

**ANÁLISIS FRACTAL PARA LA SERIE DE TIEMPO DEL ÍNDICE SYM-H PARA
AÑOS DE ALTA ACTIVIDAD GEOMAGNÉTICA.**



VÍCTOR AUGUSTO SAMBONI BELTRÁN

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
POPAYÁN
2018

**ANÁLISIS FRACTAL PARA LA SERIE DE TIEMPO DEL ÍNDICE SYM-H PARA
AÑOS DE ALTA ACTIVIDAD GEOMAGNÉTICA.**

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO FÍSICO

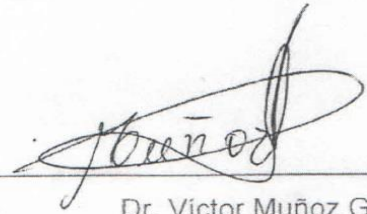
VÍCTOR AUGUSTO SAMBONI BELTRÁN

Director
Dr. **VÍCTOR MUÑOZ GÁLVEZ**

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
POPAYÁN
2018

Nota de aceptación

Director



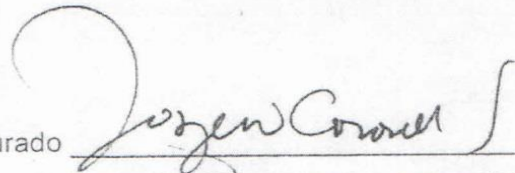
Dr. Víctor Muñoz Gálvez

Jurado



M.Sc. Luis Fernando Echeverri Echeverri

Jurado



M.Sc. Jorge Washington Coronel Garcia

Fecha y lugar de sustentación: Popayán, 24 de agosto de 2018

A mi familia y a Elizabeth.

Contenido

Índices de figuras	6
Índice de tablas.....	8
Resumen.....	9
Breve reseña histórica	10
Capítulo 1	12
1. Introducción al clima espacial.....	12
1.1. Modelos y conceptos	12
1.2. Ecuaciones MHD aplicadas al clima espacial.	13
1.3. Viento solar.....	17
1.4. Interacción del viento solar con la Tierra	19
1.4.1. Modelo campo magnético terrestre.	19
1,4,2 Magnetosheath.	20
1,4,3 Magnetopausa.	20
1.4.4. Magnetosfera.....	23
1.5. Tormentas magnéticas	26
1.5.1. Índices magnéticos.	28
Capítulo 2.....	29
2. Fractales en el clima espacial	29

2.1. Fractales.....	30
2.2. Fractalidad en plasmas espaciales.	35
2.3. Conclusiones importantes del capítulo.	36
Capítulo 3.....	37
3. Análisis fractal.....	37
3.1. Propósito del trabajo.	37
3.1.1. Objetivo general.....	38
3.1.2. Objetivos específicos	38
3.2. Metodología.....	38
3.3. Resultados.....	43
3.3.1. Tormentas magnéticas súper intensas	43
3.3.2. Comparación entre el índice Dst y SYM-H.....	52
3.3.3. Tormentas magnéticas intensas.....	55
3.3.4. Ventanas móviles sobre la serie de tiempo SYM-H	58
Capítulo 4.....	62
4. Conclusiones	62
Bibliografía	64

Índices de figuras

<i>Figura 1. Comparación entre un potencial de Coulumb y el efecto de apantallamiento generado por el efecto Debye</i>	14
<i>Figura 2. Parámetros de densidad y temperatura para diferentes tipos de plasma</i>	17
<i>Figura 3. Geometría del campo magnético interplanetario</i>	19
<i>Figura 4. Interacción del viento solar con el modelo dipolar del campo magnético terrestre</i>	21
<i>Figura 5. Movimiento de las partículas al ingresar a la magnetopausa</i>	22
<i>Figura 6. Ubicación de los diferentes tipos de plasmas en la magnetosfera</i>	23
<i>Figura 7. Ubicación de las diferentes corrientes que fluyen en la magnetosfera</i>	25
<i>Figura 8. Ubicación de los diferentes observatorios utilizados para la construcción del índice SYM-H</i>	29
<i>Figura 9. Método de “Box counting”</i>	31
<i>Figura 10. Conjunto de Cantor</i>	33
<i>Figura 11. Espectro de singularidades del conjunto de Cantor</i>	33
<i>Figura 12. Cantidad de tormentas magnéticas súper intensas para los ciclos solares 22 y 23</i>	39
<i>Figura 13. Scatter plot para una super intensa tormenta</i>	41
<i>Figura 14. Dimensión fractal D_0, D_1 y D_2 para eventos de calma y tormentas magnéticas súper intensas</i>	44
<i>Figura 15. Derivada de la dimensión D_0</i>	45
<i>Figura 16. Correlación entre la dimensión fractal y los eventos de calma y tormentas</i>	47
<i>Figura 17. Dimensión fractal D_0 para eventos de calma y tormenta en función del índice de muestreo</i>	48
<i>Figura 18. Comparación entre la dimensión fractal D_0 y parámetros del conjunto de Cantor</i>	52
<i>Figura 19. Espectro de dimensiones para un evento de tormenta magnética súper intensa</i>	51
<i>Figura 20. Comparación entre la dimensión fractal D_0 para eventos de tormenta y calma para el índice Dst y SYM-H</i>	53
<i>Figura 21. Diferencia entre la dimensión fractal D_0 para la series SYM-H y Dst</i>	54

<i>Figura 22. Dimensión fractal D_0, D_1 y D_2 para eventos de calma, tormentas magnéticas súper intensas y tormentas magnéticas intensas</i>	55
<i>Figura 23. Grado de multifractalidad para los eventos de calma, tormentas magnéticas súper e intensas</i>	56
<i>Figura 24. Promedio de la dimensión fractal D_0 para eventos de calma y tormentas magnéticas</i>	57
<i>Figura 25. Moving Windows para la serie SYM-H (I)</i>	58
<i>Figura 26. Correlación entre los valores mínimos, máximos y el promedio del índice SYM-Y con las dimensiones fractales (I)</i>	59
<i>Figura 27. Moving Windows para la serie SYM-H (II)</i>	60
<i>Figura 28. Correlación entre los valores mínimos, máximos y el promedio del índice SYM-Y y las dimensiones fractales (II)</i>	61

Índice de tablas

<i>Tabla 1. Propiedades del viento solar</i>	<i>18</i>
<i>Tabla 2. Fecha de tormentas magnéticas súper intensas.....</i>	<i>40</i>
<i>Tabla 3. Tamaño de ϵ</i>	<i>42</i>
<i>Tabla 4. Resultados de prueba t</i>	<i>47</i>
<i>Tabla 5. Parámetros conjunto del Cantor.....</i>	<i>50</i>

Resumen

La física del plasma siempre ha despertado un gran interés por parte de la comunidad científica, debido a su relación con el sistema solar y fenómenos astrofísicos. Actualmente su estudio desde la perspectiva de considerarlo como un sistema complejo ha sido de gran interés en las últimas décadas, debido a que está suministrando una nueva visión y devela posibles universalidades en la actividad geomagnética terrestre, física del viento solar, etc. Recientes trabajos han mostrado que diversos plasmas magnetizados pueden considerarse en un estado auto-organizado crítico como la magnetosfera, además de exhibir características complejas como fractalidad y multifractalidad.

En el capítulo 1, se hace una introducción del modelo MHD utilizado en el análisis del clima espacial. Además, de los diferentes tipos de fenómenos que ocurren tanto dentro como fuera de la magnetosfera.

En el capítulo 2, se presenta la conexión entre el clima espacial con el concepto de fractal. Asimismo, se presenta la técnica de box counting y su implementación en sistemas complejos.

En el capítulo 3, se muestran los objetivos del trabajo, así como los resultados conseguidos utilizando la técnica de análisis fractal a las series SYM-H y Dst. Además de la discusión de los resultados obtenidos.

En el capítulo 4, se presentan las conclusiones del trabajo.

Palabras claves: BOX COUNTING, CLIMA ESPACIAL, MAGNETOSFERA.

Breve reseña histórica

El ser humano a lo largo de su historia en el planeta Tierra ha presenciado cómo el clima espacial se muestra ante sus ojos con fenómenos como auroras boreales y tormentas magnéticas; estos eventos han despertado el interés de la humanidad a lo largo del tiempo y planteando un sin número de interrogantes como: ¿Qué causa estos fenómenos?, ¿qué efectos producen en el planeta Tierra?, ¿son periódicos?, ¿se pueden predecir? Para dar respuesta a muchas de estas interrogantes, muchos investigadores han trabajado en este tema como Dungey, quien fue uno de los primeros científicos en proponer un modelo en 1953, como el de Capman-Ferraro, una cavidad que envuelve al planeta; asimismo las primeras medidas *in situ* al plasma a gran altitud fueron hechas en 1959 y realizadas por Konstantin Gringauz y sus colaboradores en la URSS. Además, otros importantes científicos como D. L. Carpenter y Owen Story fueron responsables de varios descubrimientos; el primero de ellos fue responsable del descubrimiento de la pausa de plasma (Plasmapause); mientras que Owen fue el responsable de determinar la densidad y distribución del plasma que está inmerso en la esfera de plasma (plasmisphere) (Darrouzet, De Keyser, & Pierrard, 2009); estos científicos son una pequeña parte del gran grupo de investigadores que han dedicado sus vidas a investigar y entender el clima espacial. Al lado del trabajo desarrollado por estos científicos, también durante las décadas de los 50 y los 60 hubo grandes avances debido a la carrera espacial entre Estados Unidos y la Unión Soviética, donde se pusieron en órbita satélites artificiales con propósitos militares y científicos, generando que la investigación del clima espacial tuviera un gran avance, debido a que los métodos tradicionales de sondeo solo permitían llegar a zonas con altitudes inferiores a 1000 km; Estos avances permitieron el descubrimiento nuevos sectores que rodean a la Tierra; además, se identificaron

ciertas zonas que brindan protección al planeta como es el caso de la magnetopausa, Asimismo, se realizaron misiones espaciales en las que se enviaron satélites como LUNIK I y II, que fueron los primeros satélites cuyo objetivo fue tomar medidas de los límites de plasmasfera y plasmopause (Darrouzet et al., 2009).

Posteriormente hubo misiones como la Dynamics Explorer de origen estadounidense, diseñada para realizar medidas en la plasmasphere, además otra misión enviada al espacio fue Akebono por Japón, con el mismo propósito anteriormente mencionado. Hoy en día la investigación del clima espacial sigue siendo un tema de muy fuerte investigación a nivel mundial apoyada por satélites como Soho, Stereo, ISEE-3, etc. Al lado de estos satélites hay una gran cantidad de observatorios que miden la variación del campo magnético ubicado cerca de la línea ecuatorial, como otros que miden la intensidad y duración de las auroras boreales, ubicados cerca de los polos sur y norte. El resultado de estos esfuerzos por parte de países e investigadores ha permitido entender hasta cierto punto el intrincado y complejo comportamiento del clima espacial que nos rodea.

Capítulo 1

1. Introducción al clima espacial

1.1. Modelos y conceptos

Los modelos clásicos utilizados para poder acercarse a describir la dinámica del clima espacial abarcan desde las ecuaciones de Maxwell hasta suponer que el plasma se puede modelar como un gas ideal o un fluido; por este motivo las ecuaciones utilizadas para tal fin son llamadas ecuaciones magneto-hidrodinámicas (MHD) y son las siguientes:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{U} = S - L \quad \text{Ecuación de continuidad 1.1}$$

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \rho \vec{U} \cdot \nabla \vec{U} = -\nabla P + \vec{J} \times \vec{B} + \rho \vec{F} \quad \text{Ecuación de momentum 1.2}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{Ley de no monopolos magnéticos 1.3}$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} + \nabla \times \vec{E} = 0 \quad \text{Ley de Faraday 1.4}$$

$$\nabla \times \vec{E} + \vec{U} \times \vec{B} = \eta \vec{J} \quad \text{Ley de Ohm 1.5}$$

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{B} \quad \text{Ley de Ampere no relativista 1.6}$$

En las anteriores ecuaciones hay inmersos una serie de vectores que representan: \vec{U} la velocidad, \vec{E} el campo eléctrico, \vec{B} el campo magnético, \vec{F} la fuerza de gravedad y \vec{J} la corriente; así mismo, hay una serie de funciones que son representan: P la presión, ρ la densidad del sistema y η la resistividad. Para aplicar este sistema de ecuaciones se parte de una serie de suposiciones como que el sistema no es relativista, no hay efectos de disipación en particular el

generado por calentamiento por conducción y se supone que el sistema es localmente cerrado o está en un equilibrio termodinámico donde sus cambios de estados son adiabáticos, además que el plasma se puede modelar como un fluido (Grossman, Papadopoulos, & Schindler, 1993).

1.2. Ecuaciones MHD aplicadas al clima espacial.

Por tal motivo, uno de los primeros supuestos que se hacen es que el plasma está compuesto tanto de electrones como protones, de modo que globalmente es un sistema neutro. Esto es posible debido a que los campos eléctricos internos son fuertemente disminuidos gracias al apantallamiento de Debye. Para entenderlo, consideremos el potencial eléctrico generado por un grupo de partículas como electrones e iones, etc . Uno de los primeros pasos es proponer que los electrones pueden verse atraídos por los iones y alterar la distribución de partículas que conforman el elemento de volumen analizado, generando una polarización que produce como consecuencia un blindaje alrededor del ión; los electrones que están rodeando al ión repelen los iones circundantes. Como los iones tienen una masa mayor que la de los electrones su respuesta a esta fuerza de repulsión es pequeña y lenta; este blindaje producido tiene una longitud característica que depende tanto de la temperatura a la cual se encuentra el plasma como de la densidad de partículas. El comportamiento generado trae como resultado que los potenciales electrostáticos decaigan más rápido que $1/r$ y tengan una menor distancia de acción (ver figura 1); esta distancia de acción es conocida como longitud de Debye (λ_D) y es de gran utilidad porque permite clasificar los tipos de plasma en función de la densidad de partículas.

$$\phi_t = \frac{q_t e^{\left(\frac{-r}{\lambda_D}\right)}}{4\pi\epsilon_0 r} \quad \text{Potencial alrededor de la partícula} \quad 1.7$$

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T}{n e^2}} \quad \text{Longitud de Debye 1.8}$$

La función 1,7 determina el decaimiento del potencial para una partícula q_t en función de la distancia r , la constante permitividad ϵ_0 y la longitud de Debye λ_D . Mientras, la función 1.8 depende de la constante de Boltzmann k , la temperatura T , la carga del electrón e y la densidad de electrones n . En un espacio de tres dimensiones la longitud de Debye corresponde al radio de una esfera que es llamada esfera de Debye y encierra un determinado número de partículas. si hay un número suficiente de partículas en el interior de esta esfera se produce un apantallamiento efectivo (ver figura 1), permitiendo aproximar el plasma como un fluido lo que permite utilizar las ecuaciones de MHD en su estudio. Sin embargo, si la cantidad de partículas es pequeña el apantallamiento efectivo es despreciable y el potencial que perciben las partículas es el Coulombiano, no pudiéndose realizar la aproximación a un fluido.

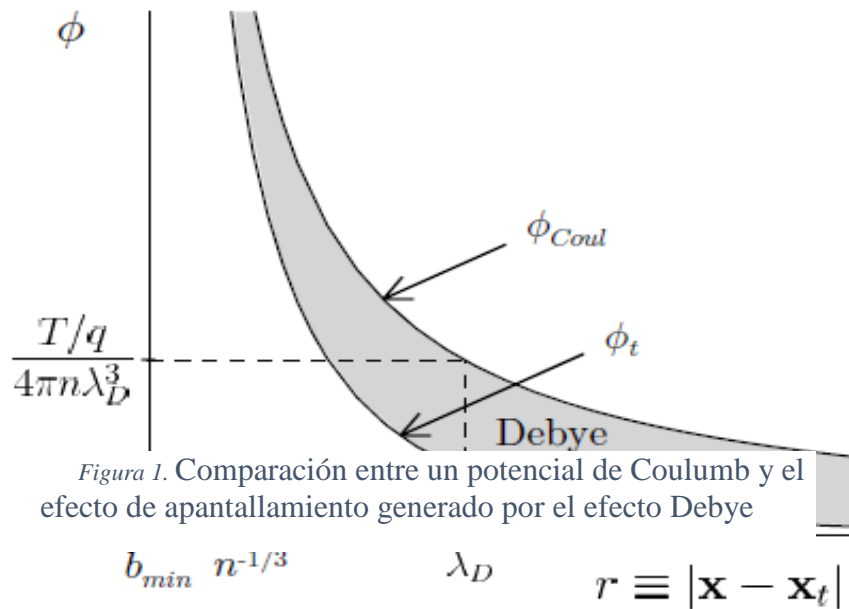


Figura 1. Comparación entre un potencial de Coulomb ϕ_{Coul} y potencial ϕ_t que depende de la longitud de Debye. La región sombreada corresponde al apantallamiento generado por el efecto Debye. Tomado de: (Callen, 2003)

Cuando aplicamos las ecuaciones de MHD al clima espacial uno de los primeros fenómenos que se analizan es el viento solar, con miras a determinar cómo se genera en el sol y su comportamiento en el medio interplanetario; para tal fin se realizan una serie de suposiciones con el objetivo de obtener ecuaciones sencillas que faciliten y reduzcan la cantidad de incógnitas. Por tal motivo uno de los primeros supuestos que se hacen es que el plasma que compone el viento solar se puede modelar como un gas ionizado con igual proporción tanto de electrones como protones. Siguiendo esta suposición y aplicando una propiedad bien conocida de los gases, donde la presión total que se ejerce en una mezcla es la suma de presiones parciales de cada gas, se obtiene la presión

$$P = k(n_e T_e + n_p T_p), \text{ y} \quad 1.9$$

donde n_e es la densidad de electrones, n_p es la densidad de protones, k la constante de Boltzmann, y T_e como T_p son la temperatura de electrones y protones, respectivamente; cuando se desea determinar la velocidad \vec{U} de este gas ionizado uno de los supuestos es atribuirle una distribución Maxwelliana, donde cada partícula tiene su propia velocidad, de acuerdo a cierta distribución de probabilidad $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$, que puede depender, en general, de la posición, la velocidad y el tiempo. Se puede, sin embargo, asociar una velocidad al fluido promediado sobre dicha distribución,

$$\vec{U} = \frac{\int \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}}{\int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}} \quad 1.10$$

La velocidad hallada mide la rapidez global con que se mueve el conjunto de partículas que componen el gas; en cuanto a f es una función de distribución y \vec{v} es la velocidad individual de cada partícula. Otra herramienta utilizada con el propósito de obtener información es el potencial electrostático generado por un grupo de partículas como electrones e iones

Debido a que la densidad y temperatura del plasma espacial que compone el viento solar son pequeñas (ver figura 2), los choques entre iones y electrones son muy poco frecuentes, permitiendo considerar este plasma como un plasma no colisional.

