Significados atribuidos a la noción de fracción por parte de estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa los Comuneros de Popayán

Cindy Patricia Rendón Benavides.

Universidad del cauca
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación.
Licenciatura en Matemáticas
Popayán
2019

Significados atribuidos a la noción de fracción por parte de estudiantes de sexto grado de la Institución Educativa los Comuneros de Popayán

Trabajo de Grado para optar al título de Licenciada en Matemáticas

Cindy Patricia Rendón Benavides

Director de práctica:
Ángel Hernán Zúñiga

Universidad del cauca
Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación.
Licenciatura en Matemáticas
Popayán
2019

Nota de aceptación

____
____
____
____

Director____________________________________

Mg. Ángel Hernán Zúñiga

Jurado ____________________________________

Mg. Hevert Vivas

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 01 de febrero de 2019

Contenido

Abstract 8
Introducción..9
Capítulo 1. Contexto Institucional 10
1.1.Generalidades de la Institución Educativa. 10
1.2. Currículo y Plan de Estudio de Matemática...12
1.3 Temática o Unidad Didáctica Seleccionada para ser Enseñada. 14
Capítulo 2. Docencia en la IE-LC...15
2.1. Planeación de la Docencia 15
2.2. Estrategia de Enseñanza. 16
2.3. Desarrollo de contenidos o Docencia Directa 19
2.2.1. Descripción de actividades. 20
Capítulo 3. Reflexión en la Docencia 41
3.1 Presentación de la pregunta investigativa 41
3.2. Referente Conceptual del Enfoque Ontosemiótico de la Didáctica de las Matemáticas……...42
3.3 Análisis de registros y discusión de resultados 47
3.3.1.Análisis de registros y discusión de resultados en TM1. 48
3.3.2.Análisis de registros y discusión de resultados en TM2. 53
3.3.3.Análisis de registros y discusión de resultados en TM3. 61
3.3.4.Análisis de registros y discusión de resultados en TM4. 62
3.3.5.Análisis de registros y discusión de resultados en TM5. 64
3.3.6.Análisis de registros y discusión de resultados en TM6. 66
3.3.7.Análisis de registros y discusión de resultados en TM7. 70
3.3.8.Análisis de registros y discusión de resultados en TM8. 74
Conclusiones y Recomendaciones 78
Bibliografía 81

Lista de Figuras

Ilustración 1. Instalaciones IE Los Comuneros 10
Ilustración 2. Instalaciones IE Los Comuneros 11
Ilustración 3. Elementos de una fracción 48
Ilustración 4. Elementos de una fracción 49
Ilustración 5. Elementos de una fracción 50
Ilustración 6. Elementos de una fracción 51
Ilustración 7. Elementos de una fracción 51
Ilustración 8. Representación geométrica de una fracción....................52
Ilustración 9. Representación geométrica de una fracción....................52
Ilustración 10. Fracciones propias e impropias 54
Ilustración 11.Números mixtos....................55
Ilustración 12.Números mixtos....................56
Ilustración 13.Números mixtos....................58
Ilustración 14.Números mixtos....................59
Ilustración 15. Números mixtos....................60
Ilustración 16.Fracciones equivalentes 61
Ilustración 17. M.C.M y M.C.D 62
Ilustración 18. M.C.M y M.C.D 64
Ilustración 19.Relación de orden en las fracciones....................65
Ilustración 20.Relación de orden en las fracciones....................65
Ilustración 21.Relación de orden en las fracciones....................66
Ilustración 22.Suma de fracciones 67
Ilustración 23.Resta de fracciones 68
Ilustración 24.Suma y resta de fracciones 69
Ilustración 25.Suma y resta de fracciones 70
Ilustración 26.Multiplicación de fracciones 71
Ilustración 27.División de fracciones....................72
Ilustración 28.Multiplicación de fracciones 72
Ilustración 29.División de fracciones....................73
Ilustración 30.Inverso multiplicativo 74

Ilustración 31.Potenciación de fracciones 75
Ilustración 32.Potenciación de fracciones 75
Ilustración 33.Potenciación de fracciones 76
Ilustración 34.Radicación de fracciones...76

Resumen

El documento corresponde a la sistematización del proyecto de intervención pedagógica en el aula que se desarrolló en la **Institución Educativa (IE) Los comuneros** de Popayán, con estudiantes de grado sexto y desarrollando actividades matemáticas con la unidad didáctica de números fraccionarios.

La práctica pedagógica se realizó a través de una docencia directa desarrollada en 34 clases, como un ejercicio de investigación formativa, que indaga a través de las actividades en clase los significados que los estudiantes le dan a la noción matemática de fracción a través de un sistema de prácticas y representaciones de este objeto matemático. Para realizar el análisis se hace uso del marco conceptual del enfoque ontosemiótico de investigación en didáctica de la matemática (**EOS**), de *Juan D. Godino, Vicent Font y Carmen Batanero.*

En el análisis de los resultados obtenidos en la práctica se podrá notar que los estudiantes alcanzan una aceptable comprensión del concepto de fracción; resultado que se evidenció a través de las calificaciones obtenidas en las pruebas escritas y el desarrollo de los talleres de aula.

Abstract

The document corresponds to the systematization of the project of pedagogical intervention in the classroom that was developed in the Educational Institution (IE) Los Comuneros of Popayan, with students of sixth grade and developing mathematical activities with the didactic unit of fractional numbers.

The pedagogical practice was carried out through a direct teaching developed in 34 classes, as an exercise of formative research, that investigates through the activities in class the meanings that the students give to the mathematical notion of fraction through a system of practices and representations of this mathematical object. To carry out the analysis, the conceptual framework of the ontosemiotic approach to research in mathematics didactics (**EOS**), by *Juan D. Godino, Vicent Font and Carmen Batanero,* is used.

In the analysis of the results obtained in practice it will be possible to notice that the students reach an acceptable understanding of the concept of fraction; result that was evidenced through the grades obtained in the written tests and the development of the classroom workshops.

Introducción

El presente documento corresponde a la sistematización del proyecto de intervención pedagógica en el aula, que se desarrolló en la Institución Educativa (IE) Los Comuneros de Popayán, en grado sexto, llevado a cabo durante el tercer periodo académico de la institución; el tema que fue objeto de enseñanza corresponde a la tercera unidad didáctica del Plan de Estudios de Matemáticas (PEMat) de dicha institución, relacionada con números fraccionarios.

EL documento está estructurado en capítulos: En el primer capítulo, titulado contexto institucional, se presentan generalidades de la institución, las características del currículo y del plan de estudio de Matemáticas (**PEMat**) de la institución y se indica cuál es la unidad didáctica enseñada.

En el segundo capítulo, titulado **docencia directa**, se explicita el modelo de enseñanza utilizado, se describe el desarrollo de los contenidos, se establecen las evaluaciones utilizadas y se enuncian los hechos significativos de la docencia.

En el tercer capítulo, titulado **reflexión en la docencia**, se analizan los registros obtenidos en la docencia directa desde la perspectiva conceptual adoptada.

El cuarto capítulo, titulado **conclusiones y recomendaciones**, presenta en síntesis los logros alcanzados, los aprendizajes profesionales obtenidos y las perspectivas de desarrollo investigativo que la sistematización tendría en un futuro próximo. Al final del documento se encuentra la bibliografía de referencia y los anexos correspondientes.

Capítulo 1.
Contexto Institucional

1.1. Generalidades de la Institución Educativa.

La práctica pedagógica se llevó a cabo en la Institución Educativa (IE) Los Comuneros, se encuentra ubicada en la comuna seis, Barrio Los Comuneros en la ciudad de Popayán, los habitantes a los barrios aledaños de la IE, pertenecen los estratos 1, 2 y 3. La edificación de la IE Los Comuneros tiene un área construida reducida en relación con el número de estudiantes atendidos, generando un hacinamiento que no es una condición ideal para la formación de la población estudiantil que ingresa a diario; aun así, se hacen esfuerzos sistemáticos por parte de los directivos y docentes para llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje en distintas áreas del conocimiento a 1000 estudiantes aproximadamente, distribuidos en tres jornadas: mañana, tarde y noche.

En la IE Los Comuneros, no existen espacios para sala de laboratorios, no tiene sitios adecuados y necesarios para llevar a cabo las prácticas de educación física, ni dispone de espacios suficientes para los descansos. Solo cuenta con un área de 34 metros de largo por 12 metros de ancho, para 400 estudiantes en la jornada de la tarde. Las siguientes imágenes corresponden a la realidad descrita.

Ilustración 1. Instalaciones IE Los Comuneros
Fuente: archivo personal.


Ilustración 2. Instalaciones IE Los Comuneros

Fuente: archivo personal.

La IE Los Comuneros fue seleccionada para llevar a cabo mi práctica pedagógica, luego de una visita guiada en la primera fase de la práctica pedagógica; visita que permitió conocer los hechos favorables a su escogencia:

1. Consideré importante desarrollar una intervención pedagógica en la Institución por su gran atención y acogida a los practicantes por parte de la coordinación académica y disciplinar, la cual tiene buena disposición para responder sus interrogantes e inquietudes.

2. los profesores de matemáticas se caracterizan por su liderazgo y motivación a sus estudiantes. Los docentes desarrollan un liderazgo basado no en la autoridad de su cargo, sino en las características que marcan su relación con los estudiantes: un líder que escucha, que dialoga; que los guía en su proceso de aprendizaje y de auto conocimiento de sus propias capacidades. En su diario ejercicio profesional se interesan por motivar a sus estudiantes y mantener su interés en las clases, es por eso que realizan tareas pedagógicas y didácticas que dejan en evidencia su labor formativa y su compromiso en sus cursos. Hecho que contribuye a mi experiencia como docente y me permite aprender de los profesores titulares.

3. En la institución se percibe un ambiente tranquilo y a pesar de que no tiene espacios adecuados por pequeña que es la institución, está muy bien distribuido.

4. Los estudiantes provienen de estratos socioeconómicos 1 y 2. Sin embargo los docentes tienen altas expectativas sobre las capacidades de todos los estudiantes, es decir comparten la idea de que todos pueden aprender. Por ello las diferencias relacionadas con las condiciones sociales, culturales y económicas de los estudiantes son un reto importante a la hora

de definir sus estrategias pedagógicas, y buscan la mejor manera de enseñar los contenidos que se encuentran dentro del plan de estudio de cada área de conocimiento en la institución. Los profesores, al mismo tiempo que enseñan contenidos disciplinares, inculcan valores característicos de personas solidarias, respetuosos del otro y motivados a salir adelante, poniendo como ejemplo, a otros estudiantes de la misma institución que hoy en día son profesionales. Según lo mencionado por la coordinadora, todos los estudiantes están en la mejor disposición de aprender.

1.2. Currículo y Plan de Estudio de Matemática

El Plan de Estudio de Matemáticas **(PEMat)** de la IE Los Comuneros presenta la organización y planificación de las áreas fundamentales de Matemáticas. Cada área constituye los programas de estudio que forman parte del currículo de Matemáticas. En el PEMat se establecen los logros, competencias y conocimientos que los estudiantes deben alcanzar y adquirir al finalizar cada uno de los períodos del año escolar, en cada área y grado, en concordancia con el Proyecto Educativo Institucional **(PEI)**.

En la IE Los Comuneros los profesores de matemáticas han establecido propósitos generales en el área de matemáticas, en cada uno de los niveles escolares, a través de los cuales se espera que los estudiantes sean capaces de: “Desarrollar en los estudiantes una sólida comprensión de los conceptos, procesos y estrategias básicas de la matemática e, igualmente, la capacidad de utilizar todo ello en la solución de problemas” (IE Comuneros, 2012, p.2) , y también “Desarrollar en los estudiantes la habilidad para reconocer la presencia de las matemáticas en diversas situaciones de la vida real” ((IE Comuneros, 2012, p.2).

En el PEMat se tiene en cuenta el contexto que rodea a los estudiantes, las condiciones sociales y culturales que determinan el trabajo formativo en el área de matemáticas. Se establece en consecuencia, que al tener en cuenta el contexto de los estudiantes de la institución, es conveniente hacer énfasis en: “la comprensión de las operaciones con números naturales. También se trabajarán las fracciones sus usos y su significado en diversos contextos. Los números decimales también tendrán un lugar importante por el papel que juegan en la vida cotidiana, en otras ciencias y en las matemáticas mismas” (IE Comuneros, 2012, p.9).

La estrategia metodológica que la Institución Educativa Los Comuneros (2012) ha formulado para llevar a cabo los procesos de formación, es tenida en cuenta en el desarrollo de la práctica pedagógica.

La metodología que se va a utilizar debe ser múltiple, integrando diferentes procedimientos conceptuales, experimentales, actitudinales, etc. La metodología será de carácter activo y participativo basada en el método de reflexión acción (planificar, realizar, evaluar y volver de nuevo a planificar), que permita formar estudiantes perceptivos, creativos, reflexivos y críticos (p.11)

En el PEMat están incluidos los cinco pensamientos propuestos por los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y los Estándares Básicos de Competencias formulados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 1999 y 2006); pensamiento numérico y sistemas numéricos, Pensamiento espacial y sistemas geométricos, Pensamiento métrico y sistemas de medidas, Pensamiento aleatorio y sistemas de datos, Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Los contenidos matemáticos específicos, las competencias, los indicadores de logros y los logros para cada nivel escolar de la IE Los Comuneros han sido establecidos en detalle en el PEMat (2012).

El contexto de los estudiantes se tiene en cuenta en el currículo establecido, para que el aprendizaje de las matemáticas sea promovido a través de resolución de problemas que estén acordes con las necesidades y la cotidianidad del alumno. Las fracciones se trabajan con sus usos y sus significados en diversos contextos.

El PEMat afirma que: El área de Matemáticas, de la Institución Educativa "Los Comuneros", tiene como propósito central dentro del plan de estudios que el estudiante aprenda a utilizar las diferentes herramientas matemáticas para resolver y formular problemas, no solamente los que se resuelven mediante algoritmos, sino también aquellos donde la solución requiere curiosidad e imaginación creativa.

La enseñanza de las Matemáticas tiene como propósito general el desarrollo de las habilidades operatorias, comunicativas y de descubrimiento de los estudiantes. Esto implica que se deben desarrollar sus capacidades para:

- Adquirir seguridad y destreza en el empleo de técnicas y procedimientos básicos a través de la solución de problemas.
- Reconocer y analizar los distintos aspectos que componen un problema.

- Elaborar conjeturas, comunicarlas y validarlas.
- Reconocer situaciones análogas (es decir, que desde un punto de vista matemático tienen una estructura equivalente).
- Escoger o adaptar la estrategia adecuada para la resolución de un problema.
- Comunicar estrategias, procedimientos y resultados de manera clara y concisa.
- Predecir y generalizar resultados.
- Desarrollar gradualmente un verdadero aprendizaje de las Matemáticas. (PEMat, pág.8).

En resumen, el plan de estudios de matemáticas de la IE Los Comuneros (IE-LC) sigue las orientaciones epistemológicas, pedagógicas y curriculares que define el Ministerio de Educación Nacional en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas y Estándares Básicos de Competencias (1999 y 2006). El Proyecto Educativo Institucional adoptado en la IE Los Comuneros, es el articulador del conjunto de actividades formativas promovidas por los docentes y directivos. Articulación que se explicita en los propósitos de formación en el área de matemáticas y en los objetivos de formación establecidos en los planes de estudio del conjunto de áreas de conocimiento.

1.3 Temática o Unidad Didáctica Seleccionada para ser Enseñada.

El PEMat de la IE-LC, organizado según niveles de escolaridad, permite seleccionar el grado de interés para realizar la docencia directa en una de sus unidades didácticas. La unidad didáctica seleccionada es la denominada “Números fraccionarios y operaciones”, que corresponde al grado sexto y al eje temático pensamiento numérico y sistemas numéricos. Los contenidos específicos son; Fracción, Amplificación y simplificación de fracciones, fracciones equivalentes, operaciones con fracciones, fracciones decimales, números decimales y operaciones con números decimales.

Capítulo 2

Docencia en la IE-LC

2.1. Planeación de la Docencia

La planeación de la docencia se realizó en base al plan de estudios de la IE Los Comuneros (PEMat). Para desarrollar la unidad temática correspondiente a los "números fraccionarios y operaciones" y llevar a cabo los procesos de enseñanza y aprendizaje, se elaboró un cronograma de actividades, que consistió en organizar las clases de los temas, teniendo en cuenta el diagnostico, la planificación, la ejecución y la evaluación de los mismos procesos y sus resultados.

La preparación de las clases es una tarea imprescindible para el docente, ya que de ello depende el éxito o fracaso de la enseñanza y aprendizaje del estudiante. El plan de las clases inicia con el diagnostico, considerando desde luego las necesidades específicas del estudiante, luego se hace una interrelación con sus diferentes categorías de la didáctica, es decir se considera los objetivos propuestos de cada clase y se articulan con los contenidos, métodos, recursos y medios didácticos, las formas de organización y de evaluación. Los temas de las clases se organizaron siguiendo el texto guía que facilitó el profesor titular, **Los caminos del saber Matemáticas 6, de la editorial Santillana.**

El nombre que se le ha asignado a la unidad didáctica en el PEMat de la IE lo Comuneros; "números fraccionarios y decimales" no coincide con la unidad didáctica que se desarrolló en la práctica docente, que es la unidad didáctica: "fracciones y sus operaciones", porque los "números fraccionarios" se encuentran dentro del conjunto de los números racionales (Q), y los estudiantes de grado sexto en ese momento solo habían trabajado con números naturales (suma, resta, multiplicación y división), es decir solo tenían en cuenta el conjunto de los números naturales (N). Para tener un buen resultado en la enseñanza de fracciones y debido a que los estudiantes no tenían claras algunas actividades matemáticas, fue necesario incorporar la unidad didáctica de teoría de números, cuyos contenidos son: Múltiplos de un número, criterios de divisibilidad, descomposición de un número en sus factores primos, método para calcular el mínimo Común múltiplo y método para calcular el Máximo Común Divisor.

La sistematización realizada desde la perspectiva pedagógica y didáctica se encargó de describir el proceso de enseñanza realizado, establecer con qué estrategia de enseñanza se llevó a cabo y cuáles fueron los resultados curriculares alcanzados.

2.2. Estrategia de Enseñanza.

Es un plan estructurado que puede usarse para configurar un curriculum, para diseñar materiales de enseñanza y para orientar la enseñanza en las aulas…Puesto que no existe ningún modelo capaz de hacer frente a todos los tipos y estilos de aprendizaje, no debemos limitar nuestros métodos a un modelo único, por atractivo que sea a primera vista (Joyce y Weil, 1985, 11). La Docencia en el aula necesita de un conjunto de estrategias de enseñanza que le permita al docente orientar los procesos formativos a través de los cuales los alumnos logran aprender. Los elementos fundamentales de un modelo son: Enfoque: ¿Qué enseñar?; Metodología: ¿Cómo enseñar?; y Evaluación: ¿Cómo medir los objetivos alcanzados?

