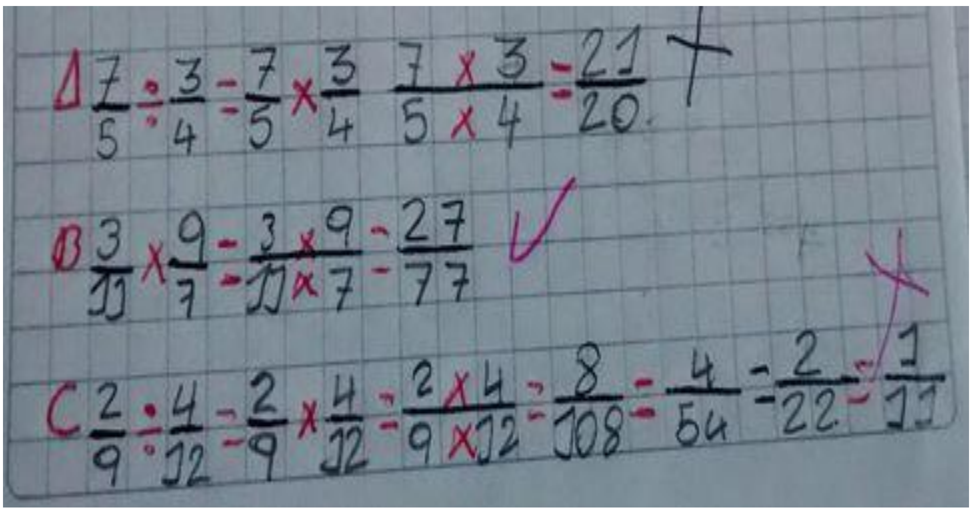
E7 (p1, p2, p3**)**

1. **Resolver las siguientes operaciones:**

   a) $\frac{7}{5} \div \frac{3}{4}$

   b) $\frac{3}{11}$ x $\frac{9}{7}$

   c) $\frac{2}{9} \div \frac{4}{12}$



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

En el literal **a)** el estudiante cambia el signo de división por el signo de multiplicación, luego multiplica numerador con numerador y denominador con denominador, obteniendo como resultado la fracción $\frac{21}{20}$; en el punto **c)** hace un proceso análogo al anterior, obteniendo como resultado final la fracción $\frac{8}{108}$, la cual simplifica hasta llegar a la fracción irreducible $\frac{1}{11}$. En el punto **b)** tenemos una multiplicación y el estudiante la resuelve multiplicando numerador con numerador y denominador con denominador.

De acuerdo a la manera como el estudiante resuelve las operaciones planteadas podemos observar que realiza el mismo sistema de prácticas personales tanto para la multiplicación como para la división de fracciones; este conjunto de Pp(C) no corresponden a PI(C), pues para dividir fracciones, se debe tener en cuenta el concepto multiplicativo de una fracción, que consiste en:

Inverso Multiplicativo

El inverso multiplicativo de una fracción, también conocido como recíproco, es la fracción que tiene por numerador el denominador de la primera fracción y por denominador, su numerador. Así:

Si m, n $\in$N, con m y n distintos de cero, entonces el inverso multiplicativo de $\frac{m}{n}$ es $\frac{n}{m}$

Cuando el estudiante resuelve la respectiva multiplicación del punto **b)**, podemos hablar de una relación de las PI con las Pp que realiza el estudiante, pues el Op que emerge de dichas Pp corresponde al OM enseñado y el S(Op) corresponde al S(OI).

p2. Usar las propiedades de la potenciación para hallar el resultado de las siguientes expresiones:

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 x \left(\frac{4}{3}\right)^3 =$

b) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^2 =$

c) $\left(\frac{5}{3}\right)^{5} \div \left(\frac{5}{3}\right)^{3} =$

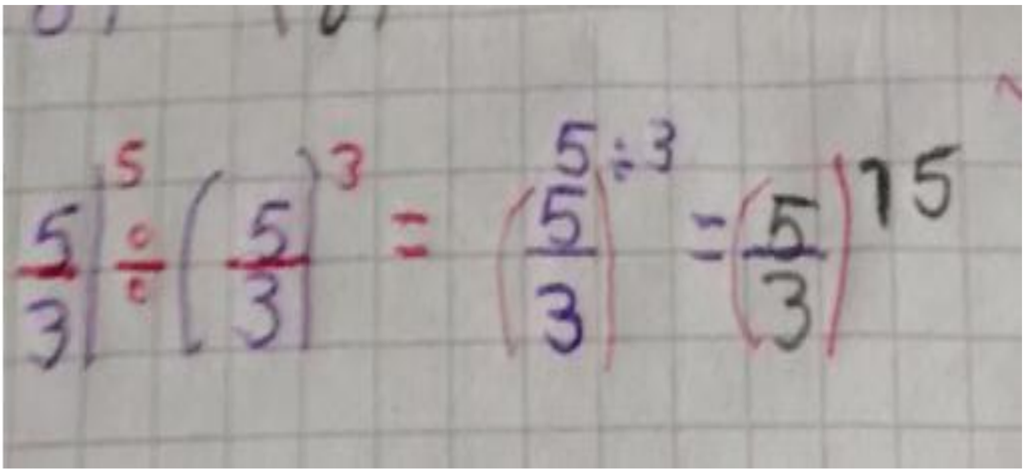
Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

En el Punto **a)** tenemos un **Producto de Potencias de igual base** (número fraccionario). Un estudiante conserva la base que es en este caso es la fracción $\frac{4}{3}$ y luego multiplica los exponentes de las bases, es decir 2x3=6 y eleva el numerador de la fracción a 6.

En el punto **b)** tenemos una **Potencia de una Potencia.** Un estudiante conserva la base $\frac{2}{3}$, multiplica los exponentes 2 x 3 = 6 y eleva solamente el numerador de la fracción al resultado obtenido de dicho producto.

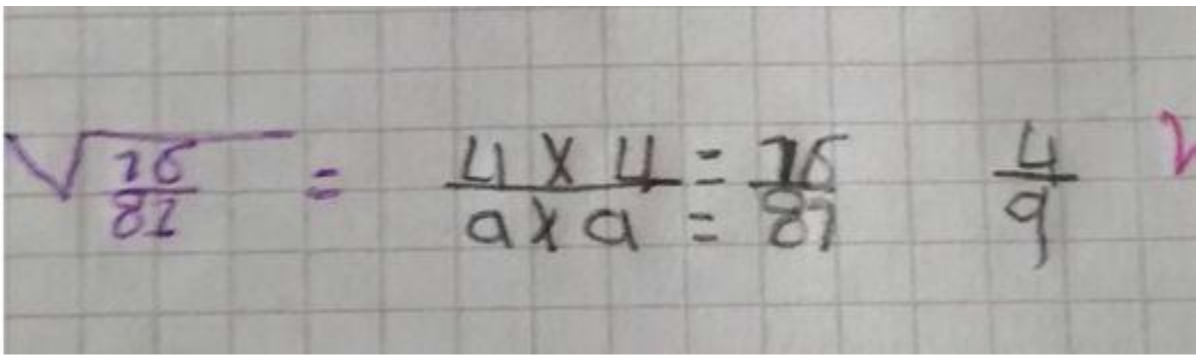
El conjunto de Pp(C) no coinciden con las PI(C), pues cuando tenemos un producto de potencias de igual base, se debe conservar la base y luego sumar los exponentes de cada una de las bases y dicho resultado se aplica tanto al numerador de la fracción como al denominador; y en cuando al literal b) podemos afirmar lo mismo que las Pp(C) difieren de las PI(C), ya que cuando tenemos una potencia de una potencia, los exponentes de dicha base se multiplican y el producto de ellos se aplica tanto al numerador como al denominador de la fracción, es decir es esencial el uso de los paréntesis en ambos casos para que el resultado no se vea afectado.