.

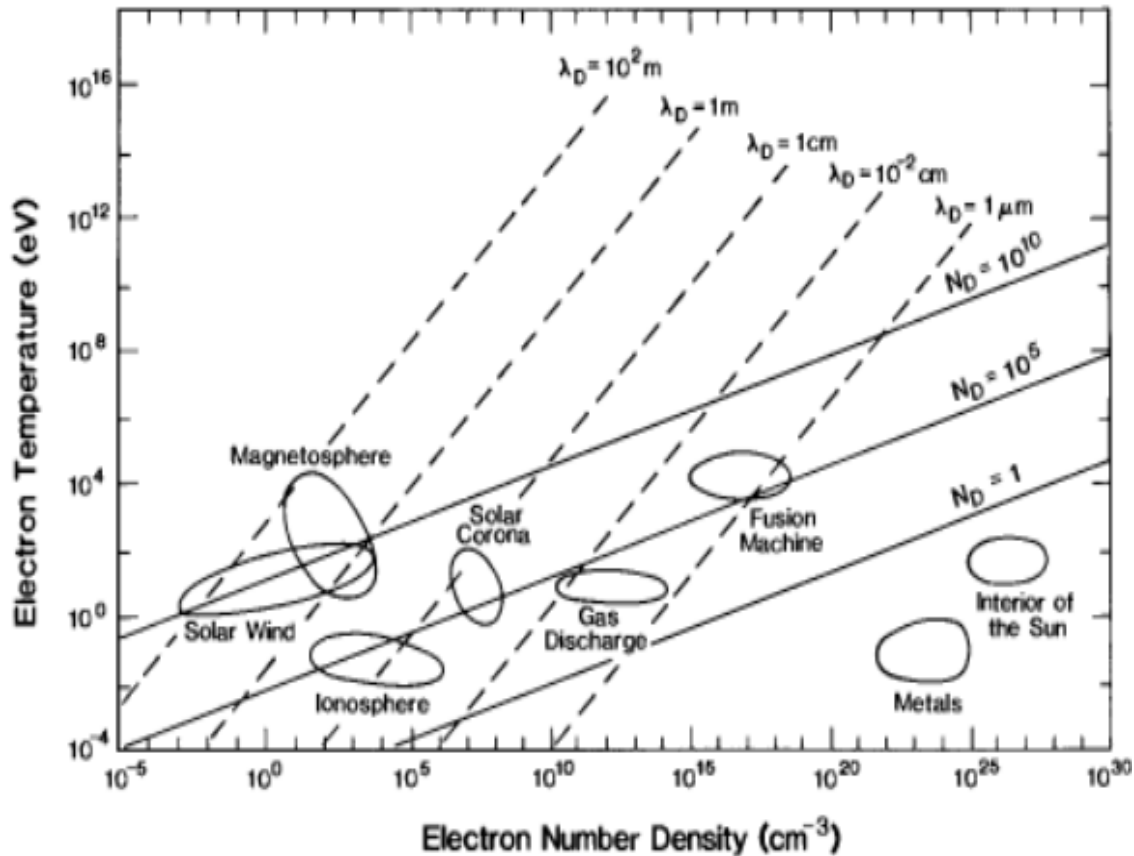


Figura 2. Parámetros de densidad y temperatura para diferentes tipos de plasmas como espaciales y de laboratorios, donde las líneas punteadas corresponden a los valores de la longitud de Debye; las líneas continuas indican el número de partículas al interior de diferentes esferas de Debye. Tomado de: (Kilveson, 1995).

1.3. Viento solar

El viento solar es un flujo de plasma ionizado producido por la eyección de materia por parte del sol al espacio exterior. Esta materia sale expulsada debido a un desbalance de presiones existente entre la corona solar y la heliosfera. La fuerza producida por este desbalance es tan fuerte que logra alcanzar velocidades alrededor de 300 km/s a 1000 km/s; este plasma está

conformado por iones en su mayoría de hidrógeno y helio, también, se encuentran protones y electrones en similar proporción (ver Tabla 1). Conforme se aleja del sol su densidad disminuye debido a la expansión que experimenta (Hundhausen, 1995).

Asociado a este plasma se encuentra un campo magnético conocido como campo magnético interplanetario IMF (Interplanetary Magnetic Field), que debido a la rotación angular del Sol las líneas de este campo magnético toman la forma de una espiral ver figurar (3.a); estas líneas siguen al viento solar por la baja resistividad que ofrece el plasma. Además, el IMF tiene una orientación tendiendo a ser paralela al plano elíptico del sol. Esta inclinación genera un ángulo finito ϕ^{IMF} respecto al plano ecuatorial siendo aproximadamente de 45 grados a 1AU.

Las líneas de campo magnético sufren compresiones en determinados sitios como rarefacciones generado por la inclinación del campo magnético. También se genera una acumulación de materia en estas zonas debido a la anisotropía que gobierna la velocidad de expulsión de materia por parte del Sol, (ver figura 3.b).

Tabla 1
Propiedades del viento solar (1 UA)

Propiedades	Valores
Densidad de protones	6.6 cm^{-3}
Densidad de electrones	7.1 cm^{-3}
Densidad He^{+2}	0.25 cm^{-3}
Velocidad de flujo	450 Km.s^{-1}
Temperatura protón	$1.2 \times 10^{-5} \text{ K}$
Temperatura electrón	$1.4 \times 10^5 \text{ K}$
Campo magnético (inducción)	$7 \times 10^{-9} \text{ tesla (T)}$

Fuente: (Hundhausen, 1995)

En estos sectores de alta compresión de las líneas magnéticas puede ocurrir un fenómeno de reconexión de las líneas magnéticas, generando una liberación de energía que se transforma en un calentamiento y aceleración de la materia que se encuentra en estos sitios,

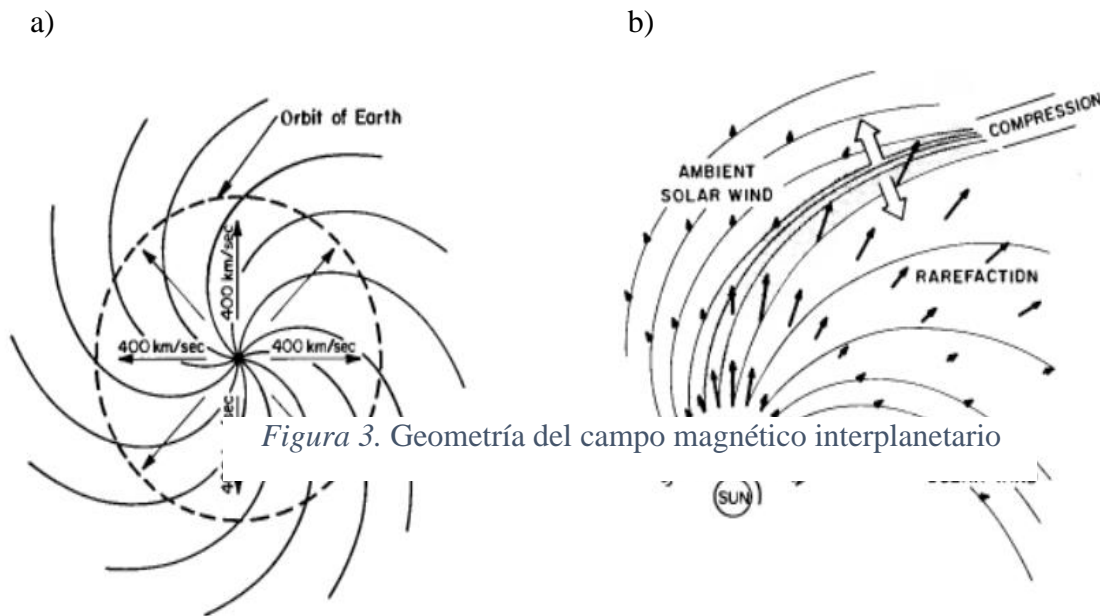


Figura 3. Geometría del campo magnético interplanetario

Figura 3. Izquierda: Geometría del IMF para una velocidad de 400 km/s. Derecha: Distribución de las líneas de campo magnético para una velocidad de expulsión anisotrópica. Tomado de: (Hundhausen, 1995).

1.4. Interacción del viento solar con la Tierra

El viento solar en su recorrido por el sistema solar interactúa con los planetas, satélites naturales y artificiales y los campos magnéticos generados por estos planetas; generando fenómenos tan vistosos como son las auroras boreales. Además, la energía cinética con la que cuenta el viento solar es capaz de comprimir estos campos magnéticos.

1.4.1. Modelo campo magnético terrestre.

El campo magnético terrestre es generado en el núcleo del planeta Tierra y este puede ser descrito como el gradiente del potencial escalar $\vec{B}_T = -\nabla\phi$; uno de los mejores modelos que se

ajustan a la geometría del campo magnético terrestre (para distancias $\sim 5Re$ donde Re corresponde al radio de la Tierra) es:

$$\phi(r, \theta, \varphi, t) = Re \sum_{n=1}^N \left(\frac{Re}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^n [g(t)_n^m \cos(m\varphi) + h(t)_n^m \sin(m\varphi)] P_n^m \cos(\theta) \quad 1.12$$

Los coeficientes $g(t)_n^m$ y $h(t)_n^m$ son elegidos con el objetivo de ajustar el modelo teórico con las observaciones experimentales (IAGA Working Group V-MOD: Finlay, 2010); además, tiene un momento dipolar el cual está desviado alrededor de 11 grados respecto al eje de rotación del planeta Tierra y tiene un valor de $8 \times 10^{15} \text{ Tm}^{-3}$ (Walker & Russell, 1995). Para valores superiores a $5Re$ un modelo muy usado es el de Tsyganenko, que toma en cuenta las afectaciones sufridas por el campo magnético terrestre a causa de los campos magnéticos producidos por la corriente de anillo, corrientes en la magnetopausa, corrientes en la cola magnética, la compresión ejercida por el viento solar y las perturbaciones ejercidas por el IMF (Tsyganenko, 2002).

1,4,2 Magnetosheath.

Es una capa ubicada entre la onda de choque producida por el viento solar y la magnetosfera terrestre, siendo formada por plasma desacelerado y deflactado del viento, con una pequeña contribución del plasma de la magnetosfera.

1,4,3 Magnetopausa.

La magnetopausa es un sector generado por la interacción del plasma que trae consigo el viento solar y el plasma ubicado en la magnetosfera terrestre, dando origen a una capa de separación entre estos dos medios. Además, el viento solar tiene una masa y un momentum que al

chocar contra la magnetosfera le transmite energía, generando una fuerza de compresión que actúa en la magnetosfera en el lado diurno del planeta Tierra; así mismo, provoca un estiramiento de las líneas del campo magnético en el lado nocturno.

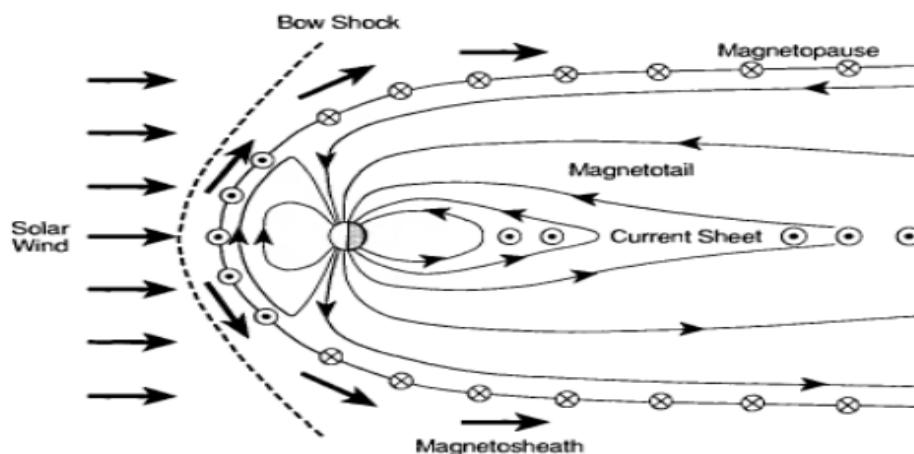


Figura 4. Interacción del viento solar con el campo magnético terrestre y los efectos de compresión de la magnetosfera en el lado diurno y estiramiento de las líneas del campo magnético en el lado nocturno. También se puede apreciar la corriente de capa generada en la magnetopausa. Tomado de: (Hughes, 1995).

La magnetopausa es un sector donde existe un balance de fuerzas provocado por dos gradientes de presión, el primero de ellos está ubicado en el lado interno de la magnetopausa y es causado por el campo magnético de la magnetosfera y el plasma que se encuentra ubicado en este sector, el cual está compuesto principalmente por iones de oxígeno e hidrógeno (O^+ , O^{++} , N^+ y O_2^+) de origen ionosférico; su fuerza apunta hacia el exterior de la magnetosfera; mientras el otro gradiente es provocado por el plasma que se encuentra en la magnetosheath y que está integrado por iones de helio (He^{++}) provenientes del viento solar; la fuerza provocada por este campo magnético apunta hacia el interior de la magnetosfera; el flujo de iones y electrones que incide en la superficie de la magnetopausa es tangencial y produce un tipo de corriente

denominada corriente de capa (Walker & Russell, 1995), (Eastman & Christon, 1995), ver figura 4.

Uno de los modelos más simples que explica la corriente de capa se basa en utilizar la fuerza de Lorentz $\vec{F} = \vec{v} \times \vec{B}$ que es ejercida por el campo magnético terrestre sobre los electrones, protones e iones que se encuentran en el viento solar, al momento de ingresar a la magnetopausa. Esta fuerza provoca que estas partículas sean repelidas y giren en una determinada dirección dependiendo del signo de la carga. Este radio de giro depende de la masa y velocidad de la partícula (Hughes, 1995), (Russell, 1995), como se muestra en la figura 5.

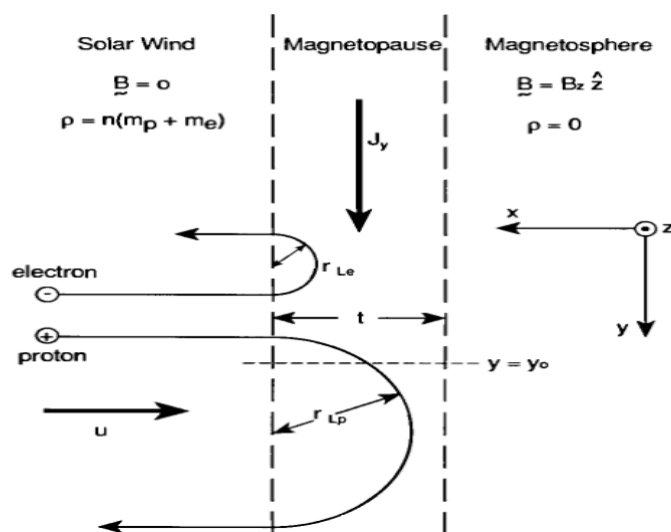


Figura 5. Movimiento de las partículas al ingresar a la magnetopausa. Tomado de: (Hughes, 1995).

La corriente de capa toma gran relevancia cuando la dinámica del viento solar aumenta, causando que la intensidad de esta corriente crezca y a su vez perturbe el campo magnético terrestre, debido a que la magnetosfera sufre una mayor compresión cuando suceden estos

eventos. Otro fenómeno de gran relevancia que sucede en la magnetopausa en el lado diurno del planeta Tierra es la reconexión magnética sufrida por las líneas del campo magnético terrestre y las líneas del IMF, esto produce que las partículas que se encuentran atrapadas en las líneas del IMF ingresen a la magnetosfera (Sonnerup, 1995), (Fuselier, 1995).

1.4.4. Magnetosfera.

La magnetosfera es una cavidad generada por el choque del viento solar con el campo magnético del planeta Tierra. Esta cavidad está envuelta por la magnetopausa y es una región dominada por el campo magnético terrestre, la cual está poblada por partículas como iones y electrones, donde su movimiento es influenciado por campos eléctricos y magnéticos cercanos. Esta población de iones y electrones forman determinados tipos de plasmas en ciertos sectores de la magnetosfera, donde su densidad y temperatura varían según su ubicación. Además estas partículas están en constante movimiento generando corrientes eléctricas que logran perturbar el campo magnético terrestre (Jordanava, 2005).

