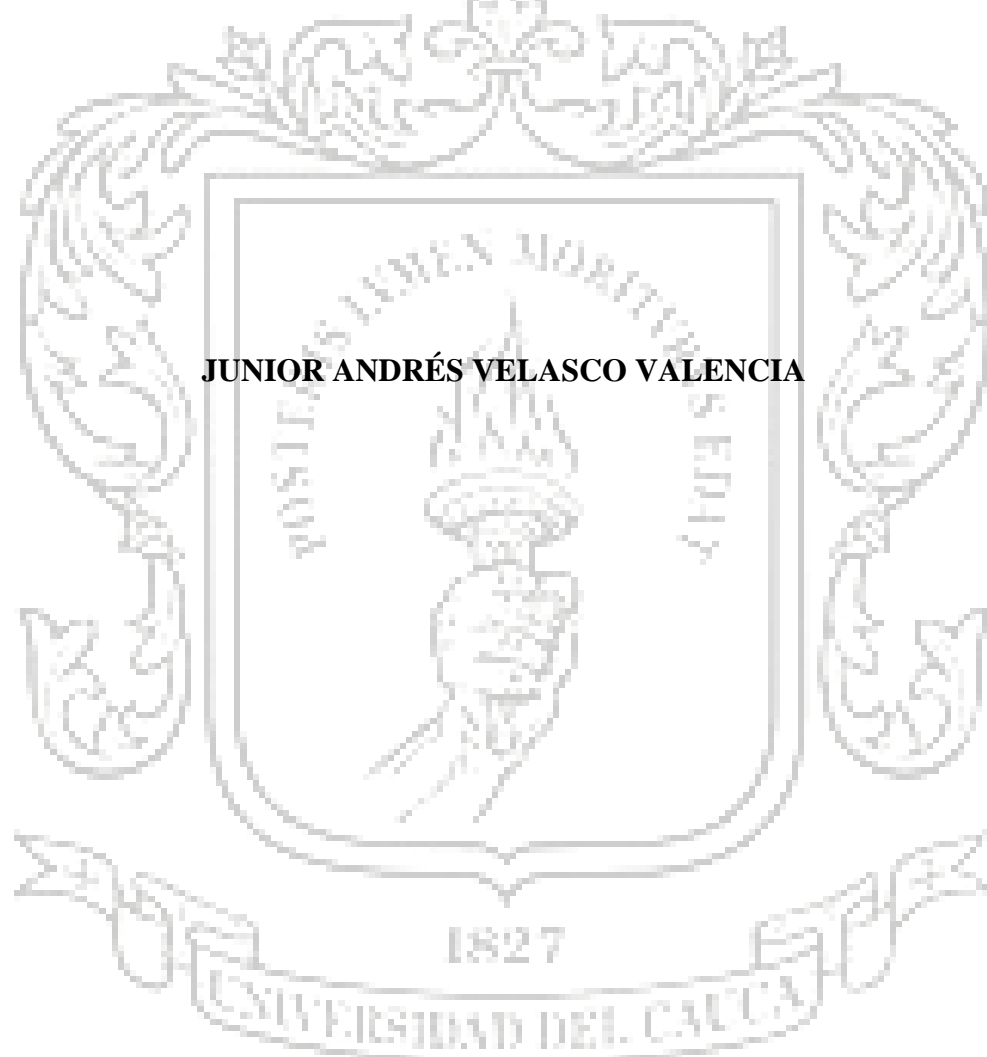


**EL CAMINO HACIA LA MOTIVACIÓN ACADÉMICA, EN EL ESTUDIO DE LAS
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CON ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO DE
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA DEPRESIÓN**



JUNIOR ANDRÉS VELASCO VALENCIA

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2018

Universidad
del Cauca

**EL CAMINO HACIA LA MOTIVACIÓN ACADÉMICA, EN EL ESTUDIO DE LAS
FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS CON ESTUDIANTES DE GRADO DÉCIMO DE
LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA LA DEPRESIÓN**

Junior Andrés Velasco Valencia

Trabajo de grado para optar el título

Licenciado en matemáticas

Directora

Mg. Yeny Leonor Rosero

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2018

Tabla de contenido

Resumen.....	6
Capítulo I: Reconocimiento de la Institución Educativa	7
1.1. Detrás de bambalinas	7
1.2. “Nos vamos para la escuela”	10
1.2.1. Reseña Histórica Escuela Normal Superior de Popayán.....	10
1.3. Inmersión en el aula de clases.....	11
1.3.1. El grado noveno A periodo lectivo 2016.....	12
1.3.2. Relación Practicante-Profesor E.N.S.P.....	12
1.3.3. Actividades de acercamiento.....	13
1.4. En conclusión.....	13
Capítulo II. Mi intervención en el aula de clases. Institución Educativa La Depresión (I.E.D)...	15
2.1 Los estudiantes del grado décimo de la I.E.D.....	15
2.2 Sobre el profesor titular del grado décimo de la I.E.D.....	16
2.3 “Ahora el profesor soy yo”.....	16
2.4 Descripción de las actividades	17
2.4.1 Metodología de la intervención en el aula de clases.....	20
2.4.2 Resultados y reflexión de las actividades.....	20
CAPITULO III PRÁCTICA INVESTIGATIVA.....	22
3.1 Problema de investigación.....	22
3.1.1 Problemática de la investigación.....	22
3.1.2 Objetivo general.....	24
3.1.3 Objetivos específicos.....	24
3.1.4 Justificación	25
3.2 Marco Teórico.....	26
3.2.1 Dimensión Matemática.....	27
3.2.2 Motivación Académica.....	28
3.2.3 Aprendizaje.....	31
3.2.4 Enseñanza.....	32
3.2.5 Ambiente educativo.....	32
3.2.6 Fundamento de las actividades en el aula.....	33

3.3	Enfoque metodológico	35
3.4	RESULTADOS	36
3.4.1	Los estudiantes y su motivación	36
3.5	La relación de las categorías	52
Conclusiones y recomendaciones		54
3.6	Consecución de los objetivos	54
3.6.1	Objetivos específicos.	54
3.6.2	Objetivo general.....	56
3.6.3	Recomendaciones	56
Referencias.....		58
Anexos		60
Anexos A. Narraciones de las clases.....		60
Anexo B .Planes de Clases.....		66
3.6.4	Plan de clases 1	66
3.6.5	Plan de clases 2.....	71
3.6.6	Plan de clase 3.....	74
3.6.7	Plan de clases 4.....	77

Lista de figuras

Figura 1	Currículo Licenciatura en Matemática.....	7
Figura 2	Estructura de la Práctica Pedagógica.....	8
Figura 3	Estructura de mi Práctica Pedagógica	9
Figura 4	Video aplicaciones de la trigonometría	47
Figura 5	Construcción del teodolito.....	48
Figura 6	Estudiantes realizando la construcción del teodolito.....	48
Figura 7.	Estudiantes realizando los cálculos con los datos recolectado.....	49
Figura 8	Estudiantes realizando graficas e las funciones trigonométricas papel milimetrado	50
Figura 9	Estudiantes Usando el Software geogebra para realizar graficas de las funciones trigonométricas	51
Figura 10.	Estudiantes conociendo la Universidad.....	52

Lista de tablas

Tabla 1 Cronograma de actividades.....	18
Tabla 2 Principios para el diseño motivacional de la instrucción.....	33
Tabla 4 Respuestas a la pregunta ¿Te gustan las Matemáticas?.....	36
Tabla 5 Respuestas a la pregunta a la pregunta ¿No soporto estudiar matemáticas, incluso en las partes más fáciles?.....	37
Tabla 6 ¿Toca clase de matemáticas? ¡Qué horror!.....	38
Tabla 7 ¿Cuándo tengo que estudiar matemáticas voy a la tarea con cierta alegría? ¿Sí o no, por qué?.....	38
Tabla 8 ¿Los temas que se imparten en las clases de matemáticas son interesantes?.....	40
Tabla 9 ¿Puedo llegar a ser un buen alumno de matemáticas?.....	40
Tabla 10 ¿Te resultó “divertido” estudiar matemáticas con las actividades que se realizaron en la introducción de las funciones trigonométricas?.....	41
Tabla 11 ¿Aprender matemáticas es cosa de pocos?.....	43
Tabla 12¿Para mi futuro profesional, las matemáticas son importantes?.....	43
Tabla 13 ¿Las matemáticas podrían enseñarse en otros ambientes diferentes al salón?.....	45



Universidad
del Cauca

Resumen

La Práctica Pedagógica (P.P) del programa académico de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca se encuentra estructurado para que los estudiantes realicen dos procesos simultáneamente, el primero denominado Práctica Docente (P.D) el cual contiene varias etapas, dos de las cuales son: la inmersión y la intervención en el aula de clases; en este caso la etapa de inmersión fue diseñada para ser ejecutada con los estudiantes del curso noveno A de la Escuela Normal Superior Popayán (ver anexos A y B), mientras que la etapa de intervención se realizó con estudiantes de grado décimo de La Institución educativa la Depresión (I.E.D) (ver anexo A y B)

El segundo proceso es la Practica Investigativa (P.I), la cual consiste en la identificación de una problemática en el aula de clases o en la Institución Educativa donde se hace la P.D. En este trabajo se identificó el problema de motivación académica, (desde el punto de vista de Font(1994), Tapia (1992) Farias & Pérez (2010)), de los estudiantes de grado décimo de la I.E.D.

Luego se hace la formulación de una propuesta que tiene como finalidad mejorar la actitud de los estudiantes frente a las matemáticas, para luego motivarlos académicamente. Se concluye entonces que: generar nuevos ambientes educativos e identificar el tipo de motivación de los estudiantes ayuda al profesor a crear una propuesta que motive académicamente a los estudiantes.

Capítulo I: Reconocimiento de la Institución Educativa

1.1. Detrás de bambalinas

La preparación en la disciplina y didáctica de las matemáticas en la Universidad es fundamental para tener un buen desempeño en la vida profesional como licenciado en matemáticas; el currículo del Programa Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca es flexible, y completo; una evidencia de ello es la estructura curricular.

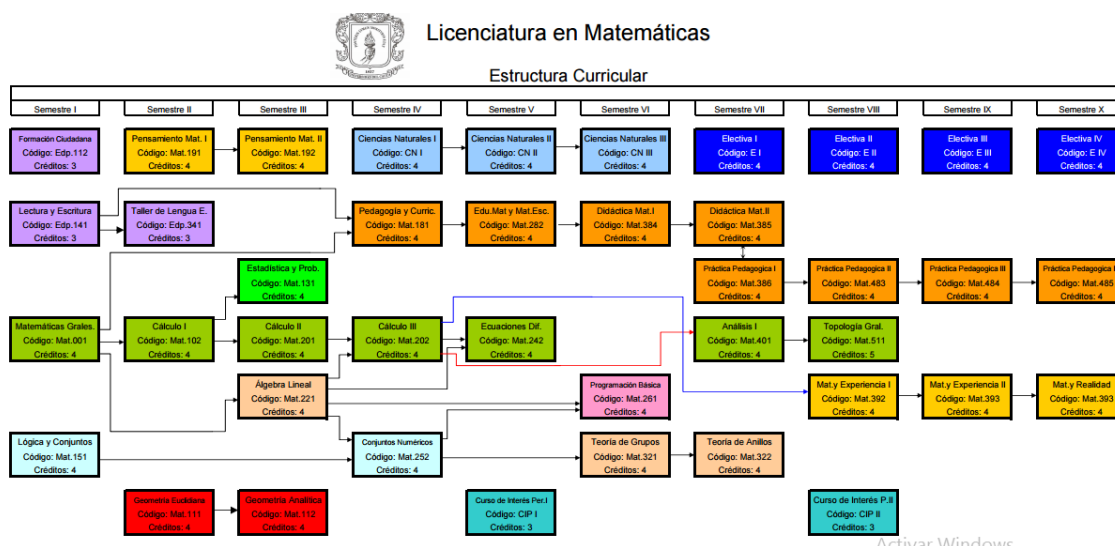


Figura 1 Currículo Licenciatura en Matemática.

En la Figura 1 se puede observar que la formación de un licenciado en matemáticas, además de contar con una diversidad de asignaturas de matemáticas (como cálculos, álgebras, geometrías, lógica, topología, entre otros); también, tiene formación en educación matemática y didáctica de las matemáticas, cuenta con áreas específicas de la educación¹, es decir áreas fundamentales, en donde se tratan temas como: pedagogía, currículo, evaluación, enseñanza, aprendizaje de las matemáticas, etc.; lo que garantiza que un licenciado en matemáticas cuente con herramientas para su desempeño profesional como educador matemático.

¹ Pedagogía y Currículo como primer curso, Evaluación en matemáticas escolares, Didácticas I,II

Uno de los ejes fundamentales de esta estructura es la Práctica Pedagógica (PP), que está sustentada en las áreas mencionadas y concebida como una práctica docente donde se hace un acercamiento a lo que será la vida profesional docente, y una práctica investigativa en la cual el practicante tiene la posibilidad de reflexionar sobre problemáticas presentes principalmente en el aula de clases. En la figura 2 se presenta un esquema que muestra cómo está concebida y estructurada la PP.

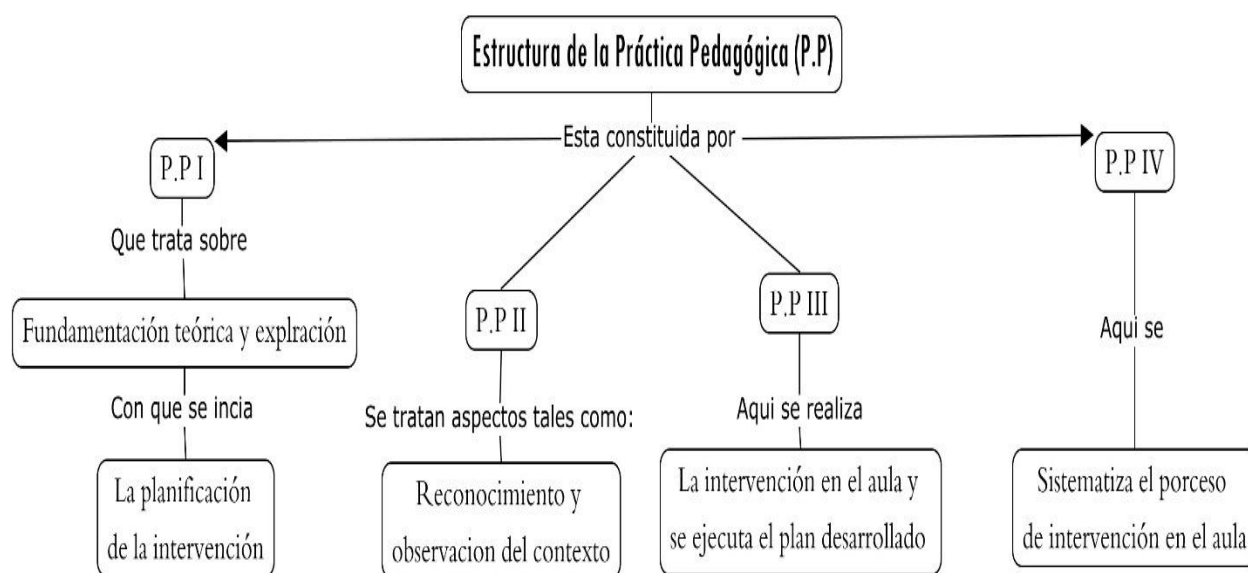


Figura 2 Estructura de la Práctica Pedagógica

La concepción de práctica pedagógica del practicante, toma como referencia la estructura de práctica establecida por el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca, sin embargo se hacen unas modificaciones en ejecución e interpretación de la misma. En la Figura 3 se presenta la estructura de la práctica pedagógica como se concibe en este trabajo.

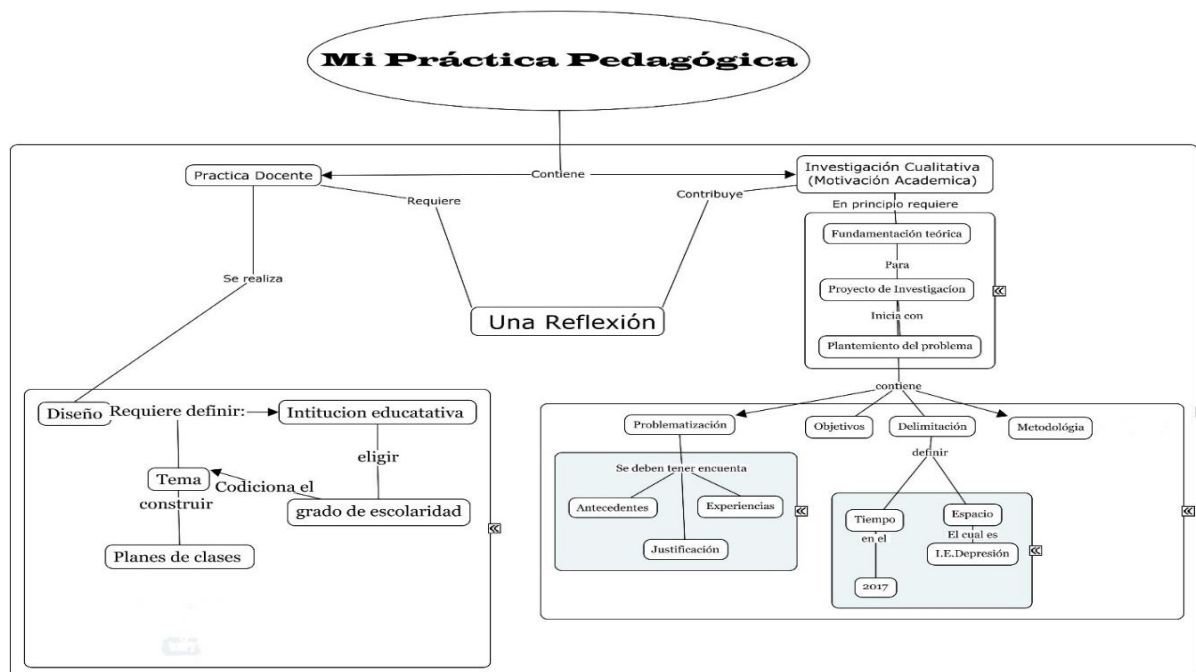


Figura 3 Estructura de mi Práctica Pedagógica

En esta estructura la práctica está dividida en práctica docente e investigativa, que retoma varios aspectos importantes que establece la estructura de la Figura 2.

En la práctica docente se realiza un diseño de intervención en el aula, en el cual se define la institución y el grado de escolaridad; a partir de ahí se realizan los planes de clase, los cuales son la guía del practicante en su intervención.

La práctica investigativa tiene un enfoque cualitativo, en esta se formula el proyecto de investigación a partir de alguna problemática de carácter educativa detectada en la etapa de inmersión.

En este caso, tanto la práctica docente e investigativa se realizan de forma paralela, y tiene un punto en común, puesto que la práctica docente requiere una reflexión del proceso de intervención en el aula, mientras que la investigación contribuye a esta reflexión, además de dar solución parcial o total a la pregunta planteada.

1.2. “Nos vamos para la escuela”

Luego del proceso de formación en la Universidad, se hace posible tener un acercamiento a las instituciones educativas donde se hace el desempeño como profesionales; para este caso, en principio, se trabajó en la Escuela Normal Superior Popayán; donde se inició el proceso de inmersión identificando las características de la institución, para lo cual fue relevante reconocer su trayectoria.