En el punto **c)** tenemos un **Cociente de potencias de igual base.**



Un estudiante conserva la base y divide los exponentes de las bases, obteniendo como resultado 15. En este caso el conjunto de Pp, difiere del conjunto de PI.

p3: Resolver

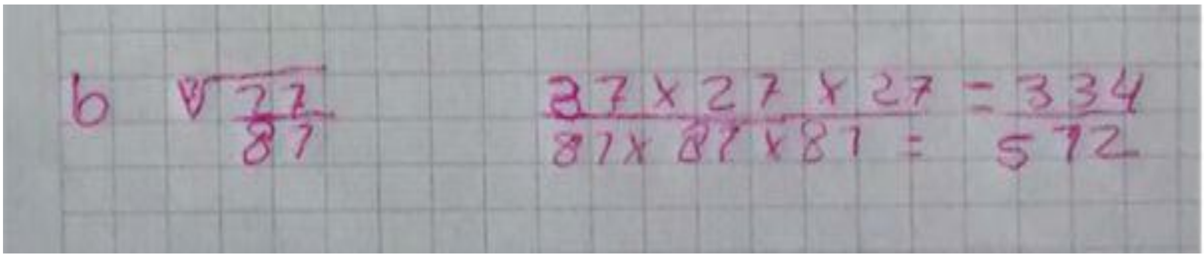


Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

Un estudiante en busca de resolver el ejercicio multiplica el número 4 dos veces obteniendo como resultado 16, el cual hace parte del numerador de la fracción a encontrar, luego multiplica dos veces el número 9, obteniendo como producto el número 81, el cual pasa a ser el denominador de la fracción buscada, es decir la respuesta que da el estudiante es $\frac{4}{9}$.

Las Pp(C) que realiza el estudiante corresponden a las PI(C), y el Op que emerge de ese sistema de prácticas corresponde al OM enseñado, en este caso podemos señalar la siguiente correspondencia:

S(Op) = S(OI)



Descripción del conjunto de prácticas personales realizadas por el estudiante

El estudiante multiplica tres veces el número 27, que corresponde al numerador de la fracción $\frac{27}{81}$ y multiplica el mismo número de veces el denominador de la fracción anterior, obteniendo como resultado la fracción $\frac{334}{512}$.

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no corresponde al conjunto de PI(C), puesto que:

La radicación es la operación inversa a la potenciación. y consiste en que dados dos números, llamados radicando e índice, hallar un tercero, llamado raíz, tal que, elevado al índice, sea igual al radicando.

Una vez finalizado el análisis de cada uno de los registros obtenidos durante la docencia directa, utilizando como marco conceptual el enfoque ontosemiótico de investigación en didáctica de la matemática **(EOS)**, de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero.se hace una reflexión de lo que fue la práctica pedagógica en general en la IE Los Comuneros, es decir pasamos al último capítulo denominado conclusiones y recomendaciones, en donde se destacan los hechos más importantes y significativos durante el desarrollo de la docencia directa.

Conclusiones y Recomendaciones.

Del trabajo desarrollado como docente, en la Institución Educativa Los Comuneros de Popayán, el cual se tomó como guía para la elaboración de documento de sistematización, descrito anteriormente y titulado **sistemas de prácticas en el proceso de aprendizaje del concepto de fracción de estudiantes de sexto grado de la institución educativa los comuneros de Popayán**, considero que algunos de los aspectos más importantes a mencionar relacionados tanto con práctica docente directa en el aula y con la reflexión de dicha práctica docente, están relacionados con los siguientes aspectos a considerar:

Si bien es cierto, la matemática se ha catalogado como una ciencia deductiva que se dedica al estudio de las propiedades de los entes abstractos y de sus relaciones, la cual está inmersa en nuestra vida cotidiana de manera explícita e implícita, es una de las áreas del conocimiento que para mucho estudiantes presenta gran dificultad en el momento de desarrollar algunos de sus contenidos específicos, frente a esta problemática común de tipo social; el papel de docente como mediador del proceso de enseñanza-aprendizaje (o mediador del proceso de adquisición de conocimiento o desarrollo del pensamiento matemático, entendido como la capacidad de argumentación, que tiene cualquier individuo, basada en conocimiento matemáticos), es de suma importancia, puesto que nosotros como futuros docentes debemos tener claro lo que es un proceso de enseñanza, enseñar matemáticas y saber matemáticas.