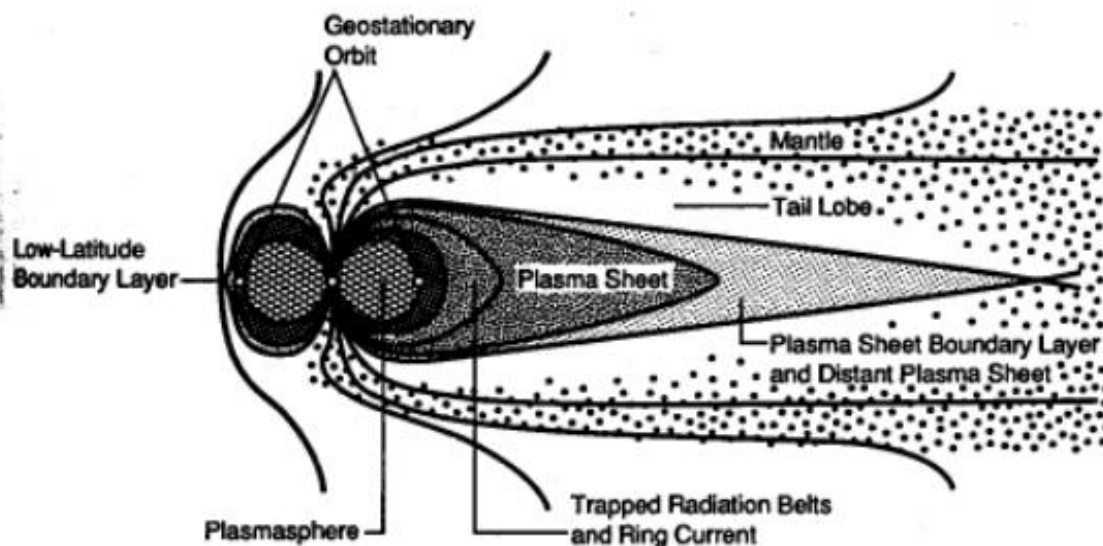


Figura 6. Ubicación de los diferentes tipos de plasmas en la magnetosfera en un corte transversal y perpendicular del plano ecuatorial. Tomado de: (Wolf, 1995).

Los diferentes tipos de plasmas que podemos encontrar en la magnetosfera se pueden observar en la figura 6 donde se muestra un corte transversal y perpendicular del plano ecuatorial ubicando los diferentes sitios donde se pueden encontrar diferentes tipos de plasmas según (Wolf, 1995):

Cola de lóbulos.

Son dos estelas de plasma que están ubicadas en los polos sur y norte de la Tierra donde la densidad del plasma es baja, trayendo dificultades en su detección. Iones fríos son observados fluir desde la Tierra, sugiriendo una composición de este plasma de origen ionosférico.

Plasma sheet limitando con la capa.

Es un sector que se encuentra ubicado entre las dos colas magnéticas producidas por los lóbulos de la Tierra y el plasma central de sheet. Las partículas son una mixtura de origen ionosférico y espacial con una distribución anisotrópica, (Eastman & Frank, 1984).

Plasma sheet.

Es una hoja de plasma ubicada en el lado nocturno del planeta Tierra y en el plano ecuatorial. Las partículas que componen el plasma son de origen ionosférico y espacial, sus concentraciones son afectadas por eventos de actividad y calma del clima espacial.

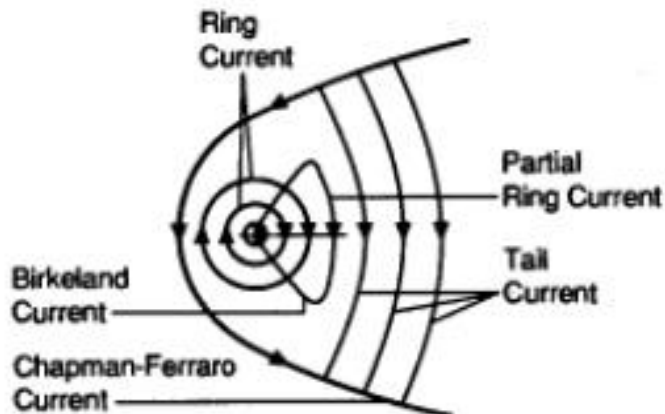


Figura 7. Ubicación de las diferentes corrientes que fluyen en la magnetosfera en un plano ecuatorial del planeta Tierra. Tomado de: (Wolf, 1995).

Se debe agregar que las principales corrientes eléctricas que fluyen en los sectores de plasma explicados anteriormente se observan en la figura 7, donde se muestran en un plano ecuatorial de la magnetosfera y siendo las siguientes:

Corriente de anillo.

Esta ubicada alrededor del planeta Tierra y más específicamente en el plano ecuatorial, formando círculos concéntricos alrededor del planeta que fluyen hacia el oeste; además, esta corriente es alimentada por partículas provenientes tanto de la ionosfera como del viento solar. Su tamaño se ve afectado por eventos de alta actividad solar.

Corriente de cola.

Ubicada en la parte central en la cola de la magnetosfera, siendo alimentada con partículas provenientes del plasma central y ensanchando su tamaño para eventos donde aumenta la intensidad del viento solar, como también viéndose afectada por procesos de reconexión de las

líneas del campo magnético terrestre y del IMF producido en la magnetopausa y en la cola de la magnetosfera.

Corriente parcial de anillo.

Esta corriente fluye parcialmente alrededor de la Tierra y medianamente en la magnetosfera.

Corriente de Birkeland.

Cumple el propósito de conectar la corriente parcial de anillo con la ionosfera y además une la cola de la magnetosfera y la capa límite de la magnetopausa.

Corriente de Chapman-Ferraro.

Se encuentra en la magnetopausa en medio del viento solar y la magnetosfera, es alimentada por partículas que se encuentran en el viento solar; toma gran importancia para eventos de alta actividad solar debido a la compresión que sufre la magnetosfera, generando que su campo magnético sea percibido en el planeta Tierra.

1.5. Tormentas magnéticas

Las tormentas magnéticas son alteraciones del campo magnético terrestre que se manifiestan como una disminución en su valor. Esto es generado por campos magnéticos producidos por las corrientes eléctricas de anillo, Birkeland, Chapman-Ferraro, corriente parcial de anillo y corriente de cola; donde sus campos magnéticos son opuestos al de la Tierra, además, se debe tener en cuenta que el IMF algunas veces contribuye a la disminución del campo magnético terrestre, debido a tener una orientación opuesta (Gonzalez, et al, 1994).

Los principales eventos que contribuyen a aumentar el tamaño de estas corrientes según (Gonzalez, Echer, Tsurutani, Clúa de Gonzalez, & Lago, 2011) son provocados por:

ICMEs (Interplanetary Coronal Mass Ejections).

Es un evento caracterizado por la expulsión de plasma de la corona solar al espacio exterior a gran velocidad.

CIR (Corotating Interaction Region).

Esto es generado por ICMs debido a la gran velocidad con que se desplaza por el espacio, provocando que el plasma que viaja a menor velocidad sea comprimido formando tubos de plasma.

MC (Magnetic Cloud).

Son una especie de nubes magnéticas que se desplazan a gran velocidad y donde la orientación del campo magnético cambia constantemente. Son generadas por ICMs.

SBC (Sector Boundary Crossing).

Es producido por nubes de MC cuando son comprimidas por un choque y su campo magnético es invertido; estos choques son influenciados tanto por la forma que tiene el viento solar que se asemeja a una espiral como por la inclinación que tiene esta respecto al plano ecuatorial del sol.

Sh (Sheet field).

Es una hoja de plasma que tiene un campo magnético inmerso con una determinada orientación.

Sh+MC (Sheet field + Magnetic Cloud).

Es un fenómeno en el cual se une un Sh que tiene un campo magnético con una orientación hacia el sur, seguido de una nube MC.

Una de las corrientes que principalmente contribuye a disminuir la intensidad del campo magnético terrestre es la de anillo. Esta aumenta su intensidad y tamaño debido a tormentas solares que provocan la aparición de los eventos anteriormente mencionados, donde se produce una gran expulsión de materia por parte del Sol al espacio exterior, propagándose hasta interactuar con la magnetosfera; se debe agregar que esta materia eyectada genera compresiones y procesos de reconexión en la magnetopausa. Así mismo ingresan iones, electrones y protones al interior de la magnetosfera.

1.5.1. Índices magnéticos.

Para monitorear la evolución temporal de las tormentas magnéticas se utiliza una serie de índices magnéticos como AU, AE, Dst y SYM-H. Estos índices registran el descenso del campo magnético de Tierra causado principalmente por la corriente de anillo. Los índices Dst y SYM-H son construidos a través de los datos registrados por diferentes magnetómetros ubicados cerca de la línea ecuatorial de la Tierra; en el caso del índice SYM-H que mide la variación del campo magnético horizontal se utilizan las estaciones mostradas en la figura 8, utilizando solo los datos

de 6 estaciones para el cálculo, mientras las restantes estaciones se utilizan como respaldo. Para obtener el índice SYM-H primero se procede a realizar un promedio con los 5 días de mayor calma del campo magnético terrestre durante un mes, para posteriormente restarlo a los datos obtenidos para cada observatorio. Luego se pasa a un sistema de coordenadas dipolar y se obtiene la componente longitudinal simétrica del campo y por último, se promedian los distintos valores obtenidos por las diferentes estaciones (Service, 2010).

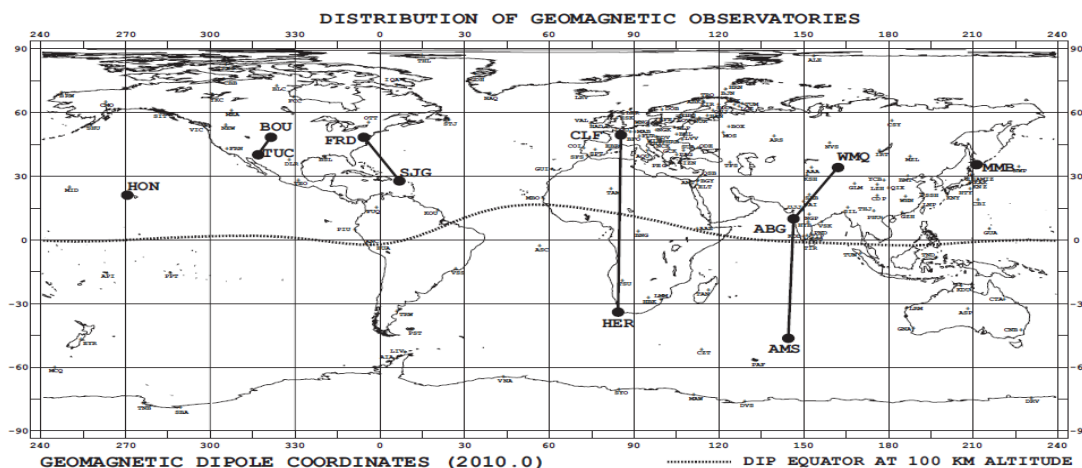


Figura 8. Ubicación de los diferentes observatorios utilizados para la construcción del índice SYM-H. Tomado de (Service, 2010).

Capítulo 2

2. Fractales en el clima espacial

En vista de la complejidad que reina la interacción del viento solar con el campo magnético terrestre, uno de los caminos que sea planteado en las últimas cuatro décadas es la de abordar este fenómeno desde una perspectiva de sistemas complejos, debido a que investigaciones realizadas con plasmas magnetizados por (Valdivia, et al, 2005), (Chang T, 1999), (Macek, 2010) han mostrado que la magnetosfera presenta estados de auto organización y características

complejas como fractalidad y multifractalidad. Por tal motivo surge la necesidad de realizar estudios basados en fractales para investigar el clima espacial.

2.1. Fractales

Un fractal es un objeto que tiene autosimilaridad, esto quiere decir que si tomamos una porción pequeña del objeto en esta porción volvemos a encontrar al objeto original. Los objetos que cumplen esta condición a cualquier escala son llamados monofractales. Bajo una definición matemática un fractal es aquel que tiene una dimensión de Hausdorff D_H que es mayor que la dimensión topológica D_T , (Mandelbrot, 1997); $D_H > D_T$ donde D_T es siempre un número entero, mientras D_H puede ser un número entero o irracional. Existen diversas definiciones de la dimensión de un fractal, además de la de Hausdorff, y una especialmente sencilla de calcular es la de box counting.

Box counting.

El método de “Box counting” se basa en cubrir el objeto analizado con cajas o cubos y se cuenta la cantidad de cajas necesarias para cubrir el objeto. Además, se hace tender a cero el tamaño de las cajas. Cuando la arista es cercana a cero, el número $N(\varepsilon)$ de cajas necesarias para cubrir el objeto es

$$N(\varepsilon) \sim \varepsilon^{D_F},$$

donde D_F es la dimensión box counting, que cumple $D_T < D_F \leq D_H$.

En la práctica, dado un conjunto de puntos, se cubre con cajas de arista ε , se hace tender ε a cero y se calcula $\log N(\varepsilon)$ como función de $\log(\varepsilon)$, encontrándose una región en que dicha

pendiente es lineal. La pendiente de dicha recta es la dimensión fractal de box counting del objeto (Solé & Manrubia, 2000), (ver figura 9).

$$D_F = -\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log N(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)} \quad \text{Dimensión Box counting 2.1}$$

Donde $N(\varepsilon)$ es la cantidad de cajas de tamaño ε necesarias para cubrir el objeto y donde

$$D_T < D_F \leq D_H ,$$

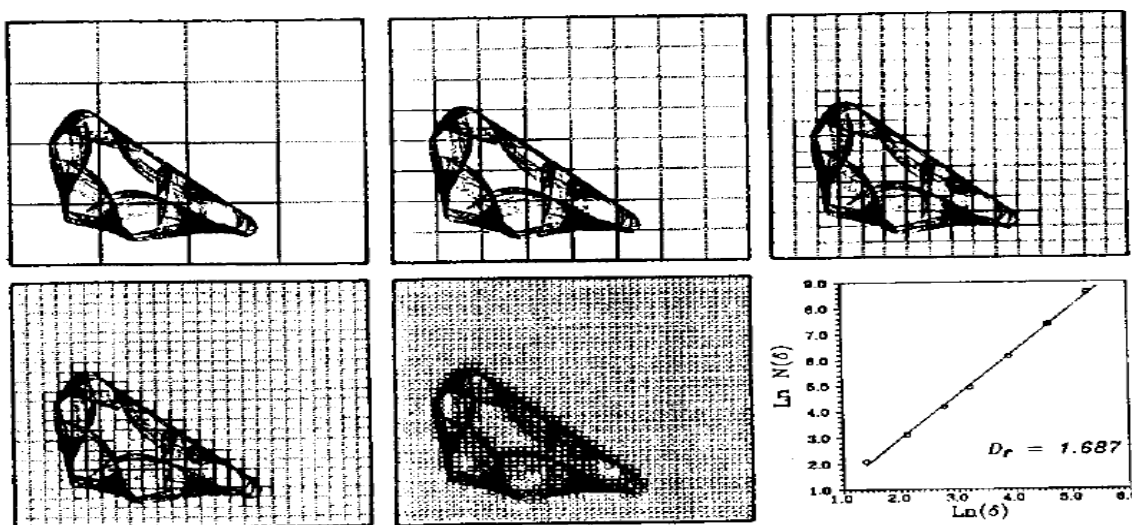


Figura 9. Método de “Box counting” aplicado a un extraño atractor de Lotka -Volterra para el cálculo de la dimensión D_F . Tomado de (Solé & Manrubia, 2000).

Espectro de dimensiones.

Este método es utilizado cuando el objeto analizado no es un monofractal sino un multifractal. Por tal motivo, distintas medidas de su dimensión fractal pueden dar distintos resultados. El espectro de dimensiones se puede calcular a partir de la entropía de Renyi. Su autosimilaridad no es tan clara implicando que las medidas hechas de su dimensión fractal en diferentes sitios arrojen diferentes valores para el objeto; este método se apoya en la entropía de Renyi (Halsey,

Jensen, Kadanoff, Procaccia, & Sharaiman, 1986), usando el método de box counting. En este caso, no se considera el número de cajas que cubren el objeto, sino el número de puntos del objeto contenidos en cada caja. Así, se obtiene

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \sum_{i=1}^n p_i^q}{\log \varepsilon}, \quad \text{Espectro de dimensiones}$$

2.2

donde $-\infty < q < \infty$ y $p_i = \frac{N(\varepsilon)}{N_T}$ siendo $N(\varepsilon)$ la cantidad de puntos en la caja de tamaño ε y N_T la cantidad de puntos del objeto. De este espectro de dimensión genera especial interés ciertas dimensiones como D_0 que corresponde a la dimensión fractal de box counting, D_1 la dimensión de información o mejor conocida como entropía de Shannon, D_2 dimensión de correlación y $D_{-\infty}$ que corresponde a la máxima entropía del objeto o donde la medida es más rarificada, mientras D_{∞} hace mención a la menor entropía o donde la medida es más concentrada (ver figura 10,b), (Halsey, et al, 1986) .