1.2.1. *Reseña Histórica Escuela Normal Superior de Popayán.*

El primer nombre que recibió este centro educativo fue el de “Antonia Santos” en honor a tan valiosa mujer precursora de la independencia; luego asumió el nombre de Normal Nacional de Señoritas y actualmente Escuela Normal Superior de Popayán (E.N.S.P).

Hasta 1998 este centro educativo fue única y exclusivamente para formar maestras puesto que fue de carácter femenino, pero debido al proceso de reestructuración y a los cambios en las políticas educativas, la Normal se convirtió en una institución mixta. Desde su creación ha sido una institución oficial al alcance de cualquier estrato social.

La Normal fue creada en el año de 1935 por los doctores Luis López de Meza ²y Agustín Nieto Caballero ³miembros del Gobierno Nacional, y al empuje de la Señorita Esther Aranda, en un hogar de Cali dedicado a preparar a quienes quisieran dedicarse a la misión de educar en sus propias regiones. Allí se congregaron un grupo de señoritas de Cauca, Valle, Nariño y Choco. Al poco tiempo de iniciadas las labores, se motivó cierto ambiente de desagrado y desaprobación entre algunos sectores cívicos de la capital del Valle, circunstancia que ayudó a la señorita Esther Aranda a proponer, en su calidad de directora, al Ministerio de Educación

² Científico colombiano. Y ministro de relaciones en 1938

³ Propulsor de la nueva educación nacional

Nacional, el traslado del naciente establecimiento a Popayán. Ante esta iniciativa el Gobierno del Cauca adelantó favorables gestiones y la medida de traslado definitivo fue adoptada por medio del Decreto Ejecutivo No. 172 del 27 de Septiembre de 1935. Actualmente esta institución funciona en el barrio La Ladera de la ciudad de Popayán. (Anónimo, 2017).

Después de hacer el reconocimiento de la institución, estudiar el currículo de matemáticas y de dialogar con los profesores de esta asignatura, se hace pertinente la preparación para la inmersión en el aula.

1.3. Inmersión en el aula de clases

Para iniciar la práctica pedagógica, es pertinente realizar la inmersión en el aula de clases, con el fin de que, el practicante se familiarice con el ambiente institucional. En este caso se seleccionó como área de trabajo Álgebra, asignatura que conforma el plan de estudios de la Institución. Por tal razón se seleccionó el curso noveno A.

En un principio se realizó una observación del entorno, luego una intervención en el aula, con apoyo del profesor, en la cual se trabajaron temas relacionados con diferentes aplicaciones de los logaritmos y las funciones exponenciales (Ver anexo B).

El primer acercamiento con los estudiantes, resulta valioso, pues permite estudiar características del ambiente del aula que no es posible conocer sin estar dentro de un salón de clases. En el grado 9A se logró llamar la atención de los educandos con algunas actividades que se plantearon.

También hay que resaltar la actitud de los estudiantes, quienes estuvieron dispuestos a trabajar los diferentes problemas y ejercicios que se propusieron en las secciones de clase; la motivación por el simple hecho de terminar la actividad, de ser el mejor, hacen que exista una

ambiente de competencia “sana”, que hace tanta falta en las instituciones educativas para que la enseñanza y el aprendizaje “fluyan” de manera natural y sin tantos obstáculos⁴. Para conocer más detalles ver a Anexo A.

1.3.1. *El grado noveno A periodo lectivo 2016.*

Después de realizar las gestiones para la selección del grado y el área, se decide intervenir como docente el grado noveno, con el curso noveno A. Este tiene 34 estudiantes (18 hombres, 16 mujeres) entre los 13 y 14 años de edad, pertenecientes a un estrato socioeconómico medio y bajo, los estudiantes son dedicados, disciplinados, respetuosos; les agrada participar en las actividades propuestas en clase; hay una motivación por aprender conocimientos nuevos, además existe una “fuerte” competencia entre ellos por destacar en matemáticas.

1.3.2. *Relación Practicante-Profesor E.N.S.P.*

El profesor que orienta la asignatura Álgebra en este grado es Licenciado en Educación con especialidad en Matemáticas y especialista en Educación Matemática, ambos programas cursados en la Universidad del Cauca; la característica principal del docente es la disciplina dentro y fuera del aula de clases; podría decirse que su modelo pedagógico es de corte tradicional⁵, sin embargo usa herramientas que motivan a los estudiantes a buscar estrategias diferentes a la memoria y repetición de las técnicas y algoritmos en la resolución de

⁴ De origen didáctico, resultado de una opción o de un proyecto del sistema educativo, esto es, de las elecciones didácticas que se hacen para establecer la situación de enseñanza.

De origen epistemológico, intrínsecamente relacionados con el propio concepto. (Socas Robayna)

⁵ Características de enseñanza:

El docente:

Debe enseñar los contenidos de forma verbal y expositiva.

Dicta la lección a un estudiante que recibirá las informaciones y normas transmitidas.

Debe dictar su clase bajo un régimen de disciplina, a unos estudiantes que son básicamente receptores.

problemas y les inculca que a través de las matemáticas se pueden solucionar problemas de la vida cotidiana.

La relación del practicante con el profesor fue buena, con él se pudo aprender algunos aspectos fundamentales que solo se ganan con la experiencia⁶.

1.3.3. Actividades de acercamiento.

1.3.3.1. Observaciones.

Dentro de las primeras dos sesiones de clases se realizó una actividad de reconocimiento del aula, solo se tomó nota de algunas características de los estudiantes y de cómo el profesor orientaba sus clases, las observaciones permitieron proponer actividades a los estudiantes y sobre todo sirven para sentar una posición de cómo dirigirse en las clases.

1.3.3.1. Participación en el ambiente educativo.

En la tercera sesión, se inicia la interacción con el ambiente de aula y se realizan actividades junto con el profesor, dentro de estas acciones se explican algunos conceptos que tiene que ver con álgebra, como por ejemplo la resolución de la ecuación cuadrática, y algunas propiedades sobre los logaritmos.

En sesiones posteriores el profesor cede parcialmente la orientación del curso al practicante y las actividades realizadas se encuentran en el plan1 de clases (ver anexo B).

1.4. En conclusión

La experiencia de inmersión (en el aula) en la Escuela Normal Superior Popayán fue “buena” para una primera experiencia como profesor de matemáticas, debido a que los

⁶ Aspectos como por ejemplo, dirigir un grupo, llevar una clase con orden y disciplina.

docentes en el área de matemáticas con los que se trabaja tienen experiencia en la enseñanza de dicha área. En la etapa de inmersión también se identifican características de los estudiantes, en este caso particular, los de esta institución manifiestan una actitud que demuestra que tenían “ganas” de aprender más y más, en pocas palabras estaban “motivados” esto debido en gran parte por la acción profesor que siempre mantenía activos a los estudiantes, dado que el mantenía una comunicación cercana con los estudiantes.

Sin embargo debido a algunas diferencias que se tienen con el profesor titular de matemáticas con el cual se venía trabajando, no es posible seguir el proceso hasta la intervención en el aula, es por ello que se decide cambiar de institución educativa.

Capítulo II. Mi intervención en el aula de clases. Institución Educativa La Depresión (I.E.D).

La selección de esta institución se hace pertinente porque fue donde se empezó el proceso de estudio del practicante y se conoce muy bien en que situación (en la enseñanza de las matemáticas) se encuentra el colegio. Al llegar a la institución, se realiza un reconocimiento del ambiente de educativo en el grado décimo, y se halla que no hay una “buena” disposición para aprender matemáticas; es por ello que se desdibuja lo que se quería plantear en principio principalmente en la investigación que se quería llevar en este grupo.

Se vislumbra una nueva problemática que en principio no se tenía planteada, la cual radica en la falta de motivación de los estudiantes. Surge la hipótesis que esto se debe a factores como:

- Ausencia de interés de los estudiantes por aprender.
- Falsas creencias sobre las matemáticas.
- No hay un interés de seguir estudiando después de terminar la secundaria.
- No se encuentra estructurado un currículo de matemáticas, es decir no hay una guía para el profesor.
- No hay un profesor que estimule su aprendizaje.

Ahora bien se va a conocer un poco sobre los estudiantes, el profesor y la Institución en general.

2.1 Los estudiantes del grado décimo de la I.E.D.

Este curso cuenta con 13 estudiantes (7 hombres y 6 mujeres) entre los 15 y 16 años de edad, son de un estrato socioeconómico bajo (Nivel 1 del SISBEN), algunos estudiantes

trabajan cuando salen del colegio y los fines de semana para ayudar en su casa. En general son activos fuera del aula, un “poco” indisciplinados, no les gusta participar en las actividades propuestas, siempre encuentran excusas para no hacer los trabajos propuestos, entre otros aspectos. Los estudiantes son activos en los deportes, les gusta la tecnología (que solo eran usadas en redes sociales y juegos en línea) tienen la expectativa de realizar estudios superiores en diversos programas universitarios (Medicina, ingenierías, Psicología, Artes plásticas, entre otras); sin embargo no ven la posibilidad, de estudiar, principalmente por el factor económico.

2.2 Sobre el profesor titular del grado décimo de la I.E.D.

El profesor que orienta el grado en el área de trigonometría, es ingeniero industrial, con poca experiencia en temas relacionados con la enseñanza de las matemáticas, esto debido en gran medida a su perfil profesional, solo lleva un año en el ejercicio profesional docente, es decir no tiene experiencia en la enseñanza de las matemáticas, él también es el encargado de enseñar el área de Física. Actualmente está adelantado estudios en educación, específicamente está realizando un diplomado en educación en la Universidad del Cauca, esto según él para poder desempeñar “mejor” el ejercicio docente.

2.3 “Ahora el profesor soy yo”

Es hora de asumir el rol como profesor, y con ello tener la responsabilidad de guiar al curso décimo en el estudio de la trigonometría; en este momento se tienen en cuenta son aspectos tales como:

- a. Los estándares básicos de competencias.

Modelo situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas.

- b. Los planes de clases, los cuales son la guía del profesor.

2.4 Descripción de las actividades

Es este apartado se describen algunas de las actividades más relevantes que se realizaron en la intervención. Según el cronograma de la Tabla 1

Tabla 1 *Cronograma de actividades*

Meses	Feb.	Marzo	Abril					Mayo					Junio			Observaciones			
Semanas	1	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3 4 5	1 2 3									La intervención se hizo, los días miércoles de cada sema. Desde las 12 pm. Hasta las 3 pm.
Actividades																			
a. Presentación con los estudiantes de la I.E.D.	x																		Se hizo un acuerdo verbal con los estudiantes (contrato didáctico)
b. Inicio de intervención, presentación de la materia		x																	Evaluación diagnóstica, video
c. Exposición de los estudiantes			x																Explorando las habilidades comunicativas y conociendo la historia. ¿Qué es la trigonometría?
d. Clases “Normales”, con actividades en grupo y uso de Software (Geogebra)				x	x	x	x	x	x	x	x								Desarrollo de temas básicos de trigonometría (Desarrollo de planes de clases 1 y 2)
e. Sistemas de ecuaciones lineales							x	x	x	x	x								Se presentan dificultades con la resolución de sistemas de ecuaciones

Meses	Feb.	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Observaciones
						(Actividades de repaso), esto no estaba dentro de lo estipulado.
f. Evaluación escrita		x				Se realiza una evaluación escrita, de los temas vistos hasta ese momento.
g. Actividad en campo				x x		En esta actividad los estudiantes construyeron un teodolito.
h. Construcción de graficas en papel milimetrado				x		Los estudiantes realizan, la construcción de graficas de las funciones seno y coseno.
i. Uso de geogebra para la construcción de las gráficas de las funciones.					x x x	Uso del software, para construcción de las gráficas a partir de la definición de cada una de las funciones trigonométricas.

2.4.1 Metodología de la intervención en el aula de clases.

En términos generales, la metodología de las clases se desarrolló en varios momentos.

- a. Clases tradicionales: son clases en la que al parecer el profesor, tiende a ser tradicional, aunque en algunos momentos, interactúa con los estudiantes de forma horizontal, es decir, pone a los estudiantes en discusión de los temas tratados en clase.
- b. Clases en otros “ambientes”: estas clases son realizadas fuera del salón, aquí se desarrollan actividades tales como: la medición de longitudes, de ángulos. En otras palabras los estudiantes pueden poner en acción sus habilidades tanto de lo teórico, como la parte de las aplicaciones de la trigonometría en la medición de alturas.
- c. Clases sin lápiz: El uso del software para la construcción de las gráficas y el posterior análisis de las mismas.
- d. Clases combinadas: resulta de la combinación de las tres clases anteriores (puede ser de dos de ellas o que involucre todas).

2.4.2 Resultados y reflexión de las actividades.

La intervención en la Institución Educativa La Depresión se realizó en dos fases, la primera fue la inmersión en el ambiente institucional, el cual tuvo dos momentos, la presentación con los estudiantes, en donde se realizaron varios acuerdos, en el segundo momento se realizó una intervención (Introducción a la trigonometría), en donde se empieza a vislumbrar la desmotivación o como la llaman algunos autores la amotivación académica.

Ya en las intervenciones siguientes se empiezan a trabajar conceptos preliminares para abordar las nociones principales de trigonometría: como ángulos, triángulos (rectángulos, equiláteros, obtusángulos, entre otros), sistemas de medición de ángulos; en estas clases se muestra con más “fuerza”, el fenómeno de la amotivación, por tal motivo la segunda fase de la intervención se debieron tomar ciertas determinaciones como por ejemplo, la implementación de una metodología diferente a la que se venía trabajando, se realizaron actividades fuera del salón, usando la trigonometría para la medición de alturas “inalcanzables” y también el uso de software (Geogebra), para realizar algunas actividades relacionadas con funciones trigonométricas.

Con estas actividades los estudiantes se “entusiasman”, disfrutaban la actividad, entonces se logra, que ellos se olviden de la nota⁷ que obtendrán y solo se preocupen por medir las alturas.

También se hizo pertinente una salida académica con los estudiantes; a la Universidad del Cauca, esto con el fin de que los estudiantes tuvieran la proximidad a una institución de educación superior y con ello se motivaran por terminar “bien” sus estudios. (Para más detalle ir a anexo B).

Es posible que no haya sido suficiente con dichas actividades para lograr una motivación “plena”, sin embargo estas actividades muestran, que hay que cambiar de estrategias para “llegarle” a los estudiantes. Las nuevas generaciones exigen a los profesores cambiar sus actividades, exigen reflexionar cada clase.

⁷ Refiriéndose a la calificación numérica.

CAPITULO III PRÁCTICA INVESTIGATIVA

3.1 Problema de investigación.

3.1.1 *Problemática de la investigación.*

Las matemáticas en secundaria no tienen una aceptación ni asimilación por parte de los estudiantes, dado que no tienen un significado (práctico) para ellos; es por ello que se presentan algunas dificultades de aprendizaje. La mayor parte del mundo matemático se hace abstracto, al parecer no es posible aplicar muchos de los conceptos aprendidos en el colegio o en la escuela en la vida cotidiana, esto ocurre con varias de las ramas de las matemáticas (cálculo, geometría, trigonometría, álgebra). Al parecer solo la aritmética (sumar, multiplicar) es útil. (Godino, Batanero, & Font, 2003)

Sin embargo las matemáticas en especial la trigonometría es una herramienta muy potente en varios campos de la vida cotidiana como por ejemplo la arquitectura, la ingeniería, la astronomía, la medicina, la física, entre otros, pero al parecer no es relevante para algunos profesores mostrar esto. (Stewart, Redlin, & Watson, 2007)

La nueva generación de estudiantes busca algo más que conocimientos vacíos de sentido y significado para su vida, es posible que como profesores de matemáticas contribuyamos a que las matemáticas se vean como una ciencia estática es decir que no cambia en el tiempo. De esta manera es clave que se dé un cambio por parte del profesorado y una evolución en la manera de mostrar las matemáticas desde luego sin dejar de lado que las matemáticas son una ciencia de rigor.

El que las matemáticas tengan sentido o no para los jóvenes (de hoy) de secundaria puede deberse a varios factores, uno de los cuales puede ser, la forma como el profesor enseñe al

estudiante esta área, ya que es claro que la generación hace uso de la tecnología⁸ (Davila, 2006), pero por el contrario los profesores siguen haciendo uso del tablero y marcador en los procesos de enseñanza generados en el aula de clases. Luego no se puede seguir estos elementos, por el contrario se deben generar cambios enseñanza, se debe seguir el ritmo de los estudiantes en tecnología (que involucra mucha a diario información), para que así los estudiantes puedan seguir el ritmo en matemáticas. (Graells, 2012).

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN) “El conocimiento matemático en la escuela es considerado hoy como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual. Su valor principal está en que organiza y da sentido a una serie de prácticas, a cuyo dominio hay que dedicar esfuerzo individual y colectivo. La tarea del educador matemático conlleva entonces una gran responsabilidad, puesto que las matemáticas son una herramienta intelectual potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas intelectuales.” (Castañeda, 2013, pág. 10)

En la cotidianidad, en una clase de trigonometría el docente presenta (a guía de ejemplo) la definición del coseno de un ángulo agudo como la razón del cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa de un triángulo rectángulo, posteriormente facilita al estudiante el uso de tablas o de calculadoras científicas para determinar los valores de dichas razones. De esta forma, el concepto se presenta finito, sin brindar al estudiante la posibilidad de exploración de asimilación de la noción por senderos paralelos, se prioriza el aprendizaje memorístico sin

⁸ Según la revista ORBIS en su artículo Generación Net: Visiones para su Educación, existe una nueva generación que tiene una manera diferente de adquirir la información y el conocimiento.

sentido, que no reviste ningún interés por el estudiante, unilateral y vertical, lo que fehacientemente conlleva al estudiante a perpetuar una actitud pasiva y poco cuestionadora frente a la puesta del maestro. Sin embargo, si el profesor provee herramientas diferenciadoras para la aprehensión del concepto, ciertamente el educando descubrirá interesantes y novedosos procedimientos de encuentro con su aprendizaje.

Es irrefutable que en un gran porcentaje de la educación en Colombia no se proporcionan los instrumentos necesarios en el aula para que el estudiante se apasione con su proceso de aprendizaje, siendo algunas evidentes en la orientación de la asignatura de matemáticas y para el caso, trigonometría, donde el joven promedio que va de la básica secundaria a la media académica, encuentra serias dificultades en la asimilación del concepto de las funciones trigonométricas, de ahí la imperiosa necesidad de brindar elementos ajustados al nativo digital, aplicativos que favorezcan la didáctica de la disciplina. (Castañeda, 2013, pág. 11)

La motivación académica se ha convertido en uno de los factores más relevantes para que los estudiantes, comprendan, se apasionen, le encuentren sentido a las diferentes actividades matemáticas que están realizando, así la pregunta es:

¿Cómo motivar académicamente a los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa La Depresión (La Sierra-Cauca) al estudio de las funciones trigonométricas?

3.1.2 Objetivo general.

Motivar académicamente a los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa la Depresión, año lectivo 2017, en el estudio de las funciones trigonométricas y sus aplicaciones.

3.1.3 Objetivos específicos.

- Analizar los conceptos matemáticos desde sus aplicaciones a la vida real

- Generar nuevos ambientes de aprendizaje de trigonometría.
- Identificar el tipo de motivación que tienen los estudiantes.
- Elaborar un módulo para la enseñanza de las funciones trigonométricas.
- Estimular el estudio en la educación superior.

