El Proceso de Tratar y Convertir Problemas Matemáticos, Realizado por Estudiantes de Grado Sexto y Séptimo Participantes en la Segunda Olimpiada de Matemática Unicauca Modalidad Virtual Periodo 2020-2

Lucy A Chilito y Marly Z Ruiz

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán cauca

2022

El Proceso de Tratar y Convertir Problemas Matemáticos, Realizado por Estudiantes de Grado Sexto y Séptimo Participantes en la Segunda Olimpiada de Matemática Unicauca Modalidad Virtual Periodo 2020-2

Lucy A Chilito y Marly Z Ruiz

Universidad del Cauca

Trabajo presentado como requisito para optar al título de Licenciadas en Matemáticas.

Director

Dr. Jhon Jairo Pérez

Dr. Francisco Eduardo Enríquez Belalcázar

Codirector

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación.

Licenciatura en Matemáticas

2022

TABLA DE CONTENIDO

Lista de Tablas

Lista de figuras

Introducción

Los seres humanos nos vemos en la necesidad de utilizar un lenguaje común, el cual nos permite expresarnos de la mejor manera con los demás, dar nuestras opiniones y conocer lo que sucede a nuestro alrededor, pero cuando este lenguaje es involucrado en un sistema en el cual no se deben presentar ambigüedades tal es el caso de las matemáticas, hay que configurar la forma en que se hace la comunicación, de manera que sea mas precisa; sin embargo, esta puede resultar tediosa, ya que no todas las personas son partícipes del lenguaje empleado en matemáticas. Por esta razón, en el cambio de sistema se presentan muchas dificultades y esto es lo que se denomina transformación.

En este trabajo de práctica pedagógica se identifican y estudian de manera detallada los errores presentados por los estudiantes de grados sexto y séptimo, al realizar la conversión y tratamiento de una situación problema tipo olimpiadas en lenguaje natural. Dado que al decidirse por un escenario en el cual el tiempo es un factor importante, los estudiantes tienden a presentar mayor dificultad en la interpretación de estos ejercicios, ya sea por falta de comprensión lectora o simplemente por no trabajar constantemente con problemas de tipo lenguaje natural-formal, manifestando así múltiples falencias y que por lo general llevan a una solución incorrecta del problema.

La investigación cualitativa nos ayudó a identificar los errores frecuentes en la conversión y tratamiento de un problema olímpico mediante la rejilla de evaluación, la cual nos permite recolectar datos concretos para nuestro estudio, como son, las dificultades presentadas en el álgebra temprana y geometría en los estudiantes de nivel 1(grados sexto y séptimo). Seguidamente, con los errores identificados se diseñan estrategias para solventar estas falencias y así mostrar un progreso en la fase final de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (modalidad virtual); finalmente se formulan hipótesis de los problemas persistentes por los estudiantes.

De acuerdo con lo anterior, este trabajo se desarrolla de la siguiente manera:

Capítulo 1: se inicia exponiendo los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencias del Ministerio de Educación Nacional, luego se presentan los antecedentes históricos respecto a la temática a investigar, como lo son las olimpiadas a nivel internacional, nacional y regional; se estudian tesis referentes a términos importantes de la práctica y con ello concretar la formulación del problema.

Capítulo 2: descripción del marco teórico, donde se definen aspectos puntuales para la realización del proyecto.

Capítulo 3: en la metodología de nuestro trabajo se ubican el tipo de investigación, el contexto, sujetos de estudio, así mismo se expone el procedimiento, el instrumento de investigación y finalmente el plan de acción.

Por último, en el capítulo 4 se encuentran los resultados, descritos por la rejilla de evaluación y las actividades primarias que reflejan mayor dificultad en los estudiantes, como también se establecen las conclusiones obtenidas durante este proceso.

Justificación

Este proyecto quiere analizar cómo los estudiantes de grado sexto y séptimo que participaron en la olimpiada resuelven problemas matemáticos; para ello se espera que los alumnos tengan una buena comprensión lectora, conocimientos del álgebra temprana y geometría, de tal manera que la transformación no se les dificulte y logren dar una solución correcta a los problemas propuestos; sin embargo, el aprendizaje matemático en su mayoría está enfocado en la enseñanza de casos puntuales y modelos aritméticos, que seguidamente serán aplicados de forma constante con ejemplos concretos, por eso los estudiantes siguen con la misma idea a medida que avanzan en su etapa escolar, de tal modo que al llegar a una forma de generalización aritmética, como es el caso de la introducción al álgebra, donde se requieren de nuevas estructuras formales para su resolución, los alumnos no logran familiarizarse con estos conceptos, presentando contrariedades en los conocimientos previos y por ende ven a las matemáticas como algo incompresible.

Para ello se opta por ofrecer talleres no solo de aplicación esquemática cómo se han presentado en su aprendizaje, sino que se pueda despertar su interés, curiosidad y de esta manera la participación sea mayor en las actividades matemáticas, como, por ejemplo, en las olimpiadas. Las preguntas: ¿por qué surgen estos problemas? ¿Cuál es la interpretación que los estudiantes le dan a un problema matemático?, ¿cómo llegan a dar una solución?, nos llevaron a extraer información para el estudio de errores en el proceso de convertir y tratar un problema olímpico, y así clasificarlos en aritméticos-algebraicos o geométricos, para solventar las dificultades presentadas. Teniendo en cuenta el espacio en que se dio la práctica, además de la modalidad se espera que los problemas que no se lograron superar sean resueltos en un futuro.

Ante la situación planteada (transformación de un problema en lenguaje natural), se elabora una bibliografía referente al tema para observar lo que han investigado, y a partir de estos datos construir nuevos aportes con respecto a nuestra tesis. Se toma como referente principal a Raymond Duval quien estudia acerca de la conversión y tratamiento en la resolución de problemas, teniendo en cuenta que la implementación de la resolución de problemas en el aula de clase no es usual. Diana Milena Cotacio Guatama de la Universidad del Cauca, se enfoca en la resolución de problemas de pasar del lenguaje natural al algebraico, utilizando los planteamientos de Polya, propone una serie de actividades para poder fortalecer esa transformación que se requiere y poder minimizar las falencias que este proceso presenta.

Claudia Cristina Rivera Quilindo y Yadira Isabel Garcés Palacio de la Universidad del Cauca en su trabajo investigativo, utilizan las olimpiadas matemáticas para solventar las dificultades que conllevan a los bajos índices de resultados en las diferentes pruebas de estado y más aún en el aula de clase, tomando como referente primario a Polya para la resolución de problemas, teniendo como guía los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de competencia, de tal manera que el estudiante al finalizar las tres etapas de la olimpiada tome confianza en cuanto a la relación con el docente, a resolver problemas exponiendo sus ideas sin miedo a ser criticado, y participar en estas actividades matemáticas.

Por otro lado, tenemos a Jesseth Rafelson Marquina Quintero, Guillermo Alejandro Moreno y Alirio Alberto Acevedo Barrios de la Universidad de los Andes, centrándose en los errores que surgen al afrontar un problema dado en lenguaje natural y resolverlo en lenguaje matemático, además de presentar algunos estadios a los cuales se puede recurrir para tratar de solventar estas dificultades. En otra estancia se encuentra la tesis de Héctor Hernando Díaz de la

Universidad de Santo Tomás de Bucaramanga, quien investiga los trabajos de Raymond Duval a cerca de las diferentes representaciones semióticas en matemáticas, además de postular diferentes conceptos que se deben tener en cuenta al momento de presentar problemas de lenguaje natural-algebraico, tales como comprensión, competencia y modelación; y por último la investigación de (Rodríguez et al, 2015), fundamental para la elaborar la rejilla de evaluación en evaluación en el tema de álgebra temprana; para los problemas geométricos nuestro guía es Van Hiele nombrado en los lineamientos curriculares.

A manera de resumen se quiere dar a conocer que, esquematizar, formular y visualizar un problema en diferentes formas es el proceso de las matemáticas; descubrir relaciones y regularidades, y llevarlo al lenguaje de las matemáticas es algo que se ha venido madurando en el escrito, y acoge a todos los pensamientos, sistemas de creencias, razonamiento, comunicación, contexto y procedimientos (sean formales e informales, se espera obviamente que sean los primeros); dicho de otra manera, plantear una ecuación, probar veracidad o no, ajustar modelos, utilizar otros prototipos, combinar e integrarlos, exponer un concepto nuevo, y porque no generalizar, son los procedimientos que se pretenden implementar en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (modalidad virtual).

Objetivos

Objetivo General

Analizar y verificar el progreso de los estudiantes de grados sexto y séptimo de seis instituciones educativas participantes de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual), a partir de los errores encontrados en el proceso de tratar y convertir situaciones problema dadas en lenguaje natural, en álgebra temprana y geometría.

Objetivos Específicos

A. Identificar los errores de los estudiantes al transformar una situación problema dada en lenguaje natural, durante la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual).

B. Estudiar los errores encontrados en la transformación de los ejercicios tipo olimpiadas mediante la selección de algunas actividades del banco de problemas de los grados sexto y séptimo.

C. Reflejar el progreso obtenido por los estudiantes de grados sexto y séptimo mediante el análisis de la rejilla de evaluación.

CAPITULO 1: ANTECEDENTES

1.1 Lineamientos Curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN)

Dado que la sociedad ha cambiado últimamente en diferentes aspectos no es extraño que la educación haya padecido estas vicisitudes, específicamente la enseñanza de la matemática ha tenido sus cambios estructurales y de hecho el Ministerio de Educación Nacional (MEN) ha sido partícipe de ellos. Por ejemplo, a finales del siglo XX unos de los primeros documentos adheridos a esta renovación se conoce como ***lineamientos curriculares***, en el cual se reformó la metodología formal en el aula de clase que se traía gracias al movimiento Bourbakista (o también conocida como "nueva matemática" o "matemática moderna") y pasó a hacer una teoría con criterio, esto quiere decir, el enfoque de sistemas; donde se permite unir diferentes campos de las matemáticas y de esta manera, poder asimilarlas como totalidades estructuradas, con sus elementos, operaciones y relaciones.

Los lineamientos curriculares en matemáticas están orientados para que los estudiantes: conceptualicen, comprendan y desarrollen competencias que les ayuden a solventar inconvenientes de la vida cotidiana. Por otro lado, se tiene que las matemáticas vistas desde un pensamiento filosófico resaltan la conexión entre conocimiento y la vida social de los seres humanos, de tal manera que sus decisiones estarán basadas en lo aprendido, esto es lo que hoy en día denominamos aplicaciones de las matemáticas. Con lo mencionado anteriormente, no se quiere desmerecer la actividad científica, todo lo contrario, se necesita que los estudiantes se dejen llevar por este trabajo excepcional; y la labor del docente en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas será entonces articular las facultades (actuar, formular, probar, construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, interacción de saberes, aplicación de los conocimientos y tomar decisiones basadas en ellos) suficientes y necesarias para desarrollarlas en clase generando un ambiente de retroalimentación.

Algunos aspectos interesantes que plantean los lineamientos curriculares para apoyar la idea de este trabajo hecho en un contexto de olimpiadas matemáticas son: 1) Considerar que el conocimiento matemático (sus conceptos y estructuras), constituyen una herramienta potente para el desarrollo de habilidades de pensamiento; 2) Reconocer que existe un núcleo de conocimientos matemáticos básicos que debe dominar todo ciudadano; 3) Reconocer el impacto de las nuevas tecnologías tanto en los énfasis curriculares como en sus aplicaciones; 4) Privilegiar como contexto del hacer matemático escolar las situaciones problemáticas. De acuerdo con las observaciones vistas en el trabajo de investigación, además de comentarios provenientes de nuestros directores de práctica, en las olimpiadas de matemáticas los estudiantes se caracterizan en su mayoría por ser muy prácticos al momento de utilizar conceptos y estructuras matemáticas, y por ende su pensamiento está más desarrollado en este escenario; de la misma manera se da cumplimiento a la segunda postura. En cuanto al tercer punto se puede decir que, la tecnología a la que se refiere el documento es calculadora o computador, el último fue indispensable para la implementación del trabajo, además de equipos como celulares y tabletas; hay que añadir que, para las pruebas de clasificación fue requisito el no uso de calculadora. En el ítem 4 se manifiesta que durante la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual) se abordan situaciones problema contextualizadas.

Los lineamientos hacen notar que los diferentes pensamientos no se tratan por separado, al contrario, es necesario abordarlos en conjunto para que los conceptos utilizados se comprendan mejor. La enseñanza de las matemáticas en la escuela se hace para formar a un ser competente, de tal manera que el estudiante pueda aplicar estos conocimientos en el ámbito social, además de analizar los fenómenos que se viven en la cotidianidad; y para ello es preciso que se introduzcan y expliquen situaciones problemas contextualizadas a sus actividades habituales. Esto, no sólo incide en despertar el interés en los estudiantes, sino que ayuda al sentido de las matemáticas que le dan a una situación, de este modo podrían dar respuesta a la pregunta más común en los alumnos, ¿y esto para qué me sirve? Entonces en el quehacer matemático se debe tener en cuenta: procesos generales (los que tienen que ver con el aprendizaje), conocimientos básicos (son los que relacionan los pensamientos matemáticos y los sistemas propios de las matemáticas) y el contexto (ambiente de los estudiantes). Con el fin de lograr una intervención completa y significativa.

Pero hay que resaltar que a las dimensiones les hace falta un asunto particular: las fases de enseñanza, a saber: Fase preactiva, fase interactiva y fase posactiva (Linares, 1991) como se citó en (MEN, 1998). Es preciso señalar que las tres son sustanciales, y por tal razón se dará a conocer cada una de ellas.

En la fase preactiva -también conocida como "diseño de actividades didácticas"- se contempla los temas a enseñar y cómo enseñarlo, pero debe ser como un estudio de las distintas opciones que se pueden practicar, sin olvidar que la transcripción matemática es esencial para el aprendizaje significativo, además tener en cuenta las representaciones de los conceptos, como facilitadores de aprendizaje. Así mismo, presentar los temas como acabados no favorece estimular la curiosidad del estudiante, ya que pierde todo interés por investigar el porqué de alguna teoría.

En la fase interactiva se lleva a cabo el paso anterior, pero es un espacio donde los estudiantes ponen a prueba sus conocimientos y experiencias previas, y el docente interviene en el momento donde el alumno presenta dificultades y errores debido a temas de clase no previstos, como también a reforzar contenidos. Esta etapa es esencial para que la comunicación de conocimientos se fortalezca entre estudiantes y profesor, de igual manera que argumentar una idea es primordial para que un concepto quede entendido como un saber constructivo y apto para la sociedad.

En la fase posactiva, el docente entra a reflexionar lo realizado en la fase interactiva, esa observación le permite identificar los contenidos básicos desde la perspectiva de la enseñanza y el aprendizaje, hay que recordar que en la etapa anterior el docente también está aprendiendo, es un aprendizaje donde los contenidos se enriquecen cada vez más, porque cada experiencia le lleva a mejorar y así se aproximará a lo deseado en clase y como no, de lo que espera ofrecer él como profesional de la educación, con especial atención en matemáticas. Las fases mencionadas anteriormente como se puede apreciar están enfocadas a la planificación que realiza el profesor, teniendo en cuenta los momentos: antes, durante y después de la clase, y es de notar que en todas se realiza un análisis dejando siempre un producto para la posterioridad.

Junto con el análisis que construye el docente en las fases, también es importante el contexto en el que se trabaja en el aula con los contenidos de matemáticas. El documento de Lineamientos curriculares hace énfasis en las situaciones problema procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias; de esta manera las matemáticas se verán inmersas en la cultura dando sentido a la utilidad de las mismas y también desarrollando los procesos de pensamiento. Las situaciones problema también conocidas como problemas de aplicación, son ideales para enseñar en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza, ya que permiten explorar, desarrollar y aplicar lo aprendido, por lo tanto, no es necesario que sólo se presenten como aplicaciones de conocimientos. Con esto en mano, aquellas se deben diseñar para que el estudiante pueda hacer preguntas y reflexionar sobre las respuestas que se van a plantear, incluso siendo un poco más ambiciosos, se puede pensar en que el estudiante explore y descubra un modelo para su solución.

El documento cita al autor-Miguel de Guzmán- como referente de la importancia de las situaciones en el aula de clase, y nos llama la atención lo siguiente:

(...) que el alumno manipule los objetos matemáticos; que active su propia capacidad mental; que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente; que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental; que adquiera confianza en sí mismo; que se divierta con su propia actividad mental; que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana; que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia. (MEN, 1998, p.24). La última afirmación es llamativa porque para la época en que se redactó el documento, a finales del siglo anterior, y aunque había avances en la ciencia y la tecnología, no se esperaba que décadas siguientes estas progresen de una manera acelerada, como es en la actualidad. Así mismo, es interesante que, se resalta la trascendencia de las matemáticas en la ciencia, debido a que los avances logrados son gracias a la matemática, mejor aún a la matemática aplicada, y por tal razón se insiste en implementar las situaciones problema en contexto. Adicional a la postura anterior, los ejercicios problema les permite a los estudiantes adquirir capacidad autónoma para resolverlos, y de esta manera lograr un pensamiento crítico, más aún cuando la actividad permite relacionar lo abstracto y lo aplicado, y obviamente en el aula de clase se espera que, con estas ideas, será más creativa y acogedora, y cómo no, si se pueden plantear a diferentes edades.

En este sentido se comprende que, las situaciones en contexto llevan o traen consigo unos conocimientos básicos, como se había mencionado, estas pueden introducir, desarrollar o finalizar un contenido. Los conocimientos básicos se dividen en: a) pensamiento numérico y sistemas numéricos, b) pensamiento espacial y sistemas geométricos, c) pensamiento métrico y sistemas de medidas, d) pensamiento aleatorio y sistemas de datos, e) pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Para el trabajo realizado, se enfatizó en los pensamientos, numérico, métrico y variacional, ya que se realizó un análisis de errores al convertir y abordar un problema dado en lenguaje natural, más específicamente tratando los temas de álgebra temprana y geometría. Hay que aclarar que el abordaje implica manipular operaciones en el lenguaje matemático para este caso, y es ahí donde se tocan los pensamientos numérico, métrico y variacional.

El pensamiento numérico, se considera importante en todo el proceso de enseñanza y aprendizaje, no sólo en el sentido operacional, también en el sentido de mejorar habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, etcétera; facilitando la comunicación, proceso e interpretación de información cuantitativa. Conviene poner énfasis en que, el pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando a medida que los estudiantes conocen los números, las operaciones y utilidades de esto; Y para ello es necesario que se le ofrezca un espacio de retroalimentación, que lo lleve a procesos significativos, y que estos le sean útiles en la vida diaria. No estamos hablando de un procedimiento que se realice a lápiz y papel todo el tiempo, sino un pensamiento más abstracto, por ejemplo, ilustrar las diferentes representaciones que tiene un número, y entonces dependiendo de la situación en que lo encuentre, analizar cuál es más conveniente utilizar. (es decir, el número 1 lo podemos representar como sigue: 1/1, 1.00, 2/2, 1*1, 1^1, 1^2, 5^0, $\sqrt{1}$, entre otros).

Ahora bien, para llegar a reconocer las diversas formas de expresar un número, según (Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998) se debe tener claro que, primero existe un proceso de comprensión del mismo, y este implica reconocerlo: como secuencia verbal, para contar, como cardinal de un conjunto dado, como ordinal, como símbolo, y como no, hoy en día como parte del teclado de una computadora o de un teléfono celular. Por cultura se tiene el sistema de numeración decimal, y por ende enseñar y recordar el valor posicional no está demás (se hace esta notación ya que, en el proceso de intervención con los estudiantes de olimpiadas, se pudo apreciar cierta dificultad al respecto); por consiguiente, tener claro lo anterior facilitará la enseñanza de las operaciones básicas con los números. Cabe resaltar que las olimpiadas de matemáticas se prestan para presentar las operaciones básicas de una manera no convencional, y es por eso que es interesante trabajar en este contexto porque permite analizar la comprensión que poseen los estudiantes frente a un ejercicio de este tipo, además este entorno también sirve para evaluar el uso de propiedades de las operaciones, por ende, un alumno que maneje con destreza lo mencionado, usará menos tiempo para resolver un problema olímpico.

Entonces, las olimpiadas matemáticas pueden apreciarse como una forma de mediar los contenidos matemáticos, permitiendo analizar diferentes tópicos, entre ellos está, identificar los errores más comunes en la resolución de problemas olímpicos, además deja ilustrar a los estudiantes formas más rápidas de resolver problemas, y de alguna manera se está enfatizando en que las operaciones matemáticas permiten reconocer el significado y los modelos más prácticos, comprender sus propiedades, y las relaciones entre operaciones; y con esto en mano, se está encaminado al estudiante a realizar procedimientos informales, de hecho se puede obtener algoritmos informales válidos, los cuales admiten observar y desarrollar la matemática desde otra perspectiva, sin olvidar el desarrollo del pensamiento en los aprendices. Además de lo anterior, las diferentes estrategias utilizadas por los estudiantes hacen pensar en los diversos pensamientos que se tienen en un grupo, algunos son más concretos que otros, y es de aprovechar estos momentos ya que permite trabajar diferentes heurísticas de resolución de problemas y a la vez como docente permite hacer una revisión metacognitiva del tema en cuestión.

Al igual que el pensamiento numérico, el pensamiento métrico es fundamental para el desarrollo no solo de las matemáticas sino también de las capacidades de medida de los alumnos, ya que los sujetos al tener comprendido este pensamiento podrían inclinarse al dibujo técnico, arquitectura, ingeniería, aviación o carreras científicas como la física, química o matemáticas.

Pensamiento Variacional y sistemas Algebraicos y Analíticos, este pensamiento acoge los conceptos y procedimientos Interestructurados y vinculados que permiten analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones tanto de la actividad práctica del hombre como de las ciencias, y obviamente de las mismas matemáticas. Cuando se menciona conceptos, se refiere a: continuo numérico, números reales (en su interior los procesos infinitos), aproximaciones sucesivas, divisibilidad; la función como dependencia y modelos de función; las magnitudes; el álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo; modelos matemáticos de tipos de variación: aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo. La proporcionalidad cobra especial significado en la enseñanza de variables.