El enfoque en la docencia lo determinan múltiples factores: desde la propia formación académica del docente hasta las singularidades de la escuela en la que trabaja, pasando por la necesidad de respetar un programa obligatorio que es regulado por el Estado y las diversas respuestas y reacciones de sus alumnos. Puede decirse que la planeación y el diseño de las prácticas educativas está determinada por el contexto social, histórico e institucional. Su desarrollo y su evolución son cotidianos, ya que la práctica docente se renueva y se reproduce con cada día de clase.

En la planeación de la docencia se establece la metodología que se iba a desarrollar en las clases con grado sexto de la IE los Comuneros. La metodología desarrollada en el aula es basada en el método activo, al estudiante se le brinda la posibilidad de participar según la necesidad de cada uno, preguntar, proponer y plantear alternativas de solución en los diferentes temas desarrollados. En relación al trabajo del alumno, el método es individual, la mayor parte del trabajo se enfocó en el desarrollo particular de cada estudiante, aunque en ocasiones se empleó el trabajo en equipo, más para superar dificultades y autocorregir, prevalece el avance en el proceso cognitivo en forma individual del estudiante.

Para realizar la docencia en la unidad didáctica: “fracciones y sus operaciones”, se tuvo en cuenta la siguiente planeación y programación de los contenidos

- Conocimientos habilidades y competencias necesarias para enfrentar los retos y cambios de nuestra sociedad y por ende a nuestro sistema educativo.

- Participación de los alumnos
- Dominio del contenido
- Control del grupo
- Transmitir de una manera clara y efectiva mis conocimientos, logrando aprendizajes significativos en los estudiantes.
- Poner en práctica y dominar algunas estrategias que favorecen el aprendizaje de los estudiantes.

En la planeación de la Docencia también se tuvo en cuenta un modelo pedagógico definido así:

Un modelo es una representación abstracta, gráfica o visual, física, matemática, de fenómenos, sistemas o procesos a fin de analizar, describir, explicar, simular; en general, explorar, controlar y predecir esos fenómenos o procesos.

Una concepción de modelo pedagógico es la propuesta de Parra (2007):" los modelos pedagógicos se conciben como una serie de componentes que permiten definir, en cada uno de ellos, eventos educativos fundamentados en una teoría educativa, a partir de la cual es posible determinar los propósitos, contenidos, metodologías, recursos y evaluación que serán tenidos en cuenta durante el proceso de enseñanza/aprendizaje".

El modelo pedagógico elegido para trabajar mi docencia es el modelo tradicional. El modelo pedagógico tradicional también es conocido como "modelo de transmisión" o modelo de "transmisión - recepción". Es conocido así porque dentro de este enfoque la educación se entiende como la transmisión directa de conocimientos por parte del profesor. Aun así, el alumno es el foco de este método de enseñanza. Es decir, los estudiantes son simplemente receptores pasivos de la enseñanza, y el papel del profesor es modelar sus conocimientos e ideas mediante la exposición de lo que él mismo sabe. Las características del modelo tradicional son las siguientes:

- Es un sistema rígido poco dinámico, nada para la innovación.
- Se da gran importancia a la transmisión y memorización de la cultura y los conocimientos.

- El docente dicta y expone, el estudiante escucha y copia.
- Este modelo fomenta el acatamiento, el autoritarismo, produce un hombre dominante.
- Exposición verbal.
- Maestro = protagonista de la enseñanza, transmisor de conocimientos, dictador de clase, reproductor de saberes.

Teniendo en cuenta el modelo de enseñanza y aprendizaje planteado, podemos definir las estrategias metodológicas en la Docencia. Las estrategias son técnicas que se ponen en marcha para conseguir alcanzar de forma adecuada los objetivos y contenidos previstos.

La estrategia metodológica utilizada en la enseñanza de la unidad didáctica: “fracciones y operaciones” fue realizada mediante procedimientos concretos y tareas realizadas por el docente, con el propósito de desarrollar en los estudiantes capacidades para la interpretación de los significados de fracción y apropiación de las técnicas operacionales con estos números. La estrategia es diseñada de tal manera que la tarea de aprendizaje del estudiante se concrete en un sistema de acciones y operaciones en determinadas condiciones como planear, organizar y proponer alternativas de solución que le exijan un esfuerzo intelectual en la búsqueda activa del conocimiento y la esencia, que favorecerá la transferencia de lo aprendido.

La estrategia permitió atender las necesidades y habilidades de los estudiantes, además que los estudiantes transformen el aprendizaje en un proceso en el cual desarrolle sus propias estrategias. Aprender estrategias de aprendizaje dispone a los estudiantes a:

- reconocer sus características propias, mediante el autodiagnóstico que revele sus potencialidades y debilidades;
- buscar las ayudas pertinentes;
- establecer relaciones y sus nexos entre los conocimientos que poseen y los que necesitan aprender;
- desarrollar habilidades generales y particulares que los lleven a identificar las cualidades internas del objeto;
- tener conocimiento sobre los procesos que utilizan para aprender;
- planificar, organizar los recursos, los tiempos de la actividad;

- controlar, evaluar y valorar la ejecución de lo planificado; estas acciones contribuyen al éxito de la actividad; el estudiante aprenderá a valorar sus logros o determinar en qué parte de la misma tuvo mayor dificultad para replantear sus acciones. Es menester que el docente concientice a sus estudiantes sobre la importancia y utilidad que les representa aprenderlas.

El procedimiento y las actividades que se llevaron a cabo en la Docencia se describen de la siguiente manera:

- En cada clase se llevó un control de asistencia de los estudiantes.
- En cada clase se presentó un determinado tema de la unidad didáctica: “fracciones y operaciones” con sus respectivos ejemplos y tareas propuestas para resolver en clase, estas tareas se desarrollaron en el tablero por los estudiantes resolviendo dudas e inquietudes por parte del docente.
- La participación de los estudiantes se tuvo en cuenta, dando incentivos a los estudiantes.
- Se realizaron talleres, los cuales se desarrollaban parte en clase y lo demás para entregar en la siguiente clase. Los talleres tenían parte de la nota del examen de cada tema de la unidad.

La gran mayoría de talleres se realizaron en pequeños grupos dependiendo de los temas a trabajar. La calificación obtenida por los estudiantes en el desarrollo de dichos talleres tenía una ponderación porcentual del 30 %. Las calificaciones de las pruebas escritas presentadas y que estaban relacionadas con cada taller, tenía una ponderación porcentual del 70%, y eran individuales.

2.3. Desarrollo de contenidos o Docencia Directa

Para el desarrollo de los contenidos de la unidad temática de los números fraccionarios y sus operaciones, se tuvo en cuenta la planeación propuesta en el cronograma de actividades de la docencia para la IE los Comuneros, que consistió en organizar las clases del respectivo tema a trabajar, la descripción metodológica de cada clase, los objetivos propuestos, los recursos didácticos a emplear y los minutos de los que se disponía en cada clase. El cronograma de actividades propuesto fue modificado por la falta de tiempo en el desarrollo los temas del contenido en la unidad de fracciones y sus operaciones, y las dificultades en el aprendizaje de los estudiantes en algunos temas.

2.2.1. Descripción de actividades.

En la docencia directa cada una de las clases fueron registradas en un documento denominado diario de campo **(DC)**, en el cual se hace una descripción detallada de los temas abordados, se detalló el trabajo dentro del aula de clases y las actividades como talleres, ejercicios resueltos por algunos estudiantes y las respectivas evaluaciones realizadas en el curso, que permitieron la reflexión, la comprensión conceptual y los resultados de algunos estudiantes. El conjunto de los hechos o procesos de la enseñanza realizada se registraron con el fin de sistematizar esta experiencia desde la perspectiva pedagógica, didáctica e investigativa.

Los contenidos de la unidad didáctica se desarrollaron en un tiempo de 11 semanas, lo que corresponde a treinta y cinco clases de docencia directa, con una intensidad de cinco horas semanales.

En la docencia directa llevada a cabo en la IE Los Comuneros, en el grado sexto, las clases iniciaron con el concepto de fracción y sus elementos (numerador y denominador), dicho concepto se abordó teniendo en cuenta las diferentes interpretaciones del significado de fracción, es decir fracción como parte todo, fracción como cociente, fracción como razón y fracción como operador de un número.

En cada uno de los temas enseñados se sigue una secuencia metodológica que consiste en: dar la definición de los conceptos, un ejemplo, ejercicios y evaluación. *A continuación, se describe la secuencia metodológica de cada uno de los temas enseñados.*

Fracciones

La primera clase inicia con la definición de fracción y los elementos de una fracción, luego para una mejor comprensión de lo que es una fracción, se explica el concepto de fracción como parte todo por medio de una representación geométrica, donde el alumno comprenda lo que es una partición en partes iguales, sin perder la noción de la unidad.

Las fracciones son expresiones numéricas que se utilizan para representar las partes iguales con las que se puede dividir una unidad.

fracción: Una Fracción es una expresión de la forma $\frac{a}{b}$ donde a y b son números naturales y b distinto de 0.

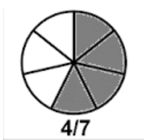
Una fracción de la forma $\frac{a}{b}$ tiene tres elementos importantes:

El numerador: representado por a, el cual indica el número de partes de la unidad que se van a tomar.

El denominador: representado por b que indica el número de partes en el que se debe dividir la unidad.

La línea que separa el numerador del denominador se llama vínculo.

Seguido de estas definiciones se hace un ejemplo con la fracción $\frac{3}{4}$ indicando los elementos de la fracción y un ejemplo con la fracción como parte todo que se utiliza para dividir en partes iguales una totalidad, se emplea la representación geométrica para dividirla en partes iguales.



Un pastel que está dividido en 7 partes iguales, de las cuales se tomarán cuatro por repartir. La fracción que representa esta situación es $\frac{4}{7}$.

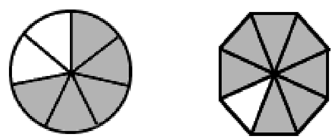
El ejemplo consiste en tomar una unidad (figura geométrica), es decir el pastel en forma de circulo y dividirlo en el número de partes iguales que indique el denominador de la fracción que es 7 y luego tomar o colorear el número de partes que indica el numerador de la fracción que es 4. Enseguida del Ejemplo se propone un ejercicio al estudiante: “Una chocolatina divida en 6 partes iguales y se toman 2. La fracción que representa esta situación es $\frac{2}{6}$ “. Al escuchar las respuestas de los estudiantes se encontraron dificultades en el momento de dividir la unidad en partes iguales y en la identificación del numerador y denominador de la fracción, puesto que de cierta manera confundían el concepto de estos dos elementos de la fracción.

Con las definiciones y los ejemplos los estudiantes tienen claridad en el momento de identificar que el número de arriba son las partes que si pintan y el número de abajo son las partes totales en que se dividió la figura y de esta manera reconocer el numerador y el denominador. Para terminar la clase se deja a los estudiantes dos problemas para resolver en el tiempo restante, uno se hace con ayuda del profesor y otro para que cada uno lo resuelva.

Los problemas propuestos son:

a. Una fábrica de dulces ha sacado al mercado chocolatinas mixtas de chocolate blanco y chocolate clásico como se observa en las siguientes figuras.

¿Qué fracción de cada chocolatina es de chocolate blanco?



b. Dibujar dos chocolatinas y representar en ellas las fracciones 3/7 y 2/9.

Los estudiantes respondieron correctamente la fracción que representa esta situación. Los temas trabajados en la clase son para repasar, pues la siguiente clase son evaluados.

Interpretaciones del concepto de fracción

La Interpretación del concepto de fracción, se deriva del concepto anterior y se pretende que el estudiante pueda comprender fracción como cociente de dos números, la fracción como razón, la fracción como operador. Los conceptos de Fracción dan al alumno una extensión de significados en una situación dada; es en esas situaciones que el estudiante muestra si comprende correctamente los significados de los conceptos de fracción. Las definiciones, ejemplos y ejercicios que se presentaron en la clase se describen a continuación:

Fracción como cociente

Para trabajar el significado de fracción como cociente, se empleó la división, en donde se pudo evidenciar que la gran mayoría de estudiantes tenían dificultad al realizar esta operación, razón por la cual decidí retomar el concepto de división y dedicar una de las clases para de alguna manera reforzar algunos conocimientos que los estudiantes no manejaban en su momento, ya que esta operación en el transcurso del desarrollo de la unidad temática seleccionada iba a ser muy utilizada (como por ejemplo: para trabajar números mixtos y divisores de un número).

Una fracción puede representar la división de dos cantidades. En este caso el numerador de la fracción representa al dividendo y el denominador representa al divisor.

cociente: es la división entre dos cantidades.

Ejemplo: Tengo 483 dulces y los reparto a 18 personas se puede expresar como 483 ÷ 18 o en forma de Fracción como $\frac{483}{18}$.

Teniendo en cuenta la dificultad que los estudiantes presentaron con la operación de división,

se consideró necesario dar unas clases para recordar: como realizar esta operación, cuando la división es exacta e inexacta y las partes de la división.

Fracción como razón

Las fracciones también se pueden usar para representar la comparación de dos cantidades que tienen una característica común que las relaciona.

razón: es la comparación de dos cantidades.

Ejemplo 1: en un salón de clases por cada 5 niños hay 7 niñas. La relación entre el número de niños y niñas se puede expresar de las siguientes formas:

La relación entre niños y niñas es de 5 a 7.

Por cada 5 niños hay 7 niñas.

La Fracción $\frac{5}{7}$ que se lee 5 es a 7.

Ejemplo 2: En una caja hay 5 bolas rojas y 7 verdes. ¿Cuál es la razón entre las bolas verdes y las bolas rojas?, algunos estudiantes responden $\frac{7}{5}$, otros $\frac{5}{7}$.

Ejercicio propuesto: Suponga que en un curso hay 13 hombres y 25 mujeres. Entonces la Razón entre hombres y mujeres del curso es:

La fracción como Razón presento dificultad en los estudiantes, pues confundían el orden del numerador y denominador al plantearles un ejercicio como el ejemplo 2, además no tenían en cuenta el orden de la pregunta.

Fracción como operador de un número

En muchos casos surge la necesidad de calcular la fracción de un número dado, para lo cual se multiplica el numerador de la fracción por el número y el resultado se divide entre el denominador de la fracción.

Ejemplo: Carlos tiene 28 estampillas, $\frac{5}{7}$ de estas son nacionales. ¿Cuántas estampillas nacionales tiene Carlos?

$\frac{5}{7}$ de 28 son $\frac{5}{7}$ x 28 es decir, 5 x 28 = 140 y 140 ÷ 7 = 20

En conclusión, Carlos tiene 20 estampillas nacionales.

Se dejan los Ejercicios para resolverlos en el cuaderno y luego salir al tablero.

Ejercicios propuestos:

1. Calcular los $\frac{2}{3}$ de 60

2. Problema: En el Almacén tenemos 1200 cajas para enviar a tres clientes de distintos países.

- A Alemania enviamos $\frac{2}{8}$ de la mercancía.
- A Francia enviamos $\frac{1}{4}$ de la mercancía

3. Calcular Cuántos Alumnos son $\frac{1}{5}$ de 90.

Clases de Fracciones

Concluido el trabajo de los diferentes significados de fracción, se continua con el tema de clases de fracciones en el siguiente orden: fracciones propias e impropias, fracción entera y fracción unidad.

Las fracciones se pueden clasificar de acuerdo con el valor que tiene el denominador y el valor que tiene el denominador. Esta clasificación es la siguiente:

Las **fracciones propias** son las que representan un número menor que la unidad y se caracterizan porque el numerador es menor que el denominador

Ejemplo: $\frac{2}{7}$, $\frac{11}{7}$ o $\frac{34}{1531}$.

Las **fracciones unidad** son las que representan una unidad completa y se reconocen fácilmente porque el numerador y el denominador tienen el mismo valor.

Ejemplo: $\frac{7}{7}$, $\frac{11}{11}$ o $\frac{1578}{1578}$.

Las **fracciones impropias** son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de éste; en tal caso, el número representa más de una unidad completa.

Ejemplo: $\frac{12}{7}$, $\frac{31}{13}$ o $\frac{4834}{753}$.

Las **fracciones enteras** o aparentes son aquellas cuyo numerador es múltiplo del denominador. En estos casos, la fracción representa un número exacto de unidades completas.

Ejemplo: $\frac{21}{7}$ corresponde al número 3, ya que 21 dividido entre 7 es 3.

Cada clasificación se ejemplificó a través de la representación geométrica y para abordar este tema fue necesario recordar el significado de fracción como cociente, en cuanto a la representación geométrica de las fracciones impropias se presentaron más dificultades, ya que para representar este tipo de fracciones los estudiantes debían tomar ya no una unidad, sino las que fueran necesarias, y nuevamente tendían a confundir el denominador con el numerador de una fracción. En el momento de clasificar fracciones dependiendo del valor que tuviera el denominador y el numerador hubo mayor dificultad en la clasificación de fracciones enteras y fracciones impropias, pues los estudiantes no verificaban si la fracción era entera, sino que omitían el paso de ver la fracción como cociente y la clasificaban inmediatamente como fracción impropia, en la clasificación de la fracción unidad no se presentaron dificultades.

Números mixtos

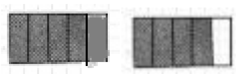
El siguiente tema abordado es los números mixtos, donde es necesario tener claro el significado de los conceptos de fracción como cociente y la definición de fracción impropia, temas que habían sido vistos en clases anteriores, fueron utilizados como herramienta para trabajar con estos números. A continuación, se describen los ejemplos y pasos a seguir presentados a los estudiantes para convertir una fracción a número mixto.

Numero mixto: es un número formado por una parte entera y una parte fraccionaria.

Como todas las fracciones impropias representan más de una unidad completa, se pueden representar como la suma de un número natural y un fraccionario.

Ejemplo:

La fracción $\frac{9}{5}$ se puede representar gráficamente de la siguiente manera:



Esto permite observar que $\frac{9}{5}$ corresponde a 1 unidad completa y $\frac{4}{5}$ de otra unidad, es decir:

$\frac{9}{5} = 1 + \frac{4}{5}$, lo cual se puede escribir como: $1\frac{4}{5}$. A una expresión formada por una parte entera y una parte fraccionaria se le llama número mixto.

Conversión de una fracción a número mixto

Para la conversión de una fracción en número mixto, se deben realizar los siguientes pasos: En el primer paso, se divide el numerador de la fracción entre el denominador en el segundo paso, se determina el cociente y el residuo de la división anterior, Finalmente, se escribe la fracción como un número mixto.

Ejercicio propuesto:

Convierte la fracción impropia en un número mixto

a. $\frac{41}{7}$ b. $\frac{491}{37}$ c. $\frac{91}{11}$

Conversión de un número mixto a fracción

Para convertir un número mixto en una fracción impropia se debe multiplicar la parte entera por el denominador del fraccionario que conforma el número mixto, y a este resultado, se le suma el numerador de la fracción.