3.1.4 Justificación

La escuela para algunas personas es una obligación que se debe cumplir, no es más que una actividad donde se va a observar que hay de nuevo cada día ¿pero qué es lo nuevo? Se preguntan algunos estudiantes, si ya todo está en la red (internet); las materias del colegio se tornan aburridas para los estudiantes, no son atractivas, en el caso particular de las matemáticas, estas no causan ninguna gracia, son “difíciles”, no sirven sino para “torturar” a los estudiantes. Entonces la tarea del profesor teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente debería ser:

Tener un carácter motivador (motivación académica), generar asombro en cada paso que se dé, inquietar a los estudiantes. Luego es claro que se deben realizar cambios significativos en la forma de mostrar las matemáticas haciendo uso de otras herramientas tales como las TIC⁹, actividades que saquen al estudiante de la rutina, pero “ojo” no sin olvidar que las matemáticas tiene su rigurosidad como la ciencia que es.

Font (1994) menciona que el constructivismo da una explicación a las dificultades de aprendizaje; frente a una tarea que provoca una situación de desequilibrio básicamente puede suceder:

⁹ Tecnologías de la información y las comunicaciones.

- a) Que la situación propuesta sea confusa o poco coherente y que, por tanto, no sea potencialmente significativa.
- b) Que el alumno no tenga los conocimientos necesarios para volver a la situación de equilibrio.
- c) Que el alumno no esté motivado para realizar la actividad propuesta, y puede pasar que ni siquiera se produzca la situación de desequilibrio porque la tarea le resulte ajena o bien no le encuentre sentido.
- d) Que las condiciones intuitivas sobre el nuevo contenido y las estrategias desarrolladas no permitan volver a la situación de equilibrio.

De las causas anteriores considera que la motivación es una de las más importantes e indispensables en cualquier análisis de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas que se deben de tener en cuenta. (pág. 10)

Es así como el propósito de esta investigación es buscar la motivación académica en los estudiantes de grado decimo de la institución educativa la Depresión.

3.2 Marco Teórico

A continuación se muestran los aspectos que se tuvieron en cuenta para la investigación: la dimensión matemática, en donde se realiza un recorrido histórico sobre las funciones trigonométricas y al final se muestran algunas de las principales aplicaciones de dichas funciones; los referentes teóricos, referidos a motivación académica; las TIC como un intermediario para el aprendizaje de las matemáticas.

3.2.1 Dimensión Matemática.

La trigonometría es una de las ramas de las matemáticas más antiguas; esta estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de triángulos, de las propiedades y aplicaciones de las funciones trigonométricas de ángulos.

Las primeras civilizaciones que estudiaron las relaciones entre ángulos y los lados de un triángulo fueron:

Egipto y Babilonia

Es estas culturas se vislumbraron los primeros trabajos con triángulos rectángulos; ellos utilizaban los triángulos rectángulos para trazar perpendiculares. También los hindúes realizaron varios aportes al desarrollo de la trigonometría como por ejemplo la introducción de la función seno.

Siglo XVIII en adelante

En la historia el matemático Leonard Euler establece las definiciones de las funciones trigonométricas y da un carácter más formal a estas funciones. En la actualidad la trigonometría se puede de definir diferentes formas, dos de ellas son:

Definir las funciones trigonométricas a partir de un triángulo rectángulo, y a partir de la circunferencia unitaria. (Anexo B). (Serres, 1989)

La trigonometría en otros campos

Las matemáticas en particular la trigonometría, juega un papel importante en diferentes campos, como por ejemplo, en ingeniería civil, arquitectura, astronomía, medicina y en matemáticas.

3.2.2 Motivación Académica

Font (1994) menciona que el constructivismo acepta que el objetivo de la intervención escolar, es la modificación de los esquemas, de conocimiento del alumno, desacuerdo con la modificación de los esquemas de conocimiento del estudiantes de acuerdo la teoría de la equilibración de Piaget. O sea que, considera que el primer paso para conseguir que el estudiante realice un aprendizaje significativo, consiste en que el nuevo contenido rompa el equilibrio inicial de sus esquemas.

La explicación que da esta concepción a las dificultades de aprendizaje es la siguiente: frente a una tarea que provoca una situación de desequilibrio básicamente están inmersos varios factores:

- a. La situación es confusa.
- b. No hay un conocimiento necesario para abordar la situación.
- c. El alumno no este motivado.
- d. Los alumnos queden confundidos, y por ello no vuelvan a tener un equilibrio.

En este caso solo se considera la tercera causa, la motivación.

Existen varios modelos que explican la Motivación Académica, en esta investigación se tendrán en cuenta dos de ellos: la motivación intrínseca y la motivación y tipo de metas.

3.2.2.1 Motivación intrínseca.

Es aquella que ocurre cuando se atrapa la atención del estudiante, bien sea por que el tema es interesante o por que las actividades que se desarrollan atraen la atención de quien aprende.

Con esta motivación el alumno se siente a gusto, cómodo con aquello que el realiza. “El alumno puede estar incrementando sus conocimientos o sus destrezas, pero aquello que determina su actividad, no es tanto el interés por incrementar su competencia cuando la propia actividad en la que se siente a gusto, y cuyo fin está básicamente en sí misma”. (Farias & Pérez, 2010, pág. 36)

3.2.2.2 Motivación extrínseca

Aquí el aprendizaje es secundario, no es permanente y no se puede garantizar, es el medio para conseguir otros fines. Lo más importante en este tipo de motivación es la utilidad. (Farias & Pérez, 2010, pág. 36).

3.2.2.3 Motivación y tipo de metas.

Una de las causas que influyen en la manera de afrontar las situaciones escolares es el tipo de meta que el alumno persiga en su actividad escolar. Hay una importante tradición psicológica que interpreta la conducta motivada como una actividad orientada hacia una meta; desde este punto de vista, cualquier tipo específico de motivación viene definido por la presencia de una actividad orientada hacia una clase particular de metas. Algunas de estas metas son:

- a. Metas relacionadas con la tarea
 - Experimentar que se ha aprendido algo o que se va consiguiendo mejorar y consolidar destrezas previas, esto es, el deseo de incrementar la propia competencia. Se supone que cuando el sujeto aprende algo, nuevos conocimientos, nuevas destrezas, se produce una respuesta emocional de carácter gratificante ligada a la percepción de competencia.

- Experimentarse absorbiendo por la naturaleza de la tarea, superando el aburrimiento y la ansiedad, por lo que aquella tiene de novedoso y revelador sobre algún aspecto de la realidad o sobre uno mismo...

b. Metas relacionadas con la libertad de elección

Un factor que determina en gran medida la implicación de los alumnos en una tarea es la experiencia de que se está haciendo la tarea que se desea hacer; de que se hace algo no porque el otro quiera, para su interés, sino porque uno lo ha elegido. Esto es, la experiencia que “mi tarea es mi tarea”. La experiencia emocional que produce la percepción más o menos consciente de este hecho es gráficamente, así como es aversiva la que produce el hecho de hacer algo obligado.

c. Metas relacionadas con el “yo”

- Experimentar que se es mejor que otros o, al menos, que no se es peor que los demás. Equivale, paralelamente, a evitar la experiencia de vergüenza o humillación que acompaña al fracaso...

d. Metas relacionadas con la valoración social

- La experiencia de aprobación de los padres, los profesores, u otros adultos importantes para el alumno y la evitación de la experiencia opuesta de rechazo...

e. Metas relacionadas con consecución de recompensas externas

... ganar dinero, conseguir premios, etc.

Según Tapia(1992), las metas características de los adolescentes serían: “ las metas relacionadas con la autovaloración –el deseo de éxito y el deseo de evitar el fracaso, a la búsqueda de autonomía y control de la propia vida y a la búsqueda de ciertas matas externas-afición, empleo, pareja, dinero, etc.”

Además de estas metas, hay otras que, aunque no son típicas de esta edad, se hallan claramente presentes: la búsqueda de la aceptación de los compañeros y, al menos en un grupo importante de adolescentes, conseguir incrementar la propia competencia en la tarea, deseo que caracteriza la motivación intrínseca.

Sobre la repercusión que tienen estas metas sobre la actividad escolar de los alumnos, Tapia (1992) considera que “las parecen influir más positivamente son aquellas relacionadas con el aprendizaje de la tarea propuesta (aumentar la propia competencia, etc.), más que las relacionadas con la autovaloración”. (pág. 44)

3.2.3 *Aprendizaje*

Manterola (2003) precisa que: el aprendizaje es un proceso, una serie de pasos progresivos que conducen a algún resultado. Este involucra cambio o transformación en la persona, ya sea en su comportamiento, en sus estructuras mentales, en sus sentimientos, en sus representaciones, en el significado de la experiencia, etc. Se produce como resultado de la experiencia.

Adicionalmente, señala, “el aprendizaje es un proceso interno que tiene lugar dentro del individuo que aprende, y no es posible realizar observaciones directas acerca del aprender”. (pág. 35) Lo asociamos a un cambio: el niño ahora sabe sumar; antes, no sabía... Hay cambios que no constituyen aprendizaje, que son resultado de la maduración, crecimiento... o los cambios conductuales que se producen como consecuencia de drogas.

Así el aprendizaje lo define como:

Los procesos internos de las personas que tienen que ver con la adquisición de nuevos conocimientos y cómo estos generan transformaciones en su conducta. “El aprendizaje

involucra cambio o transformación en la persona, ya sea en su comportamiento, estructuras mentales, en sus sentimientos, en sus representaciones, en el significado de la experiencia.

3.2.4 Enseñanza.

La enseñanza se concibe como un proceso a través del cual se ayuda, se apoya y se dirige al estudiante en la construcción del conocimiento. Como lo señala Freire (1997), enseñar entonces no es transferir conocimientos sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción.

3.2.5 Ambiente educativo.

Según Duarte (2003) el ambiente educativo, no solo se considera el medio físico sino las interacción que se produce en dicho medio. Son tenidas en cuenta, por tanto la organización y disposición espacial, las relaciones establecidas entre los elementos de su estructura, pero también, las pautas de comportamiento que en él se desarrollan, el tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos, las interacciones que se producen entre las personas, los roles que se establecen, los criterios que prevalecen y las actividades que se realizan.

A continuación se mencionan algunas necesidades, como la columna vertebral de la educación, y que aportan algunas pistas para pensar en los ambientes educativos, ellas son:

- Planteamiento de problemas, diseños y ejecución de soluciones.
- Capacidad analítica investigativa.
- Trabajo en equipo, toma de decisiones y planeación del trabajo.
- Habilidades y destrezas de lectura comprensiva y de expresión oral y escrita.
- Capacidad de análisis del contexto social y político nacional e internacional.
- Manejo de la tecnología informática y del lenguaje digital.

- Conocimiento de idiomas extranjeros.
- Capacidad de resolver situaciones problemáticas.

3.2.6 *Fundamento de las actividades en el aula.*

A continuación se presenta el fundamento teórico que sirvió de soporte para la creación de los ambientes educativos.

Tabla 2 *Principios para el diseño motivacional de la instrucción*

Principios para el diseño motivacional de la instrucción (Tapia, 1992)
<p>A) En relación con la forma de presentar y organizar la tarea</p> <p>1. Activar la curiosidad y el interés del alumno por el contenido del tema o la tarea a realizar.</p> <p style="padding-left: 40px;">Estrategias para ello:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Presentar información nueva, incierta, sorprendente o incongruente con los conocimientos previos del alumno. • Plantear o suscitar en el alumno problemas que haya de resolver. • Variar los elementos de la tarea para mantener la atención <p>2. Mostrar la relevancia del contenido o de la tarea para el alumno</p> <p style="padding-left: 40px;">Estrategias para ello:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Relacionar el contenido de la instrucción con las experiencias, conocimientos previos y valores de los alumnos. • Mostrar, a ser posible mediante ejemplos, la meta para la que puede ser relevante aprender lo que se presenta contenido en la instrucción.
<p>B) En relación con la forma de organizar la actividad en el contexto de la clase:</p> <p>3. Organizar la actividad en grupos cooperativos, en la medida en que lo permita la naturaleza de la tarea.</p> <p>4. Dar el máximo posible de opciones de actuación para facilitar la percepción de la autonomía</p>
<p>C) En relación con los mensajes que el profesor trasmite a sus alumno:</p> <p>5. Orientar la atención de los sujetos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Antes de la tarea

Principios para el diseño motivacional de la instrucción (Tapia, 1992)

Hacia la planificación y el establecimiento de metas realistas, dividiendo la tarea en pasos.

Hacia la búsqueda y comprensión de posibles medios de superar las dificultades.

- Después de la tarea al informar al sujeto sobre lo correcto o no del resultado:

Hacia el proceso seguido.

Hacia la toma de conciencia de lo que se ha aprendido y de las razones que han posibilitado el aprendizaje.

Hacia la toma de conciencia de que, aunque se haya equivocado nos sigue mereciendo confianza.

6. Promover explícitamente la adquisición de los siguientes aprendizajes:

- La concepción de la inteligencia como algo modificable
- La tendencia a atribuir los resultados a causas percibidas como internas, modificables y controlables.
- La toma de conciencia de los factores que les hacen estar más o menos motivados

- D) En relación con el modelado que el profesor pueden hacer de la forma de afrontar la tarea y valorar los resultados:

7. Ejemplificar los mismos comportamientos y valores que se tratan de transmitir con los mensajes que se dan en clase.

- E) En relación con la evaluación:

8. Organizar las evaluaciones a lo largo del curso de forma que:

- Que los alumnos la consideren una ocasión para aprender
- Que se evite en la medida de lo posible comparación de unos con otros

Estrategias:

- Diseñar las evaluaciones de forma que permitan saber no sólo si sabe algo o no sino en caso negativo, donde está el problema.
-

Principios para el diseño motivacional de la instrucción (Tapia, 1992)

- Proporcionar información cualitativa relativa a lo que el alumno debe corregir o aprender.
 - Acompañar la comunicación de los resultados con mensajes para optimizar la confianza del alumno en sus posibilidades.
 - No dar públicamente la información sobre los resultados.
-

3.3 Enfoque metodológico

La investigación a realizar es una investigación cualitativa, la población objeto de estudio fueron trece estudiantes de grado décimo de la institución educativa la Depresión, municipio de La Sierra, departamento del Cauca.

La investigación se realizó en el marco de la intervención en el aula; las actividades propuestas en los planes de clases están diseñadas para observar los diferentes aspectos de la motivación académica; es por ello que la investigación está muy ligada a los planes de clase que aparecen en los Anexos de este documento.

Para la recolección de la información se usaron dos mecanismos, el primero fue la observación del desarrollo de las actividades, las cuales fueron depositadas en un diario de campo con sus respectivos evidencias fotográficas (Ver anexos A y B) y documentos, y la segunda fue una entrevista (basa en una investigación sobre motivación académica de Auzmendi 2014) que se le realizó a cada estudiantes.

Las variables consideradas son: enseñanza, aprendizaje, ambientes educativos, motivación académica.

3.4 RESULTADOS

El análisis de la información se llevó a cabo con el siguiente proceso: redacción y relato de las observaciones, transcripción de las entrevistas, codificación y categorización para identificar aspectos relevantes de la motivación académica (motivación intrínseca y motivación y tipo de metas) en los estudiantes.

Los guiones de las entrevistas y las respuestas de los estudiantes están especificados en los anexos (Anexo D).

3.4.1 *Los estudiantes y su motivación*

Los resultados obtenidos en el análisis de la información recolectada mediante observación directa y entrevista son:

a. **Gusto por las matemáticas G.M (Particularmente trigonometría)**

En la entrevista se analizó el gusto de los estudiantes por las matemáticas, a través de sus respuestas, las cuales se codificaron de la siguiente manera:

Tabla *Codificación de las respuestas a la entrevista*

Tipo de respuesta	Código
Afirmativa	1
Negativa	0
Indeciso	-
Sin respuesta	*

Los resultados son los siguientes:

- ¿Te gustan las matemáticas?

Tabla 3 *Respuestas a la pregunta ¿Te gustan las Matemáticas?*

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	-	1	-	-	1	1	0	0	1	1	1

- ¿No soporto estudiar matemáticas incluso en las partes más fáciles?

Tabla 4 *Respuestas a la pregunta a la pregunta ¿No soporto estudiar matemáticas, incluso en las partes más fáciles?*

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	1	1	-	1	1	1	1	-	1	1	1

Como se observa en la tabla 4 siete estudiantes de los doce entrevistados manifiestan su gusto por las matemáticas, dos expresan que no gustan de ellas y tres se muestran indecisos, lo cual es un indicador de la motivación que tienen los estudiantes hacia esta área del conocimiento, como afirma Font (1994) “las explicaciones que una persona se da así misma de sus éxitos y de sus fracasos escolares, influyen en la actitud que tendrá ante nuevas situaciones de aprendizaje”. (p. 11). Este aspecto es importante en el momento de planear la orientación de una clase porque esto permite conocer mejor a los estudiantes, y saber cuál es la mejor manera de presentar los contenidos matemáticos. De la misma manera, los resultados de la tabla 5 muestran que los estudiantes no son indiferentes a la hora de estudiar matemáticas, pues algunos como E6 y E10 argumentan su gusto con expresiones como “*porque son importantes para la vida cotidiana*” y “*Me gustan desde la escuela*”.

Respecto a las actividades realizadas en la enseñanza de las funciones trigonométricas los estudiantes, en su totalidad, manifiestan que se sienten a gusto y algunas de sus expresiones que lo evidencian son:

E1: *Después de que las matemáticas me generen alguna ambición, si me gustan.*

E2: *Para salir del salón y hacer experimentos.*

E8: *Relaciona la matemática con la física, por ejemplo el movimiento de un balón.*

E9: *En principio se podría inferir que no le gusta hacer actividades relacionadas con matemáticas, sin embargo menciona que “Pues con usted las actividades fueron como más*

dinámica, que con el profesor que tenemos ahora, pues por que hicimos cosas que nunca habíamos hecho”

E10: *se refleja en gusto por hacer las actividades, relacionadas con la vida cotidiana.*

E12: *Mediante las actividades, se puede entender mejor las matemáticas”*

b. Actitudes de los estudiantes frente a las matemáticas (A.F.M)

- *¿Toca clase de matemáticas? ¡Qué horror!*

Tabla 5 *¿Toca clase de matemáticas? ¡Qué horror!*

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	0	1	0	1	0	-	-	0	1	0	-	0

- *¿Cuándo tengo que estudiar matemáticas voy a la tarea con cierta alegría? ¿Sí o no, por qué?*

Tabla 6 *¿Cuándo tengo que estudiar matemáticas voy a la tarea con cierta alegría? ¿Sí o no, por qué?*

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	0	0	-	0	-	-	-	0	1	1	-

Como se indica en la tabla 7 seis de los estudiantes respondieron que no pensaban ni dirían este tipo de expresiones, y tres de ellos manifestaron que si han llegado a pensar y a decir “Que horror” al respecto de las matemáticas, mientras que tres estuvieron indecisos; el tipo de actitud que tuvieron los tres estudiantes frente a las matemáticas esta generado:

Según Farias & Pérez (2010) porque a pesar de que las matemáticas son una de las construcciones colectivas más importantes en toda la humanidad, ellas son vistas como una gran problemática, donde el proceso de aprendizaje en cualquier nivel es considerado una tarea difícil para el estudiante y percibida como una asignatura dura, rigurosa y formal. Esta visión genera un rechazo hacia su estudio. (p.34)

En este caso los estudiantes E4 y E5 manifiestan explícitamente el rechazo que se ve reflejado en frases como “E4: *“Que pereza”*, E5: *“No es tanto de mi agrado”*”.

