# DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA APLICADA A LA ENSEÑANZA DE LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS, MEDIANTE EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA

RAFAEL RODRIGO LOZADA CLAROS

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
MOCOA, OCTUBRE DE 2018

# DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA APLICADA A LA ENSEÑANZA DE LA CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS, MEDIANTE EL USO DEL SOFTWARE GEOGEBRA

Trabajo de Grado para optar al título de

MAGISTER EN EDUCACIÓN- MODALIDAD PROFUNDIZACIÓN

RAFAEL RODRIGO LOZADA CLAROS

Directora:

Mg. Luz Ayda Muñoz Mamiam

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICAS
PROGRAMA DE BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
MOCOA, OCTUBRE DE 2018

***Dedicado a:***

*Dios, a mi madre (Q. e. p. d), mi esposa y mi hija.*

*A Dios, por darme sabiduría, paciencia y la fe necesaria para iniciar y culminar este trabajo.*

*A mi madre, que en paz descanse, por su esfuerzo, consejos, trabajo y orientaciones que guiaron con sabiduría mi camino en la vida.*

*A mi esposa Dayana Carolina, por sus continuas oraciones y apoyo anímico que me dio durante el trascurso de este trabajo especialmente en aquellos momentos de dificultad y desfallecimiento.*

*A mi hija Angie Tatiana, por ser el motor que me impulsó a seguir adelante ante los obstáculos presentados, dejándole así un legado para motivarla a superarse en la vida.*

## Agradecimientos

Le doy infinitas gracias a Dios, nuestro señor, por darme la sabiduría, conocimiento y entendimiento necesario para avanzar en mi formación personal y profesional.

A mi asesora de maestría, Magister Luz Ayda Muñoz, por su paciencia, conocimiento y tiempo dedicado a la orientación y revisión de esta propuesta, lo cual hizo posible su culminación.

A la Institución Educativa Ciudad de Asís, especialmente a los estudiantes del grado 8 por aceptar participar de esta investigación, ya que sin su colaboración y apoyo no hubiese sido posible llevarla a cabo, como también a los docentes de esta institución que de una u otra manera apoyaron en la construcción y desarrollo de esta propuesta, especialmente a los profesores Cristina Medina y Heriberto Molina

Al profesor Carlos Ordóñez, por el interés mostrado durante el desarrollo del proyecto, orientaciones, sugerencias, consejos y por facilitar material que fue útil.

Al Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) y a la Universidad del Cauca por brindarme la oportunidad de cursar la Maestría en Educación en Matemática, brindando para ello recursos económicos, humanos y herramientas pedagógicas y didácticas; a la Coordinadora académica del programa, a todos los docentes, especialmente a la profesora Sandra Marcela Chito por sus comprensión, orientaciones y disponibilidad de tiempo para atender y resolver las inquietudes y dudas presentadas.

**Resumen**

El presente trabajo de grado, es una propuesta de intervención en el aula que se desarrolló en la Institución Educativa Ciudad de Asís del municipio de Puerto Asís, departamento del Putumayo, durante el primer semestre del año 2018, con un grupo de seis (6) estudiantes del grado octavo, para quienes se diseñó y aplicó una secuencia didáctica orientada a la enseñanza y el aprendizaje de la congruencia de triángulos, integrando el uso de una de las herramientas de las TIC, en este caso particular el software GeoGebra. La secuencia didáctica propuesta, está orientada a la solución de una situación real del contexto de los estudiantes, cuyo problema consistió en ¿cómo construir rampas idénticas de BMX freestyle?, contemplando un conjunto de actividades secuencialmente organizadas, partiendo de conceptos básicos de geometría, como: punto, recta, semirrecta, segmento, ángulos y triángulos, hasta llegar a los criterios de congruencia de triángulos, los cuales se desarrollaron utilizando el software GeoGebra. La metodología bajo la cual se desarrolló fue cualitativa y el método utilizado fue el de la investigación acción teniendo en cuenta que el fin buscado con esta propuesta es la de la transformación de las prácticas docentes.

La efectividad de la secuencia didáctica se pudo evidenciar mediante el progreso observado en el aprendizaje de los estudiantes en cuanto al concepto de la congruencia de triángulos y los criterios y/o los movimientos en el plano (reflexión, traslación y rotación) utilizados para justificarla; percibiendo además que la integración del software GeoGebra logra atraer a los estudiantes por los atributos que presenta, motivando y mejorando su aprendizaje, evidenciándose de esta manera la influencia que tienen las TIC en las aulas de clase, porque ayudan a facilitar el proceso de enseñanza para el docente y a mejorar el del aprendizaje de los estudiantes hacia las matemáticas.

***Palabras clave***: secuencia didáctica, enseñanza y aprendizaje con TIC, software GeoGebra, congruencia de triángulos.

**Tabla de contenido**

## Lista de Tablas

## Lista de figuras

**Lista de anexos**

## Introducción

La investigación parte de una problemática generada en las aulas por la falta de interés y motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes, debido al estilo tradicional utilizado por los docentes de la Institución Educativa Ciudad de Asís, viendo la necesidad de modificar las actuales prácticas de enseñanza por otras alternativas que puedan ser de interés para los educandos, como por ejemplo, el aprendizaje con el uso de las TICs, pretendiendo de esta manera facilitar el proceso de enseñanza para el docente y generar en los estudiantes el gusto por el aprendizaje de las matemáticas, para este caso la Geometría, fortaleciéndoles la visualización, la construcción y el razonamiento.

Por lo tanto, se planteó una propuesta de intervención, que busca dar respuesta a la pregunta problema: ¿Cómo integrar una herramienta de las TIC, software Geogebra[1], a la enseñanza y el aprendizaje de la congruencia de triángulos con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ciudad de Asís?

En cuanto a la metodología que se utilizó para desarrollar la propuesta de intervención, ésta fue enmarcada dentro del paradigma cualitativo, con un enfoque crítico social y el método fue el de la investigación acción. En cuanto a la técnica de recolección de información que se utilizó fue la observación participante, utilizando como instrumentos de recolección de información el diario de campo, registros fotográficos y audios. Se trabajó con una muestra de 6 estudiantes seleccionados al azar de la población estudiantil del grado octavo.

El documento consta de cinco capítulos que se desarrollan de la siguiente manera:

En el capítulo 1, se presentan los aspectos generales de la investigación. Inicia con la descripción del problema y la formulación de la pregunta de investigación, información elaborada con base a las dificultades que se están presentando en el proceso de enseñanza del docente y de aprendizaje de los estudiantes de la institución. Continúa con la justificación, dónde muestra los argumentos necesarios del por qué es importante desarrollar esta propuesta. Le sigue,

[1] Software GeoGebra: Software de matemáticas, gratuito e interactivo para todo nivel educativo, que reúne de manera dinámica Geometría, álgebra, cálculo y estadística. Funciona con distintos sistemas operativos y está siendo adoptado por millones de personas en el mundo quienes comparten sus diseños y aplicaciones (Geogebra, 2017). Fue elegido porque no necesita internet, es libre, fácil de descargar y de usar, tiene un entorno de trabajo agradable, potente e innovador, permite realizar construcciones que pueden modificarse dinámica e interactivamente.

el estado del arte o los antecedentes sobre experiencias anteriormente realizadas. En seguida, se presenta el objetivo general y los específicos, orientados a dar respuesta a la pregunta de investigación; y, por último, se encuentra el marco contextual, con información relacionada a la Institución Educativa Ciudad de Asís.

En el capítulo 2, se presentan el marco teórico. Contiene conceptos relacionados a las secuencias didácticas, las TICs, el software Geogebra, enseñanza y aprendizaje con el software Geogebra y descripción del objeto matemático de la congruencia de triángulos analizado desde su ámbito epistemológico, cognitivo y didáctico.

En el capítulo 3, se presenta la metodología de la investigación. Se da a conocer el tipo de investigación, enfoque, método, técnicas e instrumentos de recolección de información y descripción de los participantes del estudio.

En el capítulo 4, se encuentra el diseño de la secuencia didáctica con sus respectivas actividades, siguiendo una estructura propuesta por Díaz- Barriga (2013).

En el capítulo 5, se presenta los resultados obtenidos, iniciando por los resultados de la encuesta y la prueba diagnóstica, continuando con los resultados obtenidos en las sesiones de las diferentes semanas.

En el capítulo 6, se presenta el análisis de resultados. Se inicia con la presentación de los resultados obtenidos respecto al objetivo general y específicos, luego se encuentran las conclusiones, recomendaciones y sugerencias para futuras intervenciones a partir de la experiencia adquirida.

Enseguida, está la bibliografía, con las fuentes consultadas que sirven de soporte y validez a la presente propuesta.

Por último, los anexos, donde se encuentra el formato que se utilizó para la encuesta y prueba diagnóstica, y el análisis de resultados obtenidos de estos dos cuestionarios; como también, el diseño de la secuencia didáctica correspondiente al capítulo tres de actividades.

# Capítulo I

# Aspectos generales de la investigación

## 1.1 Presentación del Problema de investigación

Actualmente, la educación mundial se enfrenta a los avances tecnológicos del siglo XXI y los docentes no deben ser ajenos a estos nuevos retos, ya que las TIC se utiliza en diversos campos: educativo, laboral, social y cultural. Estos cambios obligan a implementar nuevas formas de trabajo y utilizar nuevos recursos educativos que sean innovadores para los procesos de enseñanza y de aprendizaje. John Daniel, director general adjunto de educación de la UNESCO[2], afirma que:

> Las instituciones de educación docente deberán optar entre asumir un papel de liderazgo en la transformación de la educación o bien quedar rezagadas en el camino del incesante cambio tecnológico. Para que la educación pueda explotar al máximo los beneficios de las TIC en el proceso de aprendizaje, es esencial que tanto los futuros docentes como los docentes en actividad sepan utilizar estas herramientas. Las instituciones y los programas de formación deben liderar y servir como modelo para la capacitación (Unesco, 2004, p.5).

Hoy por hoy, el área de matemáticas de la Institución Educativa Ciudad de Asís –IECA-, no cuenta con prácticas educativas innovadoras mediadas por la tecnología. Martín-Barbero (2009) expresa que el sistema escolar tiene como reto involucrar tecnología, reflexionando y replanteando sus estructuras, permitiendo cuestionamientos y considerando no sólo la introducción de máquinas sino de nuevos modos de relación de enseñanza y de aprendizaje. Este vacío percibido en la institución, se viene presentando por el desconocimiento que tienen los docentes sobre las diferentes aplicaciones de estas herramientas y/o el temor de experimentar con nuevos recursos, debido a la falta de actualización y capacitación docente por parte del ministerio de educación nacional de Colombia y en otros casos al desinterés personal.

A menudo los estudiantes comentan tanto en las aulas como en los pasillos de la institución que su desinterés y desmotivación hacia el aprendizaje es producto de las estrategias y

[2] UNESCO: Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura

métodos tradicionalistas utilizados por los docentes. Lopez y Sanchez (2010) afirman que “el aburrimiento, está estrechamente relacionado con el docente y la forma de impartir sus clases y de relacionarse con los estudiantes” (p.1). Los estudiantes que experimentan esta situación contagian de una u otra manera al resto del grupo, quienes terminan asumiendo la misma actitud.

De acuerdo al programa de asignatura del grado octavo de la institución educativa ciudad de asís, se evidencia tanto en la organización como en el desarrollo secuencial de los saberes matemáticos, la prioridad dada a temáticas correspondientes al pensamiento numérico, variacional y aleatorio, dejando para el final del año los contenidos del pensamiento métrico y geométrico, que en muchas situaciones por premura del tiempo u otras circunstancias se terminan enseñando de manera superficial o no se alcanzan a abordar. Abrate, Delgado, y Pochulu (2006) señalan, “resultó habitual que los docentes desplazaran paulatinamente los contenidos relativos a Geometría hacia las últimas unidades didácticas de su planificación escolar, llegándose, inclusive, a prescindir de su tratamiento en muchos cursos del Nivel Medio” (p.1). Como consecuencia de esta situación Gamboa y Ballestero (2010) manifiesta lo siguiente: “La enseñanza de la geometría con este enfoque ha provocado que esta sea considerada como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría estudiantil” (p.127). Situación problemática que influye en el estado de ánimo de los estudiantes.

De acuerdo a los resultados académicos de los estudiantes del último periodo escolar de anteriores cursos que han transitado por el grado octavo de educación básica secundaria de la Institución Educativa Ciudad de Asís, se evidencia dificultades en el aprendizaje de los saberes correspondientes al pensamiento geométrico. Según informe de resultados y análisis entregado por el ICFES[3] sobre las pruebas SABER del año 2016, se indica que en cuanto al componente geométrico – métrico el establecimiento es relativamente débil. Ahora, dentro de este pensamiento o componente, se percibe que los estudiantes tienen dificultades en la visualización y el razonamiento geométrico, especialmente cuando dos o más figuras se encuentran en diferentes posiciones del plano y se desea determinar su congruencia. En el mismo informe del ICFES arriba mencionado, se informa también que, según el análisis efectuado a los resultados de acuerdo a las competencias de los estudiantes, el establecimiento es débil en la competencia de comunicación, representación y modelación.

[3] ICFES: Instituto Colombiano Para el Fomento de la Educación Superior

Sumado a lo anterior, surge también dificultades que se le presentan a los docentes durante el proceso de enseñanza tradicional utilizado, especialmente cuando se requiere medir longitudes y/o ángulos, trasladar, reflejar y rotar figuras geométricas para constatar y comparar sus propiedades y determinar sus relaciones.

Todo lo anteriormente expuesto, lleva a formular la siguiente pregunta problema: ¿Cómo integrar una herramienta de las TIC, software GeoGebra, a la enseñanza y el aprendizaje de la congruencia de triángulos con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ciudad de Asís?

## 1.2 Justificación

El aprendizaje de la matemática es fundamental para el desarrollo del pensamiento y el desempeño de las personas en diferentes situaciones y contextos de la vida. Esta formación intelectual fortalece el razonamiento, la lógica y la crítica Ruiz (2000). Sin embargo, la motivación hacia su aprendizaje es un reto educativo, observándose en los estudiantes falta de interés por aprenderlas, manifestando no encontrarle sentido a muchos de los contenidos que les enseñan, percibiéndolos descontextualizados de su realidad. Gamboa (2007) señala que la enseñanza rutinaria y mecánica de la matemática ha creado una separación entre los conceptos teóricos y su aplicabilidad, generando en los alumnos desinterés por su aprendizaje. Esta situación ha propiciado que se convierta en una en una asignatura poco agradable para muchos estudiantes.

Por otro lado, los procesos de cambio que se presentan a nivel mundial exigen al sistema educativo la necesidad de crear e implementar nuevas prácticas de enseñanza y aprendizaje, utilizando recursos que sean innovadores. Como afirma Farias y Pérez (2010): "Hoy en día los estudiantes que se encuentran en los salones de clases son estudiantes nacidos en la era de la tecnología y los profesores se tienen que integrar a esta nueva onda" (p.38). Luego, las TIC, en el sistema educativo, proporciona a docentes y estudiantes herramientas mediadoras para acercarse y apropiarse del conocimiento de manera distinta a la tradicional, para ofrecer una formación académica adecuada y pertinente a los requerimientos del mundo moderno.

Es decir, que los docentes son llamados a la implementación de las tecnologías de la información y las comunicaciones, TIC; por lo tanto, es necesario explorar alternativas y estrategias didácticas que hagan más agradable la enseñanza de la asignatura para que los aprendizajes compartidos sean significativos para los estudiantes.

Teniendo en cuenta lo anterior, se propuso diseñar e implementar al interior del aula una secuencia didáctica como estrategia didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos, mediante el uso de una herramienta de las TIC, en este caso el software Geogebra, lo cual contribuirá a que los estudiantes desarrollen habilidades geométricas de visualización, construcción y razonamiento.

## 1.3 Estado del arte

En este apartado se presentan los trabajos desarrollados por otros investigadores, que tras la revisión de la literatura, han resultado de interés por estar relacionados al uso del software GeoGebra como medio para la enseñanza de la rama de la Geometría, particularmente a la congruencia de triángulos.

La información expuesta, está ordenada de tal manera que, en cada una de los trabajos seleccionados se encuentra en el siguiente orden: se inicia presentando el título o nombre con el que se encontró registrada la investigación; luego el autor, año de realización y ciudad; el objetivo general del proyecto; población objeto de estudio y de último se presentan los resultados que obtuvieron.

### 1.3.1 Evaluación unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos utilizando el Geoplano.

García (2016), municipio San Diego, estado de Carabobo (Venezuela). El objetivo fue el de evaluar una unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos utilizando el Geoplano en segundo año de educación media general, en la U.E "Hipólito Cisneros". Se pretendía desarrollar habilidades geométricas que les permitiera a los estudiantes resolver ejercicios relacionados con el contenido, y propiciar, su interés y participación hacia el estudio de la Geometría. Se implementó con 35 alumnos seleccionados al azar. Al final se determinó que desarrollaron ciertas habilidades geométricas propuestas en la unidad en los dos primeros niveles de razonamiento geométrico del modelo de Van Hiele (visualización y análisis), presentando dificultades para seguir un argumento lógico que les permitiera avanzar al tercer nivel (deducción) a partir de las habilidades geométricas propuestas en la unidad.

### 1.3.2 Enseñando geometría utilizando el Software Dinámico GeoGebra

Realizada por Melo, Draghi y Saldivia (2016), Santa cruz, Argentina, desarrollada con 21 alumnos de primer año de secundaria, edad promedio 13 años, su objetivo fue el de validar la producción matemática a partir de la visualización de una imagen que deja ser estática y puede ser fácilmente manipulable, propiciando la enunciación de conjeturas validas o no. Tomando como marco de referencia a la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau (1993) diseñaron una secuencia didáctica con una serie de actividades para enseñar los criterios de congruencia de triángulos. Después de varios análisis y discusiones se decidió que en la primera parte se utilizara lápiz y papel para construir los criterios de congruencia de triángulos y se realizaran varias actividades, luego utilizando el software de geometría dinámico GeoGebra se propuso tres actividades donde se requiere utilizar los criterios de congruencia.

Tuvieron algunas dificultades para proponer dentro de la secuencia didáctica ciertas actividades como, por ejemplo, construir triángulos para luego superponerlos, encontrándose con las limitantes del software Geogebra sobre esta posibilidad; como también de necesitar de parte de los estudiantes de ciertos conceptos como la simetría axial que a esa instancia de la formación aún no poseen.

La docente subía un archivo con las actividades para que cada alumno las desarrollara, y una vez terminadas emplearan el software GeoGebra para subir su trabajo y guardarlo. En el proceso se consideró el trabajo en grupo con el ánimo de favorecer la participación y el debate.

Para familiarizarlos con el software GeoGebra, en el mes de marzo (período del diagnóstico) se hicieron actividades de repaso adquiridas en el grado séptimo que requería el uso del GeoGebra. Luego en el mes de agosto se efectuó otra interacción con el GeoGebra que sirviera de exploración del programa, propiciando realizar dos actividades relacionadas a las propiedades geométricas.

En cuanto a resultados, afirman que:

Las actividades que se realizan con el software son diferentes a la de los libros, debido a la posibilidad de manipular las figuras; las preguntas formuladas permiten al alumno buscar relaciones que se visualizan cuando se mueve alguna parte de la construcción, las cuales están ocultas cuando la imagen se encuentra estática.

Además, que el trabajo y los resultados alrededor de validar conjeturas fue fructífero y alentador, siendo motivadores para seguir diseñando secuencias mediadas con el software GeoGebra, sin abandonar el quehacer propio de la matemática (Melo, Draghi y Saldivia, p. 243).

### 1.3.3 Reporte de un caso, relacionado a prácticas con SGD[4] en solución de problemas de congruencia de triángulos desde una mirada instrumental.

Pérez (2015), Argentina, su objetivo fue contribuir a la reflexión sobre el uso de las herramientas de tecnología digital de tipo SGD para el desempeño del profesor en un aula de clase, con la intención de mejorar su enseñanza y los efectos positivos que se esperan en el aprendizaje de los alumnos. Se diseñó una secuencia de actividades, incluidas las de preparatorias en temas previos a la congruencia y semejanza vía transformaciones geométricas y al uso del software GeoGebra, dado que los alumnos no habían estudiado geometría de forma sistemática y tampoco habían usado el SGD.

Afirma que se promovieron tres procesos cognitivos: visualización, conjeturación y argumentación. La visualización fue el más favorecido, constituyéndose en una práctica matemática de nivel 1; en cambio, la conjeturación, argumentación, justificación y exploración no fueron desarrollados de forma periódica, por tanto, no se constituyen en una práctica de nivel 2.

Las prácticas que no fueron favorecidas pueden constituirse como prácticas de nivel 2 de la actividad instrumentada en la medida que se los fomente. Esta es labor del profesor.

[4] SGD: Software de Geometría Dinámica

## 1.4 Objetivos

### 1.4.1 Objetivo general

Diseñar e implementar una secuencia didáctica aplicada a la enseñanza de congruencia de triángulos, mediante el uso del software GeoGebra, con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ciudad de Asís.

### 1.4.2 Objetivos específicos

1. Realizar un diagnóstico con los estudiantes para acercarse a la realidad de los saberes previos que tienen sobre clasificación de los triángulos y su congruencia.

2. Identificar las herramientas del software GeoGebra relacionados con la congruencia de triángulos.

3. Estructurar una secuencia didáctica con actividades de razonamiento espacial que integren el uso del software GeoGebra en el estudio del tema de la congruencia de triángulos.

4. Implementar la secuencia didáctica con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ciudad de Asís.

## 1.5 Marco Contextual

Para consolidar esta información se utilizó la carta de navegación oficial de la alcaldía municipal, denominado Plan de Desarrollo de Puerto Asís (2016), encontrándose lo siguiente:

Colombia es una nación que hace parte de Latinoamérica, está conformado por 32 departamentos entre ellos el Putumayo, ubicado al suroeste del país. La capital del departamento del Putumayo es la ciudad de Mocoa.

Puerto Asís, es uno de los 13 municipios que tiene el departamento del Putumayo, el de mayor población en esta región, ubicado a 90 km de la capital. Sus terrenos son planos y/o ligeramente ondulados, su altura es de 250 metros sobre el nivel del mar y una temperatura promedio de 29 grados centígrados. Cuenta con aproximadamente 60.792 habitantes.


*Figura 1:* Departamento del putumayo y Municipio de Puerto asís

### 1.5.1 Contexto socioeconómico

La población de Puerto Asís está integrada en un 79,8% por mestizos, el 12,5% por indígenas de las etnias Siona, Kofán, Embera Chami y Páez, y 7,6% por mulatos y afrodescendientes.

Es conocida como capital comercial del Putumayo, debido a su comercio; pero también por su producción agroindustrial, forestal, pecuaria, minera y explotación petrolera. Economía favorecida por tener comunicación por vía terrestre, aérea y fluvial.

### 1.5.2 Contexto cultural

Los eventos en pro de difundir y fortalecer la cultura local, son: Los carnavales de Puerto Asís; la Regata; el aniversario de la fundación de Puerto Asís; Feria ganadera y las fiestas patronales de San francisco de Asís.

### 1.5.3 Contexto educativo

Según el PEI[5] (2017) la Institución Educativa Ciudad de Asís, indica que:

Entre los diferentes establecimientos educativos que funcionan en Puerto Asís, se encuentra la Institución Educativa Ciudad de Asís, de carácter pública, dirigida hasta el año 2015 por la comunidad religiosa de las Hermanas Franciscanas de María Inmaculada, a partir del 2016 comenzó a ser dirigida por un civil, el diácono Fernando Herrera Narváez.

Tiene dos sedes para primaria y la otra para el bachillerato, ubicadas en el centro del municipio, frente al parque central. La planta de personal está conformada por: 1 Rector, 4 coordinadores, 70 docentes, 5 administrativos y 7 de servicios generales.

La población estudiantil es de más de 2.000 estudiantes entre niños, niñas, jóvenes y señoritas de la zona urbana y rural, ofreciendo el servicio educativo para preescolar, primaria, secundaria y media técnica comercial.

*Figura 2:* Institución Educativa Ciudad de Asís – IECA-

[5]PEI -Proyecto Educativo Institucional-: Carta de navegación de la institución, elaborado de manera concertada con la comunidad educativa, estudiantes, docentes, directivos y padres de familia; respondiendo a situaciones y necesidades de los educandos, comunidad local, región y del país.

La institución es un centro de producción de saberes con reconocimiento local, departamental y nacional. Es así como logró el reconocimiento a los 200 Proyectos Educativos Institucionales (PEI) más sobresalientes a nivel nacional, en el 2011 mediante resolución No. 4655 de noviembre 25, la Secretaria de Educación del Putumayo le otorgó al plantel el Premio hacia la Excelencia Institucional Luis Bolívar Mejía Puerchambud, en virtud al cumplimiento de todos los requisitos y exigencias establecidas para el desarrollo de las cuatro áreas de gestión estratégicas definidas en la guía 34, Mejoramiento Institucional del Ministerio de Educación Nacional de Colombia.

Los anteriores resultados son el producto de un proceso de más de 15 años de mejoramiento continuo. Así se consolidó el Proyecto Educativo Institucional (PEI), el SIEVA[6], el Gasoft[7], la organización por componentes, el pacto de convivencia escolar y el módulo interdisciplinar, instrumentos que han permitido permanecer en el nivel superior en las pruebas de estado, tal como consta en el índice sintético de calidad educativa (ISCE), socializado en el "día E[8]".

En la actualidad, cuenta con 6 grupos de estudiantes que cursan el grado octavo (A, B, C, D, E y F), tienen una edad que oscila entre los 13 y 15 años. En cada salón se encuentran aproximadamente 35 estudiantes, en sus ratos libres o en el descanso se los observa que con gran facilidad unos se entretienen utilizando la tecnología actual, tales como: el celular, el portátil y las tabletas; sin embargo, también las utilizan para hacer consultas en sus respectivas asignaturas. Por lo tanto, resulta interesante aprovechar el interés y dinamismo por parte de ellos en el gusto por el uso de la tecnología para trabajar diferentes temas del campo de la matemática, en especial los concernientes a los del pensamiento geométrico.

---

[6] SIEVA: Sistema Institucional de Evaluación de los aprendizajes de la Institución Educativa Ciudad de Asís

[7] Gasoft: Sistema de Gestión Académica de notas de la Institución Educativa Ciudad de Asís.

[8] Día E: Día de la Excelencia educativa programado anualmente por el MEN para saber cómo están los procesos y resultados de las Instituciones Educativas, que permita acordar acciones conjuntas hacia el logro del objetivo.

# Capítulo II
# Marco teórico

## 2.1 Secuencias didácticas

Uno de los elementos importantes a tenerse en cuenta en la presente propuesta de intervención son las secuencias didácticas, Para su concepto y estructura se tomó como apoyo bibliográfico aportes teóricos propuestos por Díaz-Barriga (2013) en su documento escrito con el nombre de guía para la elaboración de una secuencia didáctica.

La secuencia didáctica, es un conjunto organizado de actividades de aprendizaje con el propósito de crear situaciones que les permitan a los estudiantes adquirir un aprendizaje significativo. Para que esto se pueda llevar a cabo requiere que el docente proponga actividades significativas que les permita a los estudiantes su aprendizaje.

Cada docente tiene que planear y estructurar la secuencia didáctica de acuerdo a su visión, propósitos y objetivos educativos, incorporando a su propuesta aquellos elementos que le sean significativos.

Se debe partir de recuperar aquellas nociones previas que tienen los estudiantes, relacionándolas con situaciones problema reales, para que la información a la que va a acceder el estudiante tenga sentido para él, y así propiciar un proceso de aprendizaje. Las actividades deben ir encaminadas a que los estudiantes realicen acciones dónde pongan en juego sus conocimientos y experiencias previas para responder interrogantes que provienen de su contexto y con información sobre un objeto de conocimiento.

La estructura está integrada por actividades para el aprendizaje y las de evaluación para el aprendizaje que están inscritas en las mismas actividades de aprendizaje, las cuales se realizan de manera paralela dentro del aula porque están estrechamente relacionadas. En la secuencia didáctica hay una articulación de principios de aprendizaje con los de evaluación, en sus tres dimensiones diagnostica, formativa y sumativa.

En las actividades tanto para el aprendizaje como para la evaluación, es importante articular los contenidos con elementos de la realidad que viven los estudiantes, superando el hábito de ejercicios rutinarios o aplicar solamente exámenes, sin necesidad de eliminarlos completamente.

Para la elaboración de una secuencia didáctica, partir de la selección de un contenido del programa de estudios de la institución, y determinar los propósitos u objetivos del aprendizaje del contenido, de acuerdo a la visión pedagógica y didáctica del docente. Luego, avanzar de manera simultánea en dos líneas: la primera, referida a qué resultados se espera obtener en los estudiantes, apuntando a la construcción de acciones de evaluación. La segunda, se refiere a las actividades que se pueden proponer para crear un ambiente de aprendizaje dónde se puedan ir obteniendo esos resultados, apuntando a la construcción de las actividades de aprendizaje.

**Tipo de actividades**

En este aspecto, el autor propone tres: apertura, desarrollo y cierre, acompañadas de una evaluación formativa que permita una retroalimentación del proceso, y una evaluación sumativa, la cual ofrece evidencias de aprendizaje.

**Actividades de apertura**

Para Díaz-Barriga (2013) “permiten abrir el clima de aprendizaje, si el docente logra pedir que trabajen con un problema de la realidad, o bien, abrir una discusión en pequeños grupos sobre una pregunta que parta de interrogantes significativos para los estudiantes” (p.6). Trabajar con un problema generará interés y curiosidad en los estudiantes, convirtiéndose en un reto intelectual para ellos, y como consecuencia traerán a la mente información que ya poseen, producto de su propia experiencia cotidiana o de su formación escolar. Los resultados tienen que ser socializados al resto de compañeros.

**Actividades de desarrollo**

Buscan que el estudiante interactúe con nueva información a partir de los conocimientos previos con los que ya cuenta sobre un tema, para que le pueda dar sentido y significado a la nueva información. Estas actividades deben lograr poner en interacción la información previa que tienen los estudiantes con la nueva información y hasta donde sea posible con un referente contextual. Las fuentes de información pueden ser diversas: una exposición docente, discusión sobre una lectura o un video académico, etc. Los recursos que el docente puede utilizar también son variados, puede utilizar aplicaciones a las que pueden acceder sus estudiantes.

Durante las actividades de desarrollo del contenido, el profesor puede realizar una exposición sobre los principales conceptos, teorías y habilidades, incluyendo preguntas guía que apoyen la discusión de los alumnos y que las tareas que se plantean estén diseñadas de tal manera que motive a los estudiantes, evitando la realización de ejercicios rutinarios de poco significado.

Hay dos momentos que son importantes en las actividades de desarrollo: el primero de ellos, es el trabajo intelectual con una información, y el segundo, es la aplicación de esa información en una situación problema para que el aprendizaje obtenido por el estudiante tenga relevancia y por lo tanto le sea significativo.

Algunas de las evidencias de aprendizaje pueden ser consideradas como evidencias de evaluación, tanto en la perspectiva formativa, como en la sumativa.

**Actividades de cierre**

Es una síntesis del proceso y del aprendizaje adquirido. Consisten en reconstruir información a partir de determinadas preguntas, resolver ejercicios con situaciones específicas desafiantes dónde se requiera emplear información. Pueden realizarse individualmente o en grupo, disponiendo de un espacio tanto para la acción intelectual como para la socialización y discusión entre pares.

Se pueden utilizar como evaluación para el docente y los estudiantes, en el sentido formativo y sumativo; por lo que las actividades que se propongan deben generar información relativa al proceso de aprendizaje de los estudiantes, como también permitir obtener evidencias de aprendizaje.

Con estos resultados se puede valorar avances logrados, dificultades de aprendizaje observados (conocimientos previos y habilidades) y el nivel de compromiso con el que están asumiendo esta responsabilidad de aprender.

Los estudiantes podrán organizar un portafolio de evidencias para que varias de estas actividades se incluyan en el documento, y proponer una actividad para que puedan socializar las evidencias que han obtenido en su trabajo.

**Evaluación del aprendizaje**

De acuerdo a Díaz-Barriga (2013) esta actividad se puede desarrollar en las actividades de aprendizaje debido a la estrecha relación que hay entre ellas. Por lo tanto, se debe saber articular y construir estos dos tipos de actividades: las de aprendizaje, con las de evidencias de evaluación, cumpliendo estas últimas con una función didáctica de evaluación formativa y sumativa.

En las actividades de evaluación, la información se debe relacionar con situaciones reales para que pueda ser considerada según la didáctica en una evaluación significativa, y que para determinar las evidencias de evaluación en cada secuencia de aprendizaje, es necesario establecer la relación que pueden tener las etapas o avances con respecto a la situación problema y los contenidos del curso, el cual puede ser mensual, bimestral o la que defina el profesor. Recomienda tener claro lo que espera que sus estudiantes puedan realizar.

Para el autor, la evaluación final (la sumativa), es el resultado de la integración de múltiples evidencias, tales como: resolución del problema o caso, presentación de avances, de ejercicios relacionados con situaciones concretas, inclusive exámenes con preguntas significativas. Sin embargo, desde el principio, presentar de manera clara a los estudiantes los instrumentos que utilizará, como por ejemplo: tareas, que se pueden obtener de las actividades de desarrollo y de cierre, trabajos individuales y/o en pequeños grupos, siempre y cuando se haya indicado una responsabilidad para cada uno de los integrantes, o exámenes con las características antes mencionadas.

Las evidencias de aprendizaje de cada etapa del proceso se pueden utilizar como elemento de reflexión y análisis de los alumnos en pequeños grupos, promoviendo actividades de coevaluación entre ellos.

El reto de construir una secuencia didáctica radica en la habilidad del docente para relacionar la información con experiencias previas de los alumnos y problemas de la realidad, como también lograr articular las actividades de aprendizaje con las de evaluación.

## 2.2 Las TIC.

UNESCO (2002) ofrece la siguiente definición:

> Se conciben como el universo de dos conjuntos, representados por las tradicionales Tecnologías de la Comunicación (TC) – constituidas principalmente por la radio, la televisión y la telefonía convencional, y por las Tecnologías de la Información (TI) – caracterizadas por la digitalización de las tecnologías de registros de contenidos (informática, de las comunicaciones, telemática y de las interfaces) (p.10).

Las TIC en la educación se les atribuye las siguientes funciones: medio de expresión para la creación, canal de comunicación, instrumento para procesar información, fuente de información, organización y gestión de centros, tutorías, recurso interactivo para el aprendizaje, instrumento cognitivo.

Hoy en día la tecnología además de ser una herramienta mediadora del aprendizaje es una herramienta de mediación cultural. Tanto las tecnologías de la comunicación como las de la información socializan a los adolescentes modelos y pautas de comportamiento y estos atributos se pueden utilizar a favor de la escuela. Martín-Barbero (2009) expresa su inquietud sobre las desventajas de la distancia entre la escuela y los cambios sociales, provocando que el estudiante deje fuera de la escuela su cuerpo, alma, sensibilidades, experiencias y cultura. Es necesario que la escuela reflexione respecto a las actuales prácticas de enseñanza que se viene utilizando en las aulas y la importancia de introducir la tecnología a esta labor para aprovechar su potencialidad y responder de manera competente a las exigencias de un mundo moderno.