Uno de los espectros de dimensiones más estudiados es el obtenido a través del conjunto de Cantor para segmentos de tamaño diferente (Halsey, et al, 1986). Este conjunto de Cantor difiere del conjunto de Cantor simétrico en los siguientes pasos. En el conjunto de Cantor simétrico un segmento de longitud l es dividido en tres partes iguales, tomando solo dos partes y descartando la parte media. En el conjunto de Cantor no simétrico se divide en tres partes diferentes, de longitudes l_1 y l_2 y con ciertos pesos p_1 y p_2 , debiendo cumplir que $p_2 + p_1 = 1$, de modo que tiene el sentido de probabilidades. Se puede demostrar que la dimensión multifractal D_q se relaciona con las probabilidades y longitudes del conjunto de Cantor asimétrico en la forma:

$$p_1^q l_1^{(1-q)D_q} + p_2^q l_2^{(1-q)D_q} = 1. \quad 2.3$$

Un usual caso de esta función es $l_2 = l_1$, el cual corresponde al conjunto de Cantor simétrico (Halsey, otros, 1986). Podemos tomar un caso específico donde $l_2 > l_1$, para $l_2 = 0,4$, $l_1 = 0,25$ y $p_2 = 0,4$ obteniendo el conjunto de Cantor que se muestra en la figura 10,a (Halsey, otros, 1986).

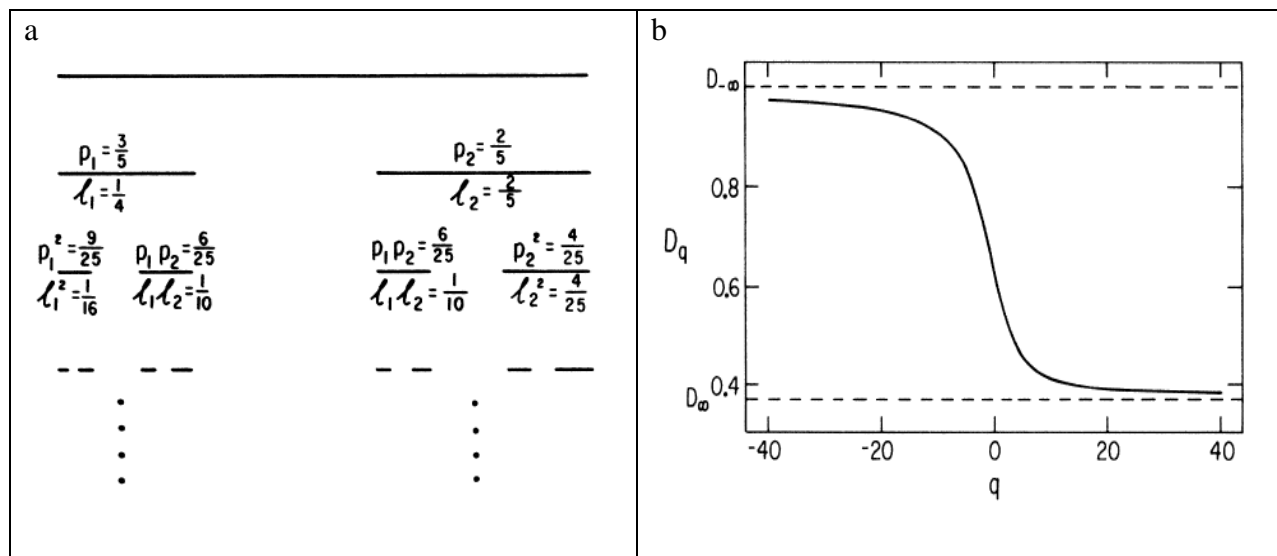


Figura 10. a) Conjunto de Cantor b) espectro de dimensiones del conjunto del Cantor. Tomado (Halsey, et al, 1986).

Estos diferentes conjuntos de Cantor asimétricos que se pueden obtener variando esta serie de parámetros, tienen especial relevancia debido a que son utilizados en modelos propuestos del viento solar y terremotos, (Macek, 2010), (Vörös, Jankaviová, & Kovács, 2002), (Pastén, Muñoz, Cisternas, Rogan, & Valdivia, 2011); donde son utilizados con el propósito de extrapolar los datos para valores de $q < 0$, debido a que para datos experimentales los errores en el espectro de dimensiones para $q < 0$ son muy grandes.

Otro parámetro muy importante utilizado en análisis fractal es el grado de multifractalidad. Este es construido por medio del espectro de singularidad, que es la transformada de Legendre del espectro de dimensiones (ecuación 2.3) (Halsey, et al, 1986)

$$\alpha = \frac{\partial}{\partial q} ((q - 1)D_q) , f(\alpha) = q\alpha - (q - 1)D_q, \quad 2.4$$

donde D_q corresponde al espectro de dimensiones y $f(\alpha)$ es la función de espectro de singularidades, que refleja las diferentes dimensiones y se asemeja en la mayoría de los casos a una parábola (ver figura 11). La función $f(\alpha)$ tiene unas importantes propiedades cuando α toma unos determinados valores. Cuando $\alpha = 0$ la función $f(\alpha)$ evaluada en este valor coincide con la dimensión de Box counting $f(0) = D_F$. Mientras que cuando $\alpha = 1$ la función $f(\alpha)$ es igual a la dimensión de información o entropía de Shannon $f(1) = D_1$. Además cuando $f(\alpha) = 0$ para algunos valores de α , la función $f(\alpha)$ es igual a las dimensión $D_{-\infty}$ y $D_{+\infty}$.

Entonces para determinar el grado de multifractalidad simplemente se realiza una resta entre las dimensiones $D_{-\infty}$ y $D_{+\infty}$, lo cual mide el grado de multifractalidad del fractal o del objeto analizado

$$\Delta D = D_{-\infty} - D_{+\infty} = \alpha_n - \alpha_m, \quad 2.5$$

donde ΔD corresponde al grado de multifractalidad. Debido a que a la función $f(\alpha)$ tiende con gran rapidez a cero, resulta útil calcularla los valores de α_m y α_n para poder determinar el grado de multifractalidad.

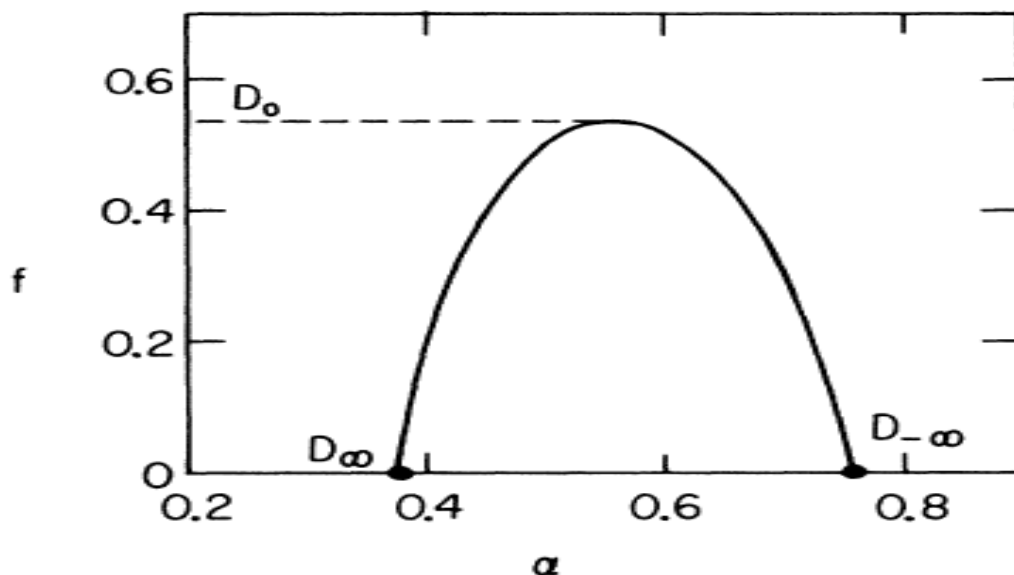


Figura 11. Espectro de singularidades para el conjunto de Cantor de la Fig 10. Tomado (Halsey, et al, 1986).

2.2. Fractalidad en plasmas espaciales.

Uno de los modelos planteados donde se aborda la temática de la complejidad del clima espacial desde el punto de vista de los fractales es propuesto por Chang (Chang T, 1999) y continuado en (Chang, et al, 2010), donde se propone que los procesos de reconexión y turbulencia producidos en la cola magnética pueden ser analizados desde la perspectiva de los fractales y los multifractales. Su propuesta es que en la cola de la magnetósfera la interacción entre las ondas induce fenómenos de reconexión magnética, que dan origen a estructuras coherentes de distintos tamaños. Otros trabajos de investigación que siguen esta línea son propuestos por Valdivia y Klimas y sus colaboradores (Valdivia, y otros), (Valdivia, Sharman, & Papadopoulos), (Klimas, et al, 2000) donde se resalta que las subtormentas magnéticas pueden ser causadas por estos procesos de reconexión y aceleración en la cola magnética. Del mismo modo, se han realizado investigaciones encaminadas a la posibilidad de predicción de las

tormentas magnéticas a través del análisis fractal de las series temporales de índices magnéticos como el Dst (Dominguez, Muñoz, & Valdivia, 2013) y SYM-H (Wanliss, 2005), también, se han realizado análisis similares en el viento solar (Macek, Bruno, & Consolini, 2005), (Macek,2010), y su interacción con la magnetosfera (Vörös, Jankavicová, & Kovács, 2002), (Valdivia, et al, 2005).

2.3. Conclusiones importantes del capítulo.

Se ha mostrado un panorama de la física del plasma espacial y su interacción con el campo magnético terrestre y cómo estos fenómenos están siendo investigados como sistemas complejos, utilizando técnicas de análisis fractal y buscando de esta manera determinar patrones o comportamientos que permitan determinar su evolución a futuro.

Capítulo 3

3. Análisis fractal

3.1. Propósito del trabajo.

Una de las preocupaciones que actualmente es de gran importancia en física de plasma son las tormentas geomagnéticas. Este fenómeno es generado por la interacción entre la magnetosfera terrestre y el viento solar, produciendo una alteración en el campo magnético terrestre. Al no tener un comportamiento lineal ni periódico, su detección o previsión es en muchos casos difícil o imposible, sin embargo, es un tema de gran interés.

Los efectos que produciría una tormenta geomagnética de gran magnitud van desde la inducción de corrientes eléctricas lo que estropearía a sistemas eléctricos, redes eléctricas, oleoductos y tuberías, hasta variaciones de la densidad de la ionósfera que generarían modificaciones en la ruta de las señales de radio, así como afectaciones a satélites que se encuentren orbitando en esta zona; por último, cabe mencionar que entre los posibles sistemas de satélites afectados se encuentra los sistemas de navegación o sistema global de navegación por satélite (GICs). Por tal razón es relevante realizar un análisis novedoso, que permita estudiar la evolución del campo magnético cercano a la Tierra e idealmente, proponer herramientas de predicción. En este sentido, los análisis fractales ofrecen una posibilidad interesante de investigación.

Previamente (Dominguez, Muñoz, & Valdivia, 2013) estudiaron la serie de tiempo del índice Dst, encontrando posibles correlaciones entre la dimensión fractal de la serie de tiempo y la ausencia de tormentas geomagnéticas. En el presente trabajo, se espera mejorar dichos resultados

al emplear el índice geomagnético SYM-H, equivalente a Dst, pero de mejor resolución temporal.

3.1.1. Objetivo general

Caracterizar la ocurrencia de eventos como las tormentas magnéticas, por medio de un análisis de la dimensión fractal de la serie temporal del índice SYM-H, como una manera de medir la complejidad de su comportamiento para distintos años.

3.1.2. Objetivos específicos

1. Determinar la dimensión fractal y su multifractalidad para la serie temporal del índice SYM-H.
2. Analizar la evolución temporal de la dimensión fractal y su posible correlación con la ocurrencia de eventos geomagnéticos.
3. Estudiar la sensibilidad de los resultados a la resolución temporal de la serie, comparando los resultados basados en SYM-H con los basados en Dst.

3.2. Metodología

Para realizar el análisis fractal de la serie temporal del índice SYM-H y la comparación con índice Dst, se tomaron los ciclos solares 22 y 23, comprendiendo actividad desde el año 1986 hasta 2008; este análisis fue hecho con datos tomados de World Data Center for Geomagnetism, Kyoto. Los índices SYM-H y Dst cuentan con una resolución de un dato por minuto y un dato por hora, respectivamente.

Para aplicar la técnica de análisis fractal a las series temporales se tomaron dos tipos de tormentas magnéticas; el primero, son las llamadas tormentas magnéticas súper intensas, para

picos inferiores a $Dst < -250$ nT, son las llamadas tormentas magnéticas intensas para valores entre -100 nT $< Dst < -250$ nT, definidos por (Gonzalez, et al 2011).

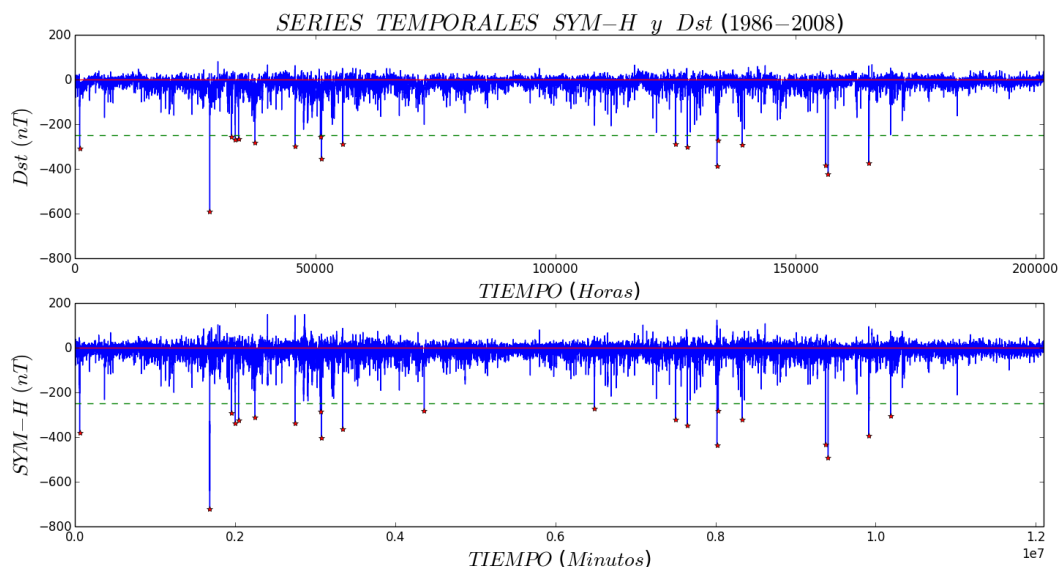


Figura 12. Cantidad de tormentas magnéticas súper intensas (puntos rojos) para los ciclos solares 22 y 23, para las series temporales Dst y SYM-H; la línea verde punteada corresponde al punto de corte para los picos de las series SYM-H y Dst menores a -250 nT. Fuente propia.

Primero se aplicó la técnica para tormentas magnéticas súper intensas, definiendo estados de calma y tormenta; para los estados de tormentas se tomaron ventanas de 14 días, en torno al mínimo de campo magnético, debido a que la fase inicial de una tormenta puede tomar de minutos a horas, mientras, la mayor fase puede abarcar varias horas; en último lugar, la fase de recuperación puede tomar desde días a semanas (Dominguez, et al 2013) y (Gonzalez, et al 1994). De este modo, se identificaron un total de 21 eventos de tormentas para la serie SYM-H y 18 para la serie del índice Dst (ver figura 12); estos eventos de tormentas magnéticas súper intensas ocurren en las fechas que se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2

Fecha de tormentas magnéticas súper intensas y sus valores para los índices Dst y SYM-H

Fechas del evento	Dst (nT)	SYM-H (nT)
1986/02/09	-307	-379
1989/03/14	-589	-720
1989/09/19	-255	-292
1989/10/21	-268	-337
1989/11/17	-266	-325
1990/04/10	-281	-311
1991/03/25	-298	-337
1991/10/29	-254	-284
1991/11/09	-354	-402
1992/05/10	-288	-363
1994/04/16*	----	-282
1998/05/03*	----	-272
2000/04/07	-288	-320
2000/07/16	-301	-347
2001/03/31	-387	-437
2001/04/11	-271	-280
2001/11/06	-292	-320
2003/10/30	-383	-432
2003/11/20	-422	-490
2004/11/08	-374	-394
2005/05/13*	----	-305

Nota*. Corresponden a fechas donde el pico del eventos fue inferior a -250 nT en la serie SYM-H mientras que en la serie Dst fue mayor que este valor.

Para realizar el análisis fractal de los eventos de tormenta y calma de las dos series temporales, se utilizó la técnica de “Box counting”, con el propósito de determinar la dimensión D_0 (ecuación 2.1), y el espectro de dimensiones (ecuación 2.2); en relación con esto, se utilizó un diagrama de “Scatter plot” (ver figura 13), técnica que fue planteada por (Dominguez, et al 2013) en un trabajo similar con el índice Dst. Hay que mencionar, que para construcción de este diagrama de “Scatter plot” se relaciona el dato i del índice SYM-H al eje X; mientras, en el eje Y se tomó el dato $i + a$, donde a puede ser $a = 1,2,3 \dots 60$, que corresponde a las diferentes

variaciones del índice de muestreo de la serie temporal SYM-H, que se implementaron durante el desarrollo del trabajo.

