SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS, PERSPECTIVA DESDE EL ENFOQUE COTIDIANO

MARCOS JULIÁN MOSQUERA COLLO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN

LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2019

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON TRIÁNGULOS, PERSPECTIVA DESDE EL ENFOQUE COTIDIANO

Trabajo de sistematización de la Práctica Pedagógica presentado como uno de los requisitos para optar al título de Licenciado en Matemáticas

MARCOS JULIAN MOSQUERA COLLO

Director

Mg. ERUIN ALONSO SÁNCHEZ ORDOÑEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2019

Nota de aceptación

____
____
____
____

Director: ____

Mg. Eruin Alonso Sánchez Ordoñez

Evaluador: ____

Mg. Ángel Hernán Zuñiga

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 06 de mayo de 2019

Tabla de contenido

Lista de figuras

Lista de imagenes

Justificación

En diferentes partes de Colombia la enseñanza de la matemática se implementa, aunque no se le da un apropiado manejo para considerarla como una ciencia de carácter cultural a nivel mundial, que promueve el sentido racional, lógico e intuitivo que puede llegar a mejorar la capacidad crítica de pensar y de actuar.

Por otro lado, históricamente la matemática ha servido para describir fenómenos tanto físicos como matemáticos, aunque hoy en día la matemática y física se planteen en el aula como dos ciencias distintas, en su época iban de la mano y resolvían problemas acorde a las necesidades de su comunidad, es por esta razón que buscar estrategias de enseñanza mediante la geometría, como por ejemplo la implementación de problemas matemáticos con triángulos que tengan relación con la vida cotidiana, promueven el interés del alumno para interactuar con el docente y obtener un aprendizaje significativo, Según Ausubel (1983):

> Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (p.18).

Si se implementan estrategias motivadoras, asociadas a la lógica que se puede obtener en cada entorno, se podría mejorar el nivel de atención. La utilización de su ambiente pude traer interés por aprender, en este sentido el aprendizaje también depende de la tenacidad y la dedicación del docente por mantener al estudiante dispuesto a trabajar y dar aportes a cada clase.

Los problemas con triángulos pueden mejorar las habilidades matemáticas, pues no solo hay trigonometría, geometría y cálculos, sino interpretación lógica, álgebra entre otros, que funcionan como eje esencial y primordial para el conocimiento. En este sentido, que los estudiantes resuelvan este tipo de problemas, conlleva a construir procedimientos o adaptarlos a diferentes situaciones, buscar distintas soluciones, plantearse hipótesis, resolver preguntas y situaciones. Lo cual está ligado a lo planteado por el MEN (2006) en cuanto al proceso general denominado: Formulación, tratamiento y resolución de problemas.

Por último, la implementación de problemas con triángulos ayuda al estudiante a que investigue y utilice conocimientos previos, por este motivo se deben proponer problemas con dificultad intelectual que formen en ellos apropiación y dedicación.

Objetivos

Objetivo general

- Determinar las estrategias que implementan los estudiantes de grado décimo en la solución de problemas de la vida cotidiana relacionados con triángulos

Objetivos específicos

- Analizar el enfoque dado por los estudiante a cada problema
- Analizar el interés de los estudiantes de acuerdo con los problemas propuestos.

Relación pedagógica en el aula

La práctica pedagógica que se llevó a cabo en la institución educativa *LOS COMUNEROS SEDE JOSE ANTONIO GALAN No. 1,* está constituida por aspectos relevantes, como: la interacción en grupo, por la cual se aprende y se intercambian saberes mutuamente, con el fin de consolidar un aprendizaje sólido, el cual conlleve a un pensamiento, no solo académico, sino donde se recogen experiencias vividas, aspectos sociales y socioculturales que puedan fortalecer los lazos de unión en una comunidad; el investigar y experimentar, que fortalece su capacidad de análisis y sentido innovador para la ciencia; el acompañamiento del docente, que trasmite confianza y genera procesos de aprendizaje acorde a su función, y por último, el fortalecimiento de ideas, que mejoran su capacidad cognitiva para el uso de conceptos.

Cambiar un pensamiento, es cambiar una vida, en la cual, interactuar con otro ser, traspasa la barrera del conocimiento, alguien solo, no podrá llegar más lejos de su mirar, en la sociedad es donde se han consolidado teorías irrefutables, es un trabajo de muchos, de décadas o siglos, pues el pensamiento de otro, llega a ser la ficha que faltaba para construir o fundamentar una teoría, según Caicedo (2012):

> El contexto social es importante en el campo educativo, los estudiantes aprenden por medio de conversaciones formales e informales, son los momentos apropiados que buscan soluciones de manera conjunta mediante el dialogo, donde existen varios factores inconmensurables y no visibles para formar reacciones de fuerza "hoy se sabe que las condiciones sociales tienen un impacto mayor de lo que se ha aceptado. Parece que tiene influencia en gran medida en los niveles de estrés, cognición, el estado de ánimo, la capacidad de afecto y el auto concepto, ente otros (Citado por: Ledesma A, p.47)

Interactuar en el aula llevó a observar, diseñar e implementar estrategias de aprendizaje, las cuales tenían como propósito generar preguntas, con el fin de mejorar y obtener una mayor madurez, permitiendo interpretar las diferentes acciones que se viven al dirigir un grupo. Esto fue posible gracias a diferentes actores que intervinieron, como por ejemplo: los estudiantes del grado décimo, el maestro practicante, el profesor titular y el Director de la práctica. Estos cuatro actores formaron parte de este proceso, aportaron diferentes ideas para la realización adecuada del trabajo, por tanto es indispensable enfatizar las diferentes relaciones, entre estas.

1. Relación estudiante – Maestro practicante.
2. Relación Estudiante – Estudiante.
3. Relación Maestro titular - Maestro practicante.

El otro aspecto que debe ser considerado es el conocimiento matemático ya que este está presente en estas tres relaciones. Como lo plantea Brovelli (Brovelli, 2011):

> … la "tríada didáctica", aquello que estaría dando la especificidad a la enseñanza es, precisamente, el objeto de enseñanza, mientras que las características del sujeto de aprendizaje estaría requiriendo del docente, como mediador entre el objeto de conocimiento y el/los sujetos, una construcción discursiva y metodológica (1) adecuada a esos sujetos, portadores de instrumentos culturales diferentes, y a las exigencias curriculares, pero respetando las características propias del objeto de enseñanza. (p.4, 2011).

Relación Estudiante – Maestro practicante

Ir al aula y conocer al estudiante forma un lazo de unión, de respeto y confianza, en este caso conocer el nombre de cada uno hace parte del trabajo docente, pues a medida que este acercamiento surge, se empieza a perder el miedo de duda, de timidez, y esto hace que se conozcan los diferentes inconvenientes de aprendizaje, pues de muchas maneras, los métodos que se utilizan no recogen el suficiente agrado para cada uno de ellos y más aún, las matemáticas, pues su alto interés depende de la creatividad e innovación del docente en el aula, de esta manera, el incorporar la sociedad en su educación, reforma el sentido humanístico y constructivo en el ser pensante, donde según Zambrano(2007).

> …Este espacio de las aulas señala ante todo la existencia de una sociedad; […] un espacio propiamente humano o más bien humanizado; una creación que es parte de la creación propiamente humana que antes que en obras de arte y de pensamiento consiste en una sociedad donde tales obras puedan nacer y vivir. Un espacio pues, diríamos poético. (p.69)

Permanecer en el aula de clases, cambiar el modelo pedagógico tradicional, hacen de cada clase un momento que muchas veces pareciera no durar mucho, pues los problemas matemáticos conllevan a la imaginación, a querer innovar, experimentar, buscar diferentes caminos, que no solo pueden llegar a mejorar académicamente si no socialmente, pues la matemática ofrece un pensamiento no solo lógico y razonable, si no crítico, haciendo posible que el estudiante participe en el aula y proponga métodos de solución, fortalece el agrado hacia esta ciencia, y busca un mayor interés por estudiarla. En este sentido los estándares básicos de competencias consideran la formulación y resolución de problemas como uno de los procesos generales y lo define de la siguiente manera, MEN (2006).

> Proceso presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y no una actividad aislada y esporádica; más aún, podría convertirse en el principal eje organizador del currículo de matemáticas, porque las situaciones problema proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido, en la medida en que las situaciones que se aborden estén ligadas a experiencias cotidianas y, por ende, sean más significativas para los alumnos. Estos problemas pueden surgir del mundo cotidiano cercano o lejano, pero también de otras ciencias y de las mismas matemáticas, convirtiéndose en ricas redes de interconexión e interdisciplinariedad. (p.52)

Además para estándares básicos en competencias se entiende pensamiento como, “el conocimiento matemático imprescindible y necesario en todo ciudadano para desempeñarse en forma activa y crítica en su vida social y política y para interpretar la información necesaria en la toma de decisiones” (MEN, 2006, p.47)

No obstante la participación de los dos actores genera distintas enseñanzas de parte y parte, se puede aprender mucho del estudiante como también del docente, pues el conocimiento nace en cada aporte.

Mantenerlos en continua actividad en el aula, como por ejemplo, disminuir el volumen de teoría y plasmar talleres que aumenten su interés por cada clase, pueden servir para corroborar las debilidades y deficiencias en la materia; los trabajos relacionados con su vida cotidiana, aumentan el interés por participar, pues también forma parte de las matemáticas, en el cual ellos puedan modelar sus propios problemas matemáticos teniendo en cuenta su diario vivir.

Cuando se planteó la estrategia en el aula de clase, los estudiantes se vieron interesados por cada problema propuesto, se preocupaban por entender cada tema y su participación fue productiva, ya que proponían soluciones y estrategias acordes a su punto de vista, algo que fue interesante, pues muchas veces llegaban a solucionar problemas con solo asumir ciertos pronósticos, esto cautivaba la imaginación e interpretación de cada uno.

Relación Estudiante – Estudiante

En el ámbito escolar, interactuar entre compañeros enriquece el saber matemático, pues mantener un ambiente agradable, hace que el conocimiento fluya en concordancia con su comunicación, aumentar estos espacios de correlación hacen que la capacidad intelectual mejore, pues muchas veces la explicación del docente no es lo suficientemente clara, por tal motivo plantear estrategias de clases donde los estudiantes pueden interactuar, hace que los procesos de aprendizaje sean más agradables, en este caso, el respeto mutuo hace parte de la enseñanza así como también valorar el trabajo del compañero. Tratar de explicarle algún ejercicio dado o problema en clase a algún par, demuestra la faceta más emocionante del saber, pues uno de los mejores estudios que puede realizar un estudiante es recordar lo que ha entendido y comunicarlo a su manera a los demás, es ahí donde empieza a formarse el ser sociable y humano que hay en estos chicos, pues sus vidas muchas veces solo demuestran rostros ajenos, aunque su veracidad solo se puede ver en su interior, la armonía con la que van caminando, demuestra que su valor es más fuerte que sus tristezas, y soñar con un futuro agradable es la imagen más bonita de sus rostros.

Las matemáticas juegan un papel importante en los procesos de aprendizaje, pues el estudiante que duda lleva la carga de ir más lejos y llevar con él a sus compañeros, estas dudas, hacen que pongan en funcionamiento diferentes procesos de pensar o de refutar, acerca de cualquier problema matemático que se proponga; es por esta razón que darles el gusto de interpretar y de compartir esas interpretaciones entre estudiantes, dejan incertidumbres que poco a poco se pueden ir corrigiendo con el docente.

Relación Maestro titular - Maestro practicante

Asistir a la primera clase como maestro practicante, trae consigo desconfianza, dudas y temor, que con el apoyo del profesor titular presente, van desvaneciendo, es una relación caracterizada por las experiencias, pues el maestro titular suele dar pautas para un mejor agrado en los estudiantes, y una mayor disciplina, que conforme al libro *Educar para nutrir la vida*, la plantea de la siguiente manera:

> Comportamiento o forma de actuar dado por principios y valores, que a su vez son determinados culturalmente; en este caso se asume desde uno de los principios de la institución: Educación como una apuesta ética, la cual genera actitudes como la constancia y la tenacidad, y comportamientos como el cumplimiento, la puntualidad, el orden, la organización, el espíritu y el rigor científico.

En relación a la temática, el respeto por permitirle al practicante desarrollar su clase sin interrupción, da confianza para implementar métodos de aprendizaje, pero también da autonomía para dirigir el grupo.

Cuando se busca un método para mejorar los procesos de aprendizaje y aplicarlo, como por ejemplo, en las matemáticas, hay que tener en cuenta, el ambiente sociocultural donde se va a aplicar, y la manera como se va aplicar, es aquí donde el maestro titular sugiere propuestas, pues conoce el ambiente donde viven. Conocer los estudiantes es muy interesante y retroalimenta nuestro pensamiento para seguir fortaleciendo sus conocimientos y seguir aprendiendo mucho más de ellos, esto da sentido de pertenencia para esta práctica. Es algo que se le agradece mucho al profesor titular, pues él es la fuente que impulsa a estos jóvenes a seguir luchando por su futuro, e impulsa al practicante a seguir trabajando para que se cumplan sus sueños.

Modelo pedagógico

La emotiva satisfacción de llegar al aula y encontrar estudiantes dispuestos a recibir la clase, transmite confianza y motivación al practicante para seguir fortaleciendo de conocimiento sus mentes, en este caso la dedicación y amor por demostrar lo interesante del aprendizaje matemático, va más allá de una relación netamente teórica y conductista, donde tanto el practicante como estudiante desarrollan una relación de respeto y confianza, tratando siempre de construir ideas conjuntamente, involucrando el error como símbolo de aprendizaje, permitiéndole al estudiante atreverse a ir más allá de la teoría, lo cual lleva al estudiante a ser autónomo en cada decisión que tome, es decir produce conocimiento.

Una vez el practicante plantea un problema de la vida cotidiana relacionado con triángulos, está poniendo a pensar, recordar e imaginar situaciones afines con la cual se enfrentan diariamente, pero pocas veces le prestan interés, es en este momento donde el practicante debe motivarlos para que intuyan y propongan soluciones, en este sentido no se le puede dar al estudiante todo fácil, hay que buscar la manera, que interactúe con el problema, que lo lleve a un ambiente donde él se desenvuelva, pues Piaget (1997) concibe el conocimiento humano como una forma específica, muy activa de adaptación biológica de un organismo vivo complejo a un medio ambiente complejo.

Por otro lado, la implementación de este modelo pedagógico en el aula no es fácil, algunas veces el modelo tradicional entra en acción, pues de alguna manera la utilización del marcador y tablero no se puede dejar de lado, la teoría hace parte de su instinto y ayuda como soporte o recordatorio, aunque muchas veces solo lo hacen de forma mecánica y no con sentido de aprendizaje. En este caso el practicante tiene que tratar de distinguir entre lo que se debe desarrollar por escrito en el tablero y aquello que se puede manejar con sentido constructivista; siendo esta una manera para que el estudiante vaya asimilando y tratando de entrar a jugar con el sentido de la clase, en otras palabras promueva también su habilidad de atención. Teniendo en cuenta la situación que el número de estudiantes era reducido fue más fácil determinar dificultades de cada uno, y la participación fue absoluta, se trató de que todos en el aula participaran de cada problema propuesto con el fin de resolver algún tipo de duda, también que explicaran cada cual, su punto de vista del problema a sus compañeros y su método de solución.