Como lo indican los lineamientos de matemáticas, el pensamiento variacional se puede iniciar en la básica primaria con situaciones problema donde se evidencie fenómenos de cambio, y un escenario propicio es emplear el contexto. Con lo dicho anteriormente la resolución de problemas debe contener operaciones aritméticas que permitan al aprendiz comprender la variable, extraer fórmulas con ellas de tal manera que se permita un acercamiento a estos procedimientos. El término variable hay que dejarlo muy claro, se quiere decir que, variable acoge a infinitos números de reemplazo, y aquellos no sólo son naturales o enteros. La variación no solamente toca los números, también están las representaciones geométricas, y es necesario que se enseñe porque esta facilita instruir el continuo numérico, llevando así a procesos infinitos.

Para desarrollar los pensamientos anteriores se hace necesario el uso de los siguientes procesos: la resolución y planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, la modelación, la elaboración, la comparación y ejercitación de procedimientos[1]; En el caso de la resolución y planteamiento de problemas, se piensa que el documento base tiene razón en que esta actividad no debe ser un tema aparte, al contrario, se debe promover para que los conceptos queden impresos de manera significativa, y para tal fin se pueden incluir en situaciones dentro y fuera de las matemáticas, de ahí que, presentar distintas estrategias de resolver el ejercicio es propicio para diferentes pensamientos en el salón de clase; En el mismo sentido verificar e interpretar los resultados obtenidos es un paso esencial para comprender los conceptos vistos, así como también, generalizar soluciones llevará a fortalecer el pensamiento variacional, y finalmente podría decirse que de especial interés, el aprendiz adquiere confianza en este proceso matemático.

Lo dicho antes va de acuerdo con Schoenfield citado en los lineamientos, puesto que él afirma que las matemáticas del aula deben ser similares a las de la vida diaria, además que proponer una situación debe entender factores como: el dominio del conocimiento, estrategias cognoscitivas y metacognitivas, y el sistema de creencias. En el primero se puede reflejar en las

[1] Consideramos importante mencionar los procesos que destacan los Lineamientos Curriculares en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual), porque esta última es una actividad matemática, así mismo, los participantes traen consigo la metodología de los procesos ilustrados por sus docentes a cargo dado que, los lineamientos son usados como base de enseñanza.

intuiciones, definiciones, conocimiento informal, procedimientos y concepción del uso de las reglas para trabajar dentro de este. En el segundo se puede considerar que lo más usado es, descomponer o invertir el problema, dibujar diagramas, usar objetos manipulables, ensayo y error, búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema; con respecto a las metacognitivas se tiene, elegir qué métodos o estrategias utilizar para resolver el problema. En las creencias Schoenfield considera que tienen que ver con la forma en que se ven las matemáticas, de una manera más subjetiva, más autónoma y por la misma razón se resuelve el ejercicio porque depende de las técnicas usadas, de hecho, esta última acoge a todas las anteriores, y es aquí donde queda como reflexión lo siguiente, ¿Cómo ven los estudiantes a las matemáticas?

En el caso del razonamiento, este debe estar presente en toda la actividad matemática, esto es, poder dar respuesta a, porqué se hacen ciertos procedimientos para el tratamiento de los ejercicios, formular hipótesis, hacer conjeturas y predicciones con situaciones conocidas, y esto relacionarlo para dar una justificación aparentemente informal, pero es lo que logra hacer entender mediante analogías. Ahora bien, descubrir patrones y expresarlos matemáticamente también es razonar, y esto toma tiempo, pero el resultado es potenciar la capacidad de pensar. De igual manera, prestar atención a los tipos de razonamiento es importante, es decir, razonamiento inductivo y razonamiento deductivo. Sin embargo, no es una tarea fácil, puesto que promover estos logros son efecto de la labor del docente en el aula, aquello no es nada más y nada menos que motivar.

Referente a la comunicación, más que una necesidad como ser sociables, también es conveniente aprender por la vida actual, para nadie es un secreto que, el siglo XXI trajo una revolución científica y técnica tocando a todos los entes, donde argumentar ideas, ya sea orales o escritas es una demostración de la comprensión que se tiene de cierto objeto de estudio; del mismo modo está expresar representaciones y relaciones que se obtienen de ciertos procesos para el caso de estudios visuales. Aunque no se vea de manera explícita, las matemáticas enseñan lo dicho antes, piense en las diversas formas de representar una idea matemática, aquella, puede ser un símbolo, una gráfica, una representación pictórica o verbal, incluso una mental, entonces esto le hace identificar y relacionar con una situación cotidiana, imaginemos si esto se llega a fortalecer en el aula de clase, los estudiantes no sólo tendrán capacidades de razonar sino también de comunicar, de expresar sus ideas en representaciones innovadoras, ya que el colegial tendrá a su disposición muchos elementos, y lo último hace alusión a pasar de un lenguaje de la vida cotidiana al lenguaje de las matemáticas, y para el contexto en boga debería estar inmerso el lenguaje de la tecnología.

A propósito de la tecnología, es de suma importancia tener presente que los avances alcanzados son novedosos, y detrás de ello está el saber construir un modelo matemático, el cual vincula al mundo real y matemáticas, por ello es tan importante que se enseñe y mejor aún que se aprenda para las demás ramas de la ciencia. La modelación matemática inicia con una situación problemática real, la cual necesita ser transformada a un modelo matemático para tratarla con los elementos conocidos, por ejemplo, análisis, procedimientos y esquemas que permitan resolver el problema, sin olvidar que éste aún tiene las características del problema original, y que para presentar la solución se volverá a la inicial, pasando por un análisis de lo obtenido, de tal manera que sea válido.

En cuanto a la Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, se hace referencia al saber hacer, es decir: proceder con los conocimientos, destrezas, estrategias, métodos, técnicas, usos y aplicaciones diversas; entendidos como una serie de pasos que llevan a un resultado, por lo general se presenta en el lenguaje matemático, y en algunos casos se da en las construcciones geométricas. Por la diversidad de estudios dentro de la matemática, existen categorías de procedimientos, para el trabajo en desarrollo se usan los aritméticos, geométricos y analíticos.

En los aritméticos prima el dominio del sistema de numeración decimal y las cuatro operaciones básicas, esto es la escritura de números, cálculo mental con dígitos, cálculo con lápiz y papel, y el empleo de la calculadora o aplicaciones de cálculos. En los procedimientos geométricos, es de suma importancia el desarrollo de las relaciones entre conceptos geométricos como también con el numérico y analítico. Los procedimientos analíticos corresponden a álgebra, funciones, cálculo diferencial e integral. Se espera que el alumno modele situaciones y realice diferentes representaciones de un concepto matemático, además de efectuar los cálculos pertinentes para la resolución del problema. Es de notar que, los procedimientos de rutina como: calcular, graficar, transformar y medir, son cruciales para el desarrollo de los nombrados antes. Conviene señalar también que, el documento de lineamientos curriculares toma el procedimiento de transformar como de rutina, significa que, el proceso de tomar el objeto matemático y convertirlo en un nuevo objeto, debe ser intrascendente para el estudiante.

El libro de Lineamientos Curriculares del MEN, presenta indicadores para observar si los estudiantes comprenden la naturaleza y el papel de los procedimientos, aquellos son bases para el docente poder estudiar el aprendizaje sobre ellos. A continuación, se dan a conocer los que se utilizarán en el análisis del trabajo en cuestión: ¿Llegan a ver los alumnos que los procedimientos se generan con un propósito o para satisfacer una necesidad concreta? ¿Valoran los alumnos la participación en la generación o ampliación de procedimientos? Cuando los educandos no recuerdan un procedimiento determinado, ¿Los participantes ven que un procedimiento alternativo puede satisfacer la misma necesidad? ¿Juzgan el mérito relativo de los procedimientos alternativos con base en la eficacia que demuestren?

Cuando se presenta un procedimiento nuevo, ¿Intentan los alumnos ver qué sentido tiene la secuencia en que suceden los diferentes pasos? y finalmente, ¿Tratan de verificar los resultados?

1.2 Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Como el documento de Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) se constituye como una guía para diversos tópicos, para el trabajo se delimita de esta forma: i) la población de estudio son estudiantes de grados sexto y séptimo de un grupo de 6 instituciones educativas participantes de la Segunda Olimpiada Virtual de Matemáticas Unicauca 2020; ii) la investigación está enfocada a los pensamientos numérico, geométrico y variacional según los Lineamientos Curriculares.

Hay que mencionar además que, los estándares permiten evaluar los niveles de desarrollo de las competencias en los escolares durante su etapa académica, los cuales están diseñados con unas expectativas comunes de calidad, donde se busca examinar no sólo al estudiante sino a la institución y por cierto al sistema educativo en las áreas de Educación Básica y Media, aquellos están organizados por grados con los respectivos niveles que se pretende lograr, así: 1° a 3°, 4° a 5°, 6° a 7°, 8° a 9°, 10° a 11°. Como la población a investigar corresponde a los grados sexto y séptimo indica que las expectativas con respecto a matemáticas de los grados cuarto y quinto han sido superadas y se espera alcanzar los propósitos de los siguientes grados.

El ser competente al que hace referencia el documento de los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), es la del contexto laboral, entendido, así como el *saber hacer*, en él se utiliza el *saber*, que corresponde a los conocimientos, habilidades y actitudes vistas en la escuela; conviene subrayar que los contenidos temáticos sí se exploran en los estándares, sin embargo, su mayor énfasis son las competencias. Los diseñadores de los estándares señalan que para desarrollar dichas aptitudes se hace necesario el uso de las situaciones problema, teniendo en cuenta los conocimientos previos, las preguntas que surgen del tema, explicaciones con argumentos, formulación de nuevos problemas y posibles respuestas a ellos. Por consiguiente, los ejercicios deben estar contextualizados y generalizados, que lleven a construir un modelo del mismo y fomentar así el pensamiento variacional; lo dicho anteriormente se relaciona con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas.

Dentro de los estándares se encuentran dos tipos de conocimientos utilizados en la actividad matemática, aquellos son: el conceptual y el procedimental. El primero hace referencia al entendimiento teórico, proveniente del *saber qué* y el *saber por qué.* En cuanto al procedimental, se trata del uso de técnicas, estrategias y realizar diferentes representaciones, para conocer y formar un concepto, es decir, el *saber cómo.* Consideramos importante mencionar lo anterior en la Segunda Olimpiada Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual), porque las nociones de saber conceptual y procedimental son necesarias para la transformación de una situación problema.

De igual modo los estándares resaltan que los pensamientos matemáticos se deben trabajar conjuntamente, por ejemplo, tomando en nuestro caso el pensamiento variacional visto como base de los procesos de generalización, se puede acoger al pensamiento numérico y geométrico con los elementos que cada uno aporta; para el numérico, se tiene las propiedades de los números y sus operaciones, también se puede observar los cambios en los resultados al modificar algún signo operatorio o argumento. Para el geométrico las transformaciones de objetos apoyan la abstracción y análisis desde otra perspectiva.

Ahora bien, los pensamientos son importantes para los estándares porque son los encargados de estructurar los respectivos logros que se pretenden obtener para cada nivel, con esto se quiere decir que para cada grupo de grados que se mencionaron antes, los cinco pensamientos están presentes con sus metas por conseguir. Para el trabajo realizado hay que recordar que se toman tres pensamientos: el numérico, el geométrico y el variacional, cada uno con su sistema de representación pertinente. También hay que mencionar que se hará un estudio de los estándares para los grados cuarto y quinto, con el fin de analizar cuáles de ellos han sido alcanzados por parte de los alumnos antes de la participación de la olimpiada, de igual modo se hará un análisis de los grados sexto y séptimo para determinar que se logró con las actividades propuestas en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca modalidad virtual 2020.

A continuación, se darán a conocer los tres pensamientos con sus correspondientes estándares relacionados para el trabajo realizado con los estudiantes de grado sexto y séptimo.

Tabla 1

Estándares Básicos de Competencias al finalizar quinto grado

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS.	PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
• Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones. • Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos. • Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes. • Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades. • Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiere de las	• Comparo y clasifico objetos tridimensionales de acuerdo con componentes (caras, lados) y propiedades. • Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características. • Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas. • Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales. • Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras.	• Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos. • Predigo patrones de variación en una secuencia numérica, geométrica o gráfica. • Represento y relaciono patrones numéricos con tablas y reglas verbales. • Analizo y explico relaciones de dependencia entre cantidades que varían en el tiempo con cierta regularidad en situaciones económicas, sociales y de las ciencias naturales. • Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación. • Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas. • Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos. • Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa. • Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas. • Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.	• Construyo y descompongo figuras y sólidos a partir de condiciones dadas. • Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños. • Construyo objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y puedo realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura.	

• Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.

Tabla 2

Estándares Básicos de Competencias al terminar el grado séptimo

PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	PENSAMIENTO ESPACIAL Y SISTEMAS GEOMÉTRICOS	PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALÍTICOS
•Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas. • Utilizo números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver problemas en contextos de medida. • Justifico la extensión de la representación polinomial decimal usual de los números naturales a la representación	•Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas. • Identifico y describo figuras y cuerpos generados por cortes rectos y transversales de objetos tridimensionales. • Clasifico polígonos en relación con sus propiedades. • Predigo y comparo los resultados de aplicar transformaciones rígidas (traslaciones, rotaciones, reflexiones) y homotecias	•Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas). • Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación). • Analizo las propiedades de correlación positiva y

decimal usual de los números racionales, utilizando las propiedades del sistema de numeración decimal. • Reconozco y generalizo propiedades de las relaciones entre números racionales (simétrica, transitiva, etc.) y de las operaciones entre ellos (conmutativa, asociativa, etc.) en diferentes contextos. • Resuelvo y formulo problemas utilizando propiedades básicas de la teoría de números, como las de la igualdad, las de las distintas formas de la desigualdad y las de la adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. • Justifico procedimientos aritméticos utilizando las relaciones y propiedades de las operaciones. • Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos.	(ampliaciones y reducciones) sobre figuras bidimensionales en situaciones matemáticas y en el arte. • Resuelvo y formulo problemas que involucran relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales. • Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos. • Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.	negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos. • Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones. • Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas (de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representan.

• Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación.
• Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
• Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas.
• Establezco conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores.
• Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas.

• Reconozco argumentos combinatorios como herramienta para interpretación de situaciones diversas de conteo.

1.3 Olimpiadas Matemáticas

Dentro de los antecedentes consideramos importante dar a conocer un compendio de las Olimpiadas Matemáticas desde varios entes, esto es, internacionales, nacionales y regionales, con el fin de ilustrar los métodos para seleccionar a los participantes, así mismo presentar la importancia de estas en la vida académica y cómo estos retos pueden traer consigo la respuesta de una vida profesional a futuro.

1.3.1 I*nternacionales*

Según María Gaspar (Presidenta de la Comisión de Olimpiadas Real Sociedad Matemática Española) en el sitio web de Aprender a Pensar, afirma que en el año 1885 se datan las primeras competencias de matemáticas en Bucarest; sin embargo, en 1894 se da la competencia Eötvos en Hungría, aquella es usada como pauta y modelo para otros concursos no solo de matemáticas sino de ciencias en general, con respecto a los problemas propuestos en este desafío también señalan lo que sería el objetivo de una competencia de olimpiadas, pues la prueba trata de medir la creatividad de los estudiantes, de desarrollar su autonomía de pensamiento, más que medir sus conocimientos curriculares.

Para el año 1959 se da la primera Olimpiada Internacional de Matemáticas en Rumanía, con la intervención de siete países, desde aquel momento, anualmente se conmemora este evento con estudiantes menores de 20 años que no estén realizando cursos superiores (OMMAGS[2]). Los siete países fueron Alemania Democrática, Hungría, Checoslovaquia, Unión Soviética, Polonia, Bulgaria y Rumanía; cada año se realiza en un país diferente, el cual puede participar siempre que sea invitado por el anfitrión, por lo general una vez acepte la invitación este seguirá siendo convocado. La Olimpiada Internacional de Matemáticas (Desde ahora en

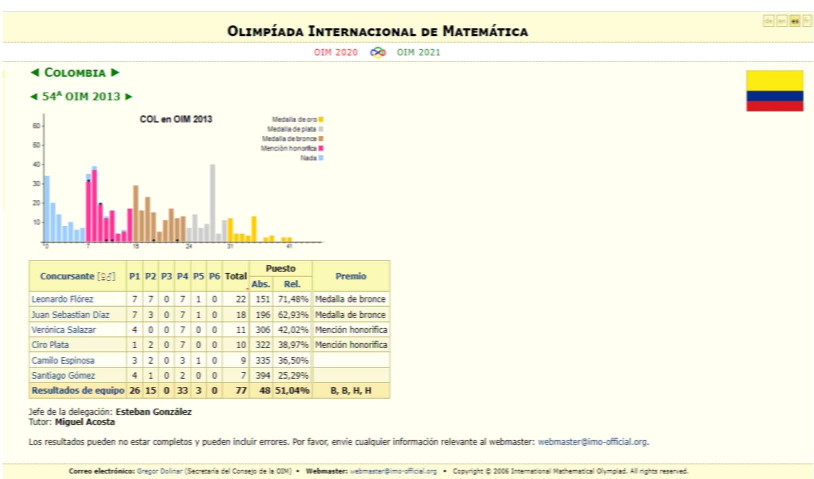
[2] OMMAGS*: Olimpiada Mexicana de Matemáticas Aguascalientes. (En el sitio web no se encuentra el año de publicación).

adelante IMO), se mantiene siempre muy fiel a sus usos, tradiciones y costumbres, entre los que destaca el papel del Jurado Internacional, formado por los jefes de delegación de los países participantes, los cuales tiene varias funciones que desempeñar en los doce días de duración de la prueba, por ejemplo, decide los problemas a proponer, su redacción definitiva, se ocupa de la traducción de los enunciados - más de 50- a los idiomas de los participantes, decide los criterios de calificación o cómo distribuir los premios, y toma la decisión oportuna en el caso de que surgiera algún imprevisto (Gaspar, 2019).

Colombia fue anfitrión de la IMO en su versión LIV en el año 2013, se llevó a cabo en Santa Marta y Barranquilla en el mes de Julio, participaron 527 estudiantes de 97 países y fue uno de los eventos académicos más importantes realizados a nivel nacional (UAN, 2013), los resultados para este año fueron los siguientes,

Figura 1

Resultados de la Participación de Colombia en la IMO



OLIMPÍADA INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA

OIM 2020 OIM 2021

◄ COLOMBIA ►

◄ 54ª OIM 2013 ►

Concursante	P1	P2	P3	P4	P5	P6	Total	Puesto		Premio
								Abs.	Rel.	
Leonardo Flórez	7	7	0	7	1	0	22	151	71,48%	Medalla de bronce
Juan Sebastian Díaz	7	3	0	7	1	0	18	196	62,93%	Medalla de bronce
Verónica Salazar	4	0	0	7	0	0	11	306	42,02%	Mención honorífica
Ciro Plata	1	2	0	7	0	0	10	322	38,97%	Mención honorífica
Camilo Espinosa	3	2	0	3	1	0	9	335	36,50%	
Santiago Gómez	4	1	0	2	0	0	7	394	25,29%	
Resultados de equipo	**26**	**15**	**0**	**33**	**3**	**0**	**77**	**48**	**51,04%**	**B, B, H, H**

Jefe de la delegación: **Esteban González**
Tutor: **Miguel Acosta**

Los resultados pueden no estar completos y pueden incluir errores. Por favor, envíe cualquier información relevante al webmaster: webmaster@imo-official.org.

Correo electrónico: Gregor Dolinar (Secretaría del Consejo de la OIM) • **Webmaster:** webmaster@imo-official.org • Copyright © 2006 International Mathematical Olympiad. All rights reserved.

Nota. Olimpiada internacional de matemáticas, Secretaría del Consejo de la OIM, 2013 (https://www.imo-official.org/team_r.aspx?code=COL&year=2013). Copyright © 2006

Según María Gaspar, en la IMO se proponen seis problemas de matemática elemental, los cuales son originales e inéditos, el objetivo de estos es medir intuición y creatividad más que contenidos y técnicas adquiridas, su énfasis es que sean retos para los integrantes; los temas son geometría, teoría elemental de números, álgebra y combinatoria, la autora del relato de la historia, resalta lo siguiente: se ha comprobado que los partícipes cuando resuelven el problema es realmente “hacer matemáticas”, destacando que los participantes son ingeniosos con sus procedimientos. Por otro lado, se tiene la premiación, la cual no es material ni económica, es una medalla que los competidores reciben con gran satisfacción.

Para finalizar con este breve escrito sobre la IMO, queremos destacar la importancia de estos espacios para jóvenes, permitiendo encontrar y tomar conciencia de sus habilidades y falencias, y de esta manera orientarse para un futuro profesional, es un hecho que las olimpiadas matemáticas impulsan para encontrar talentos ocultos, y así encaminar hacia las matemáticas. Gaspar nos da lista de personas que fueron a la IMO y posteriormente reconocidos por sus aportes matemáticos y ganadores de la Medalla Fields, ellos son, Terence Tao [3], Gregory Perelman, Timothy Gowers, Cédric Villani, Arthut Ávila o Maryam Mirzakhani.

1.3.2 Nacionales

Colombia aparece con su primera participación en la IMO en el año 1981, con ocho participantes entre ellos una mujer (publicado en IMO 2006). La selección de los partícipes de esta competencia se realiza mediante la Universidad Antonio Nariño (UAN), con un certamen llamado Olimpiada Colombiana de Matemáticas, los mejores concursantes y estudiantes destacados de otras son convocados a conformar el equipo que representará a Colombia, estos

[3] En 1986, 1987 y 1988, fue el participante más joven de la historia en la Olimpiada Internacional de Matemática, compitiendo primero con diez años y ganando una medalla de bronce, plata y oro respectivamente.

estudiantes se preparan con talleres y pruebas de alto nivel, los resultados destacados de este proceso son quienes constituyen el grupo representativo.

La Olimpiada Colombiana de Matemáticas no es la única competencia de matemáticas que se realiza en el país, hay muchas más y que no necesariamente siguen el propósito de la UAN. Entre las más conocidas se encuentran, la Olimpiada organizada por la Universidad Industrial de Santander (UIS), las Olimpiadas Matemáticas Regionales de la Universidad de Nariño, las Olimpiadas Matemáticas Regionales de la Universidad del Valle, y como olvidar a la Universidad del Cauca con la Olimpiada de Matemáticas Unicauca.

La Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander (UIS) tiene como proyecto social desde el año 2012, las Olimpiadas Regionales de Matemáticas para estudiantes de básica primaria y secundaria desde el grado tercero; esta idea surge debido a los desafíos que trae consigo la enseñanza-aprendizaje de las habilidades matemáticas en el nororiente colombiano, el objetivo es reforzar las competencias matemáticas de los estudiantes inscritos, y para ello se prepara a los profesores que orientarán a los participantes (UIS página oficial de la Escuela de Matemáticas). Debemos agregar que para el fortalecimiento de las competencias matemáticas, la UIS considera importante generar ambientes apropiados de estudio para los niños y jóvenes santandereanos en el cual se brinde la posibilidad de compartir y confrontar en torno a las matemáticas, además se promueve la competencia académica para que los estudiantes disfruten y aprendan resolviendo problemas matemáticos, y por último, se deja como reflexión a los profesores sobre el conocimiento de las habilidades matemáticas que se alcanzan en el salón de clase.

La inscripción a las Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS, ha sido pagando un costo y se pueden inscribir el número de estudiantes que deseen participar, por institución educativa. Hay tres niveles, básico, medio y avanzado tanto para primaria como secundaria. Todas las pruebas de los certámenes se hacen en línea a través de Moodle en la web de la UIS, son tres fases anteriores a la final, ellas son, fase preparatoria, clasificatoria y selectiva, y por último, la fase final, donde se clasificarán a 20 estudiantes con los mejores resultados obtenidos en cada prueba mencionada anteriormente, aquellos se denominan estudiantes finalistas. La prueba consta de problemas tipo ensayo y resolución corta.

Figura 2

Niveles de la Olimpiada de la UIS

	Nivel Básico	Nivel Medio	Nivel Avanzado
Secundaria	6° y 7°	8° y 9°	10° y 11°
Primaria	3°	4°	5°

Nota. Niveles de competencia de las Olimpiadas Regionales de Matemáticas UIS, Universidad Industrial de Santander, 2012 (http://matematicas.uis.edu.co/?q=olimpiadas-secundaria/metodologia). © Copyright 2011.

La primera Olimpiada Regional de Matemáticas correspondiente a la Universidad de Nariño (ORM-UDENAR) fue en el año 2016 organizada por el Departamento de Matemáticas y Estadística, "con el propósito de contribuir al mejoramiento de la formación matemática en la zona de influencia de la Alma Máter y propiciar la participación de estudiantes de básica secundaria de diferentes municipios de Nariño y Putumayo" (Universidad de Nariño, 2016). En la competencia inicial hubo dos niveles, de los cuales el primero son estudiantes de grados sexto y séptimo, y segundo nivel: grados octavo y noveno. Actualmente hay cuatro niveles, donde el tercer nivel son grados décimo y undécimo, se incluye a grados cuarto y quinto en el nivel primaria. Para más información dejamos el link de la página web http://orm.udenar.edu.co/

La Universidad del Valle también coordina su Olimpiada Regional de Matemáticas desde el año 2007 con la ayuda del Departamento de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Naturales y Exactas, el propósito de esta desde sus inicios es “fortalecer la calidad de la educación secundaria de la región y del país, a través de espacios académicos y lúdicos que promuevan una sana competencia entre los estudiantes” (página oficial de ORM UNIVALLE). Además, las ORM de esta universidad busca inducir y reforzar los conocimientos y habilidades matemáticas tales como razonar, conjeturar e investigar mediante la resolución de problemas olímpicos, hay que destacar que la ORM UNIVALLE hace la invitación a todos los centros educativos del país a participar de ella. Actualmente se cuenta con cuatro niveles (Nivel Junior: grados 4° y 5°; Nivel Básico: grados 6° y 7°; Nivel Medio: 8° y 9°; y Nivel Avanzado: 10° y 11°), y tres fases de clasificación, fase clasificatoria, fase final-zonal (determina los ganadores por zona geográfica) y fase final. Para más información https://orm.univalle.edu.co/index.php

Hay más olimpiadas de matemáticas que se organizan a nivel nacional, como la que coordina la Universidad de Antioquia -Olimpiadas UDEA- (dejamos el enlace para una mejor indagación https://olimpiadasudea.co/), Universidad Nacional de Colombia (incluyendo jóvenes universitarios) entre otras, también hay que mencionar que gracias a la tecnología tenemos a disposición en Google páginas de juegos y pasatiempos matemáticos.

1.3.3 Regionales

La Universidad del Cauca no es ajena a los eventos mencionados anteriormente, en el escrito de (Enríquez y Pérez, 2018) expone que ha participado en la Olimpiada Colombiana de Matemática Universitaria de la Universidad Antonio Nariño (sede Bogotá) desde el año 1998 hasta 2007 con estudiantes de los programas de Licenciatura en Matemáticas, Ingeniería

Electrónica e Ingeniería Física bajo la orientación del profesor Francisco Enríquez, el grupo conformado con aquellos estudiantes se denominó Grupo de Olimpiadas Matemáticas de la Universidad del Cauca (GOMUC) y una de sus actividades principales es la resolución de problemas matemáticos no rutinarios, mediante los cuales se prepararon estudiantes para la representación de la Universidad del Cauca en las olimpiadas matemáticas nacionales, certámenes en los que nuestra Alma Máter tuvo una destacada participación.

Además, desde el año 2016 fue invitada a integrarse en el IX Concurso de Integrales Universidad Nacional sede Medellín, donde se ha destacado con sus resultados. La Universidad ICESI organiza las Olimpiadas Matemáticas Universitarias del Suroccidente colombiano (OMUS), y para el año 2018 la Universidad del Cauca interviene por primera vez en esta competencia regional, dando lugar a constituir y entrenar al equipo representativo. Con esto en mano, los docentes Francisco Enríquez y Jhon Jairo Pérez ven la oportunidad de realizar un proyecto social con los siguientes propósitos: “mantener vivo el gusto por las matemáticas, profundizar en ellas, cultivar talentos matemáticos y crear espacios que permitan la popularización de las matemáticas”. Asimismo, ellos pretenden contribuir a mediano plazo con la solución del problema de retención y repitencia de los estudiantes de Unicauca (Enríquez y Pérez, 2018).

Ahora bien, dentro de las diferentes actividades que GOMUC se ha planteado, nos interesa las que atienden a estudiantes y profesores de básica primaria y secundaria, para ilustrar mejor: ofrecer talleres de resolución de problemas de olimpiadas para estudiantes de los programas de pregrado del Departamento y profesores universitarios que apoyarán el trabajo con los colegios; desarrollar talleres a profesores de secundaria y estudiantes, grados 9° a 11°; Conformar un banco de problemas tipo olimpiadas con los talleres ejecutados; Realizar anualmente la “Olimpiada Matemática Unicauca” para colegios de Popayán. Aquellas labores son pensadas para hacer en un horario extracurricular durante todo el año de tal manera que las habilidades matemáticas se puedan potenciar, de ese modo también se espera que en este ambiente se logre estimular el gusto por las matemáticas, y así aportar con la formación del pensamiento crítico y del espíritu científico en nuestra comunidad académica.

La metodología para efectuar la Olimpiada Matemática Unicauca se diseñó con las siguientes fases: *preparatoria* (capacitación de estudiantes universitarios y profesores de secundaria dispuestos a colaborar), *clasificatoria* (presentan la prueba los estudiantes de 9° a 11° inscritos), final (se sitúan en esta posición los participantes que obtienen los 20 mejores resultados) y la *premiación* (los 7 puntajes destacados y al estudiante mejor de cada colegio reciben un reconocimiento). Para más información se deja como anexo 1 el proyecto nombrado Olimpiadas Matemáticas e Integrales Unicauca.

Por otro lado, en el departamento del Cauca tenemos eventos de matemáticas por instituciones educativas como es el caso de la Institución Educativa el Mirador de la ciudad de Popayán que organiza la Olimpiada de Matemáticas desde el año 2005 -esta se realiza cada año-, con el apoyo del grupo de ALTENUA de la Universidad del Cauca y la Secretaría de Educación de Popayán se desarrollan las Olimpiadas Municipales de Matemáticas y Lenguaje desde el año 2014 (dejamos el enlace del blog de esta competencia para más información http://gruponumerosyletrasiemiradorpopayan.blogspot.com/2019/). También en el Colegio Técnico Comfacauca se coordina Olimpiadas de Matemáticas municipales, en el año 2019 se dio la XVI versión con la participación de 14 instituciones, acogiendo a 350 estudiantes de básica primaria y secundaria (https://www.comfacauca.com/news/show/title/xvi-olimpiadas-de-matem-ticas-en-el-colegio-t-cnico-de-comfacauca)

En este mismo año tuvo lugar la primera versión de Olimpiadas Matemáticas del Macizo Colombiano, organizada por el profesor Jesús Gonzalo Sotelo de la Institución Educativa la Herradura con el apoyo de 6 estudiantes del grado undécimo de su institución, teniendo como función, logística y explicación de los talleres previos a las pruebas. Participaron 13 instituciones de diferentes municipios del departamento, entre ellos Bolívar, Almaguer, la Vega, la Sierra, así mismo se invitaron a las instituciones educativas: INAMIX de Piendamo y la I E Brisas del Patía. Los grados de escolaridad partícipes fueron desde el grado sexto hasta el undécimo, llegaron 620 competidores y a la final 120, de los cuales se premiaron a los primeros tres lugares de cada nivel (siendo el primer nivel: grados 6° y 7°; segundo nivel: 8° y 9°, tercer nivel: 10° y 11°). También hubo apoyo por parte el profesor Jhon Hermes Castillo de la Universidad de Nariño y, de los docentes Francisco Enríquez y Jhon Jairo Pérez de la Universidad del Cauca, ofreciendo charlas de resolución de problemas, aplicaciones con GeoGebra (a cargo del profesor Javier Ruiz), y un discurso de motivación para estudiantes y docentes. Se pensaba realizar esta competencia anualmente y tomando un anfitrión diferente en cada uno de ellos, pero la pandemia causada por el Covid-19 no ha permitido tal acontecimiento.

Por último, queremos mencionar que, por medio de la Universidad del Cauca, algunas instituciones del departamento del Cauca y otros departamentos hacen parte de la Competencia de Matemáticas por Equipos (COMATEQ) de la Universidad de Puerto Rico que se celebra anualmente en el mes de marzo. (para mayor información se deja el enlace (https://webwork-test.uprm.edu/)

1.3 **Marco Referencial**

Este proyecto investigativo va encaminado al trabajo realizado por los estudiantes en torno a las áreas de álgebra temprana (Early Algebra) y geometría, vistos desde el contexto escolar y social. Desde la práctica docente nos damos cuenta de que la aplicación de situaciones problema presentadas en lenguaje natural o usual no son abordadas con facilidad y más aún la dificultad de ser contextualizadas es cada vez mayor. Una primera hipótesis que se maneja a esta problemática es la ausencia del aprendizaje temprano de estos contenidos en las aulas de clase, dado que, los alumnos se encaminan a realizar procesos mecánicos y algorítmicos de estas situaciones, por lo que al momento de presentar problemas abiertos o introducir nuevos conceptos, genera desconcierto al no poder obtener una solución, y por ende la deserción en el trabajo de esta temática aumenta progresivamente.

Dentro de la resolución de problemas trabajados en el contexto de olimpiadas encontramos el desarrollo de los pensamientos aleatorio, variacional, numérico, geométrico y espacial descritos en los lineamientos curriculares del MEN, cuyo énfasis se hizo en los pensamientos numérico, geométrico, y variacional, obteniendo que los estudiantes en este ambiente olímpico se les dificulta trabajar con problemas dados en lenguaje natural y contextualizados a situaciones reales; para ello, se realiza el estudio de investigaciones relacionadas con este trabajo respecto a la incorporación de problemas matemáticos y evidenciar los aportes positivos que se han obtenido hasta el momento.

Ahora bien, para el estudio de la resolución de problemas matemáticos nos enfocamos en el modelo de transformación propuesto por Raymond Duval acerca de las representaciones semióticas; aquellas hacen referencia al sistema de signos (el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, entre otras), y en que pueden ser convertidas en representaciones “equivalentes” en otro sistema semiótico, pero logrando tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza (Duval, 1999), dicho de otra manera, las representaciones semióticas tienen que ver con el cambio de forma de un sistema de representación a otro, en nuestro caso de lenguaje natural al formal; dentro de este proceso de cambio encontramos el tratamiento y la conversión importantes para el estudio y análisis de este proyecto.

El tratamiento es considerado como una expansión de la información dentro de un sistema de representación, bien sea para reformular o para explicarlo; en el contexto de olimpiadas el tratamiento que se busca es el de analizar el problema dado en lenguaje natural, y lograr extraer esa información relevante para buscar un acercamiento a la solución esperada; por ende, es importante recalcar al estudiante la necesidad de hacer una buena lectura al problema expuesto, de modo que, si se hace este proceso correctamente, la comprensión será más fácil y así, el tiempo estimado para su resolución sea suficiente.

Por otro lado, tenemos la conversión dentro de las representaciones semióticas, Duval (1999) afirma que:

> “la conversión es la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información dada en un registro, en una representación de este mismo objeto, esta misma situación o de la misma información en otro registro” (p. 44).

En otras palabras, la conversión es aquella en la cual se maneja información de la actividad matemática dentro del mismo registro en su totalidad o definitivamente cambia de acuerdo al registro de representación que sea más factible para la solución de un problema; con lo anteriormente descrito, la conversión pasa a ser un desarrollo importante en el sistema de representación, dado que, en ella se evidencia la mayor dificultad de los estudiantes al realizar un proceso de transformación de un problema matemático. Para ello es importante tener en cuenta que dentro de la conversión se describe la congruencia y la no congruencia de los registros, así, diremos que hay congruencia se satisfacen 3 condiciones: correspondencia semántica entre las unidades significantes que las constituyen, mismo orden de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones y para convertir una unidad significante de la representación de partida se tiene una única unidad significante den la representación de llegada (Duval, 1999, p.51). Dado el caso que ninguna de estas 3 condiciones se cumpla, entonces se dice que no son congruentes y el paso de un sistema de representación a otro tomará tiempo y genera dificultad en la transformación.

Cabe resaltar que en la resolución de problemas y más en el contexto de olimpiadas, se encuentra variedad de estrategias implementadas por los estudiantes, y no solo por parte de ellos sino también por parte del docente y demás interesados en el tema; estas estrategias inmersamente están condicionadas a factores como: el manejo del problema es decir el conocimiento con el cual le permitirá llegar a la solución, que haya buena comprensión textual, que el estudiante haya adquirido destrezas en este campo, entre otros. Al respecto (Scheiter, et al, 2010 como se citó en Gasco, 2017) encontró que:

> La familiaridad con la resolución de problemas permite la adquisición de multitud de competencias. En este sentido, se identifican 3 grandes campos: la habilidad para entender el problema, la competencia para aplicar el procedimiento de resolución y la capacidad para construir esquemas abstractos. (p. 3).

Por otro lado, en las olimpiadas matemáticas se ha obtenido que una dificultad que prima es la aplicación de ejercicios mecánicos en el aula de clase y no la interacción con problemas abiertos que permitan fomentar la creatividad y destrezas de los estudiantes; en un estudio de Nieto (2015) se encontró que:

> Un ejercicio se resuelve más o menos mecánicamente, si se ha comprendido el material instruccional que lo procede. En cambio, ante un verdadero problema, el estudiante no tiene a mano un procedimiento que le permita resolverlo, sino que debe utilizar su imaginación, creatividad e ingenio. Y estas son precisamente las capacidades intelectuales que le permitirán tener éxito en su vida profesional, hallando soluciones creativas a los innumerables problemas del mundo actual que carecen de soluciones prefabricadas. (p. 6)

Con todo lo anteriormente dicho, se tuvo en cuenta el trabajo realizado por Diana Milena Cotacio de la Universidad del Cauca, cuyo enfoque está en el uso del lenguaje natural en las situaciones problema en estudiantes del grado noveno, aunque nuestro proyecto se centra en estudiantes de grado 6° y 7°, lo que se quiere observar es que a pesar de estar en las últimas etapas de escolaridad, la resolución de problemas del paso del lenguaje natural al formal ha sido de gran dificultad aun en estos niveles y más al momento de contextualizarlo, de igual modo, verificar que la transformación al sistema de representación simbólico(variables) en el álgebra genera complicaciones, que a pesar de trabajar constantemente con ello, el uso de procesos mecánicos es constante, a tal punto de generar confusión cuando se abordan situaciones de la misma manera, pero con diferente significante, en ella se recalca una vez más la importancia de realizar una conversión y tratamiento correcto del problema, y de esta manera con facilidad obtener un desarrollo y resultado correcto.

De igual manera, tenemos el trabajo realizado por Sandra Londoño de la Universidad de Antioquia, la cual se centra en la modelación matemática para la construcción de relaciones lineal entre dos variables; son importantes sus aportes para este trabajo pedagógico, en primer lugar porque es una guía en la construcción estructural de este documento y en segundo lugar porque nos presenta las problemáticas en cuanto a la modelación matemática, que trayéndola a nuestro contexto investigativo, sería la transformación de un lenguaje coloquial o común al sistema matemático; además de fomentar la contextualización de las situaciones problema para que el estudiante se relacione más con su entorno y logre resolver con facilidad situaciones cotidianas.

Ahora bien, la introducción al álgebra en la formación matemática, ha reflejado que los estudiantes no se sienten cómodos con su implementación, sencillamente porque el solo su nombre provoca un poco de susto en cuanto al grado de dificultad que se cree tener, y esto es así, ya que los conceptos matemáticos y en sí la matemática en general no tiene gran acogida en la educación y más en la educación temprana, el cual se considera un cambio brusco del paso de la aritmética a la generalización de la misma, y esta descripción se detalla más a fondo en el estudio realizado por Castro (2012), donde se habla de una crisis en la enseñanza del álgebra. Ruano et al (2003) afirma que:

> Para el profesor, es importante conocer los errores básicos cometidos por los alumnos puesto que le provee de información sobre la forma en que estos interpretan los problemas y sobre cómo utilizan los diferentes procedimientos algebraicos. Esta información permitirá al profesor arbitrar procedimientos y remedios efectivos para ayudar a los alumnos en la corrección de dichos errores. (p.2)

Por tal motivo, el trabajo del docente debe estar encaminado a generar motivación, a ser dinámicos en su enseñanza y a fomentar la creatividad e interés por resolver problemas y más aún inmersos en las olimpiadas, que le permitirá a futuro solucionar situaciones cotidianas en todos los campos de la educación básica, media, universitaria, entre otras.

En cuanto al trabajo de la geometría, se ha visto que sus definiciones, teoremas, axiomas, parecen ser asimilados con facilidad, pero al momento de plasmar una figura con solo el enunciado o sacar información de un bosquejo en una situación problema, se encuentra cantidad de dificultades, y estas son a causa de que la geometría es mas completa, es decir en ella el estudiante está ilustrando, razonando y creando destrezas para obtener una solución correcta; es ahí donde se genera confusiones en la aplicación de cada uno de sus conceptos, por lo que el alumno no abordará a profundidad el problema y su resolución será errónea, más aún en una olimpiada, en donde el tiempo es importante y si no hay claridad de sus conocimientos, la efectividad del problema será parcial o completamente nula. Para ello es importante que el estudiante aplique la "intuición geométrica", la cual permitirá desarrollar un tratamiento y una conversión del problema de forma correcta, puesto que según (Poincaré, 1963-1912 como se citó en Duval, et al, 2016):

> (…) para favorecer esa intuición, la geometría tiene que dibujar las figuras, o por lo menos representarlas mentalmente. Ahora bien, si se desprecian las propiedades métricas o proyectivas de esa figura, si se retienen únicamente sus propiedades puramente cualitativas, es allí donde interviene verdaderamente la intuición geométrica. (p.15).

Dentro del campo de las olimpiadas resaltamos el trabajo de Claudia Cristina Rivera Quilindo y Yadira Isabel Garcés Palacio de la Universidad del Cauca, quienes reflejan, en primer lugar la importancia de la implementación de la resolución de problemas en el aula de clase mediante los Lineamientos Curriculares y los Estándares Básicos de Competencia del Ministerio de Educación nacional, además de mostrar cifras reales en las cuales el desempeño en el área de matemáticas en Colombia en cuanto a las pruebas PISA e ICFES es bajo, lo cual incita al estudio de las problemáticas inmersas en estos resultados y trabajar en ellas mediante la investigación cualitativa. Y en segundo lugar el uso de las olimpiadas matemáticas como estrategia motivacional para los alumnos de la Institución Educativa de Monterilla del Municipio de Caldono Cauca, para que los estudiantes pierdan el temor a la resolución de problemas matemáticos en cualquier contexto y obtener así mejores resultados en las evaluaciones que realiza el estado.

Finalmente, algo interesante para retomar de las palabras de Duval es la importancia que tiene el lenguaje natural en todo tipo de conocimiento y en especial en el matemático, dado que directa o indirectamente está presente en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y más aún en la actividad matemática, en la cual se hace necesario el uso de las representaciones semióticas; así, Duval (1999) afirma que:

> El aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos. Enseñar y aprender matemáticas conlleva que estas actividades requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de actividades de representación y de expresión. (p.14).

1.5 Formulación Del Problema

Desde nuestra práctica docente y apoyo educativo institucional, nos damos cuenta que hemos restringido varios factores importantes para la transcripción de las situaciones problema que están propuestas en lenguaje natural o común y transformarlas a un lenguaje matemático, ciertas dificultades presentadas han sido un pilar para que nuestra investigación pueda solventar dichos obstáculos, para lograr que los estudiantes se familiaricen con estos conceptos y en un futuro sea más factible la resolución de situaciones problema encaminados a la educación matemática y no solo a ella sino a la contextualización con las demás áreas.

Temas como el álgebra y la geometría han promovido con frecuencia dificultad y contrariedades para los estudiantes, los cuales se evidencian en los antecedentes que se enunciaron anteriormente en el marco referencial. En nuestra práctica se trabajaron talleres con problemas olímpicos, los cuales estaban enfocados en 4 aspectos (álgebra, geometría, razonamiento lógico y teoría de números). Dado que el estudio se realizó con estudiantes de 6° y 7° de seis instituciones educativas del departamento del Cauca, nuestra atención se centró en trabajar álgebra temprana (Early Algebra) y geometría, generando en ellas mayor dificultad al momento de tratar y convertir una situación problema, buscando solventar aquellos errores y que en la última etapa de la olimpiada de Unicauca, se viera reflejado este progreso.