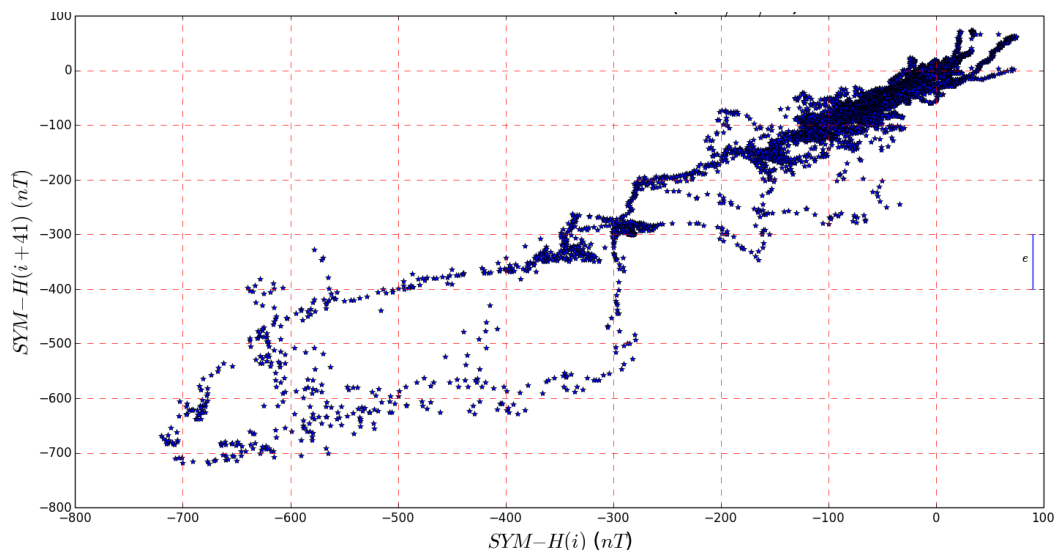


Figura 13. Scatter plot para una tormenta súper intensa ocurrida en 1989/03/14. Fuente propia.

Se debe agregar que para el proceso de regresión fueron utilizados 10 puntos, tomando diferentes valores para el tamaño de la caja en el método de box counting ε (ver Tabla 3), los cuales fueron implementados tanto para eventos de calma y tormenta.

Tabla 3

Tamaño de ε

Evento	ε_1	ε_2	ε_3	ε_4	ε_5	ε_6	ε_7	ε_8	ε_9	ε_{10}
0	58	38.67	29	23.2	19.33	16.57	14.5	12.89	11.6	10.55
1	212.5	141.67	106.25	85	70.83	60.71	53.13	47.22	42.5	38.64
2	158.5	105.67	79.25	63.4	52.83	45.29	39.63	35.22	31.7	28.82
3	397	264.67	198.5	158.8	132.3	113.43	99.25	88.22	79.4	72.18
4	144.5	96.33	72.25	57.8	48.17	41.29	36.13	32.11	28.9	26.27
5	168.5	112.33	84.25	67.4	56.17	48.14	42.13	37.44	33.7	30.64
6	91	60.67	45.5	36.4	30.33	26	22.75	20.22	18.2	16.55
7	193	128.67	96.5	77.2	64.33	55.14	48.25	42.89	38.6	35.09
8	51	34	25.5	20.4	17	14.57	12.75	11.33	10.2	9.27

9	183	122	91.5	73.2	61	52.29	45.75	40.67	36.6	33.27
10	126.5	84.33	63.25	50.6	42.17	36.14	31.63	28.11	25.3	23
11	170	113.33	85	68	56.67	48.57	42.5	37.78	34	30.91
12	159	106	79.5	63.6	53	45.43	39.75	35.33	31.8	28.91
13	241	160.67	120.5	96.4	80.33	68.86	60.25	53.56	48.2	43.82
14	193.5	129	96.75	77.4	64.5	55.29	48.38	43	38.7	35.18
15	158	105.33	79	63.2	52.67	45.14	39.5	35.11	31.6	28.73
16	232	154.67	116	92.8	77.33	66.29	58	51.56	46.4	42.18
17	150.5	100.33	75.25	60.2	50.17	43	37.63	33.44	30.1	27.36
18	225	150	112.5	90	75	64.29	56.25	50	45	40.91
19	132.5	88.33	66.25	53	44.17	37.86	33.13	29.44	26.5	24.09
20	148.5	99	74.25	59.4	49.5	42.43	37.13	33	29.7	27
21	121.5	81	60.75	48.6	40.5	34.71	30.38	27	24.3	22.09
22	162	108	81	64.8	54	46.29	40.5	36	32.4	29.45
23	165	110	82.5	66	55	47.14	41.25	36.67	33	30
24	169.5	113	84.75	67.8	56.5	48.43	42.38	37.67	33.9	30.82
25	111.5	74.33	55.75	44.6	37.17	31.86	27.88	24.78	22.3	20.27
26	214.5	143	107.25	85.8	71.5	61.29	53.63	47.67	42.9	39
27	144.5	96.33	72.25	57.8	48.17	41.29	36.13	32.11	28.9	26.27
28	280.5	187	140.25	112.2	93.5	80.14	70.13	62.33	56.1	51
29	161.5	107.67	80.75	64.6	53.83	46.14	40.38	35.89	32.3	29.36
30	151.5	101	75.75	60.6	50.5	43.29	37.88	33.67	30.3	27.55
31	183	122	91.5	73.2	61	52.29	45.75	40.67	36.6	33.27
32	171	114	85.5	68.4	57	48.86	42.75	38	34.2	31.09
33	244.5	163	122.25	97.8	81.5	69.86	61.13	54.33	48.9	44.45
34	46	30.67	23	18.4	15.33	13.14	11.5	10.22	9.2	8.36
35	250.5	167	125.25	100.2	83.5	71.57	62.63	55.67	50.1	45.55
36	128.5	85.67	64.25	51.4	42.83	36.71	32.13	28.56	25.7	23.36
37	244.5	163	122.25	97.8	81.5	69.86	61.13	54.33	48.9	44.45
38	98	65.33	49	39.2	32.67	28	24.5	21.78	19.6	17.82
39	189.5	126.33	94.75	75.8	63.17	54.14	47.38	42.11	37.9	34.45
40	142.5	95	71.25	57	47.5	40.71	35.63	31.67	28.5	25.91

Para el análisis fractal de tormentas magnéticas intensas fueron analizados 27 eventos, con ventanas de 7 días, centradas en valor mínimo del campo magnético. Este tamaño de ventana fue tomado debido a que la duración de una tormenta de estas características tiene una menor duración que a una tormenta magnética súper intensa, la cual puede durar horas en la parte más

intensa de su etapa y días en volver a un estado de calma (Gonzalez, et al, 1994). Por estos motivos, se redujo el tamaño de la ventana de análisis con el fin de evitar el solapamiento de dos tormentas magnéticas en una misma ventana. Además, para este análisis también se tuvieron en cuenta los 21 eventos de tormentas magnéticas súper intensas, manteniendo el tamaño de ventana en 14 días, dando un total de 48 eventos en total.

Finalmente, se utilizó el espectro de dimensiones del conjunto de Cantor (ecuación 2.3), con el objetivo de extrapolar los valores $q < 0$ en el espectro de dimensiones, para los eventos analizados en tormentas magnéticas súper intensas, debido al gran problema que presenta el cálculos de estos valores para datos experimentales (Macek, 2010) y (Pastén, et al 2011).

3.3. Resultados

3.3.1. Tormentas magnéticas súper intensas

Primero se aplicó la técnica al análisis de eventos de calma y tormentas para el índice SYM-H y donde además se varió el índice de muestro, encontrándose que la dimensión D_0 para eventos de tormenta sufre una disminución en su valor respecto a los estados de calma (ver figura 14). Similar comportamiento fue descrito por (Domínguez et al, 2013) en su trabajo con el índice Dst. Así mismo, se encontró que la dimensión D_0 esta entre un rango de $1 < D_0 < 2$ tanto para eventos de calma y tormenta. Esto demostraría que la serie SYM-H tiene una autosimilitud, propio de sistemas no estacionarios de movimiento Brownian fraccionario (FBM) (Anh, Yu, & Wanliss, 2007), (Consolini, De Marco, & De Michelis, 2013).

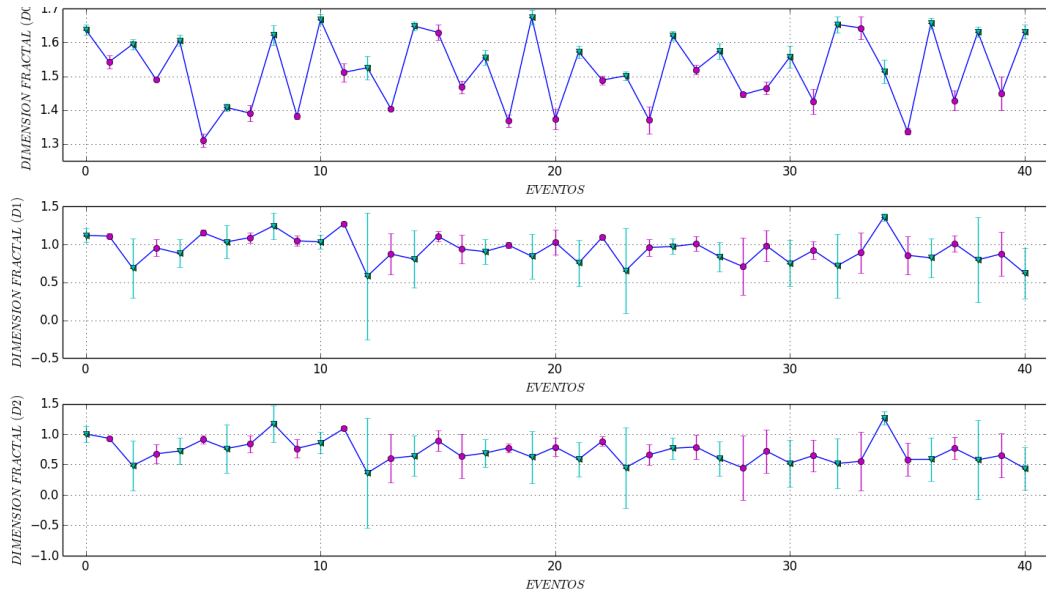


Figura 14. Dimensión fractal D_0 , D_1 y D_2 para eventos de calma (puntos verdes) y tormentas magnéticas súper intensas (puntos rosados) ocurridas desde 1986 a 2008 y con un índice de muestreo de 42. Fuente propia.

Hay que mencionar que también se determinó la dimensión D_1 y D_2 , donde se hayo que la dimensión fractal para eventos de tormenta solo disminuye en unos pocos casos respecto a eventos de calma (ver figura 13). Sin embargo, esto solo mostraría que la dimensión D_0 es un buen indicador como medida de los eventos de tormenta y calma.

Otro rasgo importante de la figura 13 es que, para el estado de tormenta número 18 ocurrido el 30 de octubre de 2003 el valor de la dimensión fractal no disminuyó respecto a sus vecinos (estados de calma), sino fue mayor; por tal motivo, se realizó la segunda derivada (ver figura 15)

$$\Delta D = D(i + 1) - 2 \times D(i) - D(i - 1),$$

donde $D(i)$ es la dimensión fractal del estado i . Con el propósito de esclarecer si la dimensión fractal $D(i)$ correspondía a un mínimo o máximo local en este punto, como también determinar si el comportamiento de la dimensión fractal se mantenía en los demás casos.

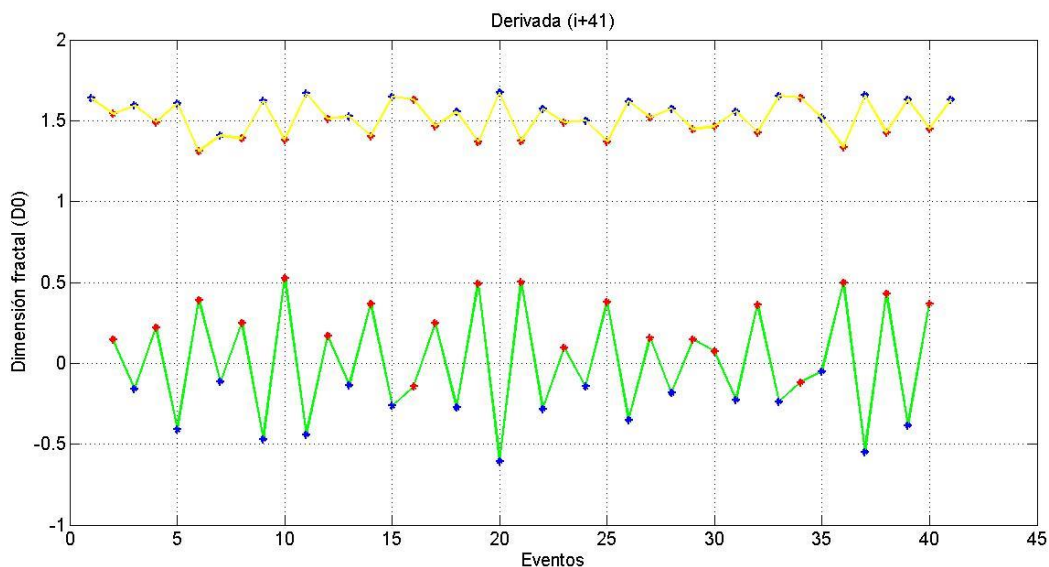


Figura 15. Segunda derivada de la dimensión D_0 (línea verde) para un índice de muestreo de 42 comparada con la función sin derivar (línea amarilla), los puntos rojos corresponden a estados de tormenta, mientras los azules a estados de calma. Fuente propia.

Con todo y lo anterior, se obtuvo que la derivada de la dimensión fractal para eventos de calma corresponden a máximos locales de la dimensión fractal D_0 (ver figura 15). Mientras los eventos de tormenta en su totalidad corresponden a mínimos locales de la dimensión fractal D_0 .

También se determinó que los índices de muestreo donde se observa una disminución de la dimensión fractal D_0 para la totalidad de los 21 eventos de tormenta analizados, respecto a eventos de calma fue para 39, 40, 41 y 42 (ver Tabla 4). Hay que señalar que los valores de la

dimensión fractal D_0 para estados de calma y tormentas siempre fueron inferiores a 2 sin importar el índice de muestro utilizado.

Aunque hay una relación, de acuerdo a lo recién mencionado, entre el cambio de la dimensión fractal y la existencia de estados de calmas y tormenta magnética, en el trabajo de (Domínguez, et al 2013) no se encontró una correlación entre el valor de la dimensión fractal y el valor de Dst.

Para estudiar esto con el índice SYM-H, construimos la Fig 16, en que se grafica el valor de las dimensiones fractales D_0 , D_1 y D_2 , en estado de calma y tormenta, en función del mínimo de SYM-H en dicha ventana de tiempo. No se observa una correlación evidente en las variables, resultando consistente con el obtenido en (Domínguez, et al 2013). Como análisis adicional, se planteó una prueba de t student en la cual se abordó una hipótesis nula, donde se establecía que no hay relación alguna entre el valor de la dimensión fractal tanto para los eventos de calma y tormentas magnéticas, para los diferentes índices de muestreo de 39, 40, 41 y 42, con un nivel de significación de 0.05 y con una región de aceptación de $|t_a| > 14.20$; como el estadístico de contraste (ver Tabla 4), está fuera de este rango de aceptación, rechazamos la hipótesis nula. Con base en esto se puede concluir que existe una relación lineal débil entre el valor de la dimensión fractal y el mínimo de SYM-H en una determinada ventana de tiempo.

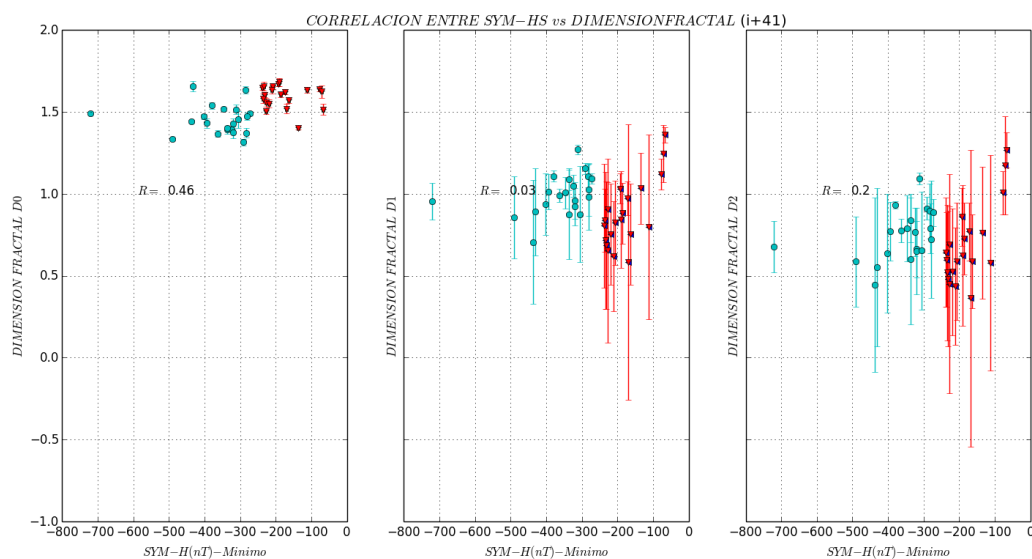


Figura 16. Correlación entre la dimensión fractal para los eventos de calma (puntos rojos) y tormentas (puntos azules), para un índice de muestreo de 42 para las dimensiones fractales D_0 , D_1 y D_2 . Fuente propia.