## 2.3 Software GeoGebra.

A partir de la información recopilada en GeoGebra (2017), la página oficial, se define a GeoGebra como un software libre de matemática dinámica, para aprender y enseñar en todos los niveles educativos geometría, álgebra, hoja de cálculo, gráficos, estadística y cálculo. Su creador Markus Hohenwarter, comenzó el proyecto en el año 2001 en la Universidad de Salzburgo (Australia).

GeoGebra está escrito en Java y por tanto está disponible en múltiples plataformas: Windows (todas), MacOs, Linux y android (depende del tipo de dispositivo).

En este software puede hacerse construcciones con puntos, segmentos, líneas, cónicas a través del ingreso directo con el ratón o teclado, y todo eso modificable en forma dinámica: es decir que, si algún objeto B depende de otro A, al modificar A, también se actualiza B.

## 2.4 Enseñanza y aprendizaje con el software GeoGebra.

Tema abordado teniendo en cuenta la investigación realizada por García (2011) sobre la evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir el software GeoGebra en el aula.

En los últimos años ha ido cobrando relevancia el uso de herramientas o recursos como SGD en las aulas de matemáticas para fomentar el estudio dinámico de la Geometría. Desde los Estándares de Geometría del NCTM[9] se propone el uso de software de geometría dinámica en las aulas argumentando que: La Geometría ha sido siempre un campo rico en el que los estudiantes pueden descubrir patrones y formular conjeturas.

En ese sentido, el profesorado de matemáticas se enfrenta en la actualidad al reto de innovar e introducir cambios en el modo tradicional de enseñar geometría, empujados por la corriente o revolución tecnológica que invade nuestras vidas y que afecta también al ámbito educativo.

La integración de las TIC en las aulas es función de los profesores, pero antes de introducirlas, es necesario plantearse el modo de hacerlo eficazmente, para que sea coherente con la propia visión del proceso de enseñanza y aprendizaje. De ello dependerá la selección y diseño de las tareas que se trabajarán en el aula con estos recursos.

[9] NCTM: organización profesional internacional comprometida con la excelencia de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para todos los estudiantes

El uso de las TIC en el aula puede servir de medio de aproximación a los intereses de los estudiantes, demostrando así que la escuela no está desconectada de los modos de vida actuales, sino que se adapta a los cambios que en la sociedad se producen.

Las funciones del profesor y del alumno dentro de un entorno tecnológico son coherentes con las teorías constructivistas, encajando con el modelo de enseñanza del aprendizaje por descubrimiento guiado, que plantean estrategias de aprendizaje que hagan de los alumnos elementos activos y dinámicos en la construcción del saber. En este tipo de aprendizaje el profesor debe proporcionar todo el material adecuado y estimular a los estudiantes para que, mediante la observación, la comparación, el análisis de semejanzas y diferencias, puedan descubrir de manera activa una información de manera significativa, ya que "el descubrimiento fomenta el aprendizaje significativo[10]".

Respecto a cuál debe de ser el papel del profesor en la sociedad de la información, Barberá, Mauri y Onrubia (como se citó en García, 2011), lo expresan con las siguientes palabras: proveedor de recursos, facilitador del aprendizaje, guía para sus alumnos, colaborador del grupo-clase, motivador del saber, consultor de información, activador de conocimientos previos, planificador escrupuloso, asesor de técnicas de estudio y estrategias de aprendizaje, evaluador continuo, gestor de conocimientos, potenciador del aprendizaje, entre otros.

En cuanto al alumno, su papel, tanto en el paradigma del aprendizaje por descubrimiento como en la sociedad de la información (entorno tecnológico), es el mismo: pensador autónomo, creativo y crítico, responsable de su propio aprendizaje (comenzará formulando suposiciones intuitivas que posteriormente intentará confirmar sistemáticamente).

## 2.5 Elementos a enseñar en la congruencia de triángulos

A continuación, se aborda los elementos y conceptos básicos de Geometría relacionados al tema de la congruencia de triángulos, objeto de estudio de esta investigación. Para este fin se tomará como apoyo bibliográfico el texto presentado por Ramírez et al. (2013) . Es un texto de

[10] El psicólogo estadounidense D. P. Ausubel (1963, 1968) propuso el concepto de aprendizaje significativo como el proceso según el cual los nuevos conocimientos se incorporan en forma sustantiva en la estructura cognitiva del alumno. Esto se logra cuando el estudiante relaciona los nuevos conocimientos con los anteriormente adquiridos; pero también es necesario que el alumno se interese por aprender lo que se le está mostrando.

carácter formal utilizado en nuestro medio para la enseñanza media, basados en los fundamentos de la Geometría euclidiana, el cual ayuda a los estudiantes a entender la geometría en un nivel básico acorde a sus condiciones; los conceptos se explican utilizando un vocabulario sencillo donde generalmente las figuras se encuentran después de realizar su definición formal.

Todas las figuras, salvo que se indique lo contrario, fueron elaboradas por el autor de este trabajo utilizando el software Geogebra.

Para comenzar, se abordarán algunos conceptos y definiciones básicas de Geometría, necesarias para poder comprender el concepto de congruencia de triángulos.

### 2.5.1 Elementos básicos en la Geometría

***El punto.***

Es el elemento más simple, no tiene tamaño, sólo indica una posición. La idea de punto se puede entender como la huella que deja la punta de un lápiz sobre una hoja de papel (Ramírez et al, 2013). Los puntos se nombran con letras mayúsculas (fig. 3).

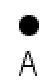



*Figura 3*. El punto

***La recta.***

Es el conjunto infinito de puntos que se prolonga indefinidamente en dos sentidos opuestos; una recta no tiene principio ni fin. La idea de recta se puede entender como la marca que deja un lápiz al pasar por dos puntos usando el borde de una regla (Ramírez et al; 2013).

Cuando se representa una recta se dibujan flechas en cada extremo para indicar que se prolonga indefinidamente en ambos sentidos. Las rectas se nombran con las letras de dos de sus puntos o mediante una letra minúscula (fig. 4).


*Figura 4*. Denotación de una recta

***Semirrecta***

Parte de la recta que tiene un principio, pero no tiene fin; es decir que se extiende de manera indefinida desde un determinado punto hacia una sola dirección. (Ramírez et al, 2013), (fig. 5).


*Figura 5*. Semirrecta

***Segmento***

Parte de la recta que comprende dos puntos y los puntos que están comprendidos entre ellos (Ramírez et al, 2013), (fig. 6).


*Figura 6*. Segmento de recta

### 2.5.2 Ángulos:

Están formados por la unión de dos semirrectas que parten desde un mismo punto. Las semirrectas corresponden al lado inicial y lado final del ángulo, y el punto común se llama vértice (Ramírez et al, 2013), (fig. 7).

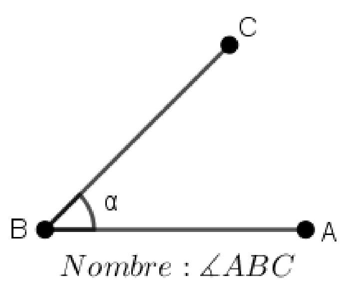



*Figura 7.* Ángulo

Para denotar o nombrar un ángulo existen tres formas:

Se marca sobre cada lado del ángulo y del vértice, un punto con su respectiva letra. Luego se escribe el símbolo < y en seguida las letras de los puntos, dejando la del vértice siempre en el centro. El ángulo formado en la figura 7, se nombra como <ABC.

Indicando solamente la letra mayúscula que se encuentra en el vértice, anteponiéndole el símbolo < . El mismo ángulo de la figura 7, se puede nombrar también como <B.

Escribiendo una letra griega (α, β, θ) o un número entre los lados del ángulo (1, 2, 3,…), anteponiéndole el símbolo < . Hablando de la misma figura 7, el ángulo formado se puede nombrar como <α o <1

***Ángulos congruentes.***

Son aquellos que tienen la misma medida (Ramírez et al, 2013), (fig. 8). Por ejemplo, el <ABC tiene la misma medida que el <DEF; por lo tanto, se dice entonces que los dos ángulos son congruentes y se representan como: <ABC ≅ <DEF, dónde ≅ es el símbolo de la congruencia.

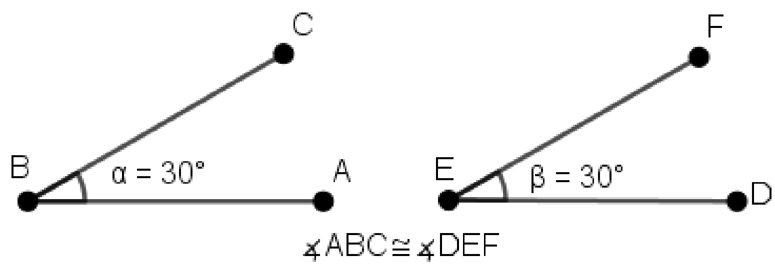


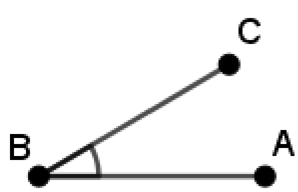
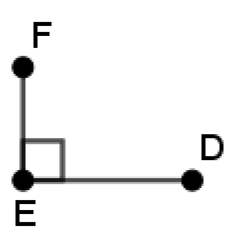
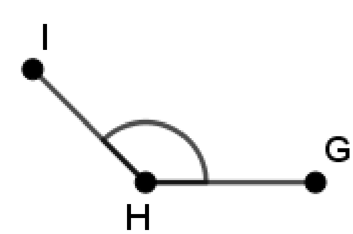
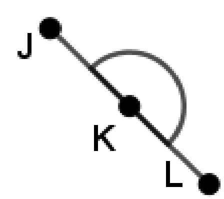

*Figura 8.* Ángulos congruentes

### 2.5.2.1 Clasificación de los ángulos:

Los ángulos se clasifican según sus medidas, según la suma de sus medidas y según su posición (Ramírez et al, 2013).

***Según su medida:***

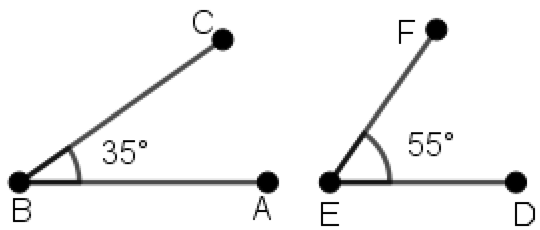
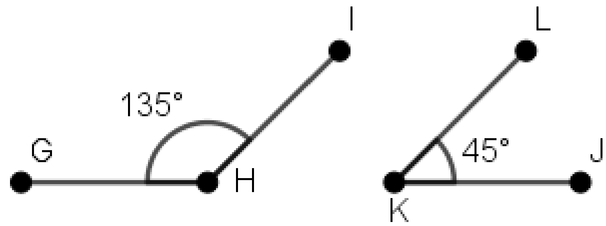
Tabla 1. Clasificación de ángulos según la medida de su amplitud.

| **Agudo** | **Recto** | **Obtuso** | **Llano** |
|---|---|---|---|
| Mide menos de $90^0$. | Mide $90^0$. | Mide más de $90^0$ y menos de $180^0$. | Mide $180^0$. |
|   |   |   |   |

***Según la suma de sus medidas:***

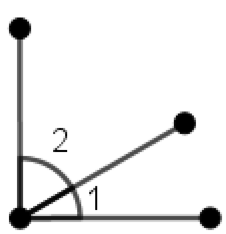
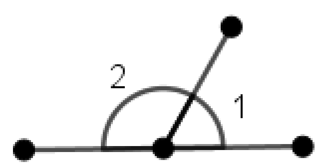
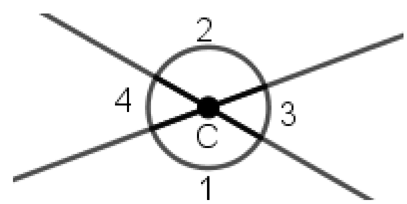
Tabla 2. Clasificación de ángulos según la suma de sus amplitudes

| **Ángulos complementarios** | **Ángulos suplementarios** |
|---|---|

| | |
|---|---|
| La suma de sus medidas es igual a $90^0$<br><br><br>En las figuras, se observa que:<br>$35^0 + 55^0 = 90^0$<br>Por lo tanto, el $\angle B$ y el $\angle E$ son: complementarios.<br><br>Se dice entonces, que el $\angle B$ es el complemento del $\angle E$ , o viceversa. | La suma de sus medidas es igual a $180^0$<br><br><br>En las figuras, se observa que:<br>$135^0 + 45^0 = 180^0$<br>Por lo tanto, el $\angle H$ y el $\angle K$ son: suplementarios.<br><br>Se dice entonces, que el $\angle H$ es el suplemento del $\angle K$ , o viceversa |

***Según su posición***:

Tabla 3. Clasificación de los ángulos según su posición

| **Consecutivos** | **Adyacentes** | **Opuestos por el vértice** |
|---|---|---|
| Tienen en común el vértice y un lado.<br><br><br>$\angle 1$ y $\angle 2$ son consecutivos | Son consecutivos y los lados no comunes forman un ángulo llano o plano.<br><br><br>$\angle 1$ y $\angle 2$ son adyacentes | Se forman a partir de dos rectas secantes.<br><br><br>$\angle 1$ y $\angle 2$ son opuestos por el vértice; $\angle 3$ y $\angle 4$ también lo son. |

### 2.5.3 Triángulos

Es la región del plano que está limitada por tres rectas que se interceptan dos a dos (Ramírez et al, 2013, p. 261), (fig. 9).

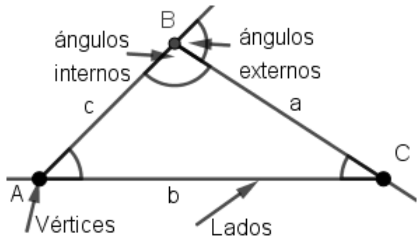



*Figura 9.* Partes de un Triángulo

Se nombran con el símbolo Δ seguido por las letras que indican sus vértices. El triángulo, se nombra como ΔABC.

En un triángulo se identifican los siguientes elementos:

**Vértices**: Puntos dónde se interceptan cada par de rectas que forman el triángulo. Se nombran con las letras mayúsculas A, B, C. (fig. 9).

**Lados**: Son los segmentos determinados por dos vértices. Se nombran con las dos letras en mayúsculas dónde se encuentra cada lado $\left(\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}\right)$, o también nombrando la misma letra del vértice opuesto, en minúscula c, a, b. (fig. 9).

Los lados del triángulo indicado en la figura 9, se puede nombrar utilizando cualquiera de las siguientes dos formas: $\overline{AB} = c$; $\overline{BC} = a$; $\overline{CA} = b$

**Ángulos internos:** Son los que se forman con cada dos lados consecutivos del triángulo. (fig. 9).

**Ángulos externos**: Son los ángulos adyacentes a los ángulos internos. Se forman por un lado del triángulo y la prolongación de otro. (Fig. 9)

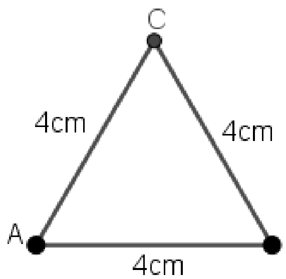
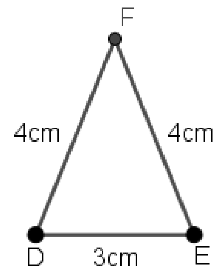
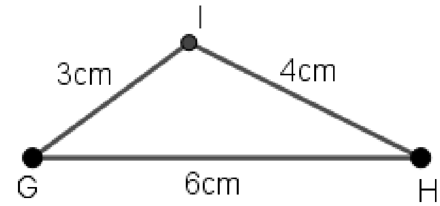
#### 2.5.3.1 Clasificación de los triángulos

Siguiendo a (Ramírez et al, 2013), los triángulos se clasifican según la medida de sus lados y según la medida de sus ángulos.

***Según la medida de sus lados***

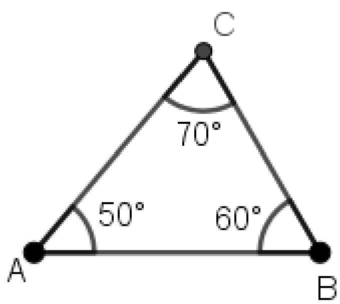
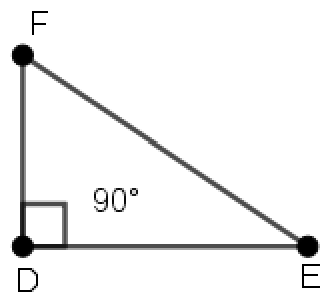
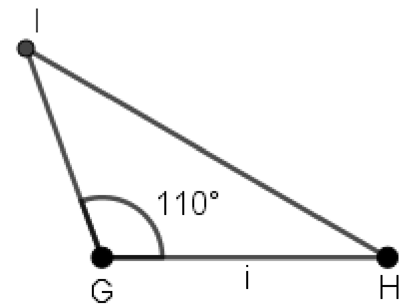
Tabla 4. Clasificación de los triángulos según la medida de sus lados

| Equilátero | Isósceles | Escaleno |
|---|---|---|
| Sus lados tienen la misma medida. | Dos de sus lados tienen la misma medida. | Sus lados tienen diferente medida. |

| | | |
|---|---|---|
|  |  |  |

***Según la medida de sus ángulos***

Tabla 5. Clasificación de los triángulos según la medida de sus ángulos internos

| **Acutángulo** | **Rectángulo** | **Obtusángulo** |
|---|---|---|
| Sus ángulos son agudos. | Tiene un ángulo recto y dos agudos. | Tiene un ángulo obtuso y dos agudos. |
|  |  |  |

### 2.5.3.2 Propiedades de los triángulos

(Ramírez et al., 2013) afirma que en todo triángulo se cumple las siguientes propiedades:

1. La suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a 180° (fig.10).

$\angle A + \angle B + \angle C = 180^0$

$45^0 + 70^0 + 65^0 = 180^0$

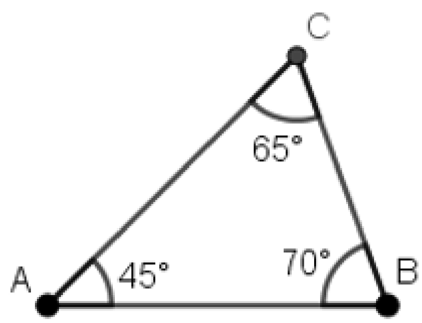



*Figura 10*. Suma de los tres ángulos internos igual a 180

2. Al lado de mayor longitud se opone el ángulo de mayor amplitud, y al lado de menor longitud se opone el ángulo de menor amplitud (fig. 11).

| **Lado opuesto** | **Ángulo** |
|---|---|
| 4 cm | $\angle B = 70^0$ |
| 3 cm | $\angle A = 45^0$ |
| 3,9 cm | $< C = 65°$ |

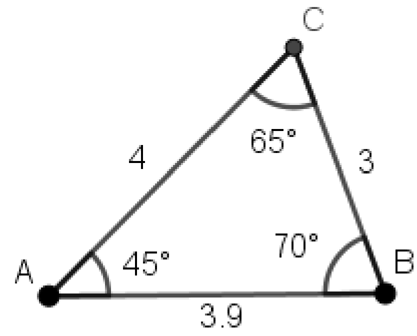



*Figura 11*: Lado de mayor longitud opuesto al ángulo de mayor amplitud

3. Un lado de un triángulo es menor que la suma de las medidas de los otros dos lados y mayor que su diferencia (fig. 12).

$a \langle\ b+c$ pero: $a \rangle\ c-b$

$4 \langle\ 2+3$ $4 \rangle\ 3-2$

$4 \langle\ 5$ $4 \rangle\ 1$

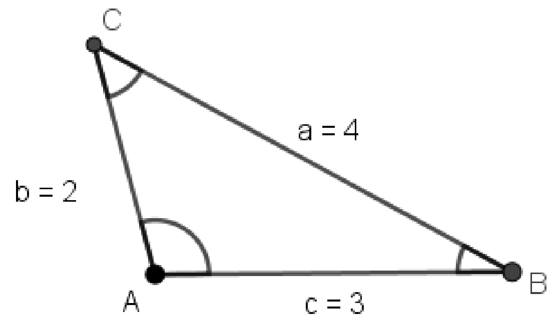



*Figura 12*: Un lado es menor que la suma de los otros dos

4. El valor de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de la medida de los ángulos interiores no adyacentes (fig. 13).

En el triángulo se verifica:

$\angle CBE = \angle A + \angle C$

$110^o = 45^o + 65^o$

$110^o = 110^o$

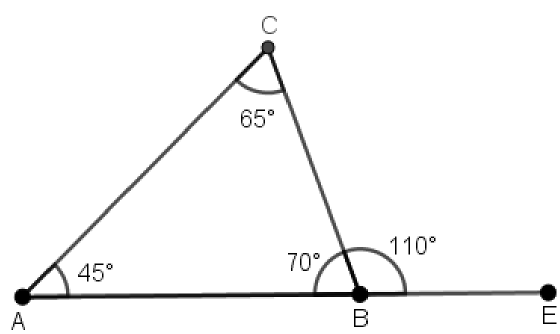



*Figura 13*: Ángulo exterior igual a la suma de los ángulos internos no adyacentes

5. Si un triángulo tiene dos lados iguales, sus ángulos opuestos también son iguales (fig. 14).

En el triángulo se verifica:

$a = b \quad \Rightarrow \quad \angle A = \angle B$

$71^o = 71^o$

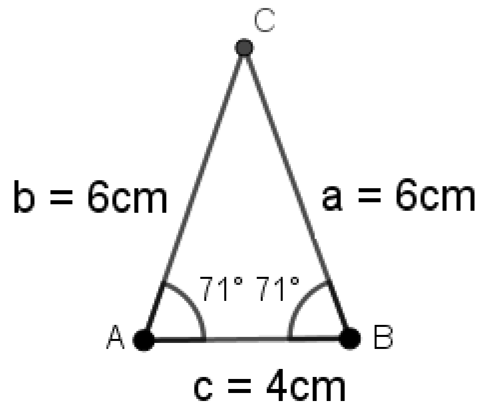



*Figura 14.* Ángulos opuestos a lados iguales también son iguales

### 2.5.4 Congruencia de triángulos

Para abordar este tema, se parte explicando la congruencia de segmentos de recta. Dos segmentos son congruentes cuando tienen la misma longitud (Ramírez et al., 2013), (fig. 15).


Figura 15: segmentos congruentes

Teniendo en cuenta que ambos segmentos tienen la misma longitud o medida, se afirma que

$\overline{AB} \cong \overline{CD}$ . Significa que el segmento $\overline{AB}$ es congruente con el segmento $\overline{CD}$ .

En cuanto a figuras congruentes, Ramírez et al (2013) afirma que dos figuras son congruentes si tienen exactamente la misma forma y el mismo tamaño. Cuando se superponen dos polígonos congruentes se puede observar que sus lados y sus ángulos coinciden (fig. 16).

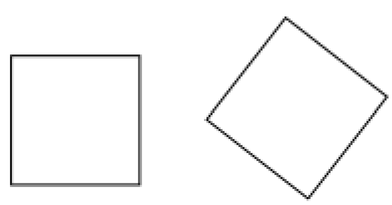


*Figura 16.* Figuras congruentes

Teniendo en cuenta el tema objeto de enseñanza sobre la cual se orienta el presente proyecto de intervención, se procede a abordar la congruencia de triángulos.

**Definición**: Dos triángulos son congruentes cuando sus lados y sus ángulos correspondientes tienen la misma medida (Ramírez et al., 2013), (fig. 17).

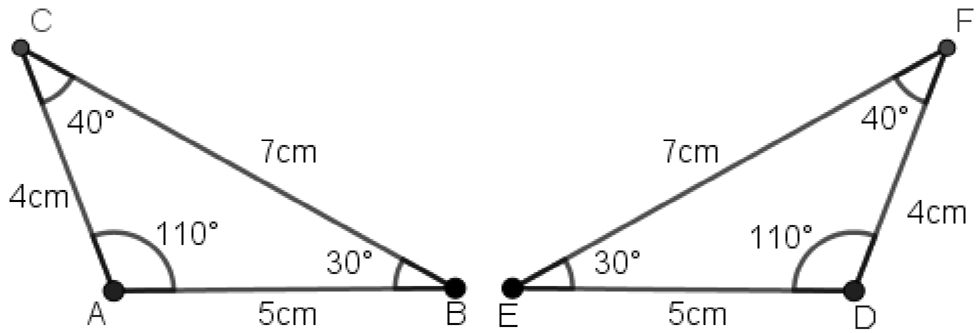


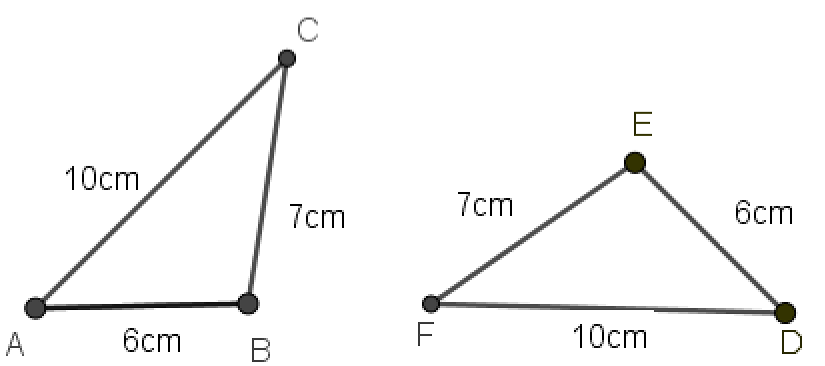

Figura 17: Triángulos congruentes

Sin embargo, Ramírez et al (2013) señala que para demostrar que dos triángulos son congruentes no es necesario comprobar uno a uno que los lados y ángulos correspondientes tienen la misma medida. Para esto, se deben aplicar los criterios de congruencia de triángulos que se presentan a continuación.

### 2.5.4.1 Criterios de congruencia de triángulos

**Primer criterio: lado, lado, lado (LLL)**

Dos triángulos son congruentes si los tres lados de un triángulo son congruentes con los tres lados correspondientes del otro triángulo (fig. 18).



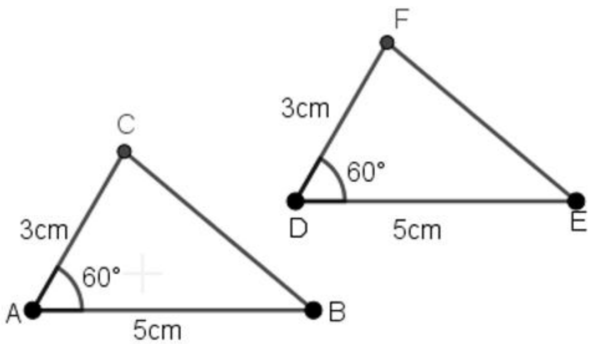

El $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

porque: $\left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} \cong \overline{DE} \\ \overline{BC} \cong \overline{EF} \\ \overline{AC} \cong \overline{DF} \end{array} \right\}$

*Figura 18*: Criterio LLL (Lado, Lado, Lado)

**Segundo criterio: lado, ángulo, lado (LAL)**

Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente congruentes y el ángulo que está comprendido entre ellos (fig. 19).



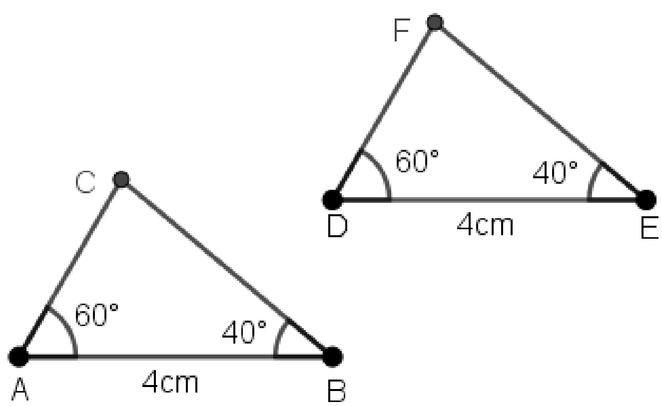

El $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

$$\text{porque: } \left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} \cong \overline{DE} \\ \overline{AC} \cong \overline{DF} \\ \angle A \cong \angle D \end{array} \right\}$$

Figura 19: Criterio LAL (Lado, Ángulo, Lado)

**Tercer criterio: ángulo, lado, ángulo (ALA)**

Dos triángulos son congruentes si tienen dos ángulos respectivamente congruentes y el lado que está comprendido entre ellos también congruente (fig. 20).




El $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

$$\text{porque: } \left\{ \begin{array}{l} \angle A \cong \angle D \\ \angle B \cong \angle E \\ \overline{AB} \cong \overline{DE} \end{array} \right\}$$

Figura 20: Criterio ALA (Ángulo, Lado, Ángulo)

Considerando, que tanto el docente investigador como los estudiantes utilizarían por primera vez el software GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de la congruencia de triángulos, fue necesario para comenzar a familiarizarse con este software afianzarse en ciertos contenidos relacionados al concepto y construcción de elementos básicos de Geometría (punto, recta, semirrecta, segmento), ángulos (denotación, congruencia y clasificación), triángulos (denotación, partes y clasificación), los cuales además de ser fundamentales para llegar a la apropiación del concepto de congruencia de triángulos, sirvieron también para practicar y adaptarse al el software.

## 2.6 Ámbito cognitivo

De acuerdo a Gutierrez (2004), uno de los problemas identificados por la didáctica que ha impedido que los estudiantes adquieran una formación geométrica adecuada para comprender de manera más profunda los conceptos estudiados, se debe a los cambios generados en los currículos de los diferentes países a mediados del siglo XX, promovidos por el auge de las matemáticas modernas, quienes propusieron un aprendizaje centrado en el cálculo y el álgebra, restándole importancia al aprendizaje de la Geometría euclidiana, conduciendo a desarrollar un aprendizaje enfocado al reconocimiento de figuras planas y espaciales básicas, de tipo memorístico de sus nombres, definiciones, alguna propiedad básica y de las fórmulas de cálculo de perímetro, área y volumen.

En el mismo sentido, Iglesias y Sanchez (2015) señala que el aprendizaje de la Geometría, se está limitando a elaborar consultas asignadas por los profesores, quienes aducen falta de tiempo para abordar los temas, y al cálculo del área de figuras planas y volumen de cuerpos geométricos. Se evidencia que las clases son de tipo expositivo, recurriendo al tablero para dibujar las figuras geométricas, utilizándose pocos materiales didácticos manipulables como el juego geométrico, el tangram chino, el Geo plano de trama cuadrada y circular, entre otros.

En cuanto a la congruencia de triángulos, Gutierrez (2004) manifiesta que el aprendizaje de los criterios de congruencia de triángulos no es ajeno a la problemática inicialmente presentada, evidenciándose que este trabajo lo están desarrollando los estudiantes a base de la memorización de los criterios para luego aplicarlos y determinar si dos triángulos son o no congruentes.

Teniendo en cuenta estos aspectos, en este proyecto se prepararon actividades encaminadas a que los estudiantes le encontraran sentido a lo que están aprendiendo, e ir rescatando de esta manera la importancia del aprendizaje de la Geometría, evitando un aprendizaje memorístico.

## 2.7 Ámbito didáctico

Como respuesta a la problemática generada por la utilización de métodos de enseñanza y de aprendizaje de la Geometría de tipo memorístico y formalista, Gutierrez (2004) manifiesta que esta debe estar basada en la actividad de los estudiantes y su adquisición de experiencias. Sugiere que los estudiantes de los primeros grados de la secundaria la aprendan en contextos prácticos y manipulativos. Para los estudiantes de los últimos grados de secundaria el estilo de enseñanza debe ser más abstracto, aunque no formalista.

De igual manera, Gutierrez (2004) propone un currículum en espiral para la enseñanza de la Geometría en la secundaria, distribuyendo los temas principales en diferentes grados, trabajando en cada grado según el nivel de razonamiento de los estudiantes, y retomando contenidos vistos en grados anteriores para analizarlos desde un punto de vista superior.

Referente a la enseñanza de la congruencia de triángulos, Gutierrez (2004) plantea en lugar de que los profesores orienten a los estudiantes a memorizar los criterios de congruencia de triángulos para luego aplicarlos, sería más interesante preparar entornos de descubrimiento guiado mediante lápiz y papel o el software de geometría dinámica como el Geogebra, para que tengan la oportunidad de descubrirlos por sí mismos, justificando su validez.

Siguiendo a Gutiérrez, también señala que una de las formas de trabajo didáctico que permite descubrir y demostrar los criterios de congruencia de triángulos es efectuando combinaciones adecuadas de reflexiones, traslaciones y rotaciones en el plano, estilo que puede tener diferentes soluciones o caminos.

Por otro lado, Torregrosa (2015) sostiene que los procesos de visualización, construcción y razonamiento, son elementos esenciales para desarrollar el sentido geométrico de los estudiantes; donde, la visualización es de gran importancia en la resolución de problemas de Geometría, la cual está relacionada con los procesos de construcción y razonamiento, entendiendo por razonamiento al proceso que permite inferir nueva información a partir de informaciones previas.

La enseñanza, debe tratar que los alumnos aprendan a reconocer visualmente las propiedades geométricas de las figuras, que los puedan interpretar en términos geométricos, como también a construirlos. Al respecto, Torregrosa (2015) afirma “El centro de interés del punto de vista cognitivo es lograr la coordinación de los procesos de visualización, construcción y razonamiento que deben diferenciarse a lo largo del currículo escolar obligatorio” (p.19). Estos procesos cognitivos, prepararían a los alumnos, para usar las figuras o representaciones visuales de objetos en su razonamiento teórico y a controlar la información que deduzcan de las representaciones visuales.

Continuando con Torregrosa, explica cómo se puede desarrollar el sentido geométrico en los estudiantes, manifestando que el proceso de razonamiento se puede trabajar desde edades tempranas. En la etapa inicial se debe centralizar al desarrollo de los procesos de visualización y construcción, vinculando también el del razonamiento; para desarrollar este último se debe solicitar a los estudiantes que justifiquen la respuesta dada a la pregunta planteada, y para ello se pueden valer de cualquier recurso que pueda servirles como el lenguaje verbal, las figuras usadas, materiales de medida, recursos virtuales, etc.

De los análisis recopilados por Iglesias y Sanchez (2015) de diferentes investigaciones sobre propuestas de estrategias didácticas, expresa que se propone un estudio de la Geometría a partir de la exploración, el redescubrimiento de patrones, la formulación de conjeturas y la discusión de conceptos. Procesos que pueden ser favorecidos realizando actividades de modelización matemática. En tal sentido, el autor dice que es importante partir de la exploración gráfica de ideas geométricas, hacer construcciones geométricas con diferentes materiales y recursos incluyendo el software de Geometría dinámica y la historia de la matemática.

Considerando las propuestas arriba mencionadas sobre los aspectos a tener en cuenta para elaborar las actividades, se propuso diseñar una secuencia didáctica basada en la exploración, la verificación de propiedades y el redescubrimiento de patrones para que los estudiantes puedan adquirir experiencias y construir sus propios significados o concepciones, clasificaciones y propiedades de los objetos matemáticos a tratar. Lo anterior se llevará a cabo con el apoyo del software Geogebra como recurso didáctico que permite la construcción, verificación de propiedades y manipulación de las figuras geométricas, contando además con el acompañamiento y asesoría del docente.