Las situaciones problema que se trabajaron en los talleres y pruebas de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual), son dadas en su mayoría en el lenguaje natural, con el fin de generar confianza en el desarrollo de los problemas, sin embargo, según los referentes anteriores el lenguaje natural hace que los ejercicios tomen cierta dificultad por estar fuera del contexto de matemáticas; Con respecto a lo mencionado previamente, nuestro propósito es resolver la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuál es el progreso obtenido por los estudiantes partícipes de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (modalidad virtual) al transformar un problema dado en lenguaje natural al formal?

Considerando nuestra pregunta, la investigación se enfoca en analizar los errores más comunes dentro de los talleres de aprendizaje y las pruebas realizadas para cada fase de la olimpiada, en la sala virtual de nuestra práctica pedagógica; con esto en mano, se hace el estudio y se logra evidenciar el progreso de los estudiantes de grado sexto y séptimo participantes de este evento.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

Dentro de la enseñanza de la matemática se encuentran diferentes inconvenientes relacionados con temas específicos de ella. En este trabajo de práctica se investigan los errores más frecuentes en la transformación de una situación problema dada en lenguaje natural, para ello se hace necesario presentar los términos de referencia que se usarán para el desarrollo de la implementación de la práctica pedagógica.

Actividad Matemática

Se entiende como el proceso en el cual se desarrollan diferentes actividades concernientes a la matemática, por ejemplo, un tipo de actividad será la resolución de problemas como proceso de aprendizaje de las mismas, o actividades lúdicas que permitan fortalecer conocimientos previos y obtener aprendizajes nuevos; se considera como actividad matemática todo aquello que sea necesario para aprender, enseñar y producir matemáticas.

Resolución De Problemas

Para este trabajo se asume que un problema es *un suceso o una acción en la cual intervienen una o más personas, esperando encontrar una explicación o una solución óptima y viable para las partes*. Ahora bien, la resolución de problemas es una actividad en la cual se involucran diferentes situaciones y procedimientos que permiten solucionar una complejidad.

Como lo afirman Schoenfeld, Torner y Reiss. Traducido: “Durante algún tiempo, La "resolución de problemas" ha sido un tema importante en la investigación y en los planes de estudio de todo el mundo, a veces etiquetados como tales, a veces con énfasis en aplicaciones, a veces a través de diferentes pedagogías que enfatizan la creación de sentido de situaciones matemáticas, de forma individual o colectiva" (Schoenfeld *et al.*, 2007)[4]. Esto es importante porque se desarrollan habilidades no solo para llegar a una respuesta exacta si no el cómo se llega a ella, el camino que se recorre para obtener la solución, ya que es ahí donde se evidencian los verdaderos desafíos de la matemática para adaptarse a los demás contextos.

Nieto (2004) afirma que, "la resolución de problemas está estrechamente relacionada con la creatividad, que algunos definen como la habilidad para generar nuevas ideas y solucionar todo tipo de problemas y desafíos" (p.3). Cabe destacar el interés de este tema (resolución de problemas), pues es un proceso que acoge a todas las matemáticas y se apoya en el contexto en el cual se pueden aprender y fortalecer conceptos y habilidades. Al respecto, en la resolución de problemas se pone en práctica la capacidad de análisis, el dominio que se tiene acerca de las matemáticas, la creatividad y la memoria; por ende, el objetivo será crear motivación para que se enfrenten a nuevos retos relacionados con la resolución de problemas como por ejemplo las olimpiadas matemáticas, fundamentales para fortalecer el razonamiento matemático.

Olimpiadas Matemáticas

En eventos como las *olimpiadas* se ponen en práctica los conocimientos y habilidades adquiridas en matemática para la resolución de un problema en un tiempo estipulado; al respecto Nieto (2015) afirma:

> las olimpiadas matemáticas son concursos de resolución de problemas que se realizan en todo el mundo a nivel local, nacional, regional e internacional; la participación en estas

[4] Versión traducida. En el original dice "For some time, ''problem solving'' has been a major theme in research and in curricula around the world—sometimes labeled as such, sometimes with an emphasis on applications, sometimes through different pedagogies that emphasize making sense, individually or collectively, of mathematical situations" (Schoenfeld *et al.*, 2007).

> competencias, en las que se plantean problemas novedosos e interesantes alejados de la rutina, puede estimular el interés de muchos estudiantes por la matemática y ayudarlos a descubrir aptitudes y hasta vocaciones ocultas. (p.1).

Por otro lado, las olimpiadas han sido utilizadas como:

> un programa de apoyo al profesor en su búsqueda de la excelencia en el salón de clase, y busca impulsar la investigación y el pensamiento creativo de los estudiantes del país dentro del marco de sus estudios, desde la escuela primaria hasta los universitarios (Universidad Antonio Nariño, s.f.).

Dentro de ellas se encuentran diferentes problemas que promueven el conocimiento matemático, pero en los cuales se genera mayor dificultad es aquellos que requieren modelar una situación, ya que la relación entre matemática y exterior o lo habitual no es claro, porque siempre se rige a una construcción semiótica (simbólica) y al exponer problemas de lectura, su comprensión puede obstaculizar el objetivo esperado.

Álgebra Temprana

Una manera de explorar lo aprendido en la etapa escolar es mediante *Olimpiadas Matemáticas.* Cuando nos referimos a explorar lo aprendido queremos hacer énfasis al *álgebra temprana* (o también conocida como Early Algebra); “aquella tiene unos objetivos más amplios que el pre-álgebra, e intenta introducir modos del pensamiento algebraico desde los primeros cursos de escolarización” (Alsina, 2019,). Ahora bien, el pensamiento algebraico es una forma de pensar y actuar en objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas (Moreno, 2015).

Por otro lado, “pre-álgebra hace referencia a los contenidos previos al álgebra, con intenciones de suavizar esa transición de lo aritmético a la generalización, algo así como aritmética generalizada” (Alsina, 2019).

Es necesario precisar que para nuestro trabajo nos enfocamos en *álgebra temprana* ya que cumple con los objetivos de las olimpiadas matemáticas, al ser estas más exigentes en cuanto al desarrollo del pensamiento matemático y al trabajar con estructuras matemáticas, así también porque permiten motivar a los estudiantes aprender contenidos desde otro contexto. Por otro lado, el estudio también está encaminado a situaciones problema que incorpore geometría, analizar desde el punto de vista de los estudiantes como afrontan un problema olímpico y evidenciar el progreso que se obtiene al finalizar la olimpiada.

Geometría

En los sistemas geométricos se consideran todos los procesos cognitivos con el fin de hacer representaciones mentales de los objetos del espacio, así como también investigar las relaciones, transformaciones y como no una representación material. Al ser un sistema geométrico contextualizado se infiere que los objetos matemáticos tangibles pasen por una representación mental para luego llegar a algo más abstracto; incluso después se puede hacer de manera viceversa; lo anterior se divide en unos procesos llamados, sensoriomotor y conceptual.

De acuerdo con los lineamientos, formar el pensamiento geométrico es una evolución pausada, y esto se da por varias razones que tocan el contexto escolar y social, sin embargo, se espera que el alumno concluya su etapa de formación con niveles avanzados. Para el análisis del pensamiento geométrico en este trabajo con estudiantes de grado sexto y séptimo en Olimpiadas, se va a tener en cuenta los niveles de Van Hiele, los cuales presentan una estructura del aprendizaje en esta línea. A continuación, se da a conocer a cada uno de ellos de manera breve.

Tabla 3

Niveles de Van Hiele

NIVEL	DESCRIPCIÓN
1	conocido como de visualización, donde el estudiante distingue las figuras, pero no es capaz aún de establecer relaciones entre ellas, se trabaja sobre figuras de la misma forma.
2	en aquel se hace un estudio de los elementos de una figura y sus propiedades básicas, en este se exhibe figuras de diferentes clases.
3	llamado de ordenamiento o de clasificación, donde los aprendices pueden argumentar sus clasificaciones con propiedades de clases de figuras, aunque estas sean informales ya se ve una mejor indagación sobre el tema.
4	prima el razonamiento deductivo, su análisis esperado sería usando axiomas, definiciones y teoremas, el razonamiento abstracto y el rigor aún no se da de manera superficial.
5	en este si se aprecia el rigor, el razonamiento es formal con base en definiciones, axiomas y teoremas.

Debido al contexto virtual en el que se desarrolló la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual), se tomarán como base los niveles mencionados anteriormente para el estudio del pensamiento geométrico ya que se dificulta trabajar con objetos concretos, no obstante, hay que aclarar que indagar sobre el espacio, la imaginación tridimensional que este conlleva y las conjeturas planteadas son de especial interés para el progreso del pensamiento espacial.

De acuerdo con Acosta y Camargo (2012), la geometría en la actualidad es multidimensional, y una de esas dimensiones es la teórica, aquella incorpora las teorías existentes que llevan al rigor y la abstracción; lugar para las Olimpiadas de Matemáticas, que se destacan por ser de una complejidad mayor comparada con las actividades de un aula de clase, donde se exige que los contenidos de esta vayan más allá de una simple memorización y aplicación, se espera que en este espacio los estudiantes den a conocer todas sus habilidades geométricas, es decir que su Pensamiento Espacial y Métrico se vean reflejados en las Olimpiadas, además de lograr evidenciar la modelación de un problema geométrico dentro de ella, para poder generar una conversión correcta de la situación problema.

Modelar

Es un proceso donde se resuelven problemas del mundo real y de la propia matemática a través del lenguaje algebraico, para ello se necesita de unas habilidades metacognitivas (planear, evaluar, retroalimentar, diseñar), aquellas son usadas para codificar el problema, determinar lo que hace falta saber para su resolución, establecer sus condiciones iniciales, seleccionar estrategias de solución, identificar obstáculos y evaluar los resultados (García & Rentería, 2013). En otras palabras, este proceso consta de representar una situación problema en otro lenguaje, el cual tendrá el mismo significado, pero está dado en otro sistema, de hecho, se puede generalizar dentro de este, además proporcionar información que se puede ver en el mismo o fuera de él. Lo mencionado anteriormente es un tipo de actividad matemática que se encuentra por lo general en lenguaje natural y para su respectiva solución se necesita representar en lenguaje algebraico.

Lenguaje Natural

El lenguaje natural es la lengua o idioma hablado o escrito por humanos para propósitos generales de comunicación, aquel se presenta de forma espontánea permitiendo la relación de estos, útil para explicar un tema específico que no esté dado en este lenguaje, por ejemplo, un idioma desconocido o mejor aún para enseñar un tema de matemáticas, bien sea: geometría, álgebra, trigonometría, cálculo, entre otros.

Podríamos resumir a continuación, la potencia de la lengua natural radica en el hecho de que es el sistema semiótico que permite cumplir en un mismo acto intencional todas las funciones discursivas (Duval, 1999).

Lenguaje Algebraico

Cabe resaltar que el álgebra es comprendida como una generalización de la aritmética (entendida como la parte de la matemática que estudia los números y las operaciones básicas que se hacen con ellos), en la cual se adhieren variables tales como (x, y, z, ...), símbolos ($\forall$, $\exists$, $\in$, $\Rightarrow$,...); ahora bien en el lenguaje algebraico se implementa la idea de recoger toda la información adquirida de un problema matemático y llevarlo a un contexto en el cual se simboliza y se particulariza los datos dados; permitiendo así la manipulación de cantidades desconocidas de una mejor manera, así como la simplificación de algunas definiciones, teoremas, expresiones matemáticas, además de permitir la formulación de ecuaciones y por ende discutir y conocer sus modelos de resolución.

Representaciones Semióticas

Al respecto (Duval, 1999) hace una descripción de lo que son las representaciones semióticas: “las representaciones semióticas, son aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica...) no parecen ser más que, el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales; es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los otros. Las representaciones semióticas estarían, pues, subordinadas por entero a las representaciones mentales y no cumplirían más que funciones de comunicación."

Esto se puede entender como las diferentes formas de manifestar pensamientos matemáticos, puede ser una simbología o un gráfico. Ahora bien, la primera hace referencia al lenguaje algebraico (variables, conectores, signos, números, entre otros), que permiten formalizar una situación problema y realizar un procedimiento dentro de las matemáticas. Y la segunda, es generalmente más usada que la anterior, pues es una guía para entender una idea ya que es más visual. Para realizar este proceso se requiere hacer una transformación adecuada, aquella está comprendida por un tratamiento y una conversión, estos procesos facilitan obtener una mejor representación semiótica.

Transformación: Tratamiento Y Conversión

Ahora bien, se entiende por transformación aquella actividad que permite replantear o ver de otra forma ideas, nociones o enunciados sin que se altere su esencia, por ejemplo: cuando hablamos de una situación problema dado en el lenguaje natural, este se debe llevar a un lenguaje formal sin perder la idea original y así obtener una solución adecuada; de acuerdo con Duval (2006), para llegar a una transformación correcta se debe tener en cuenta dos aspectos: la conversión y el tratamiento, la primera hace referencia al cambio del sistema semiótico sin modificar los objetos señalados y la segunda indica mantener el mismo sistema semiótico.

Comprensión

De acuerdo con lo anterior, para poder realizar una acertada transformación se requiere lograr una buena comprensión; Según el diccionario de la Real Academia Española (RAE) comprender indica la facultad, capacidad o perspicacia para entender y penetrar las cosas. En el área de educación matemática muchos autores le dan apreciaciones diferentes, por tal motivo se toma a dos representantes: Hiebert y Sierpinska, quienes relacionan los temas de lenguaje natural y lenguaje algebraico.

En tal sentido, cuando se presenta un problema en el cual está combinado el lenguaje natural y matemático, es importante que los alumnos estén en pleno conocimiento del procedimiento que se debe hacer para obtener un buen resultado; Marquina et al. (2013) dan a conocer tres fases para resolver un problema matemático en lenguaje natural: Comprensión del problema, resolución y decodificación de la solución, estando la mayor dificultad en la primera, en ésta se dan la lectura y comprensión del texto que conlleva a la transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico, para lo cual, es indispensable que los estudiantes determinen con precisión los datos otorgados por el problema matemático (p. 120).

Con relación a Duval, tenemos que la comprensión hace parte de la conversión; y la resolución y decodificación, al tratamiento; ahora bien, como lo explica la cita anterior vemos que la mayor dificultad en la resolución de un problema se centra en la primera etapa, la comprensión, para ello es importante tener claridad de su significado; de acuerdo con (Hiebert, 1992, como se citó en Díaz, 2009), aquella es la manera como es representada y estructurada la información, agrega: “la matemática es comprendida si su representación mental forma parte de la red mental de representaciones” (p. 15), así, se llegará a la comprensión si aquellos conocimientos están ligados de un forma sólida y con una cantidad considerable de conexiones.

Ahora, es importante resaltar que la comprensión de un problema no es una cuestión sencilla, debido a que este término no es “medible”, entonces ¿cómo saber si el estudiante ha comprendido?, ya que comprender y conocer se suelen tomar como equivalentes, al respecto, Sierpinska (1994 como se citó en Díaz, 2009) nos hace caer en cuenta que “entender cómo hacer algo, cómo desarrollar una acción práctica, qué hacer para obtener determinados resultados, de ninguna manera es comprender" (p. 16), lo anterior no quiere decir que un procedimiento mecánico no sea útil en el aprendizaje, pues un alumno debe aprender a resolver un ejercicio y practicar cuantas veces sea necesario, logrando así que su conocimiento sea algo concreto y luego se le facilite abstraer; además, hay que tener en cuenta que para muchos estudiantes la matemática es un herramienta para el futuro de sus carreras, por tanto los procedimientos algorítmicos no se deben alejar de la enseñanza.

Dado que el término "comprensión" conduce a desconciertos, se asume una definición que se trabajará a medida que avanza la investigación, tomada del documento de Díaz (2009) donde se precisa que comprensión consiste en: "ser capaz de representar de diferentes maneras (diferentes lenguajes) un mismo objeto matemático" (p.16), esto es, realizar una conversión adecuada del problema dado, teniendo en cuenta la objetivación, "que es el acto de toma de conciencia del sujeto pensante sobre el objeto matemático pensado" (Duval, 1999 como se citó en Díaz, 2009, p.16); en otras palabras, cuando el estudiante logra obtener un resultado correcto más que un resultado, que se implemente su capacidad de análisis y que haya quedado en total claridad todo el proceso realizado.

Tipos de errores presentados en una actividad matemática

En el contexto escolar se puede observar que existen dificultades para la comprensión del lenguaje algebraico; Marquina et al. (2013) encuentra los mismos planteamientos en (Socas, 2011) y explica que las dificultades son organizadas en cinco grandes categorías que describen la procedencia de estas, dos asociadas a la propia disciplina (complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamiento matemático); una tercera relacionada con los procesos de enseñanza (desarrollados para el aprendizaje de las Matemáticas); la cuarta está asociada a los procesos de desarrollo cognitivo de los estudiantes; y la quinta y última, está asociada a actitudes afectivas y emocionales desarrolladas hacia las Matemáticas.

Ahora bien, todas estas dificultades presentadas requieren total atención, pero nuestro interés de análisis se centrará en las tres primeras dificultades, aquellas que están relacionadas con la propia disciplina (complejidad de los objetos de las Matemáticas y procesos de pensamiento matemático) y aquella relaciona con los procesos de enseñanza. Con respecto a la complejidad de los objetos matemáticos, en Socas (2007) se presentan dos estatus -operacional y conceptual-; el estatus operacional hace referencia a los objetos vistos como un proceso, en nuestra investigación lo ubicamos dentro de las dificultades que surgen en el tratamiento de la resolución de un problema; el estatus conceptual describe a los objetos de manera conceptual, en este contexto investigativo serán los obstáculos provenientes del mal uso de definiciones, propiedades, teoremas, axiomas, entre otros. Es de señalar que los anteriores estatus son complementarios al objeto de la Matemática.

Por lo que se refiere a los procesos de pensamiento matemático, "podemos indicar a modo de ejemplo, dentro del pensamiento numérico: la transición de lo natural a lo entero, de lo natural a lo decimal, de lo racional a lo irracional, o la transición del Pensamiento Numérico al Pensamiento Algebraico, etc." (Socas, 2007, p. 32). En relación con los pensamientos tomados para este trabajo de acuerdo con los Lineamientos Curriculares del MEN, se consideran las dificultades provenientes del traspaso entre el Pensamiento Numérico-Variacional y el Pensamiento Numérico-Geométrico, de hecho, se puede analizar las que existen dentro del mismo Pensamiento Numérico. Finalmente se encuentran las dificultades relacionadas con el proceso de enseñanza, en ellas influye el contexto extracurricular y curricular, a saber, la institución escolar, el currículo de matemáticas y los métodos de enseñanza.

Es conveniente aclarar que, las dificultades encaminan a los errores en la transformación de una situación problema; debido a esto Duval (2006) se hace la siguiente pregunta: ¿por qué tanto problema recurrente acerca de la conversión de representación y cómo lograr que los estudiantes comprendan y realicen adecuadamente la conversión de representaciones en matemáticas? (p. 145); siguiendo los pasos de aquel autor, nuestro trabajo se enfocará en el estudio de estas etapas (conversión y tratamiento) aplicadas a olimpiadas. Por lo tanto, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el progreso obtenido por los estudiantes partícipes de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (modalidad virtual) al transformar un problema dado en lenguaje natural al formal? en la cual se tomará como medida las olimpiadas para analizar estos errores y dificultades, y proporcionar algunas herramientas que permitan fortalecer sus conocimientos matemáticos.

> Cerdán (2008a, 2008b, 2010); Ruano et al., (2008), y Rodríguez et al., (2013) identifican posibles causas que subyacen a los errores que se detectan: (a) utilizar un procedimiento puramente sintáctico al abordar la traducción,(b) elaborar un esquema mental basado en relaciones de comparación entre las variables en lugar de basado en relaciones de igualdad, (c) considerar el signo igual como indicador de una correspondencia o asociación, (d) interpretar los numerales como adjetivos, (e) no comprender el enunciado verbal debido a la compleja sintaxis del lenguaje verbal y (f) poseer una limitada

comprensión del concepto de variable y de las características sintácticas de los enunciados simbólicos (p. 276-277).[5]

A continuación, se presenta una lista de errores más comunes encontrados en la actividad matemática "transformación de un enunciado verbal al simbólico", estos son recogidos del documento de (Rodríguez et al., 2015).

Tabla 4

Clasificación de los errores en los procesos de traducción

ERRORES RELATIVOS A LA COMPLETITUD DEL ENUNCIADO	**ERRORES DERIVADOS DE LA ARITMÉTICA**	**ERRORES DERIVADOS DE LAS CARACTERÍSTICAS PROPIAS DEL SIMBOLISMO ALGEBRAICO.**
1). Si falta algún elemento, corresponde a la subcategoría de "incompleto". Distinguimos si en la expresión falta una letra o un número (coeficiente o término independiente). 2). Si sobra algún elemento, corresponde a la subcategoría	1). "paréntesis", corresponde a errores debidos a la mala posición de un paréntesis o a la falta del mismo, que hacen que la expresión algebraica no sea correcta. 2). Las demás subcategorías se refieren a errores en los que las operaciones indicadas son intercambiadas al realizar	1). Errores en los que se generaliza un elemento o parte del enunciado que es un caso concreto. Por ejemplo, un sujeto que, en vez de especificar que - 4 equivale a "se resta el número cuatro", expresa "se resta un número par".

[5]Tomado de Rodríguez-Domingo, S., Molina, M., Cañadas, M. C. y Castro, E. (2015). Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal. PNA, 9(4), 273-293.

"desmedido". Distinguimos también si los elementos que sobran en la expresión son una letra o un número (coeficiente o término independiente).	la traducción. Distinguimos cuatro subcategorías de este tipo: 2.1). División–multiplicación. 2.2). Potenciación–multiplicación. 2.3). Suma–multiplicación. 2.4). División-potenciación.	2). Errores debidos a la particularización de números o relaciones concretas de una expresión general. Así, al traducir simbólicamente el enunciado "un número par", lo expresan particularizando el número par a un número concreto, por ejemplo 2. 3). Error de letra. Cuando los sujetos no diferencian, de manera correcta, el uso de distintas letras en el enunciado. Distinguimos en esta subcategoría el expresar con distintas letras una misma incógnita o varias incógnitas con la misma letra. Un ejemplo lo encontramos cuando al representar de forma simbólica el enunciado "un número más su consecutivo es igual a otro número menos dos", el estudiante representa con el mismo símbolo las incógnitas que representan al primer número y al que aparece después de la palabra igual, pese a corresponder a números diferentes.