Hay que tener en cuenta las situaciones sociales y culturales por las que trascienden las vidas de cada alumno, esto da a entender la alarmante situación de la educación en nuestro país y el difícil escenario por el que a diario estos alumnos atraviesan, pues tan solo no piensan en estudiar, sino también en trabajar, buscar su alimento, ni siquiera mantienen una vida digna para poder estudiar, por este motivo es un reto grande consolidar un aprendizaje sin distracción, aunque muchas veces esto que ellos viven se pueda utilizar para la solución no solo de los problemas puestos en clase sino también a problemas como los que presentan diariamente, que puedan enfrentarse y buscar alguna solución; es esto lo que motivó al practicante a trabajar también el modelo sociocultural de Lev Vygotsky, para que haya una mente critica para el mundo que les tocó, donde no le corresponda encontrar algo ya echo si no construir algo nuevo, en otras palabras, construir utilizando su medio, un gran ser humano y esto se logra con el conocimiento que hace parte de su realidad, y que más interesante que con las matemáticas.

Para Vygotsky el enfoque social es el que le da sentido a su modelo pedagógico o enfoque constructivista social, aquí el aprendizaje surge de la necesidades de una cierta comunidad, pues de acuerdo a ello, históricamente se fue consolidando la matemática como una alimento absoluto para poder evolucionar, el lenguaje desempeña un papel importante, es decir, donde el desarrollo y el aprendizaje son procesos que interactúan para el bien común, considerando el aprendizaje como un pilar indispensable para el desarrollo. Vygotsky considera 5 aspectos fundamentales en su teoría:

Funciones mentales: existen dos clases las inferiores y las superiores. Las inferiores que son aquellas con las que se nace y están determinadas genéticamente, estas son limitadas y están condicionadas por lo que podemos hacer, es decir las funciones que ya traemos en nuestra mente desde el nacimiento.

Y las superiores que son aquellas que mediante la interacción con el medio y la sociedad se van adquiriendo paso a paso, aquellas que podemos adquirir en nuestra cultura y dependiendo de ella pensamos cada vez de forma compleja. Por ejemplo, si en nuestra cultura nunca se ha tratado con un rio no habrá sentido lógico para poderlo cruzar, este sentido se adquiere a medida que se vive con él.

Habilidades psicológicas: Son aquellas estructuras, claves, recordatorios, detalles o pasos, que ayudan para el recuerdo del alumno: algo de esto podría ser la teoría que se les da en cada clase. Con la ayuda del practicante el estudiante puede resolver un problema usando apoyos verbales o estructuras.

Herramientas psicológicas: son un puente entre las funciones mentales superiores y las funciones mentales inferiores, en este sentido ya no se limita la conductas de los demás, se busca un pensamiento crítico y autónomo, el individuo tiene conciencia de lo que es, actúa con su voluntad.

La mediación: en este caso la cultura proporciona el comportamiento de los individuos y el conocimiento adquirido depende de este, lo que las personas perciben ya sea bueno o malo depende del ambiente, de la cultura, de la sociedad a la que hace parte.

Según Vygotsky (1978) la cultura es el determinante primario del desarrollo individual. Los seres humanos somos los únicos que creamos cultura y es en ella donde nos desarrollamos y a través de la cultura los individuos adquieren el contenido de su pensamiento, el conocimiento. Es decir la cultura nos dice cómo pensar y qué pensar.

Zona de desarrollo próximo (ZDP): es donde se da el aprendizaje de los estudiantes de acuerdo a una condición apropiada, es decir una prueba donde se aprecia el nivel intelectual del alumno de cierta área, entre el practicante y el alumno buscan trabajar juntos en cierto problema que el estudiante no podría realizar solo.

Por esta razón se tuvo en cuenta el modelo pedagógico sociocultural de Vygotsky, pues los alumnos de la Institución Educativa los Comuneros Sede José Antonio Galán No. 1, están aferrados a un ambiente sociocultural donde son frecuentes los problemas, y sin lugar a duda sería interesante formar un pensamiento para resolverlos, o tener un pensamiento matemático regido por resolver problemas o al menos relacionarlos con su ambiente. Según Caicedo (2012):

> El ser humano es constructivista, construye su propio aprendizaje a partir del estímulo del medio social, mediatizado por agentes sociales a través del lenguaje. El conocimiento no es algo que se pueda transferir de uno a otro, este se construye por medio de operaciones y habilidades cognitivas que se inducen en la interacción social (citado por: Ledesma A, p.47)

La evaluación

La evaluación realizada en el grado 10 de la Institución Educativa los Comuneros Sede José Antonio Galán No. 1, tuvo como principal objetivo el aprendizaje racional, lógico y crítico de los diferentes problemas propuestos, así como también la búsqueda o descubrimiento de teorías, que aunque muchas veces no eran válidas se tomaban el atrevimiento de ir más allá de lo dado en las clases, lo cual era algo interesante que motivaba al maestro a que el estudiante explicara a los demás lo que había interpretado. A pesar que se debía dar una nota al final de periodo para cada uno, se estuvo evaluando constantemente, pues el MEN indica que la meta fundamental que debe regir a todo maestro, es la de procurar de manera absoluta que todo sus estudiantes alcancen de manera exitosa los fines propuestos, en este proceso no solo se realizaban exámenes escritos, que hacen parte del modelo tradicional, sino también se enfocó en percibir el interés por la materia, la facilidad que se tenía para interpretar rápidamente cualquier ejemplo que se proponía en medio de la clase. En este sentido Juan Manuel Álvarez Méndez (citado por el MEN, p, 22) afirma que:

> Consciente de que el fracaso escolar está ahí, el profesor que actúa cabal y razonablemente en favor de quien aprende, trabaja con el ánimo de superar. En ese sentido no acepta [el fracaso escolar] como algo inevitable debido a causas que obedecieran únicamente y de modo determinante a las capacidades naturales de los sujetos, cuestión de dones innatos, sin tener en cuenta otros factores, sin descartar los didácticos y los institucionales […]. El reto que cada profesor tiene es no dejar a nadie fuera… (2001, p .13).

En el proceso de evaluación escrita se notaba muchas veces los nervios, y por tal motivo la ansiedad de terminar rápido, lo que ocasionaba dificultad para pensar y percibir mejor el problema, algunos ni siquiera podían empezar el examen y se notaba que algunos que participaban y proponían buenas ideas, no leían bien o se sentían impotentes para resolverlo, algo que no sucedía cuando se proponía para todos, pues en este caso todos exponían soluciones, indagaban, exploraban el problema se explicaban entre ellos y se arriesgaban a salir al tablero a exponer sus ideas. Hay que tener en cuenta que el concepto de evaluación va más allá de una calificación en la cual el practicante tiene como propósito mejorar su forma de enseñar, esto no solo se hace por escrito si no también observando, en este sentido el MEN nos dice que es responsabilidad como profesionales expertos en pedagogía y didáctica, procurar , utilizar, desarrollar y crear si es el caso, todos los ambientes, estrategias y métodos posibles para lograr que sus estudiantes se acerquen, comprendan y den vida a su propuesta de formación.

Se implementaron también talleres individuales en clase con el propósito de resolver dudas, mas no resolver los diferentes problemas, y se trató de reducir las tareas, aunque se incentivaba a aquellos que quisieran investigar o traer a cada clase algún tipo de duda. En pro del conocimiento, la evaluación realizada también incluía valores, habilidades y destrezas, para interactuar en el aula con el practicante, es decir una evaluación por competencias, Las competencias hacen referencia a todo conjunto de conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores que se requieren para desempeñar con éxito o con un determinado nivel de perfección, tareas que respondan a las necesidades de una realidad especifica (Cerda, 2000).

En este sentido encontramos:

Competencias Básicas: Son aquellas que el estudiante adquirió en grados anteriores

Competencias Genéricas: Conocimientos generales que permiten al estudiante integrarse a la sociedad; es decir, la forma de comportamiento y habilidades para el desempeño profesional.

Específicas: Son aquellas propias de una disciplina o profesión

Laborales: Permite integrar el conocimiento, habilidades y actitudes en el contexto donde se desempeñe profesionalmente. (Pinilla, 2007)

Currículo

La matemática es un área fundamental en los planes educativos de todos los países del mundo, pues su exploración ha traspasado diferentes épocas y aun sorprende su manejo y la importancia de ser trabajada en el aula de clases.

En este caso el currículo es una actividad que tiene como fin organizar y llevar a cabo un plan de formación de la mano de los procesos didácticos que implementan los maestros en el aula, para Stenhouse, "Un curriculum es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma que permanezca abierto a la discusión y a la crítica y se pueda trasladar efectivamente a la práctica" (1984; p. 30, tomado de Luis Rico p.1).

En los procesos de enseñanza surgen inconvenientes para trasmitir el conocimiento y el currículo es una herramienta que permite planificar un proceso adecuado para la socialización de la asignatura, en este sentido el profesor de matemáticas o el practicante deben tener conocimientos sólidos sobre los fundamentos teóricos, por ende el maestro practicante tiene la autonomía propia para el manejo del currículo. Para Shulman y Quinlan (1996):

> La capacidad para enseñar, sin embargo, no está compuesta de un genérico conjunto de habilidades pedagógicas; en su lugar, la efectividad de la enseñanza es altamente dependiente conjuntamente del conocimiento del contenido y del conocimiento didáctico del contenido, en cómo una buena comprensión de la materia y en cómo una buena comprensión de los modos de transformar los contenidos de materia en representaciones con potencialidad didáctica (p. 409).

El currículo tiene que ir con una complejidad acorde a la cultura donde se va aplicar, pues de esto depende que el estudiante obtenga sus conocimientos con una secuencia adecuada, cabe resaltar que de la mano del docente es que puede haber un adecuado aprendizaje, en este sentido Grundy (1994) afirma que:

> El curriculum, no es un concepto, sino una construcción cultural. Esto es, no se trata de un concepto abstracto que tenga algún tipo de existencia fuera y previamente a la experiencia humana. Más bien es un modo de organizar una serie de prácticas educativas." (p; 5).

Fundamentos teóricos

Aspecto histórico

Desde el inicio de la historia humana la matemática ha solucionado diferentes problemas de la sociedad en aquel tiempo, problemas que motivaron al hombre a evolucionar e indagar sobre distintos fenómenos que se presentaban en la época, temas como la astronomía, que se sustentan con el razonamiento trigonométrico, abrieron las puertas a un nuevo conocimiento, culturas como los Chinos, babilónicos, egipcios y Griegos tomaron esas ideas primarias y formaron lo que hoy se conoce como la trigonometría. En este caso resolver problemas llevó a que la trigonometría formase parte de la sociedad.

Aspecto teórico

Ir al aula e interactuar con los estudiantes requiere de destrezas didácticas y bases teóricas bien fundamentadas, los problemas que se dan a conocer van relacionados con teoría previa y con el fin de construir conocimiento, lo propuesto a los estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Los Comuneros va referenciado con problemas con triángulos, y algunas nociones de teorías vistas en grados anteriores que no recordaba.

En este capítulo empezaremos con introducir la noción de triángulos y algunas propiedades de ellos, como también triángulo rectángulo y sus características, luego ángulos y sistemas de medida, nociones de los lados con respecto a los ángulos en un triángulo rectángulo.

Trigonometría.

Hace unos 4000 años la solución de problemas de áreas, inquietaba a las comunidades, problemas como los de la astronomía, la navegación, la geografía son algunos en los cuales se hizo uso de la relación entre ángulos y lados de un triángulo rectángulo, dando como origen la trigonometría.

La palabra trigonometría se deriva de dos raíces griegas, *τριγωνον*, que significa triángulo y *μετρον*, medida. Entonces, el término trigonometría, se refiere a las varias relaciones entre los ángulos de un triángulo y sus lados.

En términos generales, la trigonometría es el estudio de las razones trigonométricas: seno, coseno; tangente, cotangente; secante y cosecante. Interviene directa o indirectamente en las demás ramas de la matemática y se aplica en todos aquellos ámbitos donde se requieren medidas de precisión

Ángulos.

En un plano, se considera una semirrecta con origen en A que pasa por un punto cualquiera B la cual se denota por $\overrightarrow{AB}$, si se dibuja otra semirrecta con vértice común que pasa por el punto C, denotada por $\overrightarrow{AC}$, estas dos semirrectas, $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ formaran un ángulo.

Una de las dos semirrectas de un ángulo recibe el nombre de lado inicial y el otro lado terminal, este ángulo formado se denota como$< BAC$ (Figura 1). El ángulo formado se identifica mostrando la dirección y cantidad de rotación del lado inicial al lado terminal, si la rotación es contraria a las manecillas del reloj el ángulo será positivo, mientras que si es con las manecillas del reloj será negativo. Hay que tener en cuenta que los ángulos también se denotan con las letras griegas minúsculas (θ, α, γ, β).

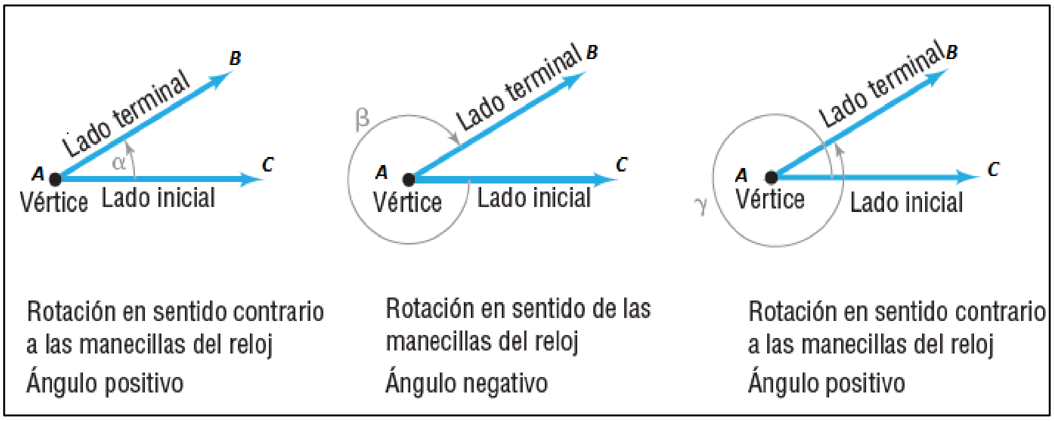


Figura 1. Ángulos BAC[1]

Un **Ángulo en posición estándar**, es aquel para el cual su vértice coincide con el origen de un sistema de coordenadas cartesianas, el lado inicial coincide con el eje x y el lado

[1] Imagen tomada de: Sullivan, J. (2006). *Álgebra y trigonometría*. Pearson Educación

terminal está en uno de los 4 cuadrantes, determinados por el sistema cartesiano. Como aparece en la Figura 2. Si en este caso hacemos girar el lado terminal ($\overrightarrow{AB}$) a mano izquierda, hasta el lado inicial ($\overrightarrow{AC}$), el ángulo es positivo, mientras que si gira a mano derecha este será negativo.