Ejercicio propuesto:

Convierte el número mixto en fracción impropia

a. $\frac{54}{7}$ b. $7\frac{1}{3}$ c. $8\frac{2}{9}$

En los ejercicios propuestos a los estudiantes se les daba una fracción impropia y se les pedía pasarla a número mixto, siguiendo unos pasos que consisten en: ver la fracción como cociente y reconocer las partes de un número mixto, es decir tomar el cociente de la operación realizada (división) como la parte entera del número mixto y el residuo de la operación como el numerador de la fracción propia que hace parte del número mixto y el denominador de dicha fracción sigue siendo el mismo de la fracción impropia, es decir el divisor de la división, al realizar los pasos explicados anteriormente la mayoría de errores matemáticos presentados estaban en que algunos de los estudiantes no realizaban bien la división entre el numerador y el denominador de la fracción impropia y obtenían un número mixto formado por un número natural y una fracción impropia, es decir no coincidía con el concepto de número mixto (está formado por un número natural y una fracción propia).

En el momento de realizar el proceso inverso, es decir pasar de un número mixto a fracción impropia, hubo un mayor dominio del tema por parte de los estudiantes, excepto en algunos casos, en que los estudiantes no manejaban bien las tablas de multiplicar y los resultados obtenidos no eran correctos, pero en cuanto al proceso no se presentó dificultad alguna. Algo interesante de mencionar en el trabajo con los números mixtos es que algunos estudiantes sabían pasar una fracción impropia a número mixto, pero el proceso inverso se les dificultaba un poco más, y en otros casos sucedía lo contrario, es decir podían pasar de número mixto a fracción impropia sin dificultad y el proceso contrario se les dificultaba un poco más.

Representación de fracciones en la recta numérica

Concluido el trabajo con la representación geométrica de fracciones (fracciones propias e impropias, fracciones entera y fracción unidad), se pasó a la representación de estas mismas fracciones sobre la recta numérica. Los pasos presentados a los estudiantes se describen a continuación:

Para representar una fracción sobre una recta numérica se deben seguir los siguientes pasos:

Primero, se ubica el número cero en la recta numérica y se localizan los números naturales que se consideren necesarios; en el segundo paso se determina qué clase de fracción es.

- En el caso de ser una fracción unidad o entera, se ubica la fracción sobre el número natural correspondiente.

- Si la fracción es propia, se divide el segmento entre cero y uno en tantas partes iguales como lo indica el denominador. Luego se cuenta la cantidad de partes que indica el numerador de la fracción para así marcar el punto.
- En el caso de ser una fracción impropia, se puede expresar como un número mixto. Posteriormente se sombrea hasta el número natural correspondiente a la parte entera y, en la unidad siguiente, se ubica la fracción propia del número mixto de la misma manera que en el caso anterior.

El tema: "representación de fracciones sobre la recta numérica", requirió trabajo y tiempo, debido a que los estudiantes presentaron gran dificultad al pasar de la representación geométrica a la representación sobre la recta numérica, sobre todo en el momento de representar fracciones impropias, ya que el proceso era un poco más dispendioso, pues debían pasar la fracción impropia a número mixto y enseguida representarla sobre la recta numérica.

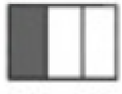
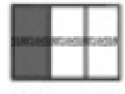
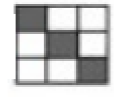
Fracciones equivalentes

Siguiendo la secuencia del texto guía se pasó a trabajar con fracciones equivalentes, que consisten en obtener fracciones equivalentes por medio de la amplificación y simplificación de fracciones, teniendo en cuenta una de las cuatro operaciones básicas (la división) y los criterios de divisibilidad. Las técnicas, ejemplos y ejercicios presentados a los estudiantes para verificar cuándo dos o más fracciones son equivalentes se describen a continuación:

fracciones equivalentes: son aquellas fracciones que, aunque se escriben diferente representan una misma cantidad.

Ejemplo:

$\frac{1}{3}$, $\frac{2}{6}$, y $\frac{3}{9}$ son fracciones equivalentes, ya que representan la misma porción de la unidad como se observa a continuación:

$\frac{1}{3}$  $\frac{2}{6}$,  $\frac{3}{9}$ 

Para verificar que dos fracciones son equivalentes basta con multiplicar el numerador de una de ellas por el denominador de la otra y viceversa. en los dos casos el resultado de dicho producto debe ser el mismo.

Ejemplo:

$\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{12}$ son equivalentes ya que 1 x 12 = 4 x 3

12 = 12

Dos Fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$ son equivalentes si se cumple que a x d = c x b

Cuando esta particularidad se cumple se puede escribir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Amplificación de fracciones

La amplificación de una fracción se realiza al multiplicar el numerador y el denominador por un mismo número natural. Al realizar el proceso de amplificación se obtiene una fracción equivalente a la fracción inicial.

Amplificar: Es multiplicar el denominador y numerador de una fracción por un mismo número.

Ejemplo:

Si se toma la fracción $\frac{3}{7}$ y se amplifica por 5 se tiene que:

$\frac{3}{7} \text{ x } \frac{5}{5} = \frac{15}{35}$

$\frac{3}{7}$ y $\frac{15}{35}$ son fracciones equivalentes, lo cual representa $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$

Ejercicio

1. Cuáles son las fracciones equivalentes de:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$

Simplificación de fracciones

La simplificación de una fracción se logra cuando se divide el numerador y el denominador de la fracción entre un mismo número natural.

Simplificar: Es dividir el numerador y denominador por un mismo número con el objetivo de obtener una fracción equivalente.

Al realizar el proceso de simplificación, tantas veces como sea posible, se obtiene una fracción equivalente a la original que se llama irreducible.

Ejemplo:

$\frac{27}{45}$ se puede simplificar entre 9, lo cual permite obtener la fracción $\frac{3}{5}$, ya que

$\frac{27}{45} = \frac{27 \div 9}{45 \div 9} = \frac{3}{5}$

Ejercicio

Simplificar las siguientes fracciones:

a. $\frac{12}{15}$ b. $\frac{33}{72}$ c. $\frac{180}{126}$ d. $\frac{480}{105}$

En el concepto de amplificación de una fracción para fracciones con distinto numerador y distinto denominador, hubo mayor dificultad ya que se involucran ciertos conceptos como el de mínimo común múltiplo y la Amplificación de fracciones y algunos estudiantes no manejaban muy bien el concepto de mínimo común múltiplo.

A partir de la simplificación de fracciones, se mostró también otra técnica de cómo encontrar fracciones equivalentes y se introduce un nuevo concepto, el de fracciones irreducibles.

Finalizado el trabajo de fracciones equivalentes, se pretende continuar con las operaciones de fracciones, pero los estudiantes necesitaban tener claro los temas de máximo común divisor y mínimo común múltiplo entre dos o más números, debido a que presentaban dificultad en la suma y resta de fracciones en el momento de encontrar el común denominador de la fracción, razón por la cual esta dificultad obligó a detener un poco las clases y abordar los temas de máximo común divisor y mínimo común múltiplo entre dos o más números, en donde se tuvieron en cuenta los siguientes conceptos: número primo, número compuesto, factorización de un número y los criterios de divisibilidad. Para hallar tanto el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo entre dos o más números se explican dos métodos. La mayoría de los estudiantes optaron por trabajar con el método abreviado, esto es, descomponer simultáneamente los números en sus factores primos según fuera el caso, es decir si se les pedía hallar el máximo común divisor o el mínimo común múltiplo. Las dificultades que se pudieron evidenciar en los ejercicios relacionados con estos temas estaban ligadas a la descomposición incorrecta de un número en sus factores primos, puesto que los estudiantes no utilizaban de manera correcta los criterios de divisibilidad, como también en que un gran número de estudiantes confundían el concepto de máximo común divisor y mínimo común múltiplo entre dos o más números.

Operaciones de fracciones.

Finalizado el trabajo de los significados de fracción, representación geométrica y en la recta numérica de fracciones, clasificación de fracciones, números mixto, simplificación de fracciones y todos los temas relacionados con cada uno de ellos, se pasó a trabajar la parte operatoria con números fraccionarios en el siguiente orden:

1. Suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas.

2. Multiplicación de fracciones.

3. División de fracciones.

Suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas

Los pasos para realizar la suma y resta de fracciones y los ejemplos se describen a continuación:

Para sumar o restar dos o más fracciones con el mismo denominador (fracciones homogéneas), basta con sumar o restar los numeradores de las fracciones, dejando el mismo denominador. Si la fracción resultante se puede simplificar, esta puede expresarse como fracción irreducible. Ejemplo: $\frac{7}{16} + \frac{5}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

De otro lado, para sumar o restar fracciones con diferente denominador (fracciones heterogéneas) se realizan los siguientes pasos.

Primero, se busca un denominador común para todas las Fracciones, el cual corresponde al mínimo común múltiplo de los denominadores de dichas fracciones.

Posteriormente, se amplifica cada una de las fracciones de tal manera que todas queden con el mismo denominador que se encontró en el paso anterior.

Luego, se suman o restan las fracciones homogéneas que se han obtenido, es decir, se suman o restan los numeradores encontrados, se deja como denominador el denominador común.

Ejemplo: $\frac{9}{24} - \frac{3}{18} = \frac{27}{72} - \frac{12}{72} = \frac{15}{72} = \frac{5}{24}$ **;** m.c.m (24,18) = 72

Ejercicios propuestos:

1. $\frac{3}{4} + \frac{4}{8}$
2. $\frac{6}{4} - \frac{4}{8}$
3. $\frac{5}{15} + \frac{4}{7} + \frac{5}{3}$

$\frac{16}{24} + \frac{9}{24} + \frac{7}{24}$

Operaciones combinadas

Para resolver expresiones en las que se incluyen sumas y restas de fracciones es necesario seguir algunos pasos fundamentales:

- primero, si la expresión tiene números mixtos, éstos se deben transformar en fracciones impropias
- segundo, se debe expresar cada fracción con un común denominador; es decir, se debe amplificar cada fracción para que queden con el mínimo común múltiplo de los denominadores.
- Luego, se resuelve la suma o resta de fracciones teniendo en cuenta que cada numerador conserva el mismo signo de la fracción en que se encuentra.
- Finalmente, se simplifica si es posible.

Ejemplo:

$\frac{6}{7} + \frac{9}{14} - \frac{3}{10} = \frac{60}{70} + \frac{45}{70} - \frac{21}{70} = \frac{105}{70} - \frac{21}{70} = \frac{84}{70} = \frac{42}{35} = \frac{6}{5}$; m.c.m (7,14,10) = 70

Ejercicios propuestos:

1. $(\frac{5}{3} + 2\frac{1}{5}) - (3 - \frac{7}{15}) =$
2. $2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} =$

En la suma y resta de fracciones homogéneas (fracciones con igual denominador) y heterogéneas (fracciones con distinto denominador), se utilizó como herramienta de trabajo: el mínimo común múltiplo de un número y la Amplificación de fracciones. En cuanto a la suma de fracciones homogéneas, la mayoría de estudiantes sumaban numerador con numerador y denominador con denominador, es decir no conservaban el denominador de las fracciones homogéneas, de igual manera sucedió con la operación resta. En las operaciones combinadas, las expresiones de números mixtos se debían convertir en fracción para poder realizar la operación, y los estudiantes presentaron dificultad en dicha conversión. Respecto a la suma y resta de fracciones heterogéneas, se pudo evidenciar que los estudiantes cometieron más errores matemáticos en el momento de hallar el mínimo común múltiplo entre los denominadores de las fracciones a operar, y en otros casos que los estudiantes suman y restaban numerador con numerador y denominador con denominador, omitiendo que se estaba trabajando con fracciones heterogéneas y que dichas fracciones deben ser Amplificadas, para obtener fracciones homogéneas y operar más fácilmente.

Multiplicación de fracciones

Para multiplicar dos o más fracciones, se halla el producto de los numeradores y el producto de los denominadores y luego, se simplifica el resultado obtenido. En general se puede expresar que:

Si a, b, c, d son números naturales, donde b, d ≠ 0, se tiene que: $\frac{a}{b}$ x $\frac{c}{d}$ $= \frac{axc}{bxd}$

por ejemplo, para multiplicar $\frac{1}{4}$ x $\frac{3}{5}$ se debe realizar $\frac{1x3}{4x5} = \frac{3}{20}$

Ejemplo:

$\frac{3}{4}$ x $\frac{7}{2}$ x $\frac{8}{6}$ $= \frac{3x7x8}{4x2x6} = \frac{168}{48} = \frac{84}{24} = \frac{42}{12} = \frac{21}{6} = \frac{7}{2}$

Ejercicios propuestos;

1. $\frac{2}{3}$ x $\frac{5}{6}$ =
2. $\frac{5}{4}$ x $\frac{13}{7}$ x $\frac{6}{7}$ =
3. $1\frac{2}{3}$ x $1\frac{1}{2}$ =
4. $\frac{3}{10}$ x $\frac{5}{6}$ x $\frac{4}{7}$ =

Inverso multiplicativo de una fracción

El inverso multiplicativo de una fracción, también conocido como reciproco, es la fracción que tiene por numerador el denominador de la primera fracción y por denominador, su numerador. Así,

Si m, n € □, con m, n ≠ 0 entonces, el inverso multiplicativo de $\frac{m}{n}$ es $\frac{n}{m}$.

Si a € □ y a ≠ 0 este se puede escribir como $\frac{a}{1}$ y su inverso será $\frac{1}{a}$.

Por ejemplo, el inverso multiplicativo de $\frac{3}{5}$ es $\frac{5}{3}$, el inverso multiplicativo de $\frac{1}{4}$ es $\frac{4}{1}$ o 4 y el inverso multiplicativo de 7 es $\frac{1}{7}$.

En la multiplicación de fracciones los estudiantes presentaron menor dificultad, y los errores que se evidenciaron fueron de tipo operatorio, ya que algunos estudiantes no manejaban muy bien las tablas de multiplicar. En la parte del inverso multiplicativo los estudiantes tenían dudas en el momento de aumentar la unidad en el denominador y en el numerador cuando se les pedía el inverso multiplicativo de un número que no estaba expresado como fracción como por ejemplo el inverso multiplicativo de 4.

División de fracciones

Para realizar la división de dos fracciones se debe resolver la multiplicación de la primera fracción (dividiendo) por el reciproco de la segunda fracción (divisor).

Si a, b, c, d son números naturales, donde b, c, d $\neq 0$, se tiene que:

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \text{ x } \frac{d}{c} = \frac{axd}{bxc}$$

Por ejemplo, para resolver $\frac{5}{9} \div \frac{8}{7}$ se tiene que:

$\frac{5}{9} \div \frac{8}{7} = \frac{5}{9}$ x $\frac{7}{8}$ pues $\frac{7}{8}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{8}{7}$

$= \frac{35}{72}$ se multiplican los numeradores y los denominadores

$\frac{35}{72}$ es una fracción irreducible, por lo tanto, esta es la respuesta a la operación planteada.

La parte operatoria de fracciones, se culmina con la división, donde los estudiantes no presentaron dificultad alguna, puesto que luego de hallar el inverso multiplicativo de una fracción se debía seguir el mismo proceso para multiplicar fracciones.

Potenciación de fracciones

La potenciación entre fracciones es una operación que consiste en multiplicar por sí mismo el número de la base tantas veces como lo indica el exponente.

Si a, b, c, d y m son números naturales, donde b, d $\neq 0$, se tiene que,

$$(\frac{a}{b})^m = \frac{a}{b} \text{ x } \frac{a}{b} \text{ x } \ldots \text{ x } \frac{a}{b} = \frac{a^m}{b^m} = \frac{c}{d}$$

m- factores

Ejemplo: resolver la siguiente potencia.

$$(\frac{7}{3})^4 = \frac{7}{3} \text{ x } \frac{7}{3} \text{ x } \frac{7}{3} \text{ x } \frac{7}{3} = \frac{7^4}{3^4} = \frac{2.401}{81}$$

Radicación de fracciones

Al igual que para los números naturales, la radicación entre fracciones se puede interpretar como una operación inversa a la potenciación que permite hallar la base cuando se conoce el exponente y la potencia.

Para encontrar cualquier raíz de una fracción se debe hallar la raíz correspondiente del numerador y del denominador de la fracción.

Si a, b y m son números naturales, $m \geq 2$ con $b \neq 0$ entonces $\sqrt[m]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[m]{a}}{\sqrt[m]{b}}$

Ejemplo: $\sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{64}} = \frac{3}{4}$

Como se puede apreciar en la descripción de los contenidos desarrollados en la práctica docente, en algunos temas los estudiantes presentaron más dificultad que en otros.

La actividad de docencia directa en la IE Los Comuneros, finalizó con el cierre de la unidad temática seleccionada, es decir con los siguientes temas: potenciación de fracciones, radicación de fracciones y sus respectivas propiedades. Las dificultades presentadas en estos temas se debieron a que los estudiantes no se apropiaron adecuadamente de las propiedades dadas.

2.4 Evaluaciones realizadas y resultados curriculares obtenidos.

La evaluación se ha constituido como uno de los ejes fundamentales y en un aspecto inseparable de la educación en todos sus niveles. Desde los ciclos básicos hasta los niveles de postgrado. La evaluación determina la forma como el estudiante comprende los procesos de enseñanza y se apropia de ellos. Sin embargo, la evaluación no puede reducirse a constatar los resultados, sino que debe ampliar su campo con el fin de proporcionar a los alumnos información sobre su aprendizaje, y al profesor elementos de análisis de su práctica docente. La evaluación es un elemento básico de la investigación y es una exigencia de la función del profesor, es decir que la evaluación permite descubrir que los objetivos planteados se han cumplido o no, lo que servirá para retomar aquellos que no fue asimilado por los alumnos, reforzar los éxitos obtenidos y no incurrir en los mismos errores en el futuro, para lo cual será conveniente introducir el cambio de estrategias pedagógicas para enmendar lo insuficiente.

En la docencia directa realizada en la IE los Comuneros. Se desarrolló un procedimiento para seleccionar y elaborar las técnicas e instrumentos de evaluación. Las técnicas se refieren al método de evaluar y el instrumento al tipo de prueba. El propósito de la evaluación es obtener información de la adquisición de los contenidos conceptuales, para ello se utilizarán instrumentos que nos informen sobre el nivel de asimilación de esos contenidos: constatar que el alumno es capaz de identificar, reconocer, clasificar, comparar, explicar, recordar, enumerar, aplicar, etc. Acciones en las que el alumno pone de manifiesto el aprendizaje de un concepto, un hecho o un principio. Las técnicas utilizadas en la docencia directa son: la técnica de observación y la técnica de resolución de problemas. Los instrumentos utilizados son: la prueba escrita, el portafolio y la escala de estimación.

