

HERMAN HAMILTON GUERRERO CHAPAL



SENSADO DE ESPECTRO DE BANDA ANCHA BASADO
EN LA DISTRIBUCIÓN DE LOS VALORES PROPIOS Y/O
VALORES SINGULARES DE LA SEÑAL RECIBIDA
UTILIZANDO MUESTREO SUB-NYQUIST

Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Maestría en Electrónica y Telecomunicaciones

Popayán
2018

HERMAN HAMILTON GUERRERO CHAPAL

SENSADO DE ESPECTRO DE BANDA ANCHA BASADO
EN LA DISTRIBUCIÓN DE LOS VALORES PROPIOS Y/O
VALORES SINGULARES DE LA SEÑAL RECIBIDA
UTILIZANDO MUESTREO SUB-NYQUIST

Trabajo de grado presentado a la Facultad de Ingeniería
Electrónica y Telecomunicaciones de la
Universidad del Cauca para la obtención del
Título de

Magister en
Electrónica y Telecomunicaciones

Director:
Evelio Astaiza Hoyos
Doctor en Ciencias de la Electrónica

Popayán
2018

A Dios, por que sin su apoyo nada es posible.

*A Natalia, a quien amo como una tortuga,
y cuyo amor me acompañó en esas largas
y duras noches de estudio.*

*A Cecilia y Herman, mis dos viejos del ama,
quienes con amor y sabiduría
me han guiado en el camino
de la vida.*

Agradecimientos

Al Doctor Evelio Astaiza Hoyos, quien con gran dedicación, sabiduría, y colaboración me dirigió en el desarrollo de este trabajo. Gracias a sus conocimientos, aportes y apoyo pude finalizar con éxito este trabajo de investigación

A los docentes del programa de maestría en electrónica y telecomunicaciones, por brindarme los conocimientos que han enriquecido mi formación postgradual.

A la Especialista Diana Marcela Murcia, por concederme parte de su tiempo para aclarar muchas inquietudes que surgieron durante la realización de este proyecto.

A mi hija por comprenderme durante todo el tiempo que invertí en la maestría.

A todos aquellos que aportaron para el feliz término de mi maestría.

Resumen

En los sistemas de Radio Cognitivo (CR) se busca realizar una utilización eficiente de los recursos radio, por consiguiente, el Sensado de Espectro (SS) es una función crítica, dado que de ella depende que el sistema de CR tenga un conocimiento adecuado de las bandas espectrales sub utilizadas. Los métodos tradicionales de SS, presentan grandes retos de implementación dado que ellos requieren altas tasas de muestreo por encima de la tasa de Nyquist haciendo que la cantidad de muestras a procesar sea elevada.

Para abordar este problema, durante el desarrollo de este trabajo de grado, se realizó una investigación que determinó la posibilidad de identificar la frecuencia central de una señal con modulación analógica o digital, con los valores singulares de la matriz de autocorrelación formada por muestras adquiridas con frecuencias menores que la establecida por el teorema de muestreo.

La investigación arrojó como resultado datos que forman parte de curvas características de las señales submuestreadas; dichas curvas permiten estimar las frecuencias centrales y su respectiva banda a través de la comparación de los datos (presentes en las curvas) con los valores singulares de señales sometidas al proceso de sensado.

A partir de lo anterior se plantea un algoritmo de sensado de espectro basado en la estimación de frecuencia, el cual determina mediante un vector de sensado las diferentes bandas ocupadas en un segmento de espectro analizado.

Palabras Clave: Autocorrelación, AWGN, Descomposición en Valores Singulares. Muestreo Sub-Nyquist, Radio Cognitiva, Sensado de Espectro.

Abstract

In Cognitive Radio (CR) systems seeks to make an efficient use of radio resources, therefore the Spectrum Sensing (SS) is a critical function, since of the SS function depends that the CR system has an adequate knowledge of the spectral bands sub used. Traditional methods of SS, presents major implementation challenges because they require high sampling rates above the Nyquist rate, doing that the number of samples to be processed is high.

To address this problem, during the development of this degree work, an investigation was carried out that determines the possibility of identifying the central frequency of a signal with analog or digital modulation, with the singular values of the autocorrelation matrix formed by samples acquired with frequencies lower than that established by the sampling theorem.

The investigation resulted in data that are part of characteristic curves of subsampled signals; these curves allow us to estimate the central frequencies and their respective band through the comparison of the data (present in the curves) with the singular values of signals submitted to the sensing process.

Based on the above, a spectrum sensing algorithm based on frequency estimation is proposed, which determines by means of a sensing vector the different bands occupied in a segment of spectrum analyzed.

Keywords: *Autocorrelation, AWGN, Sampling frequency, Sub-Nyquist, Singular Values, Cognitive Radio, Spectrum.Sensing*

Contenido

Lista de Figuras.....	xv
Lista de Tablas.....	xix
Lista de Abreviaturas.....	xxi
Capítulo 1 Introducción.....	23
1.1 Motivación.....	24
1.2 Objetivos.....	25
1.2.1 General.....	25
1.2.2 Específicos.....	25
1.3 Publicación de Resultados.....	25
1.4 Organización del Trabajo de Grado.....	26
Capítulo 2 Caracterización de Señales Sub-Nyquist a través de sus Valores Singulares.....	29
2.1 Muestreo Sub-Nyquist.....	29
2.1.1 Tipos de muestreo Sub-Nyquist.....	29
2.2 Señales Sub-Nyquist.....	31
2.2.1 Modelo de Señales Continuas con Modulación Analógica.....	31
2.3 Valores Singulares.....	34
2.3.1 Descomposición en Valores Singulares.....	34
2.4 Valores Singulares de Señales Sub-Nyquist.....	34
2.4.1 Matriz de Autocorrelación de las Muestras de la Señal Sub-Nyquist.	34
2.4.2 Comportamiento de los Valores Singulares de la Matriz de Autocorrelación de las Muestras de la Señal Sub-Nyquist.	36
2.4.3 Distribución de Probabilidad de los Máximos Valores Singulares de la Matriz de Autocorrelación de las Muestras de la Señal Sub-Nyquist.	37
2.5 Curvas Características de la Media de los Máximos Valores Singulares de Señales Sub-Nyquist.....	39
Capítulo 3 Sensado de espectro.....	41
3.1 Estimación de frecuencia de portadora de señales Sub-Nyquist.....	41
3.1.1 Procesamiento de la señal con portadora activa.....	41

3.1.2	Estimación de la frecuencia de portadora.....	42
3.2	Sensado de espectro	43
3.2.1	Sensado de espectro monobanda.....	43
3.2.2	Sensado de espectro multibanda	45
3.2.3	Sensado de espectro de banda ancha	48
Capítulo 4	Pruebas y Resultados.....	53
4.1	Fase de prueba del algoritmo	53
4.1.1	Creación del escenario.....	53
4.1.3	Prueba del algoritmo	53
4.1.3	Parámetros de evaluación del algoritmo	54
4.2	Pruebas del algoritmo	54
4.2.1	Prueba de sensado monobanda.....	55
4.2.2	Prueba de sensado multibanda.....	60
4.2.3	Prueba de sensado de espectro de banda ancha.....	73
4.3	Ejemplo de sensado de espectro de banda ancha	82
Capítulo 5	Conclusiones y Recomendaciones	87
5.1	Conclusiones	87
5.2	Recomendaciones	88
Apéndice A	Curvas Características.....	89
A.1	Datos curvas características.....	89
A.2	Modelo de curvas características.....	93
Apéndice B	Código de funciones.....	95
B.1	Funciones monobanda.....	95
B.2	Funciones multibanda	96
B.3	Funciones bandaancha.....	98
Apendice C	Publicación de resultados.....	101
C.1	Artículo revista politécnica.....	101
C.2	Certificado ponencia.....	102
C.3	Artículo revista unimar	102
Referencias Bibliográficas.....		103

Lista de Figuras

Figura 2. 1 Señal senoidal y muestras sub-Nyquist.	30
Figura 2. 2 Señal senoidal y muestras adquiridas con el teorema de Nyquist.....	31
Figura 2. 3 Valores singulares obtenidos a partir de 32 muestras de una señal senoidal inmersa en ruido.....	36
Figura 2. 4 Valores singulares obtenidos a partir de 128 muestras de una señal senoidal inmersa en ruido.....	37
Figura 2. 5 Histograma de los máximos valores singulares para diferentes frecuencias de submuestreo. $1.99f_c$ (arriba izquierda), $1.7f_c$ (arriba derecha), $1.3f_c$ (abajo izquierda), $1.05f_c$ (abajo derecha)	38
Figura 2. 6 Aproximación normal de la distribución de los mvs	38
Figura 2. 7 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal senoidal.	39
Figura 2. 8 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal con modulación AM de doble banda lateral.....	39
Figura 2. 9 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal con modulación FM.	40
Figura 2. 10 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal con modulación 64 QAM.....	40
Figura 3. 1 Algoritmo de comparación	43
Figura 3. 2 Algoritmo de sensado de espectro monobanda	44
Figura 3. 3 Algoritmo de comparación monobanda	45
Figura 3. 4 División del espectro analizado en nb intervalos.....	46
Figura 3. 5 Algoritmo de sensado de espectro multibanda.	47
Figura 3. 6 Algoritmo de comparación multibanda.....	47
Figura 3. 7 Escenario sensado multibanda con $nb = 4$	48
Figura 3. 8 Escenario sensado multibanda con $nb = 8$	48
Figura 3. 9 Espectro señal con modulación 16 qam y $fc=6$ Mhz.	49
Figura 3. 10 Espectro señal con modulación 64 qam y $fc=12$ Mhz.....	49
Figura 3. 11 Escenario sensado señales de banda ancha con $nb = 4$	50
Figura 3. 12 Escenario sensado señales de banda ancha con $nb = 8$	50
Figura 3. 13 Escenario sensado señales de banda ancha con $nb = 16$	51
Figura 4. 1 Comportamiento probabilidad de detección en sensado monobanda.....	57
Figura 4. 2 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = 100dB$ numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).....	57
Figura 4. 3 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = 20dB$, numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).....	58
Figura 4. 4 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = 0dB$, numero de	

muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).....	58
Figura 4. 5 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = -5dB$, numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).....	58
Figura 4. 6 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada , $SNR = -10dB$ numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).....	58
Figura 4. 7 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = -20dB$ numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).....	59
Figura 4. 8 Señal multibanda escenario ejemplo 1	61
Figura 4. 9 Bandas ocupadas escenario ejemplo 1	62
Figura 4. 10 Bandas ocupadas, señales mas AWGN escenario ejemplo 1	62
Figura 4. 11 Espectro escenario ejemplo 1	63
Figura 4. 12 Señal multibanda escenario ejemplo 2.....	63
Figura 4. 13 Bandas ocupadas escenario ejemplo 2.....	64
Figura 4. 14 Bandas ocupadas, señales mas AWGN escenario ejemplo 2	64
Figura 4. 15 Espectro escenario ejemplo 2.....	65
Figura 4. 16 Señal multibanda escenario ejemplo 3.....	65
Figura 4. 17 Bandas ocupadas escenario ejemplo 3.....	66
Figura 4. 18 Bandas ocupadas, señales mas AWGN escenario ejemplo 3	66
Figura 4. 19 Espectro escenario ejemplo 3.....	67
Figura 4. 20 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 32, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).....	67
Figura 4. 21 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 32, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha)	67
Figura 4. 22 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 32, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).....	68
Figura 4. 23 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 32, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).....	69
Figura 4. 24 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 32, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha)	69
Figura 4. 25 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 32, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).....	69
Figura 4. 26 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 32, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).....	70
Figura 4. 27 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 32, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha)	70
Figura 4. 28 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 32, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).....	71
Figura 4. 29 Comportamiento probabilidad de detección en sentido multibanda (4 bandas)	72
Figura 4. 30 Comportamiento probabilidad de detección en sentido multibanda (8 bandas)	72
Figura 4. 31 Comportamiento probabilidad de detección en sentido multibanda (16 bandas).....	73
Figura 4. 32 Espectro escenario ejemplo 1	74
Figura 4. 33 Espectro escenario ejemplo 2.....	75
Figura 4. 34 Espectro escenario ejemplo 3.....	75

Figura 4. 35 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 256, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha)	76
Figura 4. 36 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 256, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).....	76
Figura 4. 37 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 256, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).....	76
Figura 4. 38 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 256, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha)	77
Figura 4. 39 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 256, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).....	77
Figura 4. 40 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 256, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).....	77
Figura 4. 41 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 256, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha)	78
Figura 4. 42 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 256, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).....	78
Figura 4. 43 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 256, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).....	79
Figura 4. 44 Comportamiento probabilidad de detección en sentido banda ancha (diversas bandas).....	79
Figura 4. 45 Algoritmo propuesto vs energía y características cicloestacionarias.	80
Figura 4. 46 Relación de $Pd/Numero$ Muestras en algoritmo propuesto vs energía y características cicloestacionarias.	81
Figura 4. 47 Espectro escenario ejemplo analizado.....	82
Figura 4. 48 Detalle espectro analizado cuatro bandas.....	84
Figura 4. 49 Detalle espectro analizado 8 bandas.....	85
Figura 4. 50 Detalle espectro analizado 16 bandas.	86

Lista de Tablas

Tabla 4. 1 Funciones utilizadas en la prueba monobanda.	55
Tabla 4. 2 Detección y falsa alarma prueba sensado monobanda con 32 muestras	56
Tabla 4. 3 Detección y falsa alarma prueba sensado monobanda con 128 muestras	56
Tabla 4. 4 Probabilidad de estimar una frecuencia dentro de un rango de error	59
Tabla 4. 5 Funciones utilizadas en la prueba multibanda.	61
Tabla 4. 6 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (4 bandas) con 32 muestras.....	68
Tabla 4. 7 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (4 bandas)con 128 muestras ...	68
Tabla 4. 8 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (8 bandas)con 32 muestras.....	69
Tabla 4. 9 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (8 bandas)con 128 muestras ...	70
Tabla 4. 10 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (16 bandas) con 32 muestras	71
Tabla 4. 11 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (16 bandas) con 128 muestras	71
Tabla 4. 12 Funciones utilizadas en la prueba banda ancha.	73
Tabla 4. 13 Detección y omisión prueba sensado multibanda (4 bandas) con 256 muestras BANDA ANCHA	76
Tabla 4. 14 Detección y omisión prueba sensado BANDA ANCHA (8 bandas) con 256 muestras	78
Tabla 4. 15 Detección y omisión prueba sensado BANDA ANCHA (16 bandas) con 256 muestras.	79
Tabla 4. 16 Datos del ejemplo de sensado de banda ancha.	82
Tabla 4. 17 Definición de 8 bandas asignadas.	84

Lista de Abreviaturas

<i>AM</i>	Modulación en amplitud
<i>AWGN</i>	Ruido blanco aditivo gaussiano
<i>Bw</i>	Ancho de banda
<i>Dcc</i>	Datos curva característica
<i>diag</i>	Diagonal
<i>f</i>	Frecuencia
<i>fc</i>	Frecuencia central
<i>FM</i>	Modulación en frecuencia
<i>fs</i>	Frecuencia de muestreo
<i>max</i>	Máximo
<i>MMVS</i>	Media de los máximos valores singulares
<i>MVS</i>	Máximo valor singular
<i>MWC</i>	Modulated Wideband Converter
<i>Pd</i>	Probabilidad detección
<i>PU</i>	Usuario primario
<i>QAM</i>	Modulación de amplitud en cuadratura
<i>Rd</i>	Demodulador aleatorio
<i>SNR</i>	Relación señal a ruido
<i>SS</i>	Sensado de espectro
<i>SU</i>	Usuario secundario
<i>SVD</i>	Descomposición en valores singulares
<i>Ts</i>	Periodo de muestreo
<i>Tssub</i>	Periodo de muestreo sub-nyquist

Capítulo 1

Introducción

La actual proliferación de sistemas inalámbricos, ha reforzado la saturación de algunas bandas del espectro (Hattab y Ibnkahla, 2014) (por ejemplo la banda IMS, las bandas de asignación a telefonía celular, etc), mientras que otras no son aprovechadas al máximo (bandas asignadas a televisión), esto genera escasez o subutilización del espectro en determinados momentos. Para resolver estos problemas son necesarias nuevas técnicas y políticas de asignación del mismo.

Mientras la legislación afronta dicho problema, se ha propuesto nuevas estrategias y metodologías como soluciones para aprovechar eficientemente el espectro. Entre ellas, una de las soluciones más prometedoras es la radio cognitiva (CR) (Mitola, 2000), la cual es una tecnología que propende por la utilización eficiente del espectro libre al permitir a los usuarios sin licencia (usuarios secundarios, SUs) acceder o compartir de forma oportunista las bandas licenciadas con los usuarios primarios (usuarios licenciados, PUs) (Hattab y Ibnkahla, 2014). Para cumplir con esta meta, las redes de radio cognitivo deben cumplir con cuatro fases principales (Haykin, 2005): 1) detección del espectro, 2) toma de decisiones, 3) distribución del espectro y 4) movilidad de espectro.

Para la implementación de la tecnología CR, la primera fase se convierte en un punto de vital importancia, puesto que se espera que los usuarios secundarios, sean capaces de detectar a los usuarios primarios (PUs) y encontrar los huecos espectrales, con el fin de utilizarlos (Fahim y Raean, 2012).

La presente investigación hace énfasis en la etapa de detección o sensado de espectro, utilizando métodos basados en la teoría de matrices aleatorias.

1.1 Motivación

En los últimos años, se han propuesto diversos métodos para realizar el sensado de espectro, entre ellos se tiene la prueba de tasa de verosimilitud (LRT) (Kay, 1998), detección de energía (Sonnenschein y Fishman, 1998; Urkowitz, 1967; Cabric, *et al.*, 2006), filtraje adaptado (Kay, 1998; Cabric, *et al.*, 2006; Sahai y Cabric, 2005; Chen, *et al.*, 2007) y detección de características ciclo-estacionarias (Gardner, 1991; Gardner, *et al.*, 1987; Han, *et al.*, 2006). Estos métodos presentan ventajas bajo ciertas condiciones, por ejemplo, LRT es óptimo (Kay, 1998), sin embargo, no es práctico debido a que requiere conocimiento exacto de la información del canal, como también de las distribuciones de probabilidad de la fuente de señal y ruido. El detector de energía no requiere información a priori de la señal o del canal, sin embargo, requiere conocimiento de la potencia de ruido, lo cual hace que malas estimaciones de la potencia de ruido conduzcan a limitaciones de eficiencia con baja SNR y altas probabilidades de falsa alarma (Sonnenschein y Fishman, 1998; Sahai y Cabric, 2005; Sahai y Tandra, 2005).

La descomposición en valores singulares SVD (Martínez, 2005) ofrece un nuevo campo de estudio dentro del sensado de espectro, proyectándose como un camino prometedor para la futura implementación de CR, es así como en los últimos años se han realizado investigaciones (Raeen, 2012; Hasbullah y Hassan, 2011; Chouhan, *et al.*, 2013) referentes a este tema. Sin embargo, los resultados obtenidos se encuentran bajo las condiciones requeridas por el teorema de Nyquist (Shannon, 1984), esto implica que, para realizar la detección de las bandas elevadas del espectro radioeléctrico, la alta complejidad en el procesamiento del detector, impide su implementación práctica.

La principal motivación del presente trabajo investigativo, es proponer un método de sensado o detección de espectro, cuya baja complejidad facilite la futura implementación práctica.

1.2 Objetivos

1.2.1 General

Desarrollar un algoritmo de sensado de espectro de banda ancha basado en los valores propios y/o valores singulares de la señal recibida utilizando muestreo sub-nyquist.

1.2.2 Específicos

- Caracterizar la señal recibida mediante las distribuciones de probabilidad de los valores propios y/o valores singulares obtenidos de la matriz de autocorrelación, identificando la relación entre el número de muestras, valores propios y/o valores singulares y sus estadísticas.
- Desarrollar un algoritmo para el sensado de espectro de banda ancha, basado en las propiedades estadísticas de los valores propios y/o valores singulares con las portadoras activas en la banda sensada.
- Evaluar el desempeño del algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección, falsa alarma y omisión de detección, en condiciones de baja SNR, identificando los límites fundamentales (frecuencia de muestreo sub-nyquist y SNR mínimas) para los cuales puede ser detectada la señal del usuario primario con el propuesto y/o bajo el método de detección utilizado basado en valores propios y/o singulares de la señal recibida.

1.3 Publicación de Resultados

Se realizó la publicación de resultados parciales de esta investigación a través de dos publicaciones y una ponencia en congreso internacional y posterior publicación en libro de memoria, esto se relaciona a continuación:

- P1 Herman Hamilton Guerrero Chapal, Evelio Astaiza Hoyos," Estimación De Frecuencia De Señales Continuas Con Muestreo Sub-Nyquist, A Través De Su Máximo Valor Singular ", Revista Politécnica (categoría B) ISSN 1900-2351 (Impreso), ISSN 2256-5353 (En línea), Año 12, Número 23, páginas 57-64, Julio – Diciembre 2016.
- P2 Herman Hamilton Guerrero Chapal, Evelio Astaiza Hoyos, "Caracterización De Señales Subnyquist Con Modulación Análoga, Basada En La Distribución De Los Valores Singulares ", Revista UNIMAR (categoría C) ISSN 0120-4327 (Impreso), ISSN 2216-0116 (En línea), fecha de aceptación 25 de Noviembre 2016. Por publicar.
- C1 Herman Hamilton Guerrero Chapal, Ponencia "Método Para La Estimación De Frecuencia De Señales Continuas Con Muestreo Sub-Nyquist, A Través De Su Máximo Valor Singular ", Congreso Internacional de Ciencias Básicas e Ingeniería CICI 2106, Universidad de los Llanos, Octubre 2016.
- P3 Herman Hamilton Guerrero Chapal, Evelio Astaiza Hoyos," Método Para La Estimación De Frecuencia De Señales Continuas Con Muestreo Sub-Nyquist, A Través De Su Máximo Valor Singular ", Memorias de Congreso Internacional de Ciencias Básicas e Ingeniería 2016 ISBN 978-958-8927-23-7 (En línea).

1.4 Organización del Trabajo de Grado

En el capítulo 2 se muestran las distribuciones de probabilidad que presentan los valores singulares, obtenidos de la matriz de autocorrelación de las muestras de señales continuas, adquiridas con muestreo Sub-Nyquist. Los resultados provienen de un proceso experimental a nivel de simulación desarrollado en Matlab®. El proceso de simulación parte de la experimentación con diferentes señales inmersas en ruido blanco aditivo gaussiano, con el fin de acercarse a la realidad.

En el capítulo 3 se describe cada una de las etapas del algoritmo de sensado de espectro propuesto.

En el capítulo 4, se presentan los resultados de las pruebas realizadas al algoritmo propuesto en función de la probabilidad de detección, falsa alarma y omisión de detección, en condiciones de baja SNR, identificando los límites fundamentales

(mínima frecuencia de sub-muestreo con la cual funciona el algoritmo propuesto permitiendo obtener probabilidad de detección aproximadamente 1 para una SNR objetivo).

Finalmente en el capítulo 5, se presentan las conclusiones y recomendaciones.

Capítulo 2

Caracterización de Señales Sub-Nyquist a través de sus Valores Singulares

2.1 Muestreo Sub-Nyquist

Aunque el Teorema de Nyquist (Nyquist, 1928) es el método estándar para el muestreo, se han considerado otros esquemas que requieren una menor tasa de muestreo para la conversión analógico a digital. Entre estos se tiene los siguientes tipos de muestreo Sub-Nyquist:

2.1.1 Tipos de muestreo Sub-Nyquist

- **Random Demolutor (RD):** En este, una señal con pocos componentes significativos de frecuencia, es demodulada a través de la multiplicación con una secuencia pseudoaleatoria, esto garantiza la dispersión de la energía de los componentes sobre el ancho de banda de la secuencia, posteriormente, se aplica un filtro antialiasing de acuerdo con el límite superior del inverso de la tasa de información de la señal (Tropp, *et al.*, 2009), por último, se muestrea la señal a una tasa inferior a la de Nyquist.
- **Modulated Wideband Converter (MWC):** Una señal analógica $x(t)$, conformada por N intervalos de bandas, es tratada por diferentes (M) canales analógicos, cada uno de los cuales modula $x(t)$ con una señal periódica $p_i(t)$,

el resultado de esta modulación ingresa a un filtro pasa bajos. finalmente, se realiza un muestreo cada T segundos, obteniendo la secuencia $y_i[n]$ (Mishali, *et al.*, 2010; Astaiza, *et al.*, 2017).

- **Muestreo Periódico (Uniforme) en Fase:** Consiste en obtener muestras de señales en instantes de tiempo determinados. La separación temporal de las muestras $x(t_0), x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_n)$ llamada periodo de muestreo T_s es constante, la condición que este debe cumplir, para denominarse como muestreo Sub-Nyquist, es:

$$T_{sub} > \frac{1}{2Bw} \quad (2.1)$$

donde Bw es el ancho de banda de la señal (Cortes, *et al.*, 2008; Couch, 2007).

En la figura 2.1 se muestra una señal senoidal con sus muestras adquiridas de forma periódica cumpliendo la condición de la ecuación 2.1.

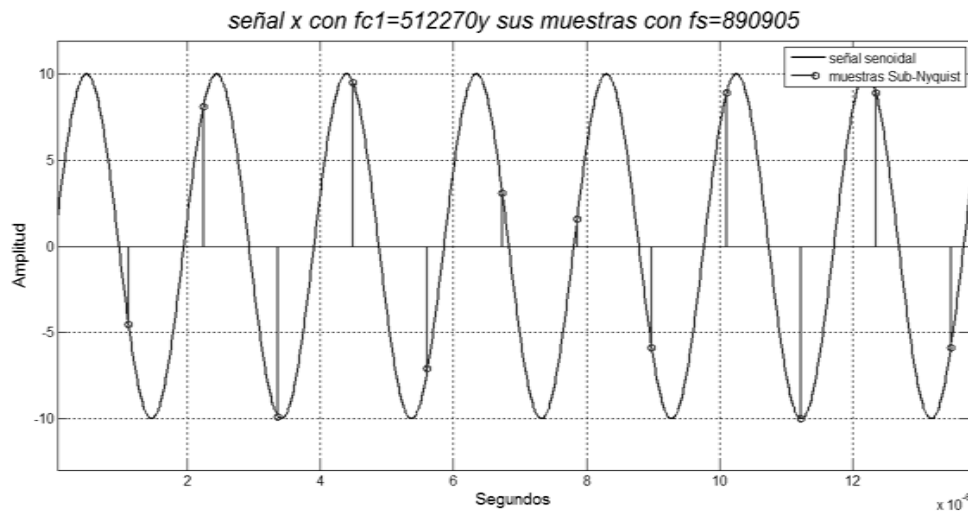


Figura 2. 1 Señal senoidal y muestras sub-Nyquist.

Mientras que en la figura 2.2 las muestras son obtenidas bajo el teorema de muestreo.

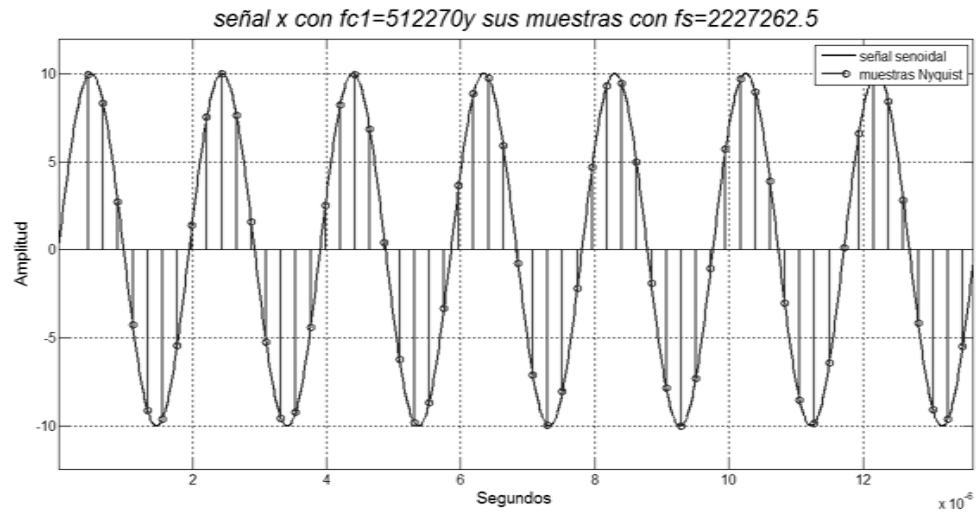


Figura 2. 2 Señal senoidal y muestras adquiridas con el teorema de Nyquist.