Las actividades propuestas, buscaron mejorar las habilidades geométricas de visualización, construcción y razonamiento planteado por Torregrosa.

# Capítulo III:
# Referente metodológico

## 3.1 Tipo de investigación

La metodología de investigación se enmarca bajo un paradigma cualitativo, centrado en comprender e interpretar experiencias, construir realidades y significados, que permita analizar y comprender el grado de incidencia que tiene prácticas desarrolladas con el uso de las TIC, en este caso el GeoGebra[11], para facilitar la enseñanza y mejorar el aprendizaje.

## 3.2 Enfoque

El enfoque es crítico social, se trabajó con una parte representativa de la población estudiantil que presentan dificultades en el estudio del pensamiento geométrico, para este caso en especial en el tema de congruencia de triángulos, a la que se le aplicó una estrategia didáctica de intervención en el aula, conformada por una secuencia didáctica con actividades relacionadas al tema, y mediada con el uso de una herramienta de las TIC, software Geogebra. Al final permitió analizar y valorar las contribuciones a la enseñanza del docente como al proceso de aprendizaje de los estudiantes

## 3.3 Método

Se utilizó el método Investigación Acción. "Termino introducido por primera vez por Kurt Lewin en 1.946, quien estaba interesado por los problemas sociales y por los procesos participativos de grupos para resolver conflictos, crisis, y generar cambio dentro de las organizaciones" (Valenzuela y Flóres, 2012, pág. 112). Se partió de una situación problemática que se está presentando en las aulas de clase, y se plantea una estrategia de intervención didáctica en el aula a desarrollarse con los estudiantes, esperando al final del proceso describir la incidencia que tiene este tipo de estrategias.

De igual manera, se desea disponer de información técnica que sirva de guía para la toma de decisiones en el diseño de programas, procesos y reformas estructurales de la institución.

[11] Geogebra: Versión 5.0365. Herramienta de las TIC para el estudio del algebra, geometría y cálculo

## 3.4 Técnicas de recolección de información

### 3.4.1 La observación participante.

Fue realizada por el docente del área de matemáticas de la institución, quien es conocedor de los temas a abordar y está en continuo contacto con los estudiantes a quienes se les aplicará la secuencia didáctica.

El investigador permanecerá en convivencia con los sujetos de investigación, socializando y dirigiendo el desarrollado de la secuencia didáctica previamente seleccionada y a la vez será observador de la evolución tanto del proceso de enseñanza como el del aprendizaje de los estudiantes, efectuando los registros inmediatamente después de culminar cada sección.

## 3.5 Instrumentos de recolección de información

La anterior técnica de recolección como los instrumentos seleccionados se centraron principalmente en analizar la construcción de aprendizajes, intereses, motivaciones y sentimientos ante el uso de recursos de las TIC, para este caso en particular el software GeoGebra, en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Se consideraron los siguientes:

### 3.5.1 Diario de campo

Se registraron los comentarios, aportes, respuestas y la retroalimentación e interacción de los estudiantes con el docente.

### 3.5.2 Registro Fotográfico

Registro fotográfico de estudiantes en acción desarrollando cada una de las actividades de la secuencia didáctica propuesta por el docente, como también de los avances que son visualizados en la pantalla de la computadora, y de las actividades que finalmente desarrollaron con en el software GeoGebra.

Por otro lado, grabación en audio de comentarios realizados por los estudiantes, con el fin de propiciar un ambiente de tranquilidad y confianza muy similar al generado en un salón de clases, evitando que se sientan vigilados cuando se opta por una grabación con video cámara.

## 3.6 Participantes

La población con la que se trabajó pertenece al grado octavo (8) de la Institución Educativa Ciudad de Asís del municipio de Puerto Asís en el departamento del Putumayo, siendo seleccionada una muestra de 6 estudiantes que presentaban diferentes características o ritmos de aprendizaje, con la finalidad de observar y analizar su comportamiento frente al aprendizaje con esta nueva estrategia didáctica de enseñanza mediada por el software Geogebra. En ese sentido, una de las parejas de los seleccionados es de un nivel bajo, otra pareja al nivel básico y la siguiente al nivel alto, como se detalla a continuación (ver tabla 6):

Tabla 6: Estudiantes participantes del proyecto de investigación

| Estudiante (Código) | Edad (años) | Sexo | Rendimiento académico |
|---|---|---|---|
| EH1 | 16 | Hombre | Bajo |
| EH2 | 16 | Hombre | Bajo |
| EH3 | 14 | Hombre | Alto |
| EH4 | 14 | Hombre | Básico |
| EH5 | 13 | Hombre | Alto |
| EM6 | 13 | Mujer | Básico |

El horario acordado con los estudiantes seleccionados y sus padres de familia fue desarrollar cada una de las actividades en horas de la tarde de 3:30 a 5:30 pm, debido a que la institución cuenta únicamente con dos salas de informática y en las horas de la mañana permanecen ocupadas por los docentes de tecnología e informática.

Inicialmente se pensó trabajar con igual número de hombres y mujeres, pero no fue posible, debido a que las estudiantes que inicialmente habían sido seleccionadas tuvieron que asistir a la misma hora a clase de contabilidad con el SENA con el fin de reforzar dicha materia con la que también tenían dificultades.

El papel de investigador, fue desarrollado por el mismo profesor que orienta la asignatura de algebra y geometría I, encargado de convocar, seleccionar, orientar, asesorar y valorar las participaciones de los estudiantes. Función significativa debido a su compromiso e interés con los resultados que se pudiera obtener de esta.

# Capítulo IV:
# Diseño de actividades

## 4.1 Descripción general de la propuesta

En este capítulo se presenta una descripción general de la propuesta didáctica y de las actividades que se utilizaron para lograr alcanzar los objetivos planteados.

Como propuesta didáctica se diseñó una secuencia didáctica mediada por el uso del software Geogebra, elaborada siguiendo las orientaciones generales dadas por Díaz-Barriga (2013), utilizando como pretexto para facilitar el desarrollo y aprendizaje de la temática, el planteamiento de una situación problema de la realidad de los estudiantes, siendo identificada con el nombre de ¿cómo construir rampas idénticas de BMX freestyle con el software Geogebra?. Deporte practicado por un número determinado de jóvenes del municipio de Puerto Asís en dos lugares construidos de manera improvisada por ellos mismos.

A manera de información, el BMX, cuyas siglas significan Bicycle Motocross, es un deporte extremo que se centra en la realización de saltos y acrobacias a bordo de bicicletas más pequeñas que las convencionales, y sobre todo más resistentes. El BMX freestyle, que significa de estilo libre, es una de las modalidades del BMX que se practica sobre cualquier obstáculo natural que se encuentre en la calle (figura 21).


*Figura 21.* Saltos y acrobacias realizadas en BMX freestyle (izquierda.), bicicleta BMX (centro) y rampa plana utilizada (derecha)

La secuencia didáctica fue planeada para desarrollarla durante 5 semanas, cada semana tiene 2 sesiones con sus respectivas actividades, excepto las semanas 4 y 5 que tienen una sola sesión pero contienen varias actividades debido a su relación. En este último caso, a la primera actividad de la sesión se le dio el nombre de clase nueva, a la segunda actividad de la misma sesión es una clase de continuidad y la tercera es de afianzamiento. El total de actividades desarrolladas en campo fueron 14, correspondientes a 8 sesiones de las 5 semanas planeadas (Figura 22).

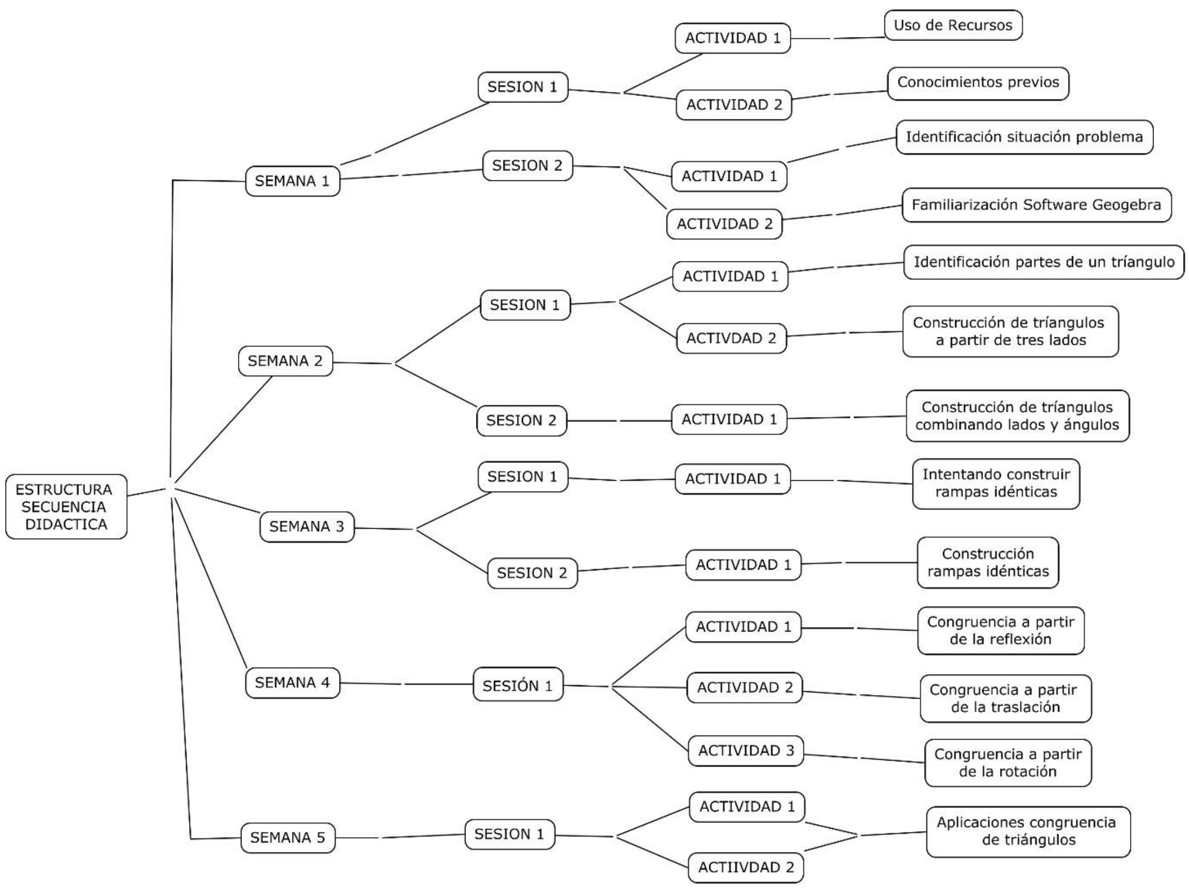



*Figura 22.* Estructura de la secuencia didáctica

Para cada semana se planteó un desempeño esperado de los estudiantes, evidenciable al final de la respectiva semana. Cada una de las actividades de las sesiones está identificada con un nombre, un propósito, tiempo probable y real, elaboradas con una serie de preguntas orientadoras, que requieren de la exploración, el descubrimiento y la construcción del aprendizaje por parte del mismo estudiante, apoyado con el uso del software Geogebra; herramienta que le permitirá construir, visualizar, verificar y comparar propiedades de las figuras geométricas, para que pueda hacer sus propias inferencias. El papel desarrollado por el docente durante todo el proceso fue de servir de guía y facilitador.

## 4.2 Estructura de la secuencia didáctica

A continuación se hará una descripción general de las actividades que se desarrollaron.

### 4.2.1 Semana 1

El propósito fue conocer los saberes previos que poseen los estudiantes y sus dificultades, como también que identificaran la situación problema que orienta el desarrollo de la secuencia y las alternativas matemáticas y tecnológicas para solucionarlo.

En esta semana, se desarrollaron dos sesiones que contienen dos actividades cada una de ellas.

4.2.1.1 Sesión 1.

**Actividad 1: Estrategias y recursos utilizados en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de matemáticas**

Se elaboró y aplicó una encuesta (ver anexo A) a los estudiantes participantes del presente proyecto, con el fin de determinar las estrategias y recursos que se han utilizado en el proceso de enseñanza y de aprendizaje en el área de matemáticas de la institución.

**Actividad 2: conocimientos previos de los estudiantes**

Se elaboró y aplicó una prueba diagnóstica (ver anexo B) con preguntas abiertas para identificar los saberes previos que poseen los estudiantes relacionados al reconocimiento y descripción de los elementos básicos de geometría y clasificación de los triángulos; al igual que, conocer las dificultades que tienen respecto a la identificación de triángulos congruentes mediante la aplicación de los criterios de congruencia y/o los 3 movimientos en el plano ( reflexión, rotación y traslación), con el fin de determinar los aspectos disciplinares y didácticos que se deben incluir dentro de las actividades de visualización, construcción y razonamiento de la secuencia didáctica, que permita consolidar los conceptos.

4.2.1.2 Sesión 2.

**Actividad 1: Identificación situación problema en el BMX Free Style (ver anexo C)**

Contiene una corta conversación vía WhatsApp[12] entre dos amigos que viven en dos ciudades distintas, sobre una rampa que construyó uno de ellos para practicar el BMX, la cual termina generando una situación problema para uno de ellos y se espera que al final de la lectura

[12] WhatsApp: Aplicación que permite enviar y recibir mensajes instantáneos a través de un teléfono móvil (celular). El servicio no solo permite el intercambio de textos, sino también de audios, videos y fotografías.

los estudiantes logren comprender e identificar el problema que se plantea, y que es sobre el que se basa el desarrollo de la secuencia. De igual manera se espera que los estudiantes puedan identificar y describir los elementos geométricos que conforman la figura geométrica lateral de una rampa plana.

**Actividad 2: Conociendo el software Geogebra (Ver anexo D)**

Contiene un manual básico para que los estudiantes se familiaricen con el manejo y uso de las herramientas necesarias en la construcción y medición de triángulos.

### 4.2.2 Semana 2

El propósito es que los estudiantes empleando el software GeoGebra puedan construir triángulos a partir de una terna de medidas, reconozcan, describan y nombren los elementos característicos de un triángulo y los clasifiquen según la medida de sus lados y de sus ángulos.

#### 4.2.2.1 Sesión 1

Esta sesión se encuentra formada por dos actividades.

**Actividad 1: Aprendiendo a nombrar y relacionar partes de un triángulo (ver anexo E)**

La actividad busca que los estudiantes utilizando el software Geogebra aprendan a construir un triángulo con la herramienta polígono, identifiquen y representen sus partes y comprendan el significado de relación de correspondencia entre los elementos de dos triángulos.

**Actividad 2: Construyendo triángulos con Geogebra a partir de medidas de sus lados (ver anexo F)**

En esta actividad se espera que los estudiantes puedan construir un triángulo a partir de las medidas de sus lados utilizando el software Geogebra y realicen su clasificación.

#### 4.2.2.2 Sesión 2

**Actividad 1: Construyendo triángulos con Geogebra a partir de la combinación de lados y ángulos (ver anexo G).**

Se espera que los estudiantes refuercen los conceptos de la sesión anterior en cuanto a la clasificación de triángulos, efectuando construcciones de triángulos con el software Geogebra a partir de la combinación de medidas de lados y ángulos.

### 4.2.3 Semana 3

El propósito de la semana 3, es que el estudiante utilizando el software Geogebra lograra construir y exponer las primeras rampas idénticas a otras a partir de un conjunto de datos básicos.

La semana 3 fue desarrollada con dos sesiones, conformada cada una de ellas por una sola actividad

4.2.3.1 Sesión 1

**Actividad 1. Intentando construir rampas idénticas (ver anexo H)**

Dados un primer conjunto de datos y utilizando el software Geogebra se espera que los estudiantes puedan determinar si se puede o no construir gráficamente una rampa, e identifiquen las primeras condiciones básicas que se deben tener para poder construir rampas idénticas y luego construyan con sus propias palabras el concepto de congruencia de triángulos.

4.2.3.2 Sesión 2

**Actividad 1. Construcción de rampas idénticas (ver anexo I).**

Se espera que los estudiantes identifiquen y determinen las combinaciones de datos básicos que se deben tener en cuenta para dibujar una rampa congruente a otra, mediante el uso del software Geogebra.

Cabe mencionar que con la finalización de la segunda sesión de la tercera semana, los estudiantes han terminado de solucionar el problema planteado al inicio de la secuencia didáctica y estarán en capacidad de construir una rampa idéntica o congruente a otra (réplica), teniendo en cuenta la institucionalización que se hizo con ellos tanto del concepto como de los criterios de congruencia de triángulos.

### 4.2.4 Semana 4

El propósito de esta semana, es que los estudiantes puedan reconocer que la congruencia de triángulos se puede también justificar mediante la aplicación de los movimientos en el plano de la reflexión, rotación y traslación, los cuales se pueden desarrollar fácilmente utilizando el software Geogebra. Esta semana fue desarrollada con una sesión que contiene tres actividades relacionadas.

4.2.4.1 Sesión 1

**Actividad 1. Congruencia a partir de la reflexión (ver anexo J)**

Se espera que los estudiantes usando el software Geogebra construyan un triángulo con las medidas dadas en el primer cuadrante, obtengan su imagen en el segundo cuadrante con la herramienta reflexión, verifiquen, registren y comparen las medidas tanto de los lados como de los ángulos correspondientes, realicen los análisis respectivos que los lleve a justificar la congruencia de triángulos a partir del movimiento de la reflexión.

**Actividad 2. Congruencia a partir de la traslación (ver anexo K)**

Siguiendo un proceso similar a la anterior actividad, se espera que los estudiantes usando el software Geogebra justifiquen la congruencia de triángulos a partir del movimiento de la traslación en el plano.

**Actividad 3. Congruencia a partir de la rotación** (ver anexo L)

Igual que en las anteriores dos actividades, se espera que los estudiantes justifiquen la congruencia de triángulos a partir del movimiento de la rotación en el plano, aprovechando el software Geogebra que permite realizar fácilmente la rotación de cualquier figura dibujada en el plano.

### 4.2.5 Semana 5

El propósito es la de poner a prueba los conocimientos adquiridos durante las 4 semanas de aprendizaje en la aplicación de los criterios de congruencia y/o las transformaciones en el plano (de reflexión, rotación y traslación), para identificar y justificar la congruencia de triángulos en diferentes situaciones. En esta semana se desarrolló una sesión conformadas por dos actividades.

4.2.5.1 Sesión 1

**Actividad 1. Poniendo en práctica lo aprendido (ver anexo M)**

Se espera que los estudiantes comparen e identifiquen triángulos congruentes en forma y tamaño, aplicando los criterios de congruencia y/o las transformaciones en el plano.

**Actividad 2. Continuando con la práctica (ver anexo N)**

Es una actividad de continuidad de la anterior, la cual busca ejercitar a los estudiantes en procesos de reconocimiento de triángulos congruentes.

# Capítulo V
# Resultados

En este apartado se presentan los resultados y evidencias de las 14 actividades que conforman las 8 sesiones de las 5 semanas de implementación de la secuencia didáctica. En las semanas 4 y 5 se efectuó un solo análisis para cada una de ellas por tener una sesión con varias actividades que guardan relación (clase nueva, de continuidad y de afianzamiento).

## 5.1 Semana 1

### 5.1.1 Sesión 1

#### 5.1.1.1 Encuesta

Los resultados obtenidos de la aplicación de la encuesta (ver anexo O), permitió identificar que las prácticas de enseñanza utilizadas por los docentes del área de matemáticas de la Institución Educativa Ciudad de Asís son tradicionales, desarrolladas en el salón de clases con el uso del tablero, carentes del uso de las Tics, en concordancia con lo señalado por Iglesias y Sanchez (2015), las clases impartidas son de tipo expositivo, recurriendo al tablero para dibujar figuras geométricas y utilizan muy pocos materiales didácticos manipulables. De igual manera, la mayoría de los estudiantes (5 de 6 encuestados) manifestaron que les gustaría que les enseñaran diferentes temas de matemáticas con un software, mostrando interés y motivación. Angulo (como se citó en Farias y Pérez, 2010) señala respecto a la motivación en la enseñanza de la matemática debido a los continuos cambios, se hace necesario crear actividades donde se utilicen diferentes medios como el tecnológico para estimular a los estudiantes hacia el aprendizaje.

#### 5.1.1.2 Prueba diagnóstica.

De los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica (ver anexo P) se pudo inferir que los estudiantes presentan falencias en conceptos básicos de geometría, tales como: ángulos, identificación y notación de elementos o partes de un triángulo, clasificación de triángulos, relación de correspondencia y movimientos en el plano (reflexión, rotación y traslación), los cuales son necesarios para estudiar y comprender el tema de congruencia de triángulos, en coherencia con las sugerencias dadas por Gutierrez (2004) sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría euclidiana, quien propone un currículum en espiral, donde los nuevos conceptos se enlacen con los contenidos antes aprendidos y los criterios de congruencia de triángulos se descubran y justifiquen a partir de los movimientos en el plano de la reflexión, traslación y rotación.

*Figura 23.* Grupo de estudiantes focalizado respondiendo la encuesta y prueba diagnóstica

### 5.1.2 Sesión 2

#### 5.1.2.1 Conociendo el BMX Freestyle e identificación situación problema

El objetivo de la actividad es la de que los estudiantes, lograran comprender e identificar la situación problema que se planteaba dentro de un texto y que es sobre la que se basa el desarrollo de la secuencia; como también lograran identificar y describir tanto la figura como los elementos geométricos que conforman uno de los lados laterales de una rampa plana.

La actividad se desarrolló en dos momentos. El primer momento, se llevó a cabo con una salida de campo fuera de la institución donde se encuentra una rampa plana. Los estudiantes además de recrearse un rato practicando con sus bicicletas el deporte BMX, tuvieron un momento en la que con la orientación del docente investigador se detuvieron a observar e identificar las figuras geométricas que conformaban la rampa plana, especialmente la que se encuentra sobre sus dos lados laterales. En el lugar se encontraban dos tipos de rampas, una plana y una curva (Figura 24); los estudiantes más conocedores de este deporte explicaron a sus compañeros y al docente sus diferencias, no solamente por la forma que tienen sino por su aplicación dentro de este deporte. De las notas de campo:

EH1: "la parte de arriba de la rampa plana es lisa mientras que la curva es redonda… la curva permite elevarse más".

EH2: “Pero… la rampa lisa también la utilizan para hacer este deporte, la diferencia es que no se eleva tanto como la rampa curva”.

EH5: “Ahh…ya…, por eso hay niños que les gusta jugar con sus bicicletas en los andenes de las casas… tienen forma de rampa”.

EH1: “…se llama BMX, … los primos de Josenell González son los que les gusta practicar este deporte aquí en Puerto Asís…Tienen una pista en el refugio (refiere al nombre del lugar donde se encuentra la pista)

*Figura 24.* Salida de campo para conocer una rampa de BMX Freestyle ubicada en el centro del municipio

El segundo momento se desarrolló en horas de la tarde del mismo día (3 a 5 pm) en la sala de informática de la institución (figura 25), donde a partir de una corta lectura entregada con preguntas orientadoras cuyas respuestas fueron socializadas al final, los estudiantes identificaron como situación problema “¿cómo construir una rampa idéntica a otra?”; sin embargo, en algunos casos se percibió, que para ellos, otro de los problemas que miraban era el desconocimiento que se tenía sobre el software GeoGebra, ya que no sabían si era fácil o complicado manejar esta herramienta. De los datos de campo, EH5: ¿Será complicado usar el software GeoGebra?, EH3: ¿Cómo se aprendería a usarlo?, EM6: ¿Será una forma más difícil para hacer la rampa por no saber utilizarlo? y EH2: el problema es que Carlos (protagonista de la historia) no conoce el software GeoGebra.

*Figura 25.* Lectura “conociendo el BMX Street” e identificando la situación problema

A pesar de las anteriores expresiones de temor percibido en los estudiantes por el desconocimiento del software Geogebra, también se les notó interés y expectativa por querer aprenderlo. EH1: “se puede aprender esta herramienta y facilitar la construcción”, EH5: “primero hay que aprender a manejar el software Geogebra para luego construir una rampa.

Con la salida de campo y el dibujo de una rampa entregado dentro de la lectura realizada, identificaron las características generales de la rampa y de la figura geométrica que conforma sus dos lados laterales, EH5: “es una rampa lisa y sus lados tienen forma triangular”; como también reconocieron y describieron las partes de la figura triangular, EH2: “lados, ángulos y vértices”

### 5.1.2.2 Familiarización con el software Geogebra

Con la ayuda del manual que hacia parte de la guía y el acompañamiento del profesor, los estudiantes exploraron e interactuaron con el programa, aprendieron a conocer y manejar la barra menús y de herramientas básicas para el dibujo. Luego dibujaron libremente algunos elementos básicos de geometría, necesarios para la construcción de triángulos (figura 26).

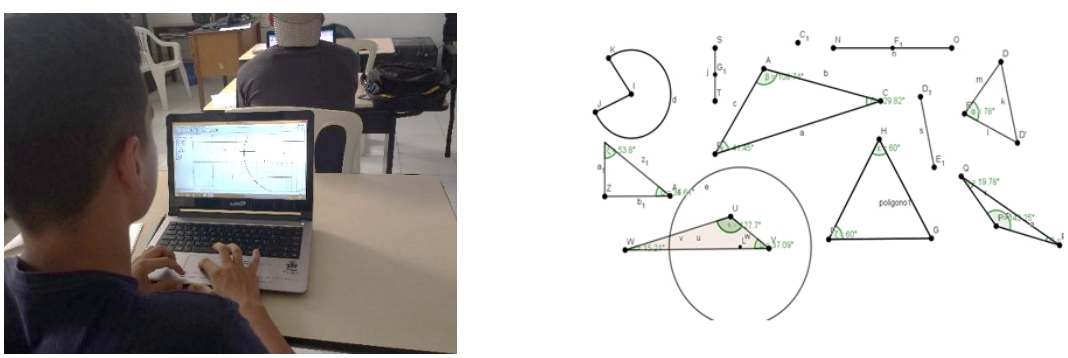


*Figura 26.* Familiarización de estudiantes con el software Geogebra y primeros trazos realizados

Al final de la sesión, expresaron con satisfacción la experiencia vivida en este primer acercamiento con el software Geogebra, evidenciando que esta exploración y manejo del programa para todos había sido interesante, como se notó en los siguientes comentarios, EH1:“es más fácil hacer dibujos con el software Geogebra que hacerlos con lápiz y regla”, EH2: “la guía estaba clara, seguí sus indicaciones”; También hubo sugerencias, EH5: “me hubiera gustado que al final se hubiera mandado a hacer unos dibujos para practicar”.

Los estudiantes tuvieron dificultad para guardar y organizar en el disco duro del computador los archivos de dibujos elaborados, EH2: No he podido crear una carpeta para guardar el archivo con el que voy a comenzar a trabajar. Otra situación, fue en la medición de ángulos, debido a las dos opciones que ofrece Geogebra para realizar esta función; pero, finalmente después de explorar, medir y analizar, EH2, EH5 y EH6 afirmaron a sus demás compañeros “para medir ángulos, es más fácil utilizando únicamente las dos rectas dónde se forma el ángulo que seleccionando tres puntos”.

## 5.2 Semana 2

### 5.2.1 Sesión 1

#### 5.2.1.1 Aprendiendo a nombrar y relacionar las partes de un triángulo

Con esta actividad se esperaba que los estudiantes lograran reconocer y denotar simbólicamente los elementos de un triángulo, relacionándolos con los elementos correspondientes de otro triángulo para que les permitiera comprender el significado de relación de correspondencia.

Los estudiantes aprendieron con facilidad a identificar y denotar con símbolos matemáticos los elementos de un triángulo. EH5: “aprendimos a identificar los lados, vértices y ángulos de un triángulo”, EH1: “a nombrar los vértices con una letra mayúscula, los ángulos con un símbolo griego y los lados con la letra en minúscula a la letra del vértice opuesto” (figura 27).

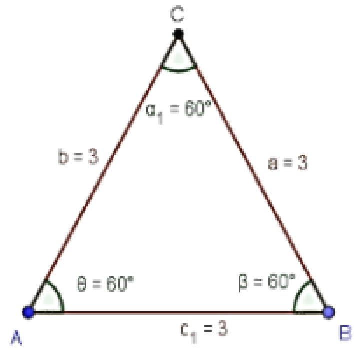



*Figura 27.* EH2 ayudando a EH6, denotación y medición de elementos característicos del triángulo

Una de las dificultades que se les presentó, fue comprender el significado de la relación de correspondencia entre los elementos de dos triángulos, siendo necesario de parte del profesor hacer una retroalimentación para aclarar este concepto. Luego del refuerzo, el estudiante EH1 terminó diciendo "entiendo que la correspondencia viene siendo sinónimo de igualdad entre dos elementos característicos de dos triángulos". También reconoce la falencia que tienen sobre algunos conceptos, EH1: nos hace falta tener bases teóricas.

También expresaron con alegría esta nueva experiencia que han tenido al poder dibujar con el software Geogebra su primer triángulo, realizar mediciones de lados y ángulos, y hacer variados cambios al formato de la figura de acuerdo a sus gustos (figura 28).

Lo que más me gusto Fue crear el triangulo y hallar sus medidas, que es mucho más Facil.

2. ¿Qué fue lo que más les gustó?

me gusto mucho hacer un triangulo en este sofware, ya que es muy facil de realizar una figura

*Figura 28:* Algunos relatos recopilados sobre la aceptación del software Geogebra, compartidos por EH3 y EH4

Es de resaltar que la anterior aceptación del software Geogebra se dio a pesar de que algunos estudiantes tuvieron ciertas dificultades en la construcción como en la medición de propiedades y edición del triángulo, lo cual no generó en ningún momento una desaprobación del software, EH2: "tuve dificultad cuando quería medir un ángulo, me daba por fuera porque lo estaba haciendo mal". El estudiante, al igual que otros fueron orientados por alguno de sus compañeros que estaban cerca, EH4: No sabía cómo hacer una circunferencia pero EH5 me explicó cómo hacerla.

### 5.2.1.2 Construcción de triángulos con las medidas de sus lados

Los estudiantes construyeron sin dificultad con el software Geogebra diferentes triángulos a partir de las medidas de tres lados suministrados (equiláteros, isósceles y escalenos) (figura 29), a pesar de que no se les había dado en la guía las instrucciones de cómo construirlos, significando un progreso en esta materia. Luego los identificaron y clasificaron con dificultades debido a que no se acordaban del tema, un estudiante hizo la siguiente sugerencia, EH5: “me gustaría que la guía hubiera traído unas imágenes con los nombres de los triángulos para poder recordarse”. Fue necesaria la intervención del docente con una retroalimentación para ayudar a los estudiantes a recordar.

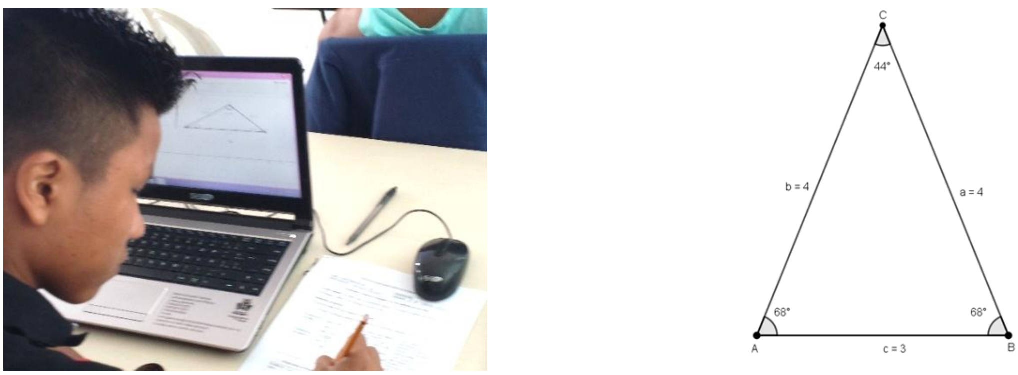



*Figura 29.* Construcción con software GeoGebra de Δ isósceles y clasificación en guía por EH3

## 5.2.2 Sesión 2

### 5.2.2.1 Construcción de triángulos a partir de una combinación de lados y ángulos

Los estudiantes construyeron diferentes tipos de triángulos utilizando el software GeoGebra pero a partir de una combinación de las medidas de lados y ángulos, verificaron medidas y los clasificaron (figura 30).

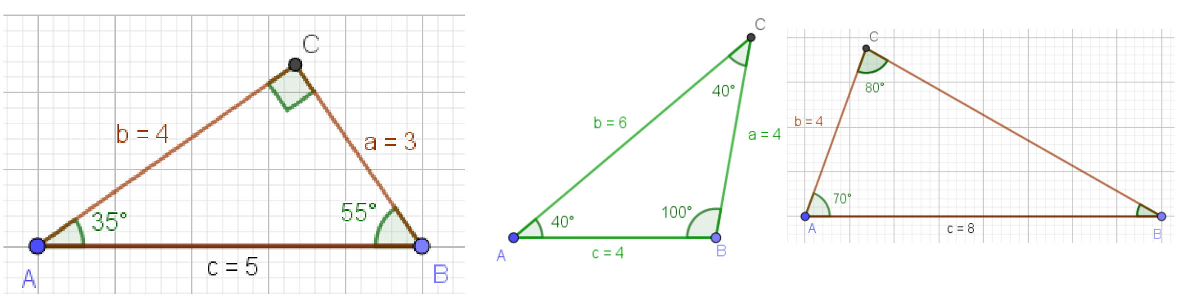



*Figura 30.* Δ Rectángulo, obtusángulo y acutángulo construidos a partir de la combinación de lados y ángulos

Esta actividad, corresponde a una clase de continuidad y profundización de la anterior, debido a que el proceso que sigue es similar; por lo tanto, las reacciones fueron parecidas, pero mejorando cada vez más.

Algunos estudiantes trabajaron solos como EH3 y EH5, pero otros si requirieron de la asesoría de otro compañero o del profesor (figura 31), especialmente ahora que para construir los triángulos se tenía que trabajar construyendo también ángulos, los cuales no fueron utilizados en la anterior actividad. EH5: Aprendí de mis compañeros y del profesor…cuando uno no entiende algo… ellos le explican.

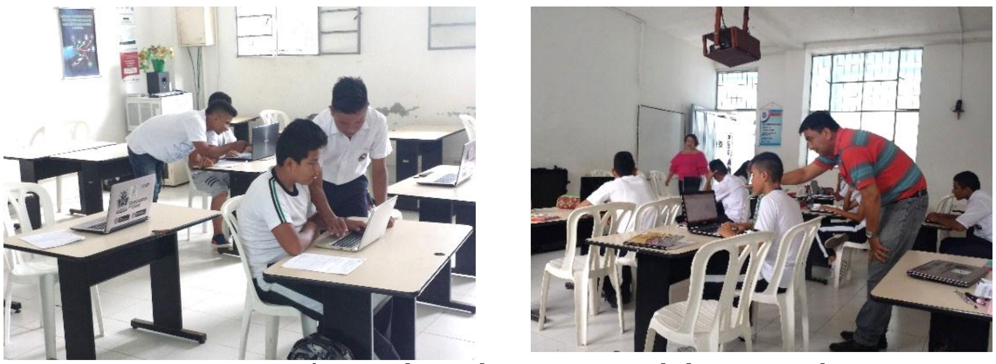


*Figura 31.* Asesoría prestada por docente y apoyo de los mismos de grupo

Hubo reconocimientos sobre el potencial que tiene el software Geogebra, EH5: El software Geogebra nos facilita la creación de triángulos con sus herramientas.