La tabla 7 muestra que cuatro de los doce estudiantes respondieron que no iban con alegría a realizar la tarea (o actividades), mientras que, solo tres dan una respuesta positiva, cinco están indecisos, claramente se ve una amotivación académica en los tres estudiantes que respondieron negativamente, lo cual se ve reflejada en expresiones tales como: “E2: *Solo hago la tarea por cumplir*, E9: *“No es mi lado las matemáticas”*”.

Farias & Pérez (2010) afirman que, estas actitudes producen desmotivación que de no erradicarse, pueden afectar el aprendizaje que se espera lograr del estudiante. Es entonces cuando le corresponde al docente la tarea de buscar formas de mantener al estudiante motivado, interesado en la clase y en los contenidos a desarrollar, de manera que logre mantener su atención y muestre lo fascinante e importante que son las matemáticas. Por ello, él debe apoyarse en estrategias de enseñanza ecléctica, en el trabajo activo y colaborativo, en comunidades de aprendizaje, herramientas lúdicas y en el uso de tecnologías. (p.34).

Por otro lado, los estudiantes que respondieron positivamente, mediante expresiones como E10, E11: “E10: *“Yo hago la tarea y me gusta hacer ejercicios”* E11: *“Yo sí, es algo que voy aprender y eso como que lo motiva a uno”* según Font (1994) “experimentan una motivación intrínseca, la cual se produce por alguna actividad que les guste”. Mientras que los estudiantes como E2 el cual dice: *“Solo hago la tarea por cumplir”*, no tiene este tipo de motivación.

¿Los temas que se imparten en las clases de matemáticas son interesantes?

Tabla 7 ¿Los temas que se imparten en las clases de matemáticas son interesantes?

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	1	-	-	1	1	*	*	*	1	1	1

En la tabla 8, siete de los estudiantes respondieron de forma positiva, el interés de los estudiantes por los temas de matemáticas es una característica de motivación, según Font (1994) “la aportación que haga el alumno acto de aprender dependerá del sentido que encuentre en la situación aprendizaje-enseñanza, propuesta”. (p.11)

- ¿Puedo llegar a ser un buen alumno de matemáticas?

Tabla 8 ¿Puedo llegar a ser un buen alumno de matemáticas?

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	1	1	1	1	1	1	1	-	1	*	1

Como se puede observar en la tabla 9 diez de los de los doce estudiantes mencionan que si se lo proponen podría ser buenos alumnos en matemáticas, algunas expresiones de los estudiantes reafirman los resultados de la tabla 9: “E1: “Si me lo propusiera sí, E2: Uno a veces no le mete la decisión, E4: Con voluntad lo lograría, E5: todo lo que uno se propone uno lo logra”; esto nos da indicios de que sí se puede hacer algo para que los estudiantes mejoren sus actitudes frente a las matemáticas.

Farias & Pérez (2010) “opinan que la motivación por aprender está asociada al interés y esfuerzo que el alumno pone en el trabajo escolar, éste puede variar su esfuerzo por aprender, varía en función de la edad, de las experiencias escolares y del contexto sociocultural del sujeto” (pág. 37)

- ¿Te resultó “divertido” estudiar matemáticas con las actividades que se realizaron en la introducción de las funciones trigonométricas?

Tabla 9 ¿Te resultó “divertido” estudiar matemáticas con las actividades que se realizaron en la introducción de las funciones trigonométricas?

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	1	1	1	1	1	1	1	-	1	*	1

En la tabla 10, diez de los doce estudiantes les pareció divertido estudiar matemáticas con las actividades que se realizaron en la introducción de las funciones trigonométricas (Las actividades se trataran en la categoría Ambientes Educativos).

Al respecto dice Font (1994) experimentarse absorbido por la tarea, superando el aburrimiento y la ansiedad, por lo que aquella tiene de novedoso y revelador sobre algún aspecto de la realidad o sobre uno mismo, es una característica importante en lo relacionado con el desarrollo de las tareas. Aparece de nuevo la motivación intrínseca en acción. (pág. 12)

- ¿Te motivaron las clases de trigonometría?

El cien por ciento de los estudiantes respondió que se sintieron motivados por las clases de trigonometría, algunos argumentos que presentan los estudiantes son:

E1: “Las clases siempre lo motivan a uno, después de que uno tenga la capacidad, siempre lo motivan a querer aprender más” E2: “Pues si la mayoría de veces, a veces uno venía con pereza”

E5: “Sí bastante, Porque tú lo hacías de una forma diferente, más participativa, divertido”

E8: *“Lo motiva uno a conocer”*

E9: *“Si pues gracias a eso aprendí un tema que le daba y le daba, eso de seno y todo eso que no lo entendía”*

E10: *“Si me gustaron por los problemas”*

E12: *“Por las cosas nuevas”*

Algunos estudiantes que venían con una actitud “negativa frente a las matemáticas”, han cambiado su actitud, al menos con respecto a lo que se trabajó en trigonometría.

Al respecto Farias & Pérez (2010) argumentan: “Para lograr la motivación se requiere conocer y orientar los deseos, necesidades y expectativas de los estudiantes hacia conductas positivas. Y añade, si se quiere lograr un aprendizaje significativo en los estudiantes en el área de las matemáticas el profesor debe asumir una actitud que demuestre que no sólo desea compartir sus conocimientos sino que también disfrute con ello.” (pág. 39)

- ¿Las matemáticas sirven para algo?

El cien por ciento de los estudiantes respondieron que sí, al respecto Farias & Pérez (2010) “menciona que: el objetivo principal al enseñar matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen capacidad matemática. Los estudiantes deben desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos y deben estar en capacidad de ver y creer que las matemáticas hacen sentido y que son útiles para ellos”. (pág. 38) En este sentido los estudiantes expresan:

En la tabla 12 ocho de los doce estudiantes creen que las matemáticas serán importantes en su futuro profesional, un estudiante cree que no y hay tres que están indecisos.

E1: “Si por que las matemáticas se ven en todas las carreras”

E2: “Claro pues para, para hacer algunas mediciones”

E3: “No pues si en todas las carreras tienen que verse”

E4: “Lo que se me quedo, la matemática se usa en todo. La ingeniería siempre va a llevar matemáticas”

E5: “Si claro, porque las matemáticas está enfocada en toda carrera y pues yo creo que sí”

E6: “Si por que ayudaría a saber qué soluciones matemáticas tiene”

E7: “No sé”

E10: “Por su puesto las matemáticas son muy importantes en medicina, por ejemplo su usted está estudiando, anestesiología es muy importante porque se tiene en cuenta la edad el peso.”

E11:” Si, por que en la ingeniería ambiental se aplica mucho, cuando vas a medir el impacto que puede causar la construcción de un edificio. ”

- ¿Te gustaría ingresar a la Universidad?

El ciento por ciento de los estudiantes respondieron que si le gustaría ingresar a la Universidad, Font (1994) plantea que “Las metas relacionadas con la consecución de recompensas externas están dadas por: ganar dinero, conseguir premios”, por su parte, Tapia (1992) afirma que “las metas características de los adolescentes son: “las metas relacionadas con la autovaloración – el deseo de éxito y el deseo de evitar el fracaso -, a la búsqueda de

autonomía y el control de la propia vida y las metas externas ”. En este caso particular para algunos estudiantes el ingreso a la universidad se constituye en una meta pues, en la tabla 12, ocho de los doce estudiantes consideran que las matemáticas serán importantes en su futuro profesional. Lo anterior permite concluir que es necesario estimular a los estudiantes a que disfruten la tarea no solo pensando que les va a servir en el momento sino también pensando en un futuro profesional.

Aunque la motivación que se está analizando es la intrínseca, siempre se debe tener en cuenta la motivación extrínseca que según afirman Farias & Pérez (2010) “puede ser contraproducente, dado que el ofrecer recompensas no garantiza que se haga la tarea de la mejor manera” (pág. 36), sin embargo en este caso particular llevar a los estudiantes a la universidad fue una actividad productiva¹⁰, así, los estudiantes participaron con una motivación externa e interna.

d. Ambientes educativos (A.E)

- ¿Las matemáticas podrían enseñarse en otros ambientes diferentes al salón?

Tabla 12 ¿Las matemáticas podrían enseñarse en otros ambientes diferentes al salón?

Estudiante	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
Respuesta	1	-	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

¹⁰ Algunas expresiones de los estudiantes son:

E1: “Si me gusto, todo lo que había haya, la institución muy bonita, todo el ánimo que hay”

E4: “La verdad me sentí bien, pues uno ver así todo ese poco de gente, pues así como motivado a estudiar, lo hace también que uno quiera superarse, y quisiera estar matriculado como estudiante.”

E5: “Me motivo, mire como un futuro, me motivo como a llegar a eso, a una universidad, a tener metas para poder llegar haya.”

E7: “Si me gusto arto, me gusto todo, la biblioteca, los espacios, los laboratorios”

Se observa que la mayoría de los estudiantes respondieron que si se podría enseñar matemáticas en otro ambiente, algunas de las respuestas que corroboran este hecho se presentan a continuación.

E1: “Pues yo si preferiría que hiciéramos clase aquí en el salón, pero también podríamos salir al colegio a ver todo lo que hay en el colegio, así que eso nos ayuda también; a espacios libres a ver todas las matemáticas”

E4: “Si claro, de pronto algunos la entienden así más fácil haciendo, así como los ejercicios midiendo cosas y todo, no solamente teoría, y ejercicio, teoría y ejercicio”

E8: “Yo creo que fuera del salón, para uno no aburrirse.”

E9: “Si, pues nosotros lo hicimos no”

E10: “Uno puede variar las clases, también es bueno hacerlas en el salón para evitar un poco las distracciones, el cerebro también debe estar acostumbrado a ámbitos más libres y abiertos”

E11: “Si en cualquier momento, se puede aprender”

Sin embargo hay que considerar que en el salón también se puede construir ambientes educativos, según Duarte (2003) “(ambientes educativos restringidos al colegio) no deben estar restringidos a espacios físicos (aunque son importantes) solamente, sino que se deben considerar las relaciones que se dan entre todos los actores (profesores, estudiantes, herramientas didácticas).”

A continuación se presentan los ambientes educativos generados por las actividades:

i. Ambiente 1. Video (aplicaciones de la trigonometría)



Figura 4 Video aplicaciones de la trigonometría

En la figura 4 se observa que el espacio físico no es el adecuado para la proyección del video *orígenes y aplicaciones de la Trigonometría*; sin embargo, se hace una adecuación del mismo. También se observa que hay estudiantes que están distraídos, esto es una muestra de la amotivación académica que existe. Pero la gran mayoría están interesados en el video, no se puede decir que están motivados, pero la imagen muestra que están atentos a la actividad que se está realizando.

ii. Ambiente 2. Teodolito (Construcción y uso)

En las figuras 5 y 6 se muestra la participación de los estudiantes en la construcción de un teodolito¹¹. Aquí, trabajan en equipo, se relacionan entre ellos para cumplir con la tarea propuesta; ya se manifiesta una disposición para realizar las actividades.

¹¹ Instrumento topográfico de precisión para medir ángulos de distintos planos.



Figura 5 Construcción del teodolito

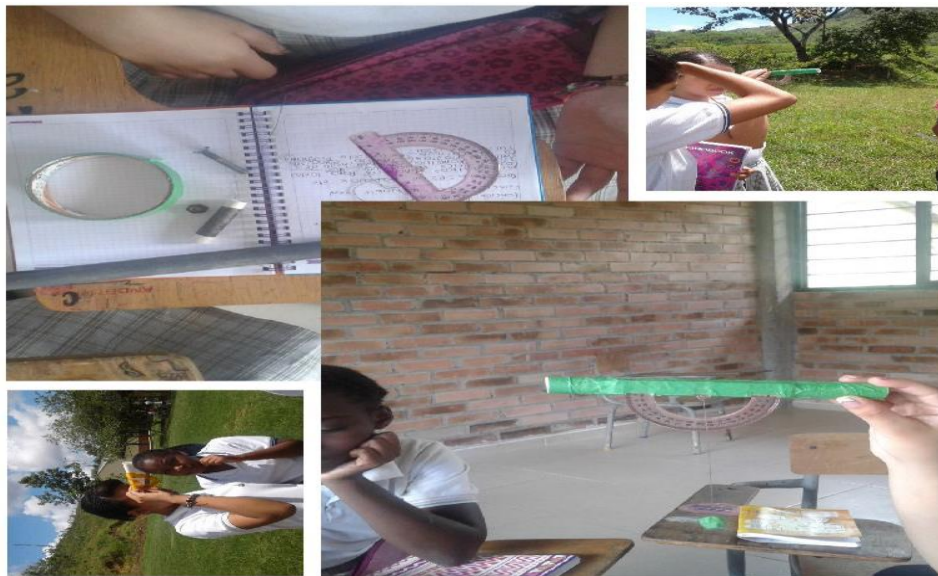


Figura 6 Estudiantes realizando la construcción del teodolito



Figura 7. Estudiantes realizando los cálculos con los datos recolectado

En la figura 7 se observa como el teodolito se usó para determinar alturas “inalcanzables” de objetos tales como: árboles, el cerro de Francia, el quiosco, entre otros. Los datos recogidos son consignados en sus cuadernos para luego hacer los cálculos. Cada vez se ven de mejor actitud para realizar las tareas.

La trigonometría se presenta como una teoría que funciona, las matemáticas empiezan actuar en contexto. Cuando se comparan los resultados con los datos reales, los estudiantes se sorprenden al ver la exactitud de sus cálculos y lo que realmente es la altura de cada objeto. Expresiones como: *E10 “excelente, casi da lo mismo”*, *E2 “Que bien funcionan las matemáticas”*, *E6 “Es espectacular como casi da lo mismo”*, evidencian esta afirmación

iii. Ambiente 3. Uso de las TIC (geogebra)

La nueva generación de estudiantes exige que se involucre nuevas herramientas para la enseñanza de los conceptos matemáticos.

A continuación se contrastarán dos actividades, la primera consisten en graficar algunas de las funciones trigonométricas en papel milimetrado y la segunda en graficar las funciones en software geogebra.



Figura 8 Estudiantes realizando graficas e las funciones trigonométricas papel milimetrado

La Figura 8 muestra los estudiantes realizando las gráficas de las funciones trigonométricas en papel milimetrado, se observa que algunos están distraídos, otros tiene una actitud de aburrimiento.



Figura 9 Estudiantes Usando el Software geogebra para realizar graficas de las funciones trigonométricas

En la Figura 9 los estudiantes construyen las gráficas de las funciones trigonométricas en geogebra, mostrando mayor interés al trabajar con el software - desde luego hay una ventaja al usarlo- y es que se logra captar la atención, gracias a las posibilidades que ofrece la herramienta. Cabe resaltar que para realizar las gráficas los estudiantes tienen que saber la definición de las funciones trigonométricas y la equivalencia que existe entre el sistema sexagesimal y sistema ciclo (de los radianes), temática estudiada como lo indican los planes de clase 2, 3. (Ver anexo B)

iv. Conociendo la Universidad del Cauca

Luego de terminar las actividades en el área de trigonometría, se realiza una salida académica, la cual consiste en hacer en visitar la Universidad del Cauca, para conocer el ambiente universitario, todo esto se hace con el fin de estimular a los estudiantes de ingresar a estudios de educación superior.



Figura 10. Estudiantes conociendo la Universidad

Los estudiantes estaban animados haciendo el recorrido de la universidad, ellos se muestran interesados en seguir conociendo los espacios en donde se forman los profesionales de la región. La motivación extrínseca sale a flote, porque conocer la universidad mostró a los estudiantes la posibilidad de ingresar ella.

3.5 La relación de las categorías

El ambiente educativo que se presente en clases es fundamental para un desarrollo óptimo de las actividades propuestas; es por ello que se hace necesario crear dentro o fuera del aula ambientes necesarios para que los estudiantes estén a gusto, cómodos, con una buena actitud de trabajo. Además del factor externo, se necesita que los estudiantes tengan un gusto intrínseco por las matemáticas, el cual puede reflejar sus actitudes frente a esta área, sin embargo este gusto no se refleja en todos los estudiantes, razón por la cual ante esta problemática se requiere el diseño de ambientes educativos que generen el gusto por las matemáticas.

En la categoría **G.M** se refleja el planteamiento de la problemática, dado que no todos los estudiantes de grado décimo gustan de las matemáticas. En la categoría **A.F.M** se presentan las diferentes actitudes que tiene los estudiantes frente a las matemáticas, algunos son apáticos y otros simplemente no les interesan esta área. En estas dos categorías se identifica la amotivación académica de algunos estudiantes y también se logra identificar la motivación de otros.

Ya en la categoría **E.M.R** se puede identificar que los estudiantes tienen interés por aprender matemáticas, favoreciendo el desarrollo de competencias en el aprendizaje de las matemáticas y de esta manera identificar la posibilidad de continuar con estudios en educación superior.

En la categoría **A.E** se logra identificar la motivación intrínseca en los estudiantes, y desde luego se ve el cambio de actitud frente a las matemáticas, aunque todavía no se puede garantizar el gusto por esta área, se evidencia el cambio de visión que tenían de la misma. Luego, generar ambientes educativos donde los estudiantes estén a gusto, puede llevar al cambio de actitud de los estudiantes con respecto a las matemáticas, y por qué no, a que los estudiantes se enamoren de ellas.

Conclusiones y recomendaciones

3.6 Consecución de los objetivos

En este apartado se da cuenta del objetivo general y los objetivos específicos.

3.6.1 *Objetivos específicos.*

Dentro de este apartado se presentan los objetivos específicos y se da las conclusiones con respecto a los resultados alcanzados en cada objetivo.

- Analizar los conceptos matemáticos desde sus aplicaciones a la vida real, este objetivo estuvo presente en el transcurso de la intervención (ver Anexo B), en el desarrollo de los planes de clases se logró que los estudiantes analizaran conceptos tales como: trigonometría, funciones trigonométricas entre otros. Dentro de la categoría A.E, se pueden observar también las diferentes actividades que se realizaron, en donde se planteó siempre la idea de las matemáticas actuando en la realidad.
- Generar nuevos ambientes educativos de trigonometría. Se generaron tres ambientes educativos, pues las actividades que se realizaron en clases están fundadas en lo estipulado por Tapia, en la tabla 2. También Duarte en el numeral 3.2.5. reafirma que lo que se generó con las actividades son ambientes educativos, dado que las actividades tienen características tales como: trabajo en equipo, cambios de espacios de enseñanza, y es posible que los actores del aula interactúen en forma colaborativa para cumplir con los objetivos propuestos.
- Identificar el tipo de motivación que tienen los estudiantes. Se identifican dos tipos de motivación en los estudiantes, la motivación intrínseca que estuvo presente en las actividades que se realizaron, pues los estudiantes se ven absorbidos por la tarea y la

motivación extrínseca la cual fue identificada cuando los estudiantes pedían recompensas por realizar la tarea. Desde luego algunos estudiantes estuvieron desmotivados al principio de la intervención pero con cada actividad que se realizó fueron cambiando su actitud.