La técnica de observación representa una de las técnicas más valiosas para evaluar el desarrollo del aprendizaje. La observación del trabajo de los estudiantes, se logró percibir mediante los talleres propuestos en clase y entregados al profesor, recopilando todos estos trabajos del estudiante como portafolio, donde el alumno exhibe su esfuerzo, progreso y logros. También se tiene en cuenta la participación, donde se pueden percibir las habilidades conceptuales y actitudinales del estudiante.

La técnica de resolución de problemas puede concebirse como aquellas en las cuales el alumno pone de manifiesto una serie de conocimientos a través de actividades de tipo cognoscitiva, efectiva y motivacional. Dentro de esta técnica se utilizó como instrumento la prueba escrita, dicha prueba no es más que un conjunto de tareas que se utilizan para medir la muestra del conocimiento del estudiante en un determinado momento respecto a un tema o a una unidad temática. Las pruebas realizadas durante la docencia fueron sobre uno o dos temas explicados semanalmente, cada prueba se evaluó por medio de la escala de estimación numérica de 0 a 5 establecida en la IE los Comuneros.

El análisis de las pruebas escritas es descriptivo y de comparación con respecto a la información de cada uno de los registros de las pruebas realizadas por los estudiantes. A partir de esta información poder analizar las percepciones iniciales y finales de los estudiantes sobre: el concepto de Fracción y sus diferentes significados, como también su forma de aprendizaje. Asimismo, las dificultades presentadas en la comprensión de los temas de fracción.

2.4.1 Objetivo de la Evaluación

En las pruebas escritas, se plantearon 5 puntos relacionados con los temas que se abordaban en la semana para evaluar cada una de las soluciones realizadas por los estudiantes. La prueba se realiza con el propósito de provocar reflexiones a los estudiantes a la hora de resolver un problema y estudiar el significado que los estudiantes le atribuyen a los conceptos de fracción.

Las pruebas escritas se realizaron durante los dos meses del tercer periodo académico, en las que algunos estudiantes tenían dificultades porque no asisten constantemente a las clases y se les daba la oportunidad de presentar talleres de recuperación.

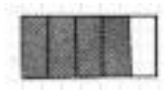
Los talleres se realizan para que los estudiantes se ejerciten y resuelvan sus dudas de lo que no comprendían, ya que se daba tiempo en clase para resolverlos en el tablero. Los talleres son una forma de repaso para la evaluación escrita.

Para dar incentivos a los estudiantes con la participación en clase, se propone las salidas al tablero, y consistían en resolver uno de los ejercicios propuestos en el taller; los estudiantes eran voluntarios, salían al tablero resolvían un punto del taller y si estaba correcto tenían una nota adicional que se sumaba a la nota de la prueba escrita que se había realizado sobre el tema.

El portafolio es útil en la determinación y evaluación de las fortalezas y debilidades de los métodos de enseñanza y resultados curriculares que se obtienen en el transcurso de las clases de los temas dictados; de esta manera se logró tener control de los avances y retrasos que se tenían en los temas por dificultades en el manejo de operaciones básicas, permitiendo modificar actividades. También permite que el docente evalúe su propio proceso de enseñanza y reúna todo lo que el estudiante produce en el proceso de aprendizaje, de acuerdo a sus estilos particulares de conocer y aprender, permitiéndole, también participar activamente en su proceso de construcción de significados con base en sus conocimientos previos. El portafolio sirve tanto para la enseñanza como para la evaluación.

Evaluación Propuesta:

1. Observe la representación Gráfica y Complete según Corresponda:

a. Este rectángulo se ha dividido en ___Partes iguales y aparecen sombreadas ___ partes. 

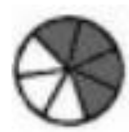
b. Este segmento está dividido en ___ Partes iguales y en rojo aparecen ___ partes.

1 2 3 4 5 6 7

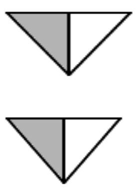
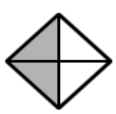
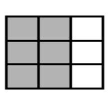
c. Este círculo está dividido en ___ Partes iguales y en negrilla aparecen ___ Partes

Se representa con el número fraccionario ___ Numerador

Denominador



2. Complete el siguiente cuadro:

Gráfico	Número Fraccionario	Numerador	Denominador	Se Lee
				
				
				
				

2.5. Hechos significativos presentados en la docencia directa.

Durante la docencia directa en la IE los Comuneros, se presentaron acontecimientos importantes, entre ellos la falta de atención por parte de los estudiantes a la hora de explicar un tema, esto ocasionaba una pérdida de concentración y asimilación de los temas, y como consecuencia, los estudiantes presentaron dificultad en entender los significados de los diferentes conceptos de la unidad didáctica seleccionada. Estos inconvenientes hacían perder el interés por la clase y los estudiantes no participaban, no se atrevían a preguntar por las dudas que tenían por varios motivos: como por ejemplo que sus compañeros los molesten y en algunos casos, porque eran estudiantes tímidos.

En La disciplina del curso se presentaron varios inconveniente debido a juegos con plastilina o papeles que se lanzaban en la clase, pero en el transcurso de las semanas el comportamiento mejoro, ya que fue una situación en la que se tuvo que tomar medidas estrictas, una de las medidas fue hablarles para que reconocieran que no era lo correcto hacer ese tipo de bromas, otra medida recomendada por el profesor titular Juan Carlos Guevara; es la de retirar del aula de clase a los estudiantes involucrados, y si se repetía llamar a los padres de familia. Los estudiantes tuvieron en cuenta el llamado de atención y dejaron de hacerlo, la atención de los estudiantes en la clase y el aprendizaje aumento, esto se notó con la participación e inquietudes que expresaban en cada tema explicado perdiendo la timidez.

En el desarrollo de los contenidos de la unidad, algunos de los temas explicados presentaron dificultades a los estudiantes, pues no lograban apropiarse con facilidad. Para superar estas dificultades, se debía repetir la explicación con más ejemplos o a veces todo el tema, en varias ocasiones cuando eran pocos estudiantes que no lograban apropiarse del tema, se los hacía pasar al tablero para repetirles la explicación y que ellos tuvieran la oportunidad de realizar un ejercicio paso a paso y así indicar la parte que no les era muy clara. Otra manera de superar estas dificultades, es la de acercarse al puesto para aclarar las dudas a esos estudiantes, mientras los otros trabajaban en los ejercicios propuestos, y de esta manera no ocasionar indisciplina o que los estudiantes se dediquen a otras actividades distintas del área de matemáticas.

Los temas en que los estudiantes presentaron mayor dificultad son los contenidos de la unidad relacionada con la representación geométrica de una fracción, pues confundían el significado de numerador y denominador. Otro de los contenidos en los que presentaron dificultad fue en la fracción como cociente, debido a que no tenían claro el proceso que se debe seguir en la división. En la representación de fracciones en la recta numérica y en el proceso de pasar de una fracción impropia a números mixtos y viceversa presentaron la misma dificultad en el momento de dividir. La dificultad que se presentó constantemente durante las clases fue el desconocimiento de algunos estudiantes en el manejo de las operaciones básicas de la matemática al implementarlas con las fracciones.

En las operaciones con números fraccionarios, los estudiantes presentaron varias dificultades en la suma y resta de fracciones heterogéneas, pues no realizaban bien la operación porque no tenían claro el concepto de mínimo común múltiplo y no se apropiaban de los conceptos de divisibilidad, otro tema que causo dificultad fue la simplificación de fracciones, pues los estudiantes simplificaban el numerador y olvidaban hacer el mismo proceso en el denominador. En la multiplicación y división de fracciones no se presentó dificultad en el proceso, pero si en el momento de hacer las multiplicaciones, ya que los estudiantes no recordaban las tablas de multiplicar.

Las actividades propuestas en clase se desarrollaron con interés, ya que se daban incentivos a los estudiantes que realizaran el taller en el menor tiempo cuando eran en el aula y con puntualidad cuando se dejaba para la próxima clase. A los estudiantes se les daba la oportunidad de presentar trabajos para mejorar la nota de la evaluación presentando unos ejercicios que se les proponía sobre el tema.

La experiencia como docente fue enriquecedora, ya que nuestro quehacer pedagógico se alimentó diariamente durante la intervención de aula a través de la autoevaluación y la reflexión, mejorando la actitud de cómo enseñar y qué es lo pertinente que debemos enseñar para motivar al estudiante y facilitar la comprensión.

Capítulo 3
Reflexión en la Docencia

La actividad profesional de un estudiante de licenciatura en matemáticas en la Universidad del Cauca se hace realidad en su práctica pedagógica. En ese sentido, la práctica pedagógica se concibe como un proceso de auto reflexión, que se convierte en el espacio de conceptualización, investigación, y experimentación didáctica, donde el estudiante de licenciatura analiza sus propias prácticas, resuelve problemas e inventa estrategias, en un proceso metacognitivo que le exige identificar sus conocimientos y habilidades al momento de comunicarse con sus estudiantes. Este espacio desarrolla en el estudiante de licenciatura en matemática la posibilidad de reflexionar críticamente sobre su práctica a partir del registro, análisis y balance continuo de sus acciones pedagógicas, en consecuencia, la práctica promueve al desarrollo de las competencias profesionales de los futuros licenciados en matemáticas.

3.1 Presentación de la pregunta investigativa

En la búsqueda de la sistematización investigativa de la práctica pedagógica fue importante considerar los siguientes aspectos: una perspectiva investigativa desde un objeto matemático denominado números fraccionarios y una práctica descrita en la docencia directa. En el interior de la docencia directa como perspectiva investigativa se ha reflexionado acerca de*: ¿Que significados le dan a la noción matemática de fracción los estudiantes de grado sexto de la IE los Comuneros?*

El anterior interrogante surge a partir de las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de los números fraccionarios que se originan al no lograr las interpretaciones correctas y no apropiarse del significado de fracción, por otra parte, el estudiante debe saber lo que son los números naturales y lo que estos representan; también debe estar familiarizado con las cuatro operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división) y sus propiedades. Así mismo debe estar familiarizado con el concepto de divisibilidad de números naturales, del máximo común divisor y del mínimo común múltiplo. Los conceptos mencionados, se ven influidos en los significados que los estudiantes le pueden dar a los conceptos de fracciones.

Para abordar esta problemática, se realizó principalmente una aproximación teórica desde un referente de la educación matemática y desde un marco conceptual del enfoque

Ontosemiótico de Investigación en Didáctica de la Matemática **(EOS)** que nos aportan elementos pedagógicos, didácticos y disciplinares que muestran un camino posible para estudiar la situación planteada: Aportes de la Teoria **Significado Institucional y Personal de los Objetos Matematicos** de *Juan D. Godino, Vicent Font y Carmen Batanero*. Desde este enfoque se estructura los significados a través de un sistema de prácticas y comparación de significados.

3.2 Referente Conceptual del Enfoque Ontosemiótico de la Didáctica de las Matemáticas

El referente conceptual que aborda esta problemática es el enfoque ontosemiótico de investigación en didáctica de las matemáticas, ya que es un referente de la educación matemática que nos aporta elementos pedagógicos, didácticos y disciplinares, y muestra un camino posible para estudiar la situación planteada.

La comprensión del concepto de fracción depende de cómo se entienda cada uno de sus significados, por lo que es importante tener claro cada uno de ellos. Debido a las múltiples interpretaciones que admiten las fracciones, el objetivo de su enseñanza debe ser que los alumnos lleguen a dotar de significados a cada una de ellas, pero también logren establecer relaciones entre dichas interpretaciones. En la docencia directa los estudiantes de la Institución Educativa los Comuneros le dieron distintos significados a los conceptos de fracción, estos significados se analizan a través de un sistema de prácticas, en el cual es posible que el estudiante, acuda a nociones o saberes ya establecidos. Por tanto, considere importante tener en cuenta el significado Personal y el significado Institucional que los estudiantes le dan a los Objetos Matemáticos.

Unidades de análisis:

- Sistema de prácticas (SP).
- Comprensión de significados.
- Objetos Matemáticos (OM).
- Objeto Institucional (OI).
- Objeto Personal (Op)

Del enfoque ontosemiótico de la Teoría Didáctica de Juan D. Godino, Carmen Batanero: "significado institucional y personal de los objetos matemáticos", se toman consideraciones de algunos autores que se relacionan con el objeto de estudio y la comprensión de significados. Por ejemplo:

Sierpinska (1990), considera como básica para la Didáctica de la Matemática la idea de significado que, a su vez, la relaciona íntimamente con la comprensión: "Comprender el concepto será entonces concebido como el acto de captar su significado. "La metodología de los actos de comprensión se preocupa principalmente por el proceso de construir el significado de los conceptos" (p. 35).

***Dummett* (1991)** relaciona, asimismo, relaciona el significado y la comprensión desde una perspectiva más general: "una teoría del significado es una teoría de la comprensión; esto es, aquello de que una teoría del significado tiene que dar cuenta es aquello de que alguien conoce cuando conoce el lenguaje, esto es, cuando conoce los significados de las expresiones y oraciones del lenguaje" (p. 372).

Chevallard (1991) define un objeto matemático como "un emergente de un sistema de prácticas donde son manipulados objetos materiales que se desglosan en diferentes registros semióticos: registro de lo oral, palabras o expresiones pronunciadas; registro de lo gestual; dominio de la inscripción, lo que se escribe o dibuja (grafismos, formalismos, cálculos, etc.), es decir, registro de lo escrito" (pág. 8). Llama praxema a los "objetos materiales ligados a las prácticas" y usa esta noción para definir el objeto como un "emergente de un sistema de praxemas".

Chevallard no se interesa por la noción de significado de un objeto, centrando su atención, por el contrario, en una nueva noción teórica que denomina relación al objeto sobre la que apoya su teoría del conocimiento, o más bien, su antropología cognitiva en la que sitúa la didáctica. En este marco teórico "un objeto existe desde que una persona X o una institución I reconoce este objeto como un existente (para ella). Más precisamente, se dirá que el objeto O existe para X (resp., para I) si existe un objeto, que represento por R(X, O) (resp., R (O)) que llamo relación personal de X a O (resp., relación institucional de I a O)" (Chevallard, 1992, pág. 9).

La teoría Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos de Juan D. Godino y Carmen Batanero, considera el trabajo de Chevallard para clarificar las nociones propuestas, hacerlas operativas y poner de manifiesto las semejanzas, diferencias y relaciones con otras herramientas conceptuales usadas ampliamente en la actualidad, como son, por ejemplo, las de concepción y significado.

Para responder a la pregunta u objeto de estudio planteado anteriormente, según la teoría Significado Institucional y Personal de los Objetos Matemáticos se deben tener en cuenta tres aspectos fundamentales:

1. Las acciones que se realizan para resolver un problema, llamado (sistema de prácticas personales y sistema de prácticas institucionales).
2. Los objetos matemáticos aplicados para resolver un problema (Objeto Personal y Objeto Institucional).
3. El significado de un objeto matemático dado por el alumno (Significado de un objeto personal y Significado de un Objeto Institucional).

Las nociones y conceptos mencionados de esta teoría de la didáctica se describen a continuación:

La noción de **Práctica:** Llamamos práctica a toda actuación o manifestación (lingüística o no) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución, validar la solución y generalizar a otros contextos y problemas.

Las **prácticas personales** pueden ser actuaciones observables, esto es, manifestaciones empíricas, o también acciones interiorizadas no observables directamente. Esta noción general de práctica permite tener en cuenta **el principio Piagetiano** de la construcción del conocimiento a través de la acción.

Diremos que una práctica personal es significativa (o que tiene sentido) si, para la persona, esta práctica desempeña una función para la consecución del objetivo en los procesos de resolución de un problema, o bien para comunicar a otro la solución, validar la solución y generalizarla a otros contextos y problemas.

La noción de Institución: Una institución **(I)** está constituida por las personas involucradas en una misma clase de situaciones problemáticas. El compromiso mutuo con la misma problemática conlleva la realización de unas prácticas sociales compartidas, las cuales están, asimismo, ligadas a la institución a cuya caracterización contribuyen.

Sistema de prácticas institucionales (PI), asociadas a un campo de problemas: Está constituido por las prácticas consideradas como significativas para resolver un campo de problemas C y compartidas en el seno de la institución I. Se representa este sistema por la notación $\mathbf{P_I(C)}$.

La noción de Objetos Institucionales y Personales

Los autores de la teoría didáctica consideran que “Las definiciones y enunciados constituyen manifestaciones lingüísticas que en la cultura matemática suelen tomarse como elementos que determinan esta clase de objetos, construyendo el procedimiento constructivo del mismo o sus propiedades características.

Objeto institucional OI: Es un emergente del sistema de prácticas sociales asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de $\mathbf{P_I(C)}$. Los elementos de este sistema son los indicadores empíricos de OI.

Sistema de prácticas personales asociadas a un campo de problemas: Está constituido por las prácticas prototípicas que una persona realiza en su intento de resolver un campo de problemas C. Representamos este sistema por la notación **Pp(C).**

Objeto personal Op: Es un emergente del sistema de prácticas personales significativas asociadas a un campo de problemas, esto es, un emergente de Pp(C).

La noción de Significado Institucional y Personal de un Objeto

Los objetos son nombrados y descritos mediante ciertas prácticas (intensivas) como definiciones del objeto, sin embargo: Vergnaud (1990) considera, que el significado de un objeto matemático, desde un punto de vista didáctico y psicológico, no puede quedar reducido a su mera definición: "*Un concepto no puede reducirse a su definición, al menos si nos interesamos en su aprendizaje y su enseñanza* " (p. 135). Este autor considera que " *son las situaciones las que dan sentido a los objetos matemáticos, pero el sentido no está en las situaciones ni en las representaciones simbólicas. Es una relación del sujeto con las situaciones y los significados, Más precisamente, son los esquemas evocados en el sujeto individual por una situación o un significante lo que constituye el sentido de esta situación o este significante para el individuo* " (p.158).

Los autores de esta teoría didáctica están de acuerdo en que “el significado de los objetos matemáticos debe estar a la acción (interiorizada o no) que realiza un sujeto en relación con dichos objetos”. Además, consideran que es preciso diferenciar una dimensión personal e institucional para este significado.

Significado de un objeto institucional OI: Es el sistema de prácticas institucionales asociadas al campo de problemas de las que emerge OI en un momento dado.

S (OI) = PI(C)

Significado de un objeto personal Op: Es el sistema de prácticas personales de una persona p para resolver el campo de problemas del que emerge el objeto Op en un momento dado. Simbólicamente, S(Op) = Pp(C)

Teniendo en cuenta cada uno de los conceptos anteriores tomados del enfoque ontosemiótico de investigación en didáctica de la matemática **(EOS)**, de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero, analizaremos cada uno de los registros tomados en la docencia directa en la IE Los Comuneros.