Tabla 4

Resultados de prueba t

Índice de muestreo	Aciertos	Coefficiente Pearson (σ)	Coefficiente determinación (σ^2)	Región de aceptación (t_a)	Estadístico de contraste
39	19	0.46	0.211	∓ 14.20	3.229
40	20	0.46	0.214	∓ 14.20	3.258
41	20	0.46	0.210	∓ 14.20	3.218
42	19	0.44	0.196	∓ 14.20	3.080

Se debe agregar que también fue hallado el coeficiente de Pearson para las dimensiones D_1 y D_2 como medio de evaluación del ajuste lineal, pero arrojaron valores muy por debajo de los valores de correlación hallados para la dimensión D_0 , mostrando que poseían una muy débil correlación, por tal motivo no se realizó una prueba t para estos datos.

Otro rasgo importante de la dimensión fractal D_0 que vale la pena señalar es que aumenta su valor en función del índice de muestreo (ver figura 17). Este aumento se podría afirmar que se podría acercar al de un comportamiento lineal para la totalidad de los eventos de tormenta (21 eventos), mientras, para los eventos de calma (20 eventos) en algunos casos se asemeja su aumento a una función exponencial.

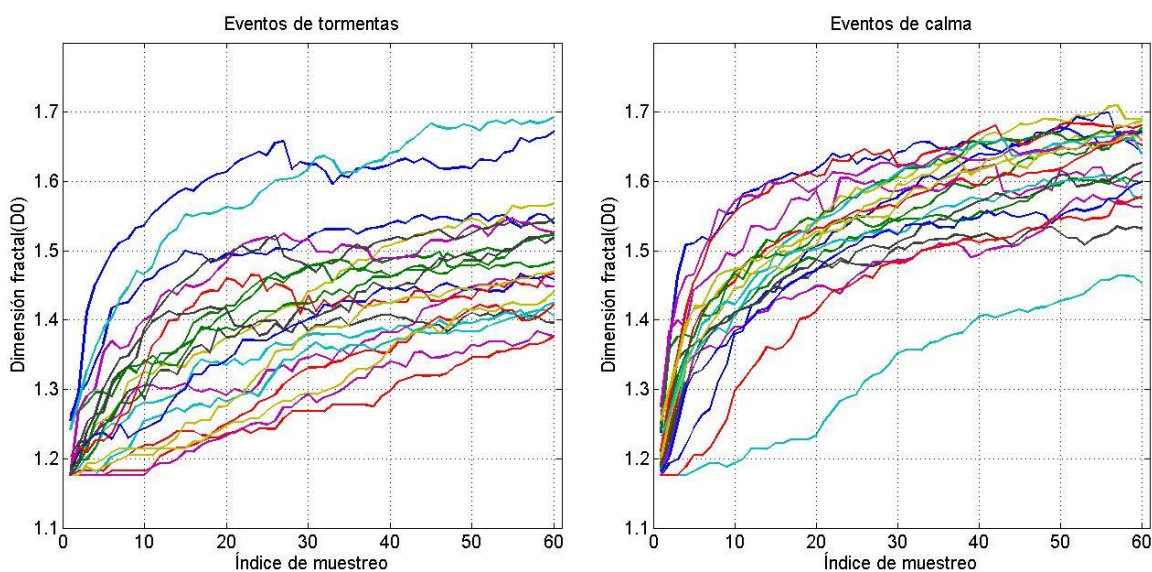


Figura 17. Dimensión fractal D_0 para eventos de calma (derecha) y tormenta (izquierda) en función del índice de muestreo. Fuente propia.

Este comportamiento tanto para los eventos de calma como de tormenta solo corroboraría que variar el índice de muestreo es una buena estrategia porque de esta manera podemos distinguir los estados de tormenta y calma. Cuando tomamos un índice de muestreo bajo tenemos dimensiones fractales muy cercanas a uno, pues todos los puntos están tan juntos que asemejan una línea recta, la cual tiene una dimensión fractal de 1 y provee poca información. En cambio

cuando tomamos un índice de muestreo mayor separamos los puntos, permitiendo ver detalles más finos del comportamiento fractal con que cuenta la serie temporal SYM-H.

A partir de las dimensiones D_0 , D_1 y D_2 y utilizando el método explicado en la Sec 2.1, se ajustó el espectro de dimensiones fractales al espectro de un conjunto de Cantor. Esto se realizó para cada evento de calma y tormenta. Los parámetros del ajuste para cada evento se muestran en la Tabla 5

Tabla 5
Parámetros de conjunto de Cantor

Evento	l_1	l_2	p_1	p_2	SYM-H (nT)
1	0.53	0.73	0.66	0.34	-78
2	0.51	0.71	0.66	0.34	-379
3	0.52	0.72	0.84	0.16	-232
4	0.50	0.70	0.74	0.26	-720
5	0.52	0.72	0.76	0.24	-186
6	0.51	0.71	0.70	0.30	-292
7	0.48	0.68	0.70	0.30	-136
8	0.49	0.69	0.70	0.30	-337
9	0.53	0.73	0.60	0.40	-72
10	0.48	0.68	0.69	0.31	-325
11	0.53	0.73	0.71	0.29	-192
12	0.51	0.71	0.60	0.40	-311
13	0.51	0.71	0.87	0.13	-169
14	0.48	0.68	0.78	0.22	-337
15	-----	-----	-----	----	-238
16	0.52	0.72	0.67	0.33	-284
17	0.49	0.69	0.75	0.25	-402
18	0.51	0.71	0.75	0.25	-227
19	0.47	0.67	0.70	0.30	-363
20	0.53	0.73	0.79	0.21	-191
21	0.48	0.68	0.70	0.30	-282
22	----	----	----	----	-163
23	0.52	0.72	0.70	0.30	-272
24	0.50	0.70	0.83	0.17	-228
25	0.47	0.67	0.73	0.27	-320
26	0.52	0.72	0.73	0.27	-173
27	0.51	0.71	0.73	0.27	-347

28	0.51	0.71	0.79	0.21	-235
29	0.49	0.69	0.83	0.17	-437
30	0.49	0.69	0.73	0.27	-280
31	0.51	0.71	0.83	0.17	-219
32	0.49	0.69	0.75	0.25	-320
33	----	----	----	----	-234
34	0.56	0.76	0.84	0.16	-432
35	0.53	0.73	0.60	0.40	-67
36	0.47	0.67	0.77	0.23	-490
37	0.53	0.73	0.80	0.20	-208
38	0.49	0.69	0.70	0.30	-394
39	0.52	0.72	0.80	0.20	-112
40	0.49	0.69	0.74	0.26	-305
41	---	---	-----	----	-211

Nota: Para los eventos 15, 22, 33 y 44 no se logró encontrar los parámetros, porque las dimensiones fractales D_0 , D_1 y D_2 no lograron ajustarse a ningún espectro del conjunto de Cantor.

Estos conjuntos de Cantor fueron determinados con dos objetivos; el primero de ellos fue poder extrapolar los valores del espectro de dimensión (ver figura 18) de los eventos de calma y tormenta para valores $q < 0$, debido al gran problema que se presenta para datos experimentales, donde sucede una amplificación de las incertezas conforme q tienen a $-\infty$. En segundo lugar, los valores de p_1 y p_2 pueden ser interpretados como una probabilidad de transferencia de energía entre dos escalas espaciales en un flujo turbulento (Meneveau & Sreenivasan, 1987). En el caso $p_1 = p_2$, tendríamos un flujo equiparticionado de energía, mientras que $p_1 > 0.5$ corresponde a un flujo intermitente de energía (Vörös et al, 2002). Encontrándose para los datos analizados una transferencia de energía correspondiente al de un flujo intermitente (Ver Tabla 4). Lo cual significa que las fluctuaciones geomagnéticas además de poder tener un comportamiento SOC y de mostrar escalas multifractales, también muestra que su transferencia de energía podría ser intermitente, algo que también fue descrito por (Antoni, et al, 2001) en plasmas confinados magnéticamente y en el viento solar por (Macek, 2006).

Para poder determinar el conjunto de Cantor que mejor se ajustara a los eventos de calma y tormenta, fueron utilizados los puntos rosados que se muestran en la figura 17 y que corresponden a las dimensiones D_0 , D_1 y D_2 , debido a que los errores encontrados para esta dimensiones fueron los más bajos (ver figura 14); determinando que para $q \geq 0$ en la totalidad de los eventos el conjunto de Cantor se ajusta bastante bien, mientras, que para $q < 0$ los conjuntos de Cantor determinados en algunos casos se alejan significativamente de la línea de prolongación del posible espectro de dimensiones.

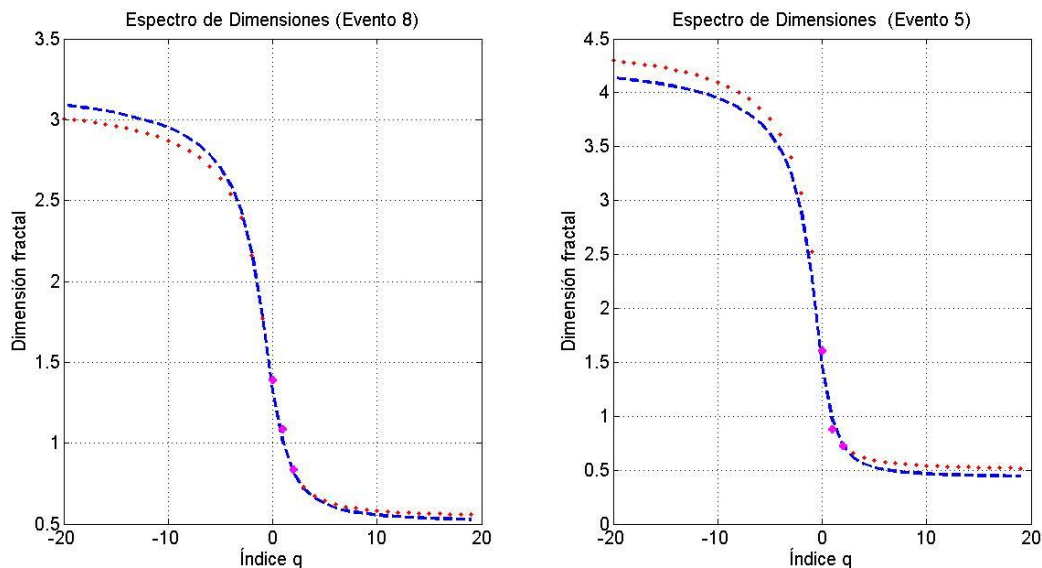


Figura 18. Espectro de dimensiones de los eventos 8 de tormenta magnética (izquierda) y 5 de calma (derecha), donde la línea azul corresponde a el conjunto de Cantor que mejor se ajusta al evento, mientras que los puntos rosados corresponden a las dimensiones D_0 , D_1 y D_2 utilizadas para el ajuste y los puntos rojos son las prolongaciones del espectro de dimensiones. Fuente propia.

Con el propósito de evaluar el comportamiento de la probabilidad p_1 para los distintos eventos (ver figura 19) determinados en la Tabla 5 se graficaron estos valores. Los eventos de tormenta (puntos azules) tienen una probabilidad p_1 inferior a los eventos de calma (puntos rojos) en ciertos eventos, pero dicho comportamiento no es universal. Estos resultados muestran que no hay una relación clara entre el comportamiento de la probabilidad p_1 y los eventos de tormenta y calma.

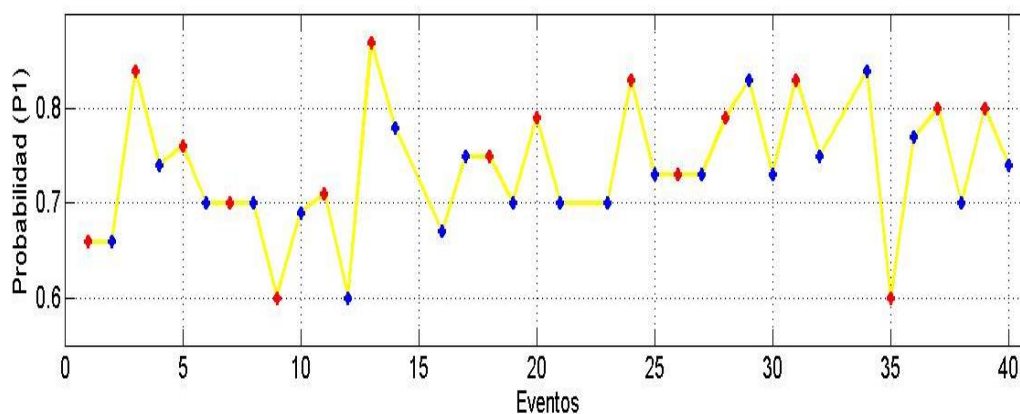


Figura 19. Probabilidad p_1 para eventos de tormenta (puntos azules) y estados de calma (puntos rojos), para un índice de muestreo de 41. Fuente propia.

3.3.2. Comparación entre el índice Dst y SYM-H

En relación con los temas desarrollados anteriormente y con el objetivo de evaluar la sensibilidad de los resultados obtenidos hasta el presente momento al índice de muestreo, se realizó una comparación de la dimensión fractal del índice Dst frente a la dimensión fractal del índice SYM-H (ver figura 20).

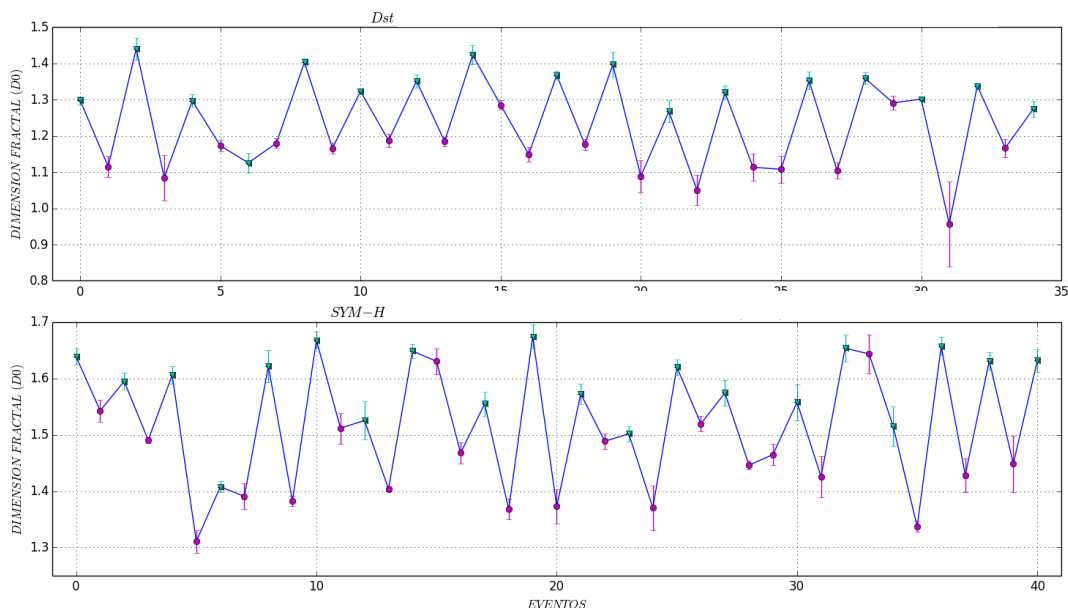


Figura 20. Comparación entre la dimensión fractal D_0 para eventos de tormenta (puntos rosados) y calma (puntos verdes) para el índice Dst y SYM-H. Fuente propia.

Se encontró que la dimensión fractal de los eventos de tormenta (puntos rosados) sufre una disminución en su valor en 16 ocasiones frente a sus estados de calma (puntos verdes), hay que señalar que en el índice Dst solo ingresan 18 eventos de tormenta (ver Tabla 2), frente a los 21 que son encontrados en el índice SYM-H; esta diferencia es causada en gran parte por la forma como es obtenido el índice Dst, debido a que son usados diferentes magnetómetros ubicados en la línea ecuatorial que varían tanto en distancia como posición frente a los utilizados para el índice SYM-H, además, el tiempo de muestreo es diferente; sin embargo, los resultados muestran que en el 88% de los eventos de tormenta analizados para en el índice Dst sufren una disminución de la dimensión fractal, mientras, en el índice SYM-H hay una disminución de la dimensión fractal en el 95% de los eventos de tormenta para un índice de muestreo de 41 y 40. También puede agregarse que para un índice de muestreo de 39 y 42 se obtuvo una disminución

de la dimensión fractal en el 90% de los eventos de tormenta analizados. Esto revela que al variar el índice de muestreo para realizar el scatter plot estamos aumentando la eficacia en el método de análisis fractal para el índice SYM-H, obteniendo similares y mejores resultados para este índice frente al índice Dst.

Se debe agregar que se realizó la diferencia entre la dimensión fractal D_0 de las series Dst y SYM-H (ver figura 21), buscando obtener un delta (Δ) que midiera el grado de variación de la dimensión fractal de las dos series temporales, el cual permitiría determinar mejores detalles del comportamiento fractal de los eventos de calma y tormenta. Para tal fin no fueron tenidos en cuenta ciertos eventos de tormenta que son reportados por el índice SYM-H (ver Tabla 2) y no tienen contraparte en el índice Dst.