- Elaborar un módulo para la enseñanza de las funciones trigonométricas, el bosquejo del módulo está en el anexo B puesto que las actividades “funcionaron” se logró cambiar la actitud de los estudiantes frente a las matemáticas. Además las actividades están de acuerdo con lo estipulado por Tapia (ver tabla 2). Este objetivo se logra parcialmente puesto que no se completa, dado que falta precisar más elementos como: la evaluación, entre otros.
- Estimular el estudio en la educación superior. Los estudiantes mencionan el deseo de continuar sus estudios en la universidad. La experiencia compartida por el practicante los motivó aún más a decir “si se puede” estudiar en la universidad. La salida académica, fue una recompensa para los estudiantes, aquí se logró que los estudiantes se motivaran para visualizar su futuro en la universidad y no quedarse en solo sueños.

Así se concluye que los objetivos se cumplieron casi en su totalidad.

3.6.2 Objetivo general

El trabajo desarrollado permitió lograr parcialmente el objetivo general; dado que al identificar el tipo de motivación que los estudiantes tienen se logra planear una estrategia para motivar académicamente a los mismos, conformada por la creación de ambientes educativos, los cuales son espacios en donde se desarrollan todas las relaciones entre los estudiantes y el profesor.

De igual manera se logra construir una propuesta para motivar académicamente o al menos generar un cambio de actitud frente a las matemáticas por parte de los estudiantes. Esta propuesta motivo académicamente a los estudiantes (ver categorías) en los momentos donde se presentaron las principales actividades, el tipo de motivación que estuvo presente fue la motivación intrínseca que según Font (1994) es la que mejor da resultados en lo relacionado con el aprendizaje significativo; además de este tipo de motivación también aparece la motivación extrínseca, dado que los estudiantes siempre esperan algo más (recompensas representadas en notas, felicitaciones por parte del profesor, entre otras), la motivación extrínseca también se vio representada con la salida académica que se hizo a la universidad, pues esta actividad que aunque no hace parte del estudio de las funciones trigonométricas, motiva a los estudiantes a seguir estudiando matemáticas, para lograr ingresar a la educación superior.

3.6.3 Recomendaciones

- ❖ Se debe motivar a los estudiantes para que sigan su formación en los diferentes ámbitos académicos, las actividades que se deben realizar para cumplir con el propósito de estimular a sus estudiantes para que sigan con su formación dependen del conocimiento que tenga el profesor de cada estudiante, pues con ello se garantiza una buena orientación

por parte del profesor; si se sabe que los estudiantes no tienen interés en seguir su formación académica se debe preguntar el por qué, dado que muchas veces es por falta de conocimiento de experiencias positivas de otras personas o simplemente, el estudiante no conoce que posibilidades existen para continuar sus estudios. Mantener una comunicación directa con cada estudiante es fundamental para que exista “confianza” y así poder estimular paulatinamente el sueño que debe tener cada profesor y es que sus estudiantes continúen con su formación académica

- ❖ Los profesores de hoy deben estar pendientes que sus estudiantes tengan una “buena actitud” frente a lo que se está enseñando, deben cautivar a sus estudiantes, deben capturar su atención, así se abre la posibilidad de que los estudiantes se motiven, siempre tratando de que la motivación que aparezca sea intrínseca, que es la mejor para que el estudiante adquiera un conocimiento significativo
- ❖ Diseñar los planes de clase de acuerdo al contexto de cada institución educativa.
- ❖ Determinar las características de los estudiantes, para diseñar ambientes educativos.
- ❖ Mantener siempre en vista los objetivos y el problema que se planteó al inicio.
- ❖ Disfrutar lo que se hace al máximo.

Referencias

- Davila, S. (2006). Generación Net: Visiones para su Educación. *ORBIS*, 24-48.
- Duarte D., J. (s.f.). Ambiente de aprendizaje una aproximación conceptual. *Revista Iberoamericana de educación*, 2-18.
- Duarte, J. (2003). Ambiente de aprendizaje una aproximación conceptual. *Revista Iberoamericana de educación*, 2-18.
- Dulcey, C. O. (2016). Guías de Matemáticas . En C. O. Dulcey, *Guías de Matemáticas* . Popayán.
- Farias, D., & Pérez, J. (2010). Motivación en la Enseñanza de las Matemáticas y la Administración. *Formación Univercitaria*, 33-39.
- Font, V. (1994). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas. *Articulos* , 10-16.
- Font, V. (s.f.). Motivación y dificultades de aprendizaje en Matemáticas .
- Freire, P. (1997). *Pedagogía de la autonomía*. México: Siglo XIX.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *FUNDAMENTOS DE LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LAS* . Granada: Los autores.
- Graells, M. P. (2012). IMPACTO DE LAS TIC EN LA EDUCACIÓN: FUNCIONES Y LIMITACIONES. *CIENCIAS* , 1-15.
- Manterola P., M. (2003). *Psicología Educativa: conexiones con la sala de clases*. Chile: Ediciones UCSH.
- Manterola Pacheco, M. (2003). *Psicología Educativa: conexiones con la sala de clases*. Chile: Ediciones UCSH.
- Oderlogica. (2017). <http://normalpopayan.edu.co/nosotros/resena-historica>. Obtenido de <http://normalpopayan.edu.co/nosotros/resena-historica>: <http://normalpopayan.edu.co/nosotros/resena-historica>
- Serres, M. (1989). *Historias de las Ciencias*. París: Cátedra, S.A.
- Socas Robayna, M. M. (s.f.). [http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema2%20obstaculos%20en%20la%20ense+%A6anza%20\(1%20a%20la%2018\).pdf](http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema2%20obstaculos%20en%20la%20ense+%A6anza%20(1%20a%20la%2018).pdf). Obtenido de [http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema2%20obstaculos%20en%20la%20ense+%A6anza%20\(1%20a%20la%2018\).pdf](http://face.uasnet.mx/zona/mochis/recursos_web/alumnos/semestre2/procesoAprendizajeMatematicas/tema2%20obstaculos%20en%20la%20ense+%A6anza%20(1%20a%20la%2018).pdf).

- Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2007). *Precalculo: Matemáticas Para el Cálculo*. Intenational Thomson Editores, S.A. de C.V.,2007.
- Tapia, J. A. (1992). *Motivar en la Adolescencia, Evaluación e Intervención*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- WEB, O. P. (2017). <http://normalpopayan.edu.co/nosotros/resena-historica>. Obtenido de <http://normalpopayan.edu.co/nosotros/resena-historica>: <http://normalpopayan.edu.co/nosotros/resena-historica>

Anexos

Anexos A. Narraciones de las clases

Las actividades comenzaron en el mes de agosto de 2016, se realizó una reunión con el profesor titular, donde se llega a un acuerdo, el cual consiste en que el practicante se encargue de preparar el tema anteriormente planteado.

Una de las situaciones que llamó la atención fue lo ocurrido en una clase cuando al inicio se propuso a los estudiantes resolver una ecuación logarítmica. Ellos trataron de utilizar propiedades de los logaritmos, pero pasados 15 minutos, fue evidente que los estudiantes tenían dificultades (no podían usar la propiedades) para usar dichas propiedades; al percatarse de la situación, se explica las operaciones que se pueden realizar, después de algunos minutos y en medio de la solución del problema, apareció una ecuación cuadrática, la cual fue resuelta con gran habilidad; sin embargo, en ese momento surgió otra dificultad.

Al verificar en la ecuación logarítmica las dos soluciones obtenidas en la ecuación cuadrática, una negativa y la otra positiva, usando la calculadora, los estudiantes comprobaron que la solución positiva era solución de la ecuación logarítmica, pero cuando un estudiante intentó probar que la solución negativa era solución de la ecuación logarítmica en la calculadora salió el mensaje *Math Error*, entonces él dijo:

“profe me dio error”, pasados unos segundos respondí con la pregunta: ¿Qué paso con esa solución? Nadie respondió; después de transcurrido unos minutos, el profesor titular dijo: “tenemos que revisar lo que paso”, él dio una explicación sobre por qué da error, pero los estudiantes no estaban convencidos de la respuesta del profesor, sin embargo se llegó a la conclusión que ese número negativo no era solución de la ecuación logarítmica. Luego se quiso dar una explicación gráfica al problema planteado pero no fue posible por dificultades técnicas.

Más adelante un estudiante reemplazó la solución negativa en otro punto del procedimiento y se comprobó la ecuación entonces él dijo que el número negativo si era solución, luego se le dijo que tenía que verificar en la ecuación original, no en las otras que eran equivalentes.

Nótese que en esta narración, los niños están “muy motivados” por realizar los ejercicios, algunos trabajan de manera individual y grupal. En una observación más detalla y hablando con los estudiantes se percibió que algunos de ellos les gustaba lo que hacían, otros solo lo hacían por obligación; también había una competencia por saber quién terminaba primero.

a. Presentación con los estudiantes de la I.E.D.

Se hizo un acuerdo verbal con los estudiantes (contrato didáctico) de realizar las clases de trigonometría, los días miércoles de cada semana, también se adelantó una conversación con el profesor titular, en la cual se discutieron aspectos tales como:

- v. Clases de trigonometría.
- vi. Notas del curso.
- vii. Descripción de las actividades que se llevarían a cabo durante el periodo académico.
- viii. Tiempo estimado para desarrollar los planes de clases.

Nota: las clases se realizaron 12 pm-3pm

b. Inicio de intervención, presentación de la materia: En la primera

Clase 1 (Conociendo mi espacio... la inmersión en la I.E.D.)

Fecha: 01/03/2017

En día 1 de marzo de 2017 a las 12m, comienzo las clases en la Institución Educativa La Depresión, en el grado décimo, en asignatura de trigonometría. La primera vez que me enfrentaba a una clase como profesor de matemáticas; pero yo tenía un plan, el cual consistía en hacer una evaluación diagnóstica a los estudiantes, la cual podía ser escrita u oral, sin embargo debía conocer a los estudiantes, entonces comencé realizando preguntas tales como:

1. ¿Qué es medir?
2. ¿Qué es ángulo?
3. ¿Cómo se miden los ángulos?
4. ¿Para usted que es la trigonometría?
5. ¿Conoce el teorema de Pitágoras?
6. ¿Para qué sirven las matemáticas?

Estas preguntas están realizadas, con dos sentidos, el primero de ellos es para saber cómo los estudiantes recuerdan algunos conceptos vistos en cursos anteriores, y el segundo es para determinar que tanto conocen acerca del área que están a punto de comenzar con migo , pues ellos ya habían empezado clases de trigonometría con el profesor titular.

Luego de ello presente un video el cual ilustra, que es la trigonometría y alguna de sus aplicaciones, además de una narración breve de cómo surgió la trigonometría y cuáles son sus precursores más importantes en la antigüedad y en la época moderna. (Ver imágenes 1, 2,3)

Pregunté a los estudiantes:

¿Conocían ustedes estas aplicaciones de las matemáticas?

Algunos muy espontáneos dijeron, no profesor, no sabíamos.

Luego realice la evaluación diagnóstica prometida, pero la realice de una forma diferente, pase a cada estudiante un marcador y realice preguntas, que cada estudiante debía responder en el tablero y dando cuenta del procedimiento que realizaba, las preguntas fueron las siguientes:

a. Solucionar ecuaciones lineales y cuadráticas.

- $2x - 4 = 12x - 34$
- $\frac{1}{3}x - 12x = 1 - 2x$
- $x^2 - 8x + 7$
- $6x^2 - 48x + 42$

b. Plano cartesiano

- Ubicar las siguientes parejas ordenadas en plano cartesiano.
 - (-2,4)
 - (2,1)
 - (-3,-1)
 - (0,-2)
 - (0,0)

Después de que todos los estudiantes salieron al tablero, propuse una actividad para la clase siguiente, hacer grupos, y escoger un tema uno de los siguientes temas:

1. Paralaje estelar.
2. Aplicaciones de la trigonometría
3. Leonard Euler
4. Pitágoras

Y con el tema realizar una exposición.

Con ello se dio por terminada la clase.

c. Exposición de estudiantes:

Clase 2: Es hora de exponer y presentar las tareas

Fecha: 07/03/2017

En este día se comenzó la clase con la exposición de los diferentes temas que se habían puesto en la clase anterior; ya estaban algunos grupos dispuestos a afrontar la exposición; la primera exposición la realizaron dos estudiantes la cuales a primera vista son las “la más aplicadas del curso”, las cuales llamare **E10** y **E11**. E11 estaba un poco asusta, se le notaba en su forma de hablar; mientras E10 estaba más calmada, ellas explicaron algunas aplicaciones de la trigonometría, se notaba que habían preparado la exposición, pues realizaron cartelera, e hicieron algunos esquemas con los marcadores en el tablero. Luego de terminada la exposición le pedí a sus compañeros una opinión respecto al trabajo de sus compañeras, como nadie quería decir nada, elegí a uno de los estudiante uno para que diera su opinión al respecto; su respuesta fue “Estuvo buena”, yo le pregunte buena en qué sentido: me dijo “pues estuvo buena, porque se veía que las compañeras manejaban el tema y se han preparado bien”.

Después de unos minutos de escuchar al resto de los compañeros seguía el grupo paralaje estelar, ellos dijeron “Que no había podido prepara la exposición dado que no se reunieron para tal fin” entonces yo les dije: espero que la próxima semana tengan lista la exposición.

Enseguida se pararon los estudiantes que tenían como que exponer sobre Leonard Euler, ellos se pusieron al frente muy desanimados, si ganas de nada, después empezaron a leer sus apuntes, no se coordinaban al hablar; de una manera muy jocosa el estudiante **S** dijo: tienen preguntas, nadie respondió nada, entonces yo pregunte qué les pareció la explosión de sus compañeros, “que no lean tanto” dijo uno de los estudiantes, que se paren mejor a la hora de exponer.

Ya para finalizar las exposiciones se presentaron las estudiantes **E5, E6, E7, E9**, con el tema Pitágoras de Samos. Ellas prepararon una cartelera y cada una apporto algo sobre la vida y obra de este matemático.

Después de realizadas las exposiciones mencione que dos de ellas estaba bien en términos generales, exprese también que faltaba mejorar en cuestiones de la presentación y la forma como se deben expresar ante un público, asimismo les propuse que para próximas exposiciones usar herramientas informáticas tales como power point, prezzi, entre otros.

Luego de esto se empezó la clase con lo planteado en plan de clase número 1, sistema sexagesimal, y sistema cíclico (radianes), la metodología que se trabajó en el tiempo fue Tradicional. Al final de la clase. (Ver imagen 4)

Reflexión

En general las exposiciones no estuvieron buenas, pensaba que los trabajos iban a ser mejores, sin embargo se debe rescatar lo que hicieron los dos grupos que llevaron carteleras; estuve muy laxo a lo hora de dar las sugerencias a cada grupo, pero es una primera mirada de los estudiantes a la hora de enfrentarse a un público.

También se notó que los estudiantes no tenían manejo de la regla de tres y de operaciones elementales (inverso multiplicativo, inverso aditivo).

Clase 3

Fecha: 15/03/2017

En esta clase se pretendía hacer un quiz, sin embargo se prestó un inconveniente, los estudiantes E4, E3, E8, E12, E1, E2 expresaron que no entendían los ejercicios, y tampoco como realizarlos, entonces pregunte ¿trabajaron los ejercicios?, no dijeron, entonces pregunte ¿Por qué? No les quedo tiempo expreso un estudiante, mientras que la estudiantes E11, E10, S si había trabajado los ejercicios pero también quería que les aclararan un poco el tema, después de escucharlos tome la decisión de aplazar el quiz, y procedí a resolver dudas que se tenían sobre los temas desarrollados en la clase anterior. (Ver imagen 6)

d. Clases “Normales”, con actividades en grupo y uso de Software (Geogebra): En estas clases se realizaron actividades clases seudotracionales, en la cuales se hizo uso del software geogebra; también se realizó algunas actividades de refuerzo.(Ver imagen 7-9)

e. Sistemas de ecuaciones

f. Evaluación escrita

g. Actividad de campo

Luego de haber desarrollado el componente teórico de algunos aspectos, vamos al componente práctico, en cual se podrán en práctica los conocimientos que se dieron en las clases, también se podrá hacer una evaluación “practica”; en esta actividad se construyó un teodolito¹² casero (ir a plan de clases 2).

Luego se explicó el funcionamiento de dicho instrumento (Ver imagen 9). Se pide a los estudiantes llevar para la próxima clase los materiales para la construcción del teodolito.

El profesor

En la siguiente clase se procede con la construcción del teodolito (Ver imagen 10-16),

Posteriormente salimos al campo para realizar la medición de algunas alturas, midiendo los ángulos de elevación, usando aquí el teodolito. (Imágenes 17-21). Después de las medidas, se realizan los cálculos respectivos (imágenes 22-25)

h. Construcción de graficas en papel milimetrado: En esta clase se construyen las funciones seno y coseno con papel milimetrado, los estudiantes no están muy acostumbrados a realizar graficas (imagen 26-29).

¹² Instrumento topográfico de precisión para medir ángulos de distintos planos.

- i. Uso de geogebra para la construcción de las gráficas de las funciones: es esta clase se explica a los estudiantes, como construir las funciones seno y coseno en geogebra, los estudiantes se sorprenden ya que ven en movimiento una cierta línea en una interfaz gráfica. (imagen 30-31)

Se da una explicación sobre la interfaz y el funcionamiento del programa, se procede con la explicación de con construcción de la función seno, así como aparece en el plan de clases, después ello se repite el proceso, pero esta vez, pasan los estudiantes a interactuar con el computador y a manipular las herramientas de software (imagen 33-34). Terminamos la clase, pero dos estudiantes quería saber cómo graficar coseno (imagen 35), entonces les esplique utilizando el computador como se realizaba tal función.

Anexo B .Planes de Clases

3.6.4 Plan de clases 1

Tema: Logaritmos y Exponenciales

Propósito

Que los estudiantes del curso noveno A de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Popayán, reconozcan las distintas aplicaciones de la función logaritmo y la función exponencial en la vida cotidiana

Objetivo

Analizar las diferentes aplicaciones que tiene la función logaritmo y exponencial en la vida cotidiana.

Contenidos

- a. Definición
- b. Propiedades
- c. Aplicaciones
 - En Matemáticas
 - En Economía
 - En Demografía

Definición: En general se define la función logarítmica como sigue:

$$\log_b x = y \leftrightarrow b^y = x$$

Se interpreta como el logaritmo en base b de un número real positivo x , es el exponente y al que se debe elevar la base b para obtener el número real positivo x .

Definición: Sea $a > 0$ y $a \neq 1$, la función f definida por $f(x) = a^x$, se llama función exponencial de base a su dominio definido en el conjunto de los números reales y el rango son los reales positivos.