2.2 Señales Sub-Nyquist

En el desarrollo de esta investigación, se tuvo en cuenta cuatro tipos de señales con las cuales se abarca gran parte de las comunicaciones (Tomassi, 2003) tanto analógicas, como las comunicaciones digitales de banda ancha, estas son:

2.2.1 Modelo de Señales Continuas con Modulación Analógica

Teniendo en cuenta que las señales senoidales forman parte importante en las telecomunicaciones, ya que en diversos procesos, tanto de modulación como en la transmisión de señales de radio frecuencia, se encuentran presentes, el primer modelo es el siguiente:

- **Tono senoidal**

Partiendo de un tono senoidal puro cuyo modelo en tiempo continuo se presenta en la ecuación 2.2

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi) \quad (2.2)$$

donde A es la amplitud máxima, ω es la frecuencia angular, ecuación 2.3, t el vector temporal y ϕ el desfase en radianes.

$$\omega = 2\pi f \quad f = \text{frecuencia en hertz} \quad (2.3)$$

Sin embargo, no siempre se obtienen señales de este tipo en los ambientes relacionados con telecomunicaciones inalámbricas; son más comunes señales perturbadas, o inmersas en ruido de diferente tipo (Shannon, 1984), por este motivo, el modelo de la señal constituida por un tono senoidal puro, en presencia de ruido aditivo blanco gaussiano (Vaseghi, 2000), el cual será caracterizado, se presenta en la ecuación 2.4.

$$y(t) = x(t) + AWGN \quad (2.4)$$

donde $x(t)$ es la señal descrita en la ecuación 2.2, y AWGN es un ruido con distribución normal, con media cero y varianza 1, ecuación 2.5:

$$AWG \sim N(0,1) \quad (2.5)$$

Al muestrear la señal, con un periodo Sub-Nyquist (ecuación 2.1) se obtiene una señal discreta representada por la ecuación 2.6

$$y[m] = x[m] + r[m] \quad (2.6)$$

donde $m = nF_{sm}T_s$ y para $F_{sm} = 0,1,2$, (factor de submuestreo) y $r[m]$ ruido discretizado, obteniendo el modelo de una señal senoidal sub-Nyquist descrita por la ecuación 2.7

$$y[m] = A \sin[\omega m + \phi] + r[m] \quad (2.7)$$

- **Modulación en amplitud, AM de doble banda lateral**

Una señal senoidal x_c con una frecuencia de portadora f_c modulada con una señal x_m con una frecuencia f_m menor que f_c inmersa en ruido aditivo blanco gaussiano presenta el siguiente modelo en tiempo continuo ecuación 2.8:

$$y(t) = x_m(t) \times x_c(t) + AWGN \quad (2.8)$$

donde $x_c(t)$ presenta la forma de ecuación 2.2, la señal con modulación AM de doble banda lateral (Tomassi, 2003) con un muestreo Sub-Nyquist, se representa en la ecuación 2.9:

$$y[m] = x_m[m] \times x_c[m] + r[m] \quad (2.9)$$

- **Modulación en frecuencia, FM**

Esta señal presenta el modelo matemático descrito en la ecuación 2.10

$$y(t) = A \cos(\omega_c t + M \sin(\omega_m t)) + AWGN \quad (2.10)$$

donde ω_c y ω_m son las frecuencias angulares de la portadora y de la moduladora, respectivamente, y M es el índice de modulación (Tomassi, 2003). En la ecuación 2.11, k_1 es la sensibilidad a la desviación (Tomassi, 2003) y A_m es la amplitud de la señal moduladora.

$$M = \frac{k_1 A_m}{\omega_m} \quad (2.11)$$

El modelo Sub-Nyquist de la señal con modulación en frecuencia esta descrita por la Ecuación 2.12.

$$y[m] = A \cos(\omega_c m + M \sin(\omega_m m)) + r[m] \quad (2.12)$$

- **Modulación de amplitud en cuadratura, QAM**

La ecuación 2.13 presenta el modelo de una señal con modulación de amplitud en cuadratura (Couch, 2007):

$$y(t) = XI \cos(\omega_c t) - XQ \sin(\omega_c t) + AWGN \quad (2.13)$$

donde XI y XQ son la trama de datos que modulan (en fase y cuadratura respectivamente), y ω_c es la frecuencia angular.

El modelo Sub-Nyquist de la señal con modulación de amplitud en cuadratura esta descrita por la Ecuación 2.14.

$$y[m] = XI(m) \cos(\omega_c m) - XQ(m) \sin(\omega_c m) + r[m] \quad (2.14)$$

2.3 Valores Singulares

Para obtener dichos valores se aplica la descomposición en valores singulares (SVD) (Martinez, 2005; Calabuig, *et al.*, 2015).

2.3.1 Descomposición en Valores Singulares

Dada una matriz real $\mathbf{A}_{m \times n}$, existen matrices ortogonales $\mathbf{U}_{m \times m}$, $\mathbf{V}_{n \times n}$ y una matriz diagonal $\mathbf{\Sigma}_{m \times n}$ tales que

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^T \quad (2.15)$$

donde \mathbf{U} y \mathbf{V} son matrices ortogonales y $\mathbf{\Sigma}$ es una matriz que contiene los valores singulares.

Esta factorización de \mathbf{A} se denomina (Martinez, 2005; Calabuig, *et al.*, 2015) *descomposición en valores singulares* de \mathbf{A} (SVD).

2.4 Valores Singulares de Señales Sub-Nyquist

Para obtener los valores singulares de señales sub-nyquist, partiendo del vector de muestras se obtiene una matriz a la cual se aplicará la SVD.

2.4.1 Matriz de Autocorrelación de las Muestras de la Señal Sub-Nyquist.

A partir del vector de muestras de la señal sub-Nyquist presentado en la ecuación 2.16

$$y[m] = x[m] + r[m] \quad (2.16)$$

Se define la autocorrelación como el valor esperado (Romo, 2011; Moron, 2011) de

$$E\{yy^H\} = E\{(x[m_1] + r[m_1])(x[m_2] + r[m_2])^H\} \quad (2.17)$$

$$R_{yy} = E\{x[m_1]x[m_2] + x[m_1]r[m_2] + x[m_2]r[m_1] + r[m_1]r[m_2]\} \quad (2.18)$$

$$R_{yy} = E\{x[m_1]x[m_2]\} + E\{x[m_1]r[m_2]\} + E\{x[m_2]r[m_1]\} + E\{r[m_1]r[m_2]\} \quad (2.19)$$

$$R_{yy} = R_{xx} + R_{xr} + R_{rx} + R_{rr} \quad (2.20)$$

Teniendo en cuenta que $x[m]$ y $r[m]$ son dos procesos estocásticos independientes (Romo, 2011; Moron, 2011), la correlación entre ellos es

$$R_{xr} = 0 \quad (2.21)$$

$$R_{rx} = 0 \quad (2.22)$$

Por lo tanto, la matriz de autocorrelación del vector de muestras de la señal inmersa en ruido es:

$$R_{yy} = R_{xx} + R_{rr} \quad (2.23)$$

En la cual ecuación 2.21, R_{xx} es la matriz de autocorrelación de la señal, mientras que R_{rr} es la matriz de autocorrelación producto del ruido.

Una de las características que presenta el ruido blanco aditivo gaussiano (Vaseghi, 2000), es que, al ser no correlacionado con la señal, ni ser autocorrelacionado, los valores obtenidos en R_{rr} (ecuación 2.24) no son comparables con los obtenidos en R_{xx} , es decir que la matriz de autocorrelación de $y[m]$ presenta, principalmente, valores relacionados con la señal $x[m]$, de esta forma, la ecuación 2.23, puede aproximarse a la ecuación 2.25:

$$R_{rr} = \sigma^2 \mathbf{I} \lll E\{xx^H\} \quad (2.24)$$

$$R_{yy} = E\{yy^H\} \approx E\{xx^H\} \quad (2.25)$$

Lo anterior permite realizar un análisis en el subespacio de la señal.

2.4.2 Comportamiento de los Valores Singulares de la Matriz de Autocorrelación de las Muestras de la Señal Sub-Nyquist.

Al extraer los valores singulares de la matriz de autocorrelación de la señal recibida, se observa lo siguiente:

- Los valores singulares dependen directamente de la cantidad de muestras adquiridas de la señal (Calabuig, *et al*; 2015) (figuras 2.3 y 2.4).
- A partir del tercer valor, no existe gran diferencia entre los valores singulares de una señal muestreada con una frecuencia superior a la de nyquist, y una submuestreada (figuras 2.3 y 2.4).
- Existe una diferencia notable entre los máximos valores singulares de sus respectivas matrices de autocorrelación (figuras 2.3 y 2.4).

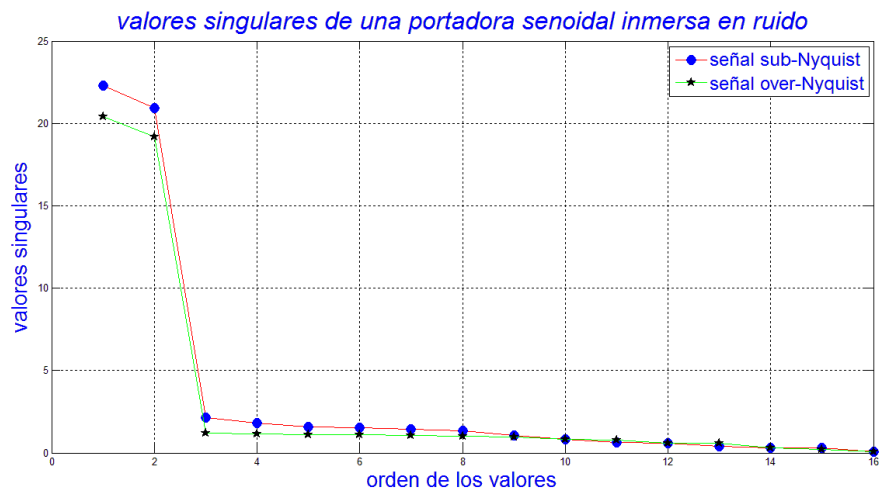


Figura 2. 3 Valores singulares obtenidos a partir de 32 muestras de una señal senoidal inmersa en ruido.

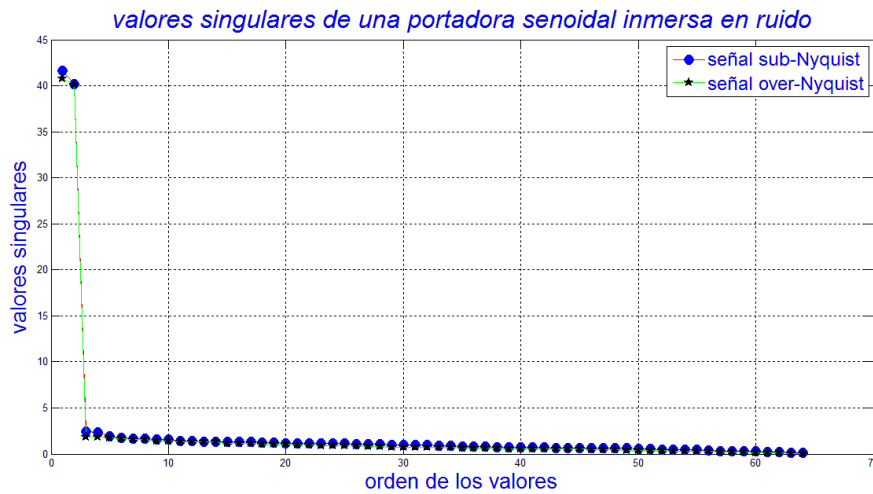


Figura 2. 4 Valores singulares obtenidos a partir de 128 muestras de una señal senoidal inmersa en ruido.

Dicha diferencia permite distinguir la frecuencia central de una señal submuestreada sin caer en los errores provocados por el fenómeno de aliasing. Teniendo en cuenta esto, se procede a extraer el máximo valor singular (ecuación 2.25) para diferentes frecuencias de submuestreo del intervalo representado por la ecuación 2.26.

$$\lambda_1 = \max(\text{diag}(\Sigma)) \quad (2.25)$$

$$[f_c, 2f_c] \quad f_c = \text{frecuencia central} \quad (2.26)$$

2.4.3 Distribución de Probabilidad de los Máximos Valores Singulares de la Matriz de Autocorrelación de las Muestras de la Señal Sub-Nyquist.

Para observar el comportamiento de los máximos valores singulares, estos son extraídos de diversas señales con frecuencias centrales aleatorias (con distribución uniforme), submuestreadas con la misma relación de frecuencia f_s (ecuación 2.27), posteriormente, se realiza el respectivo histograma (figura 2.5).

$$f_s = m f_c \quad 1 \leq m \leq 2 \quad (2.27)$$

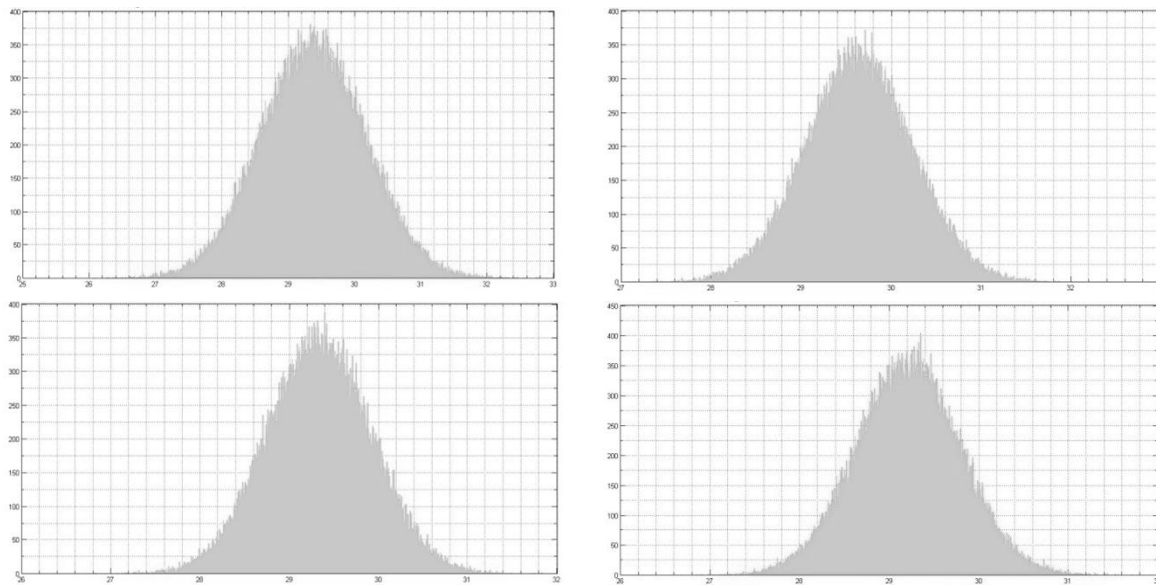


Figura 2. 5 Histograma de los máximos valores singulares para diferentes frecuencias de submuestreo. $1.99f_c$ (arriba izquierda), $1.7f_c$ (arriba derecha), $1.3f_c$ (abajo izquierda), $1.05f_c$ (abajo derecha).

La distribución de los máximos valores singulares ($M.V.S$) para diferentes relaciones de frecuencia f_s , presentan un comportamiento, el cual puede aproximarse a una distribución normal descrita por su media y su varianza (ecuación 2.28).

$$M.V.S \sim N(\mu, \sigma) \quad (2.28)$$

Donde μ es la media y σ es la varianza. Esta aproximación es mostrada en la figura 2.6.

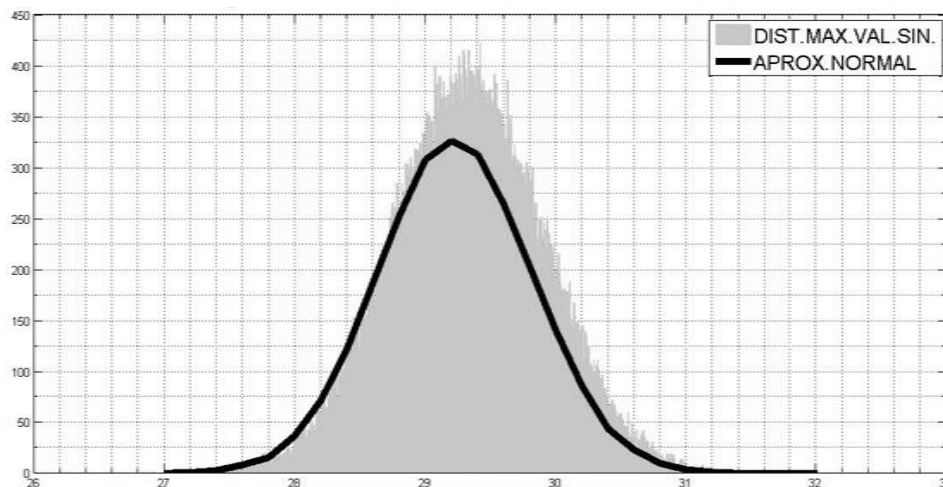


Figura 2. 6 Aproximación normal de la distribución de los mvs.

2.5 Curvas Características de la Media de los Máximos Valores Singulares de Señales Sub-Nyquist

La media (μ) de la distribución normal de los M.V.S. obtenidos a diferentes relaciones de f_s (ecuación 2.26), y reordenando la relación para obtener f_c (ecuación 2.29), permite caracterizar el comportamiento de dichos valores, ofreciendo como resultado, curvas características de los tres tipos de señales analizadas (sección señales sub-Nyquist). Estas curvas se presentan en las figuras 2.7 a 2.9.

$$f_c = kf_s \quad 0.5 \leq k \leq 1 \quad (2.29)$$

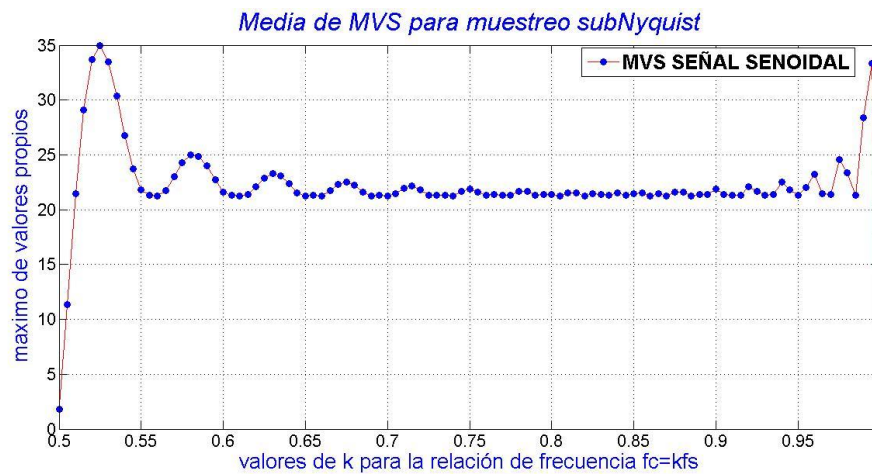


Figura 2. 7 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal senoidal.

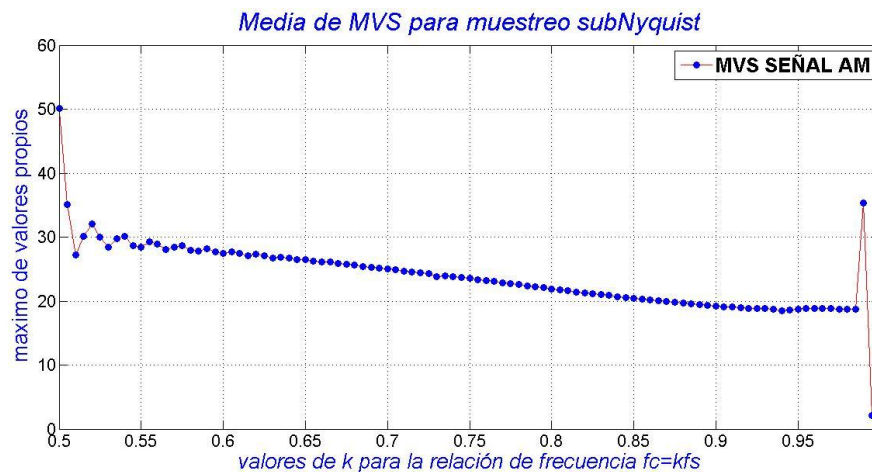


Figura 2. 8 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal con modulación AM de doble banda lateral.

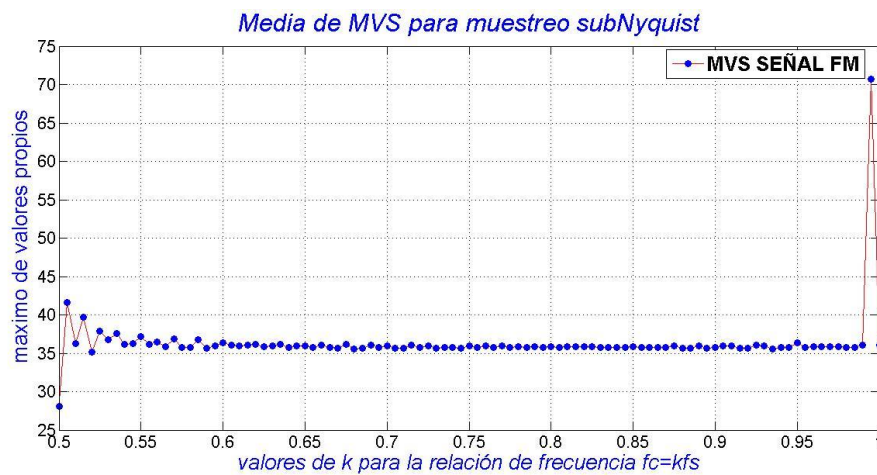


Figura 2. 9 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal con modulación FM.

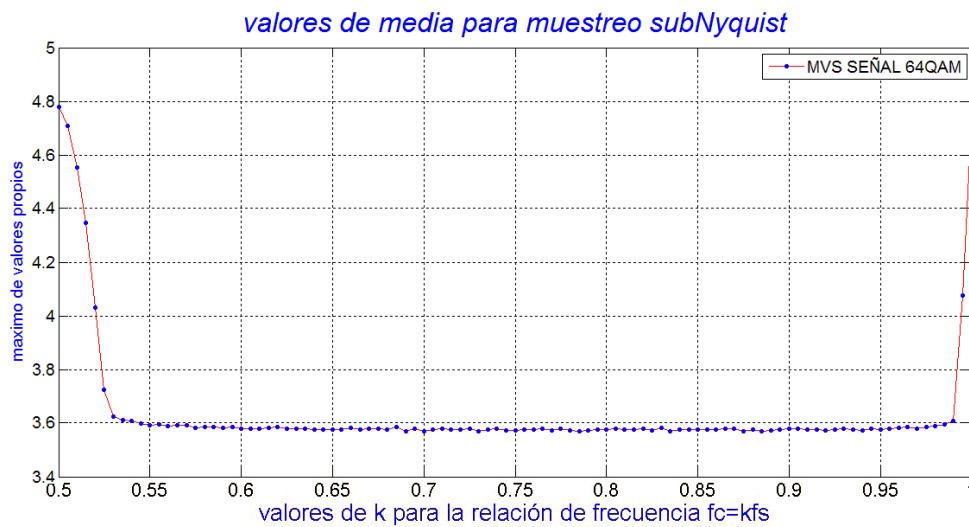


Figura 2. 10 Curva característica de los máximos valores singulares de una señal con modulación 64 QAM.

Capítulo 3

Sensado de espectro

3.1 Estimación de frecuencia de portadora de señales Sub-Nyquist

Con el máximo valor singular (ecuación 2.24) puede estimarse la frecuencia de portadora de cualquier señal continua submuestreada (con una relación de f_s desconocida, representada por la ecuación 2.26).

3.1.1 Procesamiento de la señal con portadora activa

Se divide en las siguientes etapas:

- **Señal adquirida:** representada por la ecuación 2.4
- **Muestreo:** se aplica un muestreo Periódico en Fase (sección 2.1.1) a la señal adquirida obteniendo como resultado un vector representado por la ecuación 2.6.
- **Autocorrelación:** con el vector de muestras (ecuación 2.6) se calcula la matriz de autocorrelación (sección 2.4.1).
- **SVD:** Tras aplicar la SVD a la matriz representada en la ecuación 2.21.se obtiene el máximo valor (ecuación 2.24).

3.1.2 Estimación de la frecuencia de portadora.

Se realiza a través de las siguientes etapas:

- **Comparación:** el máximo valor singular (ecuación 2.24) se compara con cada uno de los valores presentes en las curvas características (sección 2.5). En la figura 3.1 se presenta el algoritmo de comparación.
- **Estimación:** Tras obtener la posición (valor en el eje horizontal de la curva característica) del valor cercano a λ_1 (ecuación 2.24) se estima la frecuencia de portadora a través de la ecuación 3.1.

$$f_c \approx \frac{f_s}{(2 - i)} \quad (3.1)$$

donde

f_c = frecuencia estimada de portadora

f_s = frecuencia de muestreo

i = posición del valor cercano

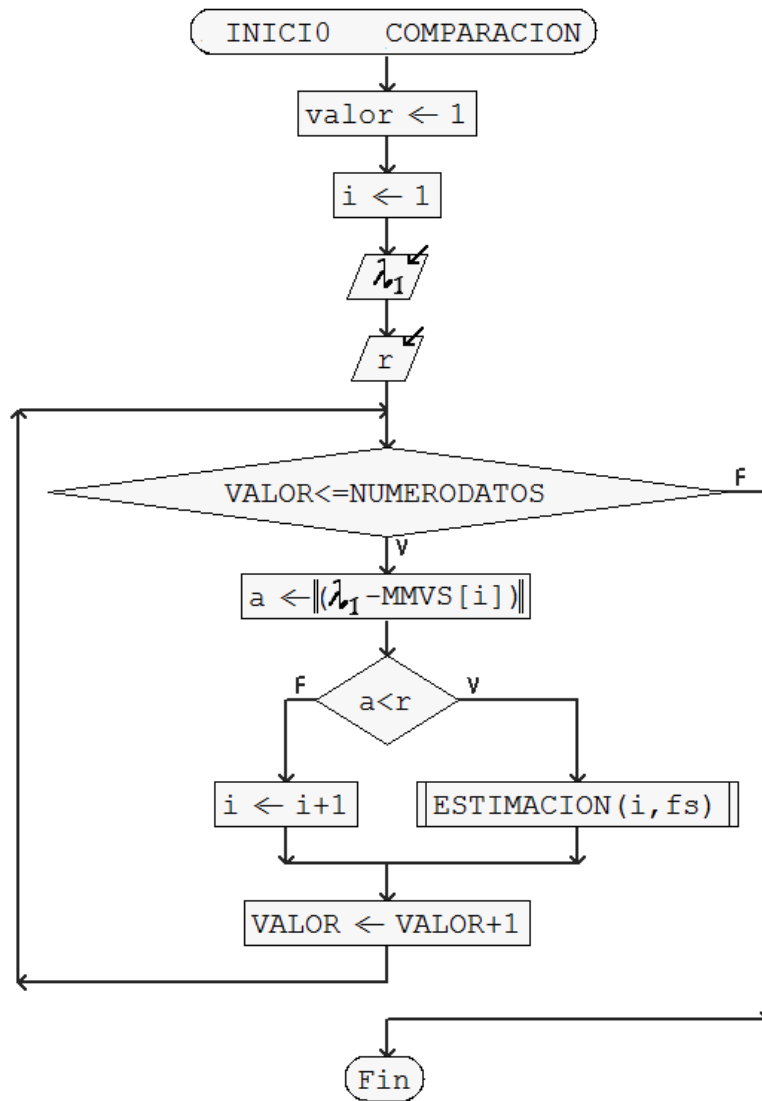


Figura 3. 1 Algoritmo de comparación.

3.2 Sensado de espectro

3.2.1 Sensado de espectro monobanda

El sensado de espectro se realiza mediante la estimación de la frecuencia de portadora (sección 3.1.2). La figura 3.2 presenta el algoritmo de sensado de espectro monobanda.