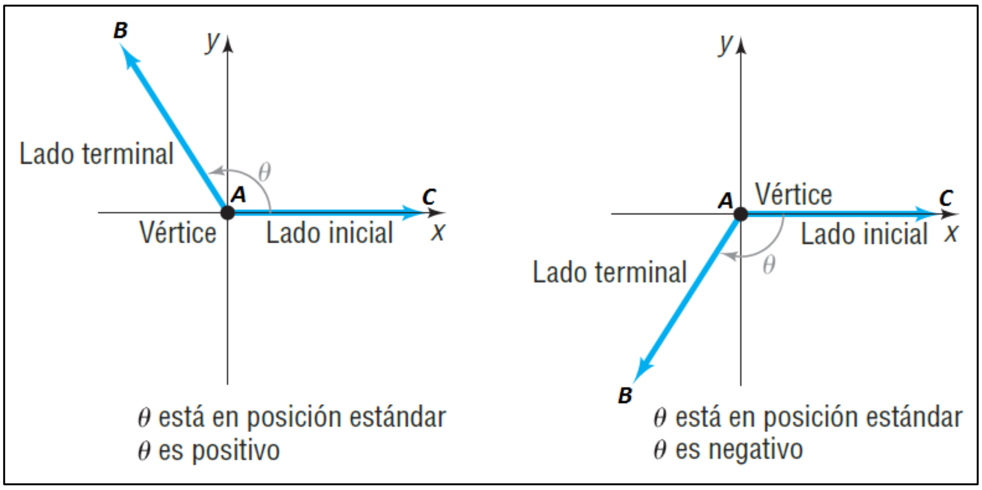


Figura 2. Ángulos en posición estándar BAC[2]

Cuando el lado terminal ($\overrightarrow{AB}$) se encuentra en un cuadrante del eje cartesiano, entonces se dice que el ángulo se encuentra en ese cuadrante, pero si el lado terminal ($\overrightarrow{AB}$) se encuentra en, ya sea sobre el eje x o sobre el eje y este se denomina ángulo cuadrantal, miremos la Figura 3.

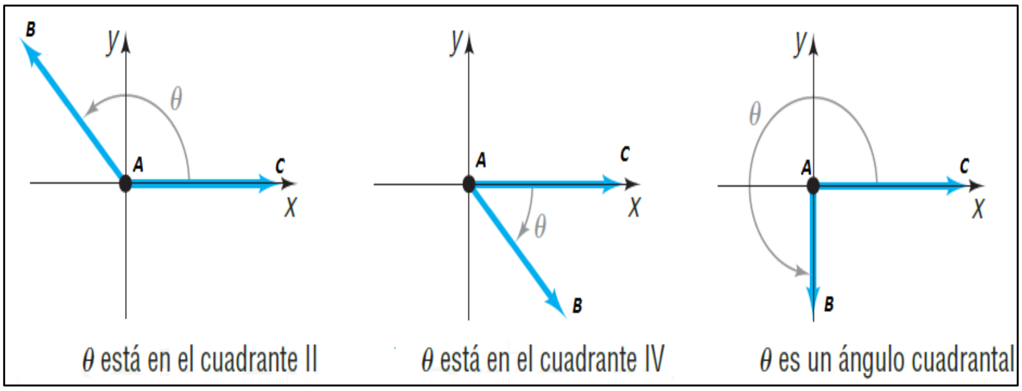


Figura 3. Ángulos cuadrantales BAC[3]

En este caso el ángulo $< BAC$ está en el cuadrante II, el ángulo $< BAC$ está en el cuadrante IV, el ángulo $< BAC$ es llamado ángulo cuadrantal.

[2] Imagen tomada de: Sullivan, J. (2006). *Álgebra y trigonometría*. Pearson Educación
[3] Imagen tomada de: Sullivan, J. (2006). *Álgebra y trigonometría*. Pearson Educación

Medida angular.

Se consideran dos sistemas de medida:

El sistema sexagesimal o grados, consiste en girar el lado inicial $\overrightarrow{AC}$ a mano izquierda hasta que este complete la vuelta, es decir hasta que coincida consigo mismo. Se toma la circunferencia y se divide en 360 partes iguales, el ángulo con vértice A establecido por estas partes tiene una medida de un grado 1°. Una vuelta mide 360°, un ángulo recto es el que mide 90° o $\frac{1}{4}$ de vuelta, 180° son $\frac{1}{2}$ de vuelta.

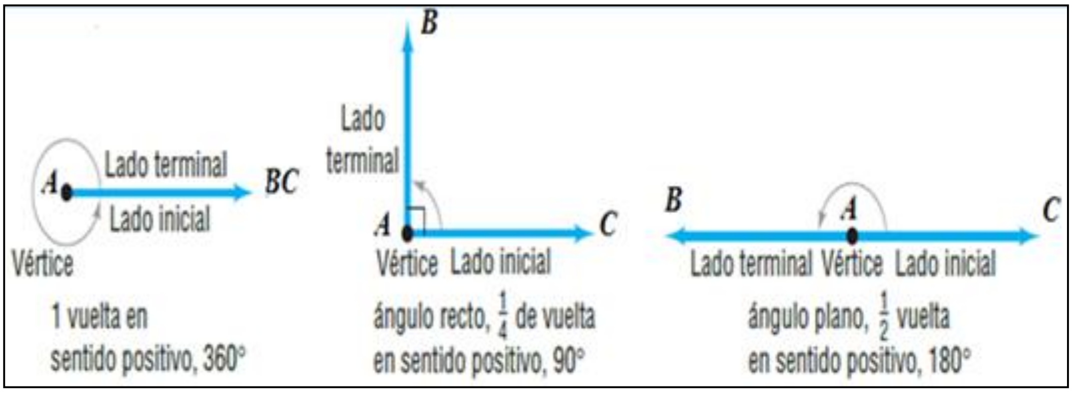


Figura 4. Medida de ángulos con grados[4]

Radianes, para medir 1 radian consideramos una circunferencia de radio r y vértice A, de esta manera si prolongamos del vértice dos semirrectas $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$el ángulo formado entre las dos semirrectas y el vértice es llamado ángulo central, si el radio r del circulo y la longitud del arco subtendido por el ángulo central $< BAC$ es el radio r entonces esta medida es 1 radian. Por ejemplo, para un círculo de radio 2 las semirrectas del ángulo central que miden 2 radianes subtienden un arco de longitud 2.

[4] Imagen tomada de: Sullivan, J. (2006). *Álgebra y trigonometría*. Pearson Educación

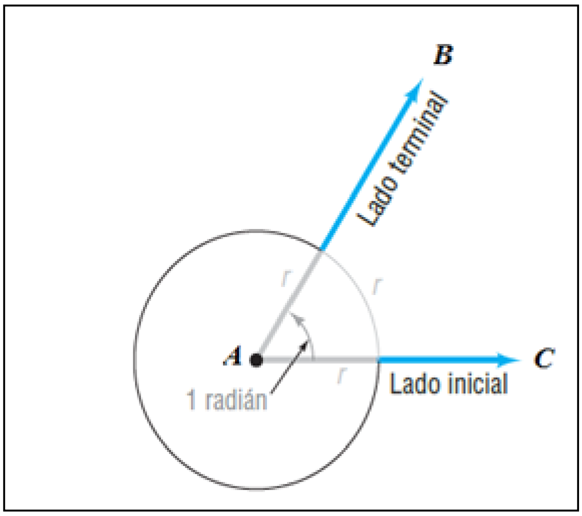


Figura 5. Medida de ángulos con Radianes[5]

Para poder determinar la medida en radianes de 360°, se debe calcular el número de veces que cabe un arco circular de longitud r en la circunferencia, como el perímetro de la circunferencia es $2\pi r$ entonces el número de beses que cabe r unidades es 2π, por lo tanto $2\pi rad$ corresponde a 360°.

Longitud de arco y área.

Se considera una circunferencia de radio r y dos angulos α y β medidos en radianes, ahora se supone que estos ángulos subtienden longitudes de arco x, y. De la geometría se sabe que la razón de la medida de los ángulos es igual a la razón de las longitudes correspondientes de los arcos subtendidos por estos ángulos, por lo tanto

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{x}{y}$$

Si se supone que $\beta = 1$ radian el tamaño del arco y que esta subtendido por el ángulo central $\beta = 1$ es igual al radio r del círculo, por lo cual la ecuación queda.

$$x = r\alpha$$

[5] Imagen tomada de: Sullivan, J. (2006). *Álgebra y trigonometría*. Pearson Educación

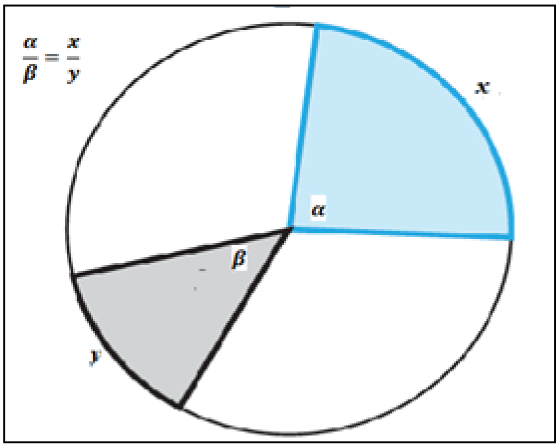


Figura 6. Explicación de longitud de arco gráficamente

Teorema: (longitud de arco)

Para un círculo de radio r un ángulo central de α radianes subtiende un arco cuya longitud x es:

$$x = r\alpha.$$

El área de la región circular de color azul viene dada por, $A = \frac{1}{2}r^2\alpha$

Triángulos.

Sea A, B y C tres puntos sobre un plano no alineados, si se trazan por los puntos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ formaran un triángulo y se simboliza ΔABC. Vea Figura 7

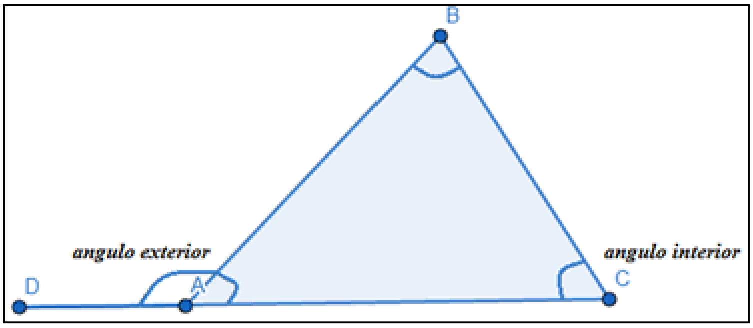


Figura 7. Definición de Triángulo

En la Figura 7 los puntos A, B y C se llaman vértices, los segmentos $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ se llaman lados, los ángulos, $< ABC, < ACB, < BAC$ se denominan ángulos interiores, y el ángulo $< DAB$ es exterior.

Propiedades de los triángulos:

Propiedad 1:

En todo triángulo, la suma de las longitudes de dos de los lados es mayor que la longitud del tercer lado. Esta propiedad se conoce como desigualdad triangular. Es decir

$$\overline{AB} + \overline{BC} > \overline{AC}$$

$$\overline{AC} + \overline{BC} > \overline{AB}$$

$$\overline{AB} + \overline{AC} > \overline{BC}$$

Propiedad 2:

En todo triángulo las medidas de sus ángulos interiores suman 180°.

$$m < ABC + m < ACB + m < BAC = 180°$$

Clases de triángulos.

Clasificación según la medida de sus lados

Triangulo escaleno: el triángulo escaleno no tiene lados congruentes, es decir en el triángulo escaleno $\Delta ABC, \overline{AB} \neq \overline{AC} \neq \overline{BC}$.

Triangulo isósceles: el triángulo isósceles tiene al menos dos lados congruentes, es decir en el triángulo isósceles $\Delta ABC, \overline{AB} = \overline{AC}$ O $\overline{AB} = \overline{BC}$ estos lados iguales se conocen como lados del triángulo isósceles.

Triángulo equilátero: el triángulo equilátero tiene los tres lados congruentes es decir $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$, notemos que el triángulo equilátero es un triángulo isósceles también.

Clasificación según la medida de sus ángulos

Triangulo agudo: un triángulo agudo es aquel que tiene tres ángulos agudos es decir ángulos menores de 90°, así en el triángulo agudo,ΔABC los ángulos $< BAC, < ACB, < ABC$, son agudos. Vea Figura 8

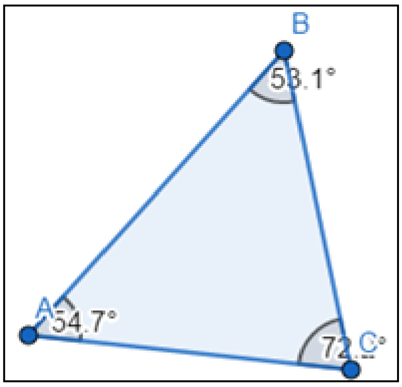


Figura 8. Triángulo agudo

Triangulo obtuso: un triángulo obtuso es aquel que contiene un ángulo obtuso, el ángulo obtuso es mayor de 90°, así en el triángulo obtuso ΔABC, el ángulo $< BAC$ es obtuso.

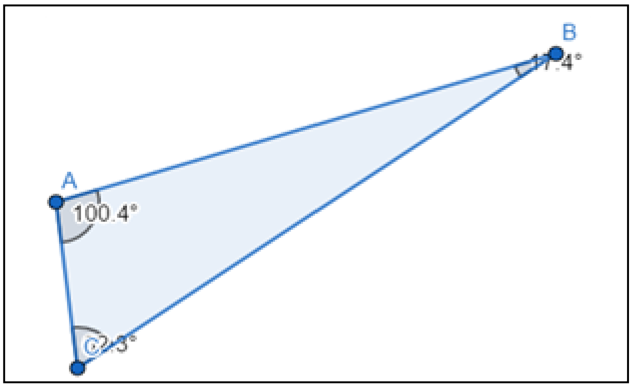


Figura 9. Triángulo obtuso

Triángulo rectángulo: un triángulo rectángulo es un triángulo que contiene un ángulo recto es decir un ángulo de 90°. Vea Figura 10

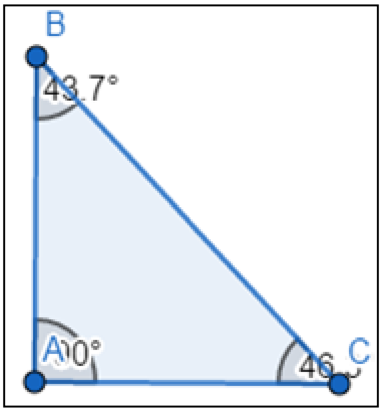


Figura 10. Triángulo rectángulo

Propiedad 3

En todo triángulo equilátero o isósceles se cumple que lados de igual longitud se oponen a ángulos congruentes.