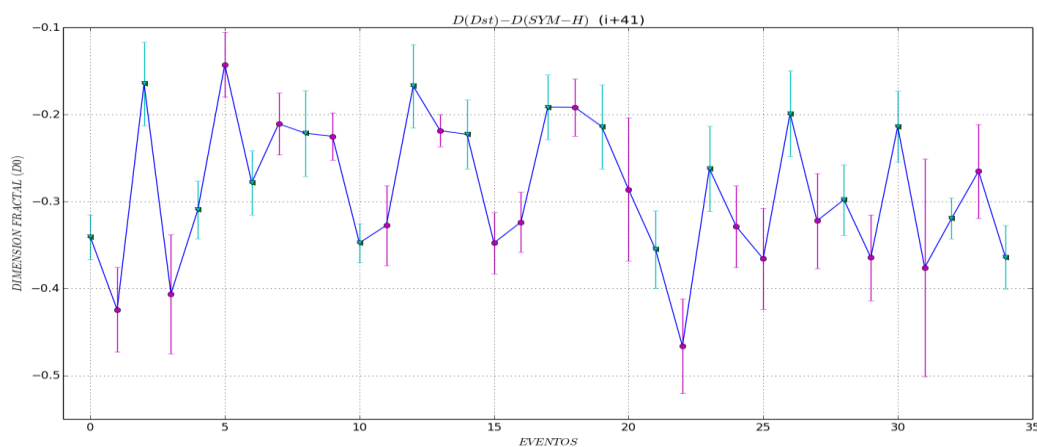


Figura 21. Diferencia entre la dimensión fractal D_0 para las series SYM-H y Dst.

Los resultados obtenidos combinando las dos series muestran que para ciertos eventos de tormenta la disminución es más marcada frente a estados de calma vecinos. Así mismo, los eventos de calma como de tormenta analizados en la figura 21 están mostrando que posiblemente

el fenómeno que es medido por las dos series temporales exhibe un comportamiento de baja dimensionalidad.

3.3.3. Tormentas magnéticas intensas

En relación con el tema que se ha venido desarrollando en este capítulo y con miras a investigar más exhaustivamente la dependencia que se ha venido mostrando entre la dimensión fractal y los eventos de tormenta y calma, se realizó un estudio considerando los eventos de tormentas magnéticas intensas que tuvieran un valor igual o inferior a -180 nT ocurridas desde el año 1986 hasta el 2008 (ver figura 22).

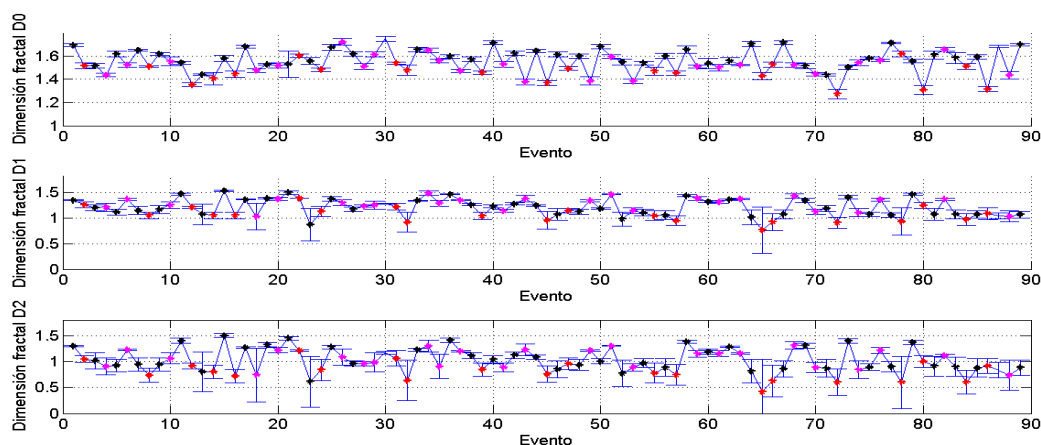


Figura 22. Dimensión fractal D_0 , D_1 y D_2 para eventos de calma (puntos negros), tormentas magnéticas súper intensas (puntos rojos) e tormentas magnéticas intensas (puntos rosados) ocurridas desde 1986 hasta el 2008 con un índice de muestreo de $i+40$. Fuente propia.

Analizando la figura 22 y comparando los valores de las dimensiones fractales D_0 para tormentas magnéticas súper intensas y tormentas magnéticas intensas frente a los estados de

calma se puede ver que estos eventos de calma tiene una dimensión fractal mayor frente a sus vecinos eventos de tormenta. Esta característica mostraría aún más que el valor de la dimensión fractal tiene una dependencia con la intensidad de la tormenta magnética. En relación con el comportamiento mostrado en la figura 22, y con el objetivo de tener un parámetro que permitiría medir la heterogeneidad de los eventos analizados y pudiera aclarar aun más el comportamiento de la dimensión fractal, se calculó el grado de multifractalidad.

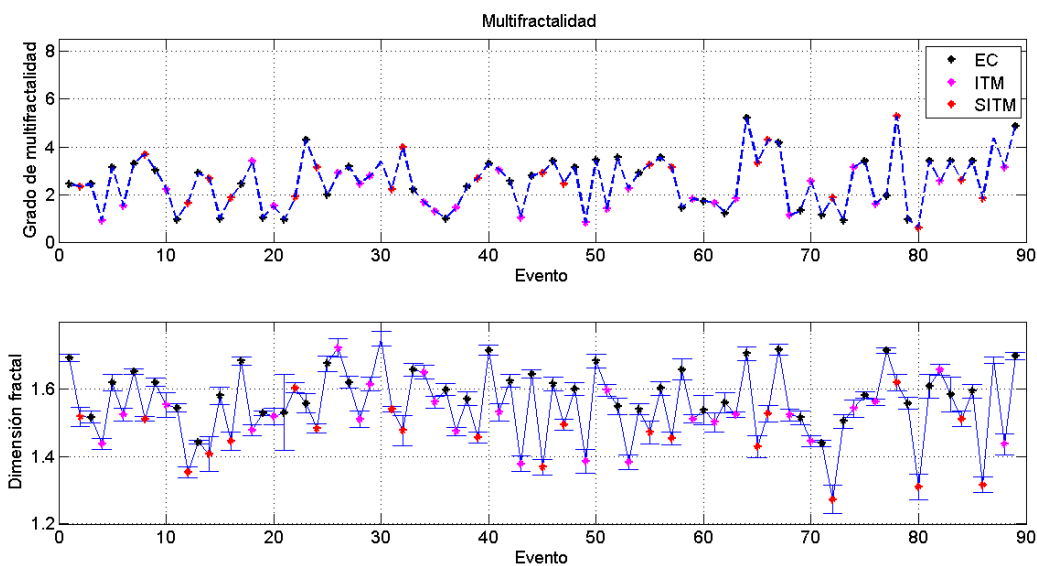


Figura 23. Parte superior: Grado de multifractalidad para los eventos de calma (puntos negros), tormentas magnéticas intensas (puntos rosados) y tormentas magnéticas súper intensas (puntos rojos), Parte inferior: Dimensión fractal D_0 para un índice de muestreo de $i+40$. Fuente propia.

El comportamiento mostrado por el grado de multifractalidad (ver figura 23) no muestra una clara dependencia entre el grado de multifractalidad y los eventos, que permita asociar el grado

de este parámetro con el tipo de tormenta analizada. Sin embargo, sí muestra que hay una alta heterogeneidad para el fractal analizado en cada evento.

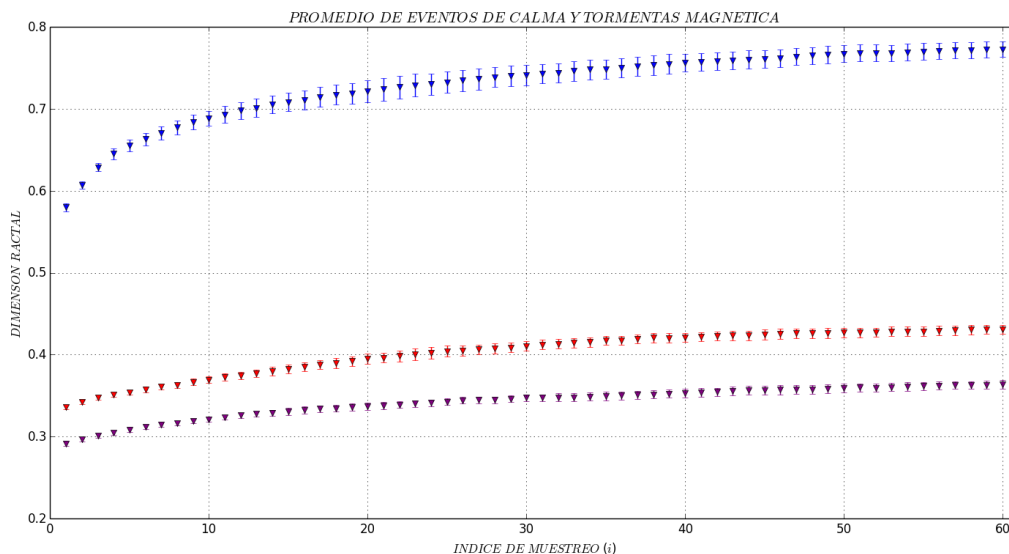


Figura 24. Promedio dimensión fractal D_0 para eventos de calma (puntos azules), tormentas magnéticas súper intensas (puntos rosados) y tormentas magnéticas intensas (puntos rojos) para diferentes índices de muestreo. Fuente propia.

Con todo y lo anterior, al promediar las dimensiones fractales D_0 de los eventos de calma (41 eventos) como tormentas magnéticas súper intensas (21 eventos) y tormentas magnéticas intensas (27 eventos) (ver figura 24) en función del índice de muestreo, este tipo de promedio muestra una característica de dependencia de la dimensión fractal sobre el tipo de tormenta analizada.

Como se ve en los resultados obtenidos todo parece mostrar que durante fuertes eventos disipativos como lo son las tormentas magnéticas la dimensión fractal tiende a disminuir respecto a sus vecinos. Además, que esta disminución depende de la intensidad del evento

disipativo. También se puede decir que el índice de muestreo para construir el scatter plot juega un papel muy importante, debido a que permite ver con más detalle el comportamiento de la dimensión fractal para los diferentes tipos de tormenta magnéticas analizadas como se muestra en la figura 24.

3.3.4. Ventanas móviles sobre la serie de tiempo SYM-H

En relación con los resultados obtenidos hasta el momento y con el propósito de investigar la evolución de la dimensión fractal para el índice SYM-H, se calculó la dimensión fractal para ventanas móviles de 20160 y 30240 datos (equivalentes a 14 y 21 días para un muestreo de 1 dato por minuto), con la cual se recorrió la serie SYM-H con pasos de 10080 y 20160 minutos. Además, se varió el índice de muestreo de $i+1$ a $i+60$.

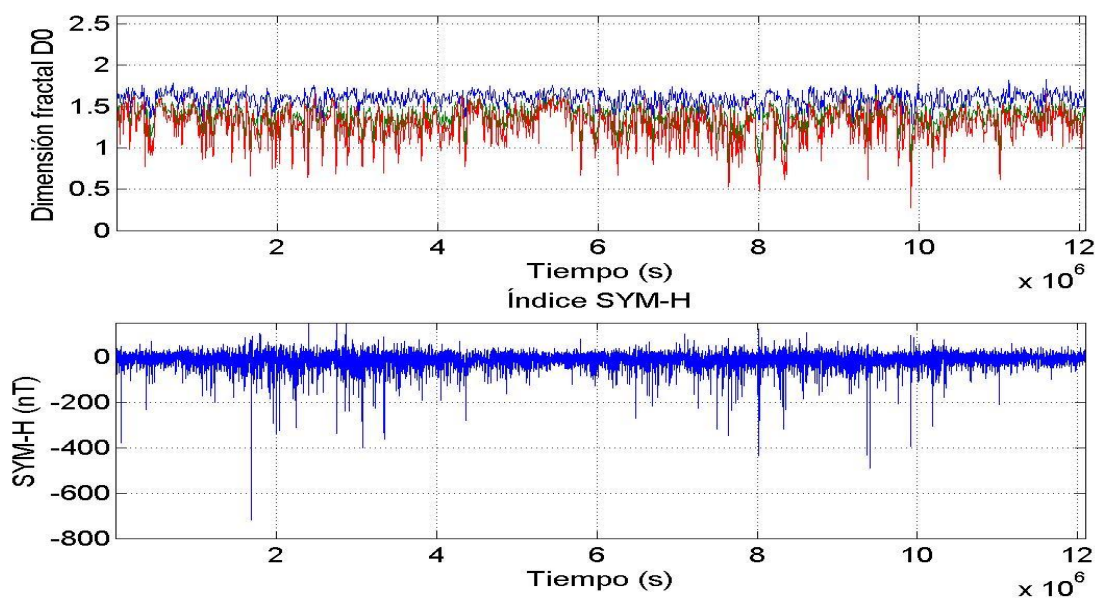


Figura 25. Parte superior: Dimensiones fractales D_0 (línea azul), D_1 (línea Verde) y D_2 (línea roja) para una ventana móvil para la serie SYM-H para una ventana fija de 20160 datos con

pasos de 10080 minutos y con un índice de muestreo de $i+50$; Parte inferior: Serie SYM-H. Fuente propia.

Como se ve en la figura 25 hay un decrecimiento en la dimensión fractal cuando hay tormentas magnéticas; esta disminución se ve acentuada mayormente para las dimensiones fractales D_1 y D_2 . En relación con el comportamiento mostrado en la figura 25 se determinó el coeficiente de Pearson entre las dimensiones fractales D_0 , D_1 y D_2 y los valores mínimos, máximos y el promedio del índice SYM-H en cada ventana, obteniendo los resultados mostrados en la figura 26, donde además se muestra cómo varía este coeficiente de Pearson en función del índice de muestreo utilizado.

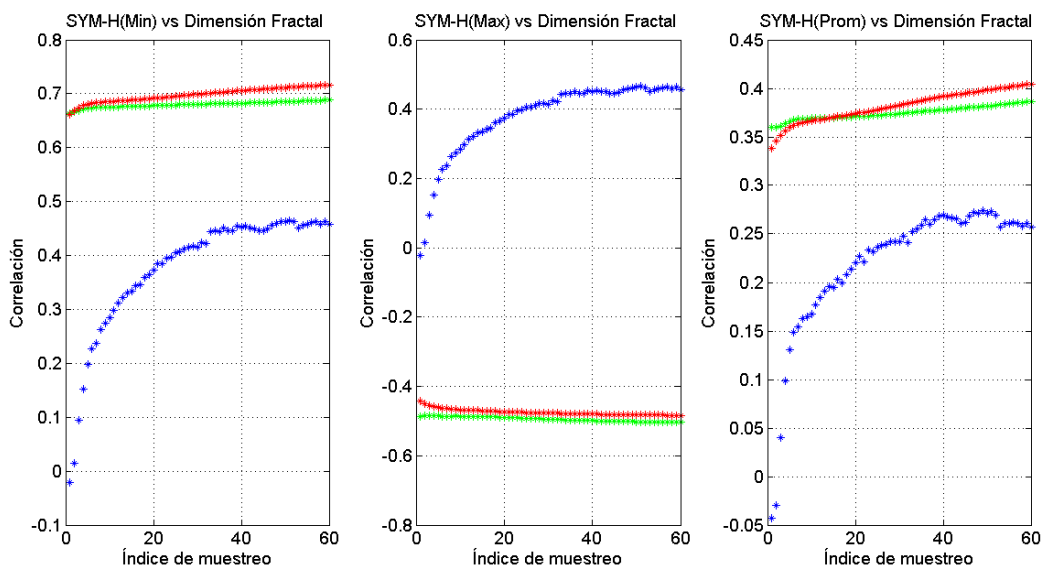


Figura 26. Coeficiente de Pearson que muestra el grado de correlación entre los valores mínimos, máximos y el promedio del índice SYM-Y y las dimensiones fractales D_0 (línea azul), D_1 (línea verde) y D_2 (línea roja) en función del índice de muestreo, para una ventana de 20160 datos y moviéndose en pasos de 10080 minutos sobre la serie SYM-H. Fuente propia.

Como se ve en la figura 26 las dimensiones D_1 y D_2 tienen un alto coeficiente de Pearson con el valor mínimo del índice SYM-H, además, esta correlación tiende a aumentar conforme se aumenta el índice de muestreo. Estos índices de correlación fueron obtenidos con 1190 datos para cada una de las dimensiones analizadas. También, cabe resaltar las bajas correlaciones encontradas entre las dimensiones D_1 y D_2 con el valor máximo y promedio del índice SYM-H evaluado para diferentes índices de muestreo.