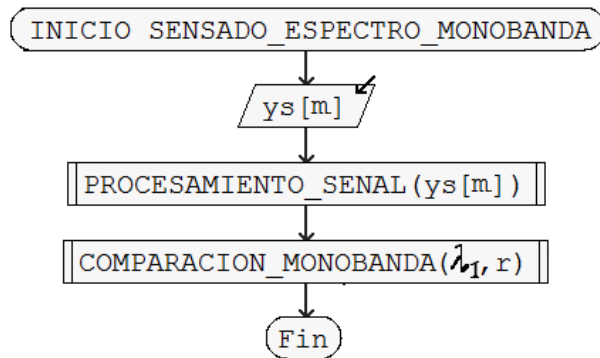


Figura 3. 2 Algoritmo de sensado de espectro monobanda.

El objetivo principal del sensado monobanda es determinar si existe o no presencia de señal, esto se realiza a través de un indicador tipo booleano, cuyo resultado depende de la etapa de estimación (sección 3.2.1). En la figura 3.3 se observa la inclusión del indicador booleano en el algoritmo de comparación monobanda.

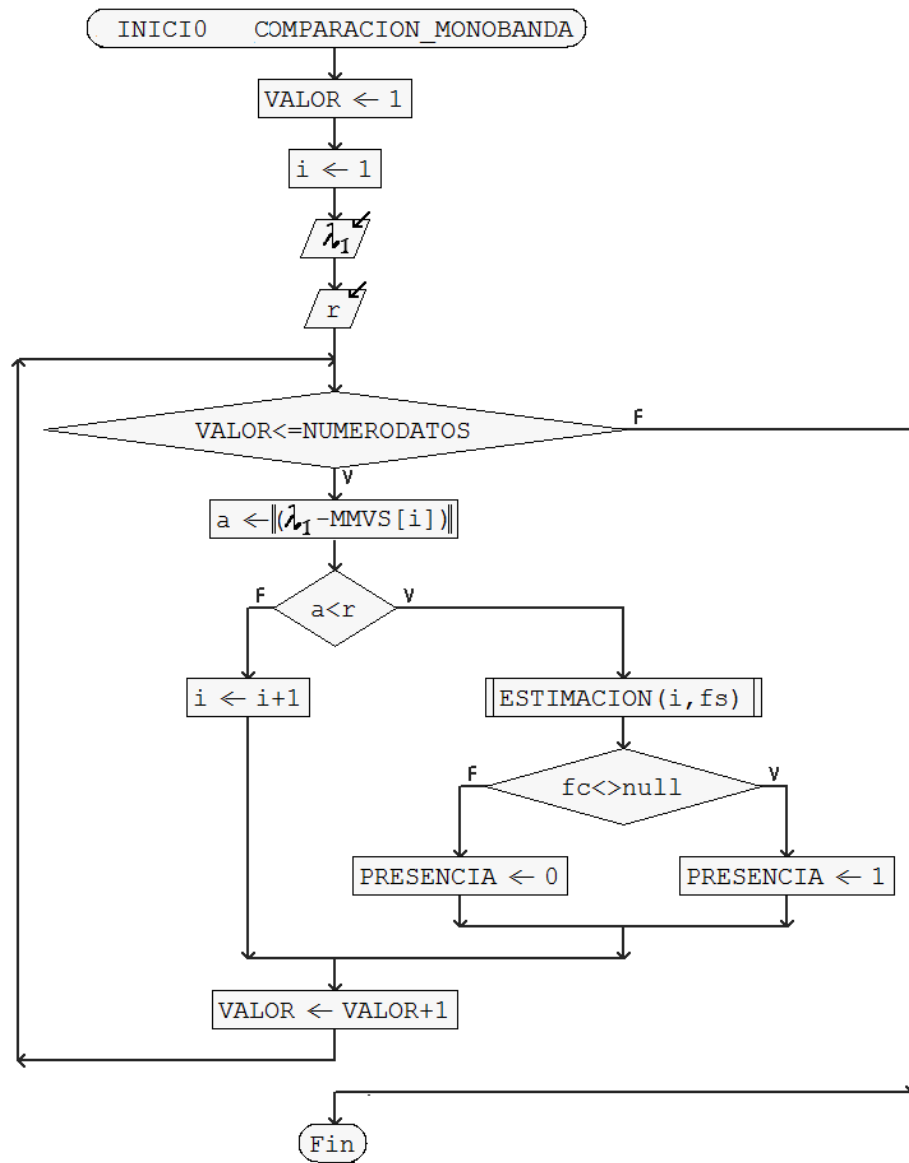


Figura 3. 3 Algoritmo de comparación monobanda.

3.2.2 Sensado de espectro multibanda

El sensado de espectro multibanda se realiza a través de las siguientes etapas:

- **Asignación de bandas:** se divide el espectro a sensar en n_b (ecuación 3.4) intervalos frecuenciales, cada uno con un ancho de banda B_b (ecuación 3.5),

representado en la figura 3.7.

$$n_b = 2^\alpha \geq n_y \quad (3.4)$$

donde $n_y = \text{numero de señales a detectar}$ y $\alpha \in \mathbb{z}$

$$B_b = \frac{f_s}{2n_b} \quad (3.5)$$

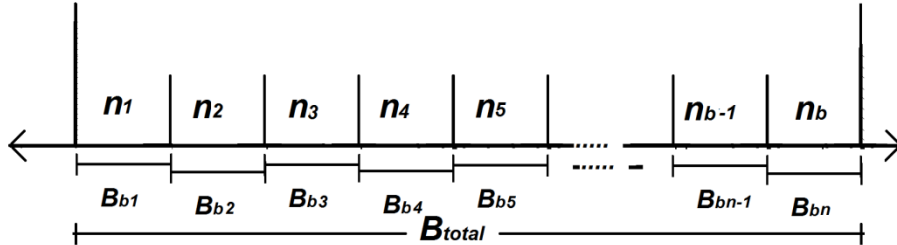


Figura 3. 4 División del espectro analizado en n_b intervalos.

- **Procesamiento de la señal:** el procedimiento descrito en la sección 3.1.1 aumenta una etapa: filtrado, de esta forma el procesamiento queda definido por :
 - **Señal adquirida.**
 - **Muestreo**
 - **filtraje**
 - **Autocorrelación.**
 - **SVD.**
- **Estimación de la frecuencia de portadora.** El proceso de asignación de bandas implica que la estimación de frecuencia (sección 3.1.2), en la cual se basa el sensado de espectro propuesto, realice la comparación en diferentes intervalos de las curvas características (sección 2.5). Para estimar f_c de la señal presente en una banda específica, el valor i en la ecuación 3.1 se define como (ecuación 3.6):

$$i_{b_x} \in \left[(n_{b_x} - 1) \frac{D_{CC}}{n_b} - 1, n_{b_x} \frac{D_{CC}}{n_b} \right] \quad (3.6)$$

donde

$i_{b_x} = \text{posición del valor cercano de la banda } x$

$n_{b_x} = \text{banda } x \text{ específica}$

$D_{CC} = \text{datos calculados de la curva característica}$

La figura 3.9 presenta el algoritmo de sensado de espectro multibanda, mientras que la figura 3.10 muestra el algoritmo de comparación para el sensado multibanda.

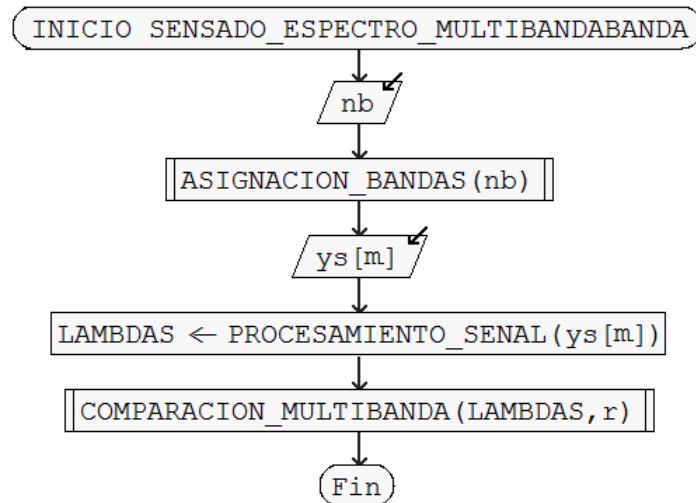


Figura 3. 5 Algoritmo de sensado de espectro multibanda.

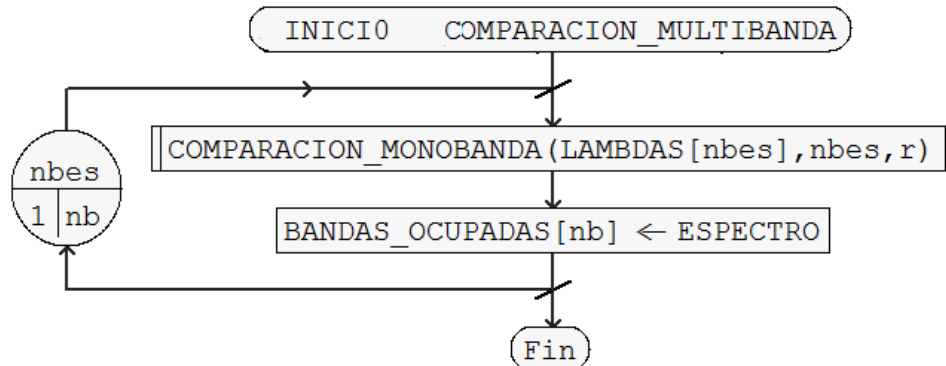


Figura 3. 6 Algoritmo de comparación multibanda.

Como resultado del proceso de sensado multibanda, se obtiene un arreglo de tamaño n_b donde se almacena datos booleanos con la información de la presencia (o ausencia) de señal en las diferentes bandas del espectro sub-Nyquist analizado.

La figura 3.11 representa el escenario de sensado multibanda con una asignación de bandas (n_b) igual a 4, realizado a una señal compuesta por tres señales moduladas con portadoras diferentes (f_{c1}, f_{c2}, f_{c3}), mientras que en la figura 3.12, el sensado se realiza con $n_b = 8$.

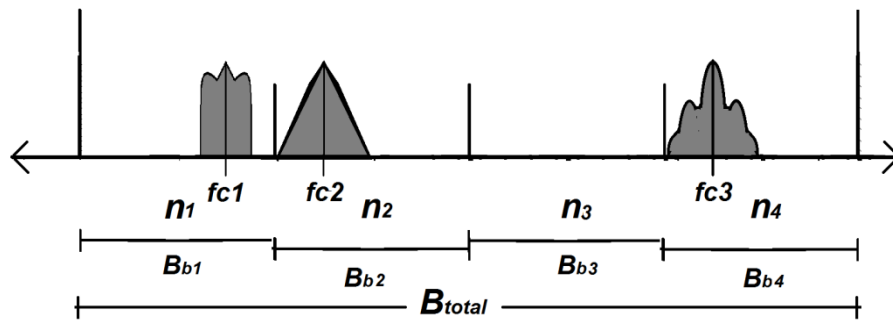


Figura 3. 7 Escenario sensado multibanda con $n_b = 4$.

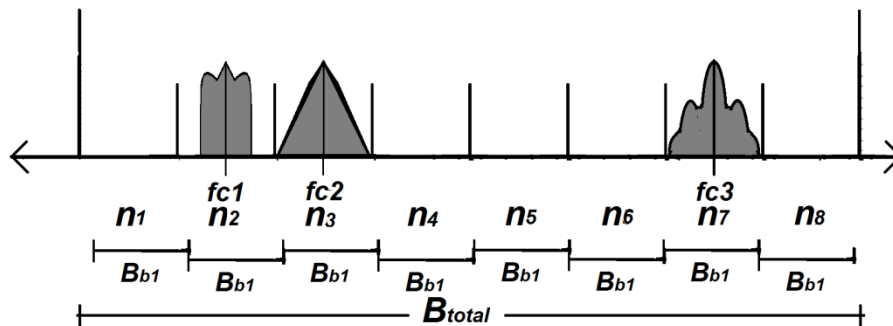


Figura 3. 8 Escenario sensado multibanda con $n_b = 8$.

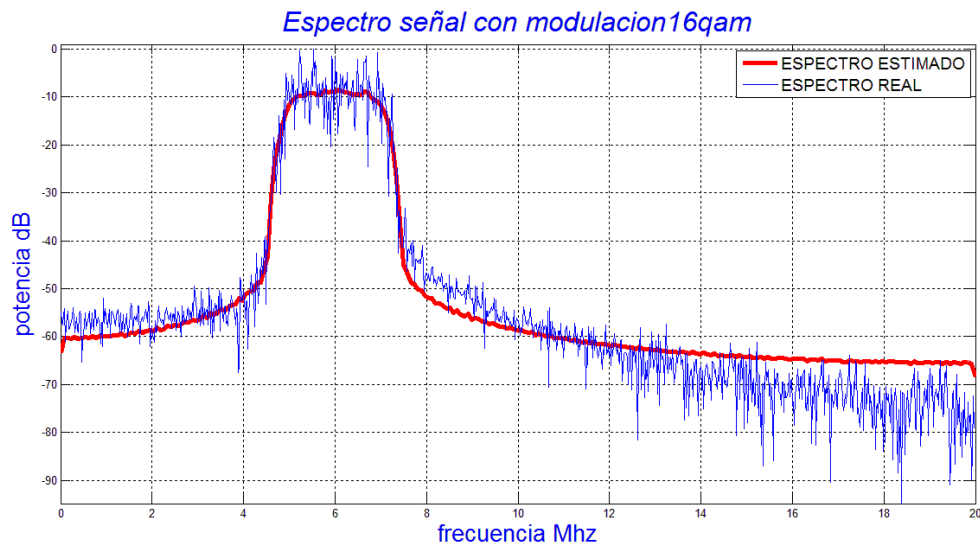
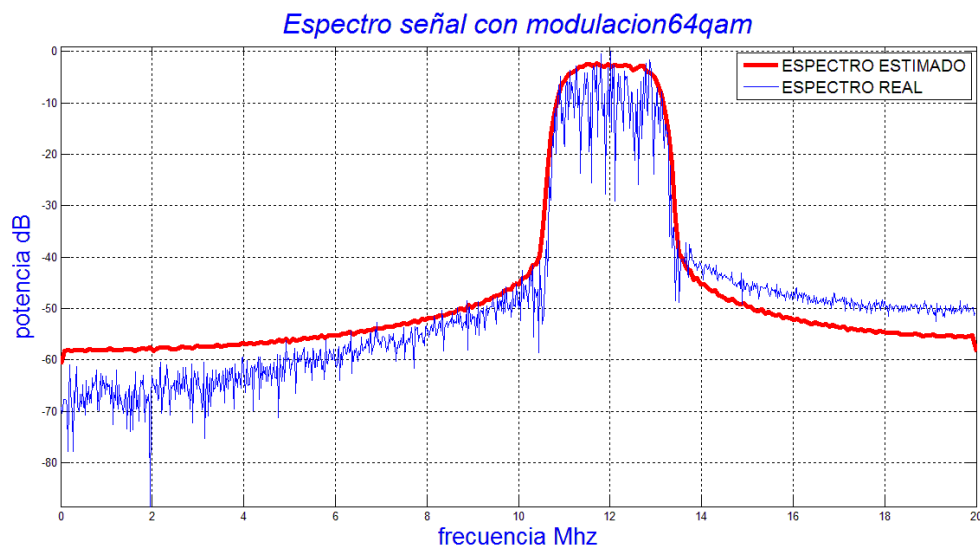
Para los escenarios de las figura 3.11 y 3.12, los resultados del sensado multibanda son (ecuaciones 3.7 y 3.8 respectivamente):

$$[1 \ 1 \ 0 \ 1] \quad (3.7)$$

$$[0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad (3.8)$$

3.2.3 Sensado de espectro de banda ancha

Este se realiza con base en el sensado multibanda (sección 3.2.2). La figura 3.13 y 3.14 presentan el espectro de un señal con modulación 16 qam y 64 qam (respectivamente) modulaciones de uso frecuente en la transmisión de banda ancha.

Figura 3. 9 Espectro señal con modulación 16 qam y $f_c=6$ Mhz.Figura 3. 10 Espectro señal con modulación 64 qam y $f_c=12$ Mhz.

Un escenario de sensado (con $n_b = 4$) , donde están presentes diversas señales con modulaciones digitales comunes en banda ancha, es representado en la figura 3.15.

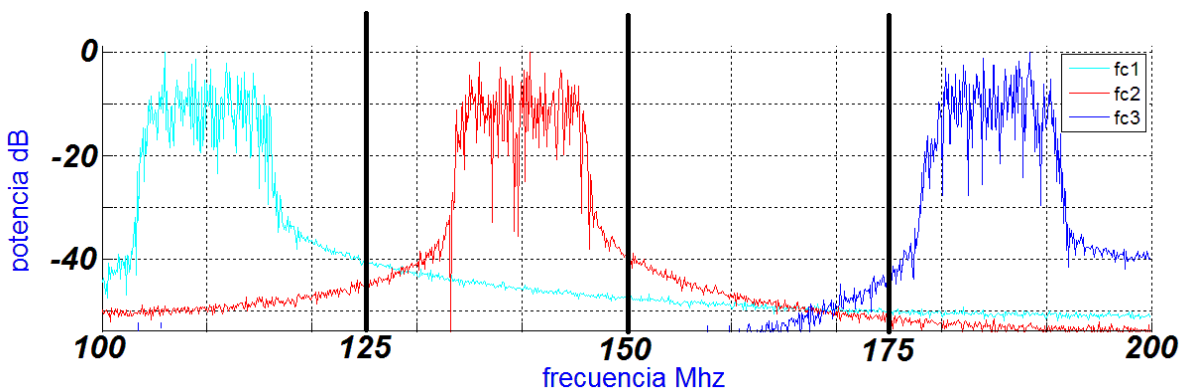


Figura 3. 11 Escenario sensado señales de banda ancha con $n_b = 4$.

Para el escenario presente en la figura 3.15 el resultado del sensado es (ecuación 3.9):

$$[1 \ 1 \ 0 \ 1] \quad (3.9)$$

Un escenario particular, es aquel donde el ancho de banda de la señal a detectar sea mayor que el de la banda asignada en el proceso de sensado, este escenario se presenta en la figura 3.16.

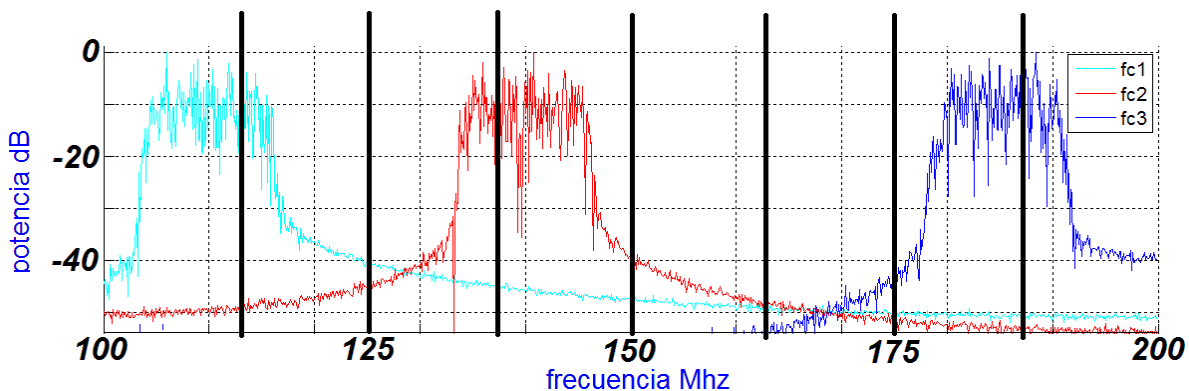


Figura 3. 12 Escenario sensado señales de banda ancha con $n_b = 8$.

El resultado del sensado aplicado al anterior escenario (figura 3.16) es (ecuación 3.9):

$$[1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1] \quad (3.10)$$

La ecuación 3.9 muestra que se encuentran dos bandas libres, sin embargo, al observar el escenario (figura 3.16), se identifica intervalos de frecuencia

subutilizados, tal es el caso de las bandas n_2, n_3 y n_8 . Para identificar dichas bandas, se procede a realizar una división mayor del espectro (sección asignación de bandas), esto se representa en el escenario de la figura 3.17.

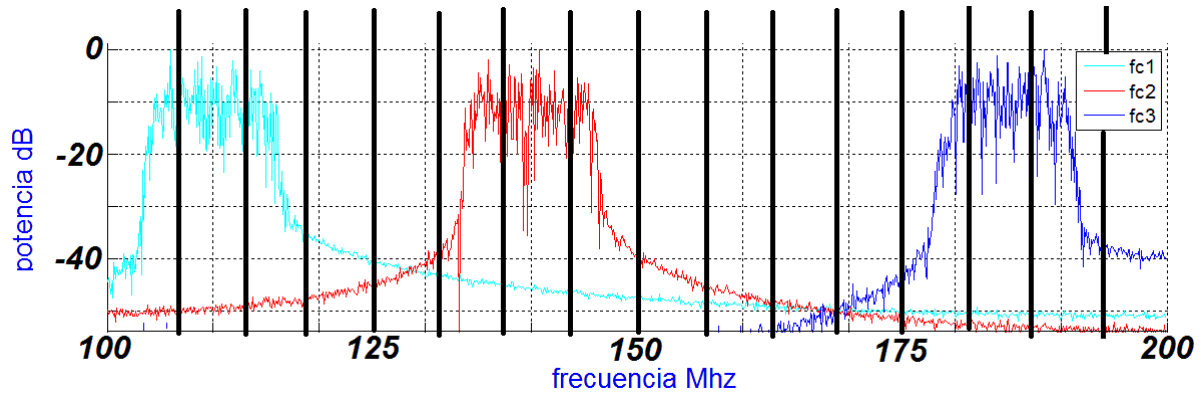


Figura 3. 13 Escenario sensado señales de banda ancha con $n_b = 16$.

El resultado del sensado (ecuación 3.11), ofrece más información de los intervalos frecuenciales libres:

$$[1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0] \quad (3.10)$$

Capítulo 4

Pruebas y Resultados

4.1 Fase de prueba del algoritmo

La evaluación del algoritmo propuesto se realizó a través de las siguientes etapas:

4.1.1 Creación del escenario

Para crear el escenario de prueba, primero se define el tipo y número de señales a detectar, posteriormente, se genera de forma aleatoria (con función de probabilidad uniforme, ecuación 4.1) la frecuencia de muestreo.

$$U(B_w, 2B_w) \tag{4.1}$$

Donde B_w es el ancho de banda total de las señales a detectar. Teniendo en cuenta el número de señales a detectar, se designa de forma aleatoria (con función de probabilidad uniforme) la presencia de cada señal dentro del espectro a sensar.

4.1.3 Prueba del algoritmo

Una vez creado el escenario de sensado se aplica el algoritmo. El vector obtenido

se compara con aquel que representa la presencia de señales.

4.1.3 Parámetros de evaluación del algoritmo

Para analizar los resultados obtenidos del algoritmo se definen los siguientes parámetros de evaluación:

- **Porcentaje de error en frecuencia estimada de portadora:** Parámetro de evaluación aplicado al sensado monobanda.
- **Probabilidad de detección:** indica cual es el porcentaje de acierto en la detección de:
 - bandas ocupadas específicas
 - sensado total del espectro sub-Nyquist.
- **Falsa alarma y omisión de detección:** Parámetro que muestra la probabilidad de obtener como resultado:
 - la detección de una banda ocupada específica, cuando no se presenta ninguna señal en dicha banda.
 - cuando no se detecta señal en bandas ocupadas.

4.2 Pruebas del algoritmo

Para cada prueba realizada, se ejecutó de 1000 a 10000 veces el algoritmo con el fin de obtener resultados válidos estadísticamente ya que brinda un nivel de confianza de la media superior al 95% y un coeficiente de variación menor al 15% considerando un intervalo de confianza de 0.01 (Byrne, 2013).

Las pruebas realizadas al algoritmo se dividen en:

- **Prueba de sensado monobanda**
- **Prueba de sensado multibanda**
- **Prueba de sensado de espectro de banda ancha**

4.2.1 Prueba de sensado monobanda

Se realizaron pruebas al algoritmo, con señales continuas con diferentes frecuencias de portadora generadas de acuerdo a la sección 4.1.1, inmersas en ruido blanco gaussiano, con diferentes valores de SNR.

La tabla 4.1 describe las funciones utilizadas en la prueba.

Los parámetros evaluados en esta prueba son: Probabilidad de detección en sensado total y falsa alarma. En la Tabla 4.2 se presentan Los resultados relacionados con dichos parámetros para diferentes valores de SNR en pruebas de sensado con 32 muestras de la señal (factor de submuestreo igual a 2), mientras que en la Tabla 4.3 las pruebas de sensado se realizaron con 128 muestras de la señal (factor de submuestreo igual a 2).

NOMBRE	DESCRIPCION
GENERASENAL	Genera una señal del TIPO escogido (AM,FM,SENOIDAL etc.), inmersa en ruido AWGN, con una relación de señal a ruido determinada (SNR), con una frecuencia de portadora (fc) aleatoria (con distribución uniforme) submuestreada a una frecuencia fs . Entradas de tipo numérico TIPO, SNR, N . Salidas de tipo numérico fc, fs , salida de tipo arreglo y
CURVACARACTERISTICA	Retorna un arreglo (sub_media) con los valores de la MMVS del TIPO de señal escogida, SNR y numero de muestras (N) especificado. Entradas de tipo numérico TIPO, SNR, N . salida de tipo arreglo sub_media .
PROCESASENAL	Calcula la matriz de autocorrelación de la señal (y) mediante el método de covarianza, posteriormente calcula el máximo valor singular (λ). Entrada de tipo numérico N , Entrada de tipo arreglo y , Salida de tipo numérico λ .
ESTIMAFRECUENCIA	Compara el valor λ con cada valor de la curva característica (sub_media), si puede estimar la frecuencia retorna dicha frecuencia (fcal1) y el valor de 1 por detectar la presencia de señal (sensado), en caso contrario retorna 0. Entradas de tipo numérico λ, fs . Salidas de tipo numérico fcal1, sensado .

Tabla 4. 1 Funciones utilizadas en la prueba monobanda.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	32	90.467	9.533
20		88.657	11.343
0		86.687	13.313
-5		81.435	18.565
-10		77.122	22.878
-20		61.426	38.574
-30		41.080	58.920
-40		15.893	84.107
-50		5.501	94.499
-60		1.553	98.447
-70		0.520	99.480
-80		0.186	99.814
-90		0.049	99.951
-100		0.013	99.987

Tabla 4. 2 Detección y falsa alarma prueba sensado monobanda con 32 muestras

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	128	96.360	3.640
20		93.490	6.510
0		89.867	10.133
-5		86.120	13.880
-10		81.530	18.470
-20		70.781	29.219
-30		42.554	57.446
-40		19.537	80.463
-50		6.967	93.033
-60		2.194	97.806
-70		0.644	99.356
-80		0.244	99.756
-90		0.064	99.936
-100		0.024	99.976

Tabla 4. 3 Detección y falsa alarma prueba sensado monobanda con 128 muestras.

Para el intervalo de SNR de la ecuación (4.2), el algoritmo (en sensado monobanda) presenta una efectividad superior al 89% de probabilidad de detección en sensado total, esto se muestra en la figura 4.1.

$$SNR \geq 0dB \quad (4.2)$$

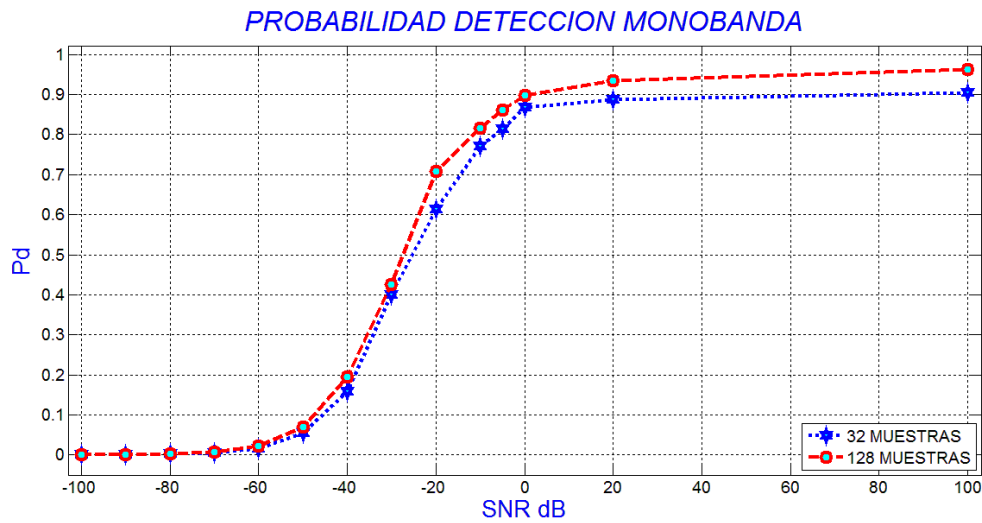


Figura 4. 1 Comportamiento probabilidad de detección en sensado monobanda.