Se presentó una participación activa de los estudiantes EH2, EH3, EH4, EH5 y EH6, cumpliendo con su trabajo y mostrando interés en las preguntas y aportes realizados por sus demás compañeros, excepto EH1 quien participó por cortos periodos de tiempo, notándose en ciertos momentos indiferente, siendo el estudiante que más asesoría requirió debido a su distracción con un celular.

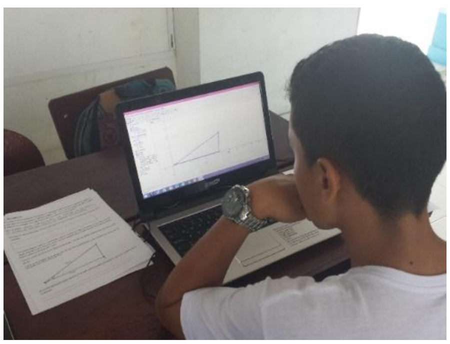
En el desarrollo de estas dos primeras semanas se identificó dos inconvenientes reiterativos.  El primero, relacionado con el tiempo previsto para desarrollar las clases (2 horas), gastando realmente 3 horas, excediéndose de lo planeado. El segundo factor, fue el problema para sacar los dibujos realizados en los computadores debido a la falta de internet en la institución y el daño ocasionado en las memorias por los múltiples virus que tenían. Se decidió que dos estudiantes llevaran desde sus casas dos equipos, más el equipo del profesor que también fue facilitado, para poder seguir sacando la información.

## 5.3 Semana 3

### 5.3.1 Sesión 1

#### 5.3.1.1 Construcción primeras rampas idénticas y del concepto de la congruencia de triángulos.

A partir de un conjunto de datos que se les suministró a los estudiantes en forma de interrogantes que tenían que ir analizando y resolviendo, aprendieron a construir gráficamente con el software GeoGebra la primera rampa idéntica (figura 32), logrando al final de la actividad, reconocer las primeras condiciones que se deben tener para poder obtener rampas idénticas a otras (criterio LAL), al igual que comprender y construir el concepto de congruencia de triángulos (figura 33).



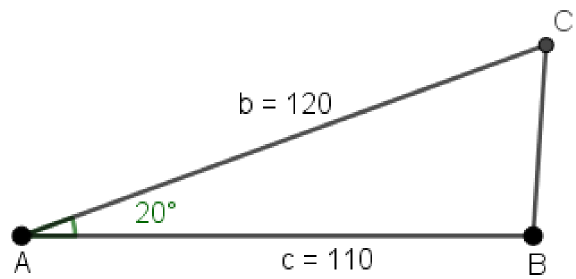



*Figura 32.* Construcción rampa BMX con dos lados y el ángulo comprendido entre ellos (criterio LAL) por EH5

- ¿Es siempre posible construir una rampa congruente o idéntica a otra sí se conocen las medidas de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos?, justificar

Si, ya que asi lo hicimos y con esas medidas se puede construir.

- ¿Qué entiende por congruencia de triángulos?

Lo que entiendo por congruencia es que son 2 o mas triangulos con angulos y lados iguales

*Figura 33.* Cómo comprendieron y definieron la congruencia de triángulos, respuesta de EH5

Lograron también construir, verificar con el software GeoGebra e inferir que a partir de las medidas de tres ángulos no se puede construir rampas congruentes (figura 34 y 35).

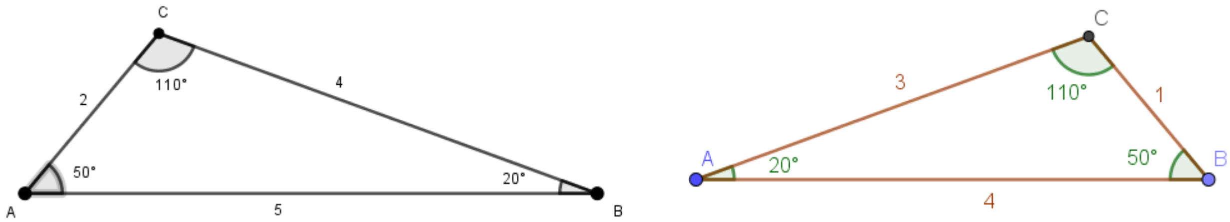



*Figura 34.* Rampas NO congruentes construidas por EH3 y EH4 a partir de las medidas de los 3 ángulos

- ¿Es siempre posible construir una rampa congruente o idéntica a otra si se conocen las medidas de tres de sus ángulos?, justificar.

No es posible ya que cuando lo construyamos la medida de sus lados no seran Iguales pero sus angulos si.

*Figura 35.* Argumento compartido por EH3

Durante todo el proceso, fue necesario el acompañamiento del profesor (figura. 36), aclarando interrogantes que surgieron durante las actividades de apertura y desarrollo de la secuencia, propiciando al final un espacio de diálogo sobre lo aprendido, retroalimentación e institucionalización del primer criterio y concepto de congruencia.

*Figura 36.* Asesoría y orientación del docente a EH4 y Trabajo activo de los estudiantes

Hubo participación activa de la mayoría de los estudiantes, desarrollando las actividades propuestas y mostrando interés e importancia en el aprendizaje obtenido, sobresaliendo EH3 y EH5, mientras que se notaba una menor participación, aportes e interés en EH1, presentando falencias en la justificación y/o argumentación.

### 5.3.2 Sesión 2

#### 5.3.2.1 Construcción de rampas idénticas

Proceso similar al anterior, donde a partir de un nuevo conjunto de datos suministrados, los estudiantes finalmente aprendieron a construir gráficamente con el software Geogebra una rampa idéntica a otra (figuras 37, 38 y 39), determinando y enunciando las tres condiciones básicas que se deben tener para poder construir rampas idénticas (criterios LAL, LLL, ALA), institucionalizando el concepto de criterio de congruencia de triángulos (figura 40).

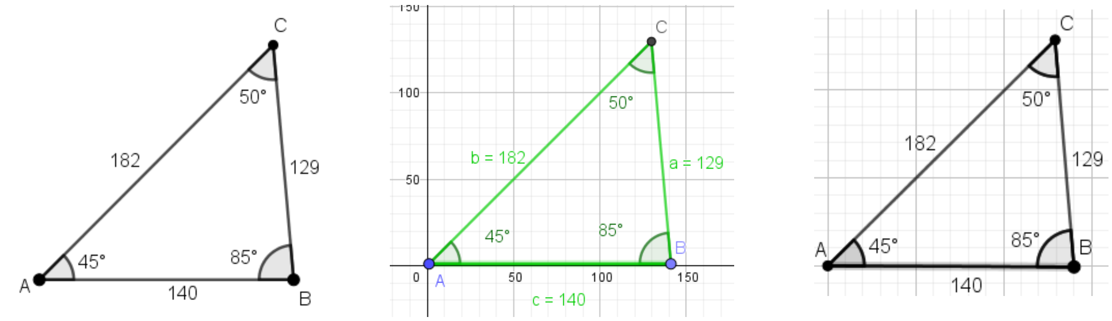



*Figura 37*. Rampas profesionales congruentes construidas con el software Geogebra por EH3, EH4 y EH5 con dos ángulos y el lado comprendido entre ellos (criterio ALA)

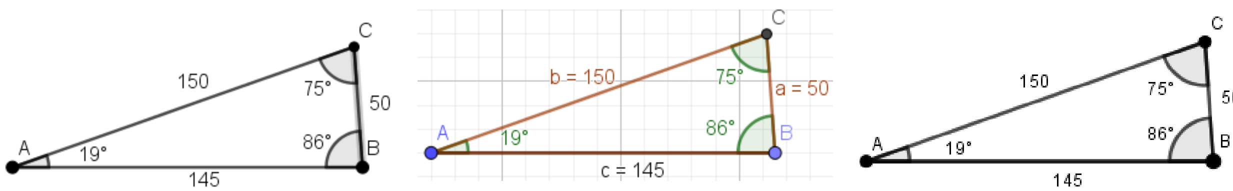



*Figura 38*. Rampas congruentes construidas por EH3, EH4 y EH5 a partir de la medida de sus tres lados (criterio LLL)

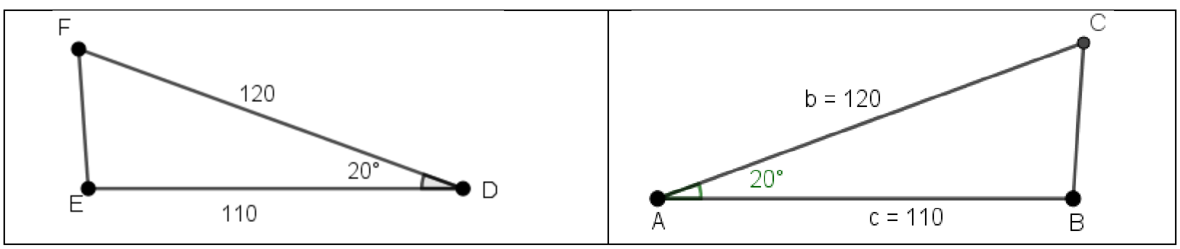



*Figura 39*. Rampas congruentes construidas por EH3 y EH4 a partir de dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos (criterio LAL)

¿Cuántos datos son necesarios como mínimo para construir rampas congruentes o idénticas?

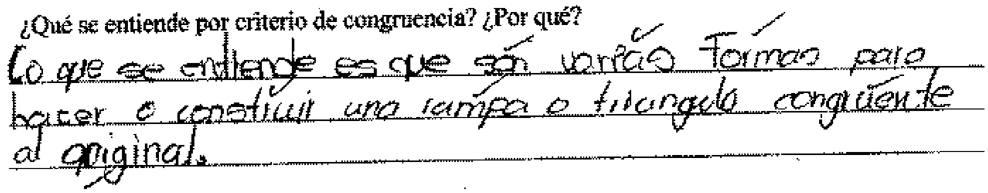
Se necesita por lo menos 3 medidas

¿Escriba las combinaciones de datos (criterios de congruencia) que fueron útiles a Carlos para replicar rampas?

1 Combinación: 2 Angulos y un lado que esta en el medio

2 Combinación: 3 lados con sus medidas

3 Combinación: 2 lados y un angulo que esta en el medio de los lados.


¿Qué se entiende por criterio de congruencia? ¿Por qué?

Lo que se entiende es que son varias formas para hacer o construir una rampa o triangulo congruente al original.

*Figura 40.* Institucionalización número de criterios de congruencia de triángulos, compartido por EH1 y el concepto por EH3.

Con la construcción del concepto de la congruencia de triángulos (establecido en la anterior actividad), y ahora el de los tres criterios de congruencia, los estudiantes habían terminado de solucionar el problema identificado en el inicio de la secuencia didáctica, quedando en capacidad de elaborar cualquier rampa idéntica o congruente a otra.

Durante la actividad y de manera continua el profesor desarrolló un trabajo exhaustivo, orientando, escuchando, aclarando dudas y asesorando, especialmente a EH1, EH2, EH4 y EM6 que presentaban dificultades a la hora de construir con sus propias palabras los tres criterios de congruencia de triángulos (figura 41); no obstante al final de la sesión, uno de los estudiantes que se destacó en la construcción del concepto de criterio de congruencia fue EH1: “reglas que se deben cumplir para construir triángulos congruentes”.

La estudiante EM6 que no había asistido a la anterior sesión y estaba presentando también dificultades, se la ubicó cerca de EH3, porque junto a EH5, eran los estudiantes que tenían una excelente conexión con todas las actividades que se habían desarrollado hasta la fecha, con el fin de aprovechar ese potencial para orientar a su compañera. Al final se propició un espacio para la socialización de lo aprendido, efectuando retroalimentaciones para fortalecer debilidades.

La participación de todos los estudiantes fue activa, mostrando interés tanto en las actividades como en las preguntas y respuestas dadas, sobresaliendo EH3 y EH5 por los argumentos presentados.

*Figura 41*.Docente orientando a EM6 (izq.) en trabajo autónomo de estudiantes

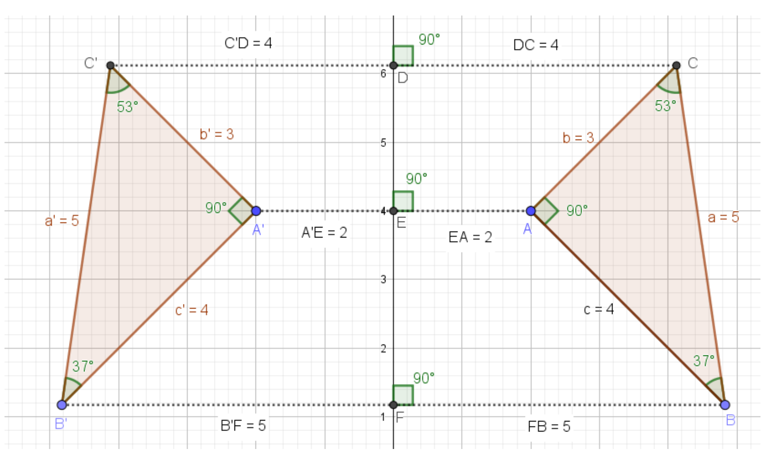
## 5.4 Semana 4

### 5.4.1 Sesión 1

#### 5.4.1.1 Congruencia a partir de la reflexión, traslación y rotación

En la cuarta semana se aplicó una sola sesión que contenía tres actividades 1, 2 y 3, desarrolladas en tres días, orientadas a que lograran comprender, que la congruencia de triángulos se puede también justificar mediante la aplicación de los tres movimientos en el plano (reflexión, traslación y rotación), los cuales se pueden desarrollar fácilmente utilizando el software GeoGebra.

Siguiendo la misma dinámica implementada, buscando que los estudiantes a partir la exploración y el descubrimiento guiado lograran construir su propio conocimiento, se diseñó una serie de actividades secuencialmente organizadas con preguntas problematizadoras y orientadoras, aprendiendo a desarrollar en el plano con la ayuda del software GeoGebra los 3 movimientos (reflexión, traslación y rotación de un triángulo), visualizando sus características principales (figura 42).



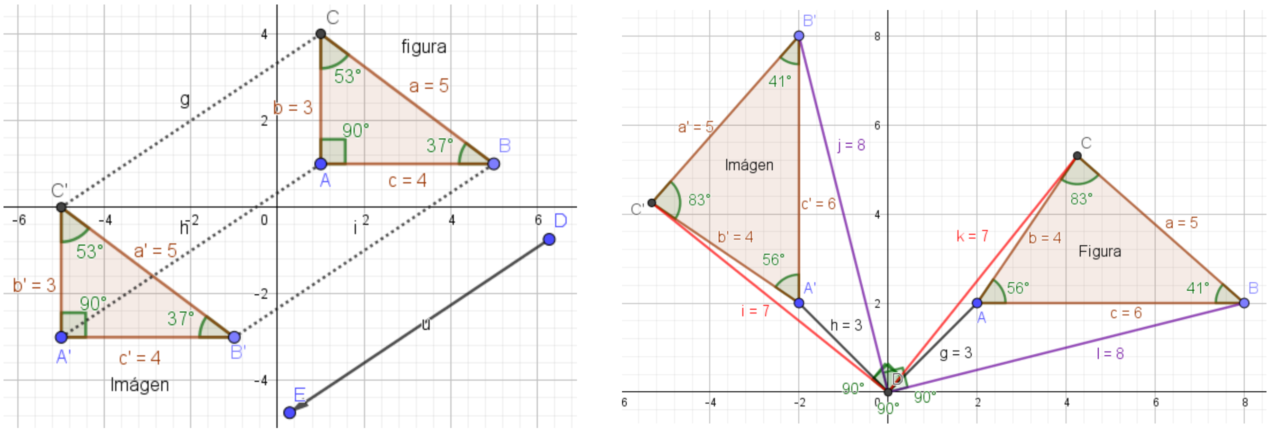
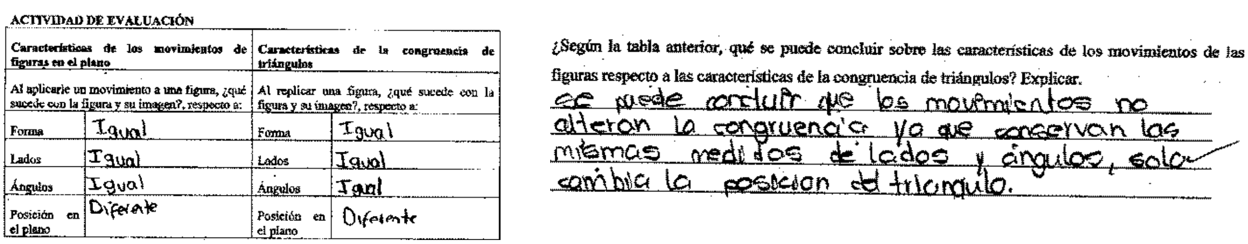


*Figura 42.* Mov. Reflexión (arriba) ΔABC construido por EH4; traslación (izq.) por EH3 y Rotación (der.) por EH5

Luego, realizaron con el mismo software, mediciones de lados y ángulos correspondientes de la figura y de la imagen obtenida, comparando las características de los tres movimientos con las de la congruencia de triángulos, de donde infirieron, que tanto los movimientos en el plano como la congruencia de triángulos presentan las mismas características en cuanto al tamaño (lados y ángulos), forma, y posición, como lo manifestaron la mayoría de los estudiantes (figura 43).


ACTIVIDAD DE EVALUACIÓN

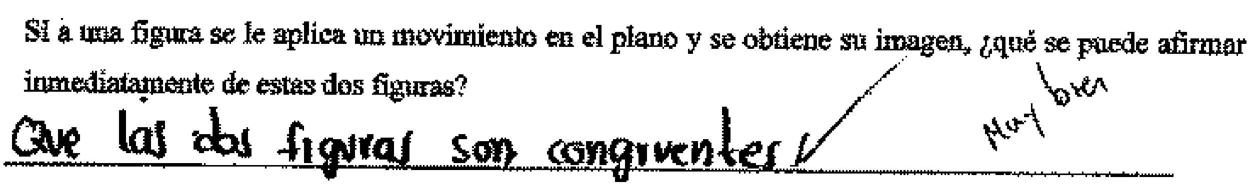
| Características de los movimientos de figuras en el plano | | Características de la congruencia de triángulos | |
|---|---|---|---|
| Al aplicarle un movimiento a una figura, ¿qué sucede con la figura y su imagen?, respecto a: | | Al replicar una figura, ¿qué sucede con la figura y su imagen?, respecto a: | |
| Forma | Igual | Forma | Igual |
| Lados | Igual | Lados | Igual |
| Ángulos | Igual | Ángulos | Igual |
| Posición en el plano | Diferente | Posición en el plano | Diferente |

¿Según la tabla anterior, qué se puede concluir sobre las características de los movimientos de las figuras respecto a las características de la congruencia de triángulos? Explicar.

se puede concluir que los movimientos no alteran la congruencia ya que conservan las mismas medidas de lados y ángulos, solo cambia la posicion del triangulo.

*Figura 43.* Afirmaciones socializadas por EH5 (izq.) y EH3 (der.)

Lo anterior también se pudo evidenciar de las notas de campo recopiladas en cada una de las actividades realizadas, EM6: “yo puedo deducir que los dos son iguales (figura e imagen), porque la forma y medidas se conserva igual, lo que cambia es la posición, EH2: “son idénticos”, EH5: “las dos figuras son congruentes” (figura 44).


Si a una figura se le aplica un movimiento en el plano y se obtiene su imagen, ¿qué se puede afirmar inmediatamente de estas dos figuras?

Que las dos figuras son congruentes

Muy bien

*Figura 44.* Respuesta compartida por EH5

De esta manera, los estudiantes comprendieron que otra forma, distinta a los criterios, que se puede utilizar también para justificar la congruencia de triángulos es aplicando cualquiera de los tres movimientos mencionados.

Durante el desarrollo de las tres actividades fue necesario el acompañamiento del profesor pero con una menor intensidad comparada con la experimentada en la anterior actividad, aclarando y orientando a los estudiantes sobre los interrogantes que surgieron en la construcción de las imágenes con la aplicación de los tres movimientos a partir de la figura que habían construido. Al final se propició un espacio de socialización y retroalimentación de lo aprendido, dejando así, institucionalizado las características de los movimientos de la reflexión, traslación y rotación y su relación con la congruencia de triángulos, manifestándoles que los tres movimientos deberían ser familiares para ellos, porque según la programación de asignatura de la institución se abordan en grado sexto, a lo que respondieron que en realidad era la primera vez que miraban estos movimientos, como lo afirmó categóricamente uno de los estudiantes más sobresalientes EH5: “nunca había escuchado de estos movimientos”.

Hubo una participación activa por parte de los estudiantes en cada una de las tres actividades propuestas, donde se apoyaron unos con otros para lograr desarrollar la actividad de construcción, visualización y razonamiento propuesta.

Las actividades propuestas de los tres movimientos fueron bien recibidas, especialmente por la facilidad con la que las figuras se pueden reflejar, trasladar o rotar en el plano utilizando el software Geogebra, al igual que las mediciones de lados y ángulos que se pueden hacer para hacer los análisis correspondientes.

## 5.5 Semana 5

### 5.5.1 Sesión 1

#### 5.5.1.1 Aplicaciones de los criterios de congruencia de triángulos y/o los movimientos en el plano (reflexión, traslación y rotación).

En la quinta semana se aplicó una sesión que contenía dos actividades 1 y 2, orientadas a la aplicación de lo aprendido sobre el concepto de la congruencia de triángulos, sus criterios y los movimientos en el plano para la solución de diferentes situaciones cotidianas y/o matemáticas.

Se propuso de manera impresa, una serie de ejercicios con diferentes situaciones, que requieren de la ejercitación del proceso de visualización, razonamiento y argumentación de los estudiantes, en donde la mayoría de los estudiantes los resolvieron (figura 45), a pesar de que tuvieron dificultades en la identificación de los movimientos de traslación y rotación para poder justificar la congruencia de triángulos, especialmente en el de rotación, facilitándose el de la reflexión; por tal motivo, fue necesario la intervención del profesor para aclarar dudas, orientar y asesorar de manera personal a los estudiantes que mostraron dificultades al visualizar e interpretar los movimientos mencionados.

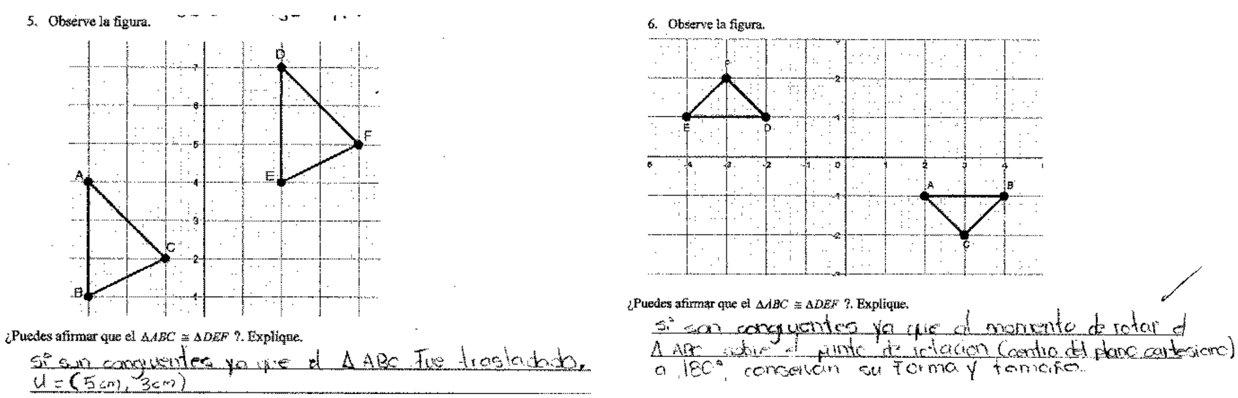


*Figura 45*. Justificación de la congruencia de triángulos a partir de los movimientos de traslación y rotación

En la traslación, las dificultades se centraron en la interpretación, escritura y lectura de las coordenadas del vector traslación en el caso de que a un triángulo se lo desplace en diagonal. En la rotación, los estudiantes que tuvieron dificultades se les presentó en la identificación del movimiento como tal, su centro y ángulo de giro, como lo mencionó EH1: “tuve dudas si el triángulo estaba rotado o trasladado…, además tuve dificultad para hallar el punto y ángulo de rotación”.

Los estudiantes que se destacan por tener una buena observación y argumentación en sus respuestas fueron EH3, EH5 y EM6, sorprendiendo para esta actividad EM6 quien había sido la estudiante que había faltado a anteriores dos clases; sin embargo fue quien primero prendió su computador y utilizó el software Geogebra para construir y verificar las medidas de dos triángulos del tercer punto de la primera actividad, ejercicio que les presentó dificultades para resolverlo a la mayoría de los estudiantes, como lo menciona EH3: Una duda fue en el punto 3 ya que la figura es un poco confusa (figuras 46 y 47); sin embargo EM6 aprovechando el buen sentido de la observación o visualización, después de construir y medir con el software sus lados y ángulos constató que los dos triángulos no eran congruentes, como lo señaló en su respuesta, EM6:…utilicé Geogebra para comprobarlo y aclarar mis dudas. En cuanto al desempeño de los otros estudiantes, EH2 fue alto, mientras EH1 y EH4 fue básico, notándose en este último estudiante EH4 una disminución en su producción argumentativa en las dos últimas actividades respecto a las primeras producciones.

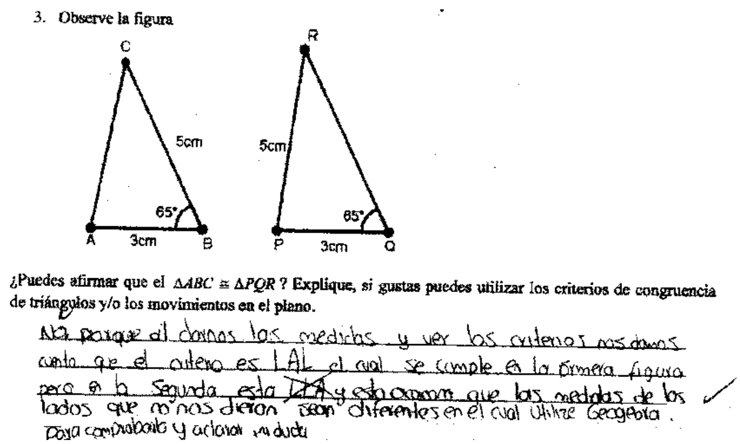



*Figura 46.* Respuesta compartida por EM6 Ejer.3 que generó dificultades a los estudiantes

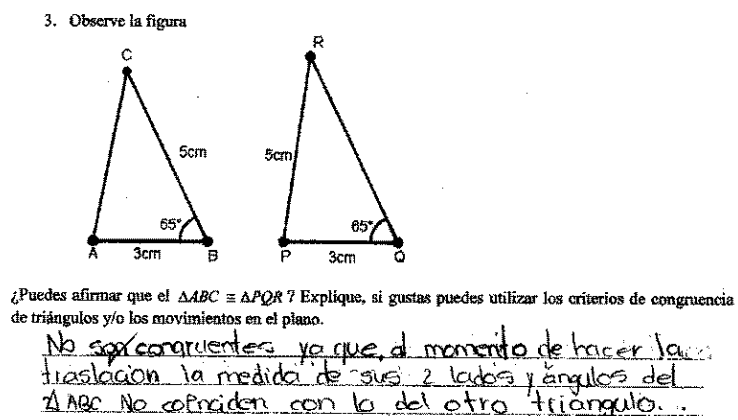



*Figura 47.* Respuesta compartida por EH3 Ejerc. 3

Con los resultados de estas dos últimas actividades finaliza la implementación de la secuencia didáctica, quedando evidenciado así el desempeño mostrado por los estudiantes en el reconocimiento de triángulos congruentes en diferentes situaciones, mediante la aplicación de los criterios de congruencia y/o las transformaciones en el plano (de reflexión, rotación y traslación). Observándose de este proceso un avance muy significativo en la construcción de figuras geométricas con el software Geogebra, antes realizadas en el mejor de los casos con herramientas geométricas manuales o en muchos a mano alzada, las cuales, permitieron beneficiar considerablemente el proceso de visualización del estudiante al poder disponer de figuras con medidas exactas a las que se les puede medir, verificar y comparar sus propiedades utilizando el software Geogebra; y un progreso en el razonamiento y la argumentación, siendo esta última competencia favorecida en los estudiantes EH3, EH5 y EH6,  mientras que en EH2 y EH4 se desarrolló con un menor grado, y dónde menos se favoreció fue en el estudiante EH1.

# Capítulo VI:

# Análisis de resultados

## 6.1 Cumplimiento del objetivo general y los específicos

El presente proyecto de intervención, se desarrolló con la planeación de varias tareas que luego fueron implementadas de manera organizada, con el fin de dar cumplimiento a los objetivos específicos propuestos y con ellos al cumplimiento del objetivo general de la propuesta, que consistió en diseñar e implementar una secuencia didáctica orientada a la enseñanza de la congruencia de triángulos mediante el uso del software Geogebra con los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ciudad de Asís, del municipio de Puerto Asís, en el departamento del Putumayo.

Por lo tanto, a continuación se hará una breve descripción sobre el cumplimiento de los objetivos propuestos:

1. El primer objetivo específico, relacionado al conocimiento de los saberes previos que tienen los estudiantes sobre el reconocimiento y descripción de elementos básicos de geometría e identificación y clasificación de triángulos y su congruencia. Primero se elaboró y aplicó una encuesta (ver anexo A) que permitió establecer las estrategias y recursos que se han utilizado en el área de matemáticas de la institución en el proceso de enseñanza y de aprendizaje. Luego, se elaboró y aplicó una prueba diagnóstica (ver anexo B) con preguntas abiertas, que permitió identificar los conocimientos y preconcepciones que tienen los estudiantes, como también sus dificultades. Los resultados obtenidos en ambos cuestionarios se presentaron en el capítulo IV, dando así cumplimiento al primer objetivo específico.

2. El segundo objetivo específico, que correspondía a identificar las herramientas del software GeoGebra relacionados con la congruencia de triángulos, se elaboró primero un manual básico (Ver anexo D) para el uso y manejo de las herramientas del software Geogebra relacionados a la construcción de triángulos, luego se desarrolló una inducción para familiarizar a los estudiantes con el funcionamiento del programa y construir algunos elementos básicos de geometría, tales como: puntos, rectas, semirrectas, segmentos, ángulos, circunferencias y medición de longitudes y ángulos. Los resultados

obtenidos se presentaron en el capítulo IV, dando así cumplimiento al segundo objetivo específico.

3. En cuanto al tercer objetivo específico, se diseñó una secuencia didáctica con 14 actividades, integradas dentro de 8 sesiones que pertenecen a las 5 semanas de duración, para la enseñanza de la congruencia de triángulos mediada por el uso del software Geogebra, donde se utilizó como pretexto una situación problema del contexto de los estudiantes, la que fue identificada con el nombre de ¿Cómo construir rampas idénticas de BMX freestyle?, la cual se presentó en detalle dentro del capítulo III, dando también así cumplimiento al tercer objetivo específico.

4. En relación al cuarto objetivo específico, correspondiente a la implementación pedagógica en el aula de la secuencia didáctica, la cual se realizó con un grupo de 6 estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ciudad de Asís, previamente seleccionados por presentar diferentes características o ritmos de aprendizaje (2 de alto, 2 de básico y 2 de bajo), con el fin de observar y analizar cómo construyen su propio conocimiento con esta estrategia didáctica mediada por el software Geogebra. Los resultados obtenidos se presentaron en el capítulo IV, dando así cumplimiento al cuarto y último objetivo específico, y de esta manera al cumplimiento al objetivo general.

**6.2 Conclusiones**

1. En este proyecto de intervención en el aula, la práctica y apropiación de conceptos matemáticos resultó de gran importancia en el desarrollo de competencias para aplicar dichos saberes en la solución de una situación problema identificada de la realidad y el contexto de los estudiantes, a la que identificaron con el nombre de ¿cómo construir rampas idénticas con el software Geogebra", involucrando a la congruencia de triángulos, sus criterios y/o movimientos en el plano que permiten justificarla.

2. La mayoría de las discusiones de los estudiantes fueron buenas y pertinentes, por la cantidad, las interacciones y la calidad de las intervenciones, las cuales les permitieron la aclaración y construcción de conceptos disciplinares, como también para que el docente

fuera evidenciando y haciendo seguimiento al aprendizaje adquirido por cada uno de ellos, destacándose la colaboración y el apoyo entre compañeros; siendo necesaria la intervención del docente en aquellos casos de incertidumbre y duda generalizada, a través de procesos de retroalimentación desarrollados durante o al final de las clases.

3. La actitud de la mayoría de los estudiantes frente a las actividades y al uso del software Geogebra fue positiva, estando prestos a la realización de las actividades propuestas como a la socialización y presentación de sus resultados, mostrando y expresando curiosidad, motivación y agrado especialmente al utilizar el software Geogebra, evidenciándose de esta manera que efectivamente este programa puede contribuir al aprendizaje de los estudiantes por la motivación que les genera, ya que es una herramienta de las TIC atractiva y novedosa que tiene recursos con diferentes posibilidades didácticas para utilizarlas no solamente en Geometría sino en otras temáticas.

4. De igual manera, también el docente estuvo comprometido tanto con su aprendizaje como el de sus estudiantes, interesado en conocer nuevas formas para compartir y construir conocimientos, abierto a aprender de las herramientas tecnológicas que hoy se encuentran disponibles en la sociedad para hacer un buen uso de ellas.

5. Las Instituciones Educativas deben acercarse más a la vida real de los estudiantes, para que ellos le encuentren sentido a lo que aprenden, impulsar y estimular en el área de matemáticas el uso de herramientas mediadoras del proceso de socialización del aprendizaje que sean atractivas a los estudiantes como el software Geogebra, promoviendo el trabajo autónomo y compartido entre compañeros para permitirles adquirir un protagonismo que les despierte nuevos intereses y búsqueda de otras alternativas.

6. El presente estudio es de gran importancia para la Institución Educativa Ciudad de Asís dentro de la cual se desarrolló, en razón a que la utilización de las TIC en las actividades didácticas de las diferentes áreas está contemplada dentro del PEI como política

institucional; respondiendo también a las orientaciones y requerimientos de tipo regional (SED Putumayo) y nacional (MEN), porque evidenció que si se combinan e implementa diferentes estrategias de enseñanza, tales como, actividades vinculadas a la solución de situaciones problema del contexto de los estudiantes, fortalecidas con el uso de otras herramientas, en este caso de las TIC (software Geogebra), junto con el acompañamiento y asesoría del docente, puede contribuir en el proceso de enseñanza y brindar mejores resultados en el aprendizaje, por los beneficios en la facilidad de la construcción y movimiento de figuras geométricas, desarrollo de la visualización y avance en la justificación y/o argumentación.