Significado y Comprensión

Para el estudio del Significado y la Comprensión de un objeto matemático el profesor que hace el papel de la Institución, realiza un proceso de selección de situaciones, notaciones, etc, que se traducirán en un significado restringido para el objeto matemático. Las definiciones planteadas por Juan D. Godino y Carmen Batanero se entienden así:

“En consecuencia, de un mismo campo de problemas C que en una institución I ha dado lugar a un objeto OI con significado S(OI), en una persona puede dar lugar a un objeto Op con significado personal S(Op). La intersección de estos dos sistemas de prácticas es lo que desde el punto de vista de la institución se consideran manifestaciones correctas, esto es, lo que la persona "conoce" o "comprende" del objeto O desde el punto de vista de I. El resto de prácticas personales serían consideradas "erróneas", desde el punto de vista de la institución”.

El profesor diría que un sujeto “comprende” el significado de un objeto Institucional o que ha “captado el significado” de un concepto, por ejemplo, si es capaz de reconocer sus propiedades y sus representaciones características, relacionando con otros objetos matemáticos y usar este objeto en toda variedad de situaciones problemáticas dentro de la institución correspondiente.

Se Comprende que, el estudio de los significados que los alumnos le atribuyen a los conceptos matemáticos se pueden analizar por medio de un sistema de prácticas, teniendo en cuenta el significado del objeto personal, es decir el significado del objeto matemático para el alumno, que emerge del sistema de prácticas, se denomina Significado personal. Estas definiciones desarrolladas en el documento son asociadas a un campo de problemas, pero en efectos de este trabajo que tenía como objetivo analizar el significado y la comprensión de los alumnos de grado sexto de los conceptos de fracción a partir de un sistema de prácticas.

3.3 Análisis de registros y discusión de resultados

El análisis de los registros se realiza por temáticas teniendo en cuenta la secuencia de la enseñanza realizada en la docencia directa en la IE Los Comuneros. La agrupación de las temáticas matemáticas (**TM**) se hizo de la siguiente manera:

TM1: Concepto de fracción, elementos de una fracción, interpretación del concepto de fracción.

TM2: Clases de fracciones, número mixto y Representación de fracciones sobre la recta numérica**.**

TM3: Fracciones equivalentes.

TM4: Máximo común divisor de un número y mínimo común múltiplo de un número.

TM5: Relación de orden en las fracciones.

TM6: Suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas.

TM7: Multiplicación y división entre fracciones,

TM8: Potenciación y radicación de fracciones**.**

Los registros analizados en cada una de las TM provienen de las pruebas escritas **(E).** El análisis y discusión de resultados en cada uno de los registros incluye dos actividades: La lectura del registro y su interpretación con base en las nociones o conceptos que fueron adoptados del EOS.

3.3.1. Análisis de registros y discusión de resultados en TM1. Concepto de Fracción y elementos de una fracción.

El significado y la comprensión del concepto de fracción depende de cómo se entienda cada significado, por lo que es importante tener claro qué significa cada uno.

Fracción como Parte Todo

La fracción como parte todo se puede interpretar como las partes de una unidad. La unidad se divide en partes iguales indicando esencialmente la relación existente entre el todo y un número designado de partes.

A continuación, se presentan dos situaciones en las que los estudiantes resuelven dos ejercicios propuestos de fracción como parte todo y de elementos de una fracción de diferente manera.

E: (p1, p2, p3, p4)

p1: Observe la representación gráfica y complete según corresponda

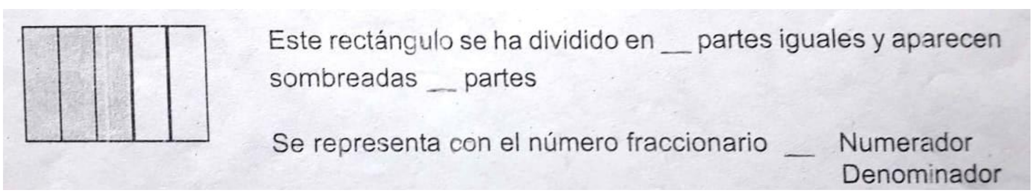


Ilustración 3. Elementos de una fracción

Fuente: archivo personal.

En este punto, se espera que los estudiantes a partir de la representación geométrica de una fracción logren reconocer los elementos de dicha fracción (numerador y denominador).

Uno de los estudiantes resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

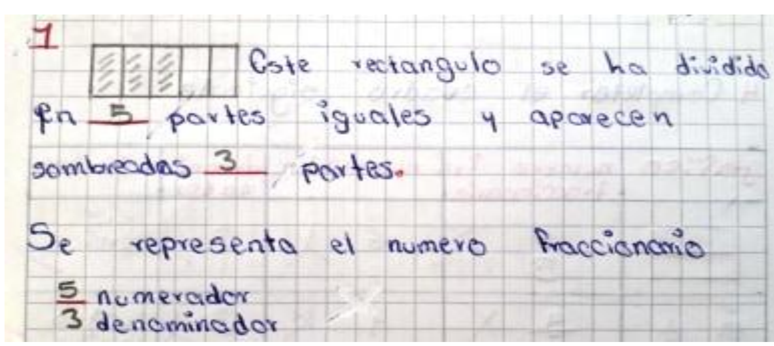


Ilustración 4. Elementos de una fracción
Fuente: archivo personal.

Este punto de la evaluación se refiere a la definición de fracción como parte todo y solicita escribir el numerador, el denominador correspondiente al rectángulo, y representar de forma aritmética una fracción representada en forma geométrica, es decir $\frac{3}{5}$.

Se observa en la ilustración 4, que el estudiante al resolver el punto de la evaluación realiza las siguientes prácticas personales **(Pp)**, cuenta el número de divisiones totales que tiene el rectángulo, en este caso 5 y el número de partes sombradas, en este caso 3, para la representación del número fraccionario el estudiante escribe $\frac{5}{3}$.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp (C),** el estudiante "*cuenta tanto el número de partes, en que se ha dividido la unidad, como el número de partes que se han sombreado de la unidad y representa la fracción*".

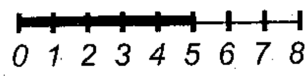
A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el estudiante identifica el número de partes en que esta divida la unidad y el número de partes sombreadas, es decir que el significado personal coincide con el significado institucional, pero al escribir la fracción en forma aritmetica el significado del objeto personal **S (Op)** del concepto de fracción difiere del significado del objeto institucional **S (OI),** porque de las practicas personales utilizadas por el estudiante emergió la fracción $\frac{5}{3}$, dándole un significado que no corresponde al significado matemático (significado institucional) de una fracción como parte todo que consiste en:

Las fracciones son expresiones numéricas que se utilizan para representar las partes iguales en las que se divide una unidad. Las fracciones se componen de un numerador, el cual indica el número de partes que se toman de la unidad y el denominador, que indica el número de partes iguales en que se divide la unidad, por lo que la fracción que representa el rectángulo es $\frac{3}{5}$.

Es decir, que a través del sistema de **Pp (C)** emerge un objeto personal **Op**, simbólicamente **Pp (C)=S (Op).**

p2: Observe la representación gráfica y complete según corresponda

Este segmento está dividido en __ partes iguales y en negrilla aparecen ___ partes.



En este punto se espera que los estudiantes a partir de la recta numérica logren reconocer los elementos de una fracción (numerador y denominador).

Uno de los estudiantes resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

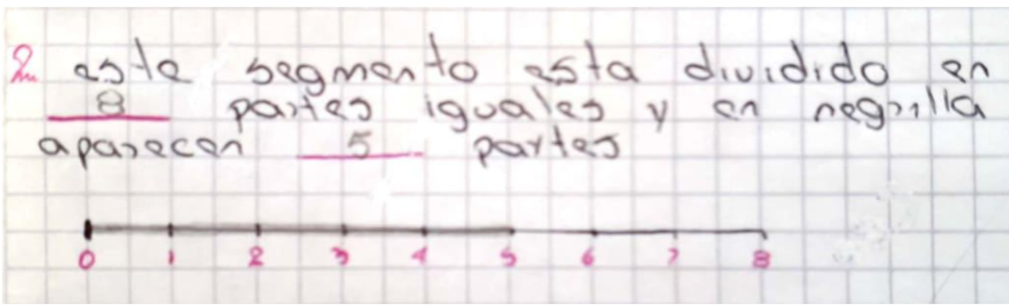


Ilustración 5. Elementos de una fracción

Fuente: archivo personal.

Este punto de la evaluación se refiere a la definición de fracción como parte todo y solicita escribir el número de partes en que está dividida la recta y las partes sombreada, es decir que se toman.

Se observa en la ilustración 5, que el estudiante al resolver el punto de la evaluación realiza las siguientes practica personales **(Pp)**, cuenta el número de divisiones totales que tiene la recta numérica, en este caso 8 y el número de partes sombradas, en este caso 5.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp (C),** el estudiante "*cuenta tanto el número de partes, en que se ha dividido la recta, como el número de partes que se han sombreado del circulo*".

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S (Op)** del concepto de fracción difiere del significado del objeto institucional **S (OI),** porque de las practicas personales utilizadas por el estudiante emergió el número en que se divide la recta (8) y las partes que se toman (5), dándole un significado que corresponde al significado matemático (significado institucional) de una fracción como parte todo.

P3: Observe la representación gráfica y complete según corresponda

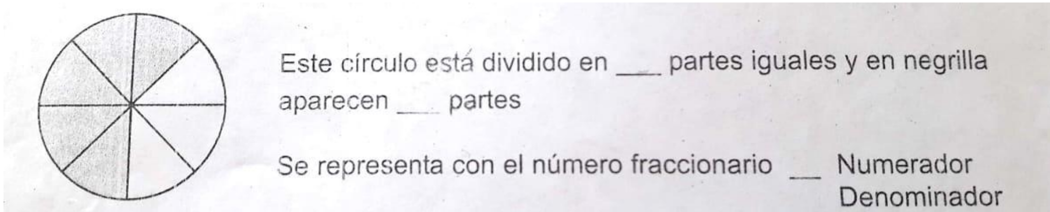


Ilustración 6. Elementos de una fracción

Fuente: archivo personal.

En este punto se espera que los estudiantes a partir de la figura geométrica logren reconocer los elementos de una fracción (numerador y denominador). Uno de los estudiantes resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

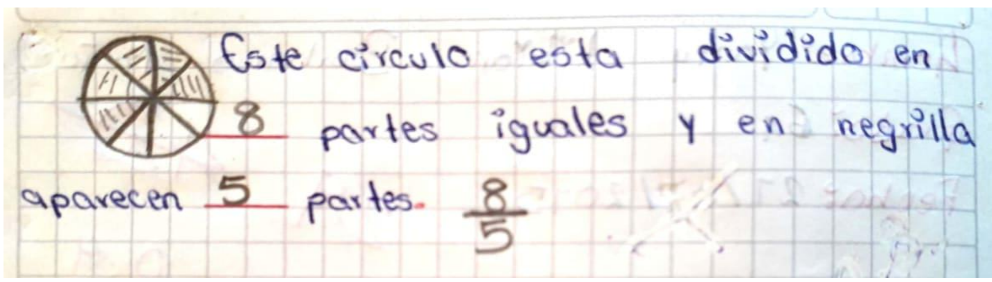


Ilustración 7. Elementos de una fracción

Fuente: archivo personal

Este punto de la evaluación se refiere a la definición de fracción como parte todo y solicita escribir el número de partes en que está dividido el círculo y las partes sombreadas, es decir que se toman.

Se observa en la ilustración 7, que el estudiante al resolver el punto de la evaluación realiza las siguientes practica personales **(Pp)**, cuenta el número de divisiones totales que tiene el circulo, en este caso 8 y el número de partes sombreadas, en este caso 5.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp (C),** el estudiante "*cuenta tanto el número de partes, en que se ha dividido el circulo, como el número de partes que se han sombreado en el círculo*".

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S (Op)** del concepto de fracción coincide con el significado del objeto institucional **S (OI),** porque de las practicas personales utilizadas por el estudiante emergió la fracción $\frac{8}{5}$, dándole un significado que no corresponde al significado matemático (significado institucional) de una fracción como parte todo.

P4: sombree con líneas o puntos en la figura las fracciones que indican las fracciones.

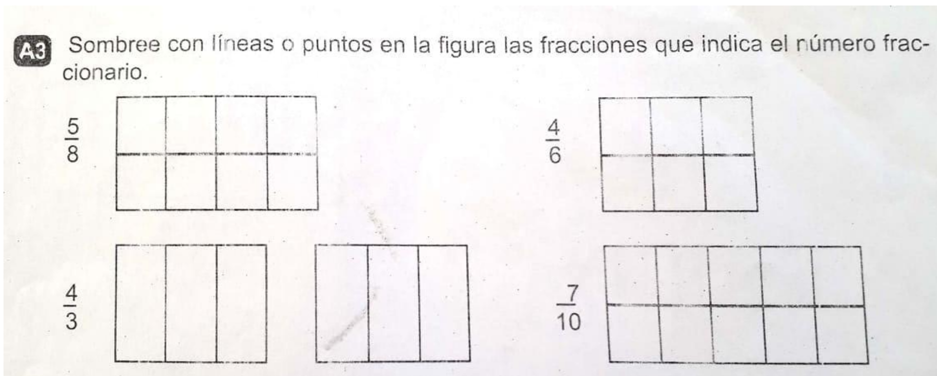


Ilustración 8. Representación geométrica de una fracción

Fuente: archivo personal.

En este punto se espera que los estudiantes a partir de las fracciones logren reconocer los elementos de una fracción (numerador y denominador) para colorear correctamente el número indicado. Uno de los estudiantes resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

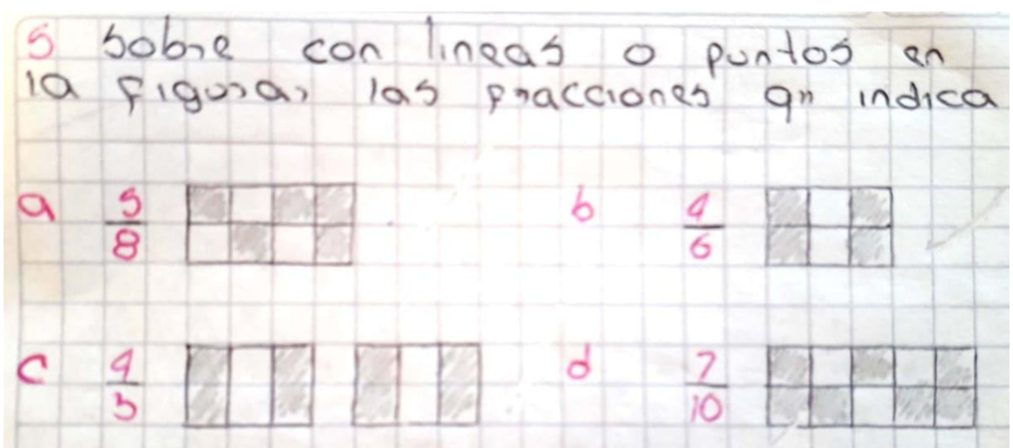


Ilustración 9. Representación geométrica de una fracción

Fuente: archivo personal.

Este punto de la evaluación se refiere a la definición de fracción como parte todo y solicita sombrear las partes que se colorean a partir de la fracción indicada y de esta manera reconocer los elementos de una fracción.

Se observa en la ilustración 9, que el estudiante al resolver el punto de la evaluación realiza las siguientes practica personales **(Pp)**, en la fracción $\frac{5}{8}$ se fija en el numerador que es el que indica las partes que se toman en el rectángulo, en este caso 5 y los sombrea; en la fracción $\frac{4}{6}$ sombrea la cantidad que indica el numerador, en este caso 4; en la fracción $\frac{4}{3}$ el estudiante tiene en cuenta que el numerador es mayor que el denominador y que debe sombrear en los dos rectángulos para sombrear los 4 que indica el numerador; en la fracción $\frac{7}{10}$ sombrea la cantidad que indica el numerador, en este caso 7.

Teniendo en cuenta el sistema de **Pp(C),** realizadas por el estudiante, podemos decir, que la práctica habitual consiste en "*identificar el numerador, el cual indica el número de partes que se toman de la unidad y sombrear la cantidad correcta*".

El **S(Op)** que emerge de la **Pp (C)** corresponde con el **S (OI).** Puesto que, recordando la definición de fracción y sus componentes, se tiene que:

El numerador: Indica el número de partes que se toman de la unidad.

El denominador: Indica el número de partes **iguales**, en que se divide dicha unidad.

Del **S(Pp)** realizadas por el estudiante emerge un objeto matemático **(OM)** correcto.

3.3.2. Análisis de registros y discusión de resultados en TM2.

Clases de fracciones, número mixto y Representación de fracciones sobre la recta numérica.

E: (p1, p2, p3, p4)

p1: clasifique en propias e impropias las siguientes fracciones:

$\frac{3}{7}, \frac{3}{9}, \frac{5}{4}, \frac{18}{5}, \frac{10}{8}, \frac{12}{33}, \frac{7}{2}, \frac{1}{9}.$

Se espera que el estudiante clasifique cada una de las fracciones de acuerdo al valor que tiene el numerador y el denominador y las represente geométricamente.

Un estudiante resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

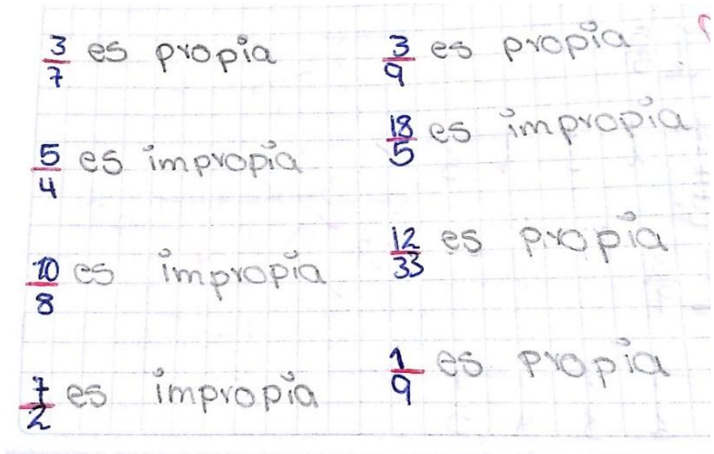


Ilustración 10. Fracciones propias e impropias

Fuente: archivo personal.

Como se puede apreciar en la ilustración 10 el estudiante ha clasificado las fracciones $\frac{5}{4}$, $\frac{18}{5}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{7}{2}$ como fracciones impropias y las fracciones $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{12}{33}$, $\frac{1}{9}$ como fracciones propias.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*clasifica las fracciones de acuerdo al valor que tiene el numerador y el valor que tiene el denominador*".

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** del concepto de fracción como operador de un número coincide con el significado del objeto institucional **S(OI)** que consiste en:

Fracciones propias: son las que representan un número menor que la unidad y se caracteriza porque el numerador es menor que el denominador.