En relación con el tema anterior se realizó un segundo análisis sobre la serie SYM-H con una ventana de 30240 datos y pasos de 20160 minutos (ver figura 27), estos resultados muestran una

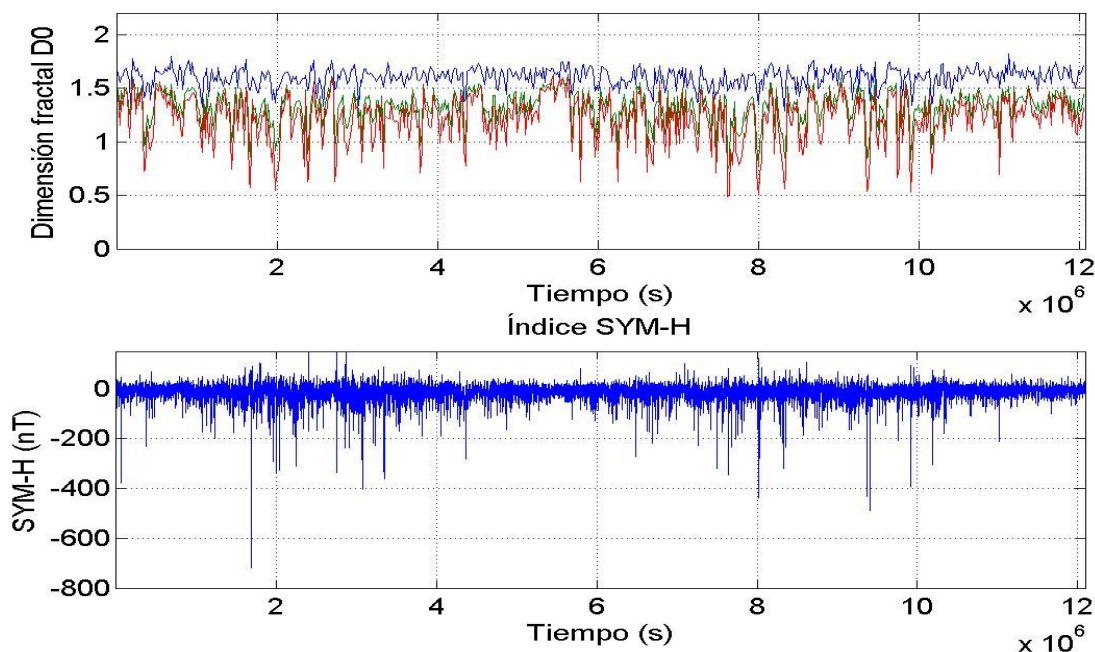


Figura 27. Parte superior: Dimensiones fractales D_0 (línea azul), D_1 (línea Verde) y D_2 (línea roja) para una ventana móvil para la serie SYM-H para una ventana fija de 30240 datos con

pasos de 20160 minutos y con un índice muestreo de $i+50$. Parte inferior serie SYM-H. Fuente propia.

mayor disminución del valor de las dimensiones fractales D_1 y D_2 . Además, hay que resaltar la gran disminución en la dimensión fractal para ciertas partes de la serie SYM-H donde los eventos de tormentas son pocos y la disminución en el campo magnético terrestre es muy baja, como se puede apreciar al final de la serie SYM-H para los años 2006, 2007 y 2008; esto podría ser producido por el gran tamaño de la ventana utilizada en el análisis y la gran cantidad de eventos de tormentas magnéticas que logran ingresar debido a la proximidad entre ellos en determinados puntos de la serie.

Finalmente, se realizó un análisis de correlación similar al realizado previamente (ver figura 28)

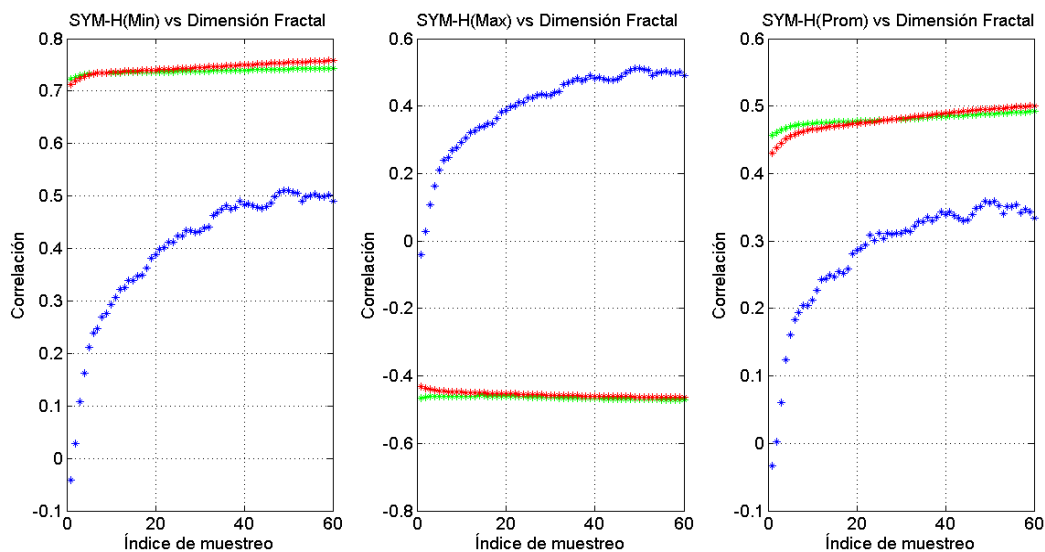


Figura 28, Coeficiente de Pearson que muestra el grado de correlación entre los valores mínimos, máximos y el promedio del índice SYM-Y y la dimensiones fractales D_0 (línea azul),

D_1 (línea verde) y D_2 (línea roja) en función del índice de muestreo, para una ventana de 30240 datos y moviéndose en pasos de 20160 minutos sobre la serie SYM-H. Fuente propia.

mostrando un aumento muy leve en el índice de correlación entre las dimensiones fractales D_1 y D_2 con el valor mínimo del índice SYM-H. En los demás casos los valores siguen siendo muy bajos, mostrando una correlación muy débil.

Capítulo 4

4. Conclusiones

En este trabajo se ha realizado un estudio como una caracterización de las tormentas magnéticas intensas y súper intensas ocurridas en los ciclos solares 22 y 23, a través de un análisis fractal como multifractal sobre la serie SYM-H, el cual pudiera medir, mostrar y además evaluar la complejidad de estos eventos magnéticos. Es así como los resultados obtenidos muestran que la totalidad de eventos de tormentas magnéticas súper e intensas sufren una disminución en el valor de la dimensión fractal frente a sus vecinos. Además, esta disminución en ciertos casos depende de la intensidad de la tormenta magnética como es mostrado en las secciones 3.3.2. y 3.3.3; estos resultados mostrarían que el fenómeno de las tormentas magnéticas podría obedecer el comportamiento de un sistema críticamente auto organizado y de baja dimensión. Así mismo, los resultados mostrados en la sección 3.3.3. expondrían que hay una alta heterogeneidad en el posible fractal analizado en cada evento. Esto podría revelar que las corrientes eléctricas de anillo, cola, Birkeland, Chaman-Ferraro formadas y ensanchadas durante las tormentas magnéticas en la magnetósfera podrían ser un multifractal debido al alto

valor mostrado para el grado de multifractalidad mostrado en la sección 3.3.3; antes de continuar, debe insistirse en las diferencias para los valores de las dimensiones fractales para eventos de calma y tormenta, estos valores sugieren que en la magnetósfera existe una configuración crítica que genera una transición a un estado de baja energía, gatillando una tormenta magnética.

Se debe agregar que en este trabajo también se compararon los resultados obtenidos para serie SYM-H con los de la serie Dst para eventos de super intensas tormentas magnéticas, mostrando que para eventos tormenta la dimensión fractal sufre una disminución frente a sus vecinos estados de calma en las dos series en la totalidad de los eventos analizados, además, que esta disminución en la dimensión fractal para los eventos tormenta en la serie SYM-H es afectada por el índice de muestreo utilizado para construir el scatter plot; cabe aclarar que la cantidad de eventos de tormentas magnética súper intensas no es igual en ambas series, esto es debido a que la serie Dst cuenta con un índice muestreo más bajo que la serie SYM-H y además los observatorios utilizados para construir esta serie son diferentes.

Finalmente, se realizó un estudio de ventanas móviles sobre la serie SYM-H, el cual mostró que hay una fuerte correlación entre las dimensiones fractales D_1 y D_2 con el valor mínimo del índice SYM-H, además, esta correlación aumenta significativamente en función del índice de muestreo. Considerando que D_0 no mostró correlaciones significativas, esto sugiere la posibilidad de que estas correlaciones dependan de la escala a la que se observa el sistema, lo cual esperamos analizar en futuros trabajos.

Bibliografía

- Anh, V., Yu, Z., G., & Wanliss, J. A. (2007). Analysis of global geomagnetic variability. *Nonlinear Processes In Geophysics*, Lett. 14, 701-708.
- Antoni, V., Carbone, V., Cavazzana, R., Regnoli, G., Vianello, N., Spada, E., Veltri, P. (2001). Transport Processes in Reversed-Field-Pinch Plasma: Inconsistency with the Self-Organized-Critical Paradigm. *Physical Review Letter*. Vol 87, 1-4.
- Burgess, D. (1995). Collisionless Shocks. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 129-158). New York: Cambridge University Press.
- Callen, J. D. (2003). *Fundamentals of Plasma Physics*. Madison.
- Carlson, H. C., & Egeland, A. (1995). The Auroral and the Auroral Ionosphere. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 459-500). New York: Cambridge University Press.
- Chang, T. (1999). Self-organized criticality, multi-fractal spectra, sporadic localized reconnections and intermitten turbulence in the magnetotail. *Physics of Plasmas*, Vol.6(11), 4137-4145.

- Chang, T., Wu, C. C., Podesta, J., Echim, M., Lamy, H., & Tam, W. Y. (2010). ROMA (Rank-Ordered Multifractal Analysis) of intermittency in space plasmas - a brief tutorial review. *Nonlinear Processes in Geophysics*, Vol.17, 545–551,.
- Consolini, G., De Marco, R., & De Michelis, P. (2013). Intermittency and multifractal Brownian character of geomagnetic time series. *Nonlinear Processes Geophysics*, Lett. 20, 455-466.
- Dominguez, M., Muñoz, V., & Valdivia, J. A. (2013). Temporal evolution of fractality in the Earth's magnetosphere and the solar photosphere. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 1-19.
- Eastman, T. E., & Frank, L. A. (1984). The Plasma Sheet Boundary Layer. *Journal of Geophysical Research*, 89(A3), 1553-1572.
- Eastman, T., & Christon, S. (1995). Ion Composition and Transport Near the Earth's Magnetopause. En P. Song, B. U. Sonnerup, & M. F. Thomsen, *Physics of the Magnetopause* (págs. 131-138). Washington: American Geophysical Union.
- Fuselier, S. A. (1995). Kinetic Aspects of Reconnection at the Magnetopause. En P. Song, B. U. Sonnerup, & M. F. Thomsen, *Physics of the Magnetopause* (págs. 181-187). Washington: American Geophysical Union.
- Goertz, C. K., & Strangeway, R. J. (1995). Plasma Waves. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 356-398). New York: Cambridge University Press.
- Gonzalez, W. D., Echer, E., Tsurutani, B. T., Clúa de Gonzalez, A. L., & Lago, A. D. (2011). Interplanetary Origin of Intense, Superintense and Extreme Geomagnetic Storms. *Space Science Reviews*, Vol 158: 69-89.

- Gonzalez, W. D., Joselyn, J. A., Kamide, Y., Kroehl, H. W., Rostoker, G., Tsurutani, B. T., & Vasyliunas, V. M. (1994). What is geomagnetic storm?. *Journal of Geophysical Research*, 99(A4), 5771-5792.
- Grossman, W., Papadopoulos, D., & Schindler, K. (1993). *Nonlinear Magnetohydrodynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Halsey, T. C., Jensen, M. H., Kadanoff, L. P., Procaccia, I., & Sharaiman, B. (1986). Fractal measures and their singularities: The characterization of strange sets. *Physical Review*, Vol.33(2), 1141-1151.
- Hughes, W. J. (1995). the Magnetopause, Magnetotail, and Magnetic Reconnection. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 227-285). New York: Cambridge University Press.
- Hundhausen, A. J. (1995). the Solar Wind. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 90-124). New York: Cambridge University Press.
- IAGA Working Group V-MOD: Finlay, C. C. (2010). International Geomagnetic Reference Field: the eleventh generation. *Geophysical Journal International*, 183(3),1216-1230.
- Jordanava, V. K. (2005). Sources, Transport, and Losses of Energetic Particles During Geomagnetic storms. En T. I. Pulkkinen, N. A. Tsyganenko, & R. H. Friedel , *The Inner Magnetosphere: Physics and Modeling* (págs. 9-21). Washington: American Geophysical Union.
- Kilveson, M. G. (1995). Physics of Space Plasmas. En M. G. Kilvenson, & C. T. Russell, *Introduction of Space Physics* (págs. 27-53). New York: Cambridge University Press.

- Kivelson, M. G. (1995). Pulsations and Magnetohydrodynamic Waves. En M. G. Kiveson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 330-353). New York: Cambridge University Press.
- Klimas, A. J., Valdivia, J. A., Vassiliadis, D., Baker, D. N., Hesse, M., & Takalo, J. (2000). Self-organized criticality in the substorm phenomenon and its relation to localized reconnection and its relation to localized reconnection in the magnetospheric plasma sheet. *Journal of Geophysical Research*, Vol.105(A8),18,765-18,78.
- Luhmann, J. G. (1995). Ionospheres. En M. G. Kevilson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 183-202). New York: Cambridge University Press.
- Macek, W. M. (2006). Modeling Multifractality of the Solar Wind. *Space Science Rewievs*, Vol 122; 329-337.
- Macek, W. M. (2010). Chaos and multifractals in the solar wind. *Advances in Space Research*, Vol.46, 526-531.
- Macek, W. M., Bruno, R., & Consolini, G. (2005). Generalized dimensions for fluatuacions in the wind. *Physical Review*, Vol.72(E), 017202-1:017202-4.
- Mandelbrot, B. (1997). *La Geometría Fractal de la Naturaleza*. Barcelona: Tusquets Editores, S.A.
- Macek, W. W. (2010). Chaos and multifractals in the solar wind. *Advances in Space Research*, Vol. 46, 526-531.
- McPherron, R. L. (1995). Magnetospheryc Dynamics. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 400-457). New York: Cambridge University Press.
- Ott, E. (1993). *Chaos in dynamical systems*. New York: Cambridge University Press.

- Pastén, D., Muñoz, V., Cisternas, A., Rogan, J., & Valdivia, J. A. (2011). Monofractal and multifractal analysis of the spatial distribution of earthquakes in the central zone of Chile. *Physical Review*, E 84, 066123.
- Priest, E. R. (1995). The Sun and its Magnetohydrodynamics. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 58-89). New York: Cambridge University Press.
- Russell, C. T. (1995). The Structure of the Magnetopause. En P. Song, B. U. Sonnerup, & M. F. Thomsen, *The Structure of the Magnetopause* (págs. 81-98). Washington: American Geophysical Union.
- Service, G. D. (2010). *Mid-latitude Geomagnetic Indices "ASY" and "SYM" for 2009(Provisional)*. Kyoto.
- Solé, R. V., & Manrubia, S. C. (2000). *Orden y caos en sistemas complejos*. Barcelona: Ediciones UPC.
- Sonnerup, B. U. (1995). Fluid Aspects of Reconnection at the Magnetopause: In Situ Observations. En P. Song, B. U. Sonnerup, & M. F. Thomsen, *Physics of the Magnetopause* (págs. 167-180). Washington: American Geophysical Union.
- Tsurutani, B. T., Gonzalez, W. D., C. Gonzalez, A. L., Guarnieri, F. L., Gopalswamy, N., Grande, M., Vasyliunas, V. (2006). Corotating solar wind streams and recurrent geomagnetic activity: A review. *Journal of Geophysical Research*, Vol 111 1-25.
- Tsurutani, B. T., Sugiura, M., Iyemori, T., Goldstein, B. E., Gonzalez, W. D., Akasofu, S. I., & Smith, E. J. (1990). The Nonlinear Response of AE to the IMF Bz Driver: Spectral Break at 5 Hours. *Geophysical Research Letters*, Vol 17; 279-282.

- Tsyganenko, N. A. (2002). A model of the near magnetosphere with a dawn-dusk asymmetry 2. Parameterization and fitting to observations. *Journal of Geophysical Research*, 107(A8).
- Uristy, V. M., Klimas, A. J., Valdivia, J. A., Vassiliadis, D., & Baker, D. N. (2001). Stable critical and fast field annihilation in a magnetic field reversal model. *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, Vol 63; 1425-1433.
- Valdivia, J. A., Rogan, J., Muñoz, V., & Toledo, B. (2005). *Kluwer Academic Publishers*, 1-9.
- Valdivia, J. A., Rogan, J., Muñoz, V., & Toledo, B. (2005). Hysteresis provides self-organization in a plasma model. *Space Science Reviews*, 1-9.
- Valdivia, J. A., Rogan, J., Muñoz, V., Gomberoff, L., Klimas, A., Vassiliadis, D., . . . Wastavino, L. (2005). The magnetosphere as a complex system. *Advances in Space Research*, 961–971.
- Valdivia, J. A., Sharman, A. S., & Papadopoulos, K. (1996). Prediction of magnetic storms by nonlinear models. *Geophysical Research Letters*, Vol.23(21),2899-2902.
- Vörös, Z., Jankaviczová, D., & Kovács, P. (2002). Scaling and singularity characteristics of solar wind and magnetospheric fluctuations. *Nonlinear Processes in Geophysics*, Vol.9, 149-162.
- Walker, R. J., & Russell, C. T. (1995). Solar-Wind Interactions with Magnetized Planets. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 164-181). New York: Cambridge University Press.
- Wanliss, J. (2005). Fractal properties of SYM-H during quiet and active times. *Journal of Geophysical Research*, Vol.110(A03202), 1-12.
- Wolf, R. A. (1995). Magnetospheric Configuration. En M. G. Kivelson, & C. T. Russell, *Introduction to Space Physics* (págs. 288-328). New York: Cambridge University Press.