Teniendo en cuenta que el sensado monobanda se basa directamente en la estimación de frecuencia, el comportamiento para cada valor de SNR debe ser analizado con el parámetro de porcentaje de error en frecuencia estimada de portadora, esto debido a que la frecuencia estimada varía para diversos valores de SNR. Las figuras 4.2 a 4.7 muestran el comportamiento del porcentaje de error en la frecuencia estimada para diferentes valores de SNR (de la ecuación (4.3)).

$$SNR \geq -20dB \quad (4.3)$$

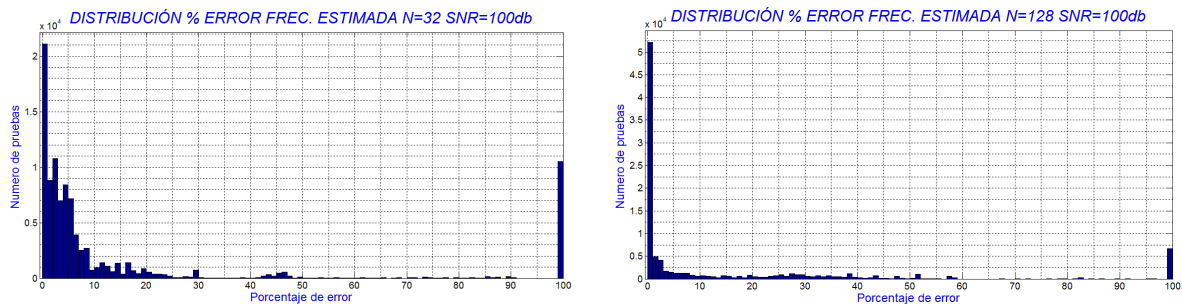


Figura 4. 2 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = 100dB$ numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).

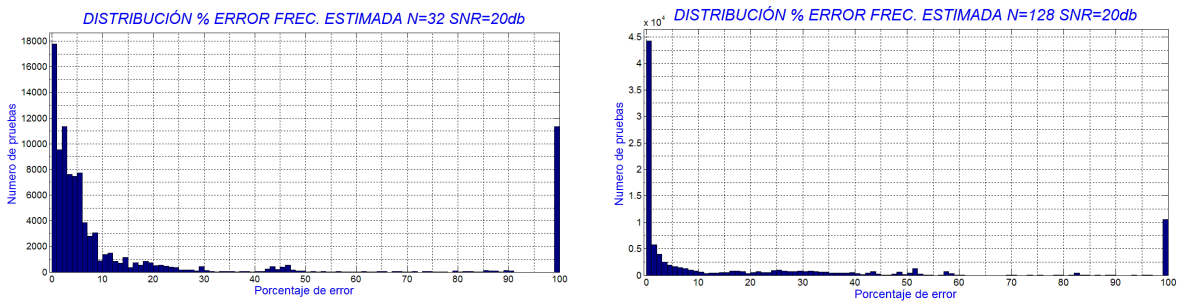


Figura 4. 3 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = 20dB$, numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).

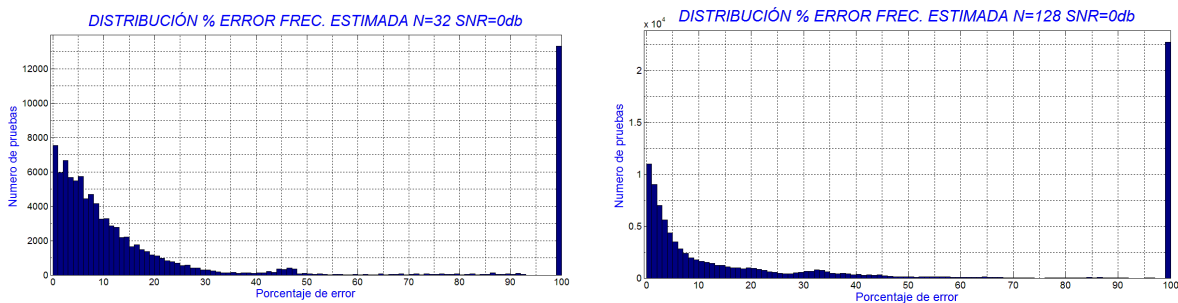


Figura 4. 4 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = 0dB$, numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).

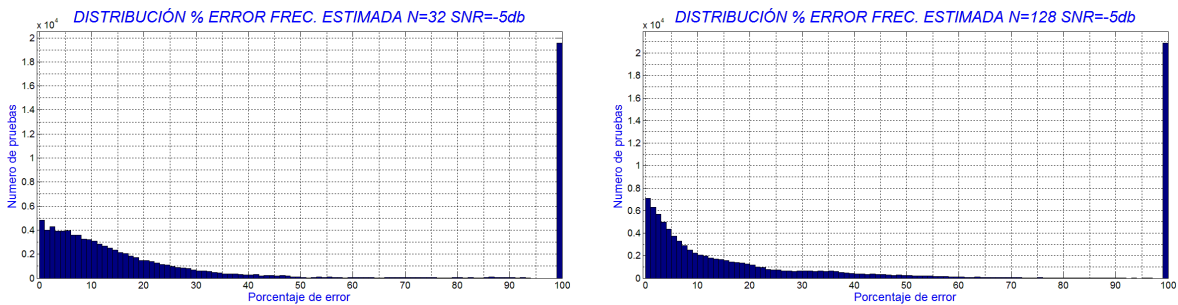


Figura 4. 5 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = -5dB$, numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).

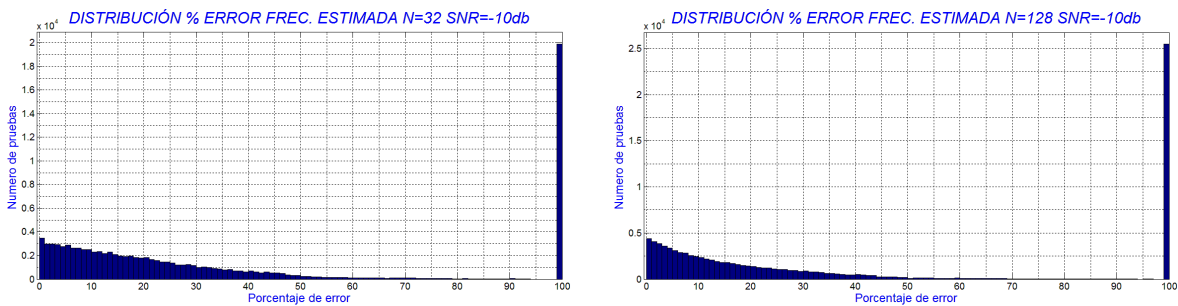


Figura 4. 6 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = -10dB$, numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).

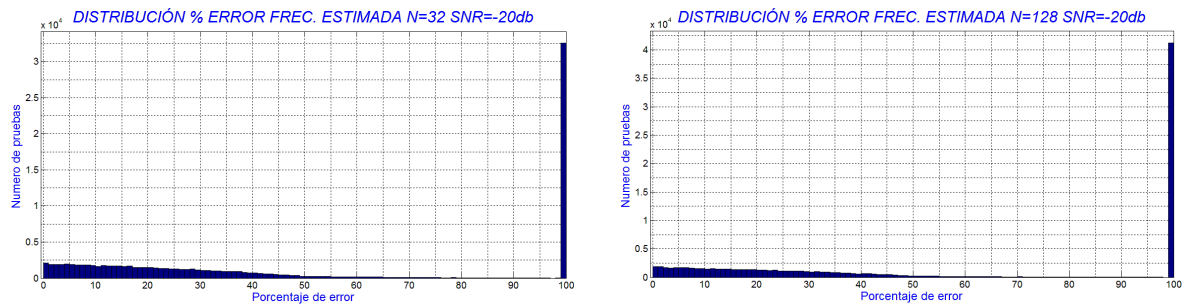


Figura 4. 7 Distribución porcentaje de error en frecuencia estimada, $SNR = -20dB$ numero de muestras 32 (izquierda) y 128 (derecha).

En las anteriores graficas se observa que el número de frecuencias estimadas con porcentaje de error mayor aumenta a medida que el valor de SNR decrece, el pico generado en 100%, se debe a error (mayor que 97%) de la frecuencia estimada o a la omisión en la estimación de la frecuencia.

La Tabla 4.4 presenta el valor de probabilidad de que una frecuencia estimada se encuentre en un rango de porcentaje de error.

SNR	RANGO % DE ERROR EN FRECUENCIA ESTIMADA											
	5%		10%		15%		20%		30%		50%	
	N=32	N=128	N=32	N=128	N=32	N=128	N=32	N=128	N=32	N=128	N=32	N=128
100	56.060	64.336	73.095	69.535	78.547	72.357	82.333	75.078	85.433	82.242	87.773	89.752
20	53.760	58.433	72.156	64.639	77.705	66.873	80.910	69.977	84.191	77.210	87.144	88.160
0	31.332	37.022	53.598	49.473	66.937	56.458	74.325	61.329	80.939	67.292	85.177	76.446
-5	20.965	28.397	38.511	43.032	51.944	52.229	61.205	59.194	71.774	67.126	79.709	75.312
-10	15.139	19.271	28.248	33.118	39.425	43.495	48.885	51.556	62.992	62.429	79.892	74.579
-20	9.797	8.773	18.886	16.849	27.324	24.156	35.056	30.918	48.140	42.158	66.760	58.248

Tabla 4. 4 Probabilidad de estimar una frecuencia dentro de un rango de error.

Se observa que al estimar una frecuencia con el algoritmo con $N = 32$, esta tendrá:

- Del 67% ($SNR = -20dB$) al 88% ($SNR = 100dB$) de presentar un margen de error en el cálculo de la frecuencia estimada menor o igual a (ecuación (4.4)):

$$ERR_{f_{est}} \leq 50\% \quad (4.4)$$

- Del 48% ($SNR = -20dB$) al 85% ($SNR = 100dB$) de presentar un margen de error en el cálculo de la frecuencia estimada menor o igual a (ecuación (4.5)):

$$ERR_{f_{est}} \leq 30\% \quad (4.5)$$

- Del 35%($SNR = -20dB$) al 82%($SNR = 100dB$) de presentar un margen de error en el cálculo de la frecuencia estimada menor o igual a (ecuación (4.6)):

$$ERR_{f_{est}} \leq 20\% \quad (4.6)$$

- Del 27%($SNR = -20dB$) al 78%($SNR = 100dB$) de presentar un margen de error en el cálculo de la frecuencia estimada menor o igual a (ecuación (4.7)):

$$ERR_{f_{est}} \leq 15\% \quad (4.7)$$

- Del 19%($SNR = -20dB$) al 73%($SNR = 100dB$) de presentar un margen de error en el cálculo de la frecuencia estimada menor o igual a (ecuación (4.8)):

$$ERR_{f_{est}} \leq 10\% \quad (4.8)$$

- Del 10%($SNR = -20dB$) al 56%($SNR = 100dB$) de presentar un margen de error en el cálculo de la frecuencia estimada menor o igual a (ecuación (4.9)):

$$ERR_{f_{est}} \leq 5\% \quad (4.9)$$

4.2.2 Prueba de sensado multibanda

Como se establece en la sección 4.1, cada prueba realizada comienza con la generación del escenario (sección 4.1.1), continúa con el sensado y se presenta los resultados de los parámetros (sección 4.1.3).

La tabla 4.5 describe las funciones utilizadas en la prueba.

NOMBRE	DESCRIPCION
GENERASENAL	Genera un grupo de señales (y) del TIPO escogido (AM,FM,SENOIDAL etc.), inmersas en ruido AWGN, con una relación de señal a ruido determinada (SNR), cada señal con una frecuencia de portadora (frecuencias) aleatoria (con distribución uniforme), submuestreadas con una frecuencia fs . Las señales son asignadas a diferentes bandas de forma aleatoria (bandasocupadas). Entradas de tipo numérico TIPO, SNR, N, numSENALES. Salidas de tipo numérico fs , salida de tipo arreglo frecuencias, bandasocupadas. Salida de tipo matriz y
CURVACARACTERISTICA	Retorna un arreglo (sub_media) con los valores de la MMVS del TIPO de señal escogida, SNR y numero de muestras (N) especificado. Entradas de tipo numérico TIPO, SNR, N. salida de tipo arreglo sub_media.
PROCESASENAL	Calcula la matriz de autocorrelación de cada fila de la matriz "y" (señales) mediante el método de covarianza, posteriormente calcula los máximos valores singulares (lambdas). Entrada de tipo numérico N, Entrada de tipo matriz y. Salida de tipo arreglo lambdas
ESTIMAFRECUENCIA	Compara el valor λ con cada valor de la curva característica (sub_media), si puede estimar la frecuencia retorna dicha frecuencia (fcal1) y el valor de 1 por detectar la presencia de señal (sensado), en caso contrario retorna 0. Entradas de tipo numérico λ , fs . Salidas de tipo numérico fcal1, sensado.
PROBABILIDAD_DET	Compara el vector de las bandas ocupadas (bandasocupadas) con el vector resultado del sensado (sensado), y calcula el porcentaje de detección (efectivo). Entrada de tipo arreglo bandasocupadas, sensado. Salida de tipo arreglo efectivo

Tabla 4. 5 Funciones utilizadas en la prueba multibanda.

A continuación se presenta tres ejemplos de escenarios generados durante las pruebas de sensado multibanda:

- Escenario de sensado, ejemplo 1:
Señal (figura 4.8) compuesta por cuatro bandas ocupadas (figura 4.9) por señales de diferentes frecuencias (generadas de forma aleatoria con función de probabilidad uniforme), cada una inmersa en AWGN (figura 4.10). La figura 4.11 muestra el espectro a sensar.

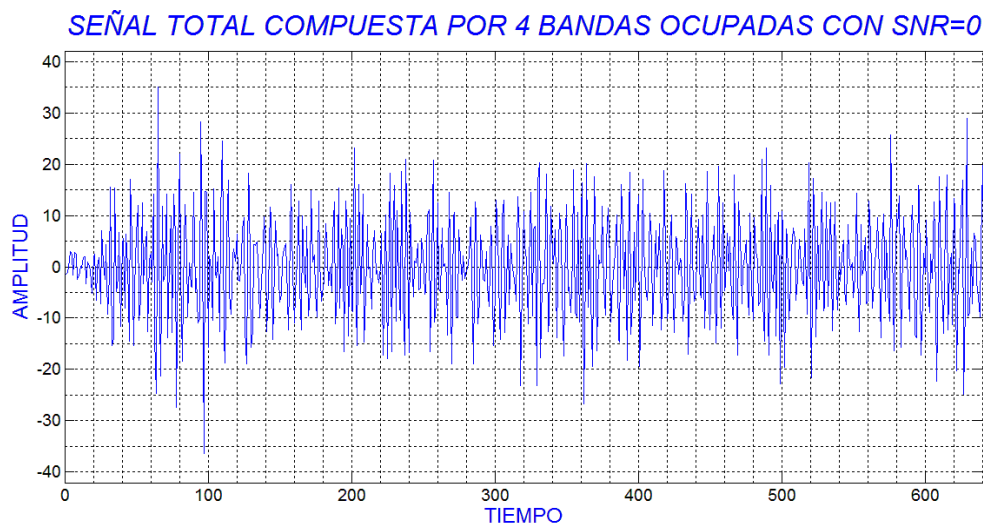


Figura 4. 8 Señal multibanda escenario ejemplo 1.

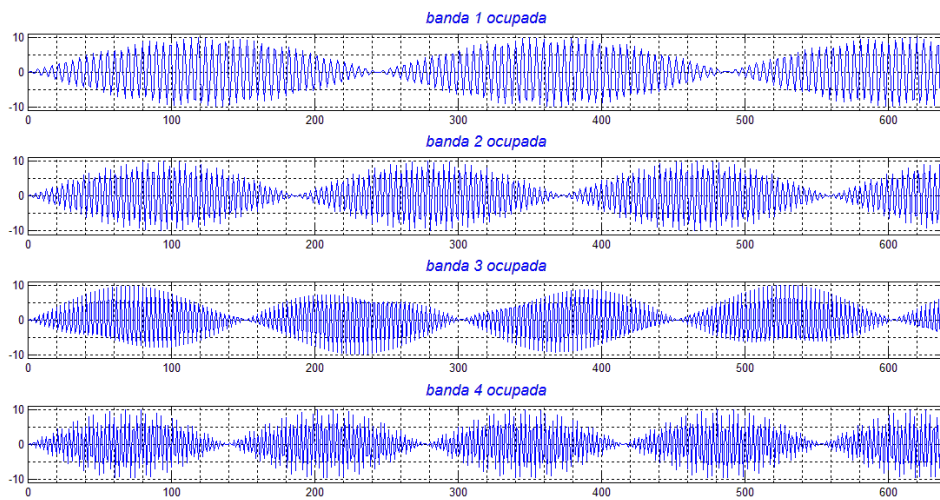


Figura 4. 9 Bandas ocupadas escenario ejemplo 1.

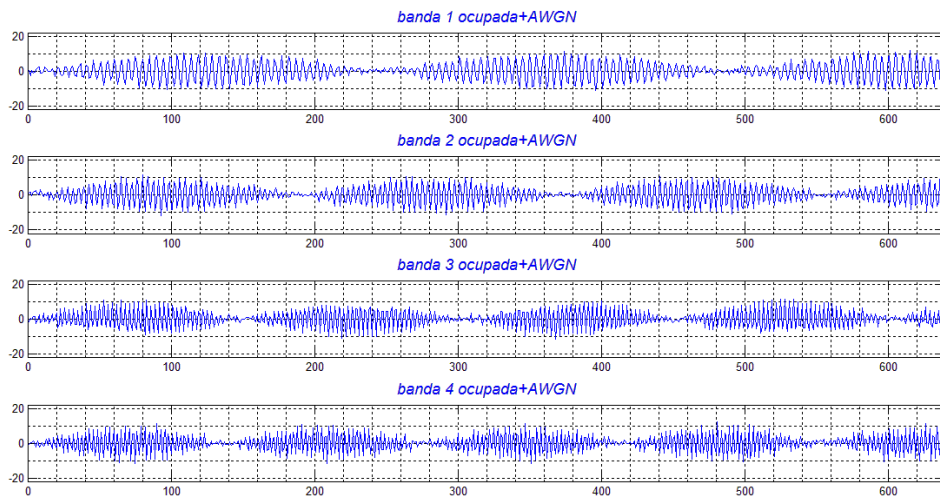


Figura 4. 10 Bandas ocupadas, señales mas AWGN escenario ejemplo 1.

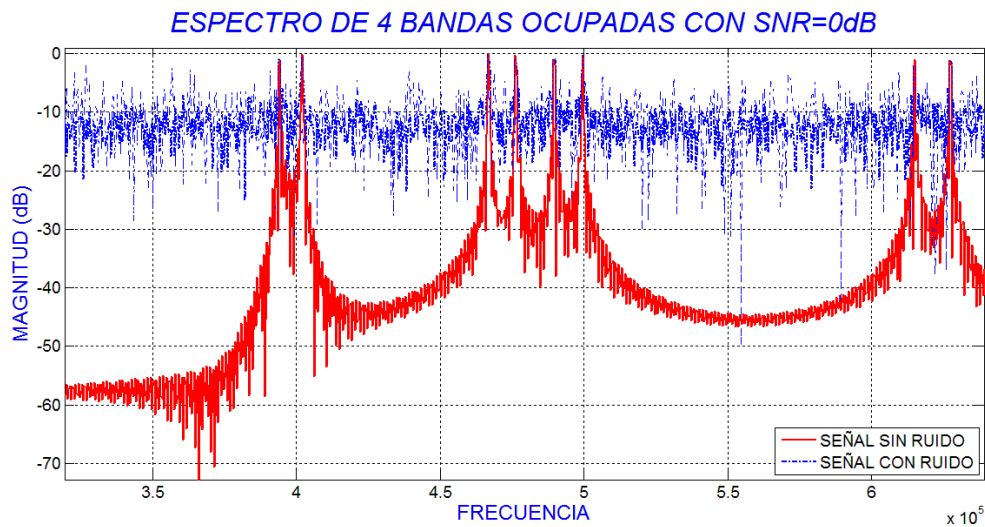


Figura 4. 11 Espectro escenario ejemplo 1.

- Escenario de sensado, ejemplo 2:
Señal (figura 4.12) compuesta por una banda ocupada (figura 4.13) por una señal de frecuencia aleatoria, inmersa en AWGN (figura 4.14). La designación de la banda se realiza de forma aleatoria con función de probabilidad uniforme. La figura 4.15 muestra el espectro a sensar.

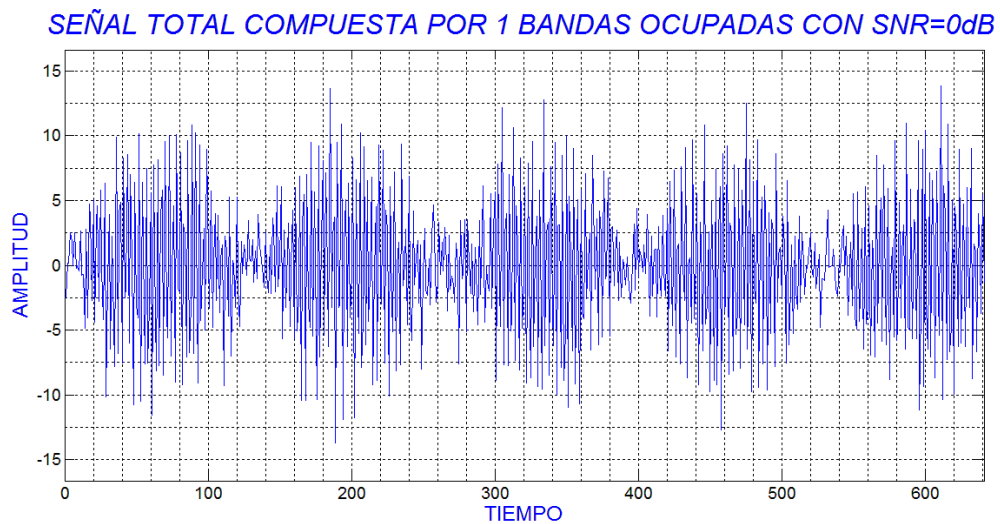


Figura 4. 12 Señal multibanda escenario ejemplo 2.

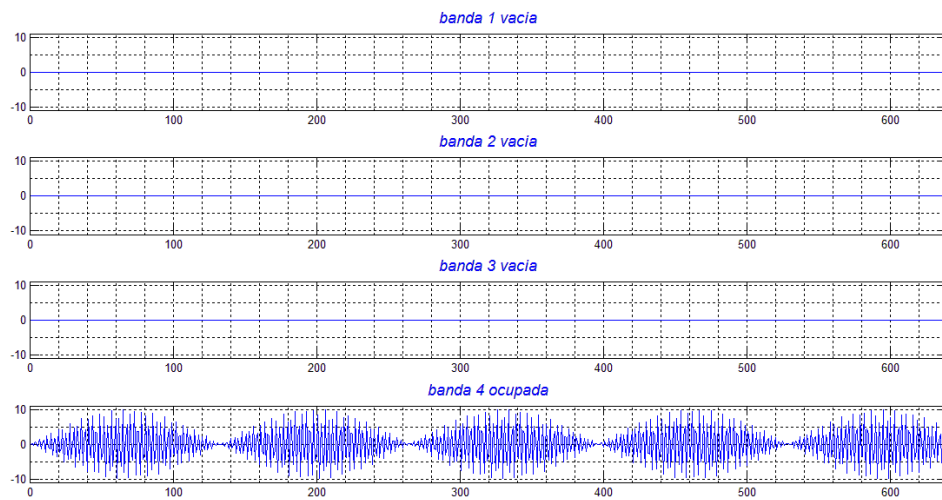


Figura 4. 13 Bandas ocupadas escenario ejemplo 2.

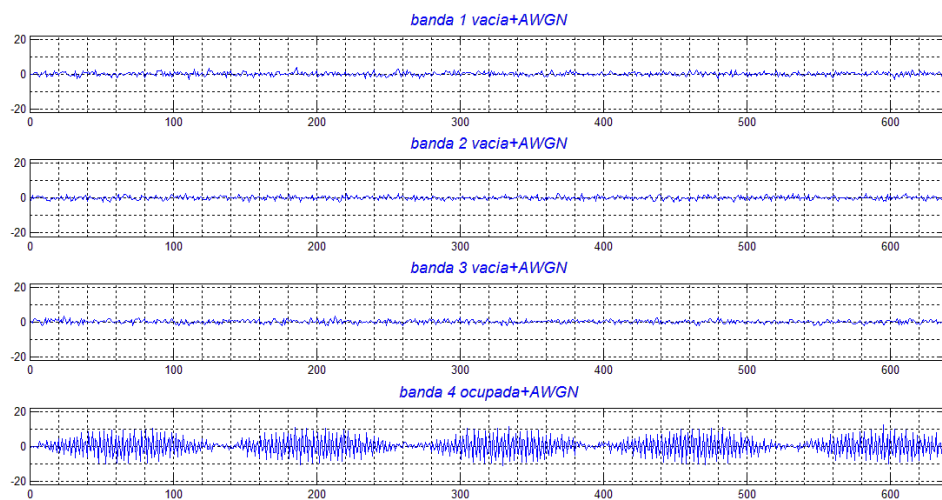


Figura 4. 14 Bandas ocupadas, señales mas AWGN escenario ejemplo 2.

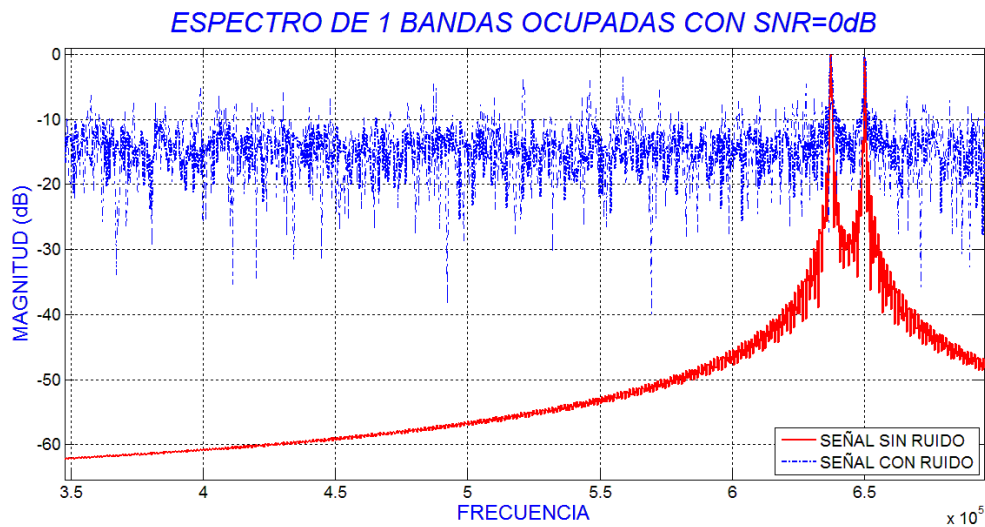


Figura 4. 15 Espectro escenario ejemplo 2.

- Escenario de sensado, ejemplo 3:
Señal (figura 4.16) compuesta por tres bandas ocupadas (figura 4.17) por señales de diferentes frecuencias, cada una inmersa en AWGN (figura 4.18). La designación de las bandas ocupadas se realiza de forma aleatoria con función de probabilidad uniforme. La figura 4.19 muestra el espectro a sensor.