Fracciones impropias: son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de este; en tal caso, el número representa más de una unidad completa.

p2: Convierta cada fracción impropia en números Mixto y Represente el número mixto en la recta numérica.

a. $\frac{26}{5}$ **b.** $\frac{28}{3}$ **c.** $\frac{12}{7}$ **d.** $\frac{7}{3}$

Un estudiante resuelve el ejercicio de la siguiente manera:

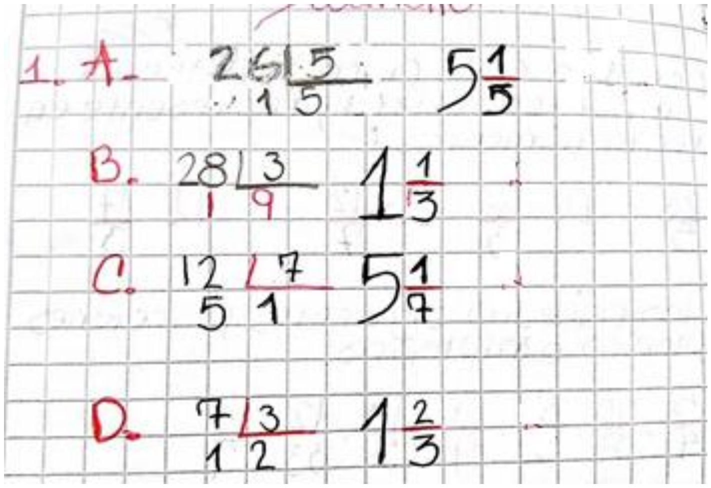


*Ilustración 11.*Números mixtos

Fuente: archivo personal.

Como se puede apreciar en la ilustración 11 en el punto a. El estudiante divide el numerador de la fracción entre el denominador de la fracción obteniendo como cociente el número natural 5, luego pasa la fracción impropia a número mixto conservando el denominador de la fracción impropia (5) y dejando como numerador de la nueva fracción el residuo de dicha operación (1) y como parte entera del número mixto el cociente de la operación realizada (5).

En el punto b, c y d. El estudiante divide el numerador de la fracción entre el denominador de la fracción obteniendo como cociente un número natural, luego pasa la fracción impropia a número mixto tomando como parte entera el residuo de dicha operación, dejando como numerador de la nueva fracción el residuo y como denominador el divisor. En el punto b y c el numerador de la nueva fracción es el cociente y el denominador es el divisor.

De acuerdo al sistema de prácticas, se puede verificar que el estudiante no se ha apropiado adecuadamente del concepto de número mixto.

Luego de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto, se puede inferir que el estudiante "*realiza una división para pasar la fracción impropia dada a número mixto*"

Del conjunto de **(Pp)** realizadas por el estudiante, se puede deducir que el significado del objeto personal **S(Op)** del concepto de número mixto difiere del significado del objeto institucional **S(OI)**, puesto que:

Definición de número mixto: es un número formado por una parte entera y una parte fraccionaria.

Fracciones Impropias: Son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de este; en este caso, el número representa más de una unidad completa.

En conclusión, las prácticas personales del estudiante difieren de las prácticas institucionales.

p3: Represente en la recta numérica las fracciones impropias.

a. $\frac{26}{5}$ **b.** $\frac{28}{3}$ **c.** $\frac{12}{7}$ **d.** $\frac{7}{3}$

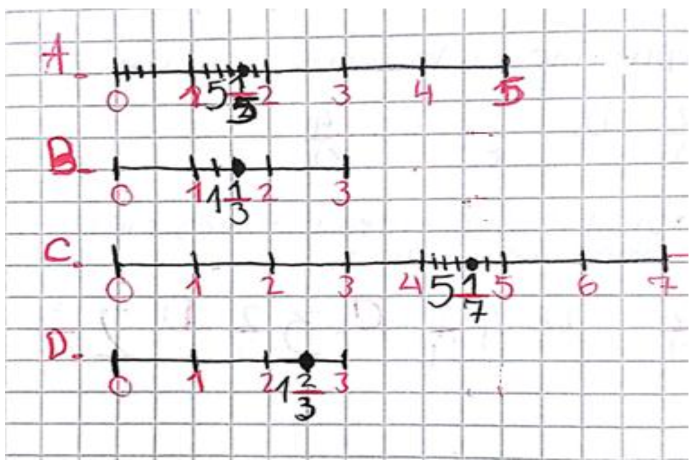


*Ilustración 12.*Números mixtos
Fuente: archivo personal.

Para la representación en la recta numérica de las fracciones impropias que se observan en la ilustración 12, el estudiante en el punto A realizo de manera correcta la conversión de la fracción a número mixto, pero al hacer la representación en la recta numérica, el estudiante no se fija en la parte entera que es (5) y solo ubica entre uno y dos el número mixto, luego lo divide en cinco partes iguales como indica el denominador de la fracción.

En los puntos b, c y d la conversión de una fracción a número mixto no fue la correcta y los números mixtos que resultaron en el intento de resolver el problema no fueron representados en la recta de manera correcta, porque el estudiante no tiene en cuenta la parte entera del número mixto que es lo primero que se ubica en la recta.

Lo que se puede observar de a partir del sistema de prácticas del estudiante es que, si tiene en cuenta lo que indica el denominador de una fracción, pero no tiene en cuenta la parte entera del número mixto y tampoco el número de partes que indica el numerador.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*traza un segmento de recta y lo divide en el número de partes que indica el denominador de la fracción y toma como parte entera el numerador de la fracción*".

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** no coincide con el significado del objeto institucional **S(OI)** que consiste en:

Paso a paso cómo representar fracciones sobre la recta numérica:

1. Se ubica el número cero en la recta numérica y se localizan los números naturales que se consideren necesarios.

2. Se determina qué clase de fracción es.

3. En caso de ser una fracción unidad o entera, se ubica la fracción sobre el número natural correspondiente

4. Si la fracción es propia, se divide el segmento entre el cero y uno en tantas partes iguales como lo indica el denominador. Luego se cuenta a partir de cero, la cantidad de partes que indica el numerador de la fracción para así marcar el punto. Dicho punto, es la representación de la fracción sobre la recta numérica

5. En caso de ser una fracción impropia se puede expresar como un número mixto. Posteriormente, se ubica el número natural correspondiente a la parte entera y, en la unidad siguiente, se ubica la fracción propia del número mixto de la misma manera que en el caso anterior.

Un estudiante resuelve el punto anterior de la manera correcta:

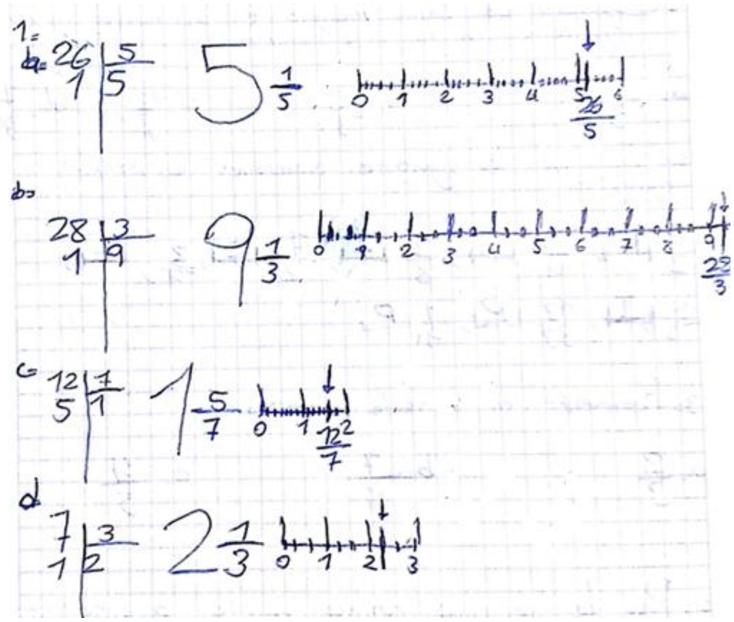


*Ilustración 13.*Números mixtos
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 13, el estudiante, realiza una división entre el numerador y el denominador de cada fracción, obteniendo un cociente y un residuo, luego traza una recta, la cual divide en partes iguales según indique el valor de la parte entera de la fracción, luego divide en partes iguales cada uno de los segmentos anteriores según indique el denominador, enseguida cuenta el número que indica el numerador y ubica la fracción entre la división de la parte entera que indica el número mixto y el número que sigue en la recta.

Luego, de describir el conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*convierte la fracción impropia a número mixto y en seguida lo ubica sobre la recta numérica*"

En este sentido podemos decir que del **Pp(C),** emerge un objeto personal **(Op)**, como también existe una relación entre: **Pp(C) = S (Op)**

También podemos afirmar que **S(Pp)** realizadas por el estudiante coinciden con el significado del objeto institucional **S(OI).**

P4: convertir el número mixto a fracción.

$2\frac{3}{4}, 4\frac{2}{9}, 3\frac{2}{5}, 2\frac{3}{7}$

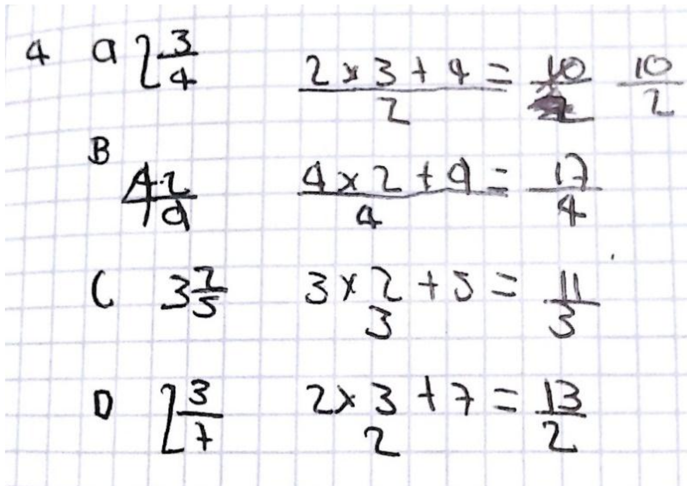


*Ilustración 14.*Números mixtos
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 14, en el literal (a), el estudiante multiplica la parte entera (2) del número mixto por el numerador de la fracción (3) y a este resultado le suma el denominador (4), enseguida este resultado, se convierte en el numerador (10), luego lo divide entre el valor que indica la parte entera (2), y la fracción que resulta de estas operaciones es $\frac{10}{2}$. El estudiante realiza el mismo proceso en el literal b), c) y d).

Como se puede observar en el SP realizado por el estudiante, al convertir un número mixto a fracción impropia es incorrecto, el cual difiere de las PI(C).

En su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante *"realiza una multiplicación de la parte entera del número mixto con el numerador de la fracción dada y a este resultado le suma el valor del denominador, conservando como denominador de la fracción la parte entera".*

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** no coincide con el significado del objeto institucional **S(OI)** puesto que los pasos a seguir son:

1. Se multiplica la parte entera del número mixto con el denominador de la fracción propia

2. Al resultado obtenido en el paso anterior, se le suma el numerador de la fracción y el resultado obtenido al realizar estas dos operaciones sería el numerador de la fracción impropia a encontrar.

3. Finalmente, el denominador de la fracción impropia sigue siendo el mismo denominador de la fracción propia.

•Otra solución del ejercicio anterior la realiza un estudiante de manera correcta:

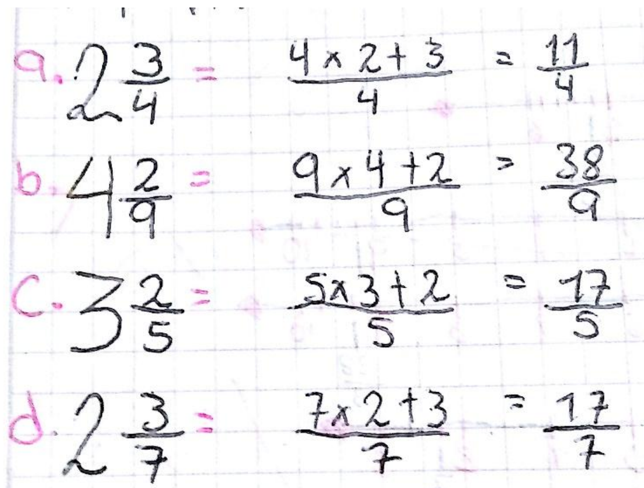


Ilustración 15. Números mixtos

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 15, en el literal (a), el estudiante multiplica el denominador de la fracción (4) por la parte entera del número mixto (3) y a este resultado le suma el numerador (3), enseguida este resultado, se convierte en el numerador (11), luego lo divide entre el valor que indica la parte entera (4), y la fracción que resulta de estas operaciones es $\frac{11}{4}$. El estudiante realiza el mismo proceso en el literal b), c) y d).

En su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante *"realiza una multiplicación del denominador por la parte entera del número mixto y a este resultado le suma el valor del numerador, conservando como denominador de la fracción".*

A partir del ejercicio resuelto por el estudiante, se puede observar que el significado del objeto personal **S(Op)** coincide con el significado del objeto institucional **S(OI).**

3.3.3. Análisis de registros y discusión de resultados en TM3.

Fracciones Equivalentes.

E: (p1)

p1: Encontrar una fracción equivalente a las siguientes fracciones:

$\frac{12}{5}, \frac{8}{7}, \frac{10}{24}, \frac{4}{2}$

El estudiante lo resuelve de la siguiente manera:

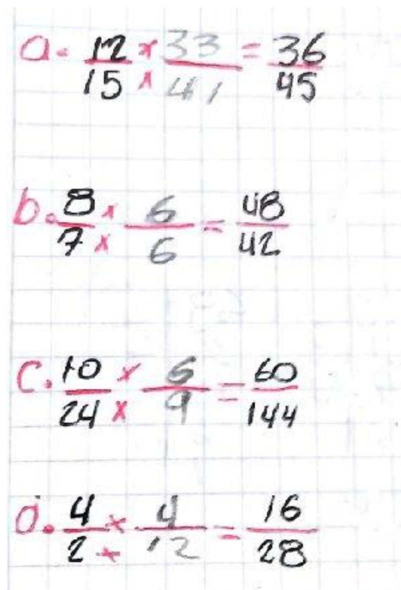


*Ilustración 16.*Fracciones equivalentes
Fuente: archivo personal.

De la ilustración 16, en el literal a), se puede observar que el estudiante multiplica el numerador de la fracción $\frac{12}{15}$ por un número natural (33) y el denominador lo multiplica por (41), concluyendo que la fracción buscada es $\frac{36}{45}$. En el literal b**),** se puede observar que el estudiante multiplica el numerador y el denominador de la fracción $\frac{8}{7}$ por el número natural (6), concluyendo que la fracción buscada es $\frac{48}{42}$. en el literal c), se puede observar que el estudiante multiplica el numerador de la fracción $\frac{10}{24}$ por un número natural (6) y el denominador lo multiplica por (9), concluyendo que la fracción buscada es $\frac{60}{144}$. en el literal d), se puede observar que el estudiante multiplica el numerador de la fracción $\frac{4}{2}$ por un número natural (4) y el denominador lo multiplica por (12), concluyendo que la fracción buscada es $\frac{16}{28}$.

En su intento de resolver un ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante *"realiza una multiplicación de dos números naturales cualesquiera, un número lo multiplica con el numerador y el otro con el denominador de la fracción dada"*.

De las **Pp(C)** realizadas por el estudiante emerge un **Op** que no coincide con el **OI**, puesto que la fracción $\frac{12}{15}$ no es equivalente a la fracción $\frac{36}{45}$.

Para encontrar una fracción equivalente, debo multiplicar tanto el numerador como el denominador de la fracción por un mismo número natural.

3.3.4. Análisis de registros y discusión de resultados en TM4.

Máximo común divisor de un número y mínimo común múltiplo de un número.

E: (p1)

p1: Hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m) y el máximo común divisor (m.c.d) de los números 18 y 24.

El estudiante lo resuelve de la siguiente manera:

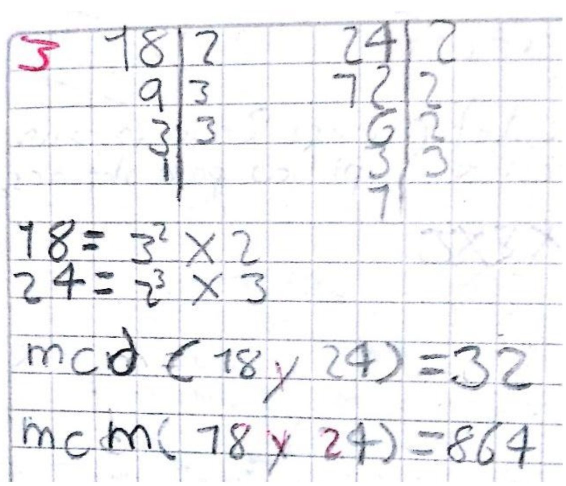


*Ilustración 17.*M.C.M y M.C.D
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 17, se observa que para hallar el mínimo común múltiplo entre los números 5 y 30, el estudiante descompone los números 18 y 24 en sus factores primos de la siguiente manera: toma el número dos como divisor del número 18 y 24, obteniendo como resultado 9 y12, luego descompone los números obtenidos teniendo en cuenta que 3 es divisor de 9 y 2 es divisor de 12, obteniendo como resultado 3 y 6, y así sucesivamente. Finalmente, en la parte derecha donde se van ubicando los factores comunes de los respectivos números a descomponer terminan con el número 1. Luego indica el número 18 y lo iguala al número 3^2x2, lo mismo para el 24 lo iguala a 2^3x3. Enseguida el estudiante trata de identificar el (m.c.d) de los números (18, 24) y su resultado es 32. Para el (m.c.m) de los números (18, 24) el resultado es 864.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*descompone los números simultáneamente y luego continúa el proceso elevando a una potencia los factores comunes de los dos números y realiza al final el producto de los factores comunes*".

De acuerdo al conjunto de prácticas personales **(Pp)** realizadas por el estudiante podemos observar que no coinciden con las prácticas institucionales **(PI)**, puesto que el método abreviado para hallar el mínimo común múltiplo consiste en:

Para hallar el mínimo común múltiplo entre dos o más números, se pueden descomponer simultáneamente los números en factores primos. En este caso, el mínimo común múltiplo es el producto de todos los factores que resultan en la descomposición.

Un estudiante resuelve el ejercicio de manera correcta:

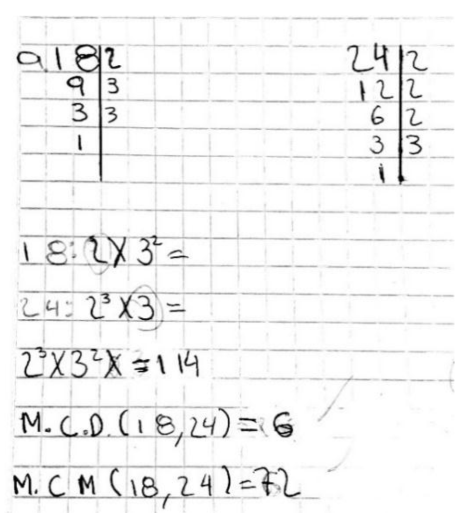


*Ilustración 18.*M.C.M y M.C.D

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 18, el estudiante realiza el mismo proceso que el estudiante anterior, es decir descompone correctamente en factores primos los números 18 y 24, luego indica el número 18 y lo iguala al número 3^2x2, lo mismo para el 24 lo iguala a 2^3x3, pero en el momento de encontrar el (m.c.d), el estudiante tiene en cuenta los factores comunes con menor exponente y encuentra el (m.c.d) de los números (18, 24), y el resultado es 6. Para encontrar el (m.c.m) de los números (18, 24), el estudiante tiene en cuenta los factores comunes con mayor exponente y encuentra el (m.c.m) de los números (18, 24), y el resultado es 72.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*descompone los números simultáneamente y luego continúa el proceso elevando a una potencia los factores comunes de los dos números, luego tiene en cuenta las potencias mayores y menores de los factores comunes y realiza al final el producto de ellos".*

De acuerdo al conjunto de prácticas personales **(Pp)** realizadas por el estudiante podemos observar que coinciden con las prácticas institucionales **(PI)**.