7. Si estas prácticas se incluyeran como parte del currículo institucional y la Institución Educativa facilitara el espacio y las herramientas (salas especializadas) para el desarrollo en el tiempo normal de clases, se puede estimar que se obtendrían mejores resultados porque además del querer aprender tanto de los estudiantes como del profesor, estarían involucrados los compromisos académicos que se tendrían que cumplir con la institución, y que al combinarlos con técnicas de evaluación, ampliarían la fidelidad en los resultados. Lo anterior elevaría el número y compromiso de los estudiantes, implicando mayor esfuerzo para el docente ya que en la institución por lo general los grupos son de 35 estudiantes.

8. Después de esta intervención pedagógica se pudo evidenciar un cambio en la percepción que tienen los estudiantes sobre la importancia que representa la Geometría y las matemáticas en la solución de diferentes situaciones, no solo de la vida diaria, sino en otros ámbitos más avanzados de las ciencias, como la ingeniería, arquitectura, artes, ect., además, el uso del software GeoGebra, fue recibido con mayor atención por parte de los estudiantes, debido a que les generó curiosidad e interés por aprenderlo, permitiéndoles construir sus figuras geométricas de manera fácil y rápida, alcanzando un nivel mayor de apropiación en los conocimientos estudiados debido a las múltiples aplicaciones que dispone esta herramienta de las TIC.

9. Después de la aplicación de esta experiencia y percibir un impacto positivo en los estudiantes, se comprende la importancia que tiene para el docente el de involucrarse en investigación, mantenerse permanentemente en procesos de actualización docente, ser reflexivo, analítico y crítico de manera continua frente a sus actuales prácticas de enseñanza, reinventarnos diariamente para poder ser esos maestros competentes, capaces de responder a los nuevos retos y exigencias que nos presenta el mundo moderno en el siglo XXI, generando herramientas que como investigadores sociales se puedan aprovechar para la transformación de las prácticas pedagógicas, las cuales bien utilizadas ayudan a desarrollar mejores procesos académicos, reflejándose en el mejoramiento de la calidad educativa en donde todos estamos llamados a aportar.

## 6.3 Recomendaciones

1. El uso en el bachillerato de recursos tecnológicos como el software Geogebra son recomendables no solamente para la enseñanza de temas de geometría sino también para la enseñanza de temáticas relacionadas a la aritmética, como al álgebra y la trigonometría, puesto que ayudan a visualizar, verificar y finalmente desarrollar la comprensión de los conceptos, como se ha visto en esta secuencia didáctica.

2. Es necesario que dentro de los currículos de las Instituciones Educativas, se cree de manera paralela a la matemática desde la primaria, una asignatura con una intensidad horaria de una hora semanal para estudiar los temas básicos de geometría, atendiendo a su importancia en la vida cotidiana por los elementos que brinda para poder orientarse en el espacio, hacer estimaciones tanto de formas como en distancias y estar presente en diferentes ramas de la ciencia y la sociedad (arquitectura, ingeniería, artes, topografía, pintura, etc.).

## 6.4 Sugerencias para futuras intervenciones

1. Teniendo en cuenta el tiempo limitado que se da en las instituciones educativas, para desarrollar los diferentes temas de los planes de estudio en el área de matemáticas, y considerando que tanto el número de semanas como el tiempo real que se empleó al

desarrollar cada una de las actividades se extralimitó de lo realmente programado, generando dificultades con los compromisos de los estudiantes con otras materias o familiares, se sugiere en el caso de que se desee implementar esta misma propuesta en posteriores años escolares, realizar unos ajustes a las diferentes actividades, como fusionar algunas, de tal manera que los tiempos en la que se la pueda hacer realidad dentro de un plan de estudios de una institución sea viable.

2. En el caso de que un docente decida implementar la propuesta con todos los estudiantes de un grupo, necesariamente se requiere de la disponibilidad de una sala con equipos de cómputo que estén en buen estado; pero también lo podría desarrollar en la biblioteca u otra aula especializada garantizando eso si la disponibilidad de un equipo para cada uno de los estudiantes, o mínimo para cada pareja; esto permitirá que todos los estudiantes puedan familiarizarse e interactuar con el programa, construyan las figuras geométricas, verifiquen y comparen sus propiedades, realicen modificaciones y finamente generen sus propios conocimientos.

# Bibliografía

Abrate, R., Delgado, G., & Pochulu, M. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 9.

Díaz-Barriga, A. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. México.

Farias, D., & Pérez, J. (2010). Motivación en la enseñanza de las matemáticas y la administración. *Formación universitaria, 3*(6), 33-40. Obtenido de https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062010000600005

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. págs. 11-44.

Gamboa, R., & Ballestero, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de Geometria en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica Educare, XIV*(2), 125-142.

García, M. D. (2011). Evolución de actitudes y competencias matemáticas en estudiantes de secundaria al introducir Geogebra en el aula. 781. España.

García, Y. (2016). Evaluación de una unidad didáctica orientada a la enseñanza y aprendizaje de la congruencia de triángulos utilizando el Geoplano. *VII jornada de investigación en educación matemática*, (págs. 280 - 295). Maracay, estado de Aragua.

Geogebra. (2017). *Acerca de Geogebra*. Obtenido de https://www.geogebra.org/about

Gutierrez, A. (2004). Reflexiones sobre la enseñanza de la Geometría Euclidiana en secundaria. *Revista Yupana, 1*(1), 11-26. doi: https://doi.org/10.14409/yu.v1i1.237

Iglesias, M., & Sanchez, J. (2015). Análisis de propuestas didácticas en Geometria. 170-184. doi:DOI: 10.13140/RG.2.1.1437.9364

Lopez, N., & Sanchez, L. (2010). El aburrimiento en clases. *Procesos Psicológicos y sociales, 6(1 y 2)*, 1-43.

Martín-Barbero, J. (Marzo de 2009). Cuando la tecnología deja de ser una ayuda didáctica para convertirse en mediacion cultural. *Revista electrónica teoría de la educación: Educación y cultura en la sociedad de la información, 10*(1), 19-31.

Melo, S., Draghi, D., & Saldivia, F. (2016). Enseñando geometria utilizando el Software Dinámico Geogebra. *Revista de informes Científicos -Técnicos UNPA, 8*(1), 221-244. doi:http://dx.doi.org/10.22305/ict-unpa.v8i1.158

PEI. (2017). Proyecto Educativo Institución Educativa Ciudad de Asís. Municipio de Puerto Asís, Departamento del Putumayo, Colombia.

Pérez, C. (2015). Prácticas matemáticas con SGD desarrolladas en la resolución de problemas sobre congruencia de triangulos desde una mirada instrumental: reporte de un caso. *Actas IV jornadas de enseñanza e investigación educativa en el campo de las ciencias exactas y naturales,* (pág. 10).

Ramírez, M., Acosta, M., Perdomo, A., Ortíz, L., Rojas, V., De Armas, R., . . . Jiménez, J. (2013). *Los caminos del saber matemáticas 8.* Bogotá: Santillana S.A.

Ruiz, A. (2000). *El desafio de las matemáticas.* Costa Rica: Editorial de la universidad nacional.

Torregrosa, G. (2015). El desarrollo del sentido geométrico como una relación entre la visualización y el razonamiento configural. *Revista didáctica de las matemáticas UNO*(70), 16-20.

Unesco. (2004). *Las tecnologías de la información y la comunicación en la formacion docente.* Montevideo, Uruguay: Trilce.

Valenzuela, J., & Flóres, M. (2012). *Fundamentos de investigación educativa* (Vol. 2). México: Digital Tecnológico de Monterrey.

# Anexos

*Anexo A. Encuesta*

**SEMANA 1:**

**Desempeño esperado:** Reconocer los saberes previos que poseen los estudiantes relacionados a la identificación y descripción de los elementos básicos de geometría y clasificación de triángulos, e identificación por parte de los estudiantes de la situación problema que planteada en la secuencia, analizando alternativas matemáticas y tecnológicas para solucionarlo.

**Semana 1, sesión 1**

**Actividad 1: Encuesta a estudiantes**

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CIUDAD DE ASIS
Municipio de Puerto Asís, Departamento del Putumayo
AREA DE MATEMÁTICAS/ASIG. ALGEBRA 8

**"USO DE ESTRATEGIAS Y RECURSOS EN LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA"**

***Querido estudiante:***

*La finalidad de esta encuesta, es la de obtener información relacionada con las estrategias y recursos utilizados en el proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática.*

*Le pido ser muy sincero y responsable en tus respuestas. Muchas gracias.*

1) ¿Qué edad tienes? ________________ (con números)

2) Sexo: Masculino ____ Femenino ____ (Marca con X)
3) ¿Tienes dificultad en el área de matemática?

   a. Sí ___ b. No ___

4) De la pregunta anterior, si tu respuesta es "Sí" ¿a qué crees que se deba? Puedes marcar si gustas, una o varias de las siguientes opciones
   - La forma de enseñar del (a) profesor (a).
   - La falta de utilización de medios y material didáctico.
   - La utilización de libros inadecuados.
   - Falta de interés por tu parte.
   - Complejidad en los temas
   - Poca intensidad horaria

5) ¿Cómo estudias matemática? (Selecciona una sola opción)
   a) Repasas la teoría y ejemplos realizados en clase.
   b) Resuelves los ejercicios propuestos en talleres por el profesor.
   c) Te dedicas a observar y elegir qué tipo de ejercicio puede proponerse en un examen y sólo esos estudias.
   d) Refuerzas lo aprendido en clase con otros libros y material adicional relacionado al tema.
   e) Otro, ______ ¿cuál? ____________________________________________________________

6) ¿En qué periodo del año escolar se imparte en la institución los temas de geometría? (Marca con X)

   1er periodo ____ 2do periodo ____ 3er periodo ____ 4to periodo ____ No sé _____

7) ¿Consideras que es suficiente el tiempo que se le está dedicando a enseñar los temas de geometría?

   a. Sí ___ b. No ___ ¿por qué? ____________________________________________________

8) ¿Qué tipo de material didáctico utilizan con mayor frecuencia los docentes de matemáticas? (Selecciona una sola opción)
   a) Tablero, marcadores, reglas. ___
   b) Libros, guías. ___
   c) Videos ___
   d) Software matemático (programas de computador) ___
   e) Juegos matemáticos
   f) Otro, ¿cuál? ____________________________________________________________________

9) ¿Cómo te gustaría que te enseñen geometría?
   a) Con marcadores y tablero. ___
   b) Marcadores, tablero, juego geométrico (escuadras y compás). ____
   c) Libros y diapositivas. ____
   d) Todos los anteriores, pero agregando el computador. ____
   e) Otro, ¿Cuál? ___________________________________________

10) ¿El docente de matemáticas utiliza la sala de informática para el desarrollo de las clases?

a. Sí ____ b. No ____

11) ¿Cuál de los siguientes softwares matemáticos conoces y lo has utilizado?

a) GeoGebra ___
b) Derive ____
c) Cabri ____
d) MathLab ____
e) Ninguno de los anteriores ____
f) Otro, ¿Cuál? ___________________________

12) ¿Crees que si utilizaras un software te ayudaría a aprender la matemática con mayor facilidad?

a. Sí ___ b. No ___ ¿por qué? ____________________________________________

13) ¿Te gustaría aprender geometría utilizando un software de matemáticas?

a. Sí ___ b. No ___ ¿por qué? ____________________________________________

*Anexo B. Prueba diagnostica*

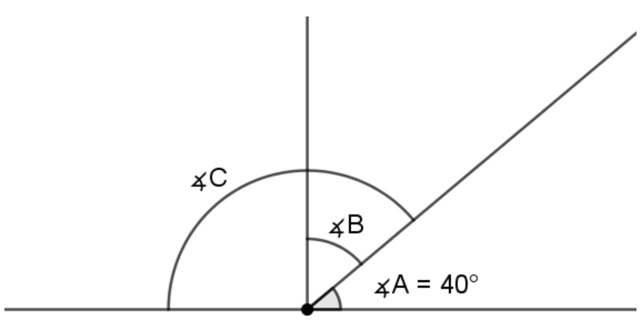
**Semana 1, sesión 1**
**Actividad 2: Prueba diagnóstica**

INSTITUCIÓN EDUCATIVA CIUDAD DE ASIS
Municipio de Puerto Asís, Departamento del Putumayo
AREA DE MATEMÁTICAS/ASIG. ALGEBRA 8

**Docente**: Rafael Rodrigo Lozada Claros

Estudiante _______________________________________________ Grado: _____

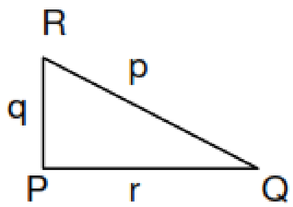
1) ¿Con tus propias palabras define qué es un ángulo?
2) Teniendo en cuenta la siguiente figura, responda las siguientes preguntas



∗¿Cuál es el ángulo complementario del ángulo A? __________, su valor es _________

∗¿Cuál es el ángulo suplementario del ángulo A?: __________; su valor es ________

3) Observe el siguiente triangulo



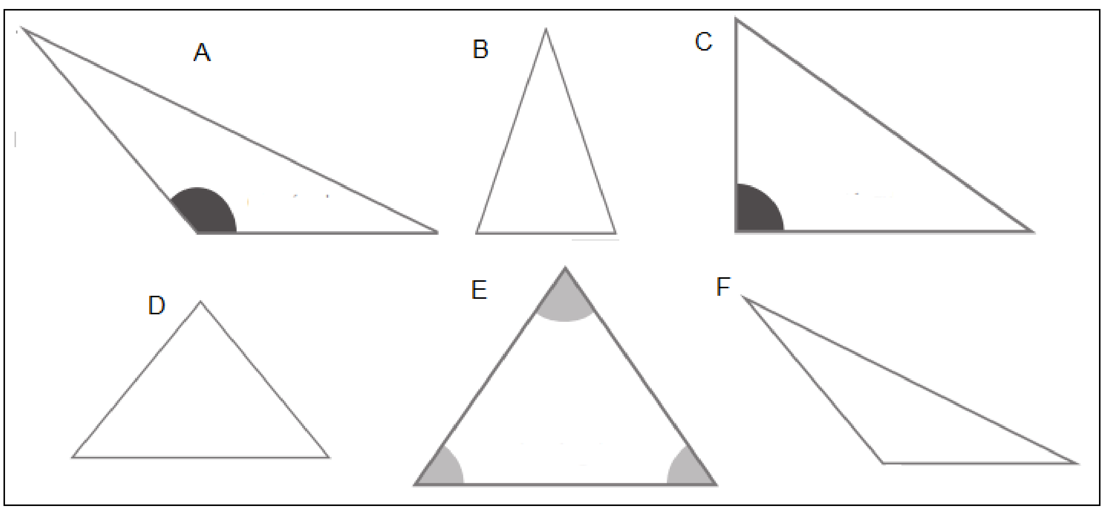

Identifica y escribe al frente los siguientes elementos:

∗Vértices: _________________

∗Lados: ____________________

∗ Ángulos: ________________

4) Observe las siguientes figuras y escriba dentro del paréntesis la letra del triángulo que corresponda.




A. Triángulo equilátero (  ); ¿Por qué? ____________________________________________

B. Triangulo Isósceles (  ); ¿Por qué? ___________________________________________

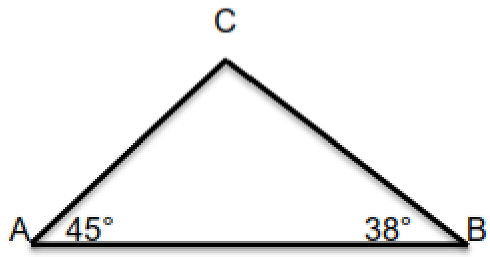
C. Triangulo Escaleno (  ); ¿Por qué? ___________________________________________

D. Triangulo acutángulo (  ); ¿Por qué? ___________________________________________

E. Triangulo rectángulo (  ); ¿Por qué? ___________________________________________

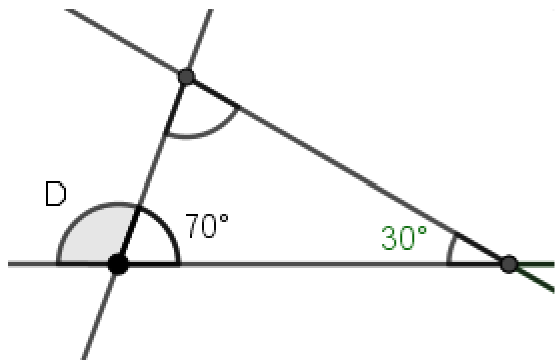
F. Triangulo obtusángulo ( ); ¿Por qué? ________________________________________

5) En la figura se observa que el ángulo A mide 45° y el ángulo B mide 38°.




¿Se puede saber la medida del ángulo C? (Si o No) _______ ¿Cuál es su valor? _______

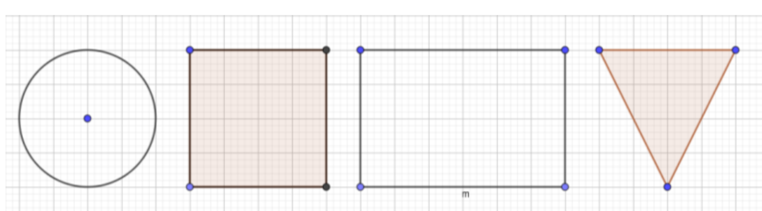
Explique ¿por qué? Considere el siguiente triangulo




Cuál es la medida del siguiente ángulo:

a) Ángulo D: ___________; ¿por qué? ____________________________________________

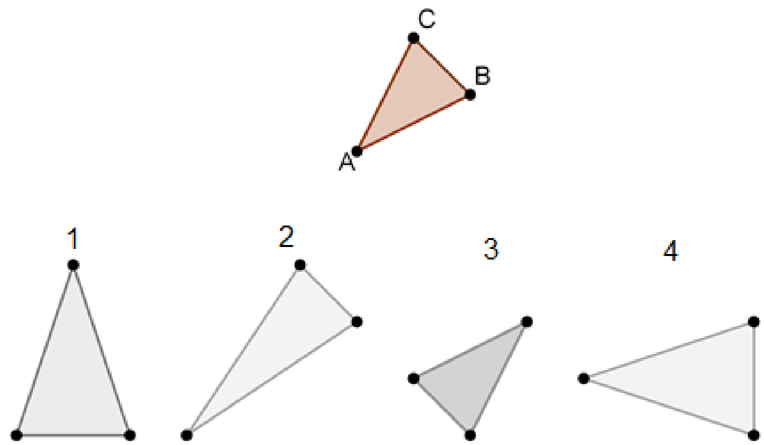
6) Observe las siguientes figuras geométricas



¿Al sobreponerlas coincidirían exactamente sus puntos (si o no): _______, ¿cuál es la razón?

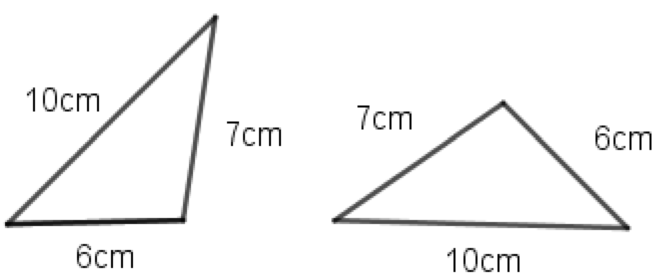
Nota: Superponer dos figuras, significa colocar una encima de la otra

7) Suponga que se recortaran los triángulos 1, 2, 3 y 4. ¿Cuál de ellos al superponerlo sobre el triángulo ABC coinciden exactamente sus puntos?



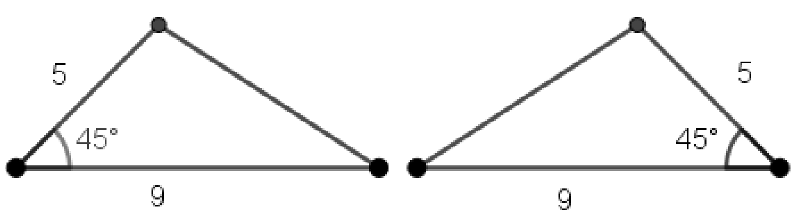

¿Explica por qué?

8) Observa los siguientes triángulos



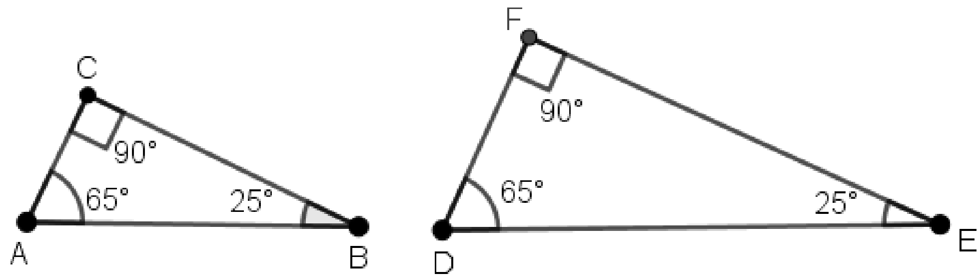

¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: ________, ¿por qué?

9) Ahora tenemos los siguientes triángulos



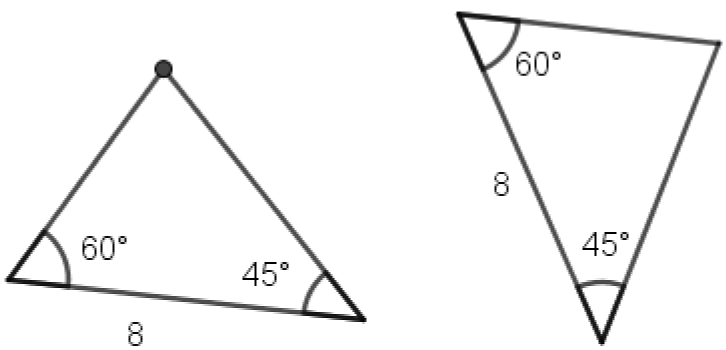

¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: ________, ¿por qué?

10) Observa los siguientes triángulos




¿Crees que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: _______, ¿por qué?

11) Tenemos otros dos triángulos




¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: _______, ¿por qué?

*Anexo C. Identificando la situación problema en el BMX Street*

**Semana 1, sesión 2**

**Actividad 1: Identificando la situación problema en el BMX Street**

**Tipo de clase: Nueva**

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes comprendan e identifiquen el problema que orienta la secuencia, los elementos geométricos que están presentes en una rampa y entiendan la importancia que tiene el software Geogebra en la construcción de figuras geométricas.

Tiempo estimado: 1 hora Tiempo real: _______

**Recursos**: Fotocopia situación problema, sala de informática, video beam, cuaderno e implementos, talento humano.

**Conociendo el BMX Street**

José y Carlos son dos amigos que viven en distintas ciudades manteniendo en contacto permanente a través del WhatsApp. José le cuenta que está practicando todos los días un deporte extremo llamado BMX freestyle y que para ello construyó una rampa en una pista de un lugar dónde también practican otros deportes extremos como el motociclismo. Carlos al verle el entusiasmo que tiene José, se interesa también por este deporte y decide pedirle el favor a su amigo de facilitarle la información necesaria para él también construir una rampa idéntica.

1. ¿Encontrará Carlos la forma de copiar o replicar la rampa de su amigo?

Carlos, no conoce cómo es una rampa ni cómo construirla. Buscando información en la web, encontró la siguiente imagen.

2. ¿A qué figura geométrica se asemeja el lado derecho de la rampa?
3. De acuerdo a la respuesta anterior, ¿qué elementos característicos se podría obtener de la rampa?

Carlos ya resolvió su duda, ahora conoce las rampas, sabe que su lado lateral se representa geométricamente por un triángulo, el cual posee elementos característicos tales como: lados, ángulos y vértices. Carlos cree que ya está listo para construir una rampa idéntica a la de José y para ello le pide información acerca de su rampa. José le manifiesta que antes de ir a construir la rampa con el tamaño real es necesario hacer un dibujo a escala de la rampa, de tal forma que le permita realizar las adecuaciones necesarias y luego, si puede invertir tiempo y recursos en la construcción real.

José también le manifiesta que, teniendo en cuenta que se está en el siglo XXI, considerada por muchos como la era de la tecnología, el dibujo que él hizo inicialmente lo realizó fácilmente utilizando una herramienta de las TIC denominada el software Geogebra. Por lo tanto, le recomienda primero conocer y familiarizarse con el software, después practicar dibujando elementos básicos de la geometría hasta que pueda desarrollar la habilidad de construir triángulos y que luego si le podría dar información para que construya una rampa idéntica a la de él.

Como actividad de cierre, se propone abrir un espacio de socialización con cada uno de los estudiantes, donde puedan exponer con argumentos las respuestas dadas a los interrogantes planteados; además de que puedan expresar inquietudes y expectativas relacionadas a la solución de la situación, como también, sobre la condición que le planteó José a su amigo Carlos de la necesidad de conocer y aprender a manejar el software GeoGebra.

*Anexo D. Conociendo el software GeoGebra*

**Semana 1, sesión 2**
**Actividad 2: Conociendo el software GeoGebra**

**Tipo de clase: Nueva**

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes comiencen a conocer y familiarizarse con el manejo y uso de las herramientas básicas del software GeoGebra, especialmente las relacionadas a la geometría, al igual que puedan comprender la importancia que tiene como recurso de enseñanza y aprendizaje no solamente de la geometría sino de otros ámbitos de las matemáticas.

Tiempo estimado: 2 horas      Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador para cada estudiante, software GeoGebra previamente instalado, video beam, fotocopia manual básico de manejo y uso del software GeoGebra, talento humano, cuaderno e implementos.

**Desarrollo propuesto:** En esta sesión no se pretende que el usuario maneje GeoGebra perfectamente, sino que lo conozca y lo valore de acuerdo a las posibilidades que ofrece como recurso para el aprendizaje de la matemática, en este caso el de la geometría, ya que más adelante tendrá la posibilidad de realizar distintas actividades básicas con diferentes temáticas de la geometría, básicas para el estudio de la congruencia de triángulos.

La actividad comienza indagando a los estudiantes con las siguientes preguntas:

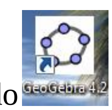
¿Cómo crees que te sería más fácil dibujar cualquier figura geométrica plana, utilizando regla y compas o usando tecnología?, ¿por qúe?

¿Cómo crees que sería más fácil medir los lados y los ángulos de un triángulo, utilizando herramientas manuales como la regla y el transportador, o utilizando las herramientas tecnológicas?, ¿por qué?

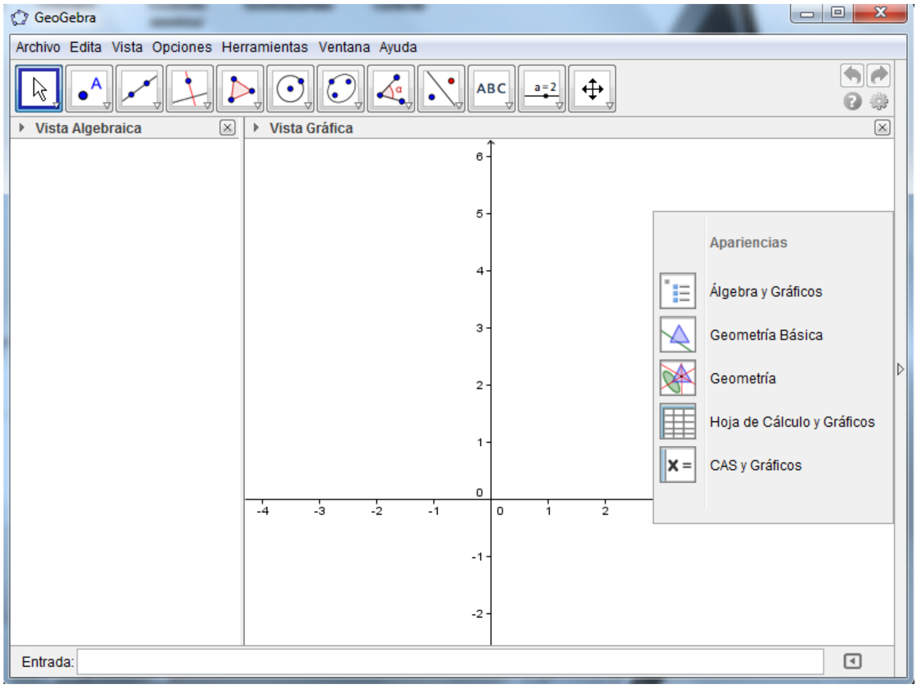
A partir de los anteriores interrogantes y teniendo en cuenta que el programa ya se encontrará instalado en los computadores se da inicio a la inducción sobre el manejo y uso de las herramientas básicas del programa, comenzando por la presentación de algunas generalidades.

**Generalidades:** El programa Geogebra es un software libre de geometría dinámica que permite realizar construcciones geométricas a partir de las propiedades de las figuras. Se trabaja sobre una pantalla, donde se pueden dibujar elementos geométricos como puntos, rectas, semirrectas, segmentos, ángulos, circunferencias, polígonos, etc.

Se comienza ingresando al programa, luego conociendo la barra de menús con sus diferentes opciones, barra de herramientas junto con sus menús desplegables y botones, y después se hacen construcciones de elementos básicos.

Para ingresar al programa se debe dar un doble clic sobre el programa instalado 

. De esta manera se muestra la pantalla inicial de GeoGebra que presenta el siguiente aspecto:

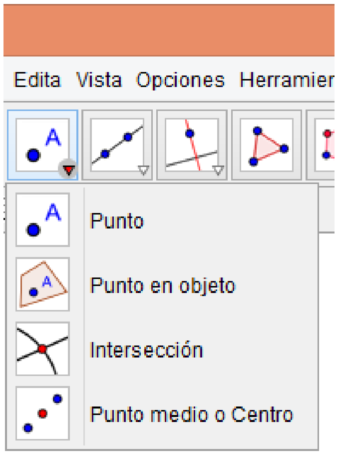



En ella, se identifica los siguientes elementos:

- **Barra de menús**: Facilitan el trabajo con archivos y determinan la configuración del programa. Cada una de ellas contiene varios menús desplegables


- **Barra de herramientas:** contiene distintas opciones para realizar construcciones geométricas, información de la herramienta seleccionada y los botones para deshacer y rehacer las acciones realizadas que se encuentran al lado derecho.

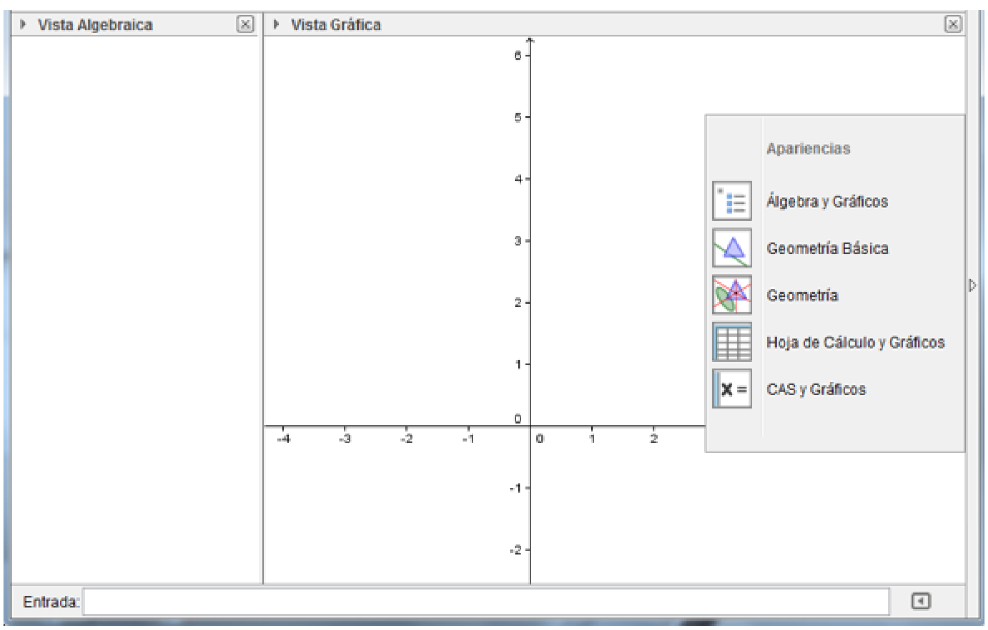

Cada una de las herramientas también tiene un menú desplegable con varias herramientas similares al primero, las cuales aparecen al poner el puntero sobre la flecha pequeña que se encuentra en la parte inferior derecha de cada herramienta.




Cuando en uno de estos botones se elige alguna herramienta de su menú desplegable, esta quedará por defecto seleccionada en el botón superior. Por lo tanto, para seleccionar nuevamente esa herramienta en particular no es necesario volver a escogerla del menú emergente, solamente se debe seleccionar el botón que la contiene.

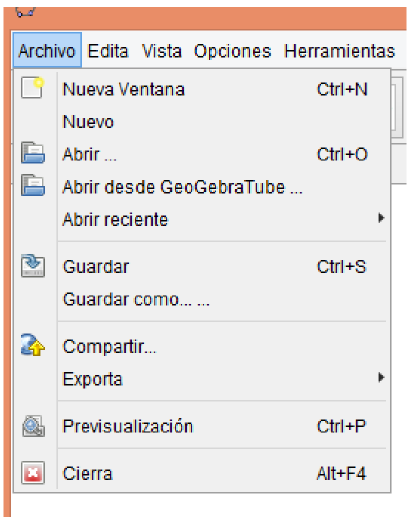
**Vistas**:

- **Vista gráfica:** La denominan también hoja de trabajo y es el área en la que se realizan las diferentes construcciones geométricas,
- **Vista algebraica:** ofrece información del proceso realizado, indicando los distintos objetos utilizados.



**Guardar un archivo:**

En la barra de menús se encuentra Archivo, en él se despliega un menú que contiene: “Nuevo, Guardar. Guardar como, Abrir” entre otros más; estos son muy importantes pues le permite guardar las construcciones realizadas, exportar a otros documentos, compartir y otras más que descubrirá al trabajar con él.

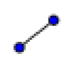


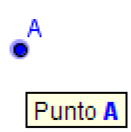

**Primeras construcciones**

Se comienza conociendo la barra de herramientas y haciendo construcciones de elementos básicos de la geometría.

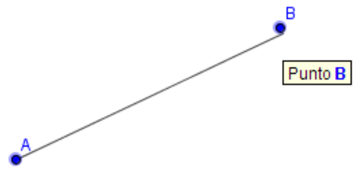
**Dibujo de un Punto**. Dar clic en la herramienta **punto** 

y luego dar clic nuevamente en el área de vista gráfica, quedando así plasmado el punto.

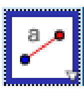
**Dibujo de un segmento**. Dar clic en la herramienta **segmento entre dos puntos**  . Luego, con el cursor del mouse nos acercamos a cualquier punto de la vista gráfica y damos clic con el botón izquierdo del mouse, apareciendo así el punto resaltado

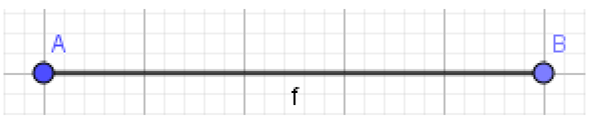


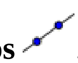

Luego, movemos el cursor del mouse, dando clic en el lugar dónde deseamos que quede ubicado el otro punto del extremo del segmento, quedando ubicado el otro punto y resaltado el segmento.