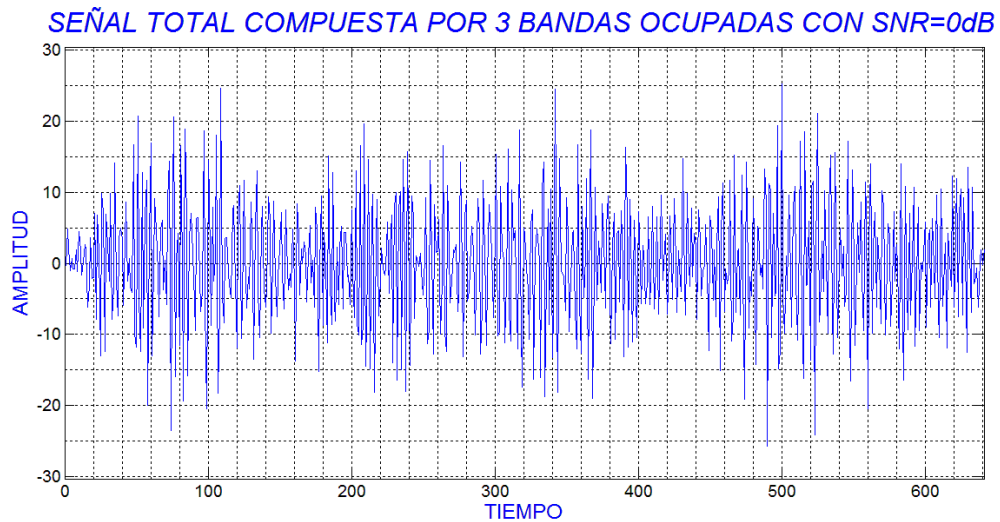


Figura 4. 16 Señal multibanda escenario ejemplo 3.

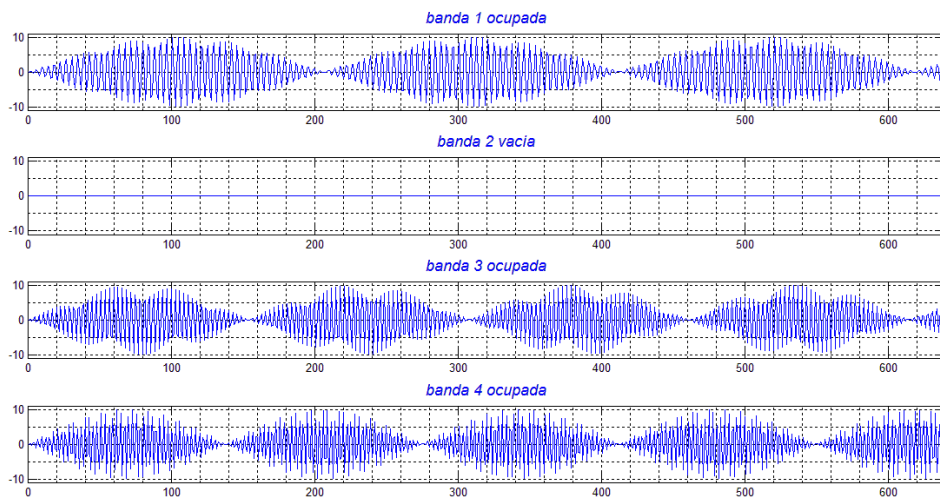


Figura 4. 17 Bandas ocupadas escenario ejemplo 3.

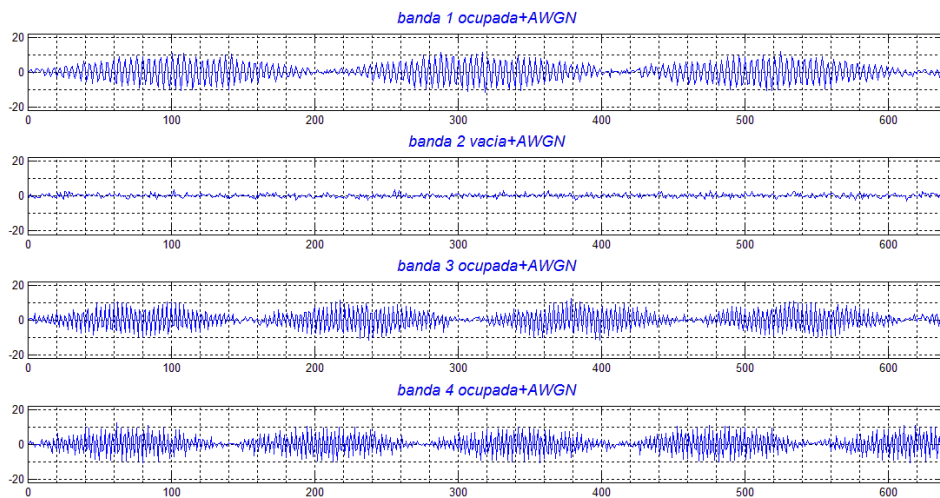


Figura 4. 18 Bandas ocupadas, señales mas AWGN escenario ejemplo 3.

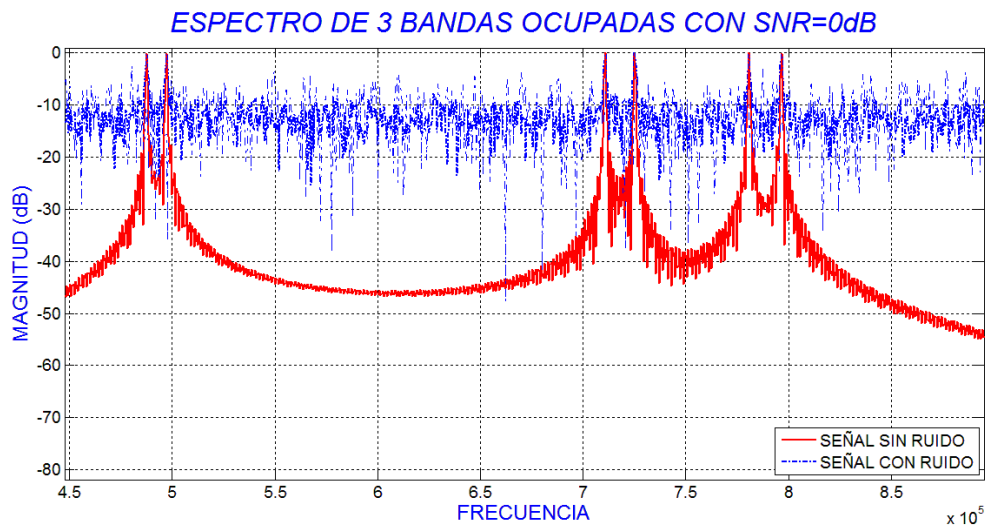


Figura 4. 19 Espectro escenario ejemplo 3.

Los parámetros evaluados en esta prueba son: Probabilidad de detección en sensado total y falsa alarma. Las figuras 4.20 a 4.22 muestran el comportamiento del porcentaje de éxito en el sensado total, para *numero de muestras = 32*, *factor de submuestreo = 2* *numero bandas = 4* y diferentes valores SNR. Se observa que a medida que el valor de SNR disminuye, el número de pruebas exitosas decrece (porcentaje de banda sensada 100).

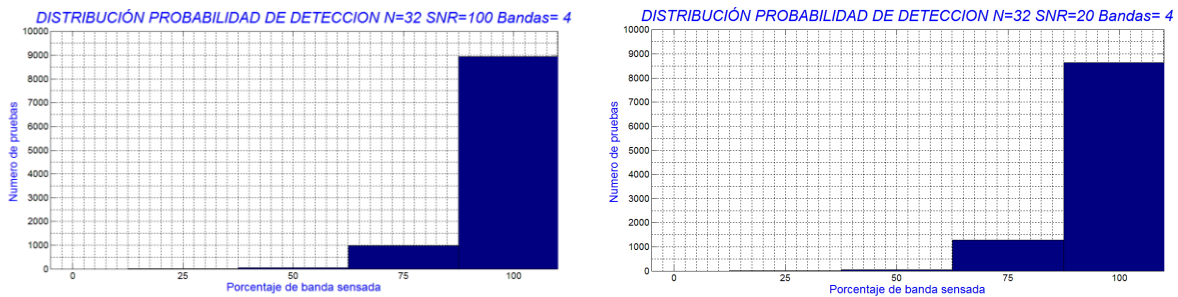


Figura 4. 20 Porcentaje de espectro sensado con éxito, Bandas 4, numero de muestras 32, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).

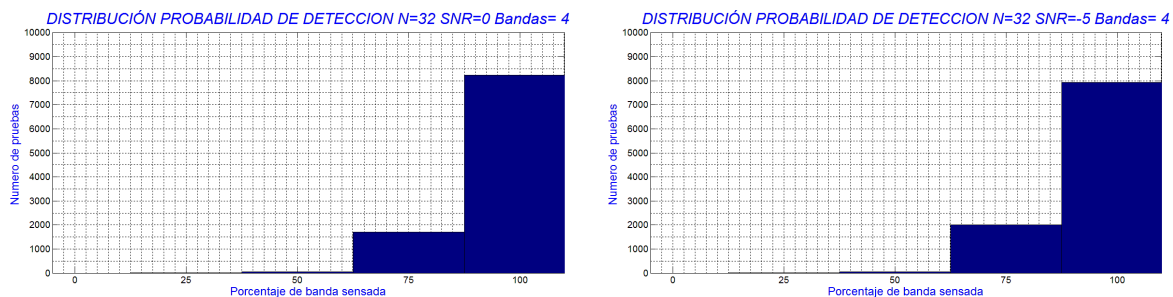


Figura 4. 21 Porcentaje de espectro sensado con éxito, Bandas 4, numero de muestras 32, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).

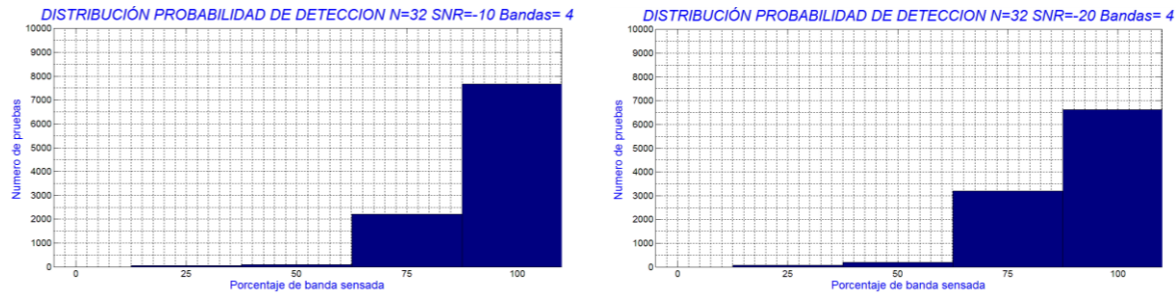


Figura 4. 22 Porcentaje de espectro sensado con éxito, Bandas 4, numero de muestras 32, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).

En la Tabla 4.6 se presentan los resultados relacionados con el parámetro detección y falsa alarma para las pruebas representadas en las figuras 4.20 a 4.22.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	32	89.47	10.53
20		86.46	13.54
0		82.34	17.66
-5		79.35	20.65
-10		76.64	23.36
-20		66.26	33.74

Tabla 4. 6 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (4 bandas) con 32 muestras.

En la Tabla 4.7 se presentan los resultados relacionados con Detección y falsa alarma para pruebas de sensado multibanda (4 bandas) con 128 muestras.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	128	92.03	7.97
20		89.07	10.93
0		85.70	14.30
-5		83.04	16.96
-10		78.67	21.33
-20		69.21	30.79

Tabla 4. 7 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (4 bandas) con 128 muestras.

Las figuras 4.23 a 4.25 muestran el comportamiento del porcentaje de éxito en el sensado total, para $numero\ de\ muestras = 32$, $factor\ de\ submuestreo = 2$, $numero\ bandas = 8$ y diferentes valores SNR.

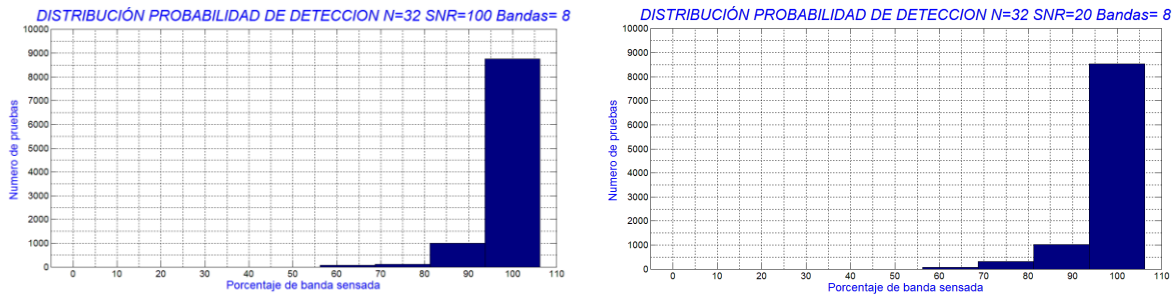


Figura 4. 23 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 32, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).

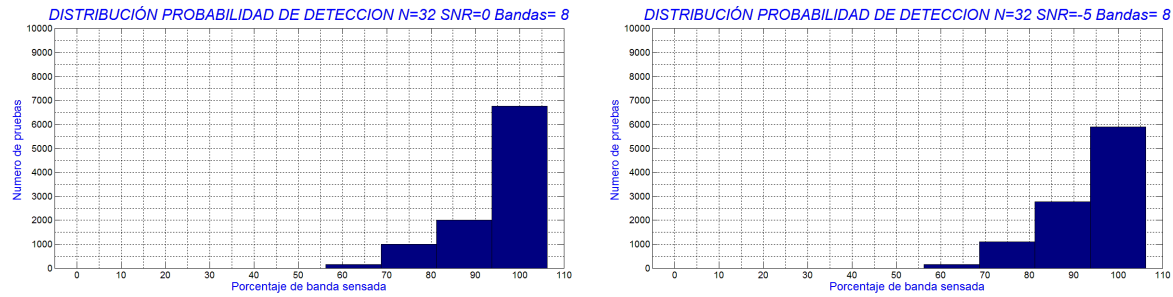


Figura 4. 24 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 32, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).

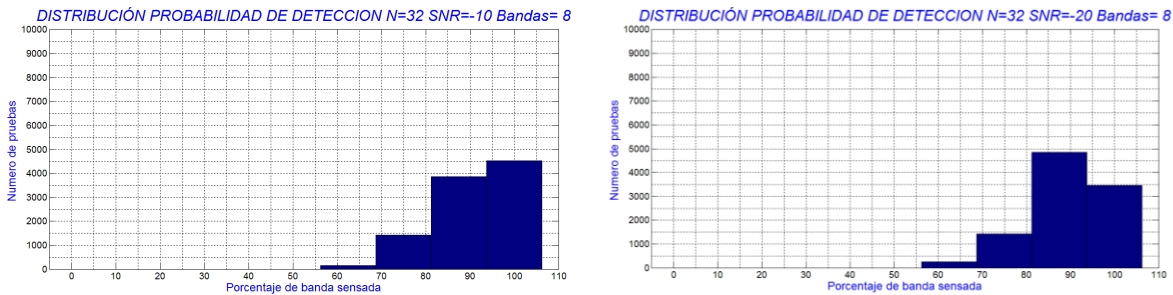


Figura 4. 25 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 32, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).

En la Tabla 4.8 se presentan los resultados de detección y falsa alarma para las pruebas representadas en las figuras 4.23 a 4.25.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	32	87.64	12.36
20		85.48	14.52
0		67.64	32.36
-5		59.07	40.93
-10		45.21	54.79
-20		34.52	65.48

Tabla 4. 8 Detección y falsa alarma prueba sentido multibanda (8 bandas) con 32 muestras.

La tabla 4.9 presenta los resultados relacionados con el parámetro de detección y falsa alarma para pruebas de sensado multibanda (8 bandas) con 128 muestras.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	128	90.28	9.72
20		88.35	11.65
0		70.30	29.70
-5		62.32	37.68
-10		47.97	52.03
-20		38.34	61.66

Tabla 4. 9 Detección y falsa alarma prueba sensado multibanda (8 bandas) con 128 muestras.

Las figuras 4.26 a 4.28 muestran el comportamiento del porcentaje de éxito en el sensado total, para $\text{numero de muestras} = 32$, $\text{factor de submuestreo} = 2$, $\text{numero bandas} = 16$ y diferentes valores SNR.

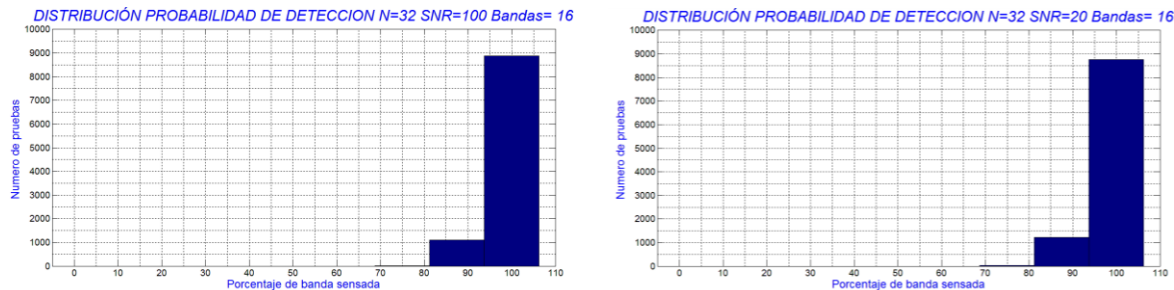


Figura 4. 26 Porcentaje de espectro sensado con éxito, Bandas 16, numero de muestras 32, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).

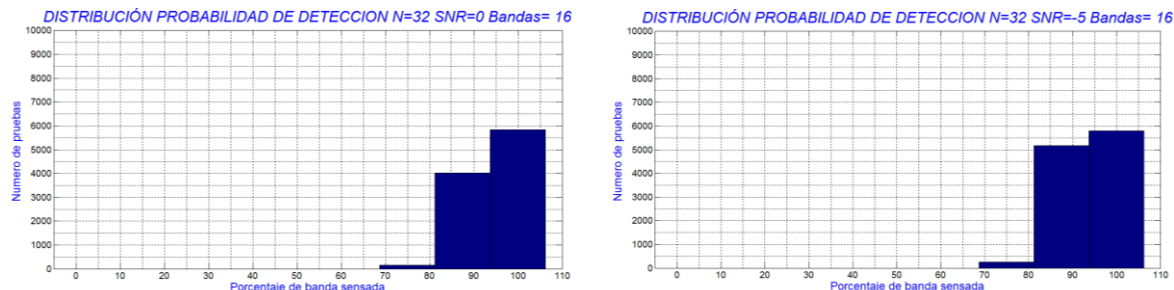


Figura 4. 27 Porcentaje de espectro sensado con éxito, Bandas 16, numero de muestras 32, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).

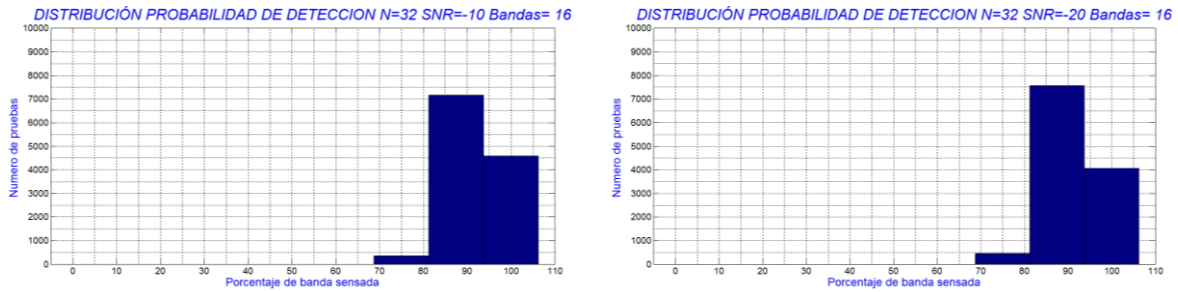


Figura 4. 28 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 32, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).

En la Tabla 4.10 se presentan los resultados relacionados con el parámetro Detección y falsa alarma para las pruebas representadas en las figuras 4.26 a 4.28.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	32	88.83	11.17
20		87.55	12.45
0		58.31	41.69
-5		58.03	41.97
-10		45.86	54.14
-20		40.65	59.35

Tabla 4. 10 Detección y falsa alarma prueba sentido multibanda (16 bandas) con 32 muestras.

En la Tablas 4.11 se presenta de detección y falsa alarma para pruebas de sentido multibanda (16 bandas) con 128 muestras.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	128	88.78	11.22
20		87.12	12.88
0		68.28	31.72
-5		59.67	40.33
-10		45.39	54.61
-20		25.54	74.46

Tabla 4. 11 Detección y falsa alarma prueba sentido multibanda (16 bandas) con 128 muestras.

Las figuras 4.29 a 4.31 presentan el comportamiento del algoritmo respecto al parámetro de detección para las diversas pruebas realizadas.

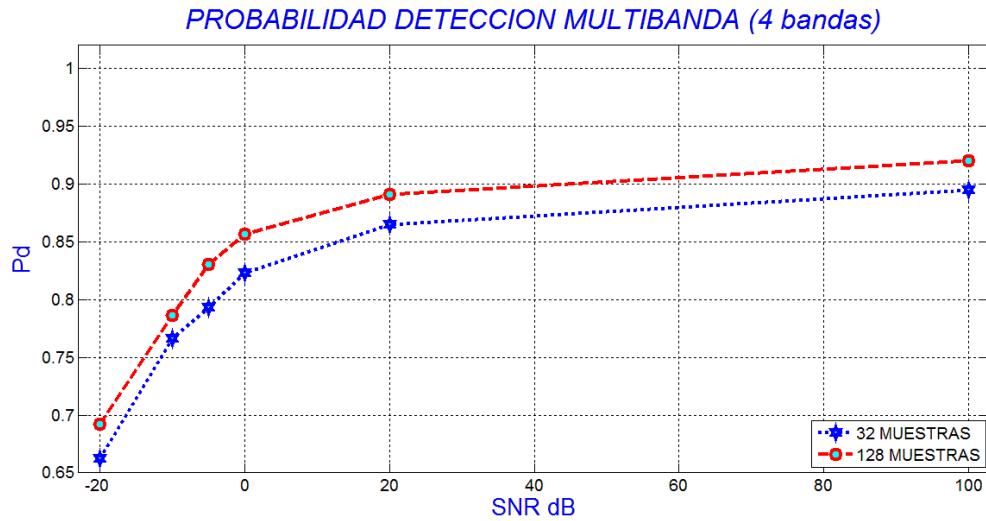


Figura 4. 29 Comportamiento probabilidad de detección en sensado multibanda (4 bandas).

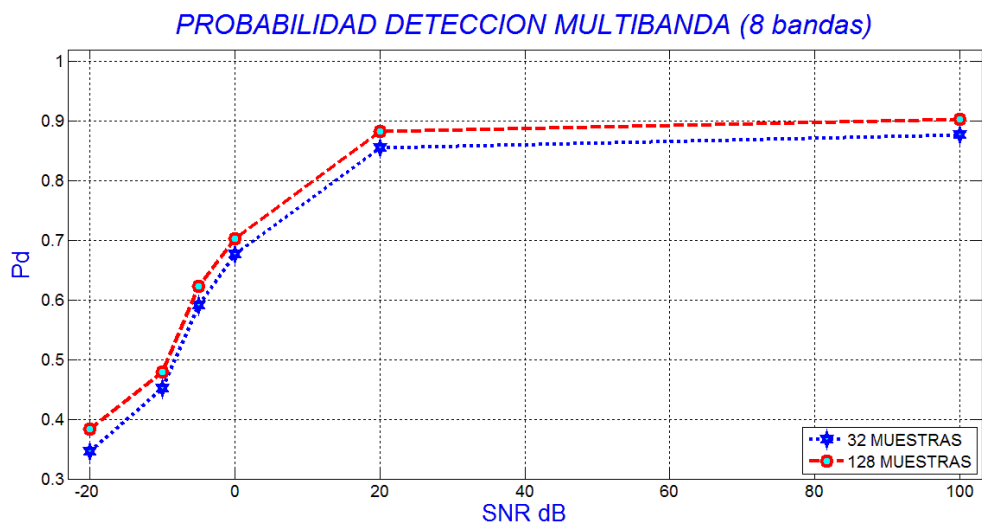


Figura 4. 30 Comportamiento probabilidad de detección en sensado multibanda (8 bandas).

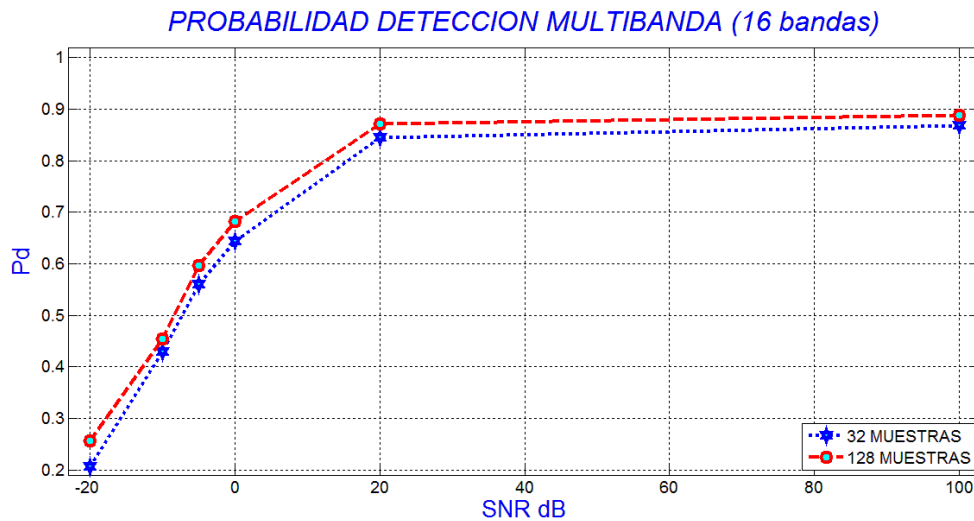


Figura 4. 31 Comportamiento probabilidad de detección en sensado multibanda (16 bandas).

Se observa que la probabilidad de detección decrece a medida que aumenta el número de bandas, sin embargo el algoritmo, para diferentes valores de bandas, supera el 50% de detección para el rango de valores de SNR definido por la ecuación (4.10).

$$SNR \geq -5dB \quad (4.10)$$

4.2.3 Prueba de sensado de espectro de banda ancha.

La tabla 4.12 describe las funciones utilizadas en la prueba.

NOMBRE	DESCRIPCION
SENALBANDAANCHA	Genera una señal 64QAM con una tasa de símbolos de 2Mbaudios, con un rolloff de 0.4. Los símbolos a transmitir se generan de forma aleatoria. la frecuencia de portadora es fc . Entradas de tipo numérico Ts,fc . Salida de tipo arreglo x
GENERASENAL	Genera un grupo de señales (y) con modulación 64QAM (a través de la función SENALBANDAANCHA), inmersas en ruido AWGN, con una relación de señal a ruido determinada (SNR), cada señal con una frecuencia de portadora (frecuencias) aleatoria (con distribución uniforme), submuestreadas con una frecuencia fs . Las señales son asignadas a diferentes bandas de forma aleatoria (bandasocupadas). Entradas de tipo numérico SNR, N . Salidas de tipo numérico fs , salida de tipo arreglo frecuencias, bandasocupadas . Salida de tipo matriz y
CURVACARACTERISTICA	Retorna un arreglo (sub_media) con los valores de la MMVS de señal escogida, SNR y numero de muestras (N) especificado. Entradas de tipo numérico TIPO, SNR, N . salida de tipo arreglo sub_media .
PROCESASENAL	Calcula la matriz de autocorrelación de cada fila de la matriz " y " (señales) mediante el método de covarianza, posteriormente calcula los máximos valores singulares (lambdas). Entrada de tipo numérico N , Entrada de tipo matriz y , Salida de tipo arreglo lambdas
ESTIMAFRECUENCIA	Compara el valor λ con cada valor de la curva característica (sub_media), si puede estimar la frecuencia retorna dicha frecuencia (fc11) y el valor de 1 por detectar la presencia de señal (sensado), en caso contrario retorna 0. Entradas de tipo numérico λ , fs . Salidas de tipo numérico fc11, sensado .
PROBABILIDAD_DET	Compara el vector de las bandas ocupadas (bandasocupadas) con el vector resultado del sensado (sensado), y calcula el porcentaje de detección (efectivo). Entrada de tipo arreglo bandasocupadas, sensado . Salida de tipo arreglo efectivo

Tabla 4. 12 Funciones utilizadas en la prueba banda ancha.