La experiencia vivida durante el proceso intervención como docente en la IE Los Comuneros, me permitió poner en práctica algunos de los conocimientos adquiridos durante mi proceso de formación, como también, construir y fortalecer lo mencionado en el párrafo anterior en cuanto al rol que debemos asumir como docentes, que no es tarea fácil, puesto que cuando se inicia dicha labor, en mi caso, la primera labor fue la práctica pedagógica descrita en los capítulos anteriores de la sistematización, debemos enfrentarnos a situaciones nuevas como, por ejemplo no es lo mismo enseñar a uno o dos estudiantes, que a un grupo de 33 estudiantes, ya que se debe tener en cuenta el comportamiento de cada uno de ellos en el aula de clase, entre otros elementos, también se debe seleccionar un modelo pedagógico con el cual trabajar y diseñar un proceso de enseñanza a priori, entendido como una serie de actividades que se deben organizar de tal manera que permitan crear condiciones de aprendizaje para los estudiantes.

Otro aspecto enriquecedor y significativo a mencionar, que surgió durante la docencia directa realizada en la IE Los Comuneros, en cuanto a la unidad temática seleccionada correspondiente a la tercera unidad del PEMat, llamada Números Fraccionarios y Operaciones entre Fracciones, está relacionado con enseñar matemáticas y saber matemáticas, dos conceptos que considero a partir de la experiencia vivida, no están relacionados entre sí, puesto que el hecho de saber matemáticas (adjetivo), no implica directamente saber enseñar matemáticas, puesto que cuando hablamos de enseñar, debemos tener una intencionalidad (que el estudiante se apropie de un conocimiento), es decir poner en funcionamiento el sistema didáctico (tríada didáctica), entendida como un modelo teórico, que trata de explicar la relación entre los actores del aula que son: profesor, estudiante y saber.

En cuanto al modelo pedagógico seleccionado, que fue el modelo tradicional, conocido también como el paradigma del ejercicio, puedo concluir que dicho modelo o paradigma aunque tenga muchas críticas por cómo está estructurado (definición, ejemplo, ejercicio), tiene sus ventajas, ya que me permite innovar y modelar, pues cuando opté por trabajar con este modelo seguí de cierta manera su estructura, pero en el desarrollo de las diferentes actividades creadas a priori, trate en lo posible de cumplir la intencionalidad del proceso de enseñanza, es decir lograr que los estudiantes aprendieran, aunque claramente para mi enseñar no implica aprender y cuando me refiero a aprender es cuando el estudiante construye el significado de algo y lo asocia a una representación, pero no hay nada que me garantice que todos los estudiantes aprenden, ya que unos estudiantes logran desarrollar un mejor pensamiento matemático que otros y se les facilita más las cosas y no todos los estudiantes aprenden al mismo ritmo o de la igual forma.

En cada una de las clase, traté que los estudiantes se interesaran por los temas de la unidad temática que se estaba desarrollando; pude observar una gran participación por parte de cada uno de ellos, en salidas al tablero, respuestas a preguntas que hacía durante la clase, esto con el fin de innovar el modelo tradicional, es decir no solamente que fuera el profesor el centro de atención, sino también los estudiantes, es decir tener en cuenta las opiniones de algunos de ellos, y en el transcurso del desarrollo de estas actividades los estudiantes fueron perdiendo el miedo de preguntar respecto a dudas u opinar; de acuerdo a lo mencionado anteriormente, puedo inferir que la comunicación con los estudiantes fue muy amena.