Líneas especiales en un triangulo

Bisectriz de un ángulo de un triángulo: la bisectriz de un ángulo en un triángulo es el segmento o semirrecta que biseca un ángulo y se extiende hasta el lado opuesto. Por ejemplo, si $\overline{BD}$, la bisectriz del ángulo $< ABC$, en la figura 10, biseca $< ABC$ haciendo a $< ABD =< DBC$. Ver Figura 11

Mediana de un triángulo: la mediana de un triángulo es el segmento $\overline{BD}$ que va desde el vértice B al punto medio del lado opuesto $\overline{AC}$, donde $\overline{AD} = \overline{DC}$. Vea Figura 11

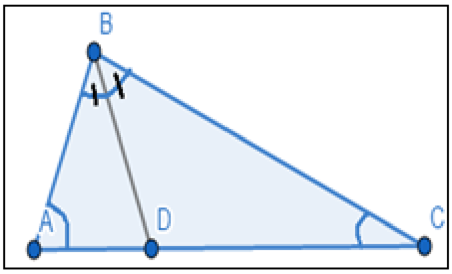


Figura 11. Bisectriz del ángulo ABC del triángulo ABC

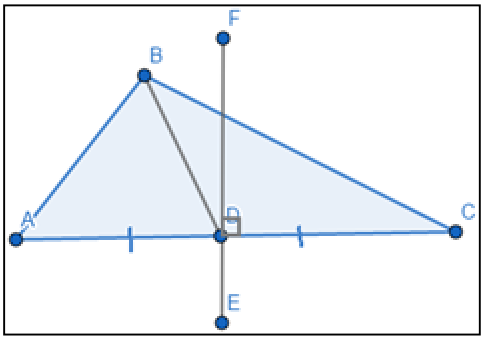


Figura 12. Mediana del triángulo ABC

Mediatriz de un lado: la mediatriz de un lado de un triángulo es el segmento $\overline{FE}$ que es perpendicular al lado $\overline{AC}$ y lo biseca. Vea Figura 12

Altura sobre un lado de un triángulo: es el segmento $\overline{BD}$ que va desde el vértice$B$ hasta el lado opuesto$\overline{AC}$ de forma perpendicular. Vea Figura 13

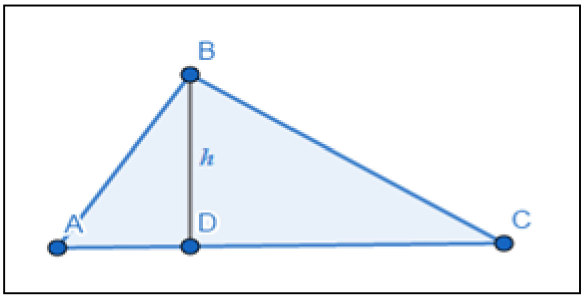


Figura 13. Altura sobre el lado AC del triángulo ABC

Alturas de triángulos obtusos: en un triángulo obtuso ΔEGF, sus alturas h sobre cualquiera de los lados del ángulo obtuso, están fuera del triángulo. Vea Figura 14

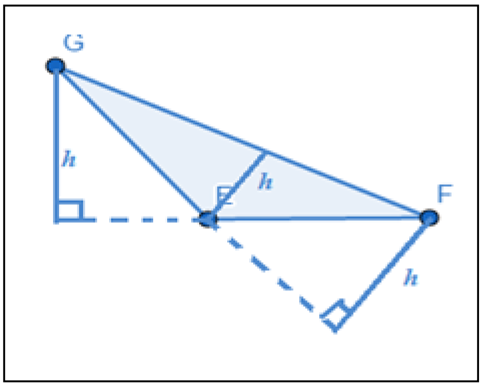


Figura 14. Alturas de triángulo obtuso GEF

Triángulos semejantes

Dos triángulos ΔABC, ΔDBE son semejantes si sus lados son proporcionales dos a dos y sus ángulos correspondientes son congruentes, se denota $\Delta ABC \sim \Delta DBE$, es decir si cumplen que:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DE}}$$

$$< BAC \cong < BDE, < DEB \cong ACB, < ABC \cong < DBE$$

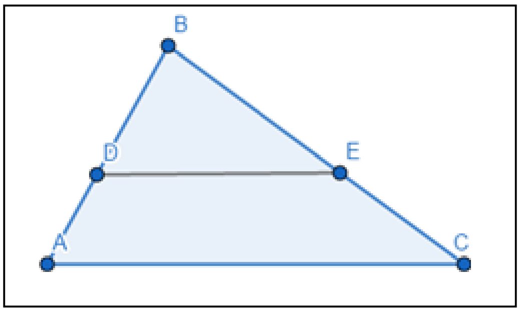


Figura 15. Triángulos semejantes

Criterios de semejanza

Criterio 1: (ángulo, ángulo) si dos ángulos de un triángulo ΔABC son congruentes a dos ángulos de otro triangulo ΔDEF, entonces los triángulos son semejantes $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

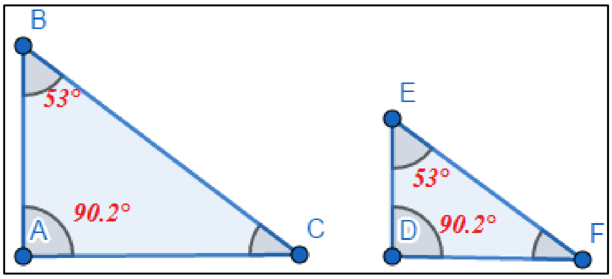


Figura 16. Triángulos semejantes ΔABC y ΔDEF criterio AA

Criterio 2: (lado, ángulo, lado) si en dos triángulos ΔABC, ΔDEF las razones de dos pares de lados correspondientes $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ son iguales y los ángulos α, βque estos lados determinan son congruentes $\alpha \cong \beta$, entonces los triángulos son semejantes $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Vea Figura 17

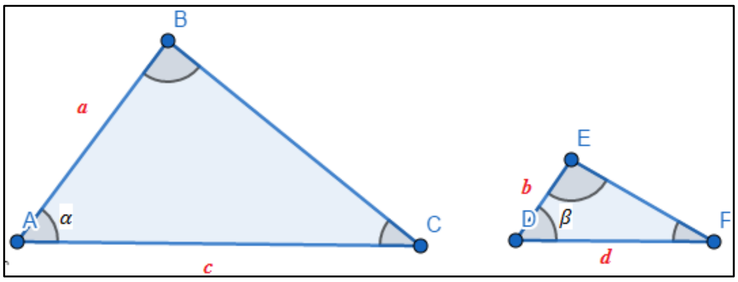


Figura 17. Triángulos semejantes por criterio LAL

Criterio 3: (lado, lado, lado) si los tres lados a, c, e de un triángulo ΔABC son proporcionales a los tres lados b, d, f de otro triangulo ΔDEF , es decir $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$ entonces los triángulos son semejantes $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Vea Figura 18

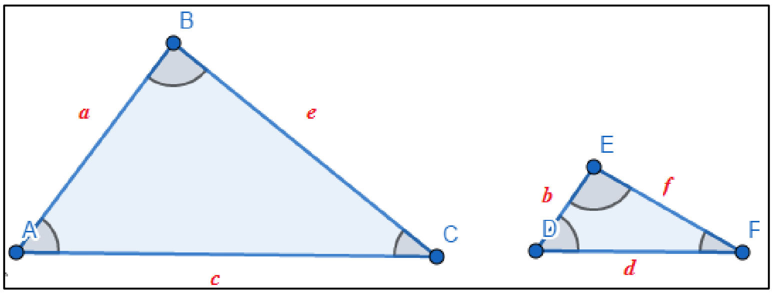


Figura 18. Triángulos semejantes por criterio LLL

Triángulos congruentes

Dos triángulosΔABC Y ΔDEF son congruentes si sus lados correspondientes tienen la misma longitud y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida, se nota $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

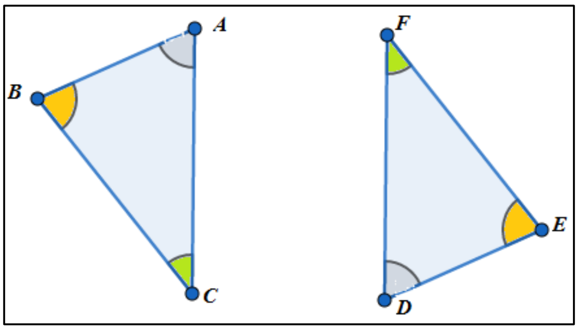


Figura 19. Triángulos congruentes

Criterio de congruencia

A continuación se presentan algunos criterios que permiten decidir cuando dos triángulos son congruentes.

Criterio 1: (lado, lado, lado) dos triángulosΔABC y ΔDEF son congruentes si tienen sus tres lados respectivamente congruentes, es decir $\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{AC} \cong \overline{DF}, \overline{BC} \cong \overline{FE}$ entonces $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

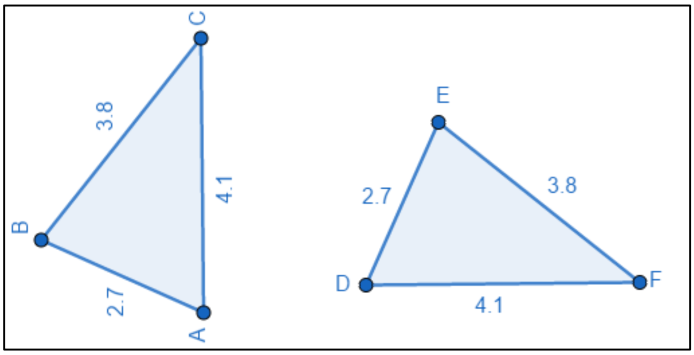


Figura 20. Triángulos congruentes por criterio LLL

Criterio 2: (lado, ángulo, lado)dos triángulos$ABC\ y\ \Delta DEF$ son congruentes si tienen dos lados congruentes y el ángulo comprendido entre los dos lados es congruente, es decir si $\overline{AB} \cong \overline{DE}, \overline{BC} \cong \overline{DF}$ y $< ABC \cong < DEF$ entonces $\Delta ABC\ \cong\ \Delta DEF.$

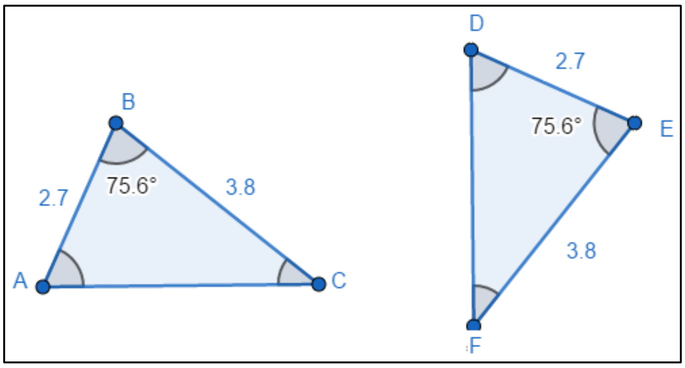


Figura 21. Triángulos congruentes por criterio LAL

Criterio 3: (ángulo, lado, ángulo) dos triángulos $ABC\ y\ \Delta DEF$ son congruentes si tiene dos angulos congruentes y el lado comprendido entre los dos angulos es congruente, es decir si $< ABC \cong < DEF, < BAC \cong EDF\ y\ \overline{AB} \cong \overline{DE}$ entonces $\Delta ABC\ \cong\ \Delta DEF.$

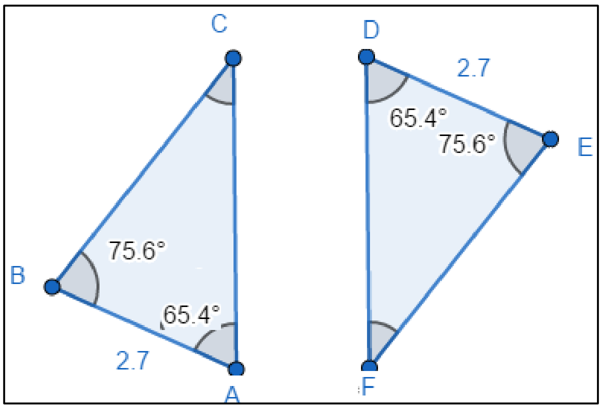


Figura 22. Triángulos congruentes por criterio ALA

Criterio 4: (lado, ángulo, ángulo) dos triángulos$ABC \ y \ \Delta DEF$ son congruentes si tiene dos ángulos congruentes y el lado apuesto a los ángulos congruente, es decir si$< BAC \cong < EDF$,$< BCA \cong < EFD$ y $\overline{AB} \cong \overline{DE}$ entonces $ABC \ \cong \ \Delta DEF$.

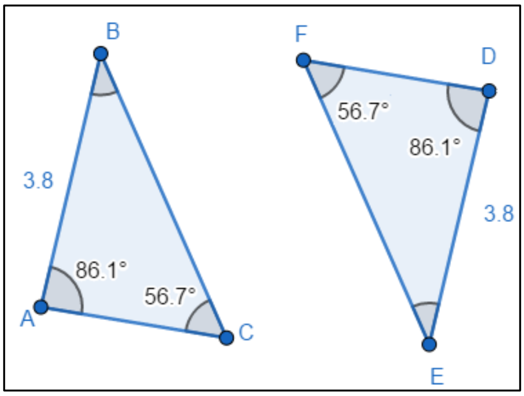


Figura 23. Triángulos congruentes por criterio LAA

Triangulo rectángulo

Un triángulo es rectángulo si tiene uno de sus ángulos recto (90°) y los otros dos agudos ($< 90°$), el lado opuesto al ángulo recto es llamado hipotenusa, y los otros lados son los catetos. Vea Figura 24

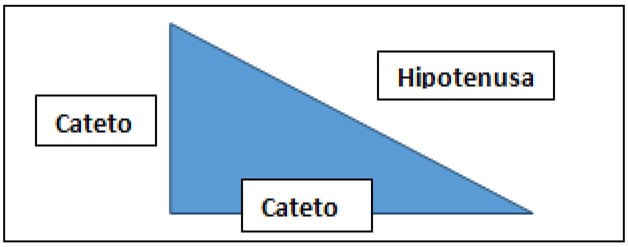


Figura 24. Triángulo rectángulo

Propiedades del triángulo rectángulo

Teorema 1:

Sea ΔDBCun triángulo rectángulo entonces la altura relativa al triangulo rectángulo determina dos triángulos rectángulos$\Delta DBC, \Delta ADB$ semejantes al triangulo ΔABC y semejantes entre sí.Es decir $\Delta ABC \sim \Delta DBC \ y \Delta DBC \sim \Delta ADB$. Vea Figura 25

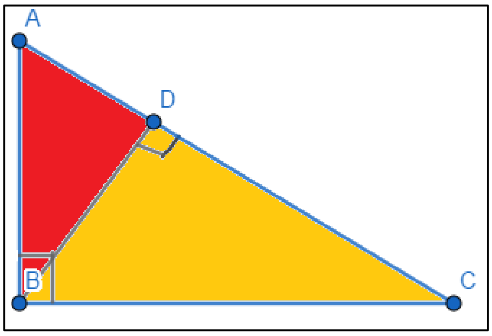


Figura 25. Triángulos semejantes en el triángulo rectángulo

Teorema 2 (teorema de Pitágoras)[6]:

Todo trianguloΔABC es rectángulo si y solo si el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, vea Figura 26

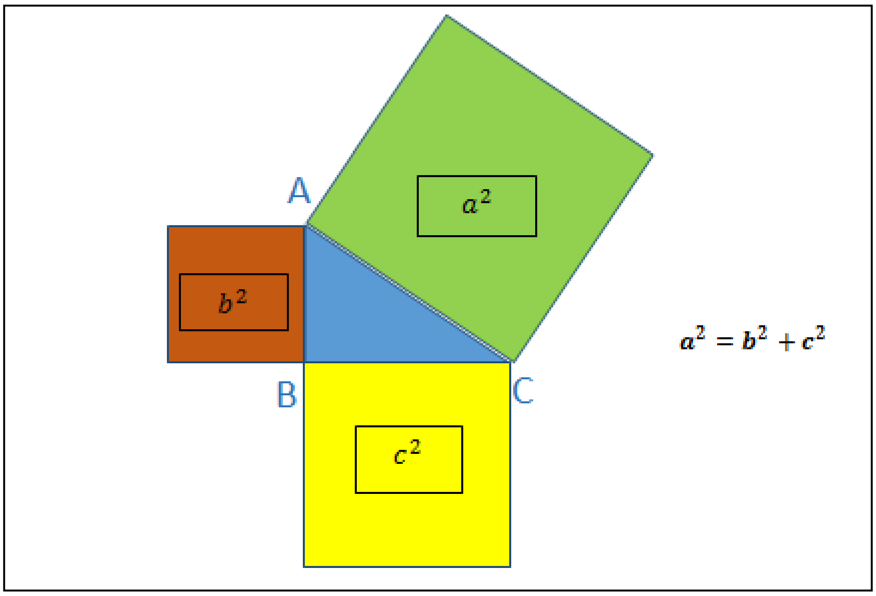


Figura 26. Teorema de Pitágoras

Razones trigonométricas.