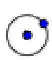
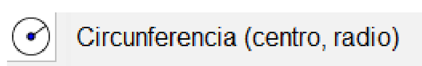



Al hacer clic sobre la línea con clic derecho se puede editar o sea poner nombre, o cambiar de color, o colocarle una medida específica.

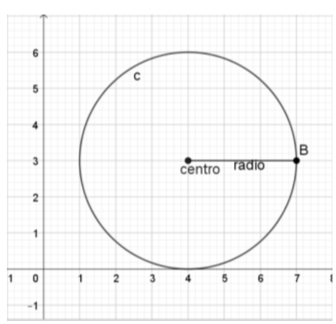
**Dibujo de un segmento con determinada longitud.** Se da clic en el triángulo pequeño que se encuentra en el lado inferior derecho del **botón rectas** de la barra de herramientas, dónde se encuentran todas las herramientas que construyen objetos rectos, tales como: rectas, segmentos, rayos y vectores. Del menú desplegable seleccionamos la herramienta **segmento de longitud dada**  , luego se coloca un primer punto en cualquier lugar de la ventana de trabajo y en el cuadro de diálogo que aparece, digitamos el valor de la longitud del segmento que deseamos construir, aceptar y listo.

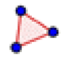


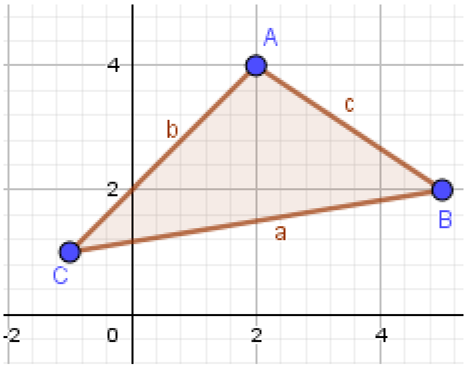

**Dibujo de una línea recta**. Dar clic en la herramienta **recta que pasa por dos puntos**  . Luego con el cursor nos acercamos a cualquier lugar de la vista gráfica y damos clic con el botón izquierdo del mouse, apareciendo el primer punto de la recta. Después se vuelve a dar clic izquierdo en el lugar por dónde deseamos que pase la línea recta.

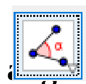
**Dibujo de una circunferencia.** Dar clic en el menú desplegable de la **herramienta circunferencia**  , se selecciona la opción 

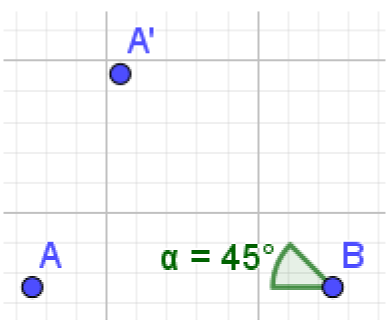
, dar clic izquierdo en cualquier punto de la vista gráfica, y en el cuadro de diálogo que aparece se digita el valor del radio, aceptar.



**Dibujo de un polígono.** Se selecciona la herramienta **polígono** . Luego en la vista gráfica para dibujar el primer punto (vértice) del polígono se da clic con el botón izquierdo del ratón. Para hacer los otros puntos del polígono deseado se debe repetir el paso anterior. Finalmente se debe hacer clic sobre el primer vértice que se marcó para poder cerrar el polígono.




**Dibujo de un ángulo con determinada medida.** Se da clic sobre la **herramienta**  **ángulo**, luego del menú desplegable seleccionamos el botón **ángulo dada su amplitud**. Enseguida se coloca un primer punto en cualquier lugar de la ventana de trabajo, seguido de un segundo punto que será el vértice. En el cuadro de diálogo que aparece, digitamos el valor del ángulo que deseamos, como también seleccionamos el sentido hacia dónde se desea que quede construido el ángulo (horario o anti horario), aceptar y listo.




Para comprender mejor el uso y la aplicación del software, es necesario comenzar a utilizar algunas de las herramientas en las actividades propuestas en este trabajo, para que poco a poco se pueda ir familiarizando hasta acostumbrarse.

**Actividad de cierre y de evaluación**. Explorar libremente las herramientas del software, observando que hace cada una de ellas, luego dibujar los elementos básicos que se relacionan a continuación, colocándoles el nombre y adecuarlos al color negro mediante la opción de propiedades:

Un punto, un segmento, un ángulo, una recta, una semirrecta, un polígono de tres lados con medición de sus ángulos, dos rectas paralelas, una circunferencia de cualquier radio, dos rectas perpendiculares, punto medio de un segmento.

Para finalizar, se propone después de esta primera experiencia, la apertura de un espacio para la socialización y discusión de manera argumentada entre compañeros, orientada por las siguientes preguntas:

- ¿Qué opinión tiene ahora sobre la construcción de figuras geométricas usando la herramienta de las TICs denominada el software Geogebra, comparada con la construcción de las mismas figuras, si se utilizara las herramientas manuales comúnmente utilizadas en el salón de clases, como son la regla, el lápiz y el compás?
- ¿Qué aprendió al final?
- ¿Dificultades que tuvo con el proceso de enseñanza y de aprendizaje?
- ¿Dificultades que se le presentó con el uso de la tecnología?
- ¿sugerencias?

*Anexo E. Aprendiendo a nombrar y relacionar las partes de un triángulo*

**SEMANA 2:**

**Desempeño esperado:** Dibuja triángulos a partir de una terna de medidas del mismo y evoca su clasificación según la medida de sus lados y de sus ángulos, empleando el software GeoGebra, compartiendo sus conocimientos con los compañeros.

**Sesión 1**

**Actividad 1: Aprendiendo a nombrar y relacionar las partes de un triángulo**

**Tipo de clase: Nueva**

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes usando la herramienta polígono del software GeoGebra aprendan a construir un triángulo, identifiquen y nombren los elementos característicos que lo conforman, y comprendan el significado de la relación de correspondencia entre dos triángulos.

Tiempo estimado: 2 horas Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador para cada estudiante, software GeoGebra previamente instalado, video beam, fotocopia actividad, talento humano y cuaderno e implementos.

**Desarrollo propuesto:**

1. Utilizando el software Geogebra dibujar la figura con la que la asoció a la rampa que halló Carlos en la Web, e identificar y registrar los elementos característicos (vértices, lados y ángulos) correspondientes entre la rampa y el triángulo que la representa.

Rampa hallada en la web

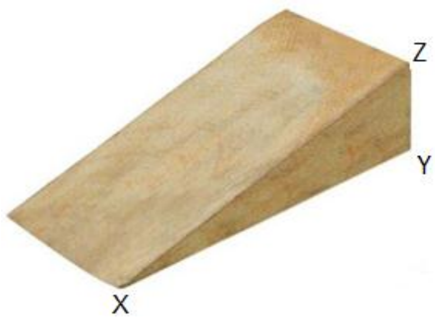
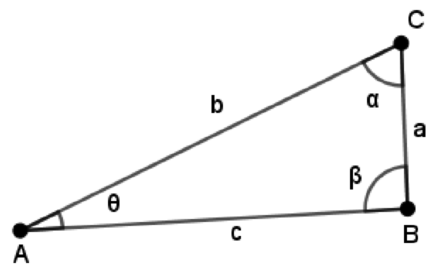



Figura geométrica con la que Carlos asoció a la rampa




**Procedimiento**: Para dibujar o representar gráficamente la rampa hallada en la web se invita a seguir las siguientes instrucciones:

- Seleccionar la herramienta polígono (visto en la inducción del software GeoGebra), luego en la vista gráfica se dibuja el primer punto (vértice) del triángulo dando clic con el botón izquierdo del ratón. Para hacer los otros puntos del polígono se debe repetir el paso anterior, haciendo clic nuevamente sobre el primer punto que se marcó para poder cerrar el polígono.

Con base a la anterior gráfica, identifique y registre en la siguiente tabla los elementos característicos (vértices, lados y ángulos) tanto de la rampa como del triángulo que se relacionan entre sí.

| Nombre del triángulo | Vértices | Lados | Ángulos |
|---|---|---|---|
| | X $\leftrightarrow$ | b $\leftrightarrow$ | $\angle YXZ \leftrightarrow$ |
| | B $\leftrightarrow$ | $\overline{XY} \leftrightarrow$ | $\alpha \leftrightarrow$ |

Z $\leftrightarrow$ a $\leftrightarrow$ $\angle Y$ $\leftrightarrow$

A cada lado del triángulo que se relaciona con un lado de la rampa, por tener la misma longitud, se los llama lados correspondientes. Un par de lados correspondientes se los representa de la siguiente forma: $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{XZ}$ , ó, $\overline{XZ} \leftrightarrow b$

A cada ángulo del triángulo que se relaciona con un ángulo de la rampa, por tener la misma amplitud o abertura, se los llama ángulos correspondientes. Un par de ángulos correspondientes se los representa de la siguiente forma: $\angle A \leftrightarrow \angle X$ , o, $\theta \leftrightarrow \angle X$ , o, $\angle BAC \leftrightarrow \angle X$

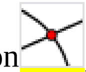
A cada vértice del triángulo que se relaciona con un vértice de la rampa, porque en esos puntos se forman dos ángulos que tienen la misma medida, se los llama vértices correspondientes, y se los representa de la siguiente forma: $Y \leftrightarrow B$, o al contrario, $B \leftrightarrow Y$

2. Ahora, se quiere dibujar utilizando el software Geogebra, un triángulo que tenga unas medidas exactas, dónde cada uno de sus lados mida 3 cm.

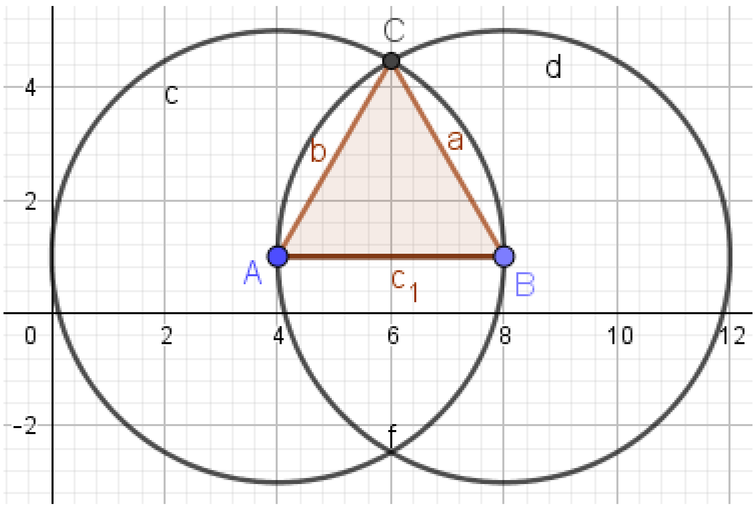
   Se espera que los estudiantes construyan el triángulo con la herramienta Geogebra, realicen sobre el mismo triángulo mediciones tanto de sus lados como de sus ángulos, y puedan evocar su clasificación según la medida de sus lados y la de sus ángulos.

Procedimiento:

- Trazamos un segmento de una longitud de 3 cm con el botón segmento de longitud dada del menú desplegable en la barra de herramientas segmento (visto en la inducción del software Geogebra).
- Después trazamos una circunferencia de radio 3 cm con el botón circunferencia (centro y radio) del menú desplegable en la barra de herramientas circunferencia. Luego de seleccionar el anterior botón se da clic en el extremo A del segmento trazado y en el cuadro de dialogo que pregunta por el radio colocamos 3 y damos clic en okey.
- De la misma manera construimos otra circunferencia de radio 3cm, pero tomando como centro al punto B
- Luego se marca el punto dónde se interceptan las dos circunferencias, para ello, damos clic en la barra de herramientas punto para que se despliegue el menú de opciones y

seleccionamos de ellos el botón intercepción, dando clic en el punto donde se cortan las dos circunferencias.

- Después, se da clic en la barra de herramientas polígono y luego se da clic también sobre los tres puntos marcados, quedando de esta manera dibujado el triángulo requerido.




- Por último, utilice la herramienta expone/oculta objeto para ocultar los dos círculos y dejar visible únicamente el triángulo.
- Para comprobar el tipo de triángulo que fue construido, hay que medir la longitud de los lados y ángulos, como se indica en el siguiente paso
- Para medir los ángulos internos del triángulo, primero se selecciona la herramienta ángulo, luego se da clic en tres puntos del triángulo, de tal manera que el punto del vértice donde deseamos medir el ángulo quede en el medio. Otra manera de medir el ángulo es dando clic sobre las dos rectas que lo forman, seleccionándolas eso si en el sentido contrario de las manecillas del reloj.
- Para medir cada lado del triángulo, seleccionar la herramienta **distancia** 

y luego hacer clic en el segmento que se desea medir, o en los dos extremos del segmento. Complete la tabla.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longitud de los lados | Lado a ( $\overline{BC}$ ) =<br>Lado b ( $\overline{AC}$ ) =<br>Lado c ( $\overline{AB}$ ) = | ¿Qué características tienen las medidas de las longitudes de los | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | tres lados?: | sus lados?: |
| Amplitud de ángulos | $\angle A =$<br>$\angle B =$<br>$\angle C =$ | ¿Qué características tienen las amplitudes de los tres ángulos?:<br><br>¿Cómo se llaman cada uno de estos ángulos?<br><br>¿Cómo se denominan los ángulos que tienen la misma medida?: | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos?: |

Cierre de la sesión: Se invita a los estudiantes a participar de un espacio de diálogo para la socialización y discusión de manera argumentada, orientada por las siguientes preguntas:

1. ¿Qué aprendieron?
2. ¿Qué fue lo que más les gustó?
3. ¿Cómo las actividades desarrolladas contribuyen a la solución de la situación problema?
4. ¿Qué dificultades se les presentó con el desarrollo de la guía?
5. ¿Qué dificultades se les presentó con el uso de la tecnología?
6. Recomendaciones

*Anexo F. Construyendo triángulos con las medidas de sus tres lados*

**Semana 2, sesión 1**

**Actividad 2: Construyendo triángulos con las medidas de sus 3 lados**

Tipo de clase: De afianzamiento

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes usando el software GeoGebra aprendan a construir un triángulo a partir de las medidas de sus lados.

Tiempo estimado: 2 horas      Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador por estudiante, software GeoGebra previamente instalado, video beam, fotocopia actividad, talento humano y cuaderno e implementos.

**Desarrollo propuesto:**

Se propone desarrollar las siguientes actividades:

1. Dibujar un triángulo dónde sus lados tienen las siguientes medidas: 4cm, 3cm, 4cm

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longitud de los lados | Lado a ( $\overline{BC}$ ) =<br>Lado b ( $\overline{AC}$ ) =<br>Lado c ( $\overline{AB}$ ) = | ¿Cuántos lados tienen igual longitud?: | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus lados?: |
| Amplitud de los ángulos | $\angle A =$<br>$\angle B =$<br>$\angle C =$ | ¿Cómo son las medidas de los tres ángulos?:<br>¿Qué nombre recibe cada uno de los ángulos? | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos?, ¿por qué?: |

2. Dibujar ahora un triángulo dónde sus lados tienen las siguientes medidas: 6cm, 4cm, 3cm

| | | | |
|---|---|---|---|
| Medida de lados | Lado a ( $\overline{BC}$ ) =<br>Lado b ( $\overline{AC}$ ) =<br>Lado c ( $\overline{AB}$ ) = | ¿Cuántos lados tienen igual longitud?: | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus lados?: |
| Medida de ángulos | $\angle A =$<br>$\angle B =$<br>$\angle C =$ | De acuerdo a la medida de cada ángulo ¿Qué nombre recibe?<br>$\angle A$:_____________<br>$\angle B$:_____________<br>$\angle C$:_____________ | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos?, ¿por qué?: |

3. Ahora considere que se desea construir un triángulo y se cuenta con las siguientes medidas: 6cm y 4cm

   ¿Con las medidas dadas se puede construir el triángulo (Si o No)? ¿Por qué?: _______

Cierre de la sesión: Responder y compartir las respuestas a las siguientes preguntas

1. ¿Qué aprendió?
2. ¿Cómo las actividades desarrolladas contribuyen a la solución de la situación problema?
3. ¿Qué fue lo que más les gustó?
4. ¿Qué dificultades se les presentó con el proceso de enseñanza y aprendizaje orientado mediante una guía?
5. ¿Qué dificultades se les presentó con el uso del software Geogebra?
6. Recomendaciones

Como actividad de evaluación se propone resolver las siguientes situaciones:

Indique si es o no es posible que se pueda construir un triángulo con las siguientes condiciones: (Justifique su respuesta)

1. Un triángulo equilátero y rectángulo
2. Un triángulo obtusángulo y equilátero
3. Un triángulo escaleno y acutángulo

*Anexo G. Construyendo triángulos a partir de la combinación de lados y ángulos*

**Semana 2, sesión 2**

**Actividad 1: Construyendo triángulos con GeoGebra a partir de la combinación de lados y ángulos**

Tipo de clase: De continuidad

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes usando el software GeoGebra aprendan a construir triángulos utilizando una combinación de las medidas de lados y ángulos, evocando su clasificación de acuerdo a la medida de sus lados y ángulos.

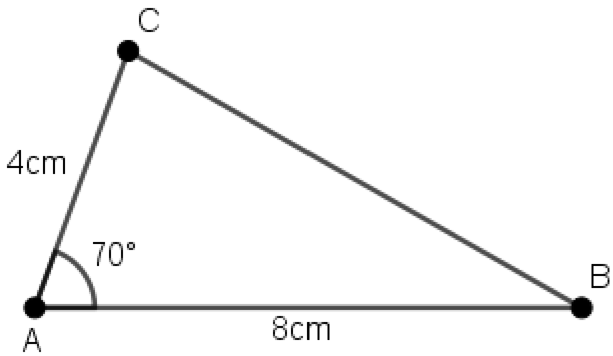
**Tiempo estimado**: 2 horas      Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador por estudiante, software GeoGebra, video beam, fotocopia actividad, talento humano y cuaderno e implementos.

1. DESARROLLO.

Nuevamente se espera que los estudiantes con la herramienta GeoGebra construyan el triángulo a partir de una cierta combinación entre las medidas de sus lados y ángulos, como también realicen mediciones tanto de los ángulos como de los lados del triángulo y los clasifiquen.

1. Utilizando GeoGebra dibujar un triángulo con las siguientes medidas: 8cm; 4cm; y ángulo comprendido entre ellos $70^o$




Procedimiento:

- Seleccionar en la barra de herramientas del software GeoGebra el botón segmento de longitud dada, luego en la vista gráfica dar clic en cualquier lado para marcar el primer punto extremo del segmento, en el cuadro de diálogo que aparece colocar 8 y dar clic en okey.
- Luego se construye una circunferencia con centro en el punto A del segmento trazado y de radio 4cm, utilizando el botón circunferencia (centro y radio) del menú desplegable en la barra de herramientas circunferencia.
- Enseguida se marca el ángulo que está comprendido entre los dos segmentos dados, utilizando el botón ángulo dada su amplitud del menú desplegable en la barra de herramientas ángulo. Primero se selecciona el botón mencionado, luego se debe marcar un punto lateral del ángulo, dando clic en el punto B del segmento ya dibujado, en el cuadro de diálogo que aparece se coloca el valor del ángulo suministrado $70^o$ en sentido anti horario y okey.
- Luego se selecciona el botón semirrecta de la barra de herramientas, dar clic en el punto A y luego en el punto que apareció por defecto con la construcción del ángulo.
- Marcar con el botón intercepción entre dos objetos el punto dónde la semirrecta y la circunferencia se cortan, obteniéndose el punto C.

Finalmente, con la barra de herramientas polígono se traza el triángulo solicitado Con la información anterior completa la siguiente tabla:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longitud de los lados | ¿Cuáles son sus medidas?<br>Lado a ( $\overline{BC}$ ) =<br>Lado b ( $\overline{AC}$ ) =<br>Lado c ( $\overline{AB}$ ) = | ¿Qué característica tienen las tres longitudes?: | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus lados?: |
| Amplitud de ángulos | ¿Cuáles son sus medidas?<br>$\angle A =$<br>$\angle B =$<br>$\angle C =$<br>¿Cuánto da la suma de los tres ángulos? __________ | ¿Qué característica tienen las medidas de los tres ángulos?:<br><br>¿Cómo se llaman cada uno de los tres ángulos? | ¿Qué nombre se le da a este triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos?: |

2. Utilizando el mismo procedimiento anterior dibujar un triángulo que tiene las siguientes medidas: $35^o$, $55^o$ y el lado comprendido entre ellos 5 cm

Se espera que, para dibujar este triángulo, los estudiantes comiencen trazando el lado (5 cm.), luego dibujen los ángulos en cada extremo (35° y 55°).

¿Qué falta para obtener el triángulo? ____________________________________________

Continúa tu construcción trazando una recta, desde cada extremo del segmento hasta los puntos que quedaron marcados según la abertura de cada ángulo.

¿Al trazar estas rectas qué sucedió con ellas? ______________________________
¿Estas rectas podrían intersectarse en otro punto? ____________
¿Por qué? _______________________________________________________

Ahora marca el punto de intercepción de las dos rectas con la herramienta intercepción y luego trace el triángulo con la herramienta polígono.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longitud de los lados | ¿Cuáles son sus medidas?<br>Lado a ( $\overline{BC}$ ) =<br>Lado b ( $\overline{AC}$ ) =<br>Lado c ( $\overline{AB}$ ) = | ¿Qué característica tienen las medidas de las longitudes de los tres lados?: | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus lados?: |
| Amplitud de ángulos | ¿Cuáles son sus medidas?<br>$\angle A =$<br>$\angle B =$<br>$\angle C =$<br>¿Cuánto de la suma de los tres ángulos?___________ | ¿Qué valor mide el tercer ángulo?:<br>¿Cómo se llama el tercer ángulo? | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos?:<br>¿Por qué?: |

2. CIERRE Y EVALUACIÓN

1) Describa brevemente lo que aprendió.
2) Describe tu percepción frente a los comentarios hechos por tus compañeros y profesor. ¿has aprendido o no de sus aportes? Explique
3) Destaque los aspectos que considere han sido importantes del software Geogebra y sus herramientas

Como actividad de evaluación, se propone:

1. Dibujar un triángulo que tiene las siguientes medidas: $100^o$, $40^o$ y el lado comprendido entre ellos 4 cm.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longitud de los lados | ¿Cuáles son sus medidas?<br>Lado a ( $\overline{BC}$ ) =<br>Lado b ( $\overline{AC}$ ) =<br>Lado c ( $\overline{AB}$ ) = | ¿Qué característica tienen las tres longitudes?: | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus lados?: |

| | | | |
|---|---|---|---|
| Amplitud de ángulos | ¿Cuáles son sus medidas?<br>$\angle A =$<br>$\angle B =$<br>$\angle C =$<br><br>¿Cuánto da la suma de los tres ángulos?<br>______ | ¿Cómo se llama el ángulo de $100^o$ ? | ¿Qué nombre recibe este triángulo de acuerdo a la medida de sus ángulos?:<br><br>¿Por qué?: |

2. Ahora, considere que se desea construir un triángulo y se dispone de los siguientes datos: $75^o$ , $75^o$ , $40^o$
   Responda las siguientes preguntas:
   ¿Con las medidas dadas se puede construir el triángulo (Si o No) ?: ________________
   ¿Justificar?:

---

*Anexo H. Intentando construir rampas*

**SEMANA 3:**

**Desempeño esperado:** Dibuja y expone rampas idénticas a partir de un conjunto de datos básicos necesarios para construir un triángulo congruente a otro, empleando el software GeoGebra, y comparte los conocimientos con sus compañeros.

**Sesión 1**
**Actividad 1: Intentando construir rampas idénticas**

**Tipo de clase: Nueva**

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes a partir de un conjunto de datos aprendan a representar gráficamente una rampa, identificando las primeras condiciones básicas que se deben cumplir para obtener rampas idénticas, mediante el uso del software GeoGebra.

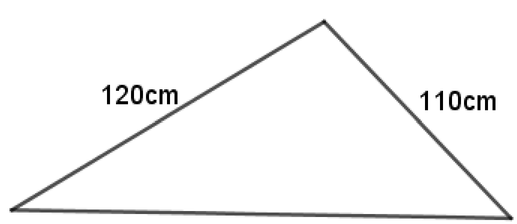
**Tiempo estimado**: 2 horas  Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador para cada estudiante, software GeoGebra, video beam, fotocopia actividad, talento humano, cuaderno e implementos.

1. **APERTURA**.

Carlos ya resolvió su duda, ahora conoce la forma que tiene las rampas, sabe que estas se representan geométricamente por un triángulo y que poseen elementos tales como: lados, ángulos y vértices; además que su representación gráfica la puede realizar con el software GeoGebra, el cual aprendió a manejar para poder construir la rampa idéntica a la de su amigo, observando que los dibujos quedan bien presentados y con medidas exactas, los cuales se pueden verificar fácilmente con las herramientas de las que dispone el programa. Ahora cree que llegó el momento de dibujar una rampa idéntica a la de su amigo.

Para ello, Carlos se comunica vía whatsApp con José y le pide información acerca de su rampa. José le escribe que uno de los lados mide 120cm y el otro 110cm. Carlos piensa por un momento y se imagina la siguiente figura:



¿Es posible dibujar una rampa idéntica a la de José con los dos datos entregados?, ¿por qué?, comenta con tu compañero.

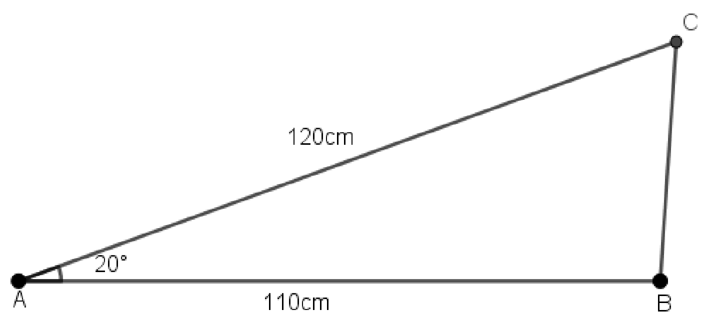
## 2. DESARROLLO.

Carlos recibe un nuevo mensaje de texto de parte de José, quien le dice que olvide la información anterior y que sólo utilice los ángulos interiores que tiene su rampa: $20^0$, $110^0$ y $50^0$ ¿Es posible reproducir la rampa de José solo con los ángulos que le suministró? ¿Por qué? Comenta con un compañero.

Utilizando el software Geogebra construye una rampa sólo con los ángulos suministrados. Compara con tu compañero.
Una semana después vuelven a comunicarse, José le comenta que sigue practicando en su rampa, que ha logrado saltos de hasta 2 metros de altura. Carlos le responde que su rampa pareciera estar mal construida, pues sus saltos no sobrepasan de 1 metro.

Carlos le solicita que le envíe un dibujo de su rampa, y además que agregue información adicional a la ya enviada.

José le envía el dibujo de su rampa, pero no con toda la información, pues considera que Carlos no está capacitado para realizar saltos tan altos.




¿Es posible dibujar una rampa idéntica a la de José con los tres datos entregados?, ¿por qué?, comenta con un compañero.
Utilizando el software Geogebra intente dibujar la rampa con las anteriores medidas que le mandó José en la gráfica, nombrándola con los puntos DEF.

Una vez hayas dibujado la rampa, mide con las herramientas del programa la longitud de los lados y la amplitud de los ángulos correspondientes. Luego regístrelos en la tabla y compare cada par de elementos correspondientes:

| | Rampa José | Rampa Carlos | |
|---|---|---|---|
| | $\overline{AB} =$______ | $\overline{DE} =$______ | ¿Cómo son?______________ |
| Lados | $\overline{AC} =$______ | $\overline{DF} =$______ | ¿Cómo son?______________ |
| correspondientes | $\overline{BC} =$______ | $\overline{EF} =$______ | ¿Cómo son?______________ |
| | $\angle A =$______ | $\angle D =$______ | ¿Cómo son?______________ |
| Ángulos | $\angle B =$______ | $\angle E =$______ | ¿Cómo son?______________ |
| correspondientes | $\angle C =$______ | $\angle F =$______ | ¿Cómo son?______________ |

¿De acuerdo a los resultados obtenidos, qué puedes afirmar sobre la medida de los lados y los ángulos correspondientes de las dos rampas?

De manera general ¿qué características similares o en común tienen las dos rampas?

De acuerdo a lo anterior ¿se podría afirmar que las dos rampas son idénticas? Justifica

*Anexo I. Construyendo rampas idénticas*

**Semana 3, sesión 2**

**Actividad 1: Construyendo rampas idénticas**

Tipo de clase: De continuidad

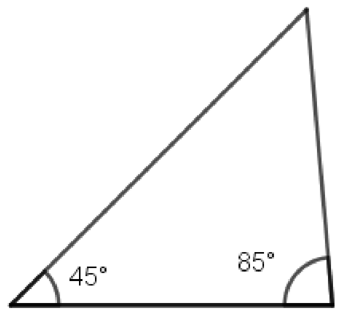
**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes identifiquen y determinen las combinaciones de datos básicos que se deben tener en cuenta para dibujar una rampa congruente a otra, mediante el uso del software GeoGebra.

**Tiempo estimado**: 2 horas Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador por estudiante, software GeoGebra previamente instalado, video beam, fotocopia actividad, talento humano, cuaderno e implementos.

3. **APERTURA.**

A pesar de que Carlos ya había podido construir una rampa congruente a la de José de acuerdo a los datos que le había suministrado en el dibujo que le envió y con la cual practicó por cierto tiempo; no obstante, quería ahora construir una rampa profesional que le permitiera hacer mayores saltos. Según información que volvió a consultar en la Web, existen rampas construidas para realizar saltos profesionales, estas poseen un ángulo de 45° a un lado y de 85° al otro, ángulos que dan la gran altura a esta rampa (ver figura).




¿Podrá Carlos construir una rampa idéntica a la profesional con la anterior información? ¿Por qué? Comenta con un compañero.

## 4. DESARROLLO.

Carlos llama a José y le cuenta sobre la nueva información que consultó en la WEB relacionada a ciertas medidas que deben tener en cuenta en el diseño y construcción de las rampas para lograr obtener saltos de gran altura. José la revisa y le recomienda que considere como información adicional el lado comprendido entre los dos ángulos igual a 140 cm. Con esta información adicional ¿se podría replicar la rampa?

Usando el software GeoGebra construye su gráfica.

Cuando Carlos ya había dibujado su rampa con el software GeoGebra, utilizando las medidas que había encontrado en la Web y estaba consiguiendo los materiales para construirla, recibió una llamada al siguiente día de parte de José, advirtiéndole el riesgo que le puede representar a un principiante una rampa con las medidas que le había comentado. Por lo tanto, le sugiere que de acuerdo a su experiencia las medidas con las que debería continuar practicando este deporte son las siguientes: base de la rampa (145cm), lado inclinado (150cm) y altura de la rampa (50cm).

¿Podrá Carlos construir una rampa con las anteriores medidas? ¿Por qué? Comenta con un compañero.

Usando el software Geogebra construye su gráfica y mide sus ángulos internos.

5. **ACTIVIDAD DE CIERRE Y EVALUACIÓN.**

¿Cuántos datos son necesarios como mínimo para construir rampas congruentes o idénticas?
¿Escriba las combinaciones de datos (criterios de congruencia) que fueron útiles a Carlos para replicar rampas?
¿Es siempre posible construir una rampa idéntica a otra? ¿Por qué?
¿Qué se entiende por criterio de congruencia? ¿Por qué?

*Anexo J. Congruencia a partir de la reflexión*

**SEMANA 4:**

**Desempeño esperado:** Reconoce que dos o más triángulos son congruentes mediante las transformaciones en el plano de la reflexión, rotación y traslación, socializando con respeto los resultados obtenidos al resto de compañeros.

**Sesión 1**
**Actividad 1: Congruencia a partir de la reflexión**

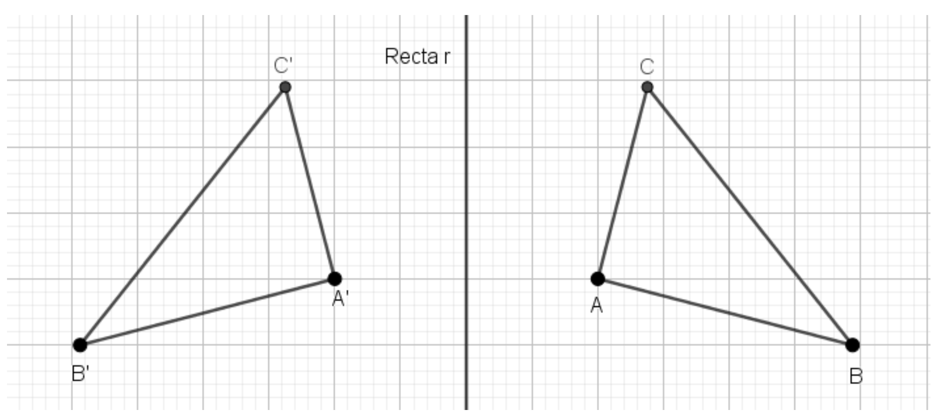
**Tipo de clase: Nueva**

**Tiempo estimado**: 2 horas Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador por estudiante, software GeoGebra previamente instalado, video beam, fotocopia actividad, talento humano, cuaderno e implementos.

1. **APERTURA.**

Observe la siguiente gráfica:



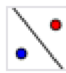
¿Considera usted que los dos triángulos son congruentes?, ¿justifique? ¿Qué es lo que los diferencia?

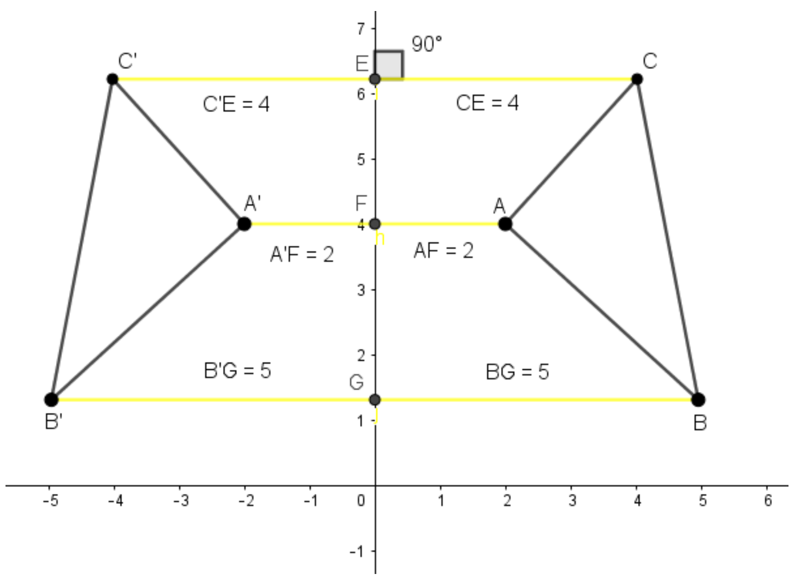
**2. DESARROLLO.**

- Construir en el primer cuadrante del sistema de coordenadas cartesianas a una distancia de 2 cm respecto al eje vertical "y" un triángulo rectángulo con las siguientes medidas:

  Catetos: $\overline{AB} = 4cm$; $\overline{AC} = 3cm$

  Hipotenusa: $\overline{BC} = 5cm$

- Luego, dibujar la figura simétrica del triángulo construido; para ello, se da clic en la herramienta "*simetría axial*"  , seguido se da clic sobre la figura a reflejar y después volvemos a dar clic en el eje sobre el cual queremos que la figura se refleje, para este caso se ha escogido de manera arbitraria al eje "y" del sistema de coordenadas cartesianas.
- Trazar segmentos de recta que unan cada uno de los siguientes pares de puntos: $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$. Colocar a estos segmentos de color diferente al negro.
- Marcar con la herramienta "*intercepción*" del Software GeoGebra cada uno de los puntos dónde los segmentos interceptan al eje vertical "y".