De forma similar a la sección 4.2.2, se presenta tres ejemplos de escenarios generados durante las pruebas de sensado de banda ancha:

- Escenario de sensado, ejemplo 1:
Espectro compuesto por cuatro bandas ocupadas (figura 4.32) por señales de banda ancha (modulación 64 *qam*), cada una inmersa en AWGN ($SNR = 0db$).

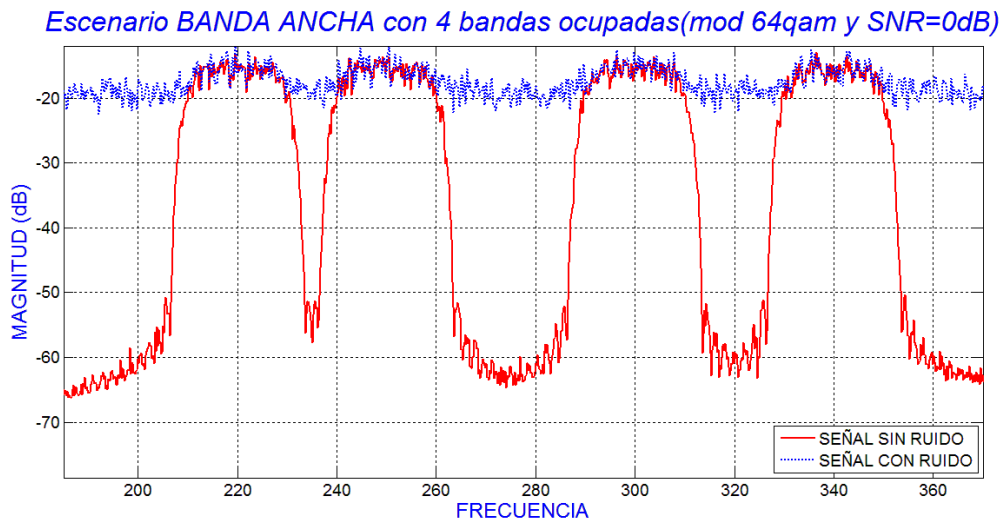


Figura 4. 32 Espectro escenario ejemplo 1.

- Escenario de sensado, ejemplo 2:
Espectro compuesto por cuatro bandas, tres de ellas ocupadas (figura 4.33) por señales de banda ancha (modulación 64 *qam*), cada una inmersa en AWGN ($SNR = 0db$). La designación de las bandas ocupadas se realiza de forma aleatoria con función de probabilidad uniforme

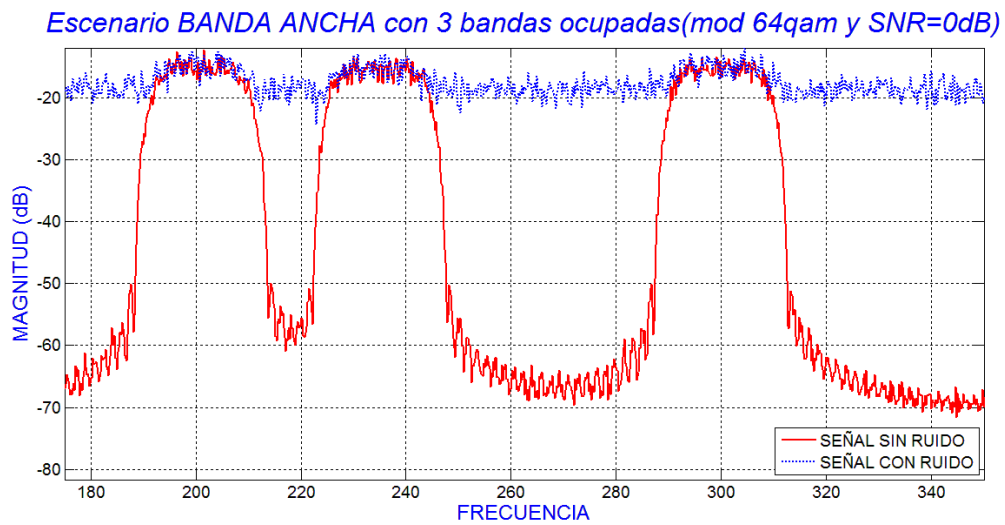


Figura 4. 33 Espectro escenario ejemplo 2.

- Escenario de sensado, ejemplo 3:
Espectro compuesto por cuatro bandas, dos de ellas ocupadas (figura 4.34) por señales de banda ancha (modulación 64 qam), cada una inmersa en AWGN ($SNR = 0db$). La designación de las bandas ocupadas se realiza de forma aleatoria con función de probabilidad uniforme.

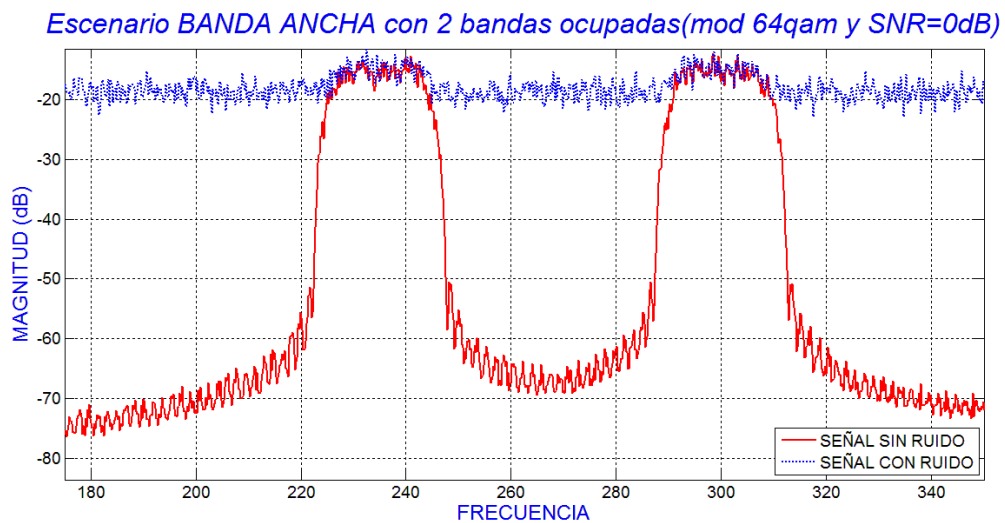


Figura 4. 34 Espectro escenario ejemplo 3.

Los parámetros evaluados en esta prueba son: Probabilidad de detección y falsa alarma. Las figuras 4.35 a 4.37 muestran el comportamiento del porcentaje de éxito en el sensado total, para $\text{numero de muestras} = 256$, $\text{factor de submuestreo} = 2$ $\text{numero bandas} = 4$ y diferentes valores SNR.

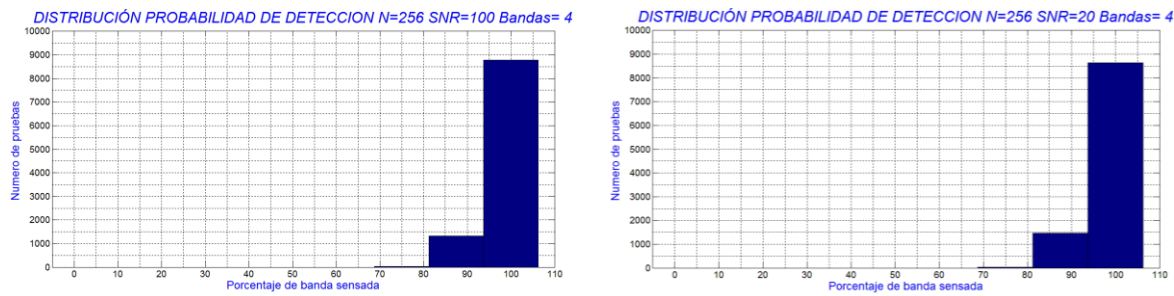


Figura 4. 35 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 256, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).

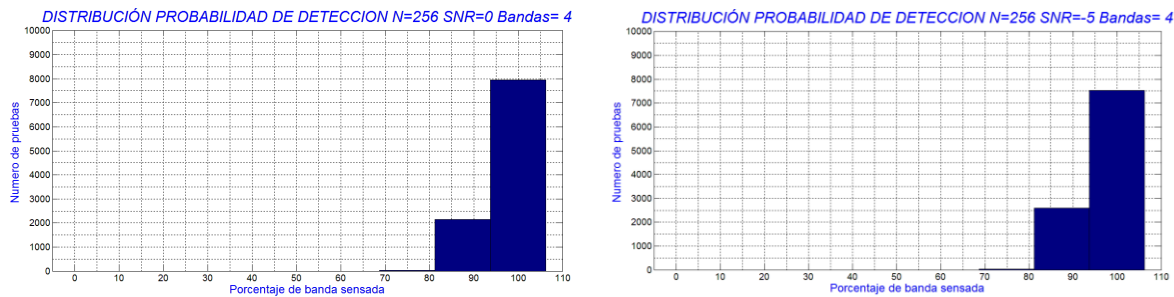


Figura 4. 36 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 256, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).

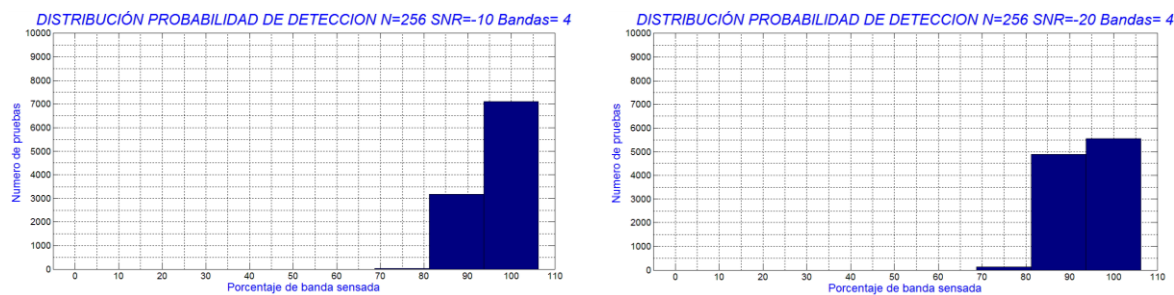


Figura 4. 37 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 4, numero de muestras 256, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).

En la Tabla 4.13 se presentan los resultados relacionados con los parámetro de detección y falsa alarma para las pruebas representadas en las figuras 4.35 a 4.37.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	256	87.75	12.25
20		86.30	13.70
0		79.62	20.38
-5		75.38	24.62
-10		71.10	28.90
-20		55.55	44.45

Tabla 4. 13 Detección y omisión prueba sentido multibanda (4 bandas) con 256 muestras banda ancha.

Las figuras 4.38 a 4.40 muestran el comportamiento del porcentaje de éxito en el sentido total, para $\text{numero de muestras} = 256$, $\text{factor de submuestreo} = 2$ $\text{numero bandas} = 8$ y diferentes valores SNR.

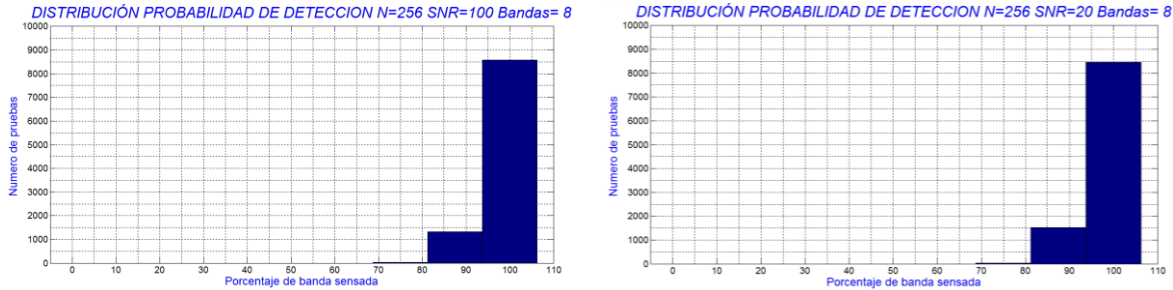


Figura 4. 38 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 256, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).

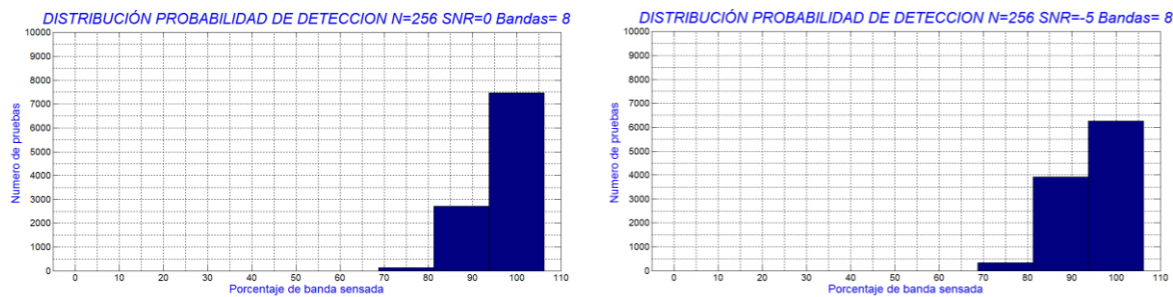


Figura 4. 39 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 256, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).

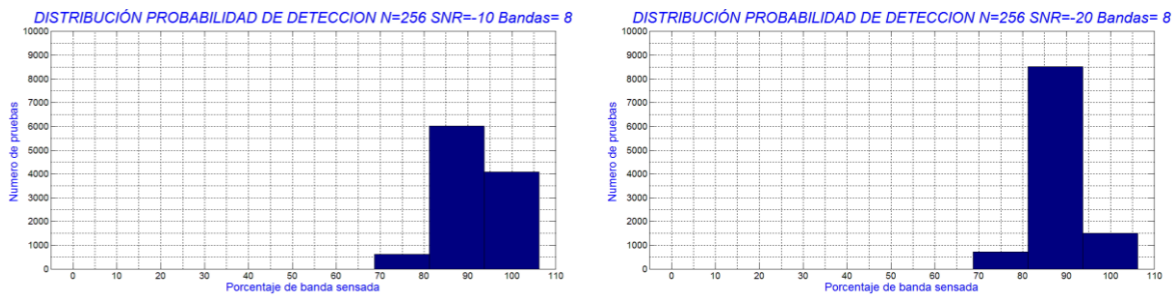


Figura 4. 40 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 8, numero de muestras 256, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).

En la Tabla 4.14 se presenta los resultados relacionados con el parámetro de detección y falsa alarma para las pruebas 8 representadas en las figuras 4.34 a 4.36.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	256	85.76	14.24
20		84.62	15.38
0		74.72	25.28
-5		62.50	37.50
-10		40.83	59.17
-20		15.01	84.99

Tabla 4. 14 Detección y omisión prueba sentido BANDA ANCHA (8 bandas) con 256 muestras.

Las figuras 4.41 a 4.43 muestran el comportamiento del porcentaje de éxito en el sentido total, para *numero de muestras* = 256, *factor de submuestreo* = 2 *numero bandas* = 16 y diferentes valores SNR.

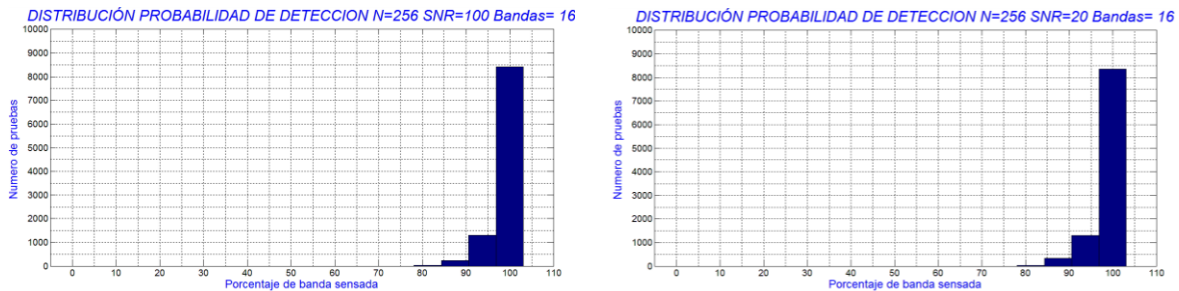


Figura 4. 41 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 256, $SNR = 100dB$ (izquierda) y $SNR = 20dB$ (derecha).

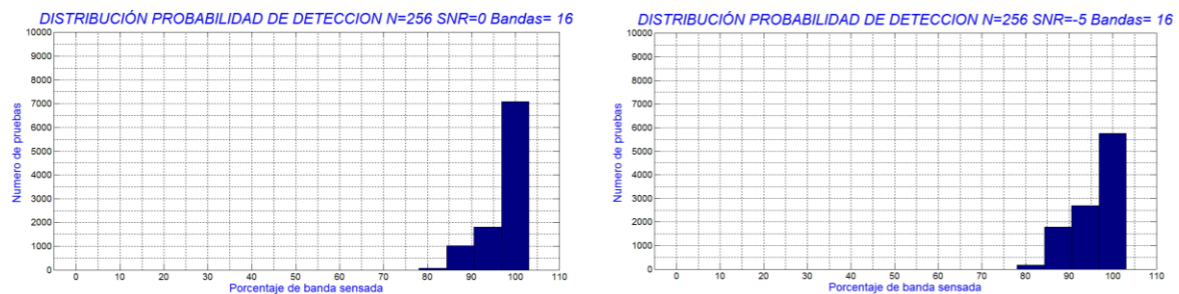


Figura 4. 42 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 256, $SNR = 0dB$ (izquierda) y $SNR = -5dB$ (derecha).

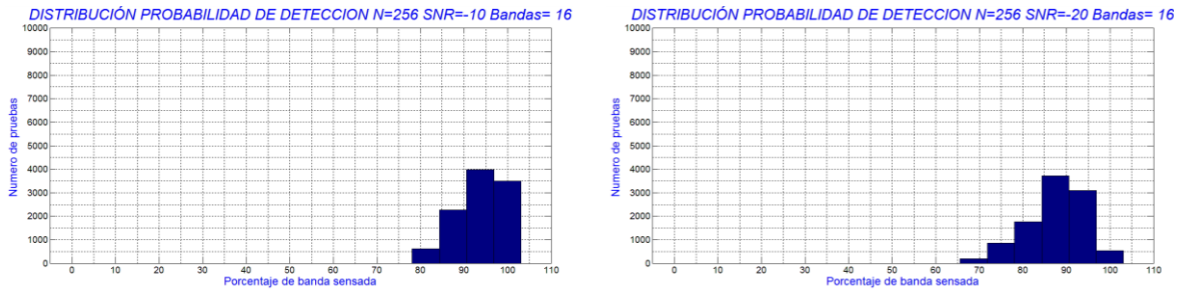


Figura 4. 43 Porcentaje de espectro sentido con éxito, Bandas 16, numero de muestras 256, $SNR = -10dB$ (izquierda) y $SNR = -20dB$ (derecha).

La tabla 4.15 muestra los resultados de detección y falsa alarma para las pruebas representadas en las figuras 4.41 a 4.43.

SNR(dB)	MUESTRAS	DETECCIÓN (%)	FALSA ALARMA (%)
100	256	84.23	15.77
20		83.48	16.52
0		70.86	29.14
-5		57.54	42.46
-10		35.05	64.95
-20		5.38	94.62

Tabla 4. 15 Detección y omisión prueba sentido BANDA ANCHA (16 bandas) con 256 muestras.

La figura 4.44 presenta el comportamiento del algoritmo respecto al parámetro de detección para las diversas pruebas realizadas.

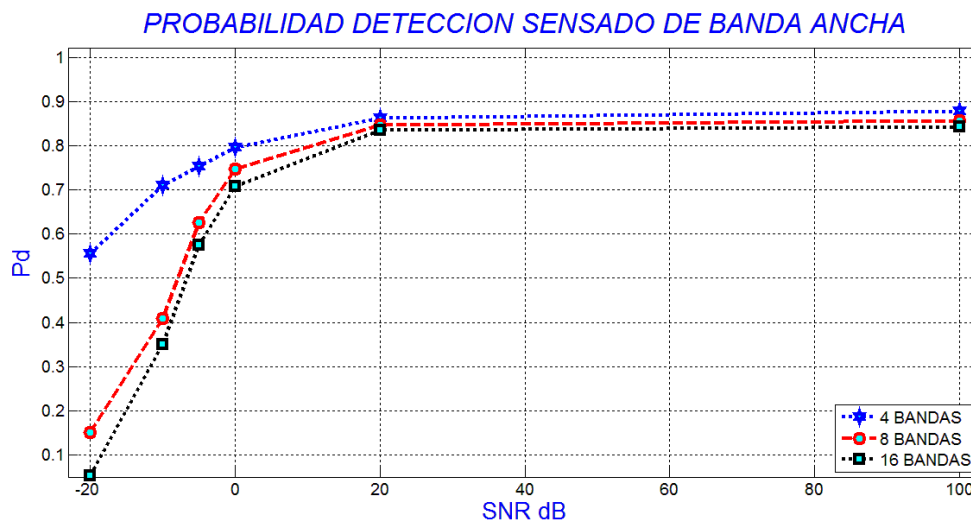


Figura 4. 44 Comportamiento probabilidad de detección en sentido banda ancha (diversas bandas).

Para comprender el rendimiento del algoritmo, se realiza una comparación de las diversas pruebas con el comportamiento de dos detectores de energía, uno clásico (Annamalai, 2012) y otro propuesto en (Haque, *et al.*, 2014) y un detector de características cicloestacionarias propuesto en (Shrestha, 2016), dicha comparación se representa en la figura 4.45

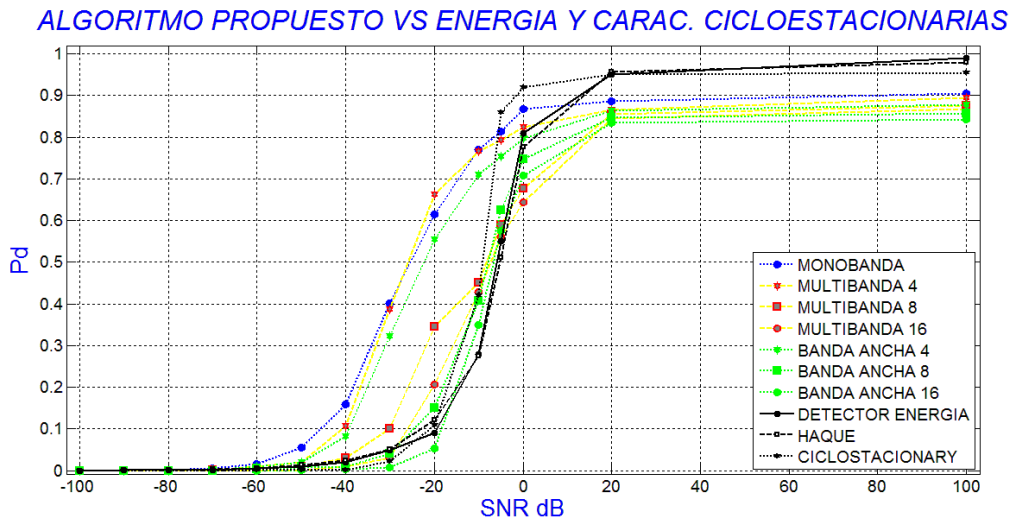


Figura 4. 45 Algoritmo propuesto vs energía y características cicloestacionarias.

Se observa que el algoritmo propuesto presenta mejor comportamiento que el detector de energía (clásico y propuesto en (Haque, *et al.*, 2014) para los valores de SNR de la ecuación (4.10)

$$SNR \leq -5dB \quad (4.10)$$

En comparación con el detector de características cicloestacionarias (Murty y Shrestha, 2016), el rendimiento del algoritmo propuesto (caso monobanda y multibanda) es superior para valores de SNR de la ecuación (4.11).

$$SNR \leq -10dB \quad (4.11)$$

Los resultados de las pruebas de sensado de banda ancha superan el rendimiento del detector de características cicloestacionarias a partir de valores de SNR presentados en la ecuación (4.12)

$$SNR \leq -20dB \quad (4.11)$$

Aunque para valores de SNR de la ecuación (4.12) el algoritmo propuesto presenta menor probabilidad de detección que los detectores con los cuales es

comparado, se considera que presenta un buen rendimiento, teniendo en cuenta el menor número de muestras que necesita en comparación con los otros detectores, por ejemplo, el detector de características cicloestacionarias necesita 4096 muestras para obtener los resultados presentes en la figura 4.45. La figura 4.46 presenta la relación entre la $P_d/\text{Numero Muestras}$ para el algoritmo propuesto en el caso de banda ancha con 16 bandas (menor rendimiento) y los detectores de energía y de características cicloestacionarias.

$$SNR \geq 0dB \quad (4.12)$$

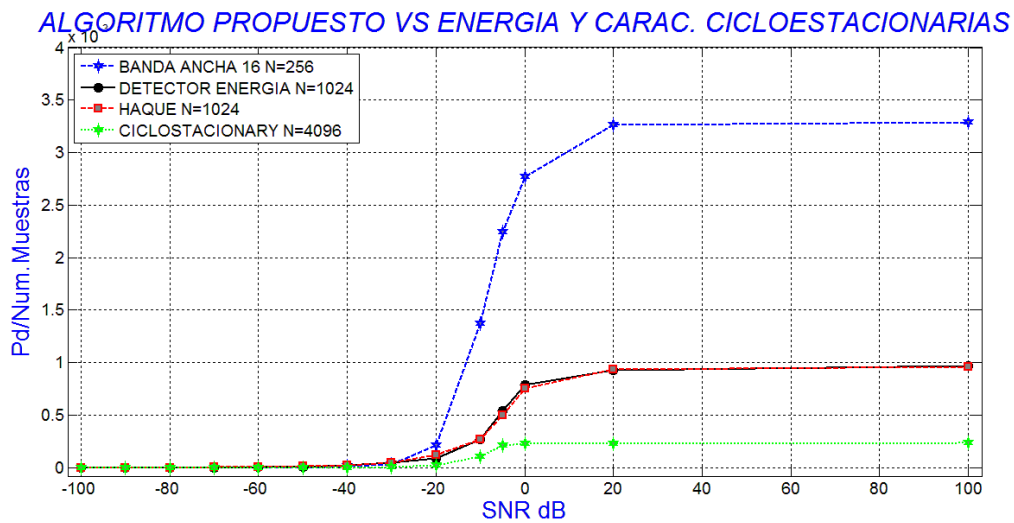


Figura 4. 46 Relación de $P_d/\text{Numero Muestras}$ en algoritmo propuesto vs energía y características cicloestacionarias.

4.3 Ejemplo de sensado de espectro de banda ancha

Se presentan tres señales con modulación 64 QAM, el ancho de banda de cada señal es de 20 Mhz., para determinar el espectro libre se realiza un sensado de banda ancha con una frecuencia de muestreo de (ecuación (4.12)):

$$f_s = 110 \text{ Mhz} \quad (4.12)$$

El nivel de ruido, las frecuencias de portadoras y las condiciones que establecen que el sensado es sub-Nyquist, se presentan en la tabla 4.28

Frecuencia portadora	Ancho de banda individual	Ancho de banda total	SNR	Condición sub-Nyquist
190 MHz	20 MHz	60 MHz	0dB	$f_s < 2B_{WT}$
240 MHz	20 MHz			
280 MHz	20 MHz			

Tabla 4. 16 Datos del ejemplo de sensado de banda ancha.

En la figura 4.46 se presenta el espectro generado por las tres señales.

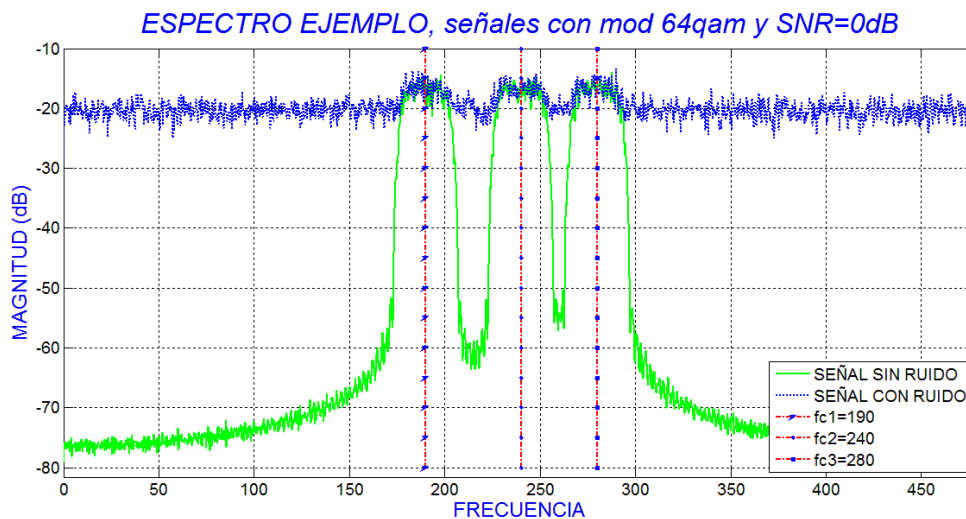


Figura 4. 47 Espectro escenario ejemplo analizado.