3.3.5. Análisis de registros y discusión de resultados en TM5.

Relación de orden en las fracciones.

E: (p1**)**

p1: Escribe mayor, menor o igual según corresponda:

a. $\frac{3}{7}\ ?\ \frac{3}{9}$

b. $\frac{2}{5}?\frac{6}{5}?\ \frac{9}{5}$

c. $\frac{2}{3}?\frac{5}{12}?\ \frac{1}{9}$

Se espera que los estudiantes tengan en cuenta los siguientes casos de **Relación de orden en las fracciones:**

1. Fracciones que tienen el mismo denominador.

2. Fracciones que tienen el mismo numerador.

3. Fracciones que tienen distinto numerador y denominador.

Y de esta manera se le facilitará el ejercicio propuesto.

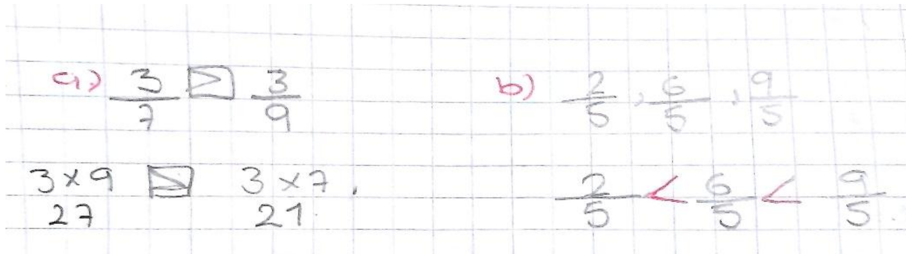


*Ilustración 19.*Relación de orden en las fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 19, se observa que el estudiante responde en los tres literales del ejercicio escribiendo el signo mayor y el signo menor, para el literal a. multiplica 3x9 = 27 y 3x7 = 21 para realizar la prueba y saber si es correcto, comprobando que 27 es mayor que 21. En el literal b, escribe el signo menor.

De acuerdo con el conjunto de prácticas que realiza el estudiante, podemos observar que en el literal a y b el conjunto de prácticas que realiza el estudiante coincide con las PI(C) pues utiliza el siguiente criterio adecuadamente:

Primer caso: dos o más fracciones que tienen igual numerador es menor la que tiene mayor denominador.

Segundo caso: (fracciones con igual denominador) dos o más fracciones que tienen igual denominador es menor la fracción que tiene menor numerador.

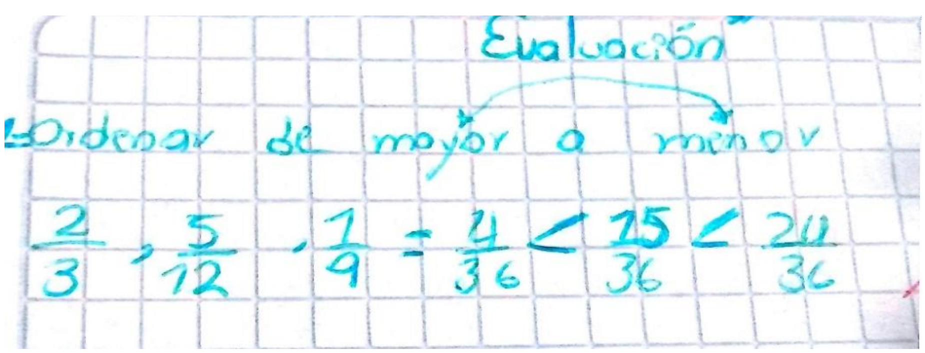


*Ilustración 20.*Relación de orden en las fracciones
Fuente: archivo personal.

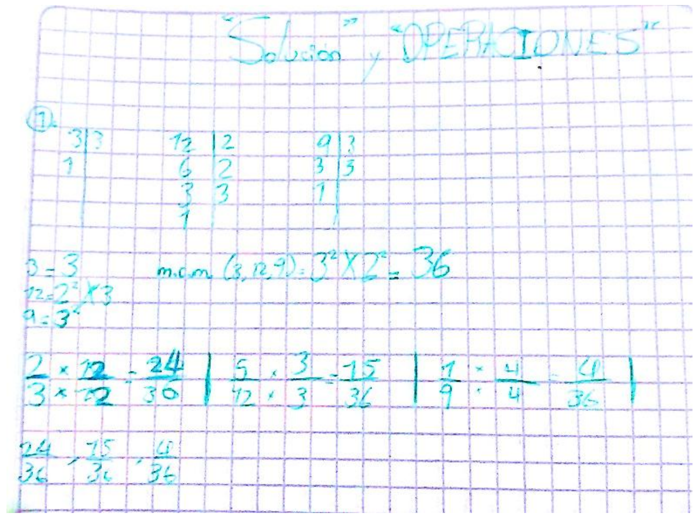


*Ilustración 21.*Relación de orden en las fracciones

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 20 y 21, se observa que en el literal **c** el conjunto de prácticas personales que realiza el estudiante coincide con las prácticas institucionales, pues en este caso tenemos fracciones con distinto numerador y denominador y el procedimiento a seguir consiste en:

Primero, buscar el mínimo común múltiplo entre los denominadores de las fracciones **Luego,** amplificar cada fracción para obtener fracciones con igual denominador (el nuevo denominador de las fracciones debe ser igual al mínimo común múltiplo obtenido en el paso anterior) y a partir de ahí utilizar el primer criterio, que sería el de fracciones con igual denominador.

3.3.6. Análisis de registros y discusión de resultados en TM6.

Suma y Resta de Fracciones Heterogéneas.

E: (p)

p: Resuelve las siguientes operaciones:

a) $\frac{12}{7} + \frac{4}{7} + \frac{20}{7}$

b) $\frac{8}{6} - \frac{4}{9}$

c) $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2}$

La evaluación contiene puntos de suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas, en los anteriores ejercicios se espera que el estudiante recuerde y utilice los conceptos vistos en clases anteriores, entre ellos como hallar el mínimo común múltiplo entre dos o más números, como el proceso de amplificación y simplificación de fracciones, utilizando los criterios de divisibilidad.

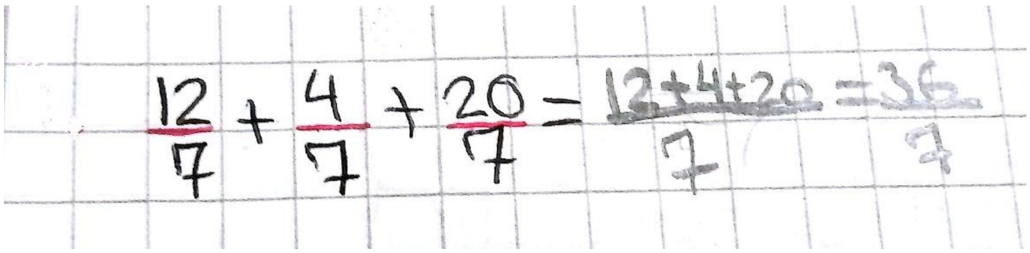


*Ilustración 22.*Suma de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 22, se puede apreciar que en el punto a), el estudiante para sumar o restar fracciones con el mismo denominador (fracciones homogéneas), tiene en cuenta que para resolver la operación basta con sumar los numeradores de las fracciones, dejando el mismo denominador, obteniendo como resultado $\frac{36}{7}$.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*suma los numeradores de las fracciones y conserva el mismo denominador*".

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante tanto en el punto a) coinciden con las PI(C), es decir emerge un Op el cual coincide con el Objeto matemático enseñado; en este caso podemos hablar de una relación entre el S(Op) y el S(OI).

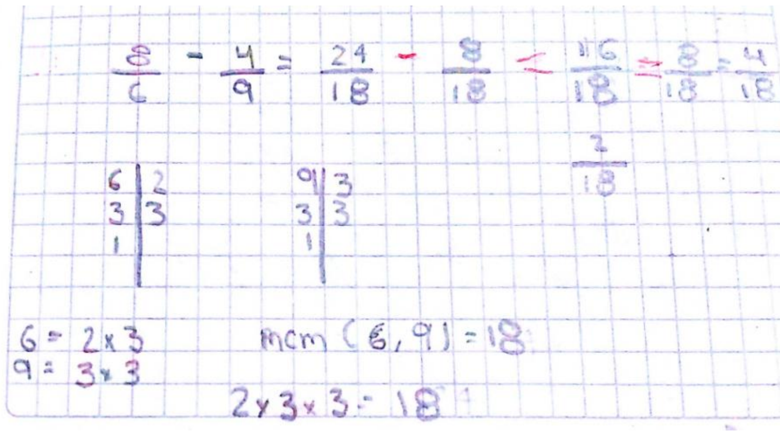


*Ilustración 23.*Resta de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 23, se puede apreciar que en el punto b, el estudiante reconoce que es una resta de fracciones con distinto denominador (fracciones heterogéneas), y lo primero que busca es el mínimo común múltiplo de los denominadores 6 y 9, dándole como resultado 18, luego de encontrarlo multiplica los denominadores de las fracciones $\frac{8}{6}$ y $\frac{4}{9}$ por un número que dé como resultado 18, estos números son 3 y 2, luego los multiplica por los numeradores amplificando las fracciones $\frac{8}{6}$ x $\frac{3}{3} = \frac{24}{18}$ y $\frac{4}{9}$ x $\frac{2}{2} = \frac{8}{18}$, enseguida resta los numeradores y deja el mismo denominador, y el resultado es $\frac{16}{18}$, por ultimo simplifica solo los numeradores de la fracción tres veces dándole como resultado $\frac{8}{18} = \frac{4}{18} = \frac{2}{18}$.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*halla el mínimo común múltiplo de los denominadores, luego amplifica las fracciones y por último resta los numeradores y simplifica las fracciones conservando el mismo denominador*".

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante en el punto b) coincide gran parte con las PI(C), es decir emerge un Op el cual no coincide en su totalidad con el Objeto matemático enseñado; en este caso no podemos hablar de una relación entre el S(Op) y el S(OI), puesto que el procedimiento a seguir según las prácticas institucionales lo realizo correctamente hasta el paso 3, pues no realizo la simplificación de manera correcta. El procedimiento debió ser:

Suma y resta de fracciones heterogéneas:

Para sumar y restar fracciones heterogéneas procedemos de la siguiente manera:

1. Se calcula el m.c.m. de los denominadores de las fracciones heterogéneas.

2. Se amplifica cada una de las fracciones de tal manera que queden con el denominador que se encontró en el paso anterior (m.c.m).

3. Ya tenemos todas las fracciones con el mismo denominador, es decir fracciones homogéneas sumamos los numeradores y dejamos el mismo denominador (suma de fracciones homogéneas).

4. Se simplifica el resultado obtenido, si es posible.

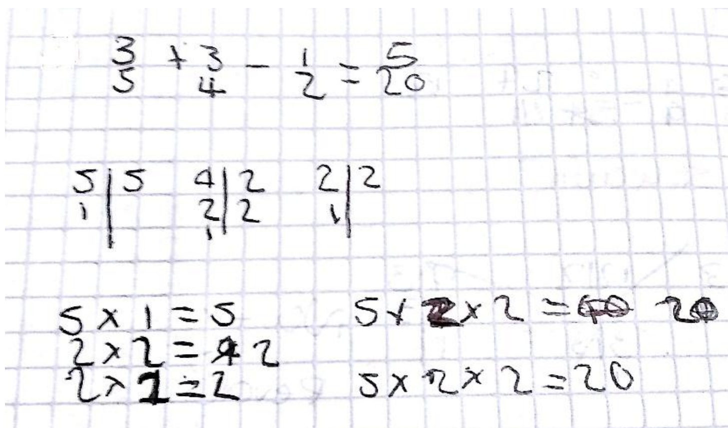


Ilustración 24.Suma y resta de fracciones

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 24, se puede observar que en el punto c) el estudiante suma los numeradores de las dos facciones y resta la última fracción, obteniendo como resultado 5 y luego encuentra el mínimo común múltiplo que es 20 y lo deja como denominador de las fracciones.

Teniendo en cuenta la descripción del conjunto de prácticas personales **(Pp)**, realizadas por el estudiante en su intento de resolver el ejercicio propuesto **(C)**, se puede inferir que a partir del conjunto **Pp(C),** el estudiante "*halla el mínimo común múltiplo de los denominadores, luego suma y resta los numeradores".*

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no coinciden con las PI(C), es decir emerge un Op el cual no coincide con el Objeto matemático enseñado; en este caso no podemos hablar de una relación entre el S(Op) y el S(OI).

Un estudiante realiza el ejercicio anterior de manera correcta:

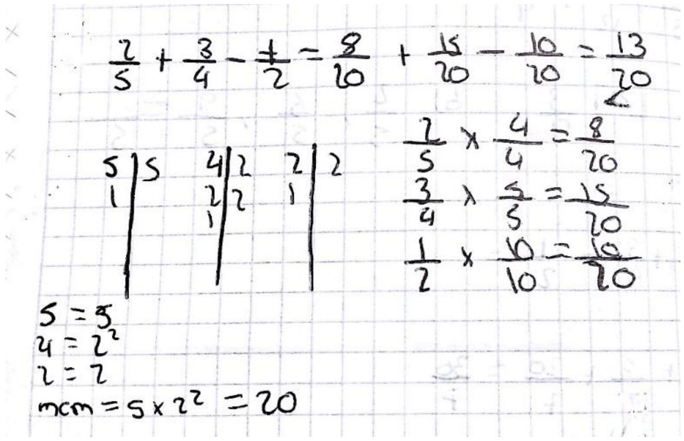


*Ilustración 25.*Suma y resta de fracciones
Fuente: archivo personal.

De acuerdo al conjunto de prácticas que realiza el estudiante como se puede observar en la ilustración 26, podemos afirmar que las Pp(C) que realiza el estudiante coinciden con las PI(C), como también podemos hablar de una relación entre:

- Pp(C)= S(Op).
- S(Op)=S(OI).

3.3.7. Análisis de registros y discusión de resultados en TM7. Multiplicación y división entre fracciones.

E: (p)

P: realice las siguientes operaciones

1. $\frac{2}{5} \times \frac{8}{9}$

2. $\frac{4}{25} \div \frac{12}{5}$

3. $3 \times \frac{15}{22} \times \frac{1}{2}$

4. $\frac{4}{5} \div 1\frac{3}{2}$

5. Hallar el inverso multiplicativo de los siguientes números:

a. 25

b. $\frac{3}{7}$

c. $\frac{1}{35}$

d. $\frac{27}{51}$

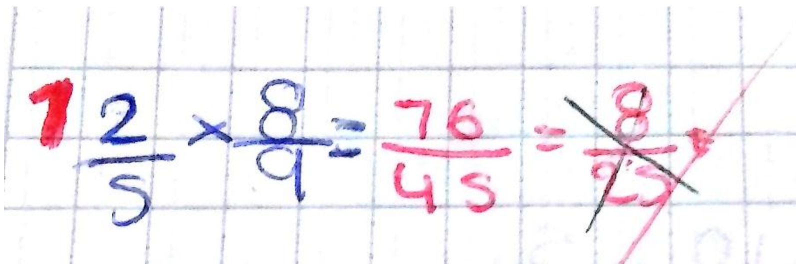


*Ilustración 26.*Multiplicación de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 26, se observa que el estudiante al realizar la operación que se le pide, en este caso una multiplicación de fracciones heterogéneas, opera de la siguiente manera: multiplica el numerador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción y multiplica el denominador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, y el resultado es $\frac{16}{45}$ y simplifica obteniendo $\frac{8}{25}$.

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante coinciden con las PI(C) y el objeto personal Op que emerge de dichas prácticas corresponde al objeto matemático OM enseñado (multiplicación de fracciones), es decir que podemos establecer una relación entre el S(Op) = S(OI). Pero en el sistema de Pp(C) que realiza el estudiante en el momento de simplificar la fracción se puede observar que no es correcto, porque no es posible simplificar la fracción. El sistema de prácticas institucionales consiste en:

Para multiplicar dos o más fracciones, se halla el producto de los numeradores y el producto de los denominadores y luego, se simplifica el resultado obtenido si es posible independientemente si las fracciones son homogéneas o heterogéneas.

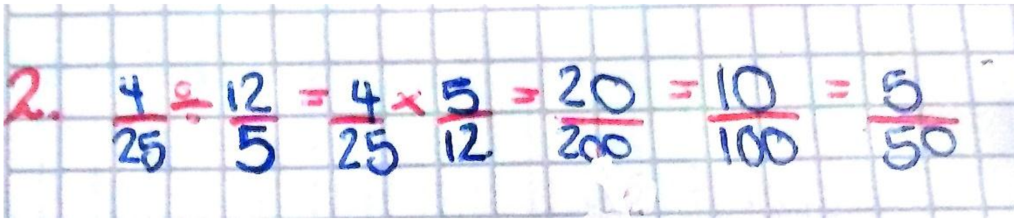


*Ilustración 27.*División de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 27, se observa que el estudiante al realizar la operación que se le pide, en este caso una división de fracciones heterogéneas, opera de la siguiente manera: intercambia la segunda fracción dejando como numerador a 5 y como denominador a 12, luego multiplica el numerador de la primera fracción por el numerador de la segunda fracción y multiplica el denominador de la primera fracción por el denominador de la segunda fracción, y el resultado es $\frac{20}{200}$ y simplifica dos veces obteniendo $\frac{10}{100} = \frac{5}{50}$.

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante coinciden con las PI(C) y el objeto personal Op que emerge de dichas prácticas corresponde al objeto matemático OM enseñado (división de fracciones), es decir que podemos establecer una relación entre el S(Op) = S(OI). Pero en el sistema de Pp(C) que realiza el estudiante en el momento de simplificar la fracción se puede observar que no lo hizo completo, porque debió simplificar más la fracción.