	4). Error de complicación estructural. Es aquel en el que los sujetos no interpretan apropiadamente la estructura del enunciado algebraico o parte del mismo. Por ejemplo, un sujeto que representa simbólicamente el enunciado de “un número par menos la cuarta parte de otro número” como 2x-4.

Nota. Distinguimos tres tipos de errores: relativos a la completitud del enunciado, derivados de la aritmética y derivados de las características propias del simbolismo algebraico.

- Los errores según la completitud del enunciado hacen referencia a la falta o sobra de algún símbolo o palabra para que la expresión, simbólica o verbal, pueda ser considerada correcta. En esta categoría diferenciamos dos tipos de errores.
- Los errores derivados de la aritmética son los que provienen del incorrecto uso o interpretación de los signos u operaciones. Distinguimos cinco tipos de errores o subcategorías.
- Los errores derivados de las características propias del simbolismo algebraico son específicos y asociados al uso del sistema de representación simbólico. En esta categoría diferenciamos cuatro tipos de errores.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

A continuación se da a conocer la metodología empleada para el desarrollo de este trabajo, organizada de la siguiente manera: en primer lugar se define el tipo de investigación de acuerdo a los objetivos planteados; seguidamente se da a conocer el contexto en el cual se realizó la intervención en el aula, luego se mencionan los sujetos de estudio a los cuales se va a analizar el progreso obtenido en cuanto a los errores más frecuentes en la transformación de un enunciado de lenguaje natural a lenguaje algebraico según (Rodríguez et al., 2015), posteriormente se comunica el procedimiento de la investigación, el instrumento de acción para la recolección de datos y finalmente el plan de acción.

3.1 Tipo de Investigación.

Para el desarrollo de este trabajo se escoge como método la investigación cualitativa, dado que, mediante ella se estudia una problemática que permite la recolección y análisis de datos directos de la realidad, así la información requerida es obtenida por experiencia de los estudiantes mediante talleres y actividades que permitan observar los errores más frecuentes en la resolución de problemas tipo olimpiadas, que necesitan de una transformación (conversión y tratamiento). Seguidamente se hace una interpretación con los datos reunidos a través de la olimpiada matemática, analizando si los talleres y/o actividades han sido favorables para su preparación en olimpiadas y por ende para la educación matemática.

3.2 Contexto

El presente trabajo se realizó de manera virtual, dada la emergencia sanitaria que sufre el país a causa del covid-19. La primera dificultad que se evidencia en esta práctica es el no poder realizar un seguimiento constante del trabajo de los estudiantes a cada ejercicio, dado que fueron pocos los participantes que activaron su cámara, para poder observar que, efectivamente estaban desarrollando el taller de manera individual y cumpliendo con las normas establecidas por la olimpiada. Una segunda eventualidad en este proceso, es la recolección de evidencia en la solución de los problemas, aunque se solicitó tomar fotos del paso a paso en cada encuentro y etapa, no fue posible que estas se compartieran, solo hasta la prueba final, donde fue obligatorio su envió para el análisis y los resultados finales; por otro lado, la explicación de cada ejercicio se realizó mediante tableros digitales cuando eran requeridos, más sin embargo, fue un poco complicado el dominio de ellos en cuanto a su escritura. Finalmente, las fallas de internet y energía jugaron en contra tanto para estudiantes, como para profesores y practicantes, quedando en ocasiones solos en la sala virtual, retrasando los talleres a la espera de conectividad de los alumnos o simplemente no había buena comunicación en el encuentro, por la transmisión cortada entre estudiante- profesor y viceversa.

Un aspecto positivo de la olimpiada virtual es la participación de más instituciones educativas y por esta razón variedad de estudiantes inscritos, permitiendo así, en la recolección de datos, realizar una comparación entre las distintas instituciones a cerca de sus conocimientos previos y dar continuación a los talleres preparatorios de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual).

En este evento se registran y se cuenta con 6 Instituciones Educativas del departamento del Cauca para nuestra investigación:

- Municipio de Popayán: Colegio Niño Jesús de Praga (calendario A), Colegio Champagnat (calendario B), Academia Militar General Tomás Cipriano de Mosquera (calendario B), Institución Educativa Tomás Cipriano de Mosquera (calendario A);
- Municipio de Almaguer: Institución Educativa La Herradura (calendario A)
- Municipio de Piendamó: Instituto Nacional Mixto “INAMIX” (calendario A)

Como se describe anteriormente, cada uno de los planteles educativos cuenta con una modalidad y un calendario académico distinto, de los cuales dos de ellos están ubicados a las afueras de la capital del Cauca, por tal motivo la comunicación con estos dos centros educativos en cuanto a la participación de los talleres y presentación de las respectivas fases de la olimpiada fue especial, es decir, mediante los docentes a cargo de cada colegio y por medio de los mismos estudiantes se obtuvieron los números telefónicos y correo electrónico para el envío de material utilizado, así como también las grabaciones de cada sesión; de igual manera se toman estas acciones para los alumnos que tienen inconvenientes en la conexión.

Con respecto a los calendarios académicos, se organizan las fechas de las fases clasificatorias y talleres sincrónicos, en el cual todos los colegios fueran incluidos, sin generar cruce con sus responsabilidades académicas y finalización de año.

3.3 Sujetos de Estudio.

Para esta segunda olimpiada de matemáticas organizada por la Unicauca se logró la participación de estudiantes de los grados 6 a 11, por lo cual se vio la necesidad de dividirlos en tres grupos o niveles:

- NIVEL 1: Grados sexto y séptimo (6° y 7°)
- NIVEL 2: Grados octavo y noveno (8° y 9°)
- NIVEL 3: Grados decimo y undécimo (10° y 11°)

La fuente de estudio tomada para la investigación es el nivel 1 correspondiente a estudiantes de grado sexto y séptimo. Inicialmente en el formulario de inscripción se registraron 74 estudiantes de todas las instituciones anteriormente nombradas, al iniciar con la respectiva preparación, solo se contó con la participación de 38 estudiantes hasta la primera fase, seguidamente el número disminuyó a 21 estudiantes para la segunda fase y finalmente se redujo a 12 estudiantes partícipes en la última y ronda final de la olimpiada (pero uno de ellos no presentó la prueba final), sin embargo los talleres y la invitación se compartió a todos sin importar si estaban clasificados a las respectivas etapas, para que, independientemente de la presentación de la prueba, se lograra reforzar conocimientos previos y adquirir nuevos.

3.4 Procedimiento.

Para la recolección de datos se procede de la siguiente manera: En los conocimientos previos se toma como evidencia la primera fase de la olimpiada, conformada por 5 preguntas cada una con opción múltiple de respuesta, en las cuales se abordan temas como (razonamiento lógico, geometría, álgebra y teoría de números). Las preguntas son elaboradas de acuerdo con la capacidad de resolución y participación observada en los talleres de preparación, y se solicita evidencia (fotos y/o capturas de pantalla) del proceso de resolución a cada problema; después de hacer ese análisis, se procede a orientar los talleres para la segunda ronda de acuerdo a las falencias encontradas, algunas actividades llevaron una secuencia con distinto nivel de dificultad y otros abordan temáticas nuevas para enriquecer sus saberes. Seguidamente se aplica la segunda prueba compuesta por 6 preguntas, con cambios en la opción de respuesta, se solicita que entreguen una única opción, donde se debe proporcionar un número que debe estar dentro de un rango designado, solicitando nuevamente evidencia del proceso realizado por cada estudiante; en ella se estudia el progreso de cada encuentro para su preparación, es decir el avance que se ha obtenido hasta el momento con la práctica en los diferentes encuentros sincrónicos, continuando con ellos para el último ciclo y aumentando el nivel de cada problema planteado.

Finalmente como última evaluación, se recogen datos de la tercera y fase final de la olimpiada, elaborada con 5 preguntas, dos con única respuesta de acuerdo a un intervalo dado y tres preguntas abiertas en las cuales es obligatorio enviar foto del proceso realizado; en esta etapa se estudian los logros obtenidos con los diferentes talleres, en cuanto a la transformación de cada problema olímpico, y se verifican si las estrategias o planteamientos inculcados en cada clase solventan los errores reflejados en cada participación, además de conocer la evaluación final dada por los estudiantes.

3.5 Instrumentos de la investigación.

Los instrumentos utilizados en este trabajo de práctica son:

- Ejercicios tomados de olimpiadas nacionales pasadas tales como: La UIS (Universidad de Santander), UAN (Universidad Antonio Nariño), UDENAR (Universidad de Nariño) y UNIVALLE (Universidad del Valle).
- Internacionales como: Matemáticas Preolímpicas y Principios de Olimpiada, los dos de la UNAM (Universidad Nacional Autónoma de México), COMATEQ (Competencias de Matemáticas por Equipos) organizada por la Universidad de Puerto Rico.

Dada la modalidad virtual como fue inculcado este proyecto la actividad que se realizó con los estudiantes para su motivación y cambio de rutina, fue interactuar en un espacio aparte con ellos acerca de ¿cómo se sienten en los talleres? y escuchar inquietudes y sugerencias a partir de ellos, para conocerlos un poco más y mejorar nuestra manera de trabajo, aunque constantemente se realizaba un diálogo mutuo, esta actividad se programó aparte a beneficio del estudiantado, de los docentes encargados y los respectivos practicantes.

Para observar a los estudiantes con respecto al tratamiento y conversión de problemas tipo olimpiadas se elabora una rejilla de evaluación teniendo en cuenta algunos criterios que acogen las temáticas de algebra temprana y geometría, con la ayuda de las investigaciones de Rodríguez et al (2015) y los niveles de Van Hiele presentados en los Lineamientos curriculares. *Pocos*, *algunos, suficientes y mayoría* se definen en cuartiles de la siguiente manera: *pocos* del 0% al 25%, *algunos* del 26% al 50%, *suficientes* del 51% al 75% y *mayoría* del 76% al 100% del total de estudiantes participantes en cada fase, como se describe a continuación:

Tabla 5

Rejilla de evaluación

REJILLA DE EVALUACIÓN PARA OLIMPIADAS					
ITEMS	**CRITERIOS A EVALUAR**	**POCOS**	**ALGUNOS**	**SUFICIENTES**	**MAYORIA**
1	Reconoce los diferentes significados de igual.				
2	Conoce las definiciones equivalentes de los				

	signos como: +, -, *, /, potenciación, radicación, entre otros.
3	Interpreta de manera adecuada conceptos como: el doble de algo, el triple, entre otros.
4	Ubica de manera adecuada los símbolos de puntuación ({}, [], ()).
5	Particulariza casos generales del problema.
6	Utiliza elementos que no son necesarios en la transformación.
7	Hace uso de la misma variable para representar diferentes valores en la expresión.
8	Representa la expresión solicitada de forma completa y ordenada.
9	Aplica bien la estructura

	de las operaciones.
10	Se apoya de dibujos o esquemas que le ayudan a interpretar el ejercicio.
11	Utiliza otras técnicas de resolución.
12	Interpreta el resultado obtenido para dar respuesta al problema.
13	Analiza correctamente la figura geométrica [6]dada.
14	Clasifica de manera adecuada las figuras geométricas.
15	Comprende el concepto de Ángulo interno y externo.
16	Encuentra el valor del ángulo en un triángulo.
17	Comprende los conceptos de área y perímetro de las figuras elementales de geometría (cuadrado,

[6] Cuando se menciona figuras geométricas hace referencia a figuras en el plano.

	triángulo, rectángulo, círculo).	
18	Apropia el concepto de volumen.	

3.7 Plan de acción

Para esta investigación en primer lugar se realiza la selección de los instrumentos de trabajo, posteriormente se plantean 3 rondas descritas para la realización de la olimpiada; fase uno: **prueba diagnóstica**, en la cual se trabajan 5 talleres antes de su aplicación; fase dos: **análisis del progreso**, para ella se ejercen 4 talleres preparatorios; fase tres: **evaluación final**, cuenta con 4 talleres antes de su presentación. Cada encuentro se estructura con no más de 6 ejercicios en temáticas como teoría de números, álgebra, geometría y razonamiento lógico, aunque algunos implícitamente requieren de técnicas de conteo.

Luego de realizar las diferentes etapas o fases de la olimpiada se organiza un taller posterior a cada una de ellas para resolver en conjunto los problemas de la fase y evidenciar así cuáles fueron las falencias para analizar el nivel de transformación que se utilizó al llegar a la solución, además de compartir los resultados y el proceso de evaluación que se llevó a cabo para elegir a los que continuaban en el proceso de la olimpiada, sin dejar atrás aquellos que no alcanzaron el número de respuestas correctas y no lograron clasificar, motivándolos a continuar en el proceso, para fortalecer su aprendizaje matemático, y aplicarlo a su vida cotidiana.

Tabla 6

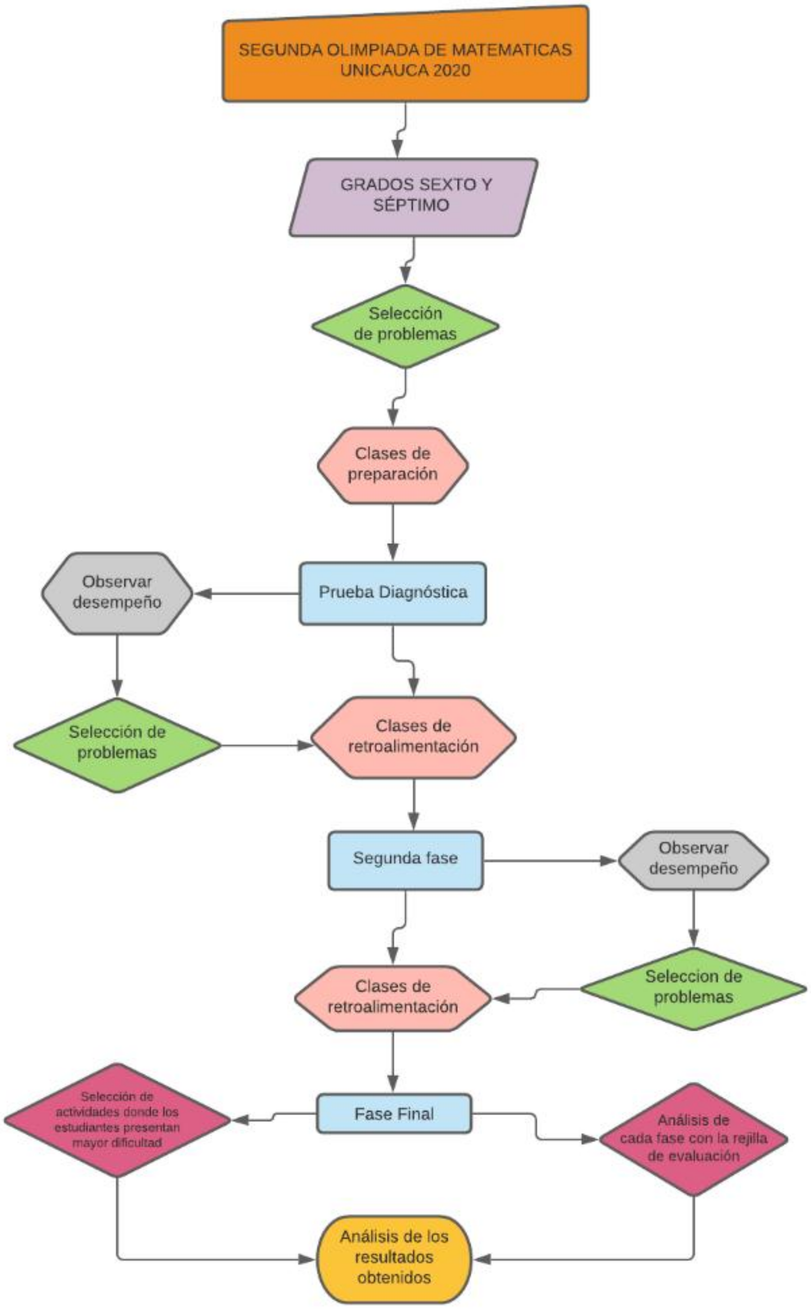
Cronograma de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual)

TALLERES PREVIOS A LA PRIMERA FASE	TALLERES PREVIOS A LA SEGUNDA FASE	TALLERES PREVIOS A LA TERCERA FASE
Taller 1: 26 de junio del 2020 Taller 2: 03 de julio del 2020 Taller 3: 10 de julio del 2020 Taller 4: 17 de julio del 2020 Taller 5: (refuerzo): 21 de julio del 2020	Taller 1: 31 de julio del 2020 Taller 2: 6 de agosto del 2020 Taller 3: 14 de agosto del 2020 Taller 4: 21 de agosto del 2020	Taller 1: 4 de septiembre del 2020. Taller 2: 11 de septiembre del 2020 Taller 3: 18 de septiembre del 2020 Taller 4: 25 de septiembre del 2020
Primera fase (Prueba diagnóstica): 23 de julio del 2020	Segunda fase: 28 de agosto del 2020	Fase final: 02 de octubre del 2020.

A continuación, se presenta un gráfico del trabajo realizado durante la intervención de la practica pedagógica:

Figura 3

Diagrama de flujo para el marco metodológico



Nota. Este diagrama resume el proceso metodológico llevado a cabo durante la olimpiada.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS

4.1 Análisis De Resultados

Para realizar el análisis de los resultados de cada ejercicio o actividad efectuada en la práctica, en primer lugar vamos a presentar cómo se desarrollan las etapas descritas por los lineamientos curriculares (proactiva, interactiva y posactiva); seguidamente hacemos el estudio de cada una de las pruebas clasificatorias en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual) con la rejilla de evaluación diseñada bajo la clasificación de errores de (Rodríguez et al., 2015), en este apartado hacemos un análisis de los EBC (Estándares Básicos de Competencias) implicados en la competencia de matemáticas y cómo evolucionan los participantes en cada fase; destacamos que la rejilla diseñada se utilizó para evaluar de manera general los errores más comunes del Nivel 1 (grados sexto y séptimo). Finalmente se presentan las actividades donde se reflejó mayor dificultad en los estudiantes tanto en la conversión o tratamiento de un problema, estos se examinan con las referencias de (Rodríguez et al., 2015) para los temas de teoría de números y álgebra temprana, y para geometría se utiliza los niveles de Van Hiele propuestos en los Lineamientos Curriculares del (MEN,1998).

Damos a conocer que en el cumplimiento de la práctica pedagógica se desarrollaron a cabalidad las 3 fases descritas por parte del docente según Linares (1991) como se citó en el documento del MEN (1998) en los Lineamientos Curriculares, las cuales se especifican a continuación:

Fase preactiva o diseño de las actividades

Para el diseño de los respectivos talleres se hizo la selección de cada ejercicio, teniendo en cuenta los conocimientos previos que los estudiantes de grados sexto y séptimo poseían; se optó por tomar unas bases estándar que acogiera a todas las instituciones participantes, por esta razón los documentos del MEN como Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias entran a jugar un papel importante en esta fase. También es necesario destacar que el diseño de cada fase de la olimpiada y los resultados finales, fue un trabajo dirigido por las practicantes con el acompañamiento de sus directores, donde siempre se buscó cumplir con el objetivo de este trabajo, por tal razón estas se proyectaron para medir el progreso de los participantes en el evento llevado a cabo en el año 2020; así la mayoría de los ejercicios que se tomaron de olimpiadas en años pasados se contextualizan por diferentes razones, pero la que más prima es el contexto extracurricular.

En este sentido, se aprovechó la situación actual que se vive a nivel mundial por la pandemia ocasionada por el Covid-19 y se creó un ejercicio sobre la temática. Como las rondas clasificatorias de las olimpiadas se realizan después de una sesión de talleres, a los problemas vistos se les hizo pequeños cambios y de esta manera se esperaba facilitar el tratamiento y conversión por parte de los alumnos, ya que eran similares a los trabajados en los encuentros virtuales.

En el anexo 2 se encuentran las situaciones problemas y ejercicios que se realizaron en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual) con el nivel 1 (grados 6° y 7°), la cual se denominó Banco de Problemas.

Fase interactiva

Para el encuentro en cada taller virtual con los estudiantes la metodología de trabajo fue la siguiente: se proponía el ejercicio dejando unos minutos para que los alumnos lo intenten resolver y así encontrar posibles soluciones, éstas en su gran mayoría se daban en casos particulares e informales, pero apoyaron al entendimiento de la generalización y formalización de las respuestas correctas; la actividad de exploración de los estudiantes estuvo acompañada por las practicantes de una manera constante para el despeje de dudas que fueron verbales en general, se escuchó el tratamiento que se le daba a cada uno de los ejercicios, como también en algunos casos se observó la forma como llegan a la respuesta, y por último se da a conocer la solución del problema olímpico ejemplificando el proceso para llevar a cabo en el contexto de olimpiadas, de tal manera que este quedara completamente comprendido; en el caso de abordar nuevos temas, se contextualizó y puntualizó la solución, deteniéndose en cada detalle confuso para ellos, permitiendo así el refuerzo y la adquisición de nuevos conocimientos útiles para la continuación de su vida escolar.

A continuación, se dejan unas imágenes de los encuentros sincrónicos con los estudiantes.

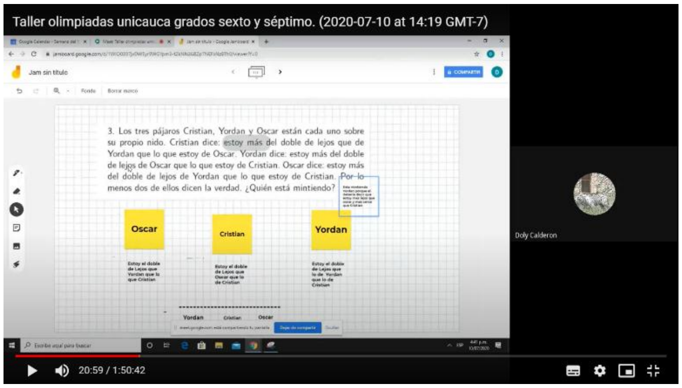
Figura 4

Encuentro Sincrónico con los Estudiantes de Grado Sexto y Séptimo

Nota. Imagen tomada con los participantes de grado sexto y séptimo en el segundo taller de preparación para la primera fase de la olimpiada.