Sea ΔABC un triángulo rectángulo. En la figura 28 el segmento $\overline{BC}$ se denomina hipotenusa y los otros dos segmentos, $\overline{AC}$ y $\overline{BA}$ son los catetos. Estos últimos son los lados que se oponen a los ángulos agudos que denotaremos por α y β respectivamente. El cateto $\overline{BA}$ es el cateto "opuesto" al ángulo β , y el cateto $\overline{AC}$ es el opuesto al ánguloα . El cateto $\overline{BA}$ se

[6]Tomado textualmente de: Acevedo, Silva, Vitaliano, et al. Geometría y trigonometría: matemáticas con aplicaciones 2, McGraw-Hill Interamericana, 1999. ProQuest Ebook Central

dice ser adyacente al ángulo α y el cateto $\overline{AC}$ es adyacente al ánguloβ . Basándonos en el hecho que los triángulos semejantes tienen los ángulos iguales dos a dos.[7] Vea Figura 26

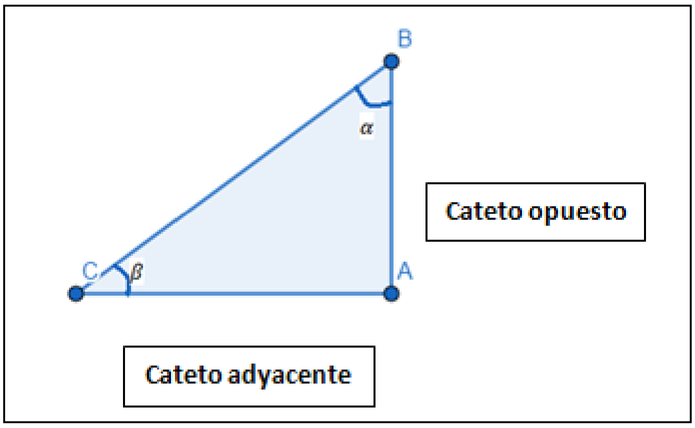


Figura 27. Nombres de los lados de un triángulo rectángulo

Definamos algunas relaciones entre los lados de este triángulo, dichas relaciones se conocen como razones trigonométricas. Estas relaciones dependen del ángulo β y no del tamaño del triángulo, estas razones son seis y se definen de la siguiente manera.

$$\sin\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}, \cos\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}, \tan\beta = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}, \csc\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \sec\beta = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}, \cot\beta = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

Teniendo en cuenta que ΔABC y ΔA_2B_2C son semejantes (Figura 28), vemos que las proporciones en cuestión toman igual valor en ambos triángulos. Veámoslo, por ejemplo, en el caso de $\sin\beta$:

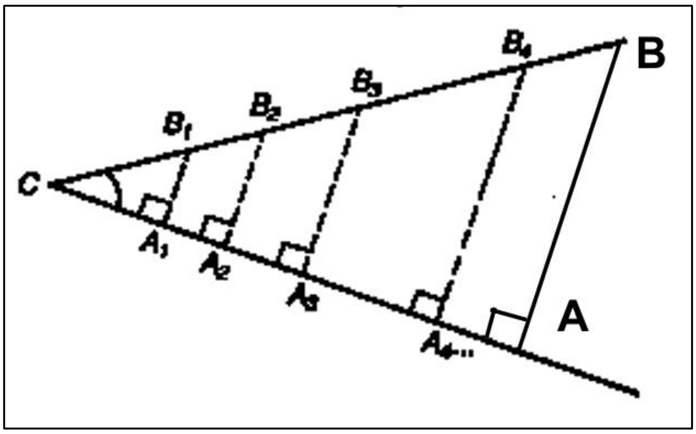


Figura 28. Razones trigonométricas

[7]Tomado textualmente de: Figueroa, Miguel, and Recuerdo Guzmán. Geometría y trigonometría, Firmas Press, 2001. ProQuest Ebook Central

En el trianguloΔABC el $\sin\beta = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{B_1C}}$

En el triangulo ΔA_2B_2C $\sin\beta = \frac{A_2B_2}{B_2C}$

Y como son semejantes $\frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2}$

Luego $\sin\beta = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{B_1C}} = \frac{A_2B_2}{B_2C} = \sin\beta$

Por eso las razones trigonométricas definidas por esas proporciones dependen sólo del ángulo y no de la longitud de los lados del triángulo Volvamos a escribir estas definiciones así:

$$\sin\beta = \frac{cateto\ opuesto}{hipotenusa}$$

$$\cos\beta = \frac{cateto\ adyacente}{hipotenusa}$$

$$\tan\beta = \frac{cateto\ opuesto}{cateto\ adyacente}$$

$$\csc\beta = \frac{hipotenusa}{cateto\ opuesto}$$

$$\sec\beta = \frac{hipotenusa}{cateto\ adyacente}$$

$$\cot\beta = \frac{cateto\ adyacente}{cateto\ opuesto}$$

Razones trigonométricas de ángulos notables[8]

Se considera un triángulo rectángulo isósceles con catetos de longitud 1 unidad. Los ángulos distintos al ángulo recto son entonces congruentes y su medida en grados sexagesimales es 45°. Del teorema de Pitágoras se tiene que la longitud de la hipotenusa es $\sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2}$; tenemos entonces que.

$$\sin\theta = \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Si consideramos ahora un triángulo equilátero con lados de longitud 2, entonces cualquier altura del triángulo es la distancia de un vértice al punto medio del lado opuesto. Tal altura es entonces$\sqrt{2^2-1^2} = \sqrt{3}$. El segmento que va de un vértice al punto medio del lado opuesto

[8]Tomado textualmente de: Castañeda, Hernández, Sebastián. Matemáticas fundamentales para estudiantes de ciencias, Universidad del Norte, 2014. ProQuest Ebook Central,

divide al triangulo en dos triángulos rectángulos, en los que los ángulos agudos tienen medidas de 60° y30°. Tenemos entonces

$$\cos 60° = \sin 30° = \frac{1}{2}, \sin 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

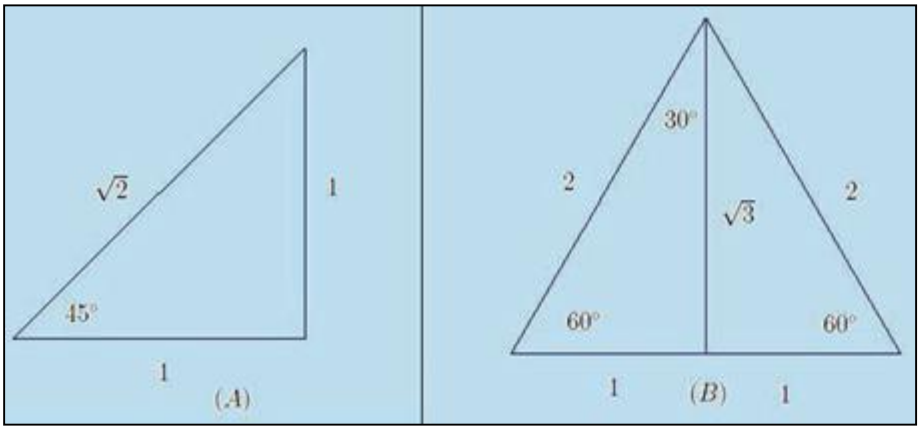


Figura 29. Construcción de las razones trigonométricas

Teoría de las situaciones didácticas

En el aula de clases y fuera de ella se presentan situaciones en las cuales de alguna manera se puede generar conocimiento matemático, situaciones que traen consigo problemas y con ellos resultados o construcciones favorables[9]. En este sentido, una situación didáctica se debe generar desde los conocimientos previos y desde el contexto propio del alumno, apoyado en el conocimiento del docente, quien debe tener presente que no está para resolverle el problema si no para confrontar ese conocimiento. Brousseau (1988) dice que el significado de una noción no puede ser dada al alumno, él debe construirlo al interior de un conjunto de problemas en donde dicha noción funcione de una manera más o menos local[10].

De esta manera, generar conocimiento desde la perspectiva de los problemas matemáticos conlleva al alumno a proponer sus propias soluciones, aumenta la capacidad de pensar y de actuar. Su capacidad de interactuar con facilidad en la vida podría ser más productiva, con más soluciones. La matemática es un producto de la cultura, por lo tanto proporciona medios que son necesarios para la misma producción, y más específicamente de un problema, pues en su teoría trascienden innumerables procesos que deben ser producentes para el alumno. Pero no sería posible sin una buena implementación didáctica, de esta manera para Brousseau (1986, citado por Sadovsky.), “un medio sin interacción didáctica es claramente insuficiente para inducir al alumno todos los conocimientos culturales que se desea que el adquiera” (p.3).

Desde la teoría de las situaciones didácticas es conveniente tener presente qué actores participan y qué tipo de interacciones se encuentran presentes. Para realizar esta sistematización, en este caso desde Brousseau se destacan dos interacciones:

1. La interacción del alumno con una problemática que ejerce resistencia y retroacción sobre los conocimientos matemáticos puestos en juego.
2. La interacción del docente con el alumno a propósito de la interacción del alumno con la problemática matemática.

[9]Construcciones favorables, hace referencia a los procedimientos que ellos realizan, propio de su forma de pensar, y que tiene sentido en la teoría matemática.
[10]Tomado de: Las situaciones didácticas, una propuesta para la formación de profesores de matemáticas de2001 Luz María Mingüer Allec

Se busca que el sujeto (el alumno) interactúe con el medio y desarrolle una propuesta de pensamiento propio, rechazándolos o produciendo otros nuevos, juzgados por la teoría matemática, en la cual el docente lo pueda llevar a una respuesta concreta y verdadera.

Para poder describir y explicar estas interacciones entre alumno, profesor y medio es necesario tener en cuenta la noción de contrato didáctico, este contrato va a tener un propósito con beneficio y buen resultado, pues según Sadovsky "es una herramienta teórica que da cuenta de las elaboraciones con respecto a un conocimiento matemático en particular que se produce cuando cada uno de los interlocutores de la relación didáctica interpreta las interacciones y las expectativas". (2005, p.3).

Este contrato didáctico le permite al practicante o docente tomar conciencia de lo que el alumno en su situación plantea como teorías matemáticas, estas ideas que el alumno toma para resolver los problemas matemáticos surgen de inferencias, razonamientos lógicos e intuiciones que el practicante propone, pero que no son imposiciones.

Estas situaciones didácticas anteriormente nombradas, están ligadas a situaciones adidácticas, según Chavarría (2006):

> "Es el proceso en el que el docente le plantea al estudiante un problema que asemeje situaciones de la vida real que podrá abordar a través de sus conocimientos previos, y que le permitirán generar además, hipótesis y conjeturas que asemejan el trabajo que se realiza en una comunidad científica" (p.2)

En las cuales de alguna manera desaparece la intención de enseñar, sin dejar de lado que suelen surgir obstáculos epistemológicos. Aquí es indispensable que se superen estos obstáculos para que surja o se construya una teoría por parte del alumno, vea ***Imagen 1***, para Duroux (1983, tomado de Malisani, 1999) hay una serie de condiciones que debe satisfacer un obstáculo para que sea epistemológico:

- Un obstáculo es un conocimiento, una concepción, no una dificultad o falta de conocimiento.
- Este conocimiento produce respuestas correctas en un determinado contexto que el alumno encuentra a menudo; · Pero genera respuestas falsas fuera del contexto

- Este conocimiento se manifiesta resistente a las contradicciones (a las cuales se confronta) y a la sistematización de un conocimiento mejor
- Después de la toma de conciencia de su falta de precisión, este conocimiento tiende a manifestarse de manera intempestiva y obstinada.

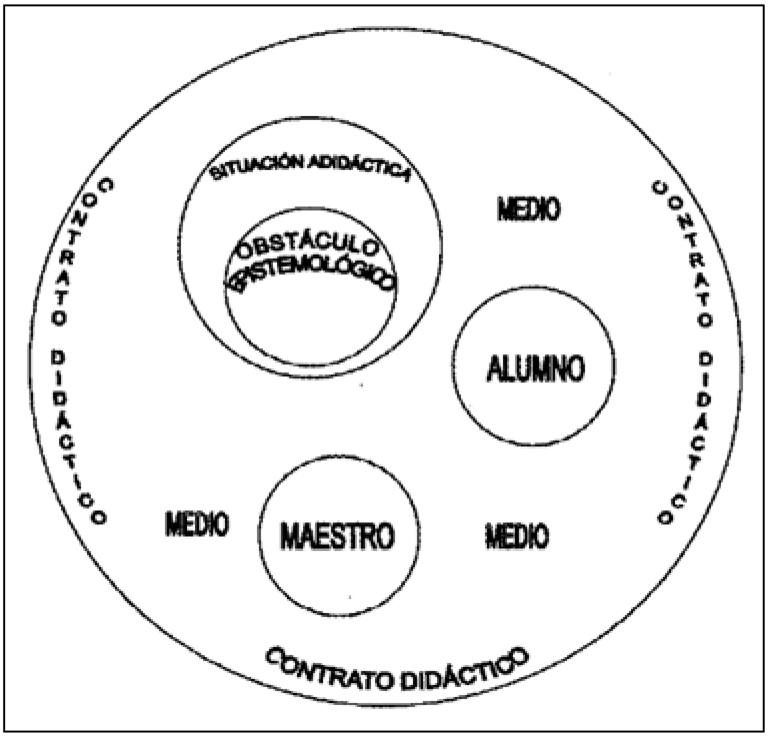


Imagen 1. Relaciones existentes en las situaciones didácticas

En la figura se muestran las principales componente de las situaciones didácticas, que son estructuras a tener en cuenta para el proceso de aprendizaje del alumno.

Es necesario aclarar que mediante este modelo que se tomó para trabajar en la práctica, no hay la certeza del que el alumno aprenda, este trabajo se toma con la finalidad de mejorar la calidad de pensar matemáticas, de arriesgarse a dar soluciones o respuestas no favorables, de confrontar problemas que sirvan para el medio, de formar investigadores. Cabe recalcar que el trabajo realizado tuvo algunos frutos muy interesantes y motivadores para el practicante.