- **Consecuencias inmediatas de definición de la función logarítmica**
- ❖ Cualquier número positivo se puede tomar como base de un logaritmo. Sin embargo, generalmente se usa logaritmos Briggs cuya base es 10, y el logaritmo natural cuya base es el número irracional e con $e = 2,71828182845 \dots$

- ❖ La base de un sistema no puede ser negativa, si b es la base, entonces, $b > 1$, con $b \in \mathbb{R}^+$
- ❖ No existe el logaritmo de los números negativos porque la base es siempre positiva.
- ❖ No existe el logaritmo de cero, porque para una base positiva, no existe ningún número al que se eleve la base para que dé cero.
- ❖ El logaritmo de la base es uno, $\log_b b = 1$ para cualquier real $b > 1$
- ❖ El logaritmo de uno es cero, $\log_b 1 = 0$ para cualquier real $b > 1$
- ❖ Los reales mayores que 1 tienen logaritmo positivo, esto es, para $x > 0 \rightarrow \log_b x > 0$

- ❖ Los reales mayores que 0 y menores que 1 tienen logaritmo negativo, esto es, para $0 < x < 1 \Rightarrow \log_b x < 0$

- Las propiedades de la función logarítmica

<ol style="list-style-type: none"> 1. $\log_b(A \cdot B) = \log_b A + \log_b B$ 2. $\log_b\left(\frac{A}{B}\right) = \log_b A - \log_b B$ 3. $\log_b A^r = r \log_b A$ 4. $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
--

Aplicaciones de los logaritmos

En Matemáticas:

Los logaritmos son importantes, para resolver diferentes tipos de ecuaciones, como por ejemplo:

Las denominadas ecuaciones exponenciales y también las ecuaciones logarítmicas las cuales se pueden resolver usando propiedades de los logaritmos.

$$2^{3x-1} = 4 \text{ ecuación exponencial}$$

$$\text{Log}_2(3x + 1) = 1 + \text{Log}_2(x - 2) \text{ ecuación logarítmica}$$

En demografía y economía:

Los logaritmos y las exponenciales son utilizados en la modelación de diferentes fenómenos de la vida de los seres humanos, como: crecimiento de la población, la

demanda de un producto, la escala de Richter (escala logarítmica), la medición del ruido en decibeles, entre otros.

Recursos

El recurso didáctico utilizado es: Un taller de aplicación de los logaritmos en matemáticas, en demografía y en economía.

Actividades

Las actividades que se realizaron en el curso se encuentran a continuación.

Actividades a Realizar

1. Resolución de problemas, ecuaciones logarítmicas

a. $\mathbf{\log_{10}(x + 3) - 1 + \log_{10}(x) = 0}$

Manejo de la propiedades de los logaritmos.

b. $\mathbf{\log_{10}(x) + \log_{10}(x + 3) = 2\log_{10}(x + 2)}$

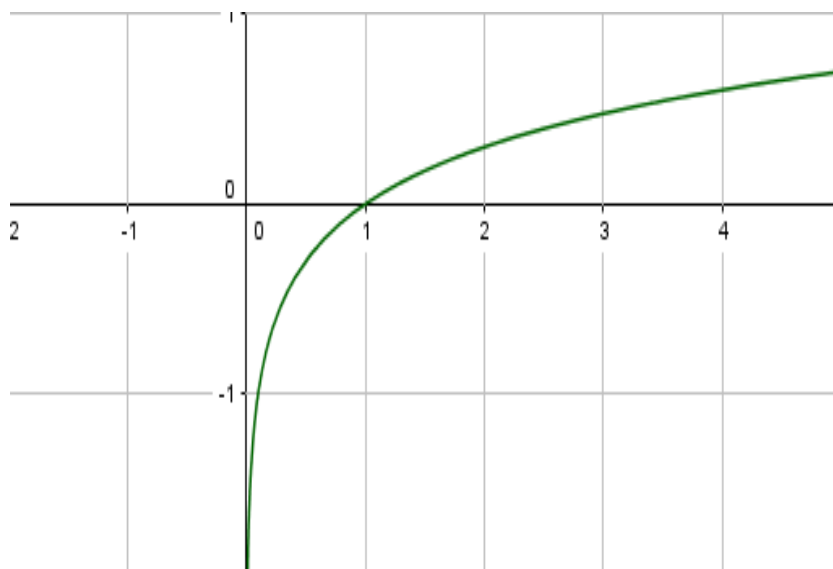
Manejo de la propiedades de los logaritmos.

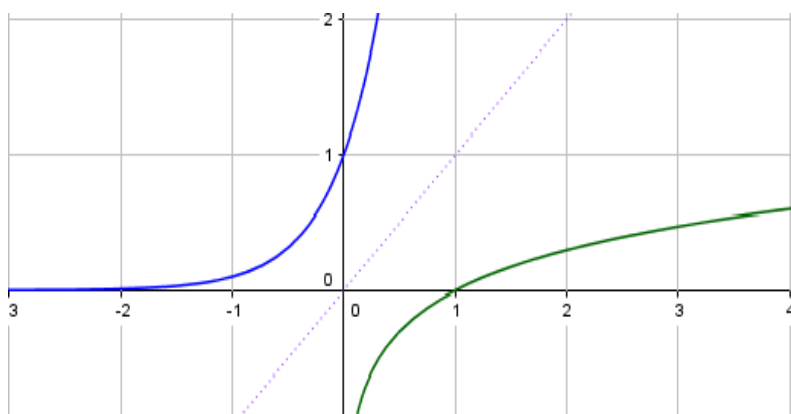
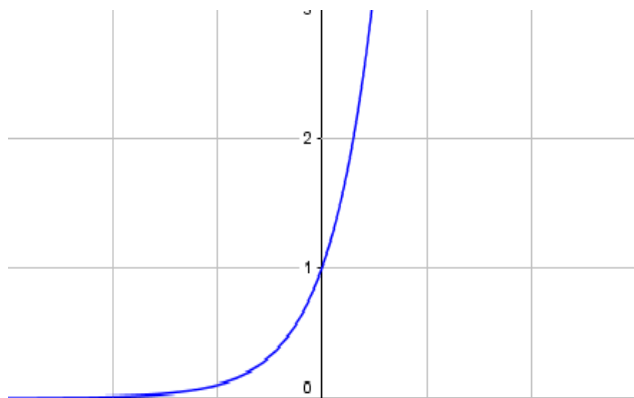
2. Taller de aplicaciones y relación entre la función logarítmica y exponencial

a. Colocar foto del taller (Anexos).

b. Relación de la función exponencial

Uso de geogebra para observar la gráfica de la función exponencial vs la función logarítmica.





- Identificar las gráficas de la función logaritmo y exponencial con sus respectivas traslaciones.
- Usar gráficos para reconocer intuitivamente que las funciones logaritmo y exponencial tienen una relación inversa.

Actividades realizadas

Las actividades realizadas fueron la actividad 1 y la actividad 2.

Evaluación

La primera actividad es una evaluación diagnóstica.

Actividad de repaso

Recordar algunos conceptos de algebra para poderlos aplicar en el desarrollo de los conceptos que se trabajaran en trigonometría.

0. Video, el cual muestra cómo se usa la trigonometría en otras ciencias y en aspectos de la vida cotidiana.
1. Evaluación diagnostica.
 - c. Solucionar ecuaciones lineales y cuadráticas.
 - $2x - 4 = 12x - 34$
 - $\frac{1}{3}x - 12x = 1 - 2x$
 - $x^2 - 8x + 7$
 - $6x^2 - 48x + 42$
 - d. Plano cartesiano
 - Ubicar las siguientes parejas ordenadas en plano cartesiano.
 - $(-2,4)$
 - $(2,1)$
 - $(-3,-1)$
 - $(0,-2)$
 - $(0,0)$
 - e. Concepto de ángulo
 - ¿Qué es un ángulo?
 - ¿Cómo se miden los ángulos?
 - ¿Cómo se clasifican los ángulos?
 - ¿Conoce el teorema de Pitágoras?
De un ejemplo

3.6.5 Plan de clases 2.

Tema: concepto y clasificación de ángulos

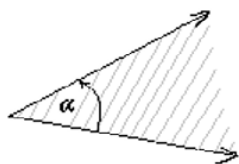
Objetivos:

Estudiar la definición de ángulo (como eje fundamental de la trigonometría).

Establecer conceptos básicos para el desarrollo de la trigonometría

Contenido

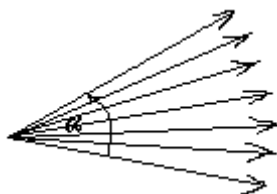
- **ÁNGULO:** Región del plano limitada por dos semirrectas de origen común.



Los ángulos se designan con las letras del alfabeto griego:
 α - alpha, β - beta, γ - gamma, δ - delta, ε - épsilon, ζ
 = zeta, η = eta, θ = theta, ι = iota, κ = kappa, λ = lambda,
 μ = mu, ν = nu, ξ = xi,
 \omicron = omicron, π = pi, ρ = rho, σ = sigma, τ = tau, υ =
upsilon, ϕ = phi,
 ψ = psi, ω = omega, χ = chi

- Los ángulos empleados en trigonometría:

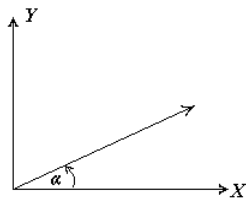
✓ Ángulo generado: es un ángulo cuyo lado terminal se hace rotar sobre su vértice:



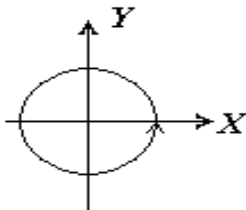
Ángulo positivo: es un ángulo que se genera en sentido contrario a las agujas del reloj.

Ángulo negativo: es un ángulo que se genera en el mismo sentido de las agujas del reloj.

Ángulo en posición normal: Un ángulo que se coloca sobre un plano cartesiano, de tal forma que el vértice coincide con el origen del sistema de coordenadas cartesianas, su lado inicial coincide con el eje positivo de las abscisas X y su lado terminal queda en cualquiera de los cuadrantes.



Ángulo de giro: es un ángulo generado por una vuelta completa.



Sistemas de medida de ángulos

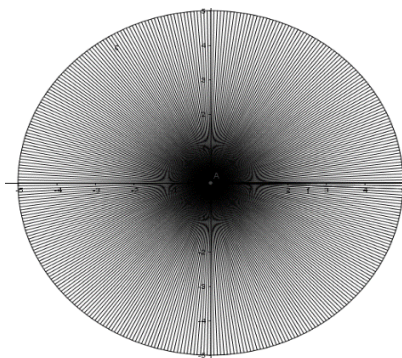
Se deben responder a las preguntas

- ¿Qué es medir?
- ¿Qué es un patrón?
- ¿Qué es una unidad de medida?

Para medir ángulos se usan fundamentalmente dos sistemas de medidas

- i. Sistema sexagesimal

- ❖ Unidad básica : el grado que corresponde a un ángulo equivalente a la $\frac{1}{360}$ parte de un ángulo de giro, es decir: *El ángulo de giro* = 360°



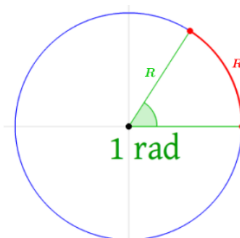
- ✓ Unidades secundarias:

El minuto: corresponde a un ángulo equivalente a la $1/60$ parte del ángulo de 1° , es decir: $1^\circ = 60'$

El segundo: corresponde a un ángulo equivalente a la 1/60 parte del ángulo de 1', es decir: $1' = 60''$

ii. Sistema cíclico

- ❖ Unidad básica: *El radian*, que es un ángulo cuyo arco siempre es igual al radio correspondiente.



- Relación entre el sistema sexagesimal y el sistema cíclico

Colocamos un ángulo de giro en un plano cartesiano y los designamos con la letra α , que en grados corresponde a 360° . Para establecer la relación entre el sistema sexagesimal y el sistema cíclico, debemos determinar cuántos radianes están contenidos en un ángulo de 360°

Para desarrollar lo anterior hay que determinar cuántos arcos iguales al radio caben en la longitud de la circunferencia, para lo cual dividimos la longitud de la circunferencia entre el radio. Entonces, si:

$L =$ longitud de la circunferencia.

$$L = 2\pi R$$

$R =$ radio

Por lo tanto, en un ángulo de giro hay 2π radianes, es decir:

$360^\circ \equiv 2\pi$ radianes, y así finalmente se obtiene que:

$$1' \equiv \pi \text{ radianes}$$

Actividad

1. Con las equivalencias anotadas del sistema sexagesimal reducir a grados minutos y segundos en cada caso, los siguientes ángulos:
 - a) $7830''$ b) $548'$ c) $4, 28^\circ$ d) $346'$ e) $5236''$ f) $2407''$ g) $12.360''$ h) $32, 45^\circ$
 - i) $960'$ j) $15650'$

2. Con el resultado obtenido sobre la relación entre los sistemas de medida de ángulos, reducir:

- a) A radianes, los siguientes ángulos: $15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 240^\circ, 360^\circ$
 b) A grados, los siguientes ángulos: $\frac{\pi}{4}, \frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{12}, \frac{4\pi}{3}$

3.6.6 Plan de clase 3

Tema: funciones trigonométricas

Objetivo

Estudiar la definición y el concepto de las funciones trigonométricas

Estudiar las aplicaciones de las funciones trigonométricas

Contenido

Definición: Una función es una relación entre dos conjuntos de forma que a cada elemento del primer conjunto le corresponde uno y sólo un elemento del segundo conjunto, la notación utilizada es:

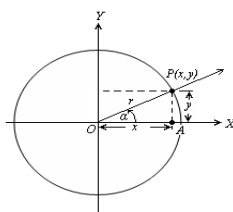
$f : X \rightarrow Y$, $y = f(x)$ Al conjunto X se le llama Dominio y al conjunto Y se le llama Imagen. Se debe cumplir:

- Todos los elementos de X están relacionados con elementos de Y
- A cada elemento $x \in X$ le corresponde un único elemento $y \in Y$

A la variable x se le llama variable independiente, mientras que a la variable y se le denomina variable dependiente.

La trigonometría es una de las ramas más antiguas de las matemáticas, se basa en la relación matemática de los lados de un triángulo rectángulo. Es decir todos los posibles cocientes que resulten entre los valores de los lados del triángulo, estos posibles cocientes son seis, cada uno de los cuales define una función trigonométrica.

Consideremos un ángulo α en posición normal respecto a un sistema de coordenadas cartesianas X, Y y tracemos con respecto al origen una circunferencia de radio $r > 0$ que corta el lado terminal en el punto $P(x, y)$.



SENO $\text{sen}\alpha = \frac{y}{r}$	COSECANTE $\text{cosec}\alpha = \frac{r}{y}$
COSENO $\text{cos}\alpha = \frac{x}{r}$	SECANTE $\text{sec}\alpha = \frac{r}{x}$
TANGENTE $\text{tan}\alpha = \frac{y}{x}$	COTANGENTE $\text{cot}\alpha = \frac{x}{y}$

Para la resolución de problemas sobre el cálculo de las funciones trigonométricas debe tenerse en cuenta adicionalmente que:

- ❖ Los valores de la abscisa x y la ordenada y , varían de acuerdo con el cuadrante en el que esté ubicado el ángulo en posición normal.
- ❖ El teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo, se expresa mediante la fórmula

$$r^2 = x^2 + y^2$$
- ❖ Inicialmente, un primer problema consiste en calcular el valor de las funciones trigonométricas de un ángulo, conocido un punto $P(x, y)$ por donde pasa el lado terminal del ángulo. En este caso para calcular el valor de las funciones trigonométricas se debe calcular el radio y luego aplicar los conceptos de cada función.
- ❖ Un segundo problema consiste en calcular el valor de las funciones trigonométricas de un ángulo, conocido el valor de una función trigonométrica. En este caso, la función conocida proporciona dos de los tres valores x, y, r . Con los dos valores conocidos se calcula el tercer valor y luego se aplican los conceptos de las funciones trigonométricas para calcular las restantes.

Actividad

1. Calcular el valor de las funciones trigonométricas del ángulo α cuyo lado terminal es interceptado por una circunferencia de radio r , en el punto dado:
 - a) $P(3, 4)$
 - b) $P(-12, 5)$
 - c) $P(-3, -2)$
 - d) $P(5, -3)$

2. Calcular el valor de las funciones trigonométricas, trazar la gráfica para los siguientes casos:

a) $\operatorname{tg} \alpha = 3/4$, con α un ángulo del III cuadrante.

b) $\operatorname{csc} \beta = 7/2$ con β un ángulo de II cuadrante.

c) $\operatorname{sec} \theta = 5$ con θ un ángulo de IV

d) $\operatorname{cos} \delta = 1/3$ con δ un ángulo de I cuadrante

e) $\operatorname{sec} \gamma = 10/6$ con γ un ángulo de IV cuadrante.

3.6.7 Plan de clases 4

Tema: funciones trigonométricas y ángulos notables

Objetivos

Estudiar la relación de las funciones trigonométricas y los triángulos rectángulos

Analizar las diferentes aplicaciones de las funciones trigonométricas

Hasta ahora hemos definido las funciones trigonométricas para ángulos en posición normal, necesarios para abordar el tema de ángulos notables y resolución de problemas utilizando triángulos además, vamos a independizar los ángulos del sistema de coordenadas cartesianas y se definirán las funciones trigonométricas en un triángulo rectángulo.

Consideremos un triángulo rectángulo ΔABC y el ángulo α . Los lados del triángulo se llaman HIPOTENUSA, el lado mayor; CATETO ADYACENTE, el lado que forma parte del ángulo; CATETO OPUESTO, el lado que es opuesto al ángulo.



$$\text{sen}\alpha = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{csc}\alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Opuesto}}$$

$$\text{cos}\alpha = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{sec}\alpha = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto Adyacente}}$$

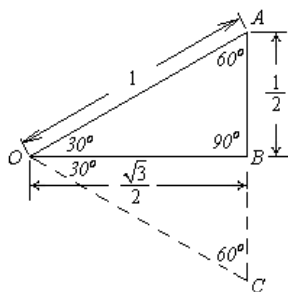
$$\text{tan}\alpha = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}}$$

$$\text{cot}\alpha = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Cateto Opuesto}}$$

- Aplicaciones: ángulos notables y resolución de triángulos rectángulos

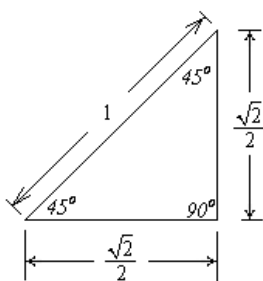
✓ **ÁNGULOS NOTABLES:** son ángulos de uso frecuente en trigonometría, estos son 30° , 45° y 60° (ver Figura 16)

Para 30° y 60°



Consideremos el triángulo rectángulo ΔOAB tal que: $OA = 1$ $\angle BOA = 30^\circ$ y $\angle OAB = 60^\circ$. Construimos el triángulo auxiliar ΔOBC tal que $\angle BOC = 30^\circ$ y $AB = BC$. En estas condiciones el triángulo ΔOAB es equilátero. Por lo tanto:

$AC = 1$ y así $AB = 1/2$, y calculamos el valor de OB por el teorema de Pitágoras, resultando: $OB = \frac{\sqrt{3}}{2}$



Consideremos el triángulo rectángulo ΔOAB tal que: $OA = 1$ $\angle AOB = 45^\circ$ y $\angle OAB = 45^\circ$. En estas condiciones el triángulo ΔOAB es isósceles. Entonces: $OB = AB$, y calculamos el valor de OB por el teorema de Pitágoras, resultando: $OB = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Para recordar y deducir los valores de las funciones para ángulos notables sin uso de calculadora.