Figura 5

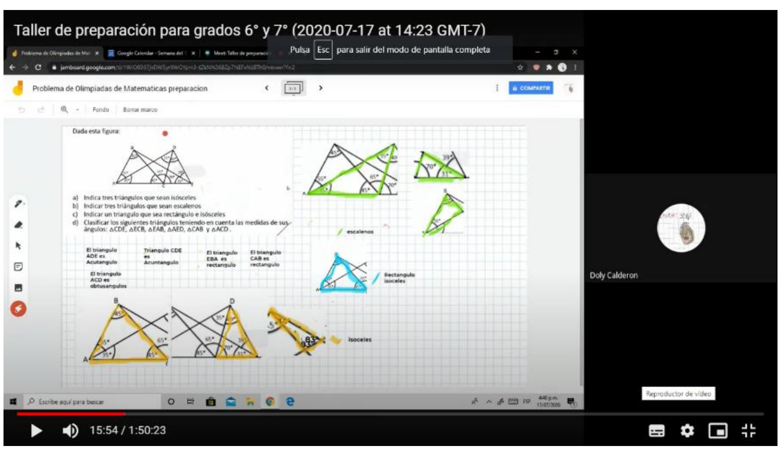
Problema Número 3 Presentado en el Taller 2 de Preparación para la Primera Fase



Nota. Solución propuesta por un estudiante

Figura 6

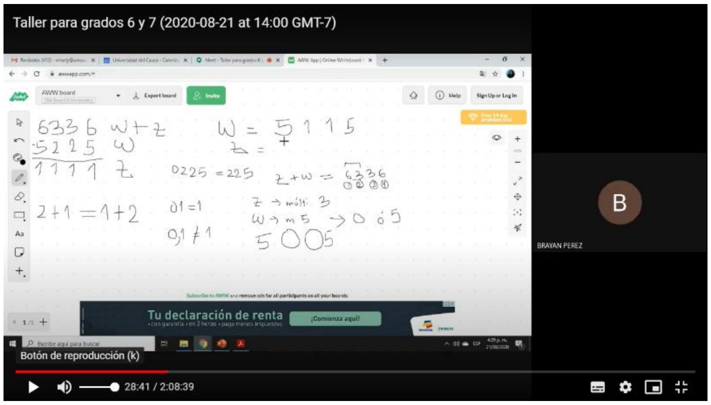
Taller Número 3 Sobre Geometría para la Preparación de la Primera Fase



Nota. Tratamiento realizado por un estudiante

Figura 7

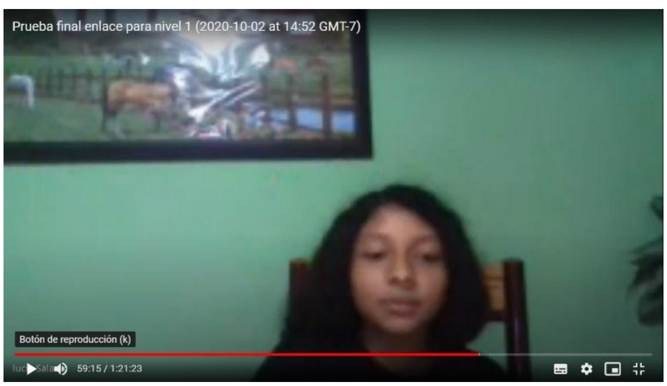
Segundo Taller para la Fase 2



Nota. Desarrollo del paso a paso del ejercicio 4 por parte de las practicantes

Figura 8

Prueba Final de la Olimpiada



Nota. Interacción en la última fase de la olimpiada

Fase Posactiva

En esta fase hay que resaltar que se tuvieron dos momentos; el primero hace referencia al análisis que se realizó a cada taller teniendo en cuenta los presentados anteriormente, y así proceder con la elaboración de los siguientes, de igual modo se entró a reflexionar sobre cada proceso visto durante las sesiones virtuales, para así concretar el desarrollo de las actividades posteriores pensando en brindar un mejor espacio de enseñanza; conviene subrayar que, este análisis también se llevó a cabo con los estudiantes, con el fin de evaluar el modelo de enseñanza- aprendizaje planteado en la preparación de la olimpiada y reorganizarlo de acuerdo a las sugerencias dadas, esperando que los resultados fueran aún más positivos y se motivará a continuar en este proceso de olimpiadas y en la educación matemática.

En el segundo momento se examina el progreso [7]de los participantes de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (modalidad virtual) mediante las fases de la olimpiada, hubo tres fases clasificatorias (que también se les llamó rondas, a saber, primera ronda o fase, segunda ronda y la fase final) y con el análisis de las actividades se pretende exponer los errores más frecuentes en la conversión y tratamiento de problemas olímpicos. Para analizar los resultados de cada ronda se hace uso de la rejilla creada y mencionada en el capítulo anterior, con ella se estudia de manera general los errores más comunes de acuerdo con ítems establecidos. Conviene subrayar que, para alcanzar el propósito de este proyecto, el énfasis está en el segundo momento, sin embargo, el primer momento fue crucial para su desarrollo.

En seguida se presentan las fases o rondas de la olimpiada con su respectivo estudio para cada apartado.

[7] De acuerdo con la RAE, progreso se define como un avance hacia un estado de mayor perfección o desarrollo. En este trabajo se va a examinar dicho progreso con respecto a la asimilación de los estudiantes a los contenidos propuestos en cada sesión virtual, mediante una prueba diagnóstico, prueba de análisis (segunda ronda de la olimpiada) y la prueba de salida (ronda final de la olimpiada), pretendiendo lograr que los ítems de la rejilla de evaluación según su caracterización queden calificados con el criterio mayoría o pocos en la fase final de la olimpiada.

4.1.1 Análisis De Las Fases Clasificatorias Mediante La Rejilla De Evaluación.

Primera Ronda Clasificatoria (Prueba Diagnóstica).

Como prueba diagnóstica tenemos la primera ronda de la olimpiada, en la cual se analizaron los conocimientos previos de los estudiantes (aunque anterior a ella se efectuaron 5 talleres en un estilo de preparación, pero hubo pocos asistentes), seleccionando 6 ejercicios para la investigación, aquellos son evaluados de forma general de acuerdo a la rejilla de evaluación expuesta en el plan de acción, contando con la participación de 38 estudiantes (ver anexo 3). En la prueba se les pide a los alumnos resolver dichos problemas descritos en lenguaje natural, hacer un tratamiento y una conversión de manera tal que la solución planteada esté dentro de las opciones de respuesta múltiple; sus resultados se evidencian en la figura 8, con marcación de color rojo.

Con la prueba diagnóstico se concluye que los estudiantes llegaron con un buen nivel referente a los conceptos básicos en matemáticas, en especial con el pensamiento numérico, sin embargo en conceptos de geometría se presentaron diversas confusiones resaltando la importancia de explorar más el tema; en cuanto al álgebra temprana (Early Algebra) se generó algo de confusión, logran tener dominio de lo básico de los estándares para el pensamiento variacional, los cuales son empleados en los siguientes talleres con el fin de estimular motivación y entendimiento.

Por otro lado, la conversión observada en la primera fase de la olimpiada fue aceptable cuando los temas o contenidos estaban dentro de su conocimiento, y a su vez facilitaba el tratamiento del problema dado. Sin embargo, cuando los temas eran desconocidos para los participantes tanto la conversión como el tratamiento se dificultaba a tal punto que tomar una respuesta al azar era su opción más factible[8] (con más detalle de lo sucedido de cada ítem ver apéndice A).

Segunda Ronda Clasificatoria

En la segunda ronda, denominada como análisis del progreso, se realizan 4 talleres previos en los cuales se aumenta la dificultad en el diseño de las actividades, no sólo de las sesiones virtuales sino también de la prueba que corresponde a la segunda fase; en ella se presentan 21 estudiantes (ver anexo 4) quienes fueron clasificados para esta etapa, pero se les había mencionado desde el comienzo de la olimpiada que podían seguir participando de los talleres y de las pruebas siguientes como un espacio de aprendizaje y reto personal. Hay que añadir también que para evitar respuestas al azar se pensó en un conjunto de soluciones más amplio, donde la respuesta estaba allí pero no era fácil identificar, sin embargo, la opción de respuesta es única, sólo que estaba ubicada en un rango de 1 a 300 inclusive; con esto también se busca que los participantes realicen necesariamente la conversión y tratamiento de los problemas olímpicos, ya que adivinar o descartar tomaba demasiado tiempo. Ahora bien, el estudio se desarrolla usando la rejilla y su valoración va en comparación con la prueba diagnóstica (ver figura 8, con marcación violeta)

De manera general, en cuanto al progreso de los estudiantes para esta fase, se refleja un buen nivel para el Pensamiento Numérico, aunque algunos temas no fueron totalmente comprendidos. En lo que respecta al Pensamiento Espacial, no se presentó un progreso significativo, puesto que identificar objetos tridimensionales, como también la clasificación de

[8] Cabe resaltar que los talleres previos a la primera ronda y la prueba diagnóstica ofrecieron opción de respuesta como se puede apreciar en el anexo 2.

polígonos, y resolver y formular problemas usando modelos geométricos fueron motivos por el cual sucedieron diversos inconvenientes, por lo cual se decide enfatizar en estos contenidos en las siguientes sesiones virtuales y así obtener un conocimiento sólido al finalizar la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual). Por otra parte, el Pensamiento Variacional es un trabajo complicado para los participantes debido a que se introdujo por primera vez el tema de variables y no les fue fácil asimilarlas, sin embargo, describir situaciones de variación con expresiones verbales transcurrió cómodamente al igual que utilizar métodos informales para resolver situaciones problemas que insinuaron una ecuación.

La conversión y el tratamiento en esta fase, se muestra progresiva considerando que los estudiantes tenían mayor dominio de los problemas y conceptos usados, pero no lo exponían constantemente por pena de hablar en público. También hay que destacar el interés por continuar en la olimpiada y ser ganadores, esto los incita a ser más activos en los talleres, así no hubiesen clasificado a la siguiente ronda, pero el hecho de querer aprender los hizo persistir en el proceso e hicieron más agradables los encuentros virtuales de cada viernes en el horario de 4:00pm-6:00pm; (ver con detalle el análisis de cada ítem de la tabla 7 en el apéndice B).

Tercera Ronda (Evaluación final)

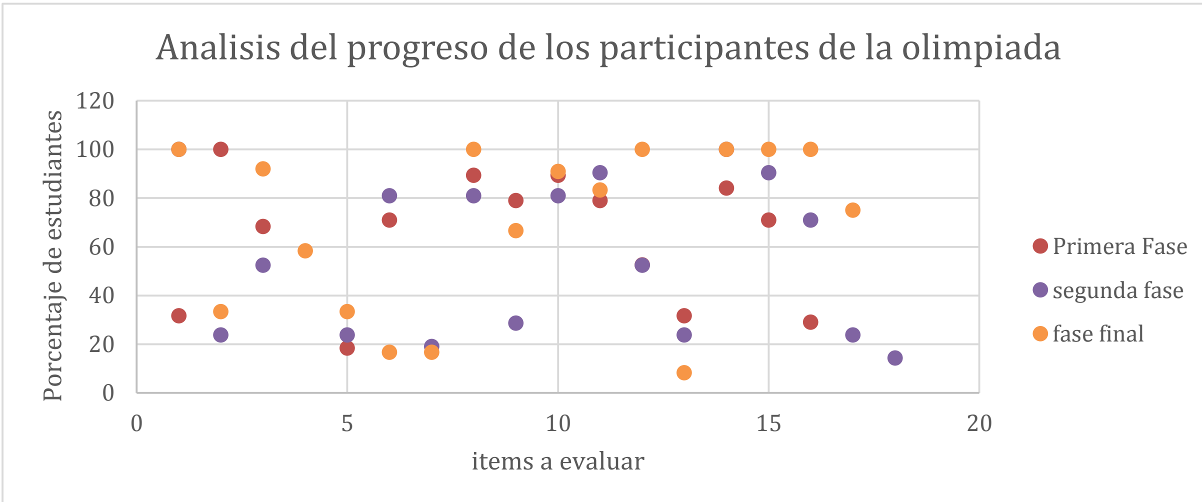
Para la ronda final, se realizaron 4 talleres antes de su aplicación en la cual se presentaron 12 estudiantes, obteniendo un empate con 3 de ellos, quienes fueron los ganadores para el nivel 1(ver anexo 5); sin embargo, se reconoce el trabajo realizado por los demás estudiantes y se promueven reconocimientos como: obtener el mejor resultado de cada institución, por su destacada participación, por ser finalistas y los ganadores de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual). En esta ocasión se abordan ejercicios sin opciones de respuesta, donde se solicita la evidencia del desarrollo de cada uno a petición de las docentes para su respectivo análisis. De acuerdo con lo anterior, se procede a realizar la evaluación final para reflejar el progreso con respecto a las anteriores fases y así evaluar el trabajo ejecutado por las practicantes (ver evaluación final en la figura 8 con marcación amarilla)

Como conclusión de la fase final, se puede decir que, los tres pensamientos elegidos de los Lineamientos Curriculares y de los EBC, se lograron desarrollar con los estudiantes que participaron del proceso de la olimpiada. Recordemos además, que en los tres pensamientos era necesario tratar y convertir el problema olímpico debido a que se diseñaron en el lenguaje natural, entonces, junto con lo anterior se puede deducir que los participantes superaron los errores que la transformación puede traer, y lo más destacable es que, aunque la modalidad virtual de la olimpiada era un reto para las practicantes y los participantes, también se supieron sobrellevar; y de esta manera lograr un aprendizaje para ellos donde el factor tiempo dejó de ser desventaja y pasó a ser un medio de superación personal, sin importar si eran o no los ganadores de la olimpiada. (ver apéndice C para el análisis de los resultados finales de la última fase).

En el siguiente gráfico, se presentan los resultados de las tres fases de la olimpiada obtenidos mediante la rejilla de evaluación que se describe en los instrumentos de acción (tabla 5), de esta manera se pretende indicar el progreso durante la olimpiada, además denotar cuales fueron los ítems que se lograron a cabalidad. La explicación de cada ítem de la rejilla de evaluación (tabla 5), y como mejoran o decaen dentro del proceso de olimpiadas, se puede observar con mas detalle en los apéndices A, B y C.

Figura 9

Progreso de los participantes de la olimpiada



Con el anterior gráfico podemos deducir lo siguiente, en los ítems 5, 14, 15 y 16, se nota un progreso en cada fase de la olimpiada. En el caso del ítem 1, en la fase dos hay una buena mejoría que se conserva hasta final de la olimpiada; en el ítem 2 se presentó un retroceso con respecto a la segunda fase y avance en la ronda final; en el ítem 3 no se presenta ninguna evolución con respecto a la primera ronda, pero en la fase final mejora notablemente; en el ítem 4 y 18 no se puede describir un progreso por falta de información; en el ítem 8, se aprecia un pequeño retraso en la segunda fase, pero se superan las dificultades en la fase final; en el ítem 9 hubo un progreso en la ronda final de la olimpiada, aunque en la segunda decae; en el ítem 10 se presenta una desmejora pequeña en la segunda fase, sin embargo en la final de la olimpiada se evidencia un avance; en el ítem 11 hubo un progreso en la segunda fase mas no en la ronda final; en el ítem 12, de la primera ronda a la segunda el progreso es mínimo (0.2) por tal motivo en el gráfico no se aprecia la valoración de la primera fase, con respecto a la fase final si hay un avance notorio; en el ítem 13, podemos concluir que no se logró ningún progreso, al contrario, a medida que avanza la olimpiada este ítem baja; el ítem 17 no se evaluó en la prueba diagnóstica, pero con respecto a la segunda fase es notorio el progreso que se obtuvo. (para mayor detalle de lo sucedido en cada ítem y desarrollo de la olimpiada consultar los apéndices A, B y C).

El ítem 6 y 7 en particular, el progreso se mide de tal manera que haya pocos estudiantes que cometen errores a medida que avanza la olimpiada. Por esta razón, en la segunda ronda del ítem 6 no hay progreso y en la última fase mejora notablemente; en el ítem 7 no hubo calificación para la primera fase, pero si se generó un progreso en la final de la olimpiada.

4.1.2 Análisis De Las Actividades

El análisis de las actividades es necesario realizarlo, ya que permite determinar y puntualizar los errores que se cometen al tratar y convertir un problema olímpico, puesto que la rejilla de evaluación es un método para examinar, pero de forma general. Del banco de problemas se toman 23 actividades, aquellas acogen las tres fases de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual) y los talleres que se ofrecen cada semana, las cuales se presentan en orden de acuerdo con el tiempo de desarrollo y exposición a los estudiantes de la competencia. Aprovechamos para indicar que estas son analizadas desde su tema correspondiente, con (Rodríguez et al., 2015) se detallan los errores aritméticos-algebraicos, y con Van Hiele los problemas correspondientes a geometría. (consultar apéndice D para ver con detalle cada una de las actividades).

De este análisis, se pudo observar que la buena lectura juega un papel importante en la resolución de un problema, la cual para esta ocasión no fue ejecutada a cabalidad, generando varios inconvenientes en el grupo de olimpiadas, entre ellos soluciones erróneas; también es necesario precisar que la contextualización de un ejercicio facilita su conversión y tratamiento, dado que los estudiantes se sienten familiarizados y adaptan situaciones cotidianas para proporcionar una respuesta, permitiendo así avance en su aprendizaje y habilidad de trabajo en contextos similares; por otro lado, al incorporar temas desconocidos en los talleres y en las respectivas fases de la olimpiada, se presentó una desventaja al momento de resolver un problema olímpico, motivo por el cual se llegó a confusiones, cometiendo errores aritmético-algebraicos como se menciona en Rodríguez et al (2015). Finalmente, se logró notar que los temas de geometría necesitan ser abordados con detenimiento y de esta manera lograr el nivel máximo propuesto por Van Hiele.

CONCLUSIONES

- Las situaciones problema que se proponen en la Segunda Olimpiada de Matemáticas de la Universidad del Cauca (modalidad Virtual) tienen en cuenta los diferentes pensamientos matemáticos, a saber, el numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional; al mismo tiempo, los problemas olímpicos se caracterizan en los temas: razonamiento lógico, teoría de números, álgebra y geometría. Es así como se pudo conectar los dos ejes (Pensamientos y temáticas de olimpiadas) para trabajar con ejercicios contextualizados, propiciando un espacio de aprendizaje un poco más autónomo, en el sentido de que, cada estudiante da a conocer su resolución aunque inicialmente sea informal, estos tratamientos de solución le permite construir estructuras, planteándose preguntas y reflexionando sobre los modelos presentados por el mismo; también se puede afirmar que el pensamiento crítico se vio reflejado en el momento de analizar una respuesta, debido a que se podían obtener diferentes soluciones de un problema, pero algunas mejor argumentadas que otras. Esto apoyó el objetivo del trabajo que se enfocó a mirar los inconvenientes presentados por los estudiantes y entrar a analizar los diferentes errores presentados en cada situación.

- Los objetivos propuestos en este trabajo se cumplen a pesar del contexto virtual y al ser el encuentro sólo un día a la semana, claro está que se trabajó por 4 meses consecutivos y aumentado en cada sesión la complejidad de los problemas. Además de que inicialmente el proyecto estaba encaminado para los grados 8° y 9°, dada la situación del Covid se extendió la invitación a todos los grados de básica secundaria y asumimos el reto de tomar el nivel 1 correspondiente a los estudiantes de sexto y séptimo; podemos decir satisfactoriamente que no sólo como practicantes cumplimos con las intenciones de la investigación, sino que los participantes de esta olimpiada son los protagonistas de sus cambios en cuanto pensar y realizar procedimientos se refiere (conversión y tratamiento denominados para este proyecto), resaltando su actitud de querer aprender y asumir la responsabilidad de la olimpiada como propia y significativa en su etapa escolar.

- Pudimos notar un progreso por parte de los estudiantes de grado sexto y séptimo, esto se evidencia en los finalistas, especialmente los que obtuvieron el primer lugar, aquellos iniciaron la primera etapa con el puntaje mínimo para ser clasificados a la siguiente fase, y sucede que en las sesiones virtuales posteriores preguntan constantemente tomando más confianza en los talleres. En este momento nos dimos cuenta que estos competidores realmente querían lograr una meta, la del aprendizaje, utilizaron las preparaciones que se brindaron, como medio para sacar el máximo provecho, tanto así que en la prueba final sus métodos de resolución fueron más sutiles, siempre intentando aplicar lo impartido como también recurrir a otros procedimientos que ellos conocían y lo hicieron muy bien con las recomendaciones dadas por las docentes. En consecuencia, estos alumnos alcanzan buenos resultados, superando obviamente a los de sus compañeros y creemos que llenando sus expectativas en el proceso hecho en el año 2020.

- Los cinco pensamientos estipulados por los lineamientos curriculares del MEN entendemos que se deben trabajar a la par, pero en este caso era algo que demandaba más tiempo para nosotras, en el diseño, desarrollo e investigación del mismo, añadiendo que trabajarlo desde la virtualidad no se presta para estos estudios porque se requieren de un trabajo más complementario entre estudiante y docente, dada la complejidad de las temáticas, por tal razón decidimos enfocarnos solamente en tres de ellos, el numérico, el espacial y el variacional. En el caso del Pensamiento Variacional los estudiantes solicitaron que se les enseñara álgebra, y resultó ser una noticia agradable para nosotras, ya que estábamos pensando en cómo hacerles saber que íbamos a trabajar con el álgebra temprana (Early Algebra). Fue así como se diseñaron los problemas pensando en los participantes y en las intenciones de proyecto, de tal manera que se establecieran relaciones y estructuras de las operaciones matemáticas que se encontraban en las situaciones planteadas, es decir, el tratamiento y conversión adecuado para la resolución del problema.

- Haciendo una reflexión del tiempo que duró la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual), cuatro meses de manera virtual, de los cuales un día a la semana -algunas veces dos días- y dos horas en cada sesión, es importante destacar que los Estándares Básicos de Competencias (EBC) dados por el (MEN, 2006) para los grados sexto y séptimo de los Pensamientos elegidos para nuestro estudio se cumplieron a cabalidad en su mayoría, mejor aún, cuando vimos que superaron las dificultades presentadas en determinados estándares.