Sadovsky (2005) da a conocer un modelo para investigar:

- Hacer un análisis que implique qué motivación cognitiva conduce a producir tal o cual estrategia como la solución del problema propuesto.
- Analizar por qué una solución del problema puede leerse en términos de un conjunto de conocimientos puestos en juego.

- Explicar por qué la producción de un cierto conocimiento sería un medio más económico o más ajustado que otro para resolver un cierto problema
- Identificar los elementos de unas situaciones que devolverían al alumno información sobre los resultados de su producción y concebir a partir de los mismos cómo podrían evolucionar los conocimientos iniciales puestos en juego en la situación. (p.7)

Por otro lado para poder confrontar los conocimientos del alumno y tener certeza de que se está produciendo conocimiento, hay que tener en cuenta los tres tipos de situaciones didácticas, Chavarría (2006):

La situación acción, que consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir, el estudiante individualmente interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos. Dentro de las condiciones que una situación acción debería reunir para desembocar en una situación a-didáctica tenemos, por ejemplo, la formulación del problema: éste debe ser del interés del estudiante, además el tipo de pregunta formulada debe ser tal que no tenga respuesta inmediata, de modo que represente realmente un problema para el estudiante. Este comportamiento debe darse sin la intervención del docente. Empero, si bien el proceso se lleva a cabo sin la intervención del docente, no implica que éste se aísle del proceso. Pues es el docente quien prepara el medio didáctico, plantea los problemas y enfrenta al estudiante a ese medio didáctico.

Ahora bien, *la situación de formulación* consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, compartir experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas. La situación de formulación es básicamente enfrentar a un grupo de estudiantes con un problema dado. En ese sentido hay un elemento que menciona Brousseau, esto es, la necesidad de que cada integrante del grupo participe del proceso, es decir, que todos se vean forzados a comunicar las ideas e interactuar con el medio didáctico.

Otro tipo de situación didáctica es *la situación de validación*, donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorar si realmente es correcto. Finalmente, a pesar de no constituir una situación a-didáctica, la institucionalización del saber, representa una actividad de suma importante en el cierre de una situación didáctica. En ésta los estudiantes ya han construido su conocimiento y, simplemente, el docente en este punto retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales en la situación a-didáctica se tuvo problemas. Es presentar los resultados, presentar todo en orden, y todo lo que estuvo detrás de la construcción de ese conocimiento. (p.5)

En este sentido y desde el trabajo realizado en la práctica pedagógica, se pudo tener en cuenta estos tipos de situaciones, caracterizadas por la producción de un saber matemático ya sea individual o grupal en el cual la interacción entre estudiantes podía establecer o dar cuenta de un criterio de verdad.

Descripción del problema

Cuando en el aula de clases se proponen actividades basadas en la resolución de problemas y acorde al entorno que ellos conocen, se observan dificultades para realizarlas. Entre otras cosas: la inadecuada representación gráfica de la situación, se preocupan más por realizar las operaciones aritméticas que por comprender el problema y la no realización de alguna gráfica, pues su única preocupación es dar una respuesta numérica. Estas últimas dificultades han sido inducidas de forma involuntaria por algunos educadores.

Por otro lado, al enfrentarse a problemas con triángulos, se evidencia que todos los quieren resolver aplicando el teorema de Pitágoras sin identificar qué clase de triangulo es. En este sentido las incógnitas también son un inconveniente para hallar la solución a cada ejercicio, pues olvidan o no entienden el sentido de despejar para poder resolver el problema y muchas veces cometen los mismos errores. En el proceso de las razones trigonométricas, ocurre el mismo inconveniente que con el teorema de Pitágoras, pues de igual forma todo lo querían resolver con la razón seno, sin percatar la posición del Angulo y la clase de triángulo.

En la sede José Antonio Galán No. 1, se realizan actividades escolares como el trabajo en la huerta escolar, por tal razón es importante preguntarse cómo diseñar e incorporar problemas con triángulos rectángulos basados en la huerta escolar, al aula de clases.

En este sentido y desde la perspectiva de generar conocimiento constructivo con el alumno, se plantea la pregunta.

¿Qué estrategias implementan los estudiantes de grado décimo en la solución de problemas de la vida cotidiana relacionados con triángulos rectángulos?

Metodología

Este trabajo fue desarrollado con los estudiantes de Grado Décimo de la Institución Educativa los Comuneros sede José Antonio Galán No.1, ubicada en el barrio Alfonso López de la ciudad de Popayán, son estudiantes que viven en situaciones de desplazamiento, hacinamiento y algunos provienen de municipios aledaños, estudian y trabajan, a pesar de su corta edad y en sus barrios y alrededores conviven en contextos como el pandillismo, el consumo de sustancias psicoactivas, la violencia intrafamiliar y el ladronismo.

Se tomó la decisión de implementar este tipo de actividades en el aula puesto que el tema que se pretendía desarrollar está establecido por estándares, además por la manera como históricamente se han utilizado los triángulos y las razones para resolver problemas.

Para la obtención de información se realizaron diferentes actividades, estas actividades eran desarrolladas en copias o en el tablero, el carácter que tuvieron estas actividades era el de resolver problemas teniendo siempre el sentido lógico del entorno.

Uno de los objetivos fue analizar el enfoque dado a cada problema, para ello se proponía el problema en copias, luego de haber resuelto el problema, se pretendía que el estudiante presentara su solución y se apropiara de ella haciéndola entender a sus compañeros y al practicante, de esta manera se podía conocer qué dificultades tenia para resolverlo y que método utilizaba.

Otra de las actividades propuesta fue la siguiente: se dispone de un terreno para cultivar papas, el cual tiene forma de cuadrado y uno de sus lados es la base de un triángulo. Con esta situación de la vida cotidiana[11], se pretende que el estudiante plantee una expresión algebraica, que la modele y que además determine cuál es el terreno de mayor área.

Se trabajó teniendo en cuenta el plan de estudios del área de matemáticas en la Institución Educativa los Comuneros, cabe recalcar que va en busca del mejoramiento tanto académico como personal, y está fundamentado en una concepción humanística y pluridimensional del

[11]En este documento se entiende por “situación cotidiana” aquella que el estudiante vive o ha vivido en su vida diaria o aquellas que son cercanas a su diario vivir

ser humano, en él se plantean aspectos importantes para considerar en el estudiante tales como, el saber hacer, el saber ser, que van a implementarse en el manejo crítico del sujeto, caracterizando el desarrollo lógico y el pensamiento matemático. En general, las aplicaciones didácticas vienen asociadas al diálogo entre maestro y alumno, para que haya una interacción mutua, teniendo en cuenta, el cómo enseñar, para qué enseñar, que son condiciones indispensables en el aprendizaje del estudiante. Se basa en condiciones curriculares y estándares básicos de competencias en matemáticas del Ministerio de Educación; se plantean propósitos generales de la enseñanza con el fin de que el estudiante se apropie del tema, y pueda epistemológicamente conocer la esencia misma de las matemáticas.

En este plan de estudios se destacan los planteamientos de los actuales estándares básicos de competencias matemáticas, en los cuales se implementan cinco pensamientos con sus respectivos sistemas, Pensamiento numérico y sistemas numéricos, Pensamiento espacial y sistemas geométricos, Pensamiento métrico y sistemas de medidas, Pensamiento aleatorio y sistemas de datos, Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, estos pensamientos justo con los 5 procesos generales (formular y resolver problemas, modelación, comunicación, razonamiento y formulación) son catalogados como esencia misma del aprendizaje en las instituciones donde se implementa. También se ha tenido en cuenta el ambiente en el que se desenvuelven los estudiantes para su formulación.

Teniendo en cuenta que en la práctica 1 se proyectó desarrollar las siguientes fases de la práctica pedagógica en la institución educativa Los Comuneros, se realizó una visita a dicha Institución con el fin de interactuar directivos, docentes y practicantes, y de esta manera establecer los compromisos y responsabilidades para el desarrollo de la práctica pedagógica. Por otra parte se hizo la inmersión en la Institución Educativa los Comuneros Sede José Antonio Galán No. 1, en la cual se presentaron los practicantes ante los docentes de la institución, y se procedió a conocer las instalaciones del centro educativo, seguidamente cada practicante, rotó por los diferentes cursos, esto fue interesante pues se pudo conocer los distintos enfoques pedagógicos de cada docente y el ambiente institucional, algo que le permitió al practicante relacionarse con la mayoría de estudiantes. Ya habiendo rotado por los diferentes cursos cada practicante debía escoger el curso en el cual realizaría su práctica pedagógica, en este sentido la inmersión en la institución fue bastante productiva para poder llevar acabo el trabajo de investigación. Por otro lado, Cuando nos adentramos en la institución fue para adquirir conocimientos y de ante mano fortalecer e implementar mecanismos de trabajo mutuo, en pro del desarrollo del pensamiento matemático del estudiante, la presencia del docente titular fue fundamental, pues su bagaje le daba la experiencia necesaria para determinar el mejor método para hacer comprender a los sujetos, esto favoreció la formulación de la pregunta sobre qué sistematizar en el aula.

Para esta práctica se tuvo también en cuenta los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) en matemáticas del grado décimo, específicamente los que tienen que ver con triángulos rectángulos y construcción de gráficas, aquí se hizo un trabajo minucioso con el fin de conocer cuál es el conjunto de aprendizajes (conjunto de conocimientos, habilidades y actitudes) que deben aprender los estudiantes en cada grado respecto a la asignatura, en este caso las matemáticas. Respecto a la lectura realizada, se tuvo presente para el trabajo de práctica, la estructura de los DBA en los cuales sobresalen tres elementos: los enunciados, las evidencias de aprendizaje, el ejemplo. Estas últimas estructuras están fomentadas con el fin de fortalecer y alcanzar experiencias que involucren el aprendizaje matemático. Para este trabajo se tuvo en cuenta específicamente los DBA que tienen relación con problemas, gráficas y triángulos rectángulos.

Análisis de datos

La temática desarrollada en el trascurso de la práctica correspondió a los triángulos rectángulos, enfatizándose en la resolución de problemas, la cual los estudiantes tenían que trabajar individualmente, se entregan las copias a cada uno y se indica qué se pretende para esa actividad. En este caso serán presentados los datos obtenidos en el desarrollo de dos pruebas y un taller.

A continuación se muestran algunos procedimientos seguidos por los estudiantes para resolver dichos problemas propuestos

Situación 1

La primera actividad, fue una prueba diagnóstica en la cual los estudiantes solo con conocimientos previos y sin la colaboración del practicante debían darle solución al problema. En este caso la actividad contenía un punto con respuestas justificadas a, b, c, d. Dicho problema era el siguiente:

"dos amigos viven en distintos lugares, pero separados a la misma distancia de un puente a 15km.

a) Realice la gráfica del problema

b) Cuantas posiciones podrían resultar entre los dos amigos

c) ¿La distancia que hay entre los dos amigos podría ser el doble de la que hay del puente a cada uno de ellos? Justifique la respuesta"

d) ¿Qué posición permite tener la distancia de los dos amigos, con cálculos aritméticos sencillos sin medición directa?

Cuando se presentó el problema, se pretendía que los estudiantes mediante conocimientos previos, tratasen de darle solución, imaginándose la gráfica o razonando en distintos ámbitos, sin dejar de lado lo cotidiano, en este caso se podría decir que era una situación didáctica. A continuación se presentan algunos resultados dados por los estudiantes.

- En el ítem "a" donde se pide realizar una gráfica del problema, se puede evidencian que algunos estudiantes, lo pretenden hacer de acuerdo a cosas vistas o vividas, mientras que otros optan por el plano cartesiano para realizar su gráfica, en este caso ubican el puente en el origen de ordenadas, no producen conocimiento de acuerdo a un ambiente en el cual se pueden percibir este tipo de problemas y donde aparecen dificultades a las cual se le pueda dar algún tipo de solución, solo se atreven a ubicar puntos sin sentido, no le están dando un sentido matemático a lo que hay fuera del aula.

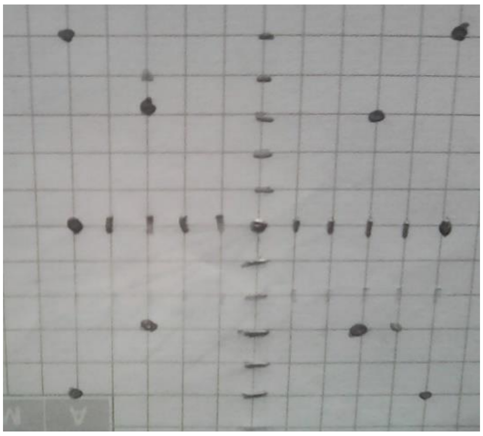


Imagen 2. Gráfica del problema del ítem a

➢ En el ítem “b” algunos estudiantes dan una respuesta numérica para la pregunta sin pensar el problema, en cambio el resto plantea situaciones acorde a la gráfica y llega a una respuesta que se podría considerar correcta[12], en este sentido el estudiante está produciendo conocimiento como resultado de la adaptación al medio con el que interactúa a diario Brousseau (1986).

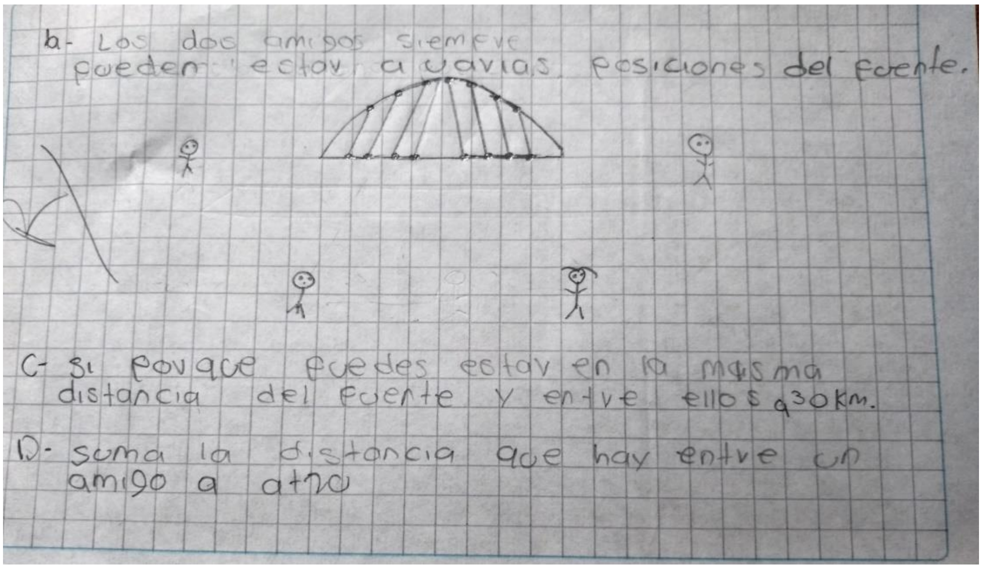


Imagen 3. Respuesta 1 a los ítem del problema

➢ En la imagen anterior el estudiante dibuja el puente y de acuerdo a él ubica a los amigos. A pesar de que el estudiante hace una representación de finitas maneras de ubicar a los amigos, verbalmente manifestó que no eran todas, aunque no se percata de la forma geométrica presente en la gráfica, de esta manera se puede ver que, como lo plantea

[12] Correcta en el sentido de que no corresponde a lo que la matemática occidental ha establecido

Brousseau (1986), el estudiante accede a un saber matemático guiado por algunos aspectos teóricos y relacionándolo con el problema de la vida cotidiana.