Con base a las dos gráficas obtenidas, realizar los procedimientos que se indican a continuación y responder las preguntas:

1. Con el Software GeoGebra medir la distancia que hay desde cada vértice de los dos triángulos hasta el eje “y” (o vertical) que los divide en partes iguales, como también medir el ángulo que se forma cuando cada uno de los segmentos $\overline{AA'}$, $\overline{BB'}$, $\overline{CC'}$ interceptan al eje “y” (o vertical)

| $\Delta\overline{ABC}$ | $\Delta\overline{A'B'C'}$ | Ángulos de intercepción de cada segmento trazado con el eje y |
|---|---|---|
| Vértice A | Vértice A’ | $\angle\overline{AA'} =$ |
| Vértice B | Vértice B’ | $\angle\overline{BB'} =$ |
| Vértice C | Vértice C’ | $\angle\overline{CC'} =$ |

¿Comparar y luego indicar cómo es la distancia a la que se encuentran los vértices correspondientes a los puntos A y A´ hasta el eje “y” (o vertical)? Realizar el mismo procedimiento para los otros dos pares de vértices correspondientes B y B´, C y C´.

¿De acuerdo al ángulo que se forma en la intersección de los segmentos AA´, BB´, CC´ con el eje “y” (vertical), se los denomina, segmentos: __________________________

El triángulo $A'B'C'$ es la reflexión del triángulo $ABC$ respecto al eje “y” (vertical), que para este caso representa al eje de reflexión.

“*La reflexión*” es un movimiento en el plano que consiste en dar media vuelta a una figura con respecto a una recta llamada eje de reflexión.

Cada vértice de la figura inicial se encuentra exactamente a la misma distancia a la que se encuentra el vértice correspondiente en la figura reflejada con respecto al eje de reflexión; es decir que “el eje de reflexión” se encuentra en la mitad de las dos figuras.

2. Utilizando Geogebra mida la longitud de cada uno de los lados de los dos triángulos y compare las medidas de cada par de lados correspondientes.

| $\Delta\overline{ABC}$ | $\Delta\overline{A'B'C'}$ |
|---|---|
| $\overline{AB}$ | $\overline{A'B'}$ |
| $\overline{AC}$ | $\overline{A'C'}$ |

$\overline{BC}$ $\overline{B'C'}$

¿Cómo es la medida de la longitud de cada par de lados correspondientes?

3. Utilizando Geogebra mida la amplitud de cada uno de los ángulos de los dos triángulos y compare las medidas de cada par de ángulos correspondientes.

| | |
|---|---|
| $\Delta\overline{ABC}$ | $\Delta\overline{A'B'C'}$ |
| $\angle A$ | $\angle A'$ |
| $\angle B$ | $\angle B'$ |
| $\angle C$ | $\angle C'$ |

¿Cómo son las medidas de cada par de ángulos correspondientes?

4. ¿Qué cambió después de haber reflejado el triángulo ABC respecto al eje "y"?
5. ¿Qué se mantuvo?
6. ¿Se podría afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$. Justifique

Una imagen o figura que ha sido reflejada con respecto a cualquier eje preserva la congruencia de la figura inicial.

3. **ACTIVIDAD DE CIERRE Y EVALUACIÓN.**

   ¿Cuáles son las características que debe cumplir una reflexión?

*Anexo K. Congruencia a partir de la traslación*

**Semana 4, sesión 1**

**Actividad 2: Congruencia a partir de la traslación**

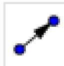
Tipo de clase: De continuidad

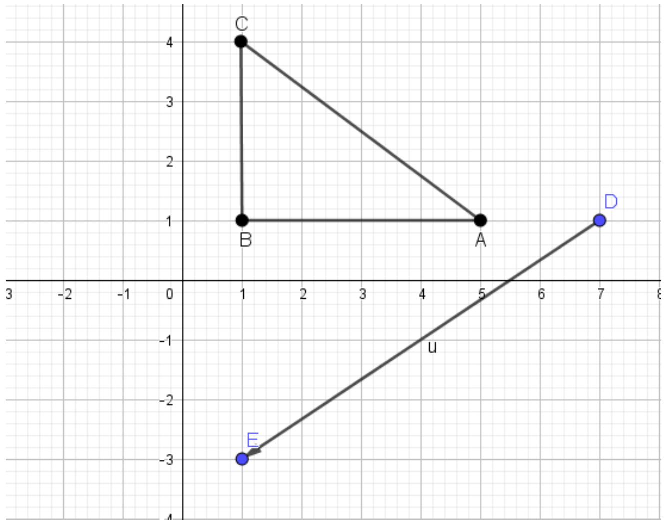
**Tiempo estimado**: 2 horas  Tiempo real: _______

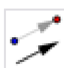
**Recursos**: Sala de informática, un computador para cada estudiante, software GeoGebra, video beam, fotocopia actividad, talento humano, cuaderno e implementos.

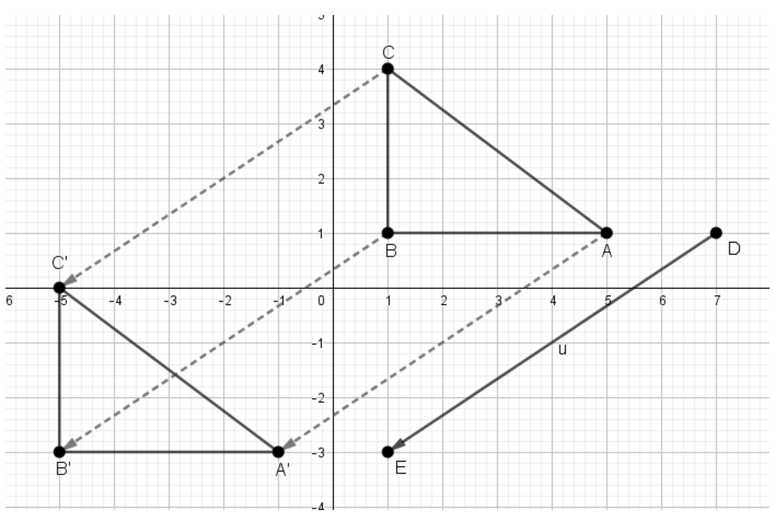
1. **DESARROLLO PROPUESTO.**

- Construir en el primer cuadrante del sistema de coordenadas cartesianas un triángulo rectángulo con las siguientes medidas: $4cm$, $3cm$ y $5cm$

- Después, dibujamos un vector al lado derecho de la vista gráfica con la herramienta "*Vector*"  que se encuentra dentro del menú desplegable "R*ectas*", como se indica en la figura:




- Luego, se traslada el triángulo ABC en la dirección del vector dibujado. Para ello, seleccionamos dentro de la barra de herramientas de las "*Transformaciones*" el botón "*Traslación*" , dar clic sobre el objeto a trasladar y otro clic sobre el vector dibujado. Inmediatamente, la figura se trasladará en la dirección, sentido y longitud indicada por el vector.




Con base a la gráfica obtenida, conteste las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices de cada triángulo? Completar

| Triángulo ABC | | Triángulo A´B´C´ | |
|---|---|---|---|
| Vértice A | ( , ) | Vértice A’ | ( , ) |
| Vértice B | ( 1, 1 ) | Vértice B’ | ( -5 , -3 ) |
| Vértice C | ( ) | Vértice C’ | ( ) |

Restar, a las coordenadas del vértice de la imagen A´ las coordenadas de su vértice correspondiente A del triángulo inicial, lo mismo con B´ y B, C´ y C.

A´ - A=

B´ - B= (-5, -3) – (1, 1) = (-5-1 , -3-1) = (-6, -4)

C´ - C=

¿Qué observas en los anteriores resultados? ¿Desde el punto de vista gráfico, qué significan los resultados obtenidos al restar las coordenadas de los vértices correspondientes?

Con la ayuda del software Geogebra arrastra el vector $\vec{u}$ entre los vértices AA´, luego en BB´, y después en CC´. ¿Qué puedes inferir?

El triángulo $A'B'C'$ es la imagen del triángulo $ABC$, obtenido mediante la traslación del triángulo $ABC$, la cual está determinada por la trayectoria del vector $\vec{u}$, llamado vector de traslación, cuyas coordenadas rectangulares son: $\vec{u} = (-6,-4)$

“*La traslación*” es un movimiento en el plano que consiste en desplazar una figura a lo largo de una línea recta.

En la traslación de una figura, cada punto se desplaza de acuerdo a la trayectoria que indique el vector de traslación $\vec{u}$.

Cada segmento comprendido entre los puntos AA´, BB´ y CC´ es de igual longitud, paralelos y del mismo sentido que el vector de traslación $\vec{u}$.

2. Utilizando Geogebra mida la longitud de los lados de cada triángulo y compare las medidas de cada par de lados correspondientes.

| $\Delta\overline{ABC}$ | $\Delta\overline{A'B'C'}$ |
|---|---|
| $\overline{AB}$ | $\overline{A'B'}$ |

$\overline{AC}$ $\overline{A'C'}$

$\overline{BC}$ $\overline{B'C'}$

¿Cómo es la medida de la longitud de cada par de lados correspondientes?

3. Utilizando Geogebra mida la amplitud de los ángulos internos en cada triángulo, y compare las medidas de cada par de ángulos correspondientes.

$\Delta\overline{ABC}$ $\Delta\overline{A'B'C'}$

$\angle A$ $\angle A'$

$\angle B$ $\angle B'$

$\angle C$ $\angle C'$

¿Cómo es la medida de la amplitud de cada par de ángulos correspondientes?

4. ¿Qué cambió después de haber trasladado el triángulo ABC?
5. ¿Qué se mantuvo después de haber trasladado el triángulo ABC?
6. ¿Se podría afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ? Justifique

Una imagen o figura trasladada preserva la congruencia de la figura inicial.

2. **Actividades de cierre y evaluación.**

   ¿Cuáles son las características que determinan una traslación?

*Anexo L. Congruencia a partir de la rotación*

**Semana 4, sesión 1**

**Actividad 3: Congruencia a partir de la rotación**

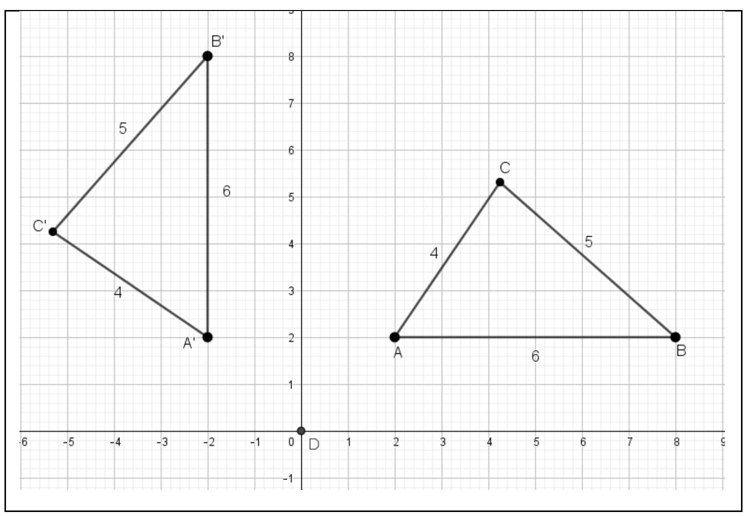
**Tipo de clase: Continuidad**

**Tiempo estimado**: 2 horas Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador para cada estudiante, software GeoGebra, video beam, fotocopia actividad, talento humano, cuaderno e implementos.

1. **DESARROLLO PROPUESTO.**

- Construir en cualquier lugar del primer cuadrante del sistema de coordenadas cartesianas un triángulo (figura a rotar o girar) con las siguientes medidas de sus lados: $6cm$, $4cm$ y $5cm$
- Con la herramienta "*Punto*"  marcamos un punto que representará al centro de giro sobre el cual se rotará el triángulo. Para este caso se ha decidido de manera arbitraria marcar el punto D ubicado en la intercepción de los ejes horizontal y vertical del sistema de coordenadas cartesianas, cuyas coordenadas son D= (0,0).
- Luego, rotar el triángulo dibujado, seleccionando dentro de la barra de herramientas de las "*Transformaciones*" la herramienta "*Rota alrededor de un punto*"  , dar clic sobre el objeto a rotar y otro clic sobre el centro del giro. En el cuadro de dialogo que aparece digitar el valor del ángulo que se desea girar o rotar el triángulo y el sentido de rotación (horario o anti horario); para este caso digitamos $90^o$, marcando la opción del sentido anti horario y aceptar. Observe su efecto.




Con base a la gráfica obtenida, contesta las siguientes preguntas:

1. Utilizando el software Geogebra mide las distancias que hay desde el punto D hasta los vértices correspondientes A y A´, B y B´, C y C´. Regístrelos en la siguiente tabla y compara cada par de segmentos.

| Triángulo ABC | Triángulo A´B´C´ | ¿Qué observas? |
|---|---|---|

Segmento $\overline{DA}$ Segmento $\overline{DA'}$

Segmento $\overline{DB}$ Segmento $\overline{DB'}$

Segmento $\overline{DC}$ Segmento $\overline{DC'}$

2. Utilizando el software Geogebra mide los ángulos que se forman con cada par de vértices correspondientes y el punto D. Es decir los ángulos $\angle ADA'$, $\angle BDB'$ y $\angle CDC'$.

$\angle ADA' =$ ___________ $\angle BDB' =$ ___________ $\angle CDC' =$ ____________

¿Qué observas? Justifica tu respuesta *¿Qué tipo de movimiento se relaciona a esta situación? ¿Cuál es el ángulo de giro o rotación? Comenta con un compañero*

El triángulo $A'B'C'$ es la imagen del triángulo $ABC$ mediante la rotación del triángulo $ABC$ con respecto al punto D denominado centro de giro o rotación.
"*La rotación*", es un movimiento en el plano que consiste en girar una figura alrededor de un punto denominado centro de giro o rotación.

Para hacer rotar una figura es necesario tres elementos: el centro de rotación, el cual puede estar dentro de la figura, en uno de sus vértices o fuera de él. El ángulo de giro en grados y el sentido horario o anti horario.

3. ¿Cuáles son las medidas de los lados correspondientes de cada triángulo? Utilice el Geogebra para verificar estas medidas.

$\Delta\overline{ABC}$ $\Delta\overline{A'B'C'}$ ¿Cómo es la medida de la longitud en cada par de lados correspondientes de los dos triángulos?

$\overline{AB}$ $\overline{A'B'}$

$\overline{AC}$ $\overline{A'C'}$

$\overline{BC}$ $\overline{B'C'}$

4. ¿Cuáles son las medidas de los ángulos correspondientes en cada triángulo? Utilice el GeoGebra para verificar estas medidas

Triángulo ABC Triángulo A´B´C´ ¿Cómo es la medida de la amplitud en cada par de ángulos correspondientes de los dos triángulos?

$\angle A$ $\angle A'$

$\angle B$ $\angle B'$

$\angle C$ $\angle C'$

¿Qué cambió después de la rotación o giro? ¿Qué se mantuvo? ¿Se podría afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$ ? Justifique

2. **Actividades de cierre.**
   ¿Cuáles son las características que determinan una rotación?

3. **Actividades de evaluación**

De acuerdo a las características que tienen los movimientos de figuras en el plano, como de la congruencia, responder a las siguientes preguntas:

| **Características de los movimientos de figuras en el plano** | **Características de la congruencia de triángulos** |
| --- | --- |
| Al aplicarle un movimiento a una figura, ¿qué sucede con la figura y su imagen?, respecto a: | Al replicar una figura, ¿qué sucede con la figura y su imagen?, respecto a: |
| Forma | Forma |
| Lados | Lados |
| Ángulos | Ángulos |
| Posición en el plano | Posición en el plano |

¿Según la tabla anterior, qué se puede concluir sobre las características de los movimientos de las figuras respecto a las características de la congruencia de triángulos? Explicar.

Si a una figura se le aplica un movimiento en el plano y se obtiene su imagen, ¿qué se puede afirmar inmediatamente de estas dos figuras?

*Anexo M. Poniendo en práctica lo aprendido*

**5 SEMANA:**

**Desempeño esperado:** Compara e identifica triángulos congruentes en diferentes situaciones de la vida cotidiana mediante la aplicación de los criterios de congruencia y/o las transformaciones en el plano (de reflexión, rotación y traslación), socializando sus experiencias.

**Primera sesión**
**Actividad 1: Poniendo en práctica lo aprendido**

**Tipo de clase: Nueva**

**En qué consiste:** Se espera que los estudiantes comparen e identifiquen triángulos idénticos en forma y tamaño, de acuerdo a la aplicación de los criterios de congruencia y las transformaciones en el plano, para ejercitarse en procesos de reconocimiento de triángulos congruentes.

**Tiempo estimado**: 2 horas       Tiempo real: _______

**Recursos**: Sala de informática, un computador para cada estudiante, software Geogebra, video beam, fotocopia actividad, talento humano, cuaderno e implementos.

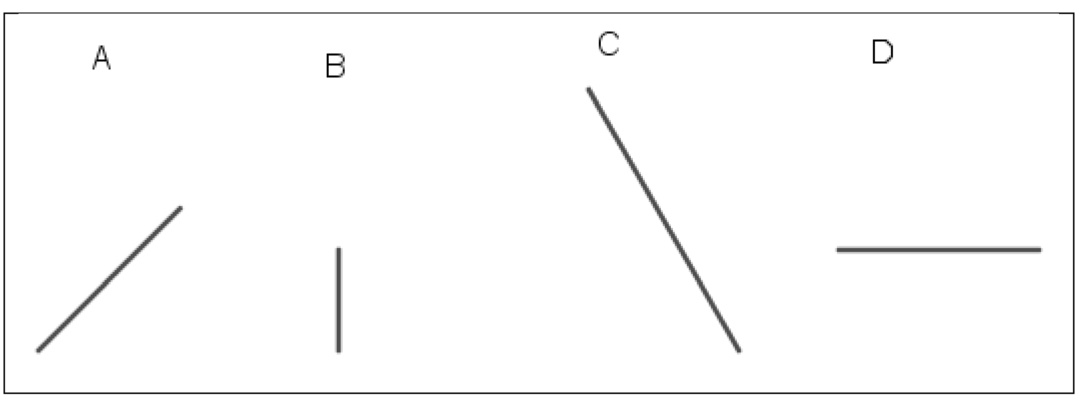
La actividad, busca poner a prueba al estudiante en lo aprendido en la secuencia didáctica relacionada a la congruencia de triángulos, como los criterios de congruencia y su relación con las transformaciones en el plano de la reflexión, rotación y traslación.

**DESARROLLO PROPUESTO.**

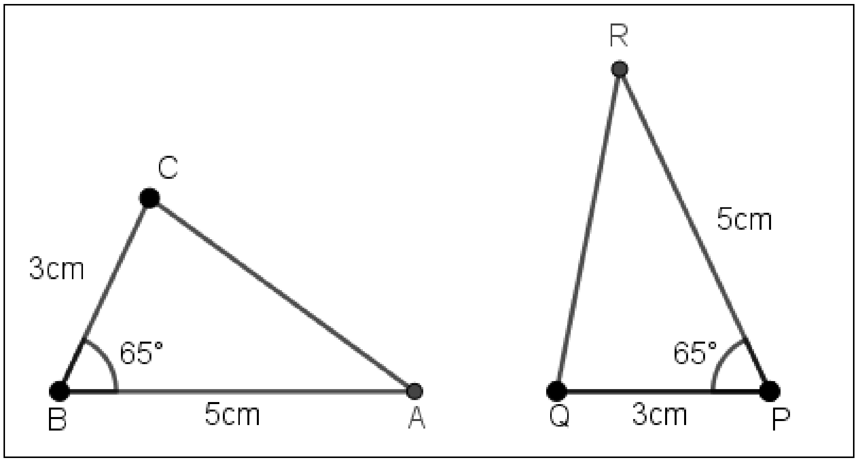
1. Considere el siguiente segmento de recta:



¿Cuál de los siguientes segmentos es congruente al anterior segmento?

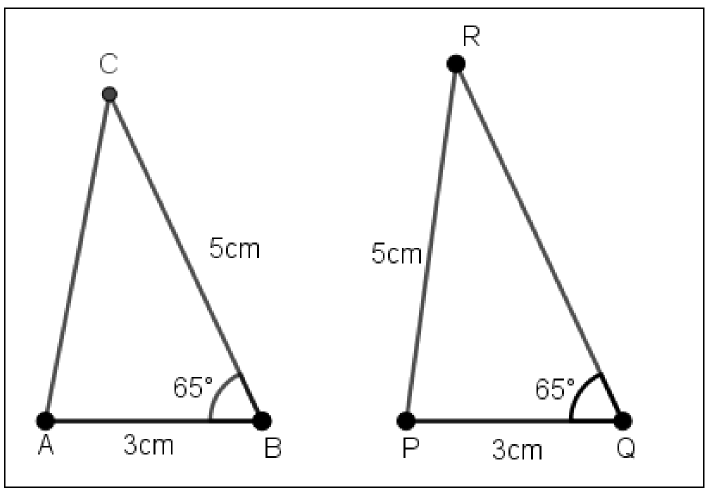



2. Observe la figura




¿Puedes afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta PQR$? Explique, si gusta puede utilizar los criterios de congruencia de triángulos y/o los movimientos en el plano.

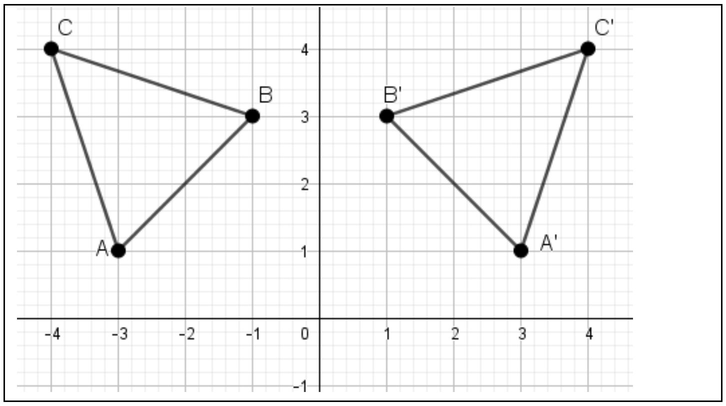
3. Observe la figura




¿Puedes afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta PQR$? Explique, si gustas puedes utilizar los criterios de congruencia de triángulos y/o los movimientos en el plano.

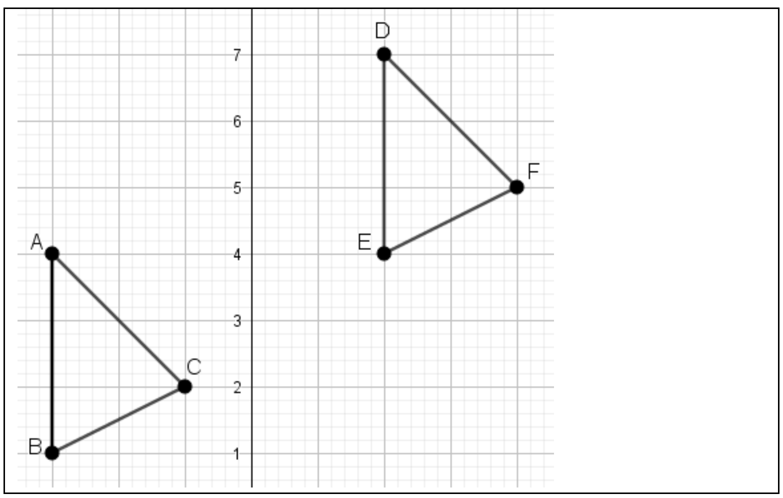
En los puntos 4 a 6 encuentre los diferentes movimientos en el plano que se presentan. En el caso que se encuentren reflexiones indicar el eje de simetría, si se encuentra rotaciones indicar el ángulo y el centro de giro o rotación; y si se encuentra traslaciones indicar el vector de traslación mediante una pareja ordenada de números $u = (x, y)$.

4. Observe la figura



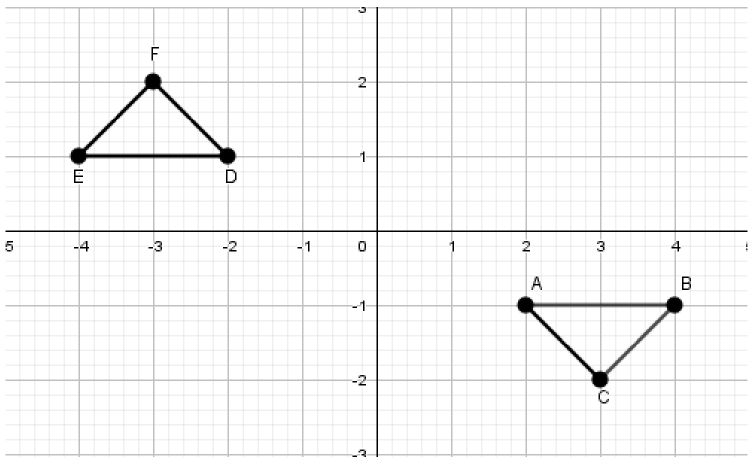

¿Puedes afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$? Explique.

5. Observe la figura.



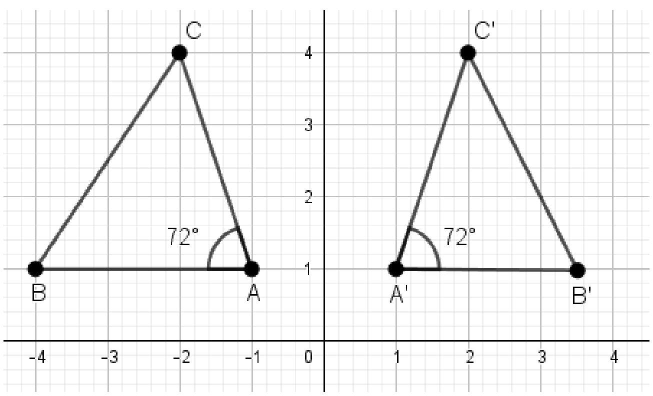

¿Puedes afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta DEF$?. Explique.

6. Observe la figura.




¿Puedes afirmar que el $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ ?. Explique.

7. A continuación, te presentamos la siguiente figura. Observe:




Responde las siguientes dos preguntas:

En la figura “el $\Delta A'B'C'$ se obtuvo reflejando el $\Delta ABC$ respecto al eje vertical”. ¿Es verdadera la afirmación? Justifica tu respuesta y luego comenta con un compañero.

¿Puedes afirmar que los triángulos son congruentes? Justifica y luego comenta con un compañero

8. **Actividad de cierre y evaluación.**
   A. Intercambiar su trabajo con otro compañero con el fin de analizar y valorar la calidad de las justificaciones escritas, la cual se debe hacer teniendo en cuenta lo desarrollado sobre el concepto de congruencia de triángulos, sus criterios y la relación que tiene con los movimientos en el plano.
   B. ¿Qué dudas se le presentó con las diferentes situaciones planteadas?

*Anexo N. Continuando con la práctica*

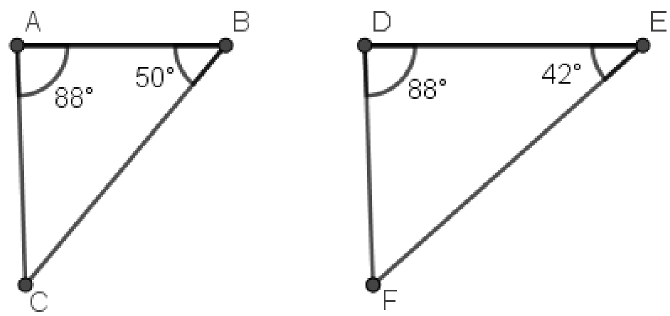
**Semana 5, sesión2**

**Actividad 1: Continuando con la práctica**

**Desarrollo propuesto:**

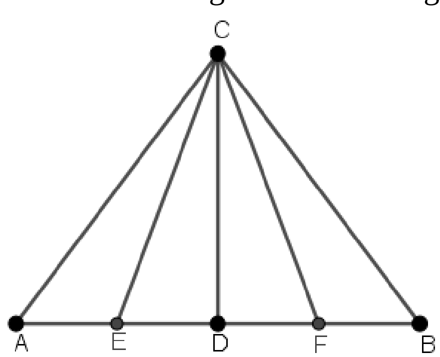
Se continúa con las siguientes situaciones para que los estudiantes las resuelvan:

1. Considere los siguientes dos triángulos:




Con base a la figura, ¿se puede afirmar que los dos triángulos son congruentes? Justifique su respuesta.

2. En la figura se tiene el triángulo ABC isósceles ( $AC \cong BC$ ) y se ha dividido su base AB en 4 partes iguales. ¿Cuáles pares de triángulos son congruentes? Justifique su respuesta sin utilizar los criterios de congruencia de triángulos.



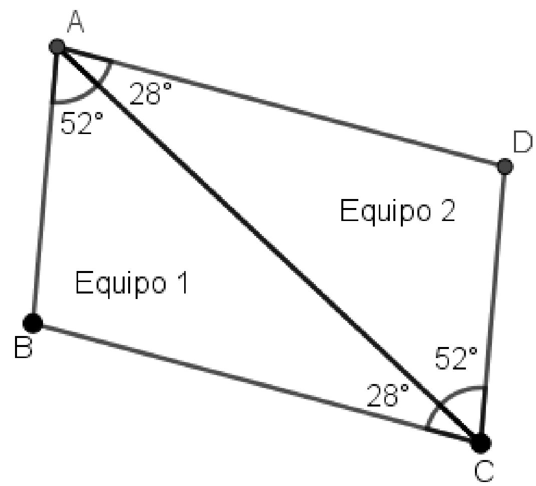

Primer par: $\Delta$________ $\cong \Delta$_________

Segundo par: $\Delta$________ $\cong \Delta$_________

Tercer par: $\Delta$________ $\cong \Delta$_________

3. Una de las pruebas de una competencia deportiva en un colegio, es la carrera de relevos, la cual es realizada en el patio de la institución. El recorrido está marcado en el piso. El equipo 1 parte desde el punto A avanza hacia B, luego C y regresa a A. El otro equipo empieza en C, va hacia D, luego A y regresa a C.

Considerando que $\angle BAC \cong \angle DCA$ y $\angle BCA \cong \angle CAD$ como se ilustra en la figura, es posible afirmar que los dos equipos recorrerán la misma distancia. Justifique su respuesta.




4. Una constructora de viviendas realizará la segunda etapa de sus casas. Fernando está a cargo de construir los techos, para ello necesita replicarlos tomando como referencia los datos de la primera etapa. Fernando considera que sólo es necesario conocer los 3 ángulos internos para la construcción; para ello, va y toma las medidas de los 3 ángulos internos de los techos de la primera etapa ($30^o, 70^o$ y $80^o$). ¿Podrá Fernando replicar el techo con esta información? Explique.

**Actividad de cierre y evaluación.**

A. Intercambiar su trabajo con otro compañero con el fin de analizar y valorar la calidad de las justificaciones escritas, la cual se debe hacer teniendo en cuenta lo desarrollado sobre el concepto de congruencia de triángulos, sus criterios y la relación que tiene con los movimientos en el plano.
B. ¿Qué dudas se le presentó con las diferentes situaciones planteadas?

*Anexo O: Resultados encuesta aplicada*

**Pregunta 1: ¿Qué edad tienes?**

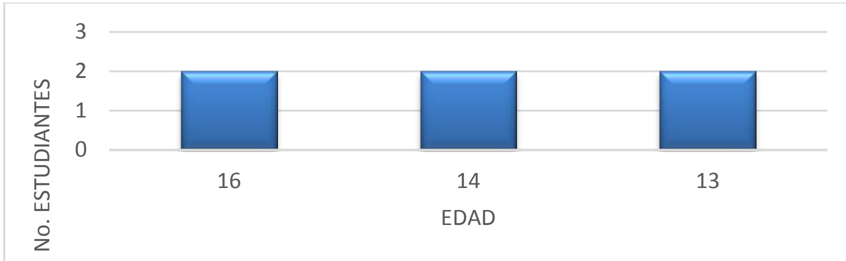



*Figura 48.* Gráfica pregunta 1, encuesta

EH1 y EH2 tienen 16 años, EH3 y EH4 tienen 14 años, E5 y E6 tienen 13 años. La edad de los estudiantes oscila entre los 13 y 16 años, de los cuales solamente hay una mujer que es EM6.

**Pregunta 2: ¿Tienes dificultad en el área de matemáticas?**

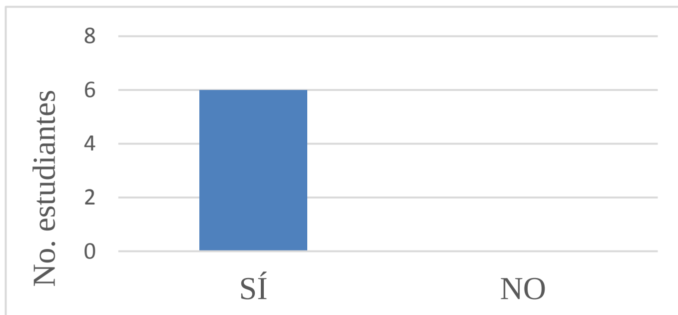



*Figura 49.* Gráfica pregunta 2, encuesta

Los 6 estudiantes encuestados manifestaron tener dificultad en el área de matemáticas, señalando como el mayor factor responsable de esta situación a la complejidad de los temas, seguida de la falta de utilización de medios y material didáctico por parte de los docentes; indicando también que otros factores que influyen en esta situación son la baja intensidad horaria, la utilización de libros inadecuados y falta de interés.