Pasando a hablar un poco de la reflexión de lo que fue la docencia directa, que se realizó con base al marco teórico del EOS de la didáctica de las matemáticas, a partir del cual se hizo el análisis de los registros obtenidos durante la docencia directa, que me permitió efectivamente establecer relaciones y reconocimiento de significados institucionales, personales, sistemas de prácticas, prácticas personales, entre otros mencionados en el documento con más detalle, fue lo que me facilitó responder a la pregunta acerca de: *¿Cómo los estudiantes a través de un sistema de prácticas y representaciones de la noción* *matemática de fracción, logran darle significado y se apropian de las características del objeto matemático que de allí emerge*?, que fue mi objeto de estudio durante la práctica pedagógica. A partir del análisis de los registros y la reflexión de los sistema de prácticas de los estudiantes, pude identificar que con los contenidos de la unidad temática, en los cuales los estudiantes presentaron mayor dificultad fue en la representación gráfica y en la recta numérica de los diferentes tipos de fracciones y en las operaciones suma y resta de fracciones heterogéneas. En cuanto a la representación gráfica y en la recta numérica de fracciones una de las dificultades, que se evidenció en el sistema de prácticas realizadas por los estudiantes, fue en el momento de identificar los elementos de una fracción, es decir el numerador y denominador, ya que confundían estos dos elementos y en cuanto a las operaciones con fracciones, una de las dificultades evidenciadas fue el uso no apropiado del concepto de mínimo común múltiplo entre dos o más números y el uso de los criterios de irreducibilidad, como herramienta matemática para operar con fracciones heterogéneas.

El conjunto de prácticas prototípicas realizadas por los estudiantes, de las cuales emergía un objeto personal y el significado de dicho objeto, me permitieron establecer una relación de correspondencia entre las prácticas prototípicas e institucionales y a partir de dicha correspondencia proceder a la asignación numérica, conocida como calificación de la actividad, según el sistema de evaluación institucional.

La serie de actividades propuestas, en cada una de las clases que traté de llevar a cabo en gran parte en el aula, con el fin de crear condiciones de aprendizaje, también tenían como propósito poner al estudiante en situación, para que emergieran los errores en el proceso de aprendizaje y luego analizarlos, es decir realizar inferencias plausibles (algo que se puede explicar, mediante lo que se observa).

De acuerdo a lo sucedido en la práctica pedagógica, es ameno mencionar que la experiencia en la IE Los Comuneros fue grata y enriquecedora, en cuanto a: que al ser mi primera intervención como docente en una Institución como tal, me encontré con ciertas dificultades, miedos que en el recorrido, o paso por el aula de clase con más frecuencia fueron disminuyendo, hasta llegar a tener confianza plena y absoluta de lo que se estaba haciendo y de esta manera llevar a cabo un trabajo agradable y lograr establecer una buena relación de comunicación con los estudiantes, pues en el transcursos de las clases, aprendes a conocer cada vez más acerca del comportamiento de cada uno de ellos , lo que te facilita mantener un ambiente agradable de trabajo.

Bibliografía.

- Medina, L. (2006-2007).Bienvenidos al maravilloso mundo de las matemáticas. Recuperado de http://numerracionales.wikispaces.com/SIMPLIFICACI%C3%93N+Y+COMPLIFICACI%C3%93N+DE+FRACCIONES
- Torres de Torres, GM. (2013). Educación y TIC. Recuperado de https://gingermariatorres.wordpress.com/bienvenidos-y-quien-soy/
- PEC, Plan de Estudios de Matemáticas Los Comuneros.
- Definiciones de http://definicion.de/practica-docente/#ixzz40kQwXokG
- GODINO Juan D y Otros. Fundamentos de la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas Para Maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada. 18071 Granada. [En línea]. Disponible en: http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/