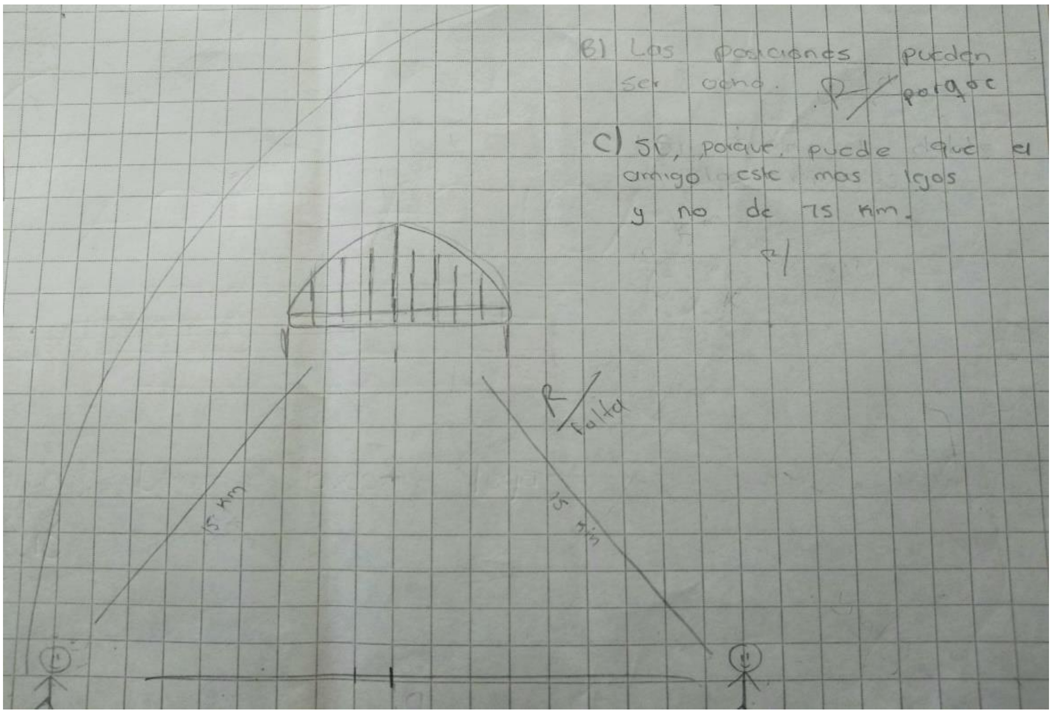


Imagen 4. Respuesta 2 a los ítem del problema

- En el ítem "c" Los estudiantes no plantean una estrategia para corroborar su repuesta, solo la enuncian como está escrito en el problema, en este sentido el alumno no está transformando la realidad con la que interactúa para producir un conocimiento matemático.
- En el último ítem "d" los estudiantes se acoplan a lo planteado en el dibujo y dan su respuesta, pues como lo imaginaron, tiene, la posibilidad de generar un resultado aritmético.

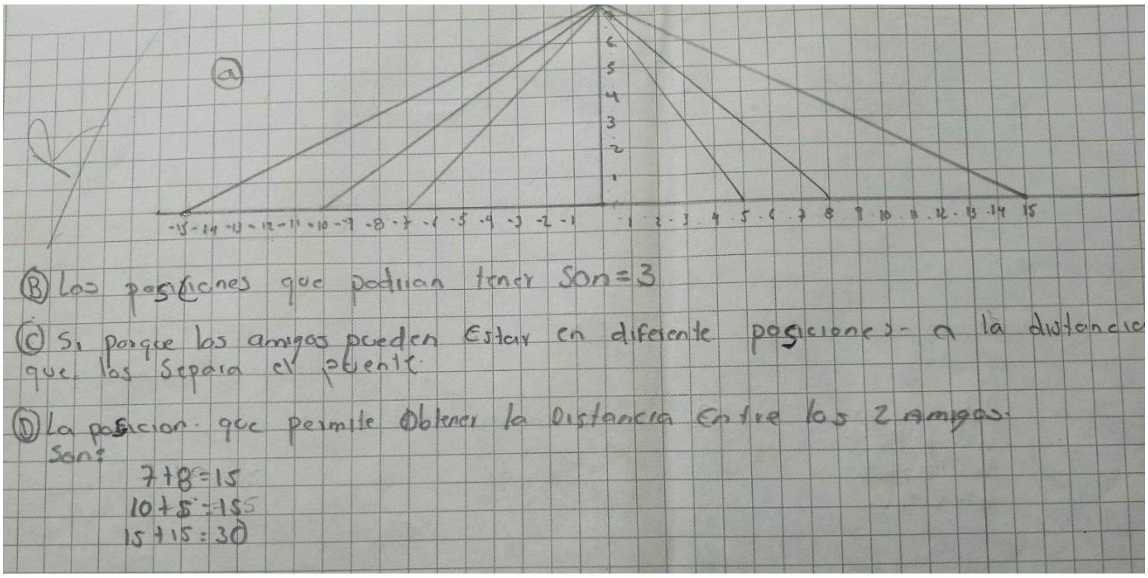


Imagen 5. Una respuesta al problema desde otra perspectiva

- En consecuencia a la imagen anterior se puede evidenciar que la respuesta del alumno a la pregunta “b” se puede considerar como correcta, aunque la gráfica no sea una buena representación, en la explicación a sus compañeros, solo imaginaba a los amigos ubicados en posiciones correspondientes a números enteros, y la respuesta a este ítem “b” fue un numero finito en este caso 3, es decir el estudiante entró en una interacción con el problema y de acuerdo a sus propios conocimientos genera una respuesta a partir de la interpretación hecha.

- Para la última pregunta, la gráfica le resultaba útil para afirmar que se podía plantear una suma.
- Se puede observar que algunos estudiantes no leen el problema completo y se lanzan a dar respuestas rápidas, sin pensarlo primero o darle un sentido desde la perspectiva cotidiana.
- Algunos estudiantes refieren que los temas aplicados al problema nunca los habían visto, y otros lo intentan resolver sacando resultados numéricos sin sentido.
- Todos los estudiantes en el aula participaron activamente aunque algunos solo hicieron el dibujo y no llegaron a proponer soluciones para los demás ítem. En el caso anterior el tipo de situación que aplicaron los alumnos se puede considerar como una situación de acción, pues su respuesta está en acto de conocimiento implícito.
- Las siguientes acciones demuestran el interés de los estudiantes:
    1. Todo el grupo trabajo sin distracción
    2. La mayoría presento resultados de su trabajo
    3. Al final todos hicieron preguntas, y expusieron sus dudas ante el practicante

- CONCLUSIONES SITUACION 1: a partir de los desarrollos dados por los estudiantes se observan las siguientes estrategias:

  1. Conocimientos previos
  2. Análisis de graficas
  3. Utilización de aspectos de su vida cotidiana

Situación 2

En la situación 2, ya habiendo trabajado una teoría previa sobre los triángulos rectángulos, se planteó una prueba, relacionada con problemas con triángulos rectángulos donde se tenía que utilizar las razones trigonométricas y teorema de Pitágoras, todos ellos con aspectos de la vida cotidiana, en la cual cada estudiante trabajó individualmente, los problemas tenían como prioridad realizar la gráfica y sustentar un procedimiento de acuerdo a ella, y lo visto en clase, de esta manera se plantearon tres puntos, de los cuales uno de ellos era estilo pruebas de estado; son los siguientes:

Punto 1

“Al atardecer un árbol proyecta una sombra de 2,5m de longitud, si la distancia desde la parte más alta del árbol al extremo más alejado de la sombrea es de 4 metros.

a) Realice la gráfica del problema

b) Cuál es la altura del árbol”

- Este punto lo resolvieron solo algunos estudiante, los demás no entendieron el enunciado de la pregunta, y se dedicaron a realizar los demás puntos, aunque el practicante lo leyó lentamente varias veces.
- Se pudo observar que a la hora de realizar el gráfico se tornaban inquietos sobre la proyección de la sombra del árbol, pues algunos consideraban la sombra como la hipotenusa, otros deducían que no había sombra o que la sombra se reflejaba en el suelo, aquí se puede ver que el estudiante está generando conocimiento, pues el sujeto, en este caso el alumno, está escogiendo una alternativa entre varias posibles y analizando los resultados de sus decisiones, de esta manera puede tomar conciencia de que lo realizado no es pertinente.

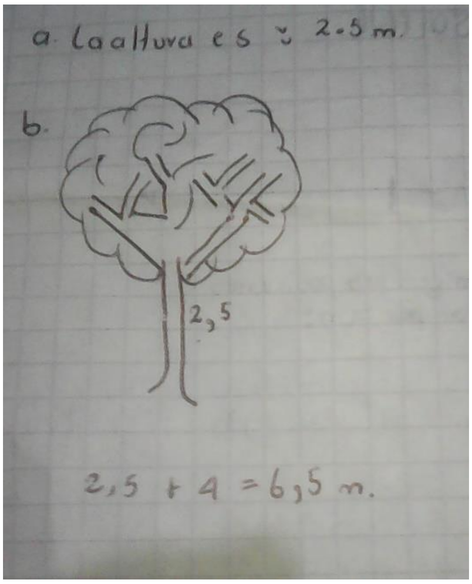


Imagen 6. Problema con teorema de Pitágoras

- A la hora de realizar el procedimiento de calcular la altura se notó que se les dificultaba el manejo con decimales, pues utilizaban solo la parte entera.
- En el caso anterior se puede ver que el alumno establece reglas falsas como producto de la interacción del docente, pues la interpretación que hace del teorema de Pitágoras no es la adecuada.
- Se pudo notar que, a la hora de resolver el problema con triángulos rectángulos, la dificultad no era de recordar lo que dice en si el teorema de Pitágoras, si no el planteamiento que puede haber sobre él, y la imaginación u observación que han visto sobre situaciones similares que se ven en la vida diaria, en este caso el alumno no está siendo motivado por el problema si no que está buscando satisfacer al docente basándose en la teoría propuesta en clases.

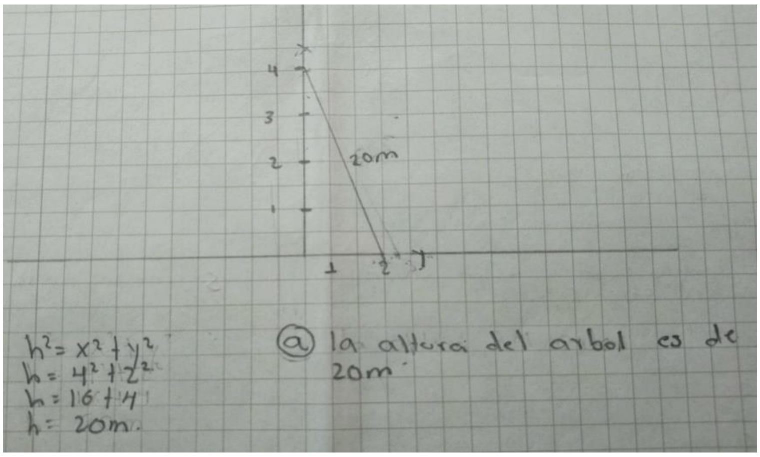


Imagen 7. Solución al problema con teorema de Pitágoras

- Otra de las cosas que se pudo observar fue el despeje de incógnitas, es por tal motivo que se quedan estancados sin poder dar alguna solución al problema, esto se puede entender cómo un obstáculo epistemológico para el alumno.

Punto 2

“calcule la longitud del segmento $\overline{OA}$ con su respectivo procedimiento y respondo cuál de los valores siguientes le corresponde”

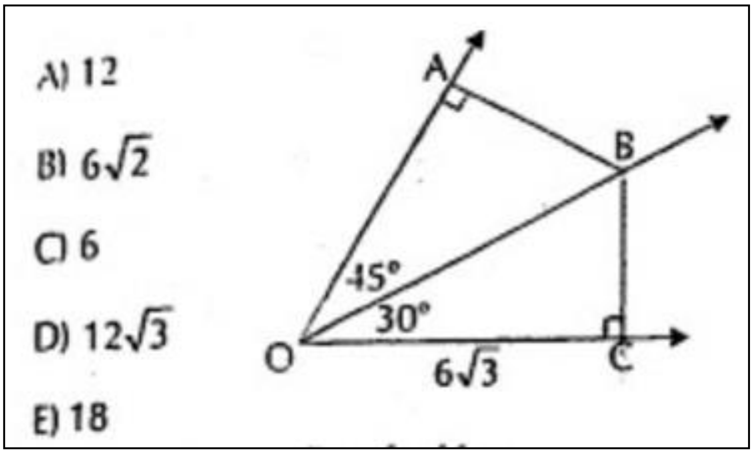


Imagen 8. Ejercicio del taller

- Para este punto los estudiantes interactuaron de muchas formas con la gráfica, pues ya estaba dada, se pudo evidenciar que algunos daban soluciones de acuerdo a la teoría utilizada, aunque sigue el inconveniente con el despeje de incógnitas, y en algunos casos dificultad para leer las gráficas y plantear la solución

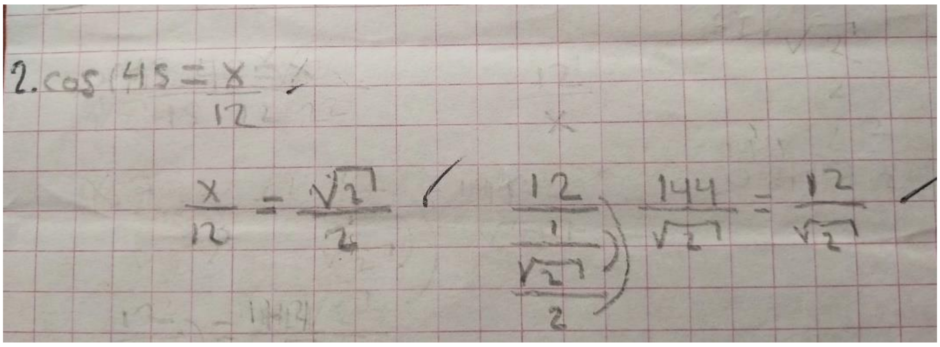
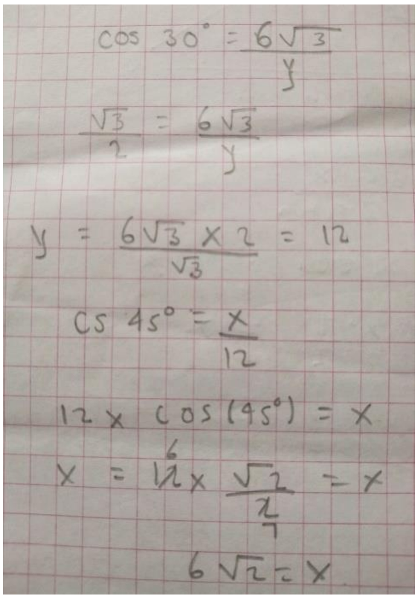


Imagen 9. Procedimiento para solucionar el ejercicio

- En el caso anterior el alumno toma la respuesta A como la hipotenusa y con ella trata de encontrar $\overline{\boldsymbol{OA}}$.
- se pudo observar que la mayoría de estudiantes, cuando solo se tiene que utilizar teoría y calcular procedimientos, los errores son mínimos, es decir trabajan de forma mecánica, su

interés es dar resultados que ya están en el enunciado, solo es llegar a él, por ende no están produciendo conocimiento de acuerdo al medio, solo buscan complacer al docente teniendo en cuenta las temáticas vistas en clases.