**Pregunta 3: ¿Cómo estudias matemáticas?**

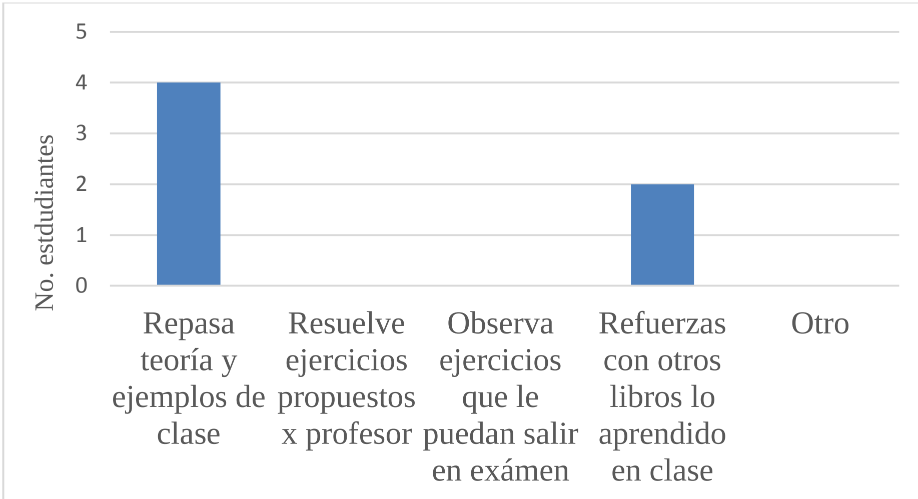



*Figura 50.* Gráfica pregunta 3, encuesta

La forma que utilizan los estudiantes para estudiar matemáticas, 4 de ellos EH2, EH3, EH5 y EM6 manifiestan que lo hacen repasando los temas y ejemplos que el profesor les enseña en las clases, agregando EM6 a lo anterior que pone mucha atención en clase; mientras que los otros 2 estudiantes, EH1 y EH4 expresan que refuerzan lo que aprendieron en clase con otros libros y material adicional relacionado al tema.

**Pregunta 4: ¿En qué periodo del año escolar se imparte los temas de Geometría?**

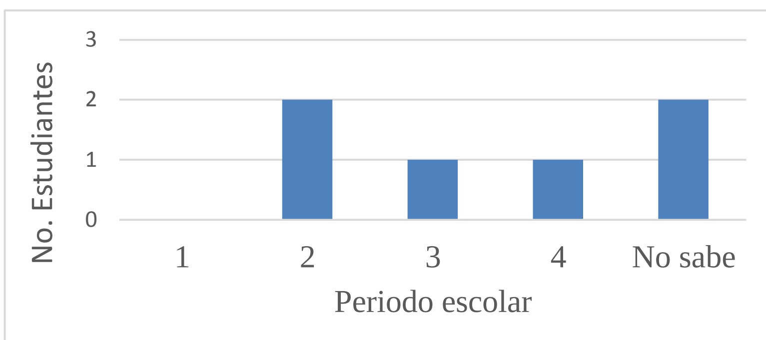



*Figura 51.* Gráfica pregunta 4, encuesta

EH2 y EH3 señalan que en la institución los temas de Geometría se enseñan en el segundo periodo del año escolar; EH1 indica que en tercer periodo; EH5 manifiesta que en el cuarto; mientras que EH4 y EM6 afirman que no saben. La variedad en las respuestas dadas por los estudiantes, se presenta por la libertad que tiene cada docente de matemáticas de la institución de organizar al inicio del año escolar su programación de asignatura, quien ubica las temáticas dependiendo de los resultados de las pruebas Saber del año inmediatamente anterior, dando prioridad a aquellos pensamientos matemáticos que presentan bajos resultados según el ISCE[13].

**Pregunta 5: ¿Consideras que es suficiente el tiempo que se le está dedicando a enseñar los temas de Geometría?**

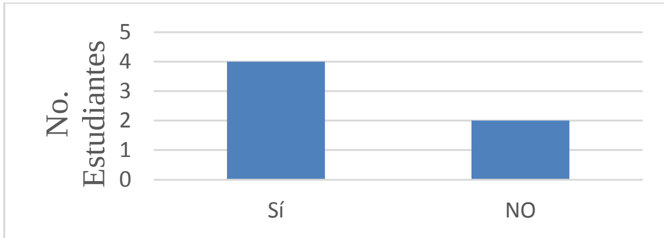



*Figura 52.* Gráfica pregunta 5, encuesta

EH1, EH4, EH5 y EM6 respondieron que es suficiente, argumentando que son 4 horas semanales que se le dedica a la enseñanza de la Geometría, agregando además EH5 que la geometría es algo que se puede aprender en un periodo de tiempo; pero EH2 y EH3 respondieron que no es suficiente, argumentando que para poderla aprender es necesario dedicarle un poco más de tiempo.

**Pregunta 6: ¿Qué tipo de material didáctico utilizan con mayor frecuencia los docentes de matemáticas?**

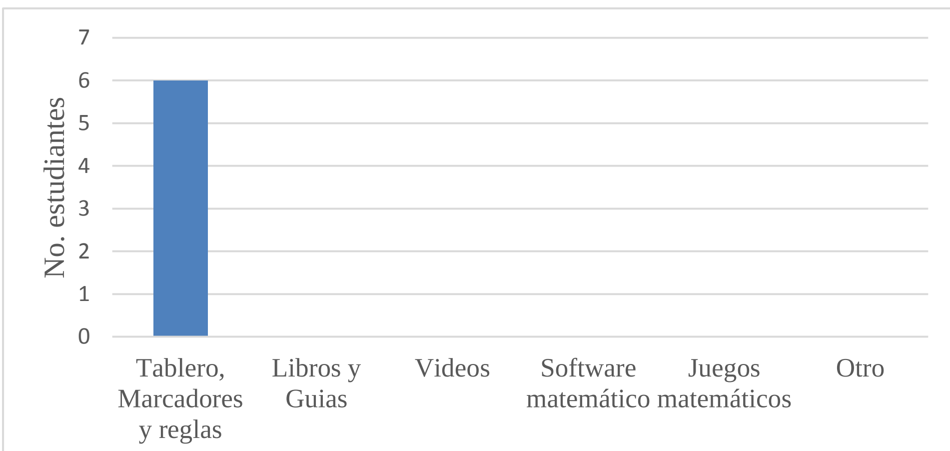



*Figura 53.* Gráfica pregunta 6, encuesta

Los 6 estudiantes consultados señalan que los docentes de matemáticas de la institución para dar sus clases utilizan materiales como: el tablero, marcadores y reglas

[13] ISCE: Índice Sintético de la Calidad Educativa en Colombia

**Pregunta 7: ¿El docente de matemáticas utiliza la sala de informática para el desarrollo de las clases?**

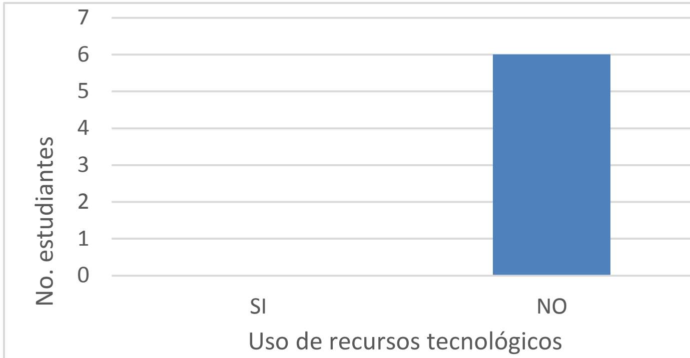



*Figura 54.* Gráfica pregunta 7, encuesta

Todos los 6 estudiantes consultados manifiestan que los docentes de matemáticas no utilizan la sala de informática para el desarrollo de las clases.

**Pregunta 8: ¿Te gustaría aprender geometría utilizando un software de matemáticas?**

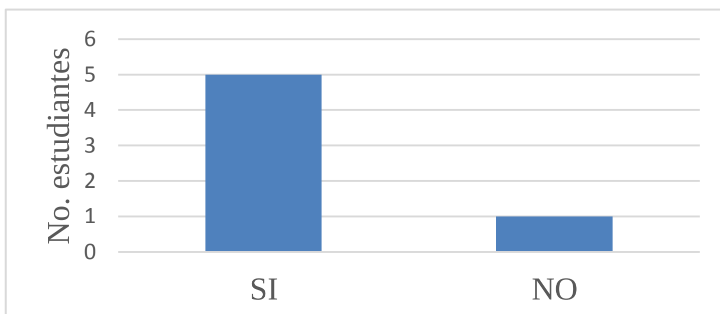
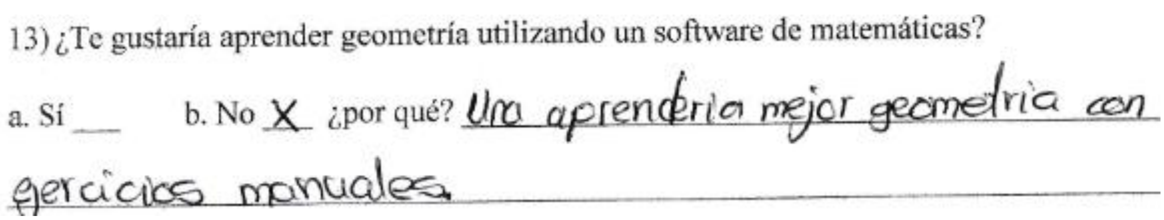



*Figura 55.* Gráfica pregunta 8, encuesta

EH1, EH2, EH4, EH5 y EM6 manifiestan que les gustaría aprender geometría utilizando un software de matemáticas, dónde EH1 argumenta que todas las clases de matemáticas han sido desarrolladas en el tablero y desea experimentar con un computador, y EM6 expresa que le interesa y que aprendería más; sin embargo, el estudiante EH3 dice que no, argumentando que es mejor aprender geometría haciendo ejercicios manuales.


13) ¿Te gustaría aprender geometría utilizando un software de matemáticas?

a. Sí ___ b. No X ¿por qué? Uno aprendería mejor geometria con gercicios manuales

*Figura 56.* Respuesta a la pregunta 8, compartida por E3

*Anexo P: Resultados de la prueba diagnostica*

**Pregunta 1: Con tus propias palabras explica ¿qué es un ángulo?**

La respuesta escrita por EH1 da una idea clara de lo que es un ángulo, en cambio los demás estudiantes EH2, EH3, EH4, EH5 y EM6 no tienen claridad sobre este concepto.

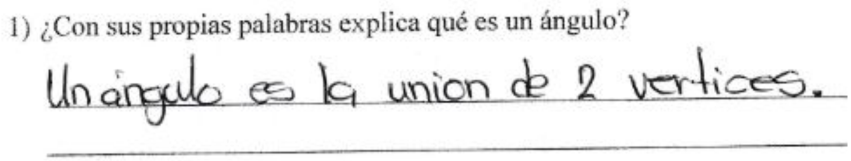



*Figura 57.* Respuesta a la pregunta 1 –prueba diagnóstica-, compartida por EH3

**Pregunta 2: Se presenta un ángulo A cuyo valor es $\angle A = 40^o$ y se les solicita a los estudiantes escribir cuál y cuánto vale tanto el ángulo complementario como el suplementario del ángulo dado.**

EH1, EH3 y EH4 lograron identificar el nombre del ángulo complementario y suplementario al ángulo dado, pero el valor de la amplitud que escribieron fue incorrecto; EH2 escribe los nombres y medidas de ángulos, pero ambos datos son incorrectos; EH5 y EM6 no respondieron la pregunta dejando en blanco.

**Pregunta 3: Se presenta el dibujo de un triángulo formado entre los puntos PQR, y se les solicita identificar y escribir en los 3 espacios vacíos que están al frente de cada concepto el nombre de los tres vértices, los tres lados y los tres ángulos del triángulo dado.**

EH2 y EH4 son los que mejor se desempeñan en el proceso de denotar o nombrar los elementos característicos o partes de un triángulo, incluso EH4 le coloca valores a cada ángulo, acertando en la identificación y medida de un ángulo recto que tiene el triángulo; EH3, EH5 y EM6 tienen un buen desempeño con la denotación de vértices y lados, dejando vacío el espacio que corresponde a los ángulos. EH1 dejó vacío el tercer espacio a llenarse en cada elemento solicitado.

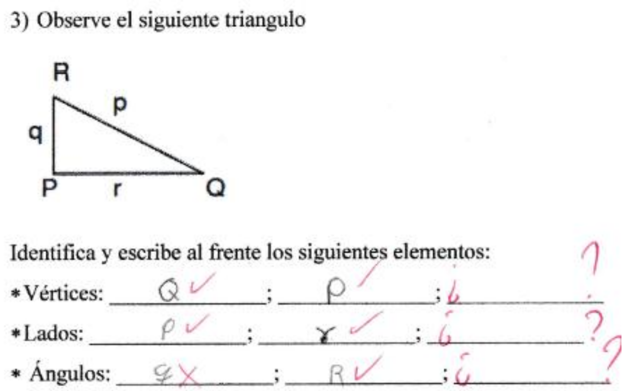



*Figura 58.* Respuesta a la pregunta 3 –prueba diagnóstica-, compartida por EH1

**Pregunta 4: Se presenta varios triángulos y se solicita identificarlos, colocando dentro del paréntesis de cada literal la letra del triángulo correspondiente al nombre que está escrito y al frente explicar por qué.**

EH3, EH5 y EH6 logran responder correctamente tres de las seis preguntas, coincidiendo los tres estudiantes en la correcta identificación y definición del triángulo rectángulo. EH2 respondió de manera correcta una pregunta, coincidiendo nuevamente con la identificación y definición del triángulo rectángulo, dejando vacío los espacios destinados para colocar tres definiciones. EH1 y EH5 prácticamente dejaron vacío los espacios destinados para colocar las características de los triángulos que identificaban, excepto que EH5 colocó como definición de triángulo rectángulo que es la mitad del rectángulo.

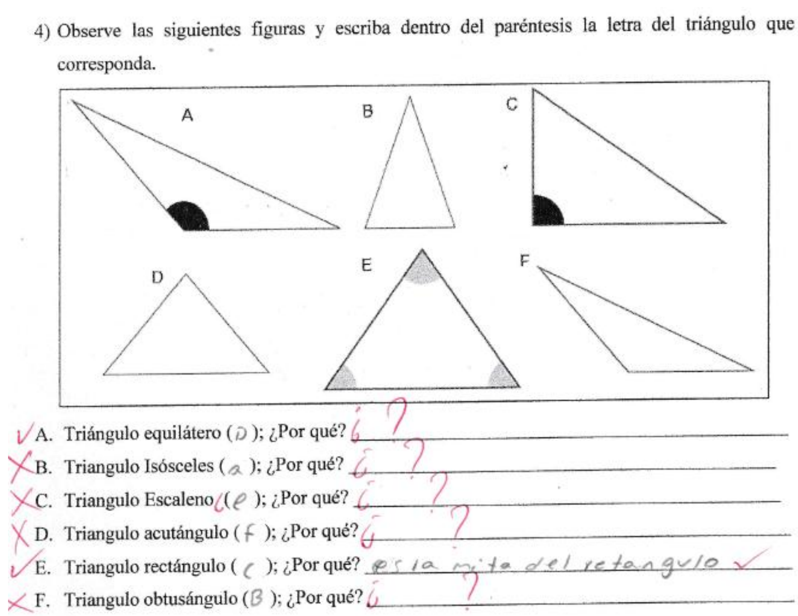
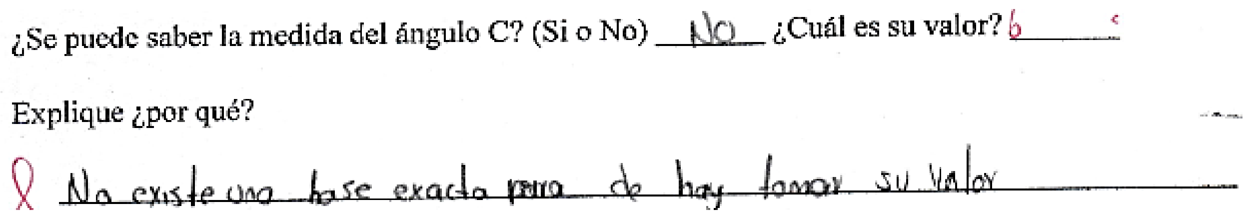



*Figura 59.* Respuesta a la pregunta 4 –prueba diagnóstica-, compartida por EH1

**Pregunta 5: Se presenta un triángulo ABC con las medidas de dos de sus ángulos $\angle A = 45^o$ y $\angle B = 38^o$, y se les pregunta si es posible saber la medida del ángulo C, cuál sería su valor y explicar por qué?**

EH1 no responde la pregunta, dejando completamente en blanco los espacios; EH2, EH4 y EH5 afirman que se puede hallar el valor del ángulo C, pero tanto el valor que asignan como la explicación que presentan es incorrecta; EH3 y EH6 afirman que no, dónde según la explicación que brinda EH6 en la prueba, piensa que no se puede hallar el valor porque el ángulo se forma sobre dos lados inclinados y no a partir de un lado horizontal como sucede con la formación de los ángulos A y B.


¿Se puede saber la medida del ángulo C? (Si o No) NO ¿Cuál es su valor? 6

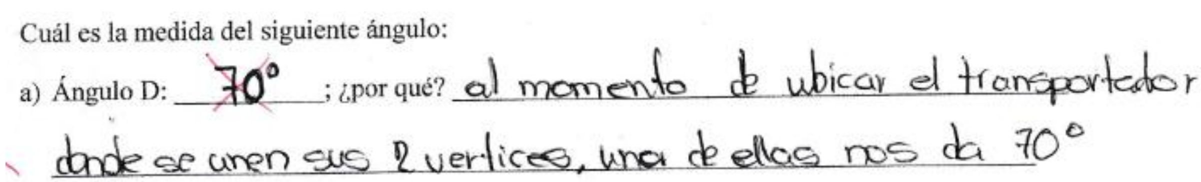
Explique ¿por qué?

Q No existe una base exacta para de hay tomar su valor

*Figura 60.* Respuesta a pregunta 5 –prueba diagnóstica-, compartida por EM6

**Pregunta 6: Se presenta un triángulo con las medidas de dos de sus ángulos internos, uno de $70^o$ y el otro de $30^o$, y se pregunta ¿Cuál es la medida del ángulo externo D?, y explicar ¿por qué?**

EH1 no responde, dejando completamente en blanco los espacios; EH5 escribe correctamente el valor del ángulo externo D cuyo valor es $110^o$, pero no escribe ningún argumento; EH2, EH3, EH4 y EM6 escriben valores y argumentos incorrectos, llamando la atención los argumentos escritos en las pruebas de EH3 y EM6, quienes utilizaron un transportador para medir amplitudes, confundiendo el ángulo externo D del triángulo con el ángulo interno adyacente de $70^o$.


Cuál es la medida del siguiente ángulo:

a) Ángulo D: 70° ; ¿por qué? al momento de ubicar el transportador donde se unen sus 2 vertices, una de ellas nos da 70°

*Figura 61.*Respuesta a pregunta 6 –prueba diagnóstica-, compartida por EH3

**Pregunta 7: Se presentan cuatro figuras geométricas planas (un circulo, un cuadrado, un rectángulo y un triángulo, y se pregunta si al superponerlas coincidirían exactamente sus puntos y explicar por qué.**

Todos los estudiantes respondieron correctamente que no, como también el argumento que presentan los seis estudiantes es correcto, dando a entender que las cuatro figuras tienen distinta forma como se nota en la prueba de EH5.

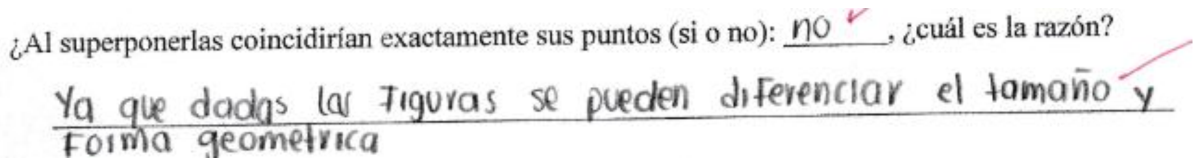

¿Al superponerlas coincidirían exactamente sus puntos (si o no): no, ¿cuál es la razón?
Ya que dadas las figuras se pueden diferenciar el tamaño y forma geometrica

*Figura 62.* Respuesta a pregunta 7 –prueba diagnóstica-, compartida por EH5

**Pregunta 8: Se presenta un triángulo ABC y otros cuatro triángulos, y se pregunta ¿cuál de ellos al superponerlo sobre el triángulo ABC coincide exactamente sus puntos?, ¿explicar por qué?**

EH4, EH5 y EM6 responden correctamente que el tercer triángulo es el que coincidiría, argumentando porque las medidas de sus lados son las mismas.

De igual manera EH1 y EH2 responden que es el tercer triángulo, argumentando que son iguales simplemente que se encuentran volteados, según el término utilizado por ellos.

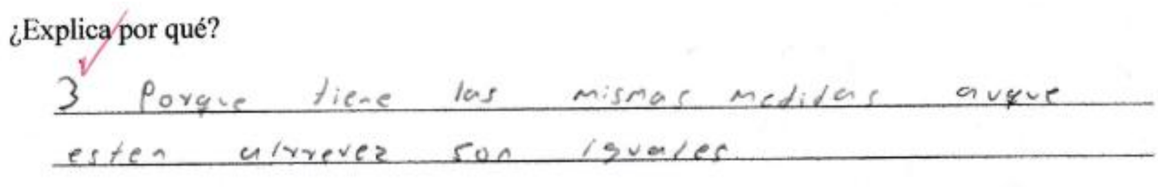

¿Explica por qué?
3 Porque tiene las mismas medidas auque esten alrreves son iguales

*Figura 63.* Respuesta a pregunta 8 –prueba diagnóstica-, compartida por EH1

La respuesta dada por EH3 fue incorrecta, porque seleccionó el cuarto triángulo, cuyas medidas de sus lados son de mayor longitud que las medidas de los lados del triángulo ABC.

**Pregunta 9: Se presenta dos triángulos con sus respectivas medidas y se indaga por indicar si los dos triángulos al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos y explicar por qué.**

EH2, EH4, EH5 y EM6 responden correctamente, señalando que si coincidirían por que tienen las mismas medidas, notándose en estos argumentos que los estudiantes lograron dar estas explicaciones más producto de un razonamiento lógico que desde el concepto de la correspondencia entre las medidas de los lados de los dos triángulos.

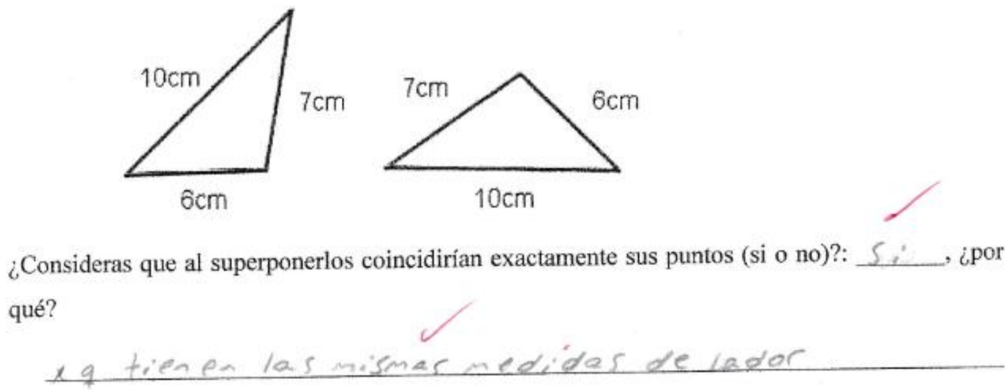



*Figura 64.* Respuesta a pregunta 9 -prueba diagnóstica-, compartida por EH2

EH1 y EH3 responden que no, notándose en sus argumentos que no aceptan que los dos triángulos puedan estar ubicados en diferentes posiciones, creyendo de esta manera que aunque sus lados correspondientes tienen las mismas medidas, los dos triángulos son diferentes, y como consecuencia al superponerlos no coincidirían; es decir que se observa un vacío en cuanto a los movimientos de las figuras en el plano.

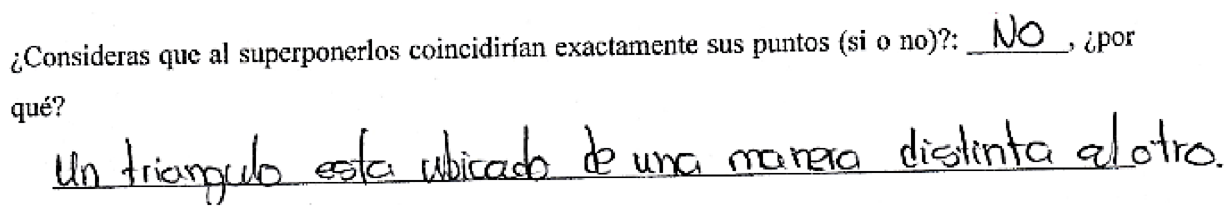
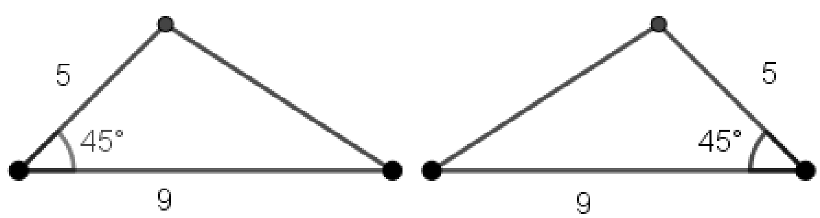
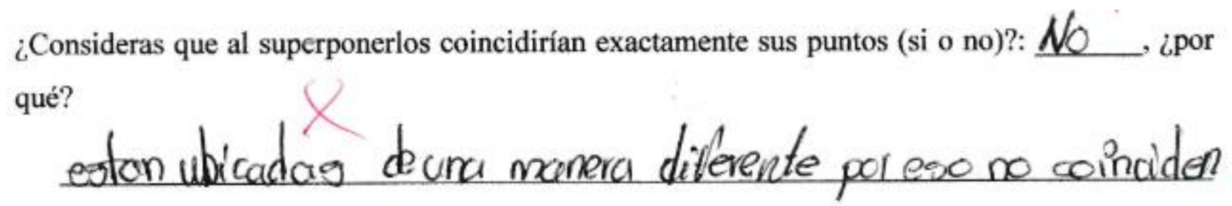



*Figura 65.* Respuesta a pregunta 9 -prueba diagnóstica-, compartida por EH3

**Pregunta 10: ¿Consideras que al superponer los siguientes dos triángulos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)? ¿por qué?**




EH3 responde que no, y según el argumento que escribe en su prueba se puede notar que es el mismo estudiante mencionado en la anterior pregunta 9, donde nuevamente tiene un vacío conceptual relacionado a los movimientos que pueden experimentar las figuras en el plano, para este caso el de la reflexión, sin que eso signifique que haya cambios en sus características y/o propiedades.

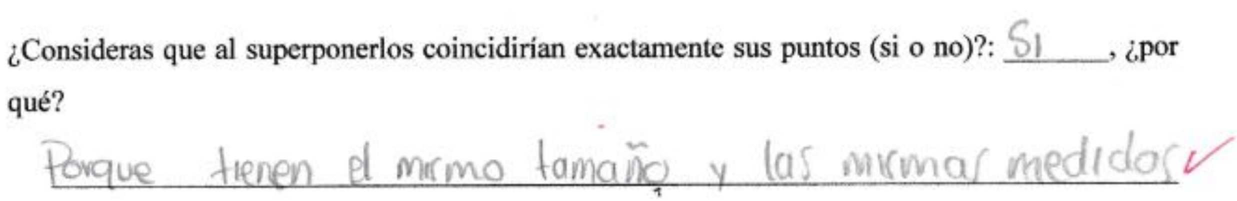

¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: NO, ¿por qué?

estan ubicadas de una manera diferente por eso no coinciden.

*Figura 66.* Respuesta a pregunta 10 –prueba diagnóstica-, compartida por EH3

EH1, EH2, EH4 y EH5 responden que sí, argumentando que es la misma figura y que tienen las mismas medidas y ángulos. En este caso, se observa que los tres estudiantes utilizan el término medida para referirse únicamente a la longitud de los lados, desconociendo que el valor del ángulo también es otra medida, no especifican cuántas medidas son las que tienen iguales, como también al mencionar la palabra ángulos dan a entender que son varios, cuando únicamente los dos triángulos tienen explícitamente la medida de un solo ángulo. Prácticamente se logra deducir que los tres estudiantes lograron concluir que si coincidirían es por la forma de los dos triángulos; como también se observa que aceptan que las figuras planas pueden ubicarse en diferentes posiciones sin que se altere sus características o propiedades.

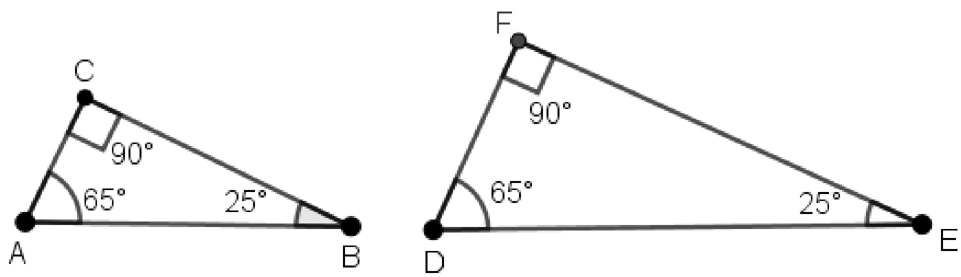
En la prueba de EH5 que manifiesta que sí, se observa una redundancia en los términos que utiliza en su explicación ya que el tamaño de una figura depende de sus medidas y por lo tanto se debe colocar uno de ellos para describir la figura; en cuanto a la forma de los dos triángulos no la mencionó, seguramente porque acepta también que una figura puede estar ubicada en cualquier posición y es la misma debido a los movimientos al que puede ser sometida.


¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: SI, ¿por qué?

Porque tienen el mismo tamaño y las mismas medidas

*Figura 67.* Respuesta a pregunta 10 –prueba diagnóstica-, compartida por EH5

**Pregunta 11: ¿Cree que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no) ?, ¿por qué?**



EH2, EH3, EH4, EH5 y EM6 responden correctamente que no coincidirían. En su argumento se observa que llegaron a la respuesta prácticamente porque la mayoría comparó el tamaño de los dos triángulos como lo señala en sus pruebas EH2, EH3, EH5 y EM6, mientras que EH4 comparó la medida de sus lados; sin embargo, se destaca que los 5 estudiantes no se dejaron engañar con las tres medidas de los ángulos correspondientes de ambos triángulos, aclarando esa situación en sus respuestas.

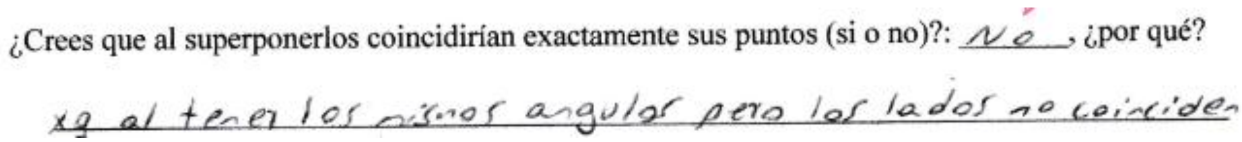

¿Crees que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: No, ¿por qué?
xq al tener los mismos angulos pero los lados no coinciden

*Figura 68.* Respuesta a pregunta 11 –prueba diagnóstica-, compartida por EH2

EH1 responde incorrectamente que, si coincidirían, observando en su argumento que, al contrario de los otros 5 estudiantes, fue conducido a cometer el error la medida de los tres ángulos correspondientes de ambos triángulos que son iguales, sumándose a este factor que los dos triángulos tenían la misma forma, olvidándose de comparar la medida de los lados correspondientes en ambos triángulos.

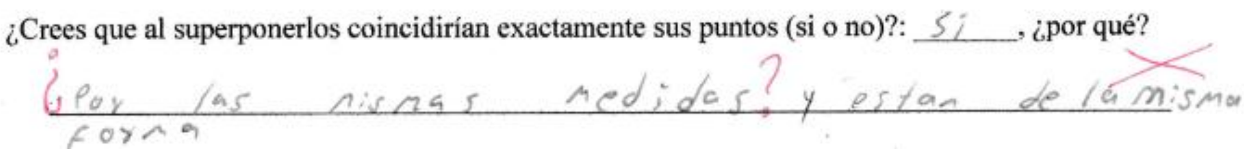
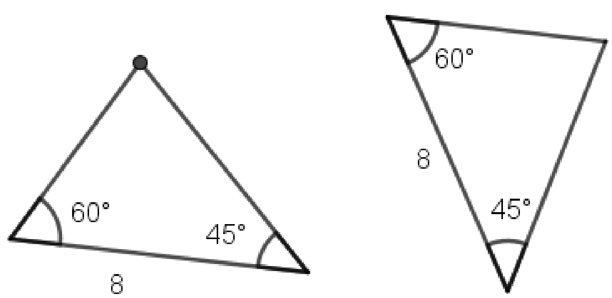
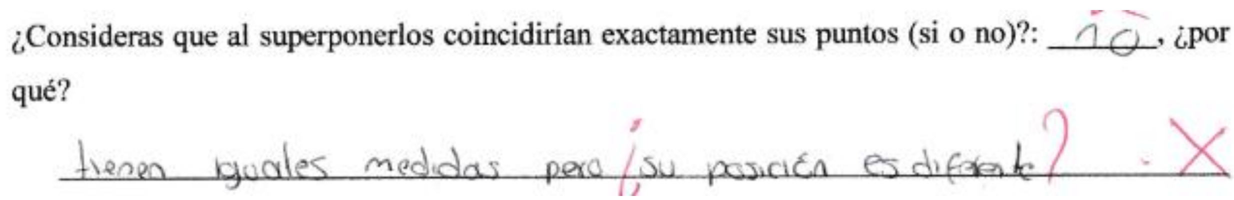

¿Crees que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: Si, ¿por qué?
¿Por las mismas medidas? y estan de la misma forma

*Figura 69.* Respuesta a pregunta 11 –prueba diagnóstica-, compartida por EH1

**Pregunta 12: ¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos? ¿por qué?**



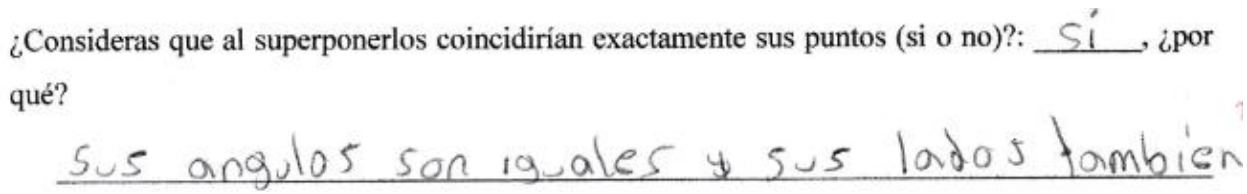

EH1, EH3 y EH6 responden incorrectamente que no, y en los argumentos presentados se observan que aunque visualizaron que los dos triángulos tienen la misma medida, el factor que en últimas los condujo a determinar que no coincidirían fueron las diferentes posiciones en las que se encuentran los dos triángulos.


¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: no, ¿por qué?

tienen iguales medidas pero ¿su posición es diferente?

*Figura 70.* Respuesta a pregunta 12 –prueba diagnóstica-, compartida por EH1

EH2, EH4 y EH5 responden que sí, y básicamente sus argumentos fueron orientados a afirmar de manera general que la medida de los ángulos y lados de los dos triángulos son iguales, como si las medidas de los 3 lados y de los 3 ángulos estuviera explícita, cuando en realidad el número de datos que se muestra explícito en cada triangulo son tres.


¿Consideras que al superponerlos coincidirían exactamente sus puntos (si o no)?: sí, ¿por qué?

sus angulos son iguales y sus lados tambien

*Figura 71.* Respuesta a pregunta 12 –prueba diagnóstica-, compartida por EH2