- Otra observación que nos parece importante dar a conocer es el diseño de los problemas de geometría, se decidió ilustrar siempre con un dibujo por varias razones; la primera, porque el ideal era estudiar la transformación de un problema, que conlleva al tratamiento y conversión de este; la segunda (ligada con la primera), en el contexto de las olimpiadas matemáticas, los dibujos o representaciones gráficas son una ayuda visual para la resolución del problema olímpico; la tercera, con respecto al tiempo que se pensó para hacer la prueba, estimamos que no se haría un buen análisis del mismo si lo dejábamos a diseñar por ellos. Aunque tuvimos en cuenta todas estas precauciones, en la primera razón se presentaron varios inconvenientes, porque fue difícil para los estudiantes extraer información a partir de una representación gráfica y luego tratarla para obtener una respuesta. Pero, los participantes que llegaron a la final superaron estos obstáculos, de hecho, presentaron ciertos procedimientos que no dejan de sorprender por su originalidad.

- En alguna ocasión se quiso cambiar la metodología de la olimpiada con la finalidad de que fuera un poco más amena, en el sentido de interactuar, más allá de solo resolver problemas con los participantes, resulta que ellos fueron más prácticos, empezaron a preguntar, profesora ¿ya vamos a empezar el taller? ¿Qué vamos a hacer hoy? Entonces dejamos la "conversación" a un lado y continuamos con el taller, a pesar de que el grupo era de grados sexto y séptimo se dialogaba con ellos en medio del desarrollo de los problemas. En otra sesión virtual los estudiantes preguntan si hay algún tipo de premio por ser el ganador de la olimpiada, a lo que se hace la aclaración (incluso por parte de los mismos estudiantes) que más de obtener un premio es la ganancia de los nuevos conocimientos, pero finalmente nos encontramos con comentarios: "lo importante es aprender" y que no estaban ahí por ganar algo sino por estudiar la matemática desde otro punto de vista. La conclusión a la que llegamos es que el grupo tomado para ejecutar nuestro proyecto fue responsable y deseoso de cultivar sus conocimientos, algo realmente positivo para estas actividades porque necesitábamos de su participación activa y disposición para el desarrollo de las mismas.
- Inicialmente en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual) los alumnos llegaron con un poco de timidez, a medida que avanzan los talleres su comportamiento cambió para ser más participativos, esto permitió escuchar

y apreciar sus tratamientos al problema, así como también observar el análisis que le hacían a una actividad para llegar a la solución. Por tal motivo la virtualidad en este caso fue positiva porque los participantes eran más espontáneos y activos.

- Algo sorprendente que llegó a suceder fue que, de 12 finalistas, en su mayoría fueron estudiantes de grado sexto y sólo 3 estudiantes de séptimo, deducimos que este acontecimiento se debe a que los estudiantes de sexto eran un poco más curiosos que los de séptimo. Además, se pensó en que los de grado sexto tenían sus conocimientos más frescos, pero esta hipótesis se cayó porque en ese orden de ideas, el aprendizaje sería más avanzado que los otros.

- Además de lo mencionado anteriormente, en el proceso de preparación a la olimpiada nos dimos cuenta que a los estudiantes se les complica interpretar el enunciado de los problemas olímpicos, y este detalle hizo que los participantes no realizan una buena representación semiótica de lo planteado, llevando a conversiones y tratamientos parciales, es decir, la conversión podría estar bien hecha pero el tratamiento no, y viceversa, sin embargo, en algunos ocasiones ninguna de las dos fue acertada.

- Como aportes a las olimpiadas matemáticas por parte de esta tesis entregamos un banco de problemas contextualizado. Por otro lado, en el tema de educación matemática se diseñó una rejilla de evaluación (pág. 73), la cual puede ser usada para trabajos futuros en la transformación de un problema de álgebra temprana y geometría para estudiantes de cualquier grado haciendo una adaptación de acuerdo con el interés del autor.

BIBLIOGRAFÍA

- Acosta, M., Camargo, L. (2012). *La geometría, su enseñanza y su aprendizaje*. TED-Tecné, Episteme y Didaxis-. N.º 32 *Segundo semestre de 2012* pp. 4-8 ISSN 0121-3814
- Agredo, J. (2013). *Ecuaciones de segundo grado mediante resolución de problemas.* [CD-ROM] Universidad del Cauca.
- Canal UED-EDUCACIÓN MATEMÁTICA. (1 de octubre de 2019). *Una propuesta de itinerario de enseñanza del álgebra temprana de 3 a 12 años.* https://youtu.be/Iv5g46-bwaA
- Castelnuovo, Enma (1994). *Estrategias utilizadas en la traducción del lenguaje natural al lenguaje algebraico.* SUMA, 16, pp. 48-53 . Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/7741/
- Castro, E. (2012). *Dificultades en el aprendizaje del álgebra escolar*. En A. Estepa, Á. Contreras, J.Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 75 - 94). Jaén: SEIEM. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/11199/2/Castro2012Dificultades.pdf
- Cotacio, D. (2016). *El paso del lenguaje natural al lenguaje algebraico con énfasis en la resolución de problemas* (tesis de pregrado). Universidad del Cauca, Popayán, Colombia.
- Díaz, H. (2009). *El lenguaje verbal como instrumento matemático.* Revista Educación y educadores, 12(3), pp. 13-31. recuperado de

  http://funes.uniandes.edu.co/10517/1/Di%CC%81az2009El.pdf.

- Díaz, D, Palomino, A y Primero, J. (2009). *El lenguaje matemático y su implicación en el aprendizaje de esta disciplina* (tesis de pregrado). Recuperado de: https://repositorio.unisucre.edu.co/bitstream/001/109/2/T500.7D542e.pdf.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano.* Cali Colombia: Artes gráficas univalle.
- Duval, R. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación.* Vol. (9.1). pp. 143-168. Recuperado de https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1JM80JJ72-G9RGZN-2CG/La%20habilidad%20para%20cambiar%20el%20registro%20de%20representaci%C3%B3n.pdf.
- Duval, R. Sáenz, A (2016). *Comprensión y Aprendizaje en Matemáticas: Perspectivas Semióticas Seleccionadas.* Recuperado de https://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/comprension_y_aprendizaje_en_matematicas_perspectivas_semioticas_seleccionadas.pdf
- Escriva, J. Olimpiada Mexicana de Matemáticas Aguascalientes (OMMAGS). Recuperado de http://www.ommags.com/quees.htm#:~:text=Entre%20los%20objetivos%20de%20la,amistad%20entre%20estudiantes%20y%20profesores.
- García, J., Rentería, E. (2013). *Resolver problemas y modelizar: un modelo de interacción.* MAGIS, 15, pp. 279-333. Recuperado de http://magisinvestigacioneducacion.javeriana.edu.co/.
- Gasco, J (2017). *La Resolución de Problemas Aritmético-Algebraicos y las Estrategias de Aprendizaje en Matematicas. Un Estudio en Educación Secundaria*

Obligatoria (ESO). Vol. 20 (2). Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/13438/1/Gasco2017La.pdf

- Gaspar, M. (12 de noviembre 2019). *La Olimpiada Internacional de Matemáticas: un poco de historia.* APRENDER A PENSAR. Recuperado de https://aprenderapensar.net/2019/11/12/la-olimpiada-internacional-de-matematicas-un-poco-de-historia/
- Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO). (2006). Resultados de Colombia en la Olimpiada Internacional de Matemáticas 1981. Recuperado de https://www.imo-official.org/team_r.aspx?code=COL&year=1981
- Marquina, J., Moreno, G., Acevedo, A. (2013) *Transformación del lenguaje natural al lenguaje algebraico en educación media general.* EDUCERE, 18,. pp. 119-132. Recuperado de http://www.saber.ula.ve/bitstream/handle/123456789/38589/articulo8.pdf?sequence=1&isAllowed=y.
- Moreno, G. (2015). *Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos.* Universidad del Valle. Pp. 144. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/11561/
- Nieto, J. H. (2004). *Resolución de problemas matemáticos.* pp. 1-59. Recuperado de http://inst-mat.utalca.cl/~cdelpino/16-seminario/articulos/problemas/TallerdeResolucionproblemas.pdf.
- Nieto, J.H (2015). *Teoría de números para olimpiadas matemáticas.* Recuperado de http://www.acm.ciens.ucv.ve/main/TNumerosOlimpiadas-final.pdf

● Rivera, C., Garcés, Y (2018). *Implementación de la Resolución de Problemas, en Estudiantes de Básica Secundaria de la Institución Educativa Agroindustrial Monterilla, Utilizando como Estrategia Pedagógica las Olimpiadas Matematicas*. Recuperado de http://repositorio.unicauca.edu.co:8080/bitstream/handle/123456789/472/IMPLEMENTACI%C3%93N%20DE%20LA%20RESOLUCI%C3%93N%20EN%20PROBLEMAS%2C%20EN%20ESTUDIANTES%20DE%20B%C3%81SICA%20SECUNDARIA%20DE%20LA%20INSTITUCI%C3%93N%20EDUCATIVA%20AGROINDUSTRIAL%20MONTERILLA%2C%20UTILIZANDO%20COMO%20ESTRATEGIA%20PEDAG%C3%93GICA%20LAS%20OLIMPIADAS%20MATEM%C3%81TICAS.pdf?sequence=1&isAllowed=y

● Rodríguez-Domingo, Susana; Molina, Marta; Cañadas, María C.; Castro, Encarnación (2015). *Errores en la traducción de enunciados algebraicos entre los sistemas de representación simbólico y verbal.* PNA, 9(4), pp. 273-293. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/6510/

● Socas, M., Palarea, M; Ruano, R. (2003*). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. En Castro, Encarnación (Ed.), Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (pp. 311-322). Granada: Universidad de Granada. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1381/1/Socas2003Analisis_SEIEM_311.pdf

● Socas, Martín (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico.* En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), Investigación en educación matemática (pp. 19-52). San

Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM. Recuperado de http://funes.uniandes.edu.co/1247/

- Törner, G., Schoenfeld, A.H. & Reiss, K.M. Problem solving around the world: summing up the state of the art. *ZDM Mathematics Education* **39,** 353 (2007). https://doi.org/10.1007/s11858-007-0053-0

- Universidad Antonio Nariño (UAN). (s.f.). *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas.* Bogotá, Colombia. Desarrollado por: Dirección de Tecnologías de la Información y Comunicaciones, UAN. Recuperado de http://oc.uan.edu.co/olimpiada-colombiana-de-matematicas

- Universidad Antonio Nariño (UAN). (2013). *LIV Olimpiada Internacional de Matemáticas.* Bogotá, Colombia. Recuperado de http://oc.uan.edu.co/component/k2/item/404-imo-2013

- Universidad de Nariño (UDENAR). (2016). Primera Olimpiada Regional de Matemáticas. Departamento de Matemáticas y Estadística UDENAR. Recuperado de https://www.udenar.edu.co/1a-olimpiada-regional-de-matematicas/

- Universidad Industrial de Santander (UIS). (2021). *Olimpiadas Regionales de Matemáticas.* Facultad de Ciencias, Escuela de Matemáticas. Recuperado de http://matematicas.uis.edu.co/?q=olimpiadas-primarias

- Universidad del Valle. (2021). *Olimpiadas Regionales de Matemáticas.* Facultad de Ciencias Naturales y Exactas, Departamento de Matemáticas. Recuperado de https://orm.univalle.edu.co/index.php

- Villa, J. (2015) *Modelación matemática a partir de problemas de enunciados verbales: un estudio de caso con profesores de matemáticas.* MAGIS, 8, pp. 133-148. Recuperado de http://magisinvestigacioneducacion.javeriana.edu.co/

Apéndice A

Análisis primera fase de la olimpiada

A continuación, se presenta la explicación de cada ítem de la rejilla correspondiente a la primera fase de la olimpiada, teniendo en cuenta los temas a estudiar (algebra temprana y geometría), como también los EBC de los lineamientos curriculares.

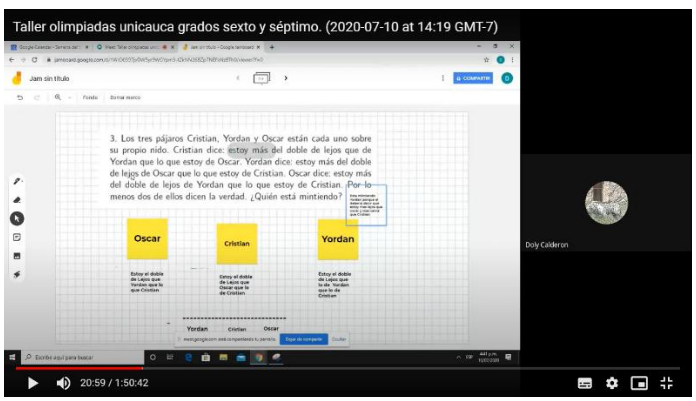
Ítem 1: se evidencia que 12 estudiantes equivalente al 31.6% (algunos), hacen uso de las diferentes representaciones del igual, esto es en el caso de presentarse de forma simbólica, pero se generó una confusión cuando se involucró la palabra “congruente”, no había claridad o se intuye que no había sido instruida en su formación; teniendo en cuenta que para esta investigación se contó con estudiantes de grado 6° y 7°, y sus conocimientos geométricos son básicos, por tal razón aún no están familiarizados con un concepto general como lo es la congruencia, motivo por el cual se explica detenidamente con ejemplos concretos y se hace la aclaración que esta palabra hace referencia a igual o la misma cantidad de una figura o medida geométrica dada. De acuerdo con los Estándares Básicos de Competencias (EBC) este apartado corresponde al pensamiento variacional al finalizar el grado quinto, más exactamente al enunciado “Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos”, y cómo se dio a entender, este en su mayoría no ha sido superado según la rejilla de evaluación.

Ítem 2: encontramos que el 100% de los estudiantes participantes (mayoría) no generaron problemas en las definiciones de los signos (+, -, *, /), los cuales fueron implementados para esta prueba diagnóstico y se puede deducir que los siguientes EBC se han cumplido en su etapa escolar: “Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiere de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones”; “Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación”; “Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas”.

Ítem 3: de acuerdo a los talleres preparatorios para la primera fase de la olimpiada el 68.4% (suficientes) de los estudiantes interpretan las palabras doble y triple; para la resolución de problemas en esta primera etapa, no se generó mayor inconveniente, aunque fueron pocos los ejercicios en los cuales estas palabras fueron incluidas, pero se manejó con un buen nivel los conceptos y dando certeza de que los alumnos al finalizar el grado quinto “construyen igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos”.

Figura A1

Ejercicio Número 3 del Taller 2 para la Preparación a la Primera Fase



Nota. En este problema se observa como un estudiante presenta dominio en conceptos como doble, triple, formando un bosquejo para dar solución al ejercicio.

Ítem 4: Para esta primera fase no se trabajó ejercicios en los cuales el uso de signos de agrupación tales como ({}, [], ()) influyeran en el tratamiento y conversión de ellos, por lo cual el cuarto ítem no tiene una evaluación.

Ítem 5: en cuanto a la particularización de casos generales, se observaron dificultades para poder realizar este proceso, siendo este un caso en el cual los estudiantes no lograron comprender como realizar o cómo poder tratar esos problemas de una forma puntual, aunque se presentó de manera explícita cómo abordarlo, se infiere que no se hizo una buena lectura del ejercicio y por ende la respuesta a dar fue más por descarte que por análisis, es por ello que solo el 18.4% (pocos) de los asistentes a la olimpiada lograron realizar una particularización adecuada. También se llegó a suponer que, desde los EBC, la afirmación "Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos" aún no se daba por hecho, por tal razón este es un motivo para incentivar el pensamiento numérico y variacional desde las olimpiadas con situaciones problemas dentro y fuera del contexto escolar.

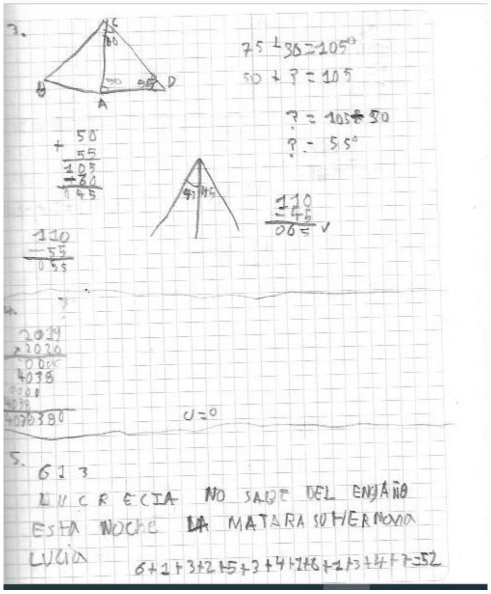
Ítem 6: En cuanto al uso de elementos que no son necesarios en la transformación, el 71% (suficientes) de los participantes optan por el caso de dar valores así no fueran adicionados en el ejercicio, por tal motivo cuando se les pregunta el proceso a trabajar, la opción de solución es tomar números concretos para luego relacionarlos con conceptos que ellos conocen y así dar una solución más exacta, por ejemplo: una vez presentado el concepto de ángulo recto, se les pide hallar la medida de un ángulo interno o externo de un triángulo dado, de modo que se logre dar una solución usando esta definición y por ende, buscar facilidad de respuestas. Para esta situación se pensó en fortalecer con los siguientes ítems: "Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación", e "Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos” enfatizando el fortalecimiento del pensamiento numérico del nivel 6° a 7°.

Ítem 7: En la primera ronda de la olimpiada no se efectuaron ejercicios en los cuales se requiere el uso de variables, por tal motivo no se realizó una apreciación.

Ítem 8: se hace el análisis para verificar si los estudiantes representan una expresión de forma concreta y ordenada, y se observa que solo el 89.4 % (mayoría) lo realizan. Hay que señalar que en la primera fase la opción de respuesta fue múltiple y por medio de un formulario, por tal motivo no se pudo apreciar un procedimiento hecho por todos los competidores, sin embargo, los pocos que enviaron las soluciones dejan ver una estructura de orden en sus apuntes, para los demás no es claro como lo hacen y llegan a la respuesta, se intuye que el método utilizado es mental o buscan el descarte para llegar a ella.

Figura A2

Solución del punto 3 y 4 de la prueba diagnostica



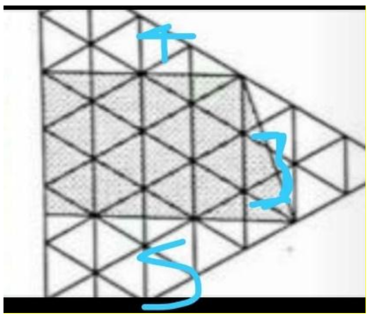
Nota. Procedimiento enviado por un estudiante.

Ítem 9: en cuanto a la aplicación de la estructura de las operaciones el 79% (mayoría) las realizan correctamente. Cabe resaltar que para esta primera ronda de la olimpiada y tomada como prueba diagnóstica se utilizaron conceptos básicos para los cálculos, de tal manera que fueran aplicadas con facilidad, aunque algunos estudiantes no encontraban cual utilizar, por tal razón se decide explicar detenidamente como, cuando y por qué se debe realizar de ese modo. Desde el punto de vista de los EBC, este ítem hace un acercamiento a la siguiente afirmación: “Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones” puesto que dentro del pensamiento numérico se apoyan las operaciones básicas y por ende su estructura. El estándar mencionado corresponde al finalizar grado quinto y con el resultado obtenido por la rejilla se puede concluir que ha sido superado. Ahora bien, el propósito es alcanzar los EBC del pensamiento numérico para los grados sexto y séptimo.

Ítem 10: se encuentra que el 89.4% (mayoría) los estudiantes se apoyan de dibujos y esquemas para la interpretación de los ejercicios, esto se evidenció porque los estudiantes en los temas de geometría realizaban sus propios bosquejos para un mejor análisis y creaban estructuras que les permitiera una mejor claridad y certeza de la solución a proponer, permitiendo deducir que los alumnos hacen una aproximación a "Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos" que pertenece al grado sexto-séptimo.

Figura A3

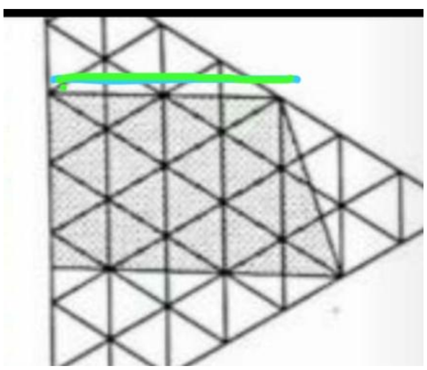
Ejercicio Número 6 del Taller de Refuerzo para la Primera Fase



Nota. Solución presentada por el estudiante.

Figura A4

Ejercicio Número 6 del Taller de Refuerzo para la Primera Fase



Ítem 11: El 79% (mayoría) de los alumnos utilizaron otras técnicas de resolución, cada uno plasmaba su respuesta, pero casi siempre no era abordada de la misma manera, a lo que se

les pedía socializar su procedimiento y se apreciaba que llegaban a la correcta pero no era válido el tratamiento, por lo tanto, se procedía a explicar por qué con el propósito de que no la utilizaran a futuro. En conclusión, se infiere que los estándares “Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas” e “Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos” son necesarios reforzar durante la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual).

Ítem 12: tenemos que el 52.6% (suficientes) de los estudiantes utilizan el resultado obtenido para dar solución al problema, esto es, en algunos casos la respuesta para ellos no era muy clara y se arriesgaban a dar un valor, pero sin comprender la relación con el ejercicio, por lo cual se les explicaba detenidamente el procedimiento a seguir para evidenciar que en una olimpiada no siempre ellas van a ser de forma mecánica o usuales como en la cotidianidad. Con este apartado también se evidencia falencias en los estándares que se tomaron en el ítem 12.

Ítem 13: en cuanto al análisis de la figura geométrica, el 31.6% (algunos) de los participantes lo aplican, sobre todo en la clasificación de triángulos, a pesar de que se presentaron algunos errores en el tema, esto se evidenció en la primera ronda o prueba diagnóstica donde se propuso un ejercicio geométrico que implicaba trabajar con un triángulo isósceles, el cual había sido abordado repetidas veces en los talleres preparatorios, pero no hubo comprensión de ello, dado que los estudiantes confirmaron que la respuesta generada fue por descarte. Con respecto al pensamiento espacial y sistemas geométricos al finalizar grado quinto, el estándar “Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características” se pretende mejorar con el proceso de olimpiadas ya que no se ha obtenido en su totalidad con los participantes, como también alcanzar el siguiente

"Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales" que pertenece al grupo de finalizar grado séptimo.