- Primera parte de la deducción

ángulos	0°	30°	45°	60°	90°
Funciones					
$sen\phi$	0	1	2	3	4
$cos\phi$	4	3	2	1	0
$tan\phi = \frac{sen\phi}{cos\phi}$					

Segunda parte de la deducción

ángulos	0°	30°	45°	60°	90°
Funciones					
$\text{sen}\emptyset$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$
$\text{cos}\emptyset$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$
$\text{tan}\emptyset = \frac{\text{sen}\emptyset}{\text{cos}\emptyset}$					

- Tercera parte de la deducción

ángulos	0°	30°	45°	60°	90°
Funciones					
$\text{sen}\emptyset$	$\sqrt{0}/2$	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{4}/2$
$\text{cos}\emptyset$	$\sqrt{4}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{1}/2$	$\sqrt{0}/2$
$\text{tan}\emptyset = \frac{\text{sen}\emptyset}{\text{cos}\emptyset}$					

- Cuarta parte de la deducción

ángulos	0°	30°	45°	60°	90°
Funciones					
$\text{sen}\emptyset$	0	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\text{cos}\emptyset$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0
$\text{tan}\emptyset = \frac{\text{sen}\emptyset}{\text{cos}\emptyset}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

- Resolución de triángulos rectángulos:

Resolver un triángulo es determinar los valores de sus tres lados, sus tres ángulos y su área, a partir del conocimiento como mínimo de tres de sus elementos siempre y cuando uno de éstos sea un lado. En la resolución de triángulos se presentan dos casos, considerando que ya se conoce uno de sus ángulos, el ángulo recto:

Primer caso: cuando se conocen un lado y un ángulo

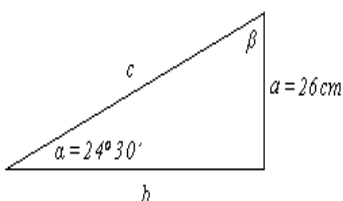
- Se conoce un ángulo y el cateto opuesto
- Se conoce un ángulo y el cateto adyacente

c) Reconoce un ángulo y la hipotenusa

Segundo Caso: se conocen dos lados

- a) Se conocen los dos catetos
- b) Se conocen un cateto y la hipotenusa

Ejemplo 1: resolver un triángulo rectángulo que tiene un ángulo de $24^\circ 30'$ y su cateto opuesto mide 6m.



DATOS	INCOGNITAS
$\alpha = 24^\circ 30'$	$b = ?$
$a = 6$ cm	$c = ?$
	$\beta = ?$

De acuerdo con los datos que planteo el triángulo, identificamos las funciones trigonométricas que relacionen las cantidades conocidas con las incógnitas.

- La hipotenusa c

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{a}{c} \rightarrow \operatorname{sen} 24^\circ 30' = \frac{6 \text{ cm}}{c} \rightarrow c \cdot (\operatorname{sen} 24^\circ 30') = 6 \text{ cm} \rightarrow c = 14,46 \text{ cm}$$

- El cateto adyacente b

$$\operatorname{cos} \alpha = \frac{b}{c} \rightarrow \operatorname{cos} 24^\circ 30' = \frac{b}{14,46} \rightarrow 14,46 \text{ cm} \cdot (\operatorname{cos} 24^\circ 30') = b \rightarrow b = 13,15 \text{ cm}$$

- El ángulo β

$$\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ \rightarrow 24^\circ 30' + \beta + 90^\circ = 180^\circ \rightarrow \beta = 65^\circ 30'$$

Actividad

Resolución de triángulos rectángulos

Resolver los siguientes triángulos rectángulos. En cada caso elabore una gráfica y establezca los datos conocidos y desconocidos, así mismo, dibuje el esquema operativo de la calculadora:

- a) Ángulo de 62° ; cateto opuesto al ángulo dado 240 m
- b) Ángulo de $40^\circ 30'$; cateto adyacente al ángulo dado 30 cm
- c) Ángulo de $53^\circ 25'$; hipotenusa 42 m
- d) Ángulo de $33^\circ 45'$; cateto opuesto al ángulo dado 22 m
- e) Ángulo de $50^\circ 30'$; cateto adyacente al ángulo $2,5\text{ m}$
- f) Ángulo de $36^\circ 28'$; hipotenusa $7,8\text{ m}$
- g) Catetos 6 cm y 8 cm
- h) Catetos 30 cm y 50 cm i) Cateto de 8 m e hipotenusa 12 m
- j) Cateto 47 m e hipotenusa 52 m

- Planteamiento y resolución de problemas

Aplicaciones a la topografía

1. Para medir el ancho de un río se utiliza el teodolito, la cinta métrica y estacas. Desde cierto punto A se coloca el teodolito y se dirige una visual a lo largo de la orilla del río, se mide una distancia de 150 m hasta el punto B . En el punto A se gira el telescopio del teodolito en un ángulo de 90° , hacia la orilla opuesta y se determina el punto C . El ángulo medido en el punto B dirigiendo la visual hacia C , de $31^\circ 16' 28''$. Calcular el ancho del río.

Aplicaciones varias

Ángulos de Elevación

Es el ángulo formado por línea horizontal y la línea de mira cuando el objetivo se encuentra por encima de la línea horizontal.



Ángulos de Depresión

Es aquel ángulo formado por la línea horizontal y la línea de mira cuando el objeto se encuentra por debajo de la línea horizontal.



- Desde cierto punto sobre el plano del pie de una montaña, el ángulo de elevación al pico es de 60° , en otro punto situado a 550 m más lejano el ángulo de elevación es de 30° .
Calcular la altura de la montaña.
- Desde una montaña de 120 m de alta se observa la orilla más cercana de un río, con un ángulo de depresión de 25° y la orilla más lejana con un ángulo de depresión de 19° .
Calcular el ancho del río.

Aplicaciones a la navegación

- Dos aviones parten de un mismo punto, el primero hacia el Norte con una velocidad de 320 km/h y el segundo hacia el Este con una velocidad de 400 km/h. Calcular a qué distancia se encuentra el uno del otro.
- Desde un avión a 1500 m de altura se observa una embarcación, con un ángulo de depresión de 34° , y sobre el mismo plano, en sentido opuesto, se observa el puerto mediante un ángulo de depresión de 45° . Calcular a qué distancia se encuentra el barco del puerto.
- Un barco navega durante 60 km en la dirección $N21^\circ W$ (21° al oeste del norte); gira entonces 90° hacia la izquierda y recorre otros 100 km. Encontrar su posición con respecto al punto de partida.

Aplicaciones a la física

- Un objeto de 400 gr de masa está sobre un plano inclinado de 25° con la horizontal. Calcular la fuerza que presiona al plano y la fuerza que hace que el cuerpo tienda a deslizarse.
- Un submarino sale a la superficie y navega en dirección $N41^\circ 30' O$ a 22 km/h. Calcular con qué velocidad se mueve hacia el norte y con qué velocidad se mueve al oeste.

3. Una lancha navega con una velocidad de 4 m/seg atraviesa un río cuya corriente tiene una velocidad de 3,5 m/seg. Calcular en qué dirección debe navegar para llegar justamente a un punto situado frente a la orilla opuesta.
1. Desde una azotea de un edificio se observa que los ángulos de elevación y depresión a la parte superior e inferior de una torre, son 42° y 28° , respectivamente. Si la altura del edificio es de 32 m, calcular la altura de la torre.
2. Un observador en el suelo ve hacia el este una cometa con un ángulo de elevación de $59^\circ 20'$ y otra persona la ve hacia el oeste, con un ángulo de elevación de $34^\circ 15'$. Calcular a qué altura está la cometa, si las personas están separadas 70m

3.6.7.1 Actividad (Teodolito)

Construcción de un clinómetro

El clinómetro lo usaremos para medir ángulos y sirve para medir de manera indirecta la altura de postes o árboles. Un aparato similar utilizaban los marinos para orientarse.

Materiales

- Transportador
- Cinta adhesiva
- Hilo o cordel
- Tubo plástico
- Plomo o tuerca

Pasos para construir el clinómetro

1. Pega el transportador al tubo plástico con la cinta adhesiva.
2. Realiza un orificio pequeño en el centro del transportador y suspende de un hilo, este hará las veces de guía para marcar el ángulo de inclinación con respecto a la horizontal.
3. Al final del hilo amarre o pegue un peso, que en este caso puede ser un plomo o una tuerca.



Actividad: Realizar mediciones de diferentes alturas inalcanzables con ayuda del teodolito.

- i. Medir la altura de un árbol usando el teodolito.
- ii. Medir el cerro¹³ de Francia usando dos ángulos de elevación
- iii. Medir la altura del quiosco¹⁴

Análisis gráfico de las funciones trigonométricas. Líneas y curvas trigonométricas

- Las líneas trigonométricas: se representan en un círculo de radio 1 (círculo goniométrico) a través de segmentos rectilíneos, cuyo valor corresponde al valor de la función trigonométrica respectiva.

Para trazar las líneas trigonométricas se traza un plano cartesiano y se determina un ángulo en posición normal de I, II, III o IV cuadrante, cuyo lado terminal es interceptado por una circunferencia de radio 1 ($R = 1$) que se prolonga hasta que intercepte las líneas tangentes a la circunferencia. El método de trazado consiste en trabajar las funciones trigonométricas sobre triángulos rectángulos semejantes que tengan un lado igual a la unidad, y de tal forma que el denominador de la fracción correspondiente a cada función trigonométrica sea siempre la unidad.

Se definen las funciones trigonométricas en tres triángulos rectángulos y en cada uno de ellos se deducen las líneas trigonométricas. En el I cuadrante todas las funciones son positivas, por lo tanto las líneas tendrán orientación positiva, en los cuadrantes II, III y IV hay que tener presente cuales funciones son positivas y cuales son negativas para definirle su respectiva orientación. La orientación de las funciones trigonométricas secante y cosecante la definen la función tangente y cotangente en cada cuadrante.

- Las curvas trigonométricas: en esta parte analizaremos a fondo cada función trigonométrica a partir de las curvas que representan la variación de las funciones trigonométricas.

¹³ Elevación montañosa.

¹⁴ Construcción hecha en guadua en forma de quiosco

- Construcción de las gráficas seno y coseno: para trazar las curvas del seno y coseno se siguen los siguientes pasos
 1. Trazamos en una hoja de papel milimetrado de 31 cm por 22 cm un sistema de coordenadas cartesianas de tal forma que el eje Y se trace por el lado del ancho a 4 cm de la orilla, y el eje X por el lado del largo y en su parte central a 11 cm a lo largo de toda la hoja.
 2. Trazamos una circunferencia de radio 3 cm y la dividimos toda en ángulos de 15° con el transportador.
 3. Dividimos el eje X en cuatro cuadrantes, trazando líneas verticales (de 8 cm de altura) a partir de la circunferencia y tangencialmente a ella, y luego a 6 cm cada línea vertical. Cada cuadrante así definido, lo dividimos en 6 partes iguales de 1 cm cada una y con una pequeña marca.
 4. Unimos cada par de extremos de las divisiones de la circunferencia en forma horizontal con líneas punteadas suaves y las prolongamos hasta el IV cuadrante.
 5. Para definir las curvas del seno y coseno en hojas separadas, y con el mismo método descrito en los puntos anteriores, en cada una de las 6 divisiones de cada cuadrante, trazamos verticalmente la altura correspondiente a la línea del seno de cada uno de los ángulos en que se dividió la circunferencia, identificando los puntos de intersección con las rectas punteadas horizontalmente. Al unir estos puntos con una curva de trazo continuo, se obtiene la gráfica del seno.
 6. Para la gráfica del coseno, en cada división de cada cuadrante trazamos segmentos verticales de igual longitud a la línea del coseno de cada ángulo en que se dividió la circunferencia, identificando los puntos de intersección con las rectas punteadas horizontales, al unir estos puntos con una curva de trazo continuo se obtiene la gráfica del coseno.

Grafiquemos en geogebra las funciones Trigonómicas

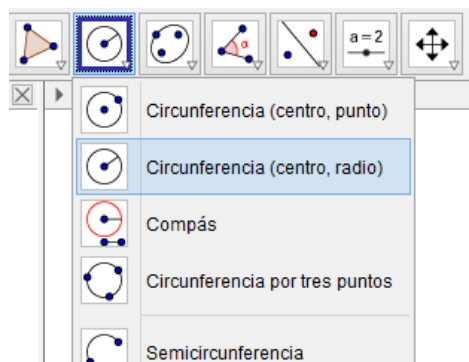
Para ello se debe tener en cuenta lo siguiente:

- a. Reconocer la interfaz de geogebra.
- b. Aprender a manejar las herramientas del software.

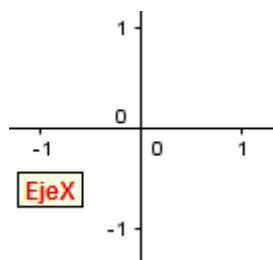
Luego tenemos:

La primera función a dibujar es Seno. Para ellos vamos a seguir los siguientes pasos

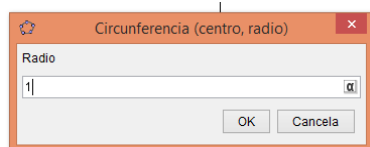
- a. Ingresar a geogebra
- b. Color sobre los ejes una circunferencia de radio 1



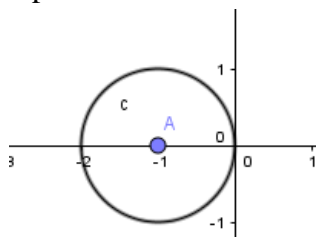
Colocamos el cursor en el punto -1 y damos clic



Aparecerá una ventana, ingresamos el número 1 y damos OK



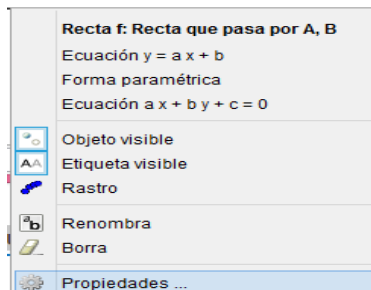
c. Aparecerá una ventana una imagen como esta:




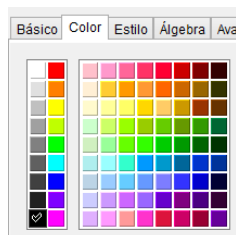
d. Ahora usamos la herramienta de la recta que pasa por dos puntos



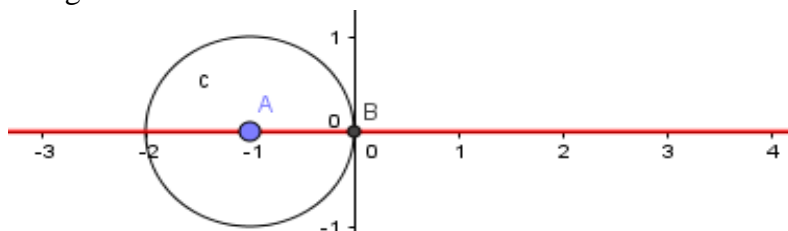
e. Ahora damos clic sobre el punto a y luego clic sobre el origen de coordenadas, aparecerá una recta que esta sobre el eje X, luego damos clic derecho sobre la recta, vamos a propiedades.



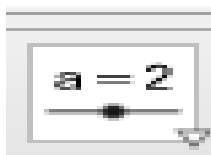
- f. Luego cambiamos el color. Damos clic sobre un color y cerramos la ventana del icono 



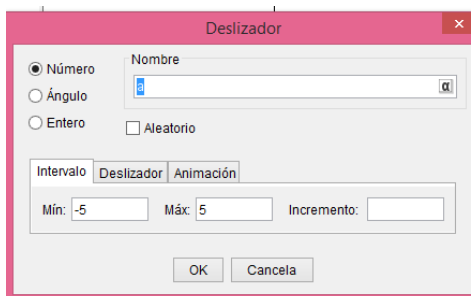
Aparecerá una figura como esta:



- g. Vamos a crear un deslizador
Nos dirigimos al siguiente icono.

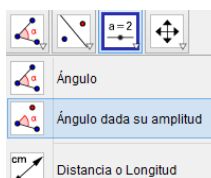


Damos clic en la pestaña y luego escogemos la herramienta deslizador. Después damos clic en donde queremos ubicar el deslizador y aparecerá una ventana como la siguiente

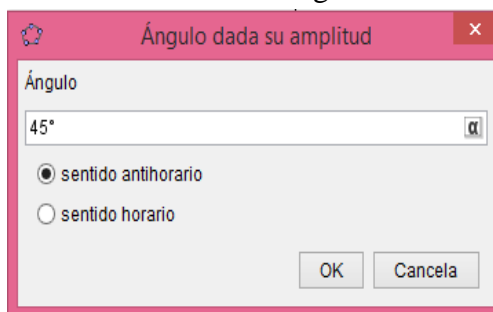


Escogemos la opción de ángulo y damos OK.

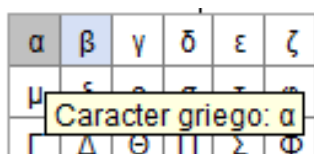
- h. En este momento nos dirigimos a la herramienta ángulo y escogemos la opción ángulo dada longitud.



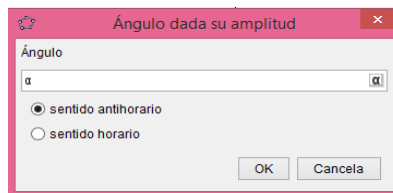
Ahora damos clic en el punto que está en el origen y luego clic en el centro de la circunferencia, aparecerá un ventana como la siguiente.



Damos clic en el siguiente icono α , se desplegará una ventana y luego damos clic en




Se debe borrar el 45° que aparece por defecto.
Con lo cual tenemos:

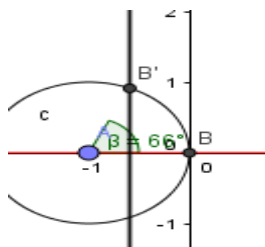



Damos clic en OK.

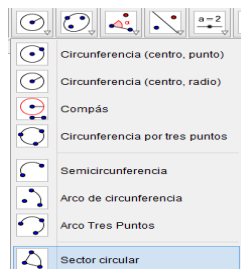
- i. Ahora vamos a crear una recta perpendicular al eje X y que pase por el punto B prima.



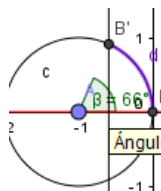
Nos dirigimos al siguiente icono , damos clic, y luego nos dirigimos y escogemos la opción perpendicular, luego damos clic sobre el punto B prima y luego sobre el eje X. Aparecerá la recta.




- j. Se creará un arco de circunferencia, vamos a siguiente icono  y damos clic en la pestaña

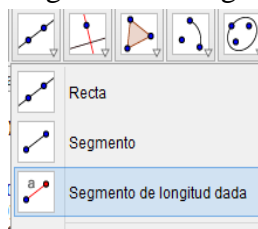


Damos clic donde dice Arco de circunferencia, damos clic sobre el centro de la circunferencia, luego nos dirigimos al punto que está en el origen de coordenadas y damos clic sobre él, después clic sobre el punto B prima. Después cambiamos el color (morado) del arco.

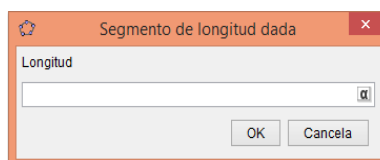


Ahora se creará un segmento sobre el eje X de la misma longitud que el arco.

Damos clic en el icono,  y luego sobre el segmento de la longitud dada.

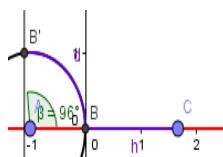


Nos dirigimos al origen de coordenada y damos clic aparecerá una ventana como la siguiente




Colocamos la letra d o el nombre que tenga el arco, damos clic en OK. Luego podemos cambiar el color (sugerencia el mismo color del arco).

Aparecerá lo siguiente.