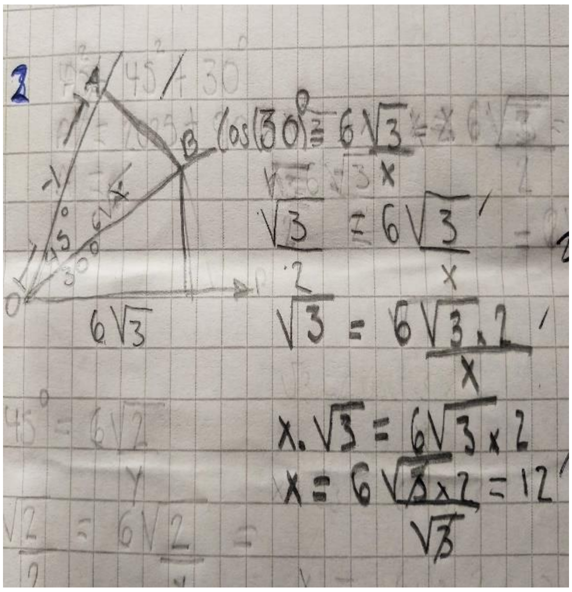


Imagen 10. Procedimiento adecuado del ejercicio

- Aunque este punto no era tan evidente resolverlo, la mayoría lo trabajó a gusto y llegó al resultado, el cual estaba planteado en el enunciado, manifestaban que estaban más relacionados con este tipo de ejercicio, que cuando iban con enunciado y tocaba realizar el gráfico, en los casos anteriores se trabajó una situación de acción con el propósito de que el alumno postulara una expresión algebraica.

Punto 3

“calcular la altura de una torre, si nuestro personaje está a 7 metros de la base de la torre, el ángulo con el que observa la punta de la torre es de 60° y sostiene el observador a una altura de 1.5m”

- algunos estudiantes no resolvieron el problema, pues indagaban de muchas maneras posibles resultados y decidían no hacerlo, entre los que plantearon alguna solución, realizaban solo la gráfica sin procedimiento alguno. Otros solo plantearon la ecuación, pero se pudo ver que en algunos casos se olvidaban del igual y operaban sin él, a pesar de ello, cada uno eligió la estrategia de acuerdo a como planteó el problema, se pudo evidenciar que cada alumno modificaba sus esquemas de acuerdo a su planteamiento, por ende estaba produciendo conocimiento.

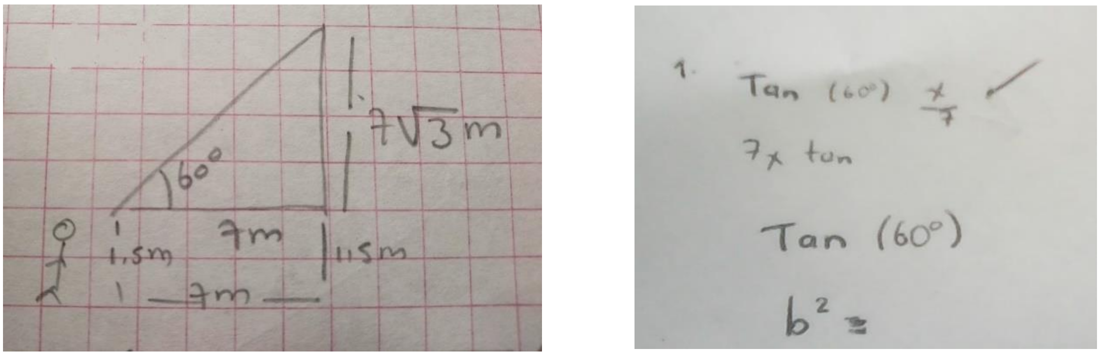


Imagen 11. Gráfica y solución del problema

- Se puede observar que el estudiante mediante la gráfica está generando un conjunto de conocimientos de acuerdo al enunciado del problema y la interacción con el ambiente, la gráfica le está dando la posibilidad que mediante la teoría dada por el docente produzca un nuevo conocimiento, aunque en el caso anterior no suman la altura a la que está el observador.
- Algunos realizaron la gráfica y un procedimiento, interactuaron con él, plantearon diferentes estrategias de solución, llegaron a producir algún tipo de conocimiento y se dieron cuenta de los errores cometidos. En la imagen anterior se puede ver que el planteamiento del problema no fue el adecuado, pero trató de relacionarlo con la razón seno, y se esmeró por desarrollar una ecuación que salió del planteamiento que realizó.

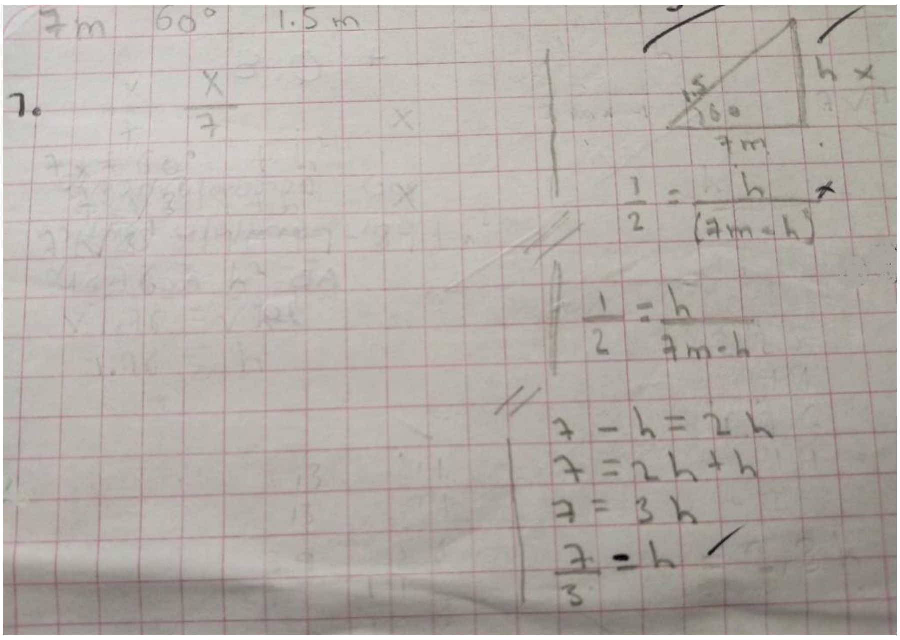


Imagen 12. Otra Solución planteada del problema.

- Se pudo evidenciar que plantearon estrategias de solución guiándose en ejercicios de clases, y teoría del cuaderno, se atrevieron a indagar o razonar de alguna manera generando procesos matemáticos.
- Hay que tener en cuenta que cuando se hizo la revisión de cada problema propuesto se tuvo presente la situación de formulación en la cual el alumno exponía su criterio de solución a los demás, y estos le daban su criterio de validez.
- Las siguientes acciones demuestran el interés de los estudiantes sobre la situación 2:
    1. La mayoría expuso una duda al practicante sobre el problema
    2. Algunos se atrevieron a salir al tablero al finalizar el trabajo para exponer su punto de vista.
    3. Se pudo observar el agrado para realizar esta situación, todos entregaron respuestas.
- CONCLUSIONES SITUACION 2: a partir de los desarrollos en esta situación se observan las siguientes estrategias:
    1. Análisis de graficas
    2. Utilización de Aspectos del diario vivir
    3. Conocimientos previos
    4. Teorías propuestas en clases
    5. Utilización de ejemplos de clases y consultas previas

Conclusiones

Uno de los logros de la intervención en el aula fue la satisfacción expresada por los estudiantes por trabajar de una manera diferente, incorporando los problemas con triángulos rectángulos y relacionándolos con aspectos de la vida cotidiana, algo que motivó tanto al practicante como también a los estudiantes, pues se pudo evidenciar que todos aportaron algo para fortalecer la teoría vista, pues siempre hubo un laso de unión y de amistad que ayudaba al buen funcionamiento de la clase.

Durante este proceso de intervención del practicante, se trató de dejar de lado el tradicionalismo, pero en algunas ocasiones se tuvo que trabajar con él, pues es poco el tiempo de inmersión en el aula para poder que los estudiantes adopten de una manera agradable este cambio, que se vienen utilizando en años anteriores por los profesores.

Se pudo analizar de alguna manera que los estudiantes, no muy a menudo utilizan los problemas, para aprender matemáticas, su enseñanza está basada en resolver ejercicios que van de la mano con lo mecánico y que para ellos se aleja de la realidad, es decir llevan en sus cursos anteriores un modelo tradicional, en este sentido el enfoque que le daban al problema iba siempre para dar un resultado numérico y dejaban de lado el análisis, el razonamiento lógico y la construcción de ideas.

Cabe resaltar que en el entorno en el que ellos se desenvuelven, se puede manejar y generar problemas con triángulos rectángulos, de tal forma que ellos se sientan a gusto y formulen aspectos teóricos, o que generen un razonamiento productivo, como se ilustra en la situación 2 punto 1.

Es indispensable tener en cuenta la situación que se plantea para poder generar conocimiento en el alumno, de esta manera, es pertinente para este trabajo tener en cuenta a Brousseau y Centeno (1991)

> "los conocimientos son los medios trasmisibles (por imitación, iniciación, comunicación, etc.) pero no necesariamente explicitables, de controlar una situación y de obtener de ella un cierto resultado conforme a una expectativa y a una exigencia social. El saber es el producto cultural de una institución, que tiene por objetivo identificar, analizar y organizar los conocimientos a fin de facilitar su comunicación" (citado por Bloch, I; 1999)

Una de las dificultades para este trabajo, fue el manejo de algunos aspectos de cursos anteriores, el cual no le permitían al estudiante manejar incógnitas, despejar expresiones algebraicas, entre otros, en consecuencia se evidenciaron obstáculos epistemológicos que generaron respuestas falsas o procedimientos inadecuados.

RECOMENDACIONES

Como tarea o recomendación queda, seguir fortaleciendo desde grados anteriores el manejo de problemas matemáticos, enfocados a la realidad, en donde los estudiantes puedan tomarla como soporte para otras materias y concebirlas como una construcción de la humanidad. En este sentido, hay que tratar que en el aula o fuera de ella, se pueda hacer relación de la matemática con aspectos conocidos para ellos, esto los motiva a seguir familiarizándose y produciendo conocimiento. Así mismo se recomienda que en el aula de clases juguemos con la imaginación del estudiante poniéndolos en situaciones reales sin dejar de lado la teoría previa.

Otra de las recomendaciones es que los estudiantes presentes, utilizando la relación de amistad que ellos tienen, puedan expresar su solución a cada problema a los demás compañeros argumentando por qué se considera correcta.

PREGUNTAS

- En el ambiente escolar surgen dificultades para que el practicante realice lo que se propuso en los cursos de práctica anteriores (práctica I y práctica II), pues muchas veces se presentan obstáculos que limitan al practicante a desempeñar lo ya planteado, en este sentido surge la pregunta.
  ¿Cuáles son las condiciones qué debe tener en cuenta el profesor titular y el practicante, en general cualquier maestro, para determinar la metodología que implementará en cada una de sus clases?

- El ámbito escolar está lleno de dificultades que aquejan a la mayoría de los estudiantes, es más común en los colegios públicos, pues las dificultades por las que ellos pasan pueden ser motivo de su difícil concentración en el aula, en este sentido ¿Qué estrategias se pueden implementar en las aulas de clase, donde se presentan estos casos, para permitirle al alumno permanecer dispuesto a desarrollar adecuados procesos de aprendizaje?

- La posibilidad de trabajar con los estudiantes de la Sede José Antonio Galán No. 1, permite al practicante llevar una relación de familia con cada estudiante, algo que permite la confianza y el respeto, de acuerdo a esto.
  ¿De qué manera las relaciones interpersonales, maestro – estudiante, estudiante – estudiante afectan los procesos de aprendizaje y de enseñanza de las matemáticas?

Bibliografía

Socarras, J. M. R. (2008). Problemas actuales de la enseñanza aprendizaje de la matemática. *Revista iberoamericana de educación*, *47*(3), 1-8.

Romo Pedraza, A. (2005). El enfoque sociocultural del aprendizaje de Vygotsky. Recuperado de *Monografías.com*.

Giraldo, C. Z., & Restrepo, G. D. S. G. (2014). María Zambrano: una nueva fenomenología acerca de la educación. *Praxis Filosófica Nueva Serie*, 193-208.

MEN, M. D. (2006). Estandares Básicos de Competencias en Matemáticas. *Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio*.

Sadovsky, P. (2005). La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, *5*, 13-66.

Ausubel, D. (1983). Teoría del aprendizaje significativo. *Fascículos de CEIF*, *1*, 1-10.

Piaget, J. (2006). El enfoque constructivista de Piaget. *La perspectiva constructivista*.

Caicedo, H. (2012). Neuroarendizaje. Bogotá: Ediciones de la U.

Ledesma-Ayora, M. (2014). Análisis de la teoría de Vygotsky para la reconstrucción de la inteligencia social.

Scherzer, G. R. A., Pérez, C. A., & López, B. J. (2010). *Matemáticas iii: geometría y trigonometría*. Recuperado de https://ebookcentral.proquest.com

Sullivan, J. (2006). *Álgebra y trigonometría*. Pearson Educación.

Acevedo, S. V., Valadez, S. M. A., & Vargas, B. E. (1999). *Geometría y trigonometría: matemáticas con aplicaciones 2*. Retrieved from https://ebookcentral.proquest.com

Castañeda, H. S. (2014). *Matemáticas fundamentales para estudiantes de ciencias*. Recuperado de https://ebookcentral.proquest.com

Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas/Introduction to study the theory of didactic situations: Didactico/Didactic to Algebra Study* (Vol. 7). Libros del Zorzal.

Figueroa, M., & Guzmán, R. (2001). *Geometría y trigonometría*. Recuperado de https://ebookcentral.proquest.com

Minguer, A. L. (2006). *Las situaciones didácticas, una propuesta para la formación de profesores de matemáticas: la experiencia en un curso-taller*. Recuperado de https://ebookcentral.proquest.com

Malisani, E. (1999). Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico. *Revista IRICE del Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación*, (13), 105-132.

Panizza, M. (2003). II Conceptos básicos de la teoría de situaciones didácticas. *Recuperado de: http://www. crecerysonreir. org/docs/matematicas_teorico. pdf*.

Chavarría, J. (2006). Teoría de las situaciones didácticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, (2).

Navarra, J. M. (2001). Didáctica: concepto, objeto y finalidades. In *Didáctica general para psicopedagogos* (pp. 25-60). Universidad Nacional de Educación a Distancia, UNED.