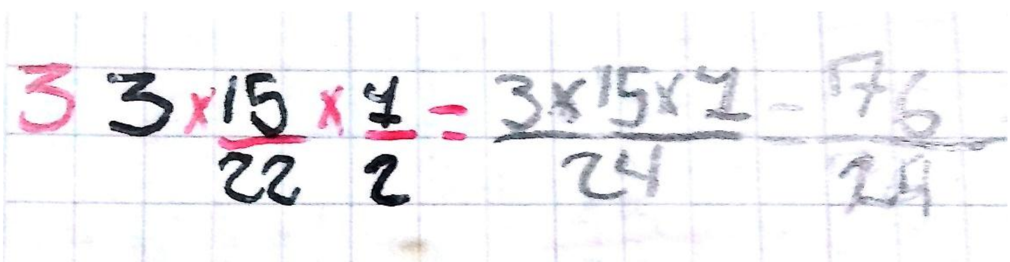


*Ilustración 28.*Multiplicación de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 28, se observa que el estudiante al realizar la operación que se le pide, en este caso una multiplicación de fracciones heterogéneas, opera de la siguiente manera: multiplica el numerador de la primera fracción por el numerador de la segunda y tercera fracción y el denominador de la primera fracción, en este caso como no tiene denominador lo toma como 1, lo multiplica por el denominador de la segunda y tercera fracción, y el resultado es $\frac{76}{24}$.

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no coinciden en su totalidad con las PI(C) y el objeto personal Op que emerge de dichas prácticas no corresponde al objeto matemático OM enseñado (multiplicación de fracciones), porque el resultado en el numerador no es el correcto es decir que no podemos establecer una relación total entre el S(Op) = S(OI).

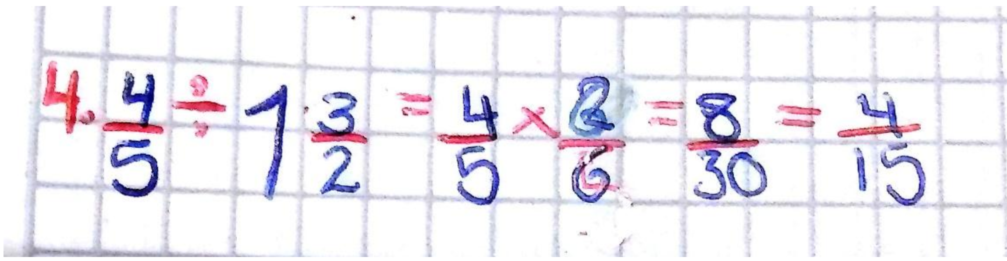


*Ilustración 29.*División de fracciones

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 29, se observa que el estudiante al realizar la operación que se le pide, en este caso una división de fracciones heterogéneas, opera de la siguiente manera: en el ejercicio se encuentra con un número mixto, según el estudiante al convertir el número mixto en fracción le da como resultado $\frac{6}{2}$, luego invierte la fracción y obtiene $\frac{2}{6}$, enseguida multiplica los numeradores y los denominadores dándole como resultado $\frac{8}{30}$ y simplifica, el resultado es $\frac{4}{15}$.

El conjunto de Pp(C) que realiza el estudiante no coinciden con las PI(C) y el objeto personal Op que emerge de dichas prácticas no corresponde al objeto matemático OM enseñado (división de fracciones), porque el resultado en la conversión del número mixto a fracción es $\frac{5}{2}$ y no $\frac{6}{2}$, es decir que no podemos establecer una relación entre el S(Op) = S(OI).

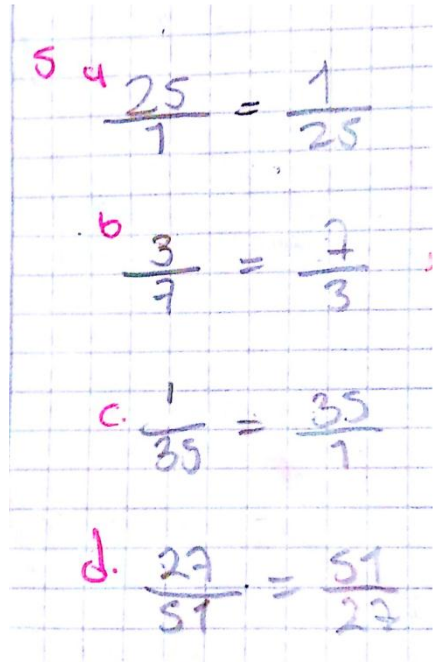


*Ilustración 30.*Inverso multiplicativo

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 30, el estudiante encuentra el inverso multiplicativo de cada uno de los números y las fracciones.

El inverso multiplicativo de una fracción, también conocido como recíproco, es la fracción que tiene por numerador el denominador de la primera fracción y por denominador, su numerador. Así:

Si m, n ∈N, con m y n distintos de cero, entonces el inverso multiplicativo de $\frac{m}{n}$ es $\frac{n}{m}$.

Cuando el estudiante resuelve la respectiva multiplicación del punto **a)**, **b)**, **c)**, **d)** podemos hablar de una relación de las PI con las Pp que realiza el estudiante, pues el Op que emerge de dichas Pp corresponde al OM enseñado y el S(Op) corresponde al S(OI).

3.3.8. Análisis de registros y discusión de resultados en TM8.

Potenciación y Radicación de Fracciones.

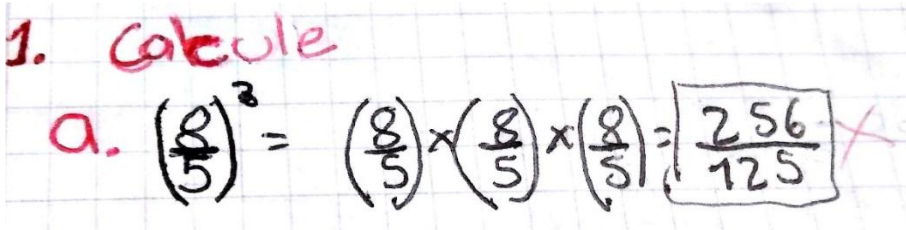


*Ilustración 31.*Potenciación de fracciones

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 31, del Punto **a)** tenemos una potencia de un número fraccionario, en donde el estudiante conserva la base que es en este caso es la fracción $\frac{8}{5}$ y luego la eleva a 3, enseguida la multiplica tres veces y obtiene el resultado $\frac{256}{125}$.

El conjunto de Pp(C) no coinciden en su totalidad con las PI(C), porque cuando multiplica los numeradores no lo hace de manera correcta, pues el resultado correcto es $\frac{256}{125}$. en este caso no se tiene en su totalidad la relación **S(Op) = S(OI).**

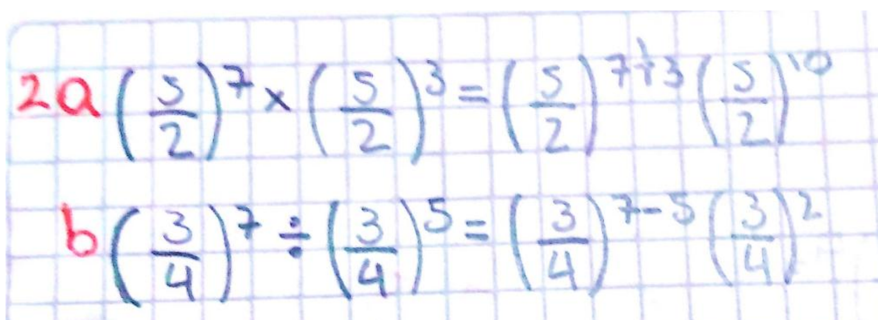


*Ilustración 32.*Potenciación de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 32, del punto a se tiene una **multiplicación de potencias de igual base.** El estudiante conserva la base y suma los exponentes de las bases, obteniendo como resultado 10, pero olvida el igual después de realizar la operación. En este caso el conjunto de Pp, coincide con el conjunto de PI, a pesar de no indicar la igualdad.

En el punto b se tiene una **división de potencias de igual base.** El estudiante conserva la base y resta los exponentes de las bases, obteniendo como resultado 2, pero olvida el igual después de realizar la operación. En este caso el conjunto de Pp, coincide con el conjunto de PI, a pesar de no indicar la igualdad.

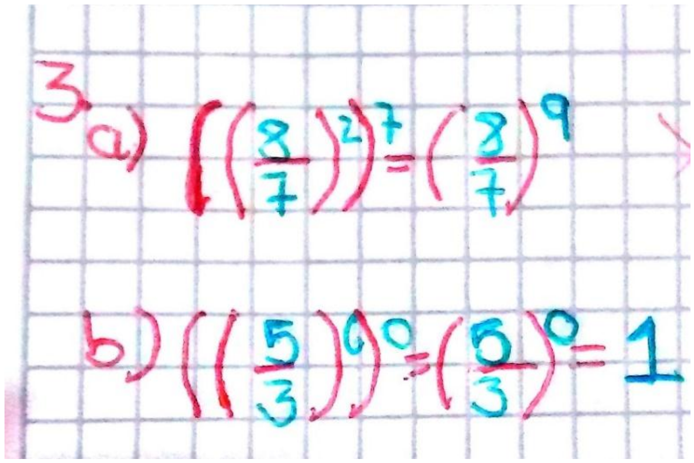


*Ilustración 33.*Potenciación de fracciones
Fuente: archivo personal.

En la ilustración 33, en el punto **a)** tenemos una **Potencia de una Potencia,** en donde el estudiante conserva la base $\frac{8}{7}$, y suma los exponentes 2 + 7 = 9 y eleva la fracción $(\frac{8}{7})^9$ sin calcular la potencia indicada.

podemos afirmar que las Pp(C) difieren de las PI(C), ya que cuando tenemos una potencia de una potencia, los exponentes de dicha base se multiplican y el producto de ellos se aplica tanto al numerador como al denominador de la fracción.

En el punto **b)** tenemos una **Potencia de una Potencia,** en donde el estudiante conserva la base $\frac{5}{3}$, y multiplica los exponentes 6 x 0 = 0 y eleva la fracción $(\frac{5}{3})^0$ y calcula el resultado que es 1. En este caso las Pp(C) difieren de las PI(C).

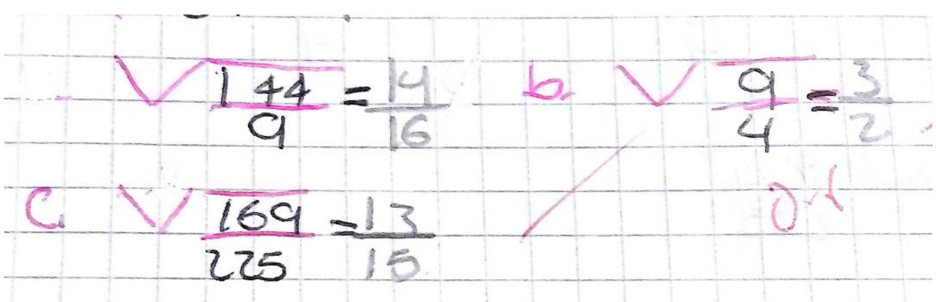


Ilustración 34.Radicación de fracciones

Fuente: archivo personal.

En la ilustración 34, el estudiante en busca de resolver el ejercicio sabe que al multiplicar el número 14 dos veces obtiene como resultado 144, el cual hace parte del numerador de la fracción a encontrar, luego si multiplica dos veces el número 16, obtiene como denominador el número 256, el cual es incorrecto, porque el producto debe dar 9. La respuesta que da el estudiante es $\frac{14}{16}$.

Las Pp(C) que realiza el estudiante no corresponden a las PI(C), y el Op que emerge del sistema de prácticas no corresponde al OM enseñado, porque el resultado correcto es $\frac{14}{3}$. en este caso no podemos señalar la siguiente correspondencia: S(Op) = S(OI).

En el punto **b)** el estudiante al resolver el ejercicio sabe que al multiplicar el número 3 dos veces obtiene como resultado 9, el cual hace parte del numerador de la fracción a encontrar, luego si multiplica dos veces el número 2, obtiene como denominador el número 4, el cual pasa a ser el denominador de la fracción buscada, es decir la respuesta que da el estudiante es $\frac{3}{2}$. En el punto **c)** realiza tiene en cuenta el mismo procedimiento y le da el resultado correcto $\frac{3}{2}$.

Las Pp(C) que realiza el estudiante corresponden a las PI(C), y el Op que emerge de ese sistema de prácticas corresponde al OM enseñado, en este caso podemos señalar la siguiente correspondencia: **S(Op) = S(OI).**

El análisis de cada uno de los registros destacados durante la docencia directa, fue realizado teniendo en cuenta el marco conceptual del enfoque ontosemiótico de investigación en didáctica de las matemáticas **(EOS),** de Juan D. Godino, Vincent Font y Carmen Batanero. Una vez finalizado este análisis, se llega a la parte final de la sistematización de la práctica pedagógica en la IE Los Comuneros, es decir el ultimo capitulo denominado conclusiones y recomendaciones, en donde se destacan los hechos más importantes y significativos durante el desarrollo de la docencia directa.

Conclusiones y Recomendaciones

La práctica pedagógica realizada en la Institución Educativa Los Comuneros de Popayán, me permite desarrollar el trabajo como docente y la presente elaboración del documento de sistematización titulado **significados atribuidos a la noción de fracción por parte de estudiantes de sexto grado de la institución educativa los comuneros de Popayán**, considero importante reflexionar sobre dos aspectos relacionados que son: la docencia directa en el aula y la práctica docente. A continuación, se consideran algunas reflexiones:

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas presentan gran dificultad, sobre todo debido a los múltiples obstáculos que se enfrentan, por los niveles y ritmos de aprendizaje de los alumnos y la manera de enseñar de los docentes. En el caso de la enseñanza, el docente como mediador del conocimiento, es de suma importancia que en el momento de enseñar los conceptos matemáticos se tengan en cuenta las estrategias didácticas para crear en los alumnos el gusto por la asignatura.

El proceso de formación como docente me permitió llegar a un aula con conocimientos sobre la docencia, pero desconocía la manera de interactuar con mis alumnos, que actitud asumir y como empezar a trabajar. En la experiencia vivida durante el proceso de intervención en la IE Los Comuneros se pusieron en práctica algunos de estos conocimientos, como también fortalezas para desarrollar destrezas y habilidades, académicas y personales que nos preparan para ejercer el papel de un buen profesional de la enseñanza y la orientación. En la práctica pedagógica, es necesario organizarse de manera correcta por medio de una planificación didáctica ya que nos indica los objetivos y actividades que debemos realizar para lograrlos, pues la docencia no es una tarea fácil y más cuando nos enfrentamos a un grupo numeroso de estudiantes, donde se debe tener en cuenta la disciplina, entre otros elementos.

Un aspecto significativo que surgió durante la docencia directa en la IE Los Comuneros es que para lograr una mayor comprensión de los conceptos de fracciones fue necesario proporcionarles un buen número de representaciones geométricas. Considero que el desarrollo del concepto de fracción desde lo intuitivo hasta lo simbólico y operativo es un proceso de aprendizaje que requiere de un lapso de tiempo mayor del que generalmente se considera.

Las clases se dictaron teniendo en cuenta el modelo pedagógico tradicional, con el cual el aprendizaje de los estudiantes se logra mediante la transmisión de información, de esta manera en mi papel como docente tuve en cuenta los contenidos a tratar de la unidad temática seleccionada correspondiente a la tercera unidad del PEMat, llamada Números Fraccionarios y Operaciones entre Fracciones para preparar la forma en que iba a dictar las clases, y así obtener buenos resultados en el aprendizaje de los estudiantes quienes juegan un papel pasivo en el proceso de formación.

La reflexión de la docencia directa se realizó en base al marco teórico del EOS de la didáctica de las matemáticas, a partir del cual se hizo el análisis de resultados obtenidos durante la docencia directa, que me permitieron efectivamente reflexionar, reconocer y establecer relaciones sobre los significados que los estudiantes le dieron a la noción de fracción, y de esta manera responder a la pregunta *: ¿Que significados le dan a la noción matemática de fracción los estudiantes de grado sexto de la IE los Comuneros?*, esta pregunta fue el objeto de estudio durante la práctica pedagógica. A partir del análisis de los registros y la reflexión de los significados, se identificaron los contenidos de la unidad temática, en donde los estudiantes presentaron mayor dificultad, los contenidos fueron, la representación geométrica de fracciones, la representación de fracciones en la recta numérica y números mixtos, la suma, resta, y multiplicación de fracciones heterogéneas. En cuanto a la representación geométrica de fracciones una de las dificultades que se evidencio en los significados dados por los estudiantes, fue en el momento de identificar los elementos de una fracción, es decir el numerador y el denominador, ya que confundían estos dos elementos. En la representación de una fracción en la recta numérica y números mixtos, una de las dificultades se evidencio en la conversión de fracción a número mixto y al identificar las fracciones propias e impropias. En las operaciones de las fracciones, una de las dificultades evidenciadas fue el uso no apropiado de mínimo común múltiplo entre dos o más números y al simplificar la fracción.

Las evaluaciones propuestas para cada tema se realizaron con el fin de poner al estudiante en situación, para que emergieran los errores en el proceso de aprendizaje, y luego analizar las soluciones de los estudiantes e identificar los significados.

La práctica pedagógica es una grata y enriquecedora experiencia, porque me permite reflexionar sobre la experiencia vivida en la Institución Educativa Los Comuneros, y más al ser mi primera intervención como docente en una Institución como tal, en donde se adquiere la formación de habilidades de autonomía como docente, se analiza las prácticas para implementar estrategias en un proceso de enseñanza que exige conocimientos y habilidades en el momento de comunicarse con los estudiantes. En la práctica pedagógica también se presentan dificultades, una de ellas es en el manejo del grupo que por ser muy numeroso, los principales problemas se relacionan con el comportamiento y actitud de los alumnos en clase, que en el transcurso de las clases fue disminuyendo hasta establecer una buena comunicación con los estudiantes y de esta manera, llevar a cabo un trabajo agradable, pues a medida que avanzan las clases, aprendes a conocer cada vez más acerca del comportamiento de cada uno de ellos , lo que te facilita mantener un ambiente agradable de trabajo.

Bibliografía

- Godino J & Otros. (2004). *Fundamentos de la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas Para Maestros*. Universidad de Granada, Granada. Recuperado de http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/livros/didactica_maestros.pdf

- Hernández, Santiago. (2015). *Práctica docente* (Monografía), San Ildefonso, Universidad Panamericana. Recuperado de https://es.calameo.com/read/003778924fca88e0e77f8

- Rendón, Cindy. (2016). *Diario de Campo 1*. Popayán, Cauca.

- Rendón, Cindy. (2017). *Diario de Campo 2*. Popayán, Cauca.

- Rendón, Cindy. (2017). *Plan de Estudios de Matemáticas Los Comuneros* (PEC). Popayán, Cauca.
- Rodriguez P, Alejandro. (2017). *Modelo pedagógico tradicional: Origen y características principales*. Recuperado de https://www.lifeder.com/modelo-pedagogico-tradicional/
- Torres, Aníbal. (2015). *Guía para el diseño de acciones formativas a través de internet*. E-learning, Centro de Formación Permanente. Recuperado de http://www.cfp.us.es/web/elearning/guia/_21.htm