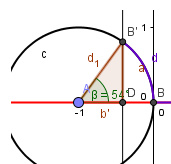
Ahora creamos un nuevo punto en la intersección del eje X y la recta perpendicular que se creó

- k. Se creará un polígono de tres lados, con el punto que se creó, B prima, y el centro de la circunferencia.


Vamos al icono  escogemos la herramienta polígono.

Damos clic en el centro de la circunferencia, en el punto nuevo, en B prima y en el centro de la circunferencia nuevamente.

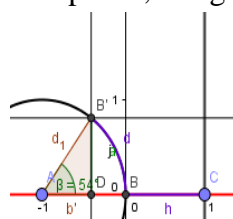
Y les quedara de la siguiente manera



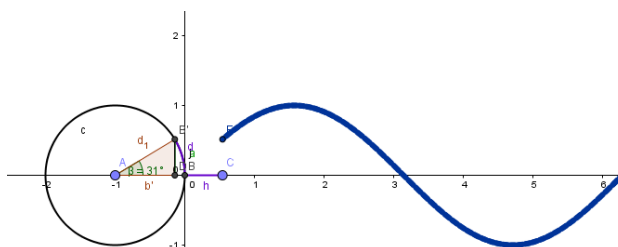
- l. Se creará un segmento desde el nuevo punto hasta B prima. Y le cambiaremos de color.

Vamos al icono  y luego damos clic en segmento. Después nos dirigimos al punto nuevo damos clic y luego nos dirigimos a B prima.

- m. Vamos a crear dos rectas una perpendicular al eje Y y que pase por el punto final del segmento que esta sobre el eje X y tiene la misma longitud del arco de circunferencia, y otra paralela al eje X que pase por B prima, la figura debe quedar así



- n. Crearemos un punto en la intersección de nuestras nuevas rectas y cambiamos el color al punto.
Damos clic derecho sobre el punto y escogemos la opción rastro.
- o. Nos dirigimos al deslizador damos clic derecho y damos la opción animación. Y se genera una figura como esta:



Y lo hemos logrado esta es la gráfica de la función Seno.

7. La siguiente actividad es graficar las demás funciones trigonométricas;

Amplitud, periodo y fase para las funciones seno y coseno

En el trabajo de la guía anterior estudiamos las gráficas de $y = \text{sen}x$, $y = \text{cos}x$; ahora analizaremos las gráficas de seno y coseno de formas más generales. Las curvas de las funciones trigonométricas tienen algunas modificaciones si se multiplica por algún número real o si el ángulo se le multiplica y/o se le suma un número real.

- Amplitud

Consideremos las funciones $y = A\text{sen}(x)$ $y = \text{cos}(x)$, con $A \in \mathbb{R}$

Si $A = 1$, el máximo valor de la ordenada y es 1, y el mínimo es -1 , así la curva resultante es la que se construyó en papel milimetrado. Si $A \neq 1$, los valores máximo y mínimo de la ordenada y varían, en efecto:

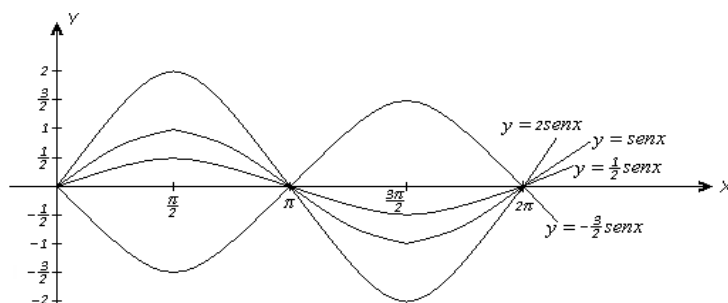
1. Si $A > 1$, los valores de la ordenada y se amplían
2. Si $A < 1$, los valores de la ordenada y se reducen
3. Si $0 < A < 1$, la gráfica se invierte

En este caso el periodo y la fase permanecen constantes

En general:

$$y = A \operatorname{sen} x, \quad y = A \operatorname{cos} x \Rightarrow |A| = \text{amplitud}$$

Ejemplo 1: trazar la gráfica de las funciones $y = 2 \operatorname{sen} x$; $y = \frac{1}{2} \operatorname{sen} x$, $y = -\frac{3}{2} \operatorname{sen} x$



- **Periodo**

Consideremos las funciones $y = \operatorname{sen} Bx$ $y = \operatorname{cos} Bx$ con $B \in \mathbb{R}$

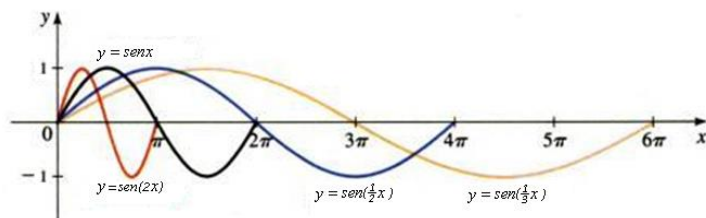
Si $B = 1$, la longitud del de un ciclo completo es 2π , así la curva resultante es la que se construyó en papel milimetrado. Si $B \neq 1$, la longitud del ciclo varía, en efecto:

En este caso, la amplitud y la fase permanecen constante

1. Si $B > 1$, la longitud del ciclo se reduce
2. Si $0 < B < 1$, la longitud del ciclo se amplía

En general: $y = \operatorname{sen} Bx$, $y = \operatorname{cos} Bx$; luego se tiene que $P = \frac{2\pi}{B}$, donde $P \equiv$ Periodo

Ejemplo 2: trazar la gráfica de las funciones $y = \operatorname{sen}(2x)$; ;



- Fase

Consideremos las funciones

$$y = \text{sen}(x + C), y = \text{cos}(x + C) \quad \text{con } C \in \mathbb{Q}$$

Si $C = 0$, la curva resultante es la que se construyó en papel milimetrado. Si $C \neq 0$, la gráfica se desplaza, en efecto:

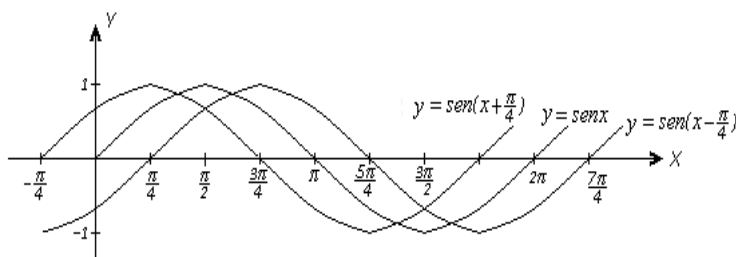
1. Si $C > 0$, la gráfica se desplaza C unidades hacia la izquierda
2. Si $C < 0$, la gráfica se desplaza C unidades hacia la derecha

En general: $y = \text{sen}(x + C), y = \text{cos}(x + C) \quad C \equiv \text{fase} \quad \text{con } C \in \mathbb{Q}$

En este caso, la amplitud y

El periodo permanece constantes

Ejemplo 3: trazar la gráfica de las funciones $y = \text{sen}(x - \frac{\pi}{4})$; $y = \text{sen}(x + \frac{\pi}{4})$



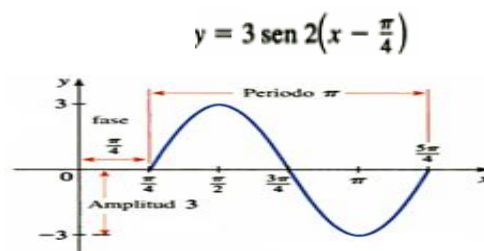
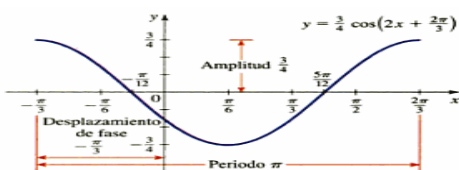
- En general Si consideremos las funciones: $y = A\text{sen}(Bx + C)$, $y = A\text{cos}(Bx + C)$

Entonces:

- $A = \text{amplitud}$. Si $A > 1$, y se amplía; si $A < 1$, y se reduce; si $0 < A < 1$, la gráfica se invierte.
- El periodo $P = \frac{2\pi}{B}$. Si $B > 1$, el ciclo se reduce; si $0 < B < 1$, el ciclo se amplía
- La fase $F = \frac{C}{B}$. Si $\frac{C}{B} > 0$, la gráfica se corre hacia la izquierda; si $\frac{C}{B} < 0$, la gráfica se corre hacia la derecha

Ejemplo 3: trazar la gráfica de las funciones:

$$y = \frac{3}{4}\text{cos}\left(2x + \frac{2\pi}{3}\right) \quad y = 3\text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$



1. Grafique las siguientes funciones:

- $y = 3\text{cos}x$
- $y = -2\text{sen}x$
- $y = -\frac{1}{2}\text{sen}x$
- $y = -\frac{2}{3}\text{cos}x$

2. Determine la amplitud y periodo y grafique las siguientes funciones:

- $y = 3\text{cos}2x$
- $y = -2\text{sen}3x$
- $y = \frac{1}{2}\text{cos}4x$
- $y = 10\text{sen}\left(\frac{1}{2}x\right)$

3. Determine la amplitud, periodo y fase grafique un periodo completo de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{5}{3} \cos(x - \frac{\pi}{2})$

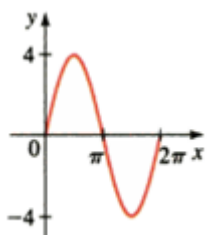
b) $y = 2 \operatorname{sen}(x - \frac{\pi}{3})$

c) $y = -2 \operatorname{sen}(x - \frac{\pi}{6})$

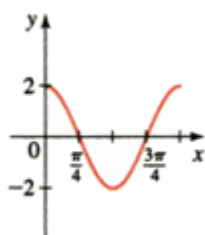
d) $y = 3 \cos(x + \frac{\pi}{4})$

4. En cada una de las gráficas se da un periodo completo de una curva sinusoidal de seno o coseno. Determine: la amplitud, el periodo y la fase, y, la ecuación de la curva correspondiente:

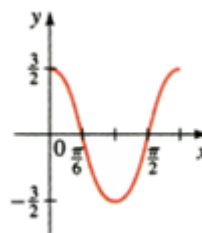
a)



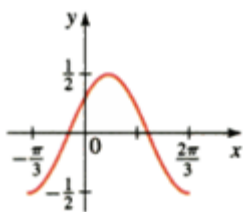
b)



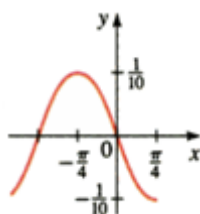
c)



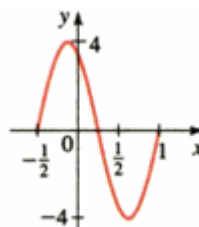
e)



f)



g)



Aplicaciones

9. Altura de una onda: Cuando una ola pasa por los pilotes fuera de la playa, la altura del agua está modelada mediante la función: $h(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{10}t\right)$ donde $h(t)$ es la altura en pies por arriba del nivel medio del mar en el tiempo t medido en segundos.

a) Determine el periodo de la ola.

b) Calcule la altura de la ola, es decir, la distancia vertical entre el valle y la cresta de la ola.

10. Vibraciones sonoras: Se golpea un diapasón, lo cual produce un tono puro cuando sus puntas vibran. Las vibraciones se modelan con la función: $v(t) = 0.7 \operatorname{sen}(880\pi t)$ donde $v(t)$ es el desplazamiento de las puntas en milímetros en el tiempo t medido en segundos.
- Determine el periodo de la vibración.
 - Calcule la frecuencia de la vibración, es decir, la cantidad de veces que vibra por segundo el diapasón.
 - Grafique la función v .
11. Presión sanguínea: Cada vez que el corazón late, la presión de la sangre se incrementa primero y luego disminuye cuando el corazón descansa entre latido y latido. Las presiones máximas y mínimas se llaman presión *sistólica* y *diastólica*, respectivamente. La presión sanguínea de un individuo se expresa como presión sistólica/diastólica. Se considera normal una lectura de 120/80. La presión sanguínea de una persona está modelada por la función: $p(t) = 115 + 25 \operatorname{sen}(160\pi t)$ donde $p(t)$ es la presión en milímetros de mercurio (*mmHg*) cuando el tiempo t se mide en minutos.
- Determine el periodo de P .
 - Calcule el número de latidos por minuto.
 - Grafique la función p .
 - Determine la lectura de la presión sanguínea. ¿Cómo es comparada con la presión sanguínea normal?
12. Estrellas variables: Las estrellas variables son aquellas cuya brillantez varía en forma periódica. Una de las más visibles es Leónidas R; su brillantez está modelada por la función: $b(t) = 7.9 - 2.1 \cos\left(\frac{\pi}{156}t\right)$ Donde t se mide en días.
- Calcule el periodo en días.
 - Determine la brillantez máxima y mínima.
 - Grafique la función b .
13. Vibraciones de una nota musical: Un músico toca con una tuba la nota *mi* y sostiene el sonido durante un tiempo. Para una nota *mi* pura la variación de presión está dada por: $V(t) = 0,2 \operatorname{sen}(180\pi t)$, Donde V se mide en libras por pulgada cuadrada y t en segundos
- Calcular la amplitud, periodo y frecuencia de V
 - Grafique V

Anexo C (Imágenes)

1



2



3



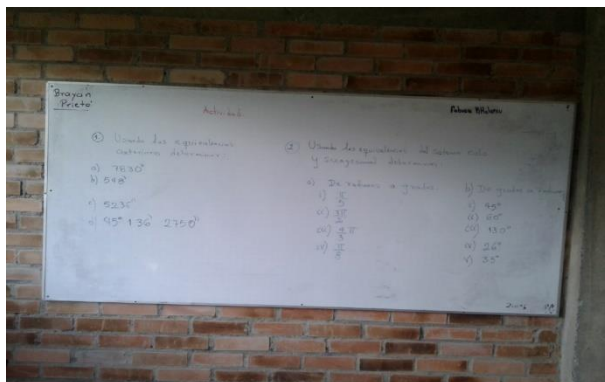
4



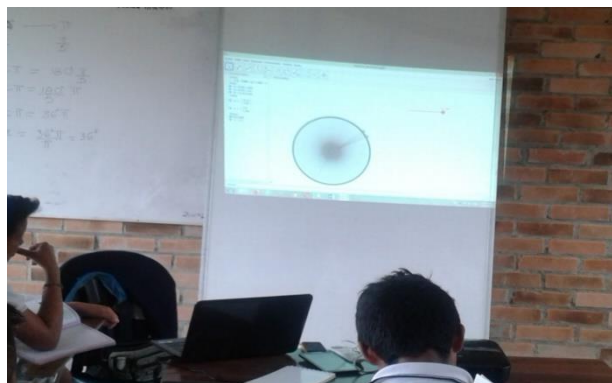
5



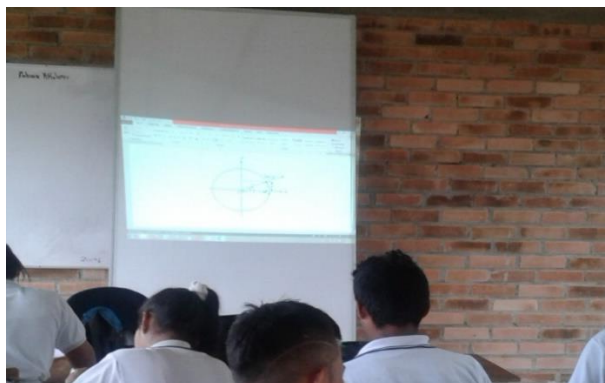
6



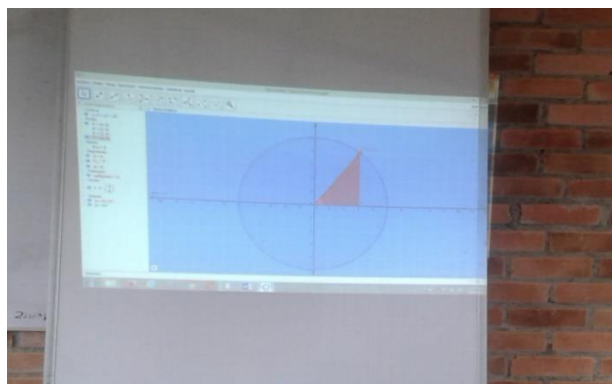
7



8



9



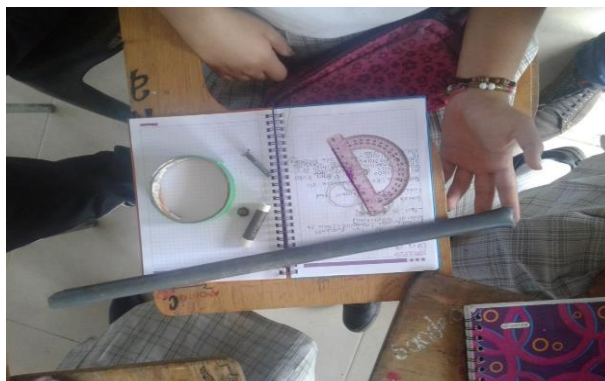
10



11



12



13



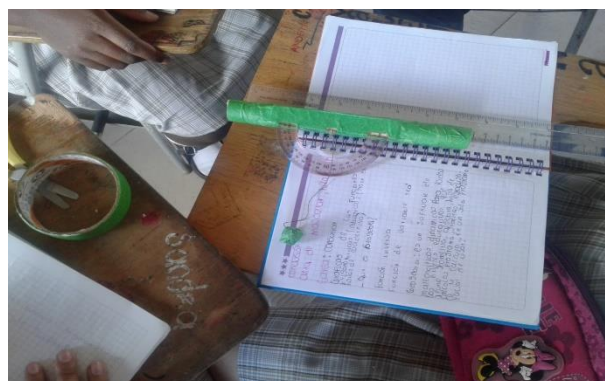
14



15



16



17



18



19



20



21



22



23



24



25



26



27



28



29



30



31



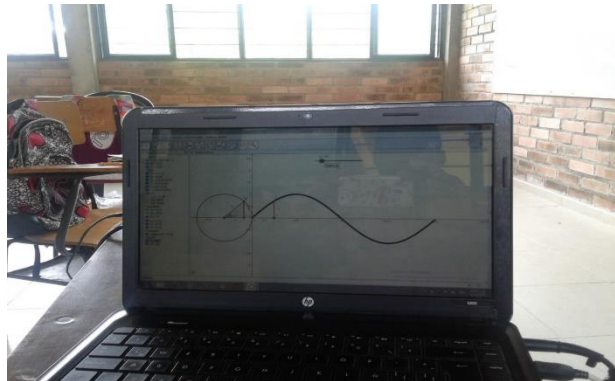
32



33



34



35



36



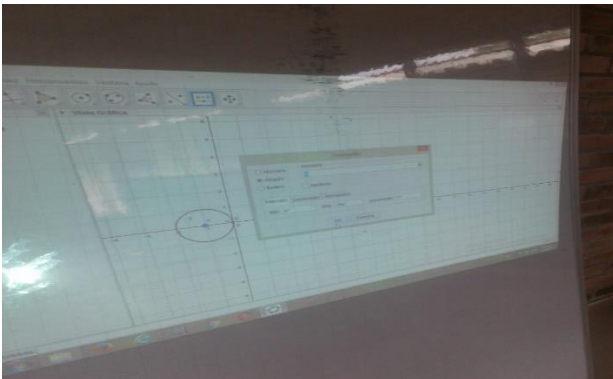
37



38



39



40