Primero se realiza el proceso de asignación de bandas (sección 3.2.2, ecuación (3.4)) con un $\alpha = 2$, obteniendo (ecuación (4.13))

$$n_b = 2^\alpha = 4 \quad (4.13)$$

El espectro a sensar se dividirá en cuatro bandas cada una con un ancho de banda (sección 3.2, ecuación (3.5)) presentado en la ecuación (4.14):

$$B_b = 27.5 \text{ Mhz} \quad (4.14)$$

El sensado pretende determinar cuál de las bandas definidas en las ecuaciones (4.15) están ocupadas.

$$n_{b_1} = [180, 207.5] \text{ Mhz} \quad (4.15a)$$

$$n_{b_2} = [207.5, 235] \text{ Mhz} \quad (4.15b)$$

$$n_{b_3} = [235, 262.5] \text{ Mhz} \quad (4.15c)$$

$$n_{b_4} = [262.5, 290] \text{ Mhz} \quad (4.15d)$$

En la figura 4.47 se presenta en detalle la sección espectral sometida al sensado, dividida en cuatro bandas. Al aplicar el algoritmo de sensado, el resultado es (ecuación (4.16)):

$$[1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (4.16)$$

El vector de la ecuación (4.16) ofrece la siguiente información:

- Se encuentra ocupada la n_{b_1} , es decir, el espectro comprendido entre los 180 y 207.5 MHz
- Se encuentra ocupada la n_{b_2} , es decir, el espectro comprendido entre los 207.5 y 235 MHz
- Se encuentra ocupada la n_{b_3} , es decir, el espectro comprendido entre los 235 y 262.5 MHz
- Se encuentra ocupada la n_{b_4} , es decir, el espectro comprendido entre los 262.5 y 290 MHz
- El ancho de banda total ocupado es de 110 MHz.

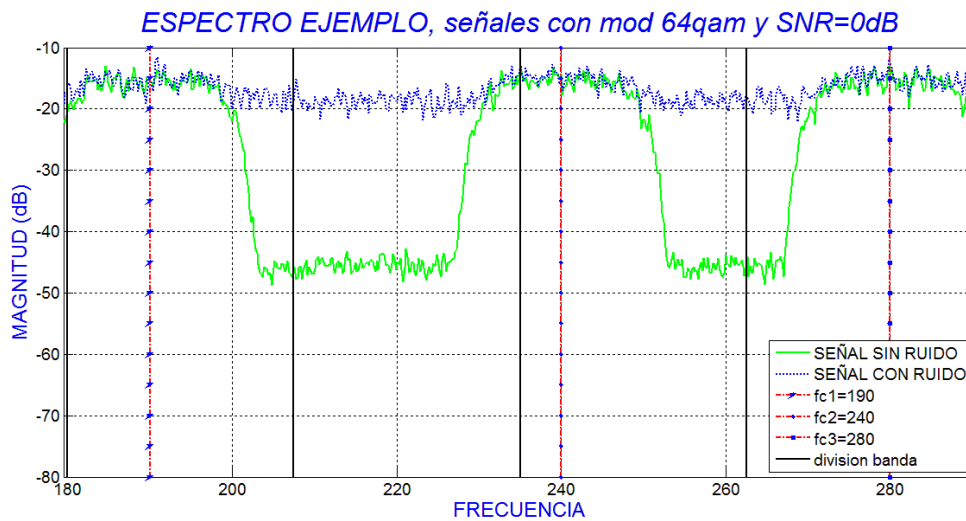


Figura 4. 48 Detalle espectro analizado cuatro bandas.

Sin embargo, se observa que el ancho de banda ocupado por las tres señales es igual a 60 Mhz, como también, que entre las tres señales existen bandas libres. Para obtener una información más detallada de las bandas libres, se aplica el algoritmo con una asignación de bandas con $\alpha = 3$, obteniendo (ecuación (4.17))

$$n_b = 2^\alpha = 8 \quad (4.17)$$

La tabla 4.29 presenta los intervalos de frecuencias de cada banda.

BANDAS							
n_{b_1}	n_{b_2}	n_{b_3}	n_{b_4}	n_{b_5}	n_{b_6}	n_{b_7}	n_{b_8}
180-193.75	193.75-207.5	207.5-221.25	221.25-235	235-248.75	248.75-262.5	262.5-276.25	276.25-290

Tabla 4. 17 Definición de 8 bandas asignadas.

La figura 4.48 presenta en detalle la reasignación de bandas, al espectro sensado.

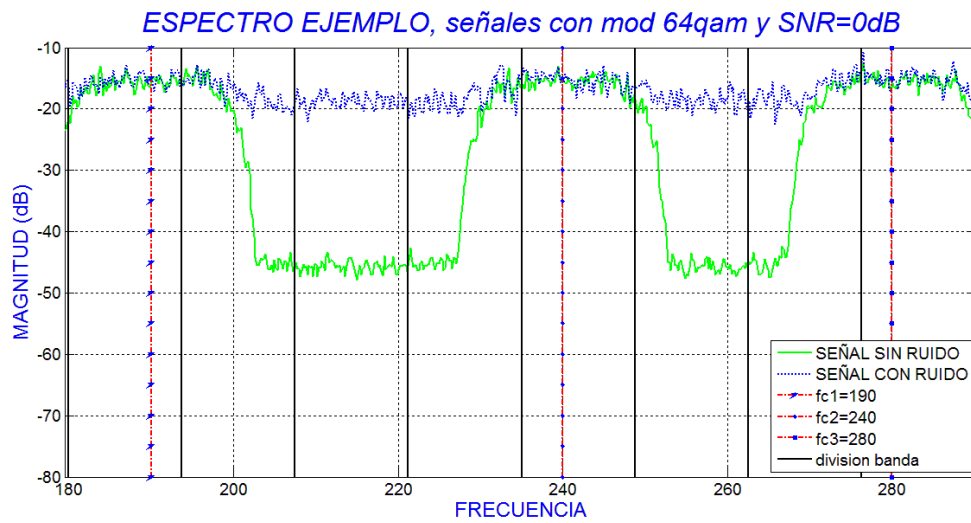


Figura 4. 49 Detalle espectro analizado 8 bandas.

Al aplicar el algoritmo de sensado, el resultado es (ecuación (4.18)):

$$[1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1] \quad (4.18)$$

El vector de la ecuación (4.22) ofrece la siguiente información:

- Existe un hueco espectral de 13.75 MHz en la banda n_{b_3}
- No detecta el hueco espectral entre las bandas n_{b_6} y n_{b_7}

Para obtener una información más detallada de las bandas libres, se aplica nuevamente el algoritmo con una asignación de bandas con $\alpha = 4$, obteniendo (ecuación (4.19))

$$n_b = 2^\alpha = 16 \quad (4.19)$$

cada sub-banda tendrá un ancho de banda igual a (ecuación 4.20):

$$B_b = 6.875 \text{ Mhz} \quad (4.20)$$

La figura 4.49 presenta en detalle la reasignación de bandas, al espectro sensado.

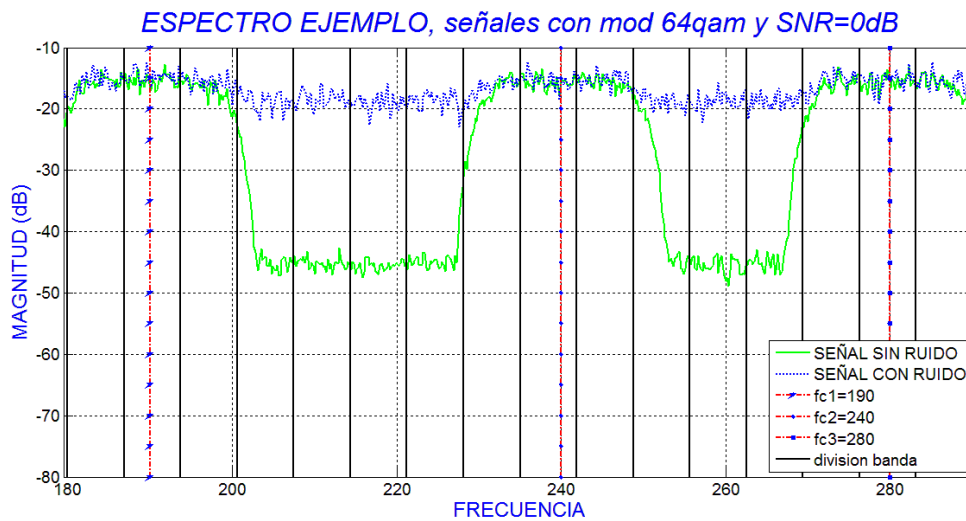


Figura 4. 50 Detalle espectro analizado 16 bandas.

El resultado es (ecuación (4.21):

$$[1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0] \quad (4.21)$$

El vector de la ecuación (4.22) ofrece la siguiente información:

- se presenta 27.5 Mhz de ancho de banda libre entre las señales con frecuencia de portadora 190 MHz y 240 Mhz, esto se debe a que el vector de resultado presenta ceros en las posiciones 4 a 7, lo que corresponde a las sub-bandas bandas n_{b_4} a n_{b_7} .
- Se detecta un hueco espectral de 13.25 MHz entre la banda $n_{b_{11}}$ y $n_{b_{14}}$
- Presenta omisión de detección en el sensado de las bandas $n_{b_{16}}$ indicando que esta se encuentra libre, cuando en la realidad está ocupada.

Capítulo 5

Conclusiones y Recomendaciones

En este capítulo, se dan a conocer las conclusiones relacionadas con el desarrollo del proyecto de investigación, teniendo presentes los aspectos más relevantes que dieron cumplimiento a los objetivos propuestos.

5.1 Conclusiones

- El porcentaje de error en la frecuencia estimada, se encuentra dentro de parámetros aceptables, teniendo en cuenta el submuestreo realizado, y el número de muestras de la señal adquirida. Para disminuir dichos porcentajes, se requieren mayor número de muestras de la señal, es decir, extender el tiempo de adquisición de la señal sin necesidad de modificar las frecuencias de submuestreo.
- En comparación con los dos detectores de energía (clásico y el de (Haque, *et al.*, 2014)), se observa que el algoritmo propuesto presenta mejor rendimiento en condiciones de baja SNR, presentándose como un buen candidato para la implementación del sensado en canales gaussianos.
- Debido al menor número de muestras requeridas por el algoritmo propuesto, la complejidad computacional es menor que la del detector de características cicloestacionarias presentado en (Murty y Shrestha, 2016), ya que dicho detector requiere un número de muestras mucho mayor (4096) que las requeridas por el algoritmo propuesto. Una de las fases críticas en el algoritmo desarrollado en esta investigación, es el cálculo de la matriz de

autocorrelación, la cual requiere un proceso de cálculo matricial, con el costo computacional que este acarrea, sin embargo, si el número de muestras es menor, el número de operaciones para dicho cálculo disminuye considerablemente, otra opción para disminuir los requerimientos operacionales es implementar los algoritmos presentados en (Marple, 1987).

- El algoritmo propuesto puede implementarse en sistemas de bajo rendimiento, obteniendo así, sistemas de sensado con muestreo sub-Nyquist de bajo costo.
- A medida que el número de bandas aumenta, el rendimiento del algoritmo disminuye, siendo esto crítico para el sensado de banda ancha; una solución para aumentar el número de bandas sin disminuir demasiado la probabilidad de detección es obtener curvas características con mayor definición, es decir, tener mayor datos para realizar el proceso de comparación de los valores singulares, incrementado la precisión en la estimación de frecuencia.
- Aunque para tener mayor precisión en el sensado, el algoritmo requiere saber previamente el número de señales a detectar, esto no necesariamente es un requisito fundamental, ya que puede implementarse el sensado a través de iteraciones del algoritmo, donde, en cada iteración se incrementa el número en el proceso de asignación de bandas.

5.2 Recomendaciones

El trabajo realizado consideró modelos matemáticos de las señales inmersas en ruido aditivo blanco gaussiano, trabajos futuros deben tener en cuenta la inclusión de diferentes tipos de ruidos tales como ruido de cuantización, ruido térmico, ruido de intermodulación, etc.

Trabajos futuros deben partir de la comparación de los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto con otras técnicas de sensado, tales como métodos adaptativos de sensado, sensado compresivo de espectro, máxima verosimilitud, etc. permitiendo evaluar el rendimiento del algoritmo propuesto con dichas técnicas.

El trabajo desarrollado se enfocó en la obtención de resultados provenientes de simulación, trabajos futuros deben considerar la implementación del algoritmo propuesto en hardware, esto con el fin de validar los resultados en ambientes reales.

Apéndice A

Curvas Características

A.1 Datos curvas características

A continuación se presentan los datos de la media de los valores singulares de diferentes señales; datos con los cuales se obtienen las respectivas curvas características obtenidos en la primera etapa de la investigación desarrollada en este trabajo de grado.

Datos curvas características señal senoidal 128 muestras.

SNR=100dB

```
[0.0000 64.9081 55.0670 40.6246 46.9117 46.2709 40.6248 44.4490 43.5569
40.6192 43.6792 41.9538 40.7798 43.1711 40.8750 41.3784 42.3435 40.6273
42.0469 41.1502 40.8089 41.9412 40.6284 41.6448 40.8743 40.8824 41.4173
40.6216 41.5468 40.6275 41.3022 40.6827 40.9662 40.8597 40.7316 40.9934
40.6382 41.0440 40.6208 41.0324 40.6202 40.9776 40.6209 40.8817 40.6388
40.7460 40.7192 40.6323 40.8628 40.6546 40.9363 40.6545 40.7743 40.6574
40.6339 40.8613 40.6676 40.6755 40.7256 40.7057 40.7257 40.6639 40.7202
40.6872 40.6900 40.7274 40.6264 40.7503 40.6259 40.7700 40.6250 40.7221
40.6202 40.7880 40.7634 40.6250 40.6886 40.6414 40.6647 40.8429 40.9363
40.9043 40.8085 40.7166 40.6613 40.6390 40.6340 40.6402 40.6697 40.7597
40.9581 41.2747 41.6253 41.7860 41.4719 40.7694 40.6250 41.9174 45.3420
45.8853 0.0000]
```

SNR=20dB

```
[0.2029 65.0129 54.9787 40.6970 46.9051 46.3188 40.6737 44.4182 43.5258
40.6275 43.6264 41.9765 40.7627 43.1166 40.7680 41.3162 42.3119 40.7462
42.2335 41.2134 40.8016 41.8869 40.5943 41.6120 40.8516 40.8377 41.3851
40.5894 41.5769 40.6048 41.3085 40.5893 40.9123 40.8115 40.6410 41.0391
40.5923 41.0355 40.6072 40.9481 40.6708 40.9581 40.6156 40.9620 40.6401
40.7892 40.6164 40.7094 40.8080 40.7147 40.9550 40.5637 40.7473 40.5718
40.5598 40.7785 40.6265 40.5816 40.6737 40.7169 40.7167 40.5620 40.7408
40.6834 40.6181 40.6662 40.5211 40.7016 40.6653 40.7731 40.7151 40.7539
40.5429 40.8215 40.7232 40.6114 40.6424 40.6541 40.6375 40.8872 41.0219
40.9088 40.8480 40.7044 40.7365 40.7088 40.6034 40.5734 40.6768 40.6972
40.8678 41.3265 41.5817 41.7602 41.4884 40.7982 40.6402 41.8159 45.3855]
```

45.7957 0.2012]

SNR=0dB

[1.8423 65.1167 55.7668 41.8365 44.9397 46.4808 40.7586 44.7368 43.2028
40.7354 43.0104 41.7247 41.2794 42.7784 41.0424 42.0265 43.0070 40.5566
41.1903 42.0664 40.4403 42.0345 40.0149 41.4491 41.2486 40.1341 40.0292
39.5078 40.9414 41.3928 40.8755 40.5822 41.0572 41.1464 40.2144 40.9380
40.0272 41.7948 40.4208 41.5448 40.4247 40.8051 40.0013 40.7556 40.5329
40.5997 39.5667 41.1241 39.5375 40.8277 40.8259 39.8419 41.3859 40.3143
40.1635 41.9370 40.4898 41.2008 41.6266 41.0182 40.5584 40.9631 41.1539
40.5594 41.2687 39.8128 39.6204 40.5890 40.0384 41.0963 41.4076 41.0773
40.4263 39.9627 41.7259 41.5564 40.2180 40.4955 40.6711 40.8350 40.2126
41.2640 41.5636 40.2295 39.9952 41.0320 40.1788 39.9018 40.4268 39.6763
42.3227 41.0699 40.7910 43.2600 40.9897 39.7987 40.6132 43.4500 45.9792
46.7337 1.6617]

SNR=-5dB

[3.5982 64.9558 54.9052 39.6280 45.6990 44.4187 38.7300 45.3718 42.5602
39.6414 43.7512 43.0341 41.1643 45.2238 41.4212 41.1821 42.1825 39.2391
42.8235 40.0742 42.3304 42.6248 40.1782 41.8136 40.2839 41.7625 41.5219
40.3956 41.5901 38.9221 40.0678 42.0553 40.2999 41.4122 41.2027 40.7123
41.0802 40.5635 40.5183 40.6475 40.9379 39.8008 38.9562 42.5467 40.0052
40.1416 40.2764 40.4864 40.3321 42.4618 42.2294 40.1957 41.2285 39.7668
41.9061 39.5932 39.0960 40.4941 41.1326 41.7971 42.1387 39.8537 40.8188
42.5006 40.6855 40.9733 40.6874 40.1774 40.7607 39.3066 41.1904 40.5264
40.4808 40.6425 39.1020 42.1686 41.0705 42.6418 42.0745 39.9784 41.0339
40.5226 38.8377 41.5971 39.6713 41.9873 42.0429 38.4584 42.0055 38.3984
41.0666 42.8105 40.9317 40.6663 42.0121 39.4202 41.2845 42.4243 45.0108
46.1132 3.8086]

SNR=-10dB

[5.2196 63.1052 50.7913 42.3075 45.7323 47.0966 42.4131 43.5542 41.6268
43.8326 40.9064 46.3476 40.7533 43.2366 37.8558 42.0661 42.0692 40.6986
40.9269 39.5998 42.5281 40.2163 40.9381 38.7182 45.1744 42.4897 42.5311
39.7717 41.2722 41.7658 41.3168 44.7551 42.0549 42.5665 38.5770 39.8390
39.1669 40.5207 39.7378 40.5246 42.5926 38.8255 41.6660 41.5329 43.5968
41.0498 37.9656 42.0998 38.4778 40.5017 40.8361 42.9755 40.7755 42.1843
40.2366 41.8145 38.5403 41.3478 41.4910 44.0556 41.8624 42.0988 41.1593
38.7406 38.6397 40.1828 42.7548 39.3640 41.8190 36.1205 45.6765 39.0987
38.6919 40.4113 39.4885 41.6012 39.8539 40.5767 38.6169 39.9565 39.8952
40.9108 41.0024 41.6969 41.8564 41.5947 40.0168 44.1781 40.7669 39.9094
42.5772 42.3584 44.0898 43.1551 41.4601 40.8799 40.2434 43.7059 43.8149
46.7157 5.9044]

SNR=-20dB

[18.2507 60.9848 76.3642 44.1904 46.9574 47.6235 36.1105 44.6200 45.4485
36.7926 53.0829 52.1340 38.6930 51.0740 34.5508 41.3041 42.1719 50.7708
38.7565 34.6390 27.9123 42.9452 37.6996 39.9019 40.9076 45.6145 48.3229
43.2524 43.9903 40.3946 46.0279 27.1039 44.3430 50.7613 47.6957 44.1503
58.5825 40.0650 44.6273 46.3278 46.8410 44.4752 40.4018 45.7206 45.2860
40.6327 44.1271 32.4738 43.5008 44.3844 47.1712 46.1527 51.1670 45.6241
30.8656 38.6987 36.3004 48.1677 43.6256 34.1959 41.8373 53.0762 47.4489
28.1244 33.1643 42.3211 43.9222 37.0375 40.1920 40.2770 40.5236 35.1741
40.4402 38.2832 29.1192 31.7642 37.0239 44.6743 46.1575 42.1804 49.1328
42.6883 39.3970 56.5930 45.1734 37.4514 43.8579 39.3319 36.1747 33.8838
44.5011 41.9064 36.6423 43.6473 39.5150 49.8780 31.2862 47.9537 39.8696
46.6915 18.4426]

Datos curvas características señal AM dbi 128 muestras.

SNR=100dB

[0.0000 39.5658 47.8197 31.6860 29.3874 29.6795 28.9564 28.3962 28.2773
27.8548 27.5868 27.4177 27.1254 26.9305 26.7495 26.5256 26.3517 26.1730
25.9833 25.8187 25.6467 25.4741 25.3158 25.1501 24.9876 24.8355 24.6734
24.5208 24.3721 24.2105 24.0770 23.9121 23.7841 23.6261 23.4939 23.3496

23.2096 23.0802 22.9345 22.8172 22.6708 22.5600 22.4205 22.3079 22.1859
22.0597 21.9676 21.8171 21.7608 21.5934 21.5527 21.4105 21.3301 21.2638
21.1155 21.1031 20.9885 20.8917 20.8954 20.7661 20.7050 20.7397 20.6142
20.5373 20.6425 20.5809 20.3918 20.5401 20.6250 20.5248 20.3125 20.5147
20.6155 20.5915 20.4774 20.3581 20.4957 20.5839 20.6415 20.7359 20.8222
20.8554 20.8503 20.8490 20.8955 20.9967 21.1159 21.2304 21.3374 21.4847
21.7718 22.1947 22.6651 22.9587 22.7588 22.4757 23.1828 23.0857 26.7383
41.4499 0.0000]

SNR=20dB

[0.1893 39.4506 47.7916 31.5912 29.3192 29.6267 29.0359 28.3425 28.2542
27.9245 27.6015 27.4336 27.1971 26.8751 26.7561 26.4881 26.3004 26.0833
26.0499 25.7146 25.7033 25.5526 25.3025 25.1914 25.0419 24.8140 24.6219
24.5246 24.3638 24.1946 24.0946 23.8968 23.7547 23.6285 23.4957 23.3144
23.1684 23.0657 22.9153 22.7477 22.6412 22.5419 22.4023 22.3416 22.2810
22.0237 21.9040 21.7960 21.7375 21.6134 21.5240 21.3293 21.3604 21.2404
21.1252 21.1185 20.9478 20.8816 20.8884 20.7686 20.7084 20.7485 20.5352
20.5007 20.6342 20.5852 20.3883 20.5108 20.5474 20.5032 20.3796 20.4854
20.6112 20.6132 20.5180 20.3974 20.5132 20.6411 20.6410 20.7025 20.8309
20.8414 20.8411 20.8271 20.9039 20.9895 21.0514 21.2439 21.3588 21.4825
21.7740 22.2085 22.6939 23.0156 22.7513 22.4491 23.1611 23.1085 26.7358
41.4277 0.2142]

SNR=0dB

[1.8513 38.9023 47.4577 31.8363 29.3425 29.8063 28.6851 27.5705 28.0599
28.6326 28.1801 27.2767 26.7639 26.6833 27.6372 26.8165 26.7613 25.8311
25.3976 25.3780 26.0269 24.5727 25.4306 25.4335 24.9538 25.1284 24.6567
24.3598 24.1103 23.9672 22.8805 23.2332 24.8843 24.3366 22.6433 23.2741
22.5448 22.7815 23.5430 22.6921 22.5074 24.3025 22.6748 22.5626 22.2239
22.9377 21.7731 21.0937 22.4292 21.2784 21.9020 21.5335 21.6427 20.9642
21.0458 20.5412 21.3126 20.6608 21.3934 20.2622 20.5287 20.5608 20.9689
21.0693 21.3991 20.5701 21.0335 20.2176 20.1418 20.7410 21.3107 20.5876
21.3101 20.3757 20.5416 20.8389 19.3779 20.6653 20.5892 20.9603 20.8734
20.6808 21.5100 20.5929 21.7595 22.0504 20.8082 21.3093 20.7727 21.5945
22.4925 22.1705 22.9654 23.5937 23.5311 22.4226 23.6913 23.0141 26.1980
40.4397 2.0344]

SNR=-5dB

[3.4559 37.7481 46.5258 31.5078 29.8644 29.4124 30.5184 28.6018 29.5471
28.9010 29.0300 27.7924 26.7160 27.9016 26.4641 24.7375 27.3697 27.5019
26.0835 26.7132 25.0156 23.6701 25.1998 25.4560 24.2904 25.8641 24.9192
23.4445 23.9027 24.3200 22.6494 24.3738 24.3758 22.7829 24.3632 23.2435
23.7682 26.0173 21.9310 24.5953 24.9096 22.4743 22.0631 21.1661 23.1581
22.4393 21.8711 23.1624 22.0523 21.5227 20.9649 21.7242 20.5347 20.2300
22.1274 21.8292 21.9904 21.1970 22.0553 21.6734 20.2010 22.7974 21.4345
20.1982 20.9021 22.3261 19.9357 21.5414 21.6027 21.8138 21.9734 22.0082
21.3569 21.3118 20.6196 19.5222 21.5011 21.4914 20.9774 23.3946 22.0969
22.5948 21.9253 20.5717 20.3999 20.0338 20.6521 21.2064 19.8802 22.0486
21.9424 23.3092 22.9982 23.7201 22.0094 23.8866 22.7767 23.0240 27.4754
43.8348 3.6189]

SNR=-10dB

[6.9296 32.8219 49.1666 30.5259 29.1684 30.3934 27.4285 29.4764 29.6246
27.8537 27.2146 27.2107 25.9095 24.0454 25.8427 27.7034 28.2098 24.7091
26.9535 22.0161 27.0488 26.7166 24.8464 29.0759 23.7255 24.8784 25.4051
24.8893 23.9183 23.3861 25.7186 24.8488 23.5601 22.8009 20.6040 24.1016
23.9041 23.7479 23.0684 25.3875 23.4511 20.1444 22.4342 24.7840 22.1221
23.2452 20.5887 22.2940 19.3425 22.0031 19.6786 22.3348 23.4534 22.3169
22.4302 22.5084 23.0888 24.0319 21.1547 22.7889 20.2908 23.4917 24.2445
23.4421 19.0100 20.6753 20.7804 21.8700 23.5496 23.0648 20.7880 23.3795
20.4962 22.1374 19.9721 22.2408 22.3134 22.0628 20.7041 20.6260 24.0869
3.7990 21.5369 22.1873 22.2810 21.0510 20.1135 21.8161 21.1234 19.8380
22.1497 24.3027 24.2272 23.9548 25.4217 23.9291 27.1385 24.5722 27.3260
38.4183 5.8430]

SNR=-20dB

[19.0671 48.6938 54.5344 34.0444 44.5541 24.3802 23.0538 26.2248 34.5152

32.7412 33.0750 25.8355 31.3959 34.9950 28.5722 35.0718 23.9483 30.1722
 19.1552 31.1241 20.7750 31.1681 24.3379 22.3409 24.9127 21.8919 27.4594
 26.0027 25.1411 24.0021 21.0188 34.2911 27.3226 26.5858 29.9869 29.9165
 29.8456 23.7526 23.8515 23.3964 27.9583 21.3285 30.1182 25.8080 25.8935
 30.9909 20.9956 19.3039 24.6580 27.4750 25.7031 32.1782 25.5093 33.0596
 19.6702 23.4199 36.1412 22.8874 39.1653 23.3862 29.4956 25.3765 29.3871
 23.9291 20.6719 23.3970 27.1361 33.1288 23.5196 30.7012 23.0669 33.4816
 23.3377 22.1566 28.1343 25.8506 22.6223 29.2510 24.9513 28.8146 20.2264
 31.0899 30.0834 22.8065 27.6972 24.2325 24.0333 19.7539 29.5707 27.4129
 23.9812 28.9701 27.8312 23.6397 23.8031 24.2891 34.8587 26.6653 26.4546
 44.1859 15.5961]

Datos curvas características señal 64QAM 256 muestras.

SNR=100dB

[1.9406 2.3356 0.9992 1.9691 1.4689 2.7194 3.2715 2.0758 2.6411
 2.4261 1.4416 1.2908 1.2169 3.1227 1.9957 2.4195 2.1625 2.8371
 2.4112 2.6282 1.8212 3.0351 0.7829 1.3139 2.2391 1.7987 2.5128
 1.7640 2.3312 1.9508 2.3201 1.7839 3.2383 0.9165 1.6829 2.8847
 1.7808 1.5213 2.2759 2.4880 2.5055 2.3508 2.8615 2.0954 1.8469
 2.3295 2.8939 2.7710 2.4911 1.7967 1.9476 0.7618 1.3602 2.5324
 2.0852 2.5125 1.3511 2.1242 1.9522 2.6014 2.1837 2.5851 1.3174
 1.8044 2.2567 3.0331 2.2655 2.5500 2.7026 2.0944 1.6611 1.6891
 1.7486 1.5416 2.5418 2.7930 1.7495 2.3144 2.7106 2.2463 2.9041
 0.5953 2.5682 2.1973 2.3066 1.9766 1.8295 2.2235 1.6019 2.1371
 2.3441 1.9730 1.8322 2.8097 1.7468 2.6014 3.9560 1.6964 4.2916
 2.6640 2.6935]

SNR=20dB

[2.8388 1.8286 2.8139 2.0126 1.3342 2.1174 1.3979 2.2713 2.1123
 1.6109 2.2180 2.1034 2.6500 2.3918 2.2402 2.0603 2.4467 2.0099
 2.3016 2.6345 1.6525 0.9089 1.5293 2.2168 2.2518 2.1858 1.8144
 2.7851 2.3275 1.7991 1.3288 2.5667 1.9748 2.6358 2.4671 1.3801
 1.4793 1.2170 1.9573 3.1229 1.6802 0.9340 2.0997 3.0833 2.0880
 1.3856 0.9129 2.5169 1.7665 2.0458 2.7771 2.6306 2.4150 1.7792
 2.0133 1.8825 2.4278 2.2450 1.8258 2.6031 2.6992 1.8628 2.6437
 1.6535 1.6913 2.3837 1.9777 2.2378 1.8444 2.6445 2.5552 1.6649
 2.2094 2.1338 2.1091 2.0110 1.9373 2.5474 2.6978 2.0792 2.7534
 2.5375 2.3900 2.4709 2.4202 2.2324 1.9046 2.1057 2.9608 2.1521
 2.2698 2.0544 2.8508 1.7426 1.9944 1.6465 1.7384 3.4249 3.0702
 1.6296 2.0742]

SNR=0dB

[2.9008 2.6016 2.2827 2.9779 2.2687 2.2471 2.4286 2.5102 2.3754
 3.1502 2.3413 2.1791 2.5894 3.5678 2.9772 2.2768 2.7197 3.1683
 2.8347 2.1115 3.0324 2.3834 2.3771 2.5066 2.3733 3.2202 3.4156
 2.6129 2.3655 3.1870 2.6337 3.0249 2.8924 2.5974 2.8829 2.5363
 2.1727 2.0935 2.8887 2.7185 2.2510 2.4065 1.9813 3.0965 2.4110
 2.1812 2.1601 2.5171 2.8346 3.1256 2.4086 2.7526 2.6933 2.6481
 3.0121 3.1033 3.2270 2.4510 3.0648 2.1839 2.2168 2.4640 2.3780
 2.7160 2.0968 2.8336 2.1158 2.1539 2.6198 2.4846 2.4874 2.1041
 2.6945 2.6060 2.4936 2.1790 2.7454 2.3121 2.6034 2.6040 2.4357
 2.0084 2.3243 3.3565 3.2353 1.8661 3.0801 3.4191 2.8281 2.0155
 2.1007 2.2545 3.7930 2.7670 3.0395 2.5821 2.3650 2.6638 2.3326
 2.3140 2.9364]

SNR=-5dB

[4.4014 4.0808 3.7505 3.6590 3.7597 3.3729 3.8874 3.6106 4.1867
 3.8678 3.5156 3.8840 3.6792 3.2679 4.1695 3.9051 4.2700 3.7148
 3.3780 3.5772 4.0708 3.7537 3.7005 3.7005 3.8578 4.1203 5.7507
 3.6401 4.1387 3.7267 3.4865 3.6903 3.6632 4.3949 3.8377 4.0530
 3.9392 3.5817 3.4478 3.4764 3.5123 3.8441 4.2994 2.9708 4.1711
 3.9839 4.1037 3.9032 4.1000 3.4690 4.0781 4.4248 4.0139 4.4520
 3.5498 3.7874 3.6645 3.7537 3.8436 4.3807 3.7563 3.8032 3.9527
 4.1634 3.2144 4.1693 4.4601 3.9499 3.4423 3.8126 4.4210 3.3006]

4.1354 3.3943 3.7433 3.7034 3.6324 3.4607 4.4000 3.8801 4.7469
4.0021 3.4001 3.7646 3.6927 4.6349 3.6657 4.0159 3.7875 3.6466
3.9405 3.4803 5.3642 3.7841 3.5420 4.0671 3.6510 3.3606 4.5638
3.8300 4.0742]

SNR=-10dB

[7.1681 5.3608 5.9089 7.3498 5.6116 7.5496 6.5629 7.1562 5.9724
7.1706 6.7531 6.6873 7.4124 5.8227 7.4077 7.2483 7.3297 7.4563
7.0716 8.8590 8.1790 6.8721 6.5320 6.9451 6.5841 6.1830 6.2365
6.6441 7.5431 7.0599 6.6547 6.9780 9.8512 7.8362 7.7678 6.5256
8.2578 5.8072 6.2989 6.2825 7.2570 6.2562 6.6615 7.2484 6.6139
7.7990 5.9168 7.8320 5.5561 6.9013 6.7683 6.1369 6.0403 6.8914
7.0970 7.3270 8.4572 7.0394 7.1114 6.7670 6.8128 6.6955 6.2134
6.3214 7.3550 6.1568 5.9224 5.8715 8.5107 6.8048 7.6548 7.1688
5.8188 6.8431 7.3522 6.5965 6.6002 7.6460 6.6748 8.2067 7.7070
6.4982 7.5880 7.3319 6.4821 5.2073 6.8254 6.4588 6.0795 6.5383
8.3883 6.7257 6.5004 6.1165 6.4871 7.6652 5.9870 6.5387 7.3914
6.3080 6.2879]

SNR=-20dB

[17.2231 21.1473 18.3335 18.1653 19.6241 19.6787 20.3670 19.3783 21.2449
21.3668 20.7908 20.7769 21.0291 24.8156 23.0185 18.3247 18.9080 21.0928
18.7613 23.0765 21.0860 24.3809 19.6148 19.6063 20.1140 21.4210 20.2398
24.2750 21.1025 18.9884 18.8497 20.1355 18.7323 18.1200 20.0242 18.8673
22.9286 21.8433 24.8357 21.0635 18.4432 22.4586 20.3345 18.0574 25.7244
20.4678 22.5005 23.8518 19.9179 21.2607 19.9637 23.1426 26.5505 21.3904
20.8237 20.4375 18.8570 19.6581 18.6801 18.7753 20.9888 21.4966 20.5404
20.5545 18.8459 21.3899 22.0860 22.5106 21.1833 20.9042 19.6370 21.3821
17.4683 21.2673 21.5599 20.5284 22.7708 26.1991 23.4595 19.9788 21.1315
22.0309 19.8816 19.4341 20.8855 23.8850 16.4600 23.0406 20.0363 22.2112
20.3071 21.6529 17.9982 19.6356 25.5922 20.3332 19.9854 20.7617 25.4813
21.1618 19.3480]

A.2 Modelo de curvas características

Con los datos obtenidos se procede a estimar un modelo que represente las curvas características, esto se realizó por medio de la herramienta *Curve Fitting* de *Matlab®* versión *R2013b*.



Figura A2.1 Ubicación Curve Fitting en Matlab® R2013b

Esta herramienta presenta la siguiente interfaz grafica para realizar la estimación del modelo:

Apéndice B

Código de funciones

Para las pruebas realizadas se utilizó las siguientes funciones desarrolladas en Matlab®.

Función CURVACARACTERISTICA, dependiendo del TIPO, SNR, y número de muestras retorna un vector con los datos presentes en el apéndice A

B.1 Funciones monobanda

Función GENERASENAL

```
function [fc,fs,y] = GENERASENAL(TIPO,SNR,N)
    fc=randi([100,10000],1,1); %genera una frecuencia de portadora aleatoria
    fs=randi([fc,2*fc],1,1); %genera una frecuencia de muestreo sub-Nyquist
    relacionFre=fs/fc; %relación de muestreo
    Ts=1/fs; %periodo de muestreo
    t=Ts*linspace(1,N,N); %vector de tiempo
    A=randi([1,20],1,1);
    xc=A*sin(2*pi*fc*t); %portadora
    switch TIPO
        case 1
            x=xc;
        case 2
            p=10^0;
            fm=.01/p; %porcentaje de la fc para la xm
            xm=sin(2*pi*fm*fc*t);%señal moduladora
            x=xm.*xc; %señal modulada en am
        case 3
            p=10^4;
            fm=.01/p; %porcentaje de la fc para la xm
            fm=fm*fc;
            mf=1;
            x=A*cos(2*pi*fc*t+mf*sin(2*pi*fm*t));%señal modulada en fm con índice de
modulacion mf<pi/2;
        otherwise
            disp('other value')
```

```

    end
    y = AWGN(x,SNR);
end

```

Función PROCESASENAL

```

function lambda1 = PROCESASENAL(y,N)          N2=N/2;
    Ryy=corrmtx(y,N2,'cov');
    [U,S,V]=svd(Ryy,0);
    lambda1=max(diag(S));
end

```

Función ESTIMAFRECUENCIA

```

function [fcall,sensado]=ESTIMAFRECUENCIA(lambda1,fs,sub_media)
    j=0;
    auxiliar=.3; %para incrementos de frecuencia en centésimas el auxiliar es 0.22
    posibles=[];
    for i=1:100
        distancia=sqrt(abs(lambda1-sub_media(i)));
        if(distancia<auxiliar)
            j=j+1;
            posibles(j)=i;
            posible=i;
            auxiliar=distancia;
        end
    end
    if length(posibles)==0
        sentido=0;
        fcall=0;
    else
        sentido=1;
        posible=posible-1;
        fcall=fs/(2-posible/100);
    end
end

```

B.2 Funciones multibanda

Función GENERASENAL

```

function [frecuencias,fs,y,BANDASOCUPADAS] = GENERASENAL(TIPO,SNR,N,numSENALES)
    frecuencias=[];
    finalBanda=500/numSENALES;
    finalBanda=floor(finalBanda);
    inicioBanda=floor(.1*finalBanda);
    fs=randi([100,1000000],1,1); %frecuencia demuestreo aleatoria entera de entre 10 y 10000
    anchoBANDAocu=floor(100/numSENALES);
    inicio=.5;
    for banda=1:numSENALES
        inc=randi([1,finalBanda],1,1)/1000;
        frecuencias(banda)=inicio*fs+inc*fs;
        inicio=inicio+finalBanda/1000;
    end
    frecuencias;
    Ts=1/fs; %periodo de muestreo
    t=Ts*linspace(1,N,N); %vector de tiempo
    senales=zeros(numSENALES,length(t));
    BANDASOCUPADAS=randi([0 1],1,numSENALES);
    x=zeros(1,length(t));
    switch TIPO
        case 1
            for banda=1:numSENALES
                A=randi([1,20],1,1);
            end
    end
end

```



```

        senales (banda, :) = BANDASOCUPADAS (1, banda) * A * sin (2 * pi * frecuencias (banda) * t);
        y (banda, :) = AWGN (senales (banda, :), SNR);
    end
case 2
    p = 10^1;
    fm = .01/p; %porcentaje de la fc para la xm
    for banda = 1:numSENALES
        A = randi ([1, 20], 1, 1);
        xm = sin (2 * pi * fm * frecuencias (banda) * t); %señal moduladora
        portadora = A * sin (2 * pi * frecuencias (banda) * t);
        senales (banda, :) = BANDASOCUPADAS (1, banda) * (xm .* portadora); %s. modulada en am
        y (banda, :) = AWGN (senales (banda, :), SNR);
    end
otherwise
    disp ('other value')
end
end
end

```

Función PROCESASENAL

```

function lambdas = PROCESASENAL (y, NumMUESTRAS, numSENALES)
    N2 = NumMUESTRAS / 2;
    for i = 1:numSENALES
        Ryy = corrmtx (y (i, :), N2, 'cov');
        [U, S, V] = svd (Ryy, 0);
        lambdas (i) = max (diag (S));
    end
end

```

Función ESTIMAFRECUENCIA

```

function [fcall, sensado] = ESTIMAFRECUENCIA (lambdas, fs, sub_media, numSENALES)
    %ciclo para la comparacion de los valores singulares
    intervaloESTIMACION = floor (100 / numSENALES);
    final = intervaloESTIMACION;
    inicio = 1;
    for estimacionBANDA = 1:numSENALES
        j = 0;
        auxiliar = .6; %parametro de ajuste para precionde la estimacion de
        frecuencia
        posibles = [];
        for i = inicio:final
            i;
            distancia = sqrt (abs (lambdas (estimacionBANDA) - sub_media (i)));
            if (distancia < auxiliar)
                j = j + 1;
                posibles (j) = i;
                posible = i;
                auxiliar = distancia;
            end
        end
        posibles;
        if length (posibles) == 0
            sensado (estimacionBANDA) = 0;
            fcall = 0;
        else
            sensado (estimacionBANDA) = 1;
            posible = posible - 1;
            fcall = fs / (2 - posible / 100);
        end
        inicio = inicio + intervaloESTIMACION;
        final = inicio + intervaloESTIMACION;
    end
end
end

```

Función PROBABILIDAD_DET

```

function [efectivo] = PROBABILIDAD_DET (bandasOCUPADAS, SENSADO, vecesPRUEBA, numSENALES)

```

```

efect=0;
efect2=zeros(1,numSENALES);
efectivo=zeros(1,vecesPRUEBA);
efectivo2=zeros(vecesPRUEBA,numSENALES);
if(tipoPROBA==1)
    for vectores=1:vecesPRUEBA
        for banda=1:numSENALES
            if(bandasOCUPADASmatriz(vectores,banda)==vectorSENSADO(vectores,banda))
                efect=efect+1;
                efect2(banda)=1;
            end
        end
        efectivo(vectores)=efect*100/numSENALES;
        efectivo2(vectores,:)=efect2;
        efect2=zeros(1,numSENALES);
        efect=0;
    end
end
for banda=1:numSENALES
    porcPORBANDAS(banda)=sum(efectivo2(:,banda))*100/vecesPRUEBA;
end
end
end

```

B.3 Funciones bandaancha

Función SENALBANDAANCHA

```

function x=SENALBANDAANCHA(Ts,fc)
    baud_rate = 2; % tasa de simbolo en Mbaudios
    T = 1/ baud_rate; % Intervalo de simbolo, us
    N = NumMUESTRAS/8; % Numero de simbolos a transmitir
    M = 40; % M es el factor de sobremuestreo
    rolloff = 0.4; % factor de caída del pulso SRRC
    P = 5; % Semiduración del pulso SRRC, en simbolos
    tamañoCONSTELACION=64;
    hmod=modem.qammod(tamañoCONSTELACION);
    constel=hmod.Constel;
    data= constel(floor(rand(1,N)*tamañoCONSTELACION)+1).'; % Símbolos a transmitir
    data_I = real(data);
    data_Q = imag(data);
    train_I = zeros(1,N*M);
    train_Q = zeros(1,N*M);
    train_I(1:M:end) = data_I;
    train_Q(1:M:end) = data_Q; % tren de pulsos escalados
    ps = rcosalz(P,rolloff,M); % el pulso SRRC tiene 2*P*M+1 muestras
    xI = filter(ps,1,train_I); % componente en fase
    xQ = filter(ps,1,train_Q); % componente en cuadratura
    time = length(xI)*Ts; t = Ts:Ts:time % base de tiempos
    x = xI.*cos(2*pi*fc*t) - xQ.*sin(2*pi*fc*t); % señal modulada
    x1=x(1:NumMUESTRAS);
    x=x1;
end

```

Función GENERASENAL

```

function [frecuencias,y,BANDASOCUPADAS] = GENERASENAL(SNR,N,numSENALES)
    frecuencias=[];
    finalBanda=500/numSENALES;
    finalBanda=floor(finalBanda);
    inicioBanda=floor(.1*finalBanda);
    fs=randi([1000,1000000],1,1);
    anchoBANDAocu=floor(100/numSENALES);
    inicio=.5;
    for banda=1:numSENALES

```

```
        inc=randi([1,finalBanda],1,1)/1000;
        frecuencias(banda)=inicio*fs+inc*fs;
        inicio=inicio+finalBanda/1000;
    end
    frecuencias;
    Ts=1/fs; %periodo de muestreo
    t=Ts*linspace(1,N,N); %vector de tiempo
    xt=zeros(1,length(t));
    BANDASOCUPADAS=randi([ale 1],1,numSENALES);
    x=zeros(1,length(t));
    for banda=1:numSENALES
        x=SENALBANDAANCHA(Ts,frecuencias(banda));
        senales(banda,:)=BANDASOCUPADAS(1,banda)*x;
        y(banda,:)=AWGN(senales(banda,:),SNR);
    end
end
```

Función PROCESASENAL

```
function lambdas = PROCESASENAL(y, NumMUESTRAS, numSENALES)
    N2=NumMUESTRAS/2;
    for i=1:numSENALES
        Ryy=corrmtx(y(i,:),N2,'cov');
        [U,S,V]=svd(Ryy,0);
        lambdas(i)=max(diag(S));
    end
end
```

Función ESTIMAFRECUENCIA

```
function [fcall,sensado]=ESTIMAFRECUENCIA(lambdas, fs, sub_media, numSENALES)
    %ciclo para la comparacion de los valores singulares
    intervaloESTIMACION=floor(100/numSENALES);
    final=intervaloESTIMACION;
    inicio=1;
    for estimacionBANDA=1:numSENALES
        j=0;
        auxiliar=.6; %parametro de ajuste para precionde la estimacion de
        frecuencia
        posibles=[];
        for i=inicio:final
            i;
            distancia=sqrt(abs(lambdas(estimacionBANDA)-sub_media(i)));
            if(distancia<auxiliar)
                j=j+1;
                posibles(j)=i;
                posible=i;
                auxiliar=distancia;
            end
        end
        posibles;
        if length(posibles)==0
            sensado(estimacionBANDA)=0;
            fcall=0;
        else
            sensado(estimacionBANDA)=1;
            posible=posible-1;
            fcall=fs/(2-posible/100);
        end
        inicio=inicio+intervaloESTIMACION;
        final=inicio+intervaloESTIMACION;
    end
end
```

Función PROBABILIDAD_DET

```
function [efectivo]=PROBABILIDAD_DET(bandasOCUPADAS, SENSADO, vecesPRUEBA, numSENALES)
    efect=0;
```

```
efect2=zeros(1,numSENALES);
efectivo=zeros(1,vecesPRUEBA);
efectivo2=zeros(vecesPRUEBA,numSENALES);
if(tipoPROBA==1)
    for vectores=1:vecesPRUEBA
        for banda=1:numSENALES
            if(bandasOCUPADASmatriz(vectores,banda)==vectorSENSADO(vectores,banda))
                efect=efect+1;
                efect2(banda)=1;
            end
        end
        efectivo(vectores)=efect*100/numSENALES;           efectivo2(vectores,:)=efect2;
        efect2=zeros(1,numSENALES);
        efect=0;
    end
end
for banda=1:numSENALES
    porcFORBANDAS(banda)=sum(efectivo2(:,banda))*100/vecesPRUEBA;
end
end
```

Apendice C

Publicación de resultados

A continuación se presenta datos relacionados con el artículo publicado en la revista politécnica, categoría B, certificado de ponencia en congreso internacional, carta de aceptación de artículo en la revista Unimar.

C.1 Artículo revista politécnica

Titulo Artículo	ESTIMACIÓN DE FRECUENCIA DE SEÑALES CONTINUAS CON MUESTREO SUB-NYQUIST, A TRAVÉS DE SU MÁXIMO VALOR SINGULAR
Autores	Herman Hamilton Guerrero Chapal Evelio Astaiza Hoyos
Nombre Revista	Revista Politecnica
ISSN	1900-2351 (Impreso) 2256-5353(En línea)
Fecha Envío	10 de Junio 2016
Fecha Aceptación	13 de Diciembre 2016
Información	Año 12, Numero 23, Julio Diciembre 2016
Paginas	57-64

C.2 Certificado ponencia



C.3 Artículo revista unimar



Universidad Mariana
Editorial UNIMAR



San Juan de Pasto, 25 de noviembre de 2016

CONSTANCIA

Los investigadores: **Herman Hamilton Guerrero** y **Evelio Astaiza Hoyos**, son los autores del artículo titulado: "Caracterización de señales Subnyquist con modulación análoga, basada en la distribución de los valores singulares", el cual fue presentado para la convocatoria de la *Revista UNIMAR* (ISSN: 0120-4327 - ISSN ELECTRÓNICO: 2216-0116), la cual se encuentra en Categoría C Publindex - Colciencias. Cabe aclarar que el artículo ha sido aceptado.

En constancia se firma a los veinticinco días del mes de noviembre del presente año a solicitud de los interesados.

Atentamente:


Luis Alberto Montenegro Mora
Director Editorial UNIMAR.

Referencias Bibliográficas

- Annamalai, O. O. (2012). Extending the Capability of Energy Detector for Sensing of Heterogeneous Wideband Spectrum. *2nd IEEE International Workshop on Densely Connected Networks* , 454-458.
- Astaiza, E., Bermudez, H. F., y Muñoz, L. F. (2017). Sensado de Espectro Local de Banda Ancha para Radios Cognitivos Multi-antena basado en Compleción de Matrices y Muestreo Sub-Nyquist Uniforme en el Dominio Disperso. *Información Tecnológica* , 28 (3), 185-196.
- Byrne, M. D. (2013). How many times should a stochastic model be run? An approach based on confidence intervals. *proceedings of the 12th International conference on cognitive modeling*.
- Cabric, D., Tkachenko, A., y Brodersen, R. W. (2006, Oct.). Spectrum sensing measurements of pilot, energy, and collaborative detection. *in Proc. MILCOM* , 1-7.
- Calabuig, J. M., Garcia, L. M., y Sanchez, E. (2015). Linear Algebra and Singular Valued Decomposition. *Modelling in Science Education and Learning* , 8 (2), 133-144.
- Chen, H. S., Gao, W., y Daut, D. G. (2007, Jun). Signature based spectrum sensing algorithms for IEEE 802.22 WRAN. *in Proc. IEEE ICC* , 6487-6492.
- Chouhan, N., Dipti, J., y Charhate, S. V. (2013). Cooperative Spectrum Sensing signal detection using SVD Signal Detector for Cognitive Radio. *ITS/ Transactions on Electrical and Electronics Engineering* , 31 - 34.
- Cortes, J., Cano, J., y Chaves, J. (2008). FUNDAMENTOS Y APLICACIÓN DEL MUESTREO EN SEÑALES. *Scientia et Technica* , 14 (39), 37-42.
- Couch, L. W. (2007). Señalización Pasabanda Multinivel Modulada. In L. W. Couch, *Sistemas de Comunicación Digitales y Analógicos* (pp. 355-358). Pearson Prentice Hall.
- Couch, L. W. (2007). Teorema de Muestreo Pasabanda. In L. W. Couch, *Sistemas de Comunicación Digitales y Anaógicos* (pp. 244-245). Pearson Prentice Hall.
- Fahim, M. F., y Raeen, M. S. (2012). SVD Detection for Cognitive Radio Network

based on Average of Maximum-Minimum of the ICDF. *Internal. Journ. Adv. Comp. Research* , 2 (3), 182-187.

Gardner, W. A. (1991). Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals. *IEEE Signal Process. Mag.* , 8 (2), 14–36.

Gardner, W. A., Brown, W., y Chen, C. K. (1987). Spectral correlation of modulated signals—Part II: Digital modulation. *IEEE Trans. Commun.* , COM-35 (6), 595–601.

Han, N., Shon, S., y Chung, J. H. (2006). Spectral correlation based signal detection method for spectrum sensing in IEEE 802.22 WRAN systems. *in Proc. Int. Conf. Advanced Commun. Technol.*, (pp. 1765–1770). Phoenix Park, Korea.

Haque, T., Tugce, R., Jung-Lin, K., y Wright, J. (2014). Theory and Design of a Quadrature Analog-to-Information Converter for Energy-Efficient Wideband Spectrum Sensing. *IEEE TRANSACTIONS ON CIRCUITS AND SYSTEMS* , 1-9.

Hasbullah, M., y Hassan, S. (2011). SVD-Based Signal Detector for Cognitive Radio Networks. *13th Internal. Confer. Modell.and Simul.*, (pp. 513-517).

Hattab, G., y Ibnkahla, M. (2014). Multiband Spectrum Access: Great Promises for Future Cognitive Radio Networks. *Proc. of the IEEE* , 102 (3), 282-306.

Haykin, S. (2005). Cognitive Radio: Brain-Empowered Wireless Communications. *IEEE J. Sel. Areas Commun* , 23 (2), 201-220.

Kay, S. M. (1998). *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory*, vol. 2. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice–Hall.

Marple, S. L. (1987). *Digital Spectral Analysis*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Martínez, J. J. (2005). La Descomposición en Valores Singulares (SVD) y Algunas de sus Aplicaciones. *La Gaceta de la RSME* , 8 (3), 795-810.

Mishali, M., Elron, A., y Eldar, Y. C. (2010). Sub-Nyquist processing with the modulated wideband converter. *ICASS 2010* , 3626-3629.

Mitola, J. (2000). *Cognitive radio: An integrated agent architecture for software defined radio*. Doctor of Technology, Royal Inst. Technol. (KTH), Stockholm, Sweden.

Moron, J. (2011). Señales y Sistemas. In S. y. Sistemas, *Moron, J.* (p. capítulo tres y cuatro). Universidad rafael urdaneta.

Nyquist, H. (1928, Feb). Certain Topics in Telegraph Transmission Theory.

Transactions A.I.E.E. , 617-644.

- Raean, M. F. (2012). SVD Detection for Cognitive Radio Network based on Average of Maximum-Minimum of the ICDF. *Internal. Journ. Adv. Comp. Research* , 2 (3), 182-187.
- Romo, H. A. (2011). *Probabilidad y Procesos Estocasticos con Aplicacion en Telecomunicaciones*. (1 ed.). E.A.E.
- Sahai, A., y Cabric, D. (2005). Spectrum sensing: Fundamental limits and practical challenges. *A tutorial in IEEE Int. Symp. New Frontiers DySPAN*. Baltimore, MD.
- Sahai, A., y Tandra, R. (2005). Fundamental limits on detection in low SNR under noise uncertainty. *in Proc. WirelessCom*, (pp. 464–469). Maui, HI.
- Shannon, C. (1984). Communication in the presence of noise. *Proc. IEEE* , 72 (9), 1192-1201.
- Shrestha, M. S. (2016). VLSI Architecture for Cyclostationary Feature Detection Based Spectrum Sensing for Cognitive-Radio Wireless Networks and Its ASIC Implementation. *2016 IEEE Computer Society Annual Symposium on VLSI* , 69-74.
- Sonnenschein, A., y Fishman, P. M. (1992). Radiometric detection of spread spectrum signals in noise of uncertainty power. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* , 28 (3), 654–660.
- Tomassi, W. (2003). *sistemas de comunicaciones electronicas*. Pearson Educación, Inc.
- Tropp, J. A., Laska, J. N., Duarte, M. F., Romberg, J. K., y Baraniuk, R. G. (2009, Sep). Beyond Nyquist: Efficient Sampling of Sparse Bandlimited Signals. *airXiv: 0902:0026v2* , 1-24.
- Urkowitz, H. (1967). Energy detection of unknown deterministic signals. *Proc. IEEE* , 55 (4), 523–531.
- Vaseghi, S. V. (2000). Adaptive Noise Cancellation and Noise Reduction. In S. V. Vaseghi, *Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction* (pp. 5-6). John Wiley y Sons Ltd.