Ítem 14: se tiene la clasificación adecuada de las figuras geométricas, con un porcentaje del 84.2 (mayoría), había claridad de lo que son triángulos rectángulos, cuadrado y círculos, pero cuando se involucró figuras como trapecio se generaron confusiones, tales como la suma de sus ángulos internos es 180°, relacionándola con una propiedad exclusiva de los triángulos, seguidamente se les hace la explicación y se aprecia el entendimiento en ello. El estándar que acoge este ítem es "Clasifico polígonos en relación con sus propiedades"; se espera aumentar la dificultad para la siguiente fase con el objetivo de reforzarlo.

Ítem 15: sobre la comprensión de ángulos internos y externos, el 71% (suficientes) de los estudiantes tenían el concepto claro, siempre y cuando fuera visible, pero cuando se presentó una figura geométrica en la cual implicaba varios triángulos, tal es el caso de la actividad # 3 (ver anexo 2), en donde los ángulos externos dependiendo del triángulo descrito estaban de forma implícita, generó mucha confusión, se abordó el tema paso a paso, lo cual fue cuestión del momento la comprensión y se retomó en talleres siguientes pero ya habían sido olvidados, esto indica que la forma de dirigirse a la explicación no fue la correcta o que los estudiantes no colocaron la suficiente atención a la definición. Los estándares a lograr y alcanzar son los mismos que se han venido citando en los últimos dos ítems.

Ítem 16: se tiene que el 29% (algunos) de los estudiantes calculan el valor del ángulo de un triángulo, dado que no conocían algunas de sus propiedades como, por ejemplo: "la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo es 180°", cuando fue presentada se asimiló positivamente, pero cuando tuvo que ser utilizada en la prueba diagnóstica, se confundieron o fue olvidada, lo cual les generó complicación en la resolución del ejercicio. Otra deficiencia se vio al momento de involucrar un ángulo externo y un interno quienes forman un ángulo llano, que les permitiría también hallar valores, en primer lugar algunos no conocían lo que indica ser un ángulo llano y otros como trabajar con el mismo, por parte de las practicantes se abordó el tema con detenimiento y ejemplos puntuales para una mejor comprensión, pero fueron olvidados rápidamente, de modo tal que de ahí en adelante en la mayoría de talleres faltantes se hacía un recordatorio de estos conceptos útiles en la comprensión de la geometría.

En cuanto al ítem 17 y 18 no se realizó evaluación, dado que para esta primera etapa no fueron involucrados ejercicios con temas de área, volumen y perímetro.

Apéndice B

Análisis segunda fase de la olimpiada

Descripción de los ítems correspondientes a la segunda fase de la olimpiada de acuerdo con los temas a estudiar (algebra temprana y geometría) y los EBC de los lineamientos curriculares.

Ítem 1: para esta fase el 100% (mayoría) de los participantes reconocieron los diferentes significados del igual y el uso de sus equivalentes, por esta razón se deduce que hubo un progreso positivo en el trabajo realizado. Desde los EBC se resalta el avance del estándar “Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos”, y por ende se supone un acercamiento implícito a “Utilizo métodos informales (ensayo y error, complementación) en la solución de ecuaciones” el cual pertenece al grupo de estándares al finalizar el grado séptimo.

Ítem 2: en este caso se involucran problemas de potenciación, donde se evidencia inconvenientes en cuanto al uso de sus propiedades, se procede a realizar la explicación correspondiente, quedando al momento clara, pero cuando se presenta la prueba con un ejercicio similar solo con pequeños cambios no es resuelto en su totalidad, generando respuestas al azar. Por lo tanto, se supone que el tema de potenciación no era el fuerte de este grupo, además, el manejo de las propiedades del mismo no era conocidas o al menos no las usaban para resolver ejercicios, solo el 23.8% (pocos) de los estudiantes logran acertar con la solución esperada. De acuerdo con los EBC, el estándar “Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos” no ha sido alcanzado, aunque pertenece a grado quinto, y dejando una preocupación por llegar a "Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación" que es del siguiente nivel.

Ítem 3: se evidencia que el 52.4 % (suficientes) de los participantes comprenden términos como doble y triple de algo en la resolución de los problemas. De acuerdo con la primera fase, no se evidencia avances, ya que la valoración se encuentra en el mismo rango; se infiere que esto se debe al aumento de nivel en los ejercicios, y al no hacer un buen tratamiento y conversión que depende de una buena lectura. Entonces, se puede concluir que la siguiente afirmación "construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos" tiene mejoras, sin embargo, no fueron notables debido al objetivo en concreto de la olimpiada de matemáticas, se quiere decir, que a medida que avanza, las actividades son más complejas.

Ítem 4: para esta ronda igual que en la primera no se efectuaron ejercicios que impliquen el uso de los símbolos de puntuación.

Ítem 5: si se observa la primera fase con respeto a este carácter, no hay evolución. Dado que a los estudiantes se les complica particularizar estos ejercicios olímpicos cuando se enfrentan a una prueba, su afán en dar una respuesta y el factor tiempo juega en contra de ellos, generando soluciones erróneas y no profundizan en lo que el problema implica, aunque en los talleres se realizó una explicación detallada, los participantes no las tuvieron en cuenta o simplemente fueron olvidadas, por ello solo el 23.8% (pocos) responden correctamente. En el transcurso de los talleres virtuales posteriores se enfatiza en desarrollar lo siguiente, "Formulo y resuelvo problemas en situaciones aditivas y multiplicativas, en diferentes contextos y dominios numéricos".

Ítem 6: en cuanto al uso de elementos no necesarios para la resolución de problemas el 81% (mayoría) de los alumnos lo aplican, no se evidencia progreso con respecto a la primera fase, casos particulares con los estudiantes en ejercicios de potenciación y lógica, en los cuales no se requería el uso de elementos extra (Calculadora, celular, tabletas u otro dispositivo electrónico para realizar cálculos) y poder dar una solución, además de no estar permitidos en la aplicación de la prueba; durante los encuentros virtuales se les permitió el uso para que comprobaran los resultados, pero se comenta que no es lo correcto en una olimpiada, se explica que a pesar de haber diferentes formas de obtener la solución al problema, lo ideal es presentar un procedimiento claro y bien argumentado, esto es, reflejar un buen tratamiento y conversión del ejercicio en cuestión, de igual manera se les manifiesta a los participantes que las practicantes presentan un estilo de resolución, pero ellos pueden tener otros, y estos lograrían ser válidos. Análogo a la primera fase, se sigue prestando atención a los estándares: “Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación”, e “Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos” con respecto al pensamiento numérico del nivel 6° a 7°.

Ítem 7: en el uso de variables para la resolución de los ejercicios, se presentó dificultad, dado que los estudiantes aún no estaban acostumbrados o desconocen lo que ellas representan de manera general, y solo el 19% (pocos) lograron comprensión. Los estudiantes realizan sus procedimientos con valores puntuales, pero al incorporar variables se confunden a tal punto que se complica el uso de ellas, de ahí que se hace necesario contextualizar con ejemplos conocidos que impliquen el asignar variables de acuerdo con su aprendizaje; se evidencia algo de asimilación, no obstante, se generan inconvenientes para su posterior aplicación. Con lo anterior, se puede deducir que el estándar “Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)" se dificulta lograrlo en el transcurso de la segunda fase.

Ítem 8: para la presentación del proceso de forma completa y ordenada el 81% (mayoría) de los estudiantes cumplen con el criterio**,** no se refleja un progreso con respecto a la primera fase; se infiere que lo anterior se deba al trabajo virtual, pues este hace notar y resaltar a la vez que, la presencialidad ayuda a verificar el tratamiento y conversión que los alumnos le proporcionan al ejercicio, y para el caso, algunos participantes realizaban el proceso mentalmente, arriesgándose a dar variedad de respuestas, y por ende no empleaban un orden en cuanto a la solución del problema. Se les solicita a los participantes ser un poco más concretos en cuanto al orden y representación de los problemas como también se les da a conocer un ejemplo de cómo presentarlos mediante las soluciones propuestas por las practicantes, para que sean acatadas de forma análoga.

Ítem 9: El 28.6% (algunos) de los estudiantes aplican correctamente las estructuras de las operaciones, con respecto a la primera fase se evidencia una disminución en la clasificación de acuerdo a la rejilla de evaluación, esto se debe a que no se tiene total entendimiento de las representaciones de división con el uso de variables, por ejemplo, el concepto de razón en una figura geométrica, se acoplan a las propiedades de los triángulos e intentan dar valores así no sean necesarios, no hay buena lectura en cuanto a los ejercicios, se les realiza la respectiva explicación del paso a paso y lo que implícitamente hay que tener en cuenta para su solución que ha sido trabajado en talleres anteriores, pero se evidencia que los estudiantes no están en constante interacción con el proceso de olimpiadas, se percibe además que esto se debe a la carga académica que se tiene debido a la coyuntura ocasionada por el Covid-19, así también se aprecia un bajo nivel de tratamiento y conversión de los ejercicios. Como se había mencionado en la Tabla 6, el objetivo es alcanzar los EBC que corresponden al nivel 6°-7°, más específicamente a,

"Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas".

Ítem 10: para el proceso de los ejercicios mediante el apoyo de dibujos y esquemas el 81% (mayoría) de los participantes lo evidencian**,** no hay avance en cuanto a la primera fase. Sin embargo, lo dicho anteriormente no es negativo por dos razones, i) la dificultad de los problemas olímpicos es mayor que la primera ronda; ii) Los participantes requerían de construir bosquejos de los ejercicios, más aún en geometría. Se sabe que realizaban un tratamiento aceptable, pero el temor de exponer a sus compañeros y docentes a cargo, la mayoría de los estudiantes optaron por dar sus ideas de forma verbal.

Ítem 11: al igual que en la primera etapa de la olimpiada se presenta que el 90.5% de los concursantes utilizan otras técnicas de resolución, en su gran mayoría optan por realizar su análisis de forma personal acorde a sus conocimientos, que en ocasiones eran procesos válidos e igualmente útiles para la aplicación de la prueba, algunos se regían a estas estructuras y otros coinciden con la solución presentada por las docentes. En realidad, hay que destacar el proceso de las olimpiadas, y es que a medida que avanzan los problemas se tornan con mayor dificultad, entonces dicho esto, hay un progreso en cuanto a la primera ronda ya que la valoración es frecuentemente (el mismo para la fase 1). Por tanto, se concluye que, los estándares "Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas" e "Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos" se han ido alcanzando durante este proceso.

Ítem 12: el 52.4% (suficientes) de los alumnos realizan una interpretación del resultado obtenido para dar una respuesta, al ser problemas abiertos los estudiantes dudaron mucho si estaban dando una solución correcta y muchas veces no se hacía la comprensión de lo que el problema requería, lanzando así una resolución sin hacer un análisis profundo; se les solicita tomarse el tiempo para leer el problema, dado que a veces el mismo enunciado infiere una solución. Al igual que en el carácter anterior, se considera fortalecer en cada sesión virtual los estándares mencionados previamente.

Ítem 13: El 23.8% (pocos)del total de estudiantes participantes de la olimpiada que aplican el criterio de evaluación, la interpretación de las figuras geométricas baja de nivel a causa de la generalización de los enunciados. Se aprecia que no se realiza una lectura correcta, lo que conlleva a una conversión y tratamiento erróneo, y por ende a generar variedad de respuestas incorrectas o la deserción del ejercicio, se presenta por parte de las docentes la solución detallada y se finaliza con una buena comprensión por parte del estudiante, haciendo visibles conceptos usuales que implícitamente estaban sugeridos realizando un proceso correcto. En consecuencia, se tiene que el estándar "Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales" se va alcanzando poco a poco.

Ítem 14: la valoración mejoró notoriamente en la identificación de las figuras geométricas dadas con respecto a la primera fase con un resultado del 100% (mayoría)**.** Los estudiantes con facilidad realizan una distinción de sus propiedades básicas. Por consiguiente "Clasifico polígonos en relación con sus propiedades" de grado sexto-séptimo va evolucionando en los participantes de la olimpiada.

Ítem 15: para esta segunda fase los alumnos identifican con facilidad los ángulos internos de un polígono, especialmente de los triángulos y relacionan sus propiedades con un buen nivel.

Se puede decir con certeza que el estándar “Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características” relacionado con este carácter, ya se alcanzó satisfactoriamente, es decir, a pesar de que la prueba fue más compleja que la primera, el diagnóstico en la tabla 7 es del 90.5% (mayoría); de esta manera, se añade también que los participantes han superado las expectativas por parte de las practicantes.

Ítem 16: aunque la distinción de ser ángulo interno y externo se refleja con claridad, aún se presenta dificultad en sus cálculos, más aún cuando no hay valores puntuales en el ejercicio, para ello se procede a la explicación particular de algunos conceptos básicos especialmente de los triángulos, generando mayor confianza para la resolución de los problemas; por ello la valoración cambia con respecto a la primera fase a un 71% (suficientes).

Ítem 17: para esta etapa ya se involucran ejercicios que implican trabajar con área y perímetro, se evidencia dificultad en primer lugar para la distinción de estos conceptos, aunque mecánicamente ya tenían conocimiento acerca de las áreas de las figuras básicas como cuadrado y rectángulo, procedían al buscador de internet a consultar las áreas de triángulo y trapecio, se infiere que los estudiantes no recordaban sus fórmulas o no han sido implementadas en el aula de clase, para lo cual se procede detalladamente en su distinción y en su aplicación. Sin embargo, al momento de aplicar la segunda prueba de la olimpiada no fueron tenidos en cuenta, por esta razón la estimación es del 23.8% (pocos), dado que hubo variedad de respuestas incorrectas. Según los estándares "Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas" (aquél es de grados 4° y 5°), "Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos" y "Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos" deben ser implicados en el aula virtual.

Ítem 18: en lo que respecta a situaciones problema que involucran el concepto de volumen de sólidos el 14.3% (pocos) de los estudiantes lo realizan. Nos dimos cuenta de que, muchos estudiantes no han trabajado con esas definiciones aún y suponemos que tal vez si los conocían, pero no los recordaban o no fueron implementados en el aula, por tal motivo se hace la explicación concreta en el caso del cubo, (ver actividad 9) y se les pide, que lo relacionen con el ejercicio; aunque generó dificultad para su análisis, al final se logra una buena comprensión por todos los estudiantes del nivel 1. Los estándares involucrados son "Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos" y "Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos", apreciando que área y volumen se toman en paralelo, sin embargo, con los estudiantes no se logró hacer esto, ya que los participantes presentaron inconvenientes y confusión con el perímetro y área.

Apéndice C

Análisis fase final de la olimpiada

Análisis de cada uno de los ítems correspondientes a la fase final de la olimpiada, teniendo en cuenta los temas a estudiar (algebra temprana y geometría) y los EBC.

Ítem 1: la calificación para este ítem es del 100% (mayoría), aunque se presentaron algunas dificultades para esta fase final, lograron ser solventadas y aplicadas con facilidad. Por consiguiente, se obtuvo satisfactoriamente "Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos".

Ítem 2: la valoración para este aspecto es del 33.3% (algunos) del total de estudiantes participantes de la olimpiada. En la primera fase no se abordó el tema de potenciación, por ello no se realiza un balance con respecto a las siguientes pruebas, en la segunda fase se introdujo potenciación y radicación generando dificultades en los alumnos, con una apreciación del 23.8% (pocos); es de notar que, en cada fase la dificultad de los problemas iba en aumento, por esta razón consideramos que hubo un progreso en a su aprendizaje. De acuerdo con los EBC, el carácter "Resuelvo y formulo problemas cuya solución requiere de la potenciación o radicación" se alcanzó parcialmente.

Ítem 3: luego del trabajo en cada encuentro virtual se especifica conceptos como doble, triple, mitad, entre otras, se evidencia que los estudiantes comprenden a cabalidad estos conceptos y son utilizados con facilidad en los problemas, aunque con ejercicios generales presentan confusión, logran aclarar esa dificultad y proporcionar una respuesta correcta. Por tanto, la valoración es del 92% (mayoría) de los estudiantes que logran cumplir a cabalidad este ítem, y hay un progreso significativo con respecto a las anteriores fases. Como resultado final, el estándar “construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos” se consigue con los participantes de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual).

Ítem 4: En el uso de los signos de agrupación la valoración es del 58.3% (suficientes). Los estudiantes presentan un poco de dificultad con respecto a su ubicación ya que es introducido por primera vez, a veces fueron utilizados de manera aleatoria y no con una lógica respectiva; se explica detenidamente a tal punto que los estudiantes comprenden su error y generan un progreso positivo en cuanto a su asignación. Ahora bien, en la solución de la fase final la conversión y el tratamiento si es evidente, porque para ser por primera vez y con problemas más complejos su desarrollo es aceptable en cuanto a “Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas” de los EBC.

Ítem 5: Aunque en la particularización de casos generales se observó dificultad luego de realizar varios ejercicios puntuales e incitarlos a buscar una generalización para que lo adaptaran al ejercicio trabajado (ver actividad 23), no se logró el objetivo y se forjaron confusiones en la última fase de la olimpiada, en la cual algunos decidieron no colocar respuesta y otros utilizar el azar. Sin embargo, en general el progreso fue positivo dado que el análisis realizado conjuntamente da certeza a sus dificultades y reacciones asertivas por parte de los estudiantes, es así, que se le da una estimación del 33.3% (algunos).

Ítem 6: en cuanto a la primera y segunda fase, en el uso de elementos no necesarios, si hubo un progreso, los estudiantes resolvían con cuidado cada ejercicio haciendo en su mayoría uso de lo explicado en los talleres y acatando las sugerencias dadas para obtener soluciones correctas en el contexto de olimpiadas y ser aplicadas en su etapa educativa; por tanto, el porcentaje de estudiantes disminuye al 16.7%(pocos). Es así como se puede decir que los estándares para los grados sexto y séptimo con respecto al Pensamiento Numérico, para ilustrar mejor, “Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación”, e “Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos” se adquieren en el transcurso de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual).

Ítem 7: El uso de variables para esta etapa fue un poco más clara, ya se tomaban la tarea de precisar la variable y representarla correctamente en la resolución del problema, realizando mentalmente su análisis o constantemente preguntando a las practicantes, y así es como se reflejó en la última fase donde realizan una estructura algebraica correcta para poder dar una solución, puntualizando su representación a partir de los conocimientos adquiridos en los talleres, por lo tanto la evaluación disminuye al 16.7% (pocos). Podemos decir que se logró el estándar “Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación)” que compete al Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos del grupo 6° y 7°.

Ítem 8: las representaciones de la expresión de forma correcta y ordenada para esta etapa final fueron más cuidadosas, los estudiantes explicaban sus procedimientos y soluciones contextualizado en las olimpiadas y tomándose el tiempo de presentar un orden de su desarrollo para que la calificación y el análisis de las docentes fuera con facilidad, de ahí que, el 100% de los estudiantes generan un orden correcto en sus procedimientos.

Ítem 9: En la aplicación correcta de las estructuras de las operaciones se observó un progreso con respecto a la primera fase, aunque un poco de dificultad en las operaciones implícitas dentro del problema olímpico (actividad 22 del apéndice D), pero que, si se realizaba una conversión y tratamiento correcto de él, se podía inferir cómo era su desarrollo y por ende dar una respuesta acertada, empleando definiciones, propiedades vistas en los talleres y conocimientos previos de los estudiantes, logrando una asertividad del 66.7% (suficientes). Con lo dicho anteriormente, se deduce que se alcanza parcialmente los estándares "Justifico la elección de métodos e instrumentos de cálculo en la resolución de problemas" , "Justifico la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de las respuestas obtenidas" y "Establezco conjeturas sobre propiedades y relaciones de los números, utilizando calculadoras o computadores" que pertenecen al grupo del Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos de grados sexto y séptimo.

Ítem 10: en geometría especialmente los estudiantes preferían apoyarse en los dibujos de manera explícita, es decir que el problema te diera los esquemas para analizar, se les complicaba un poco proponer un modelo solo con el enunciado, para ello se les recuerda leer con detenimiento, ubicar partes puntuales del problema, qué da y qué pide el ejercicio para proceder a realizar un bosquejo cercano a la solución; sin embargo, la valoración es del 91% (mayoría). Por ende, los participantes de la olimpiada finalizaron con obstáculos en cuanto a "Resuelvo y formulo problemas usando modelos geométricos".

Ítem 11: la evaluación de este ítem es del 83.3% (mayoría). A manera general los estudiantes utilizaban distintas formas de resolver los ejercicios, algunos procedían de manera mental infiriendo una solución, otros preferían dar una solución y contextualizarla de acuerdo con las planteadas por las docentes o coincidían con ella, pero en todas las fases de la olimpiada el modelo de plantear un problema fue personal, con procedimientos válidos y llegando a la solución correcta. Por consiguiente, se puede decir que los estudiantes que llegaron a la fase final alcanzaron los siguientes estándares “Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas” e “Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos”, lo cual es muy importante porque estos pertenecen al grupo de grados sexto y séptimo.

Ítem 12: para esta última fase la estimación es del 100% (mayoría), porque los estudiantes observaban con detenimiento el resultado obtenido, fue un progreso, dado que las respuestas ya tenían una lógica de acuerdo con sus desarrollos, y por ende más contextualizadas al campo trabajado en los talleres y en las olimpiadas. Como se dijo en el ítem anterior, se logró las expectativas con los finalistas de la olimpiada.

Ítem 13: el análisis de la figura dada no se cumplió a cabalidad ya que los estudiantes se dedicaron a mostrar información explícita mas no implícita; se les hace la aclaración de que los dibujos en muchas ocasiones sólo contaban como guía para incitar a una respuesta, más no siempre ayudaban a solucionar correctamente los ejercicios, aunque en este evento trabajamos con problemas olímpicos en los cuales los bosquejos eran de gran utilidad; es así como se obtiene una calificación del 8.3% (pocos). Se puede decir que el estándar “Resuelvo y formulo problemas que involucren relaciones y propiedades de semejanza y congruencia usando representaciones visuales” se consigue, pero parcialmente.

Ítem 14: para esta última ronda de la olimpiada los estudiantes ya diferencian con facilidad las figuras geométricas planas, por lo que se generó un progreso positivo del 100%

(mayoría) en el trabajo de los talleres y las diferentes etapas. De esta manera, se concluye que el estándar "Clasifico polígonos en relación con sus propiedades" de grado sexto-séptimo se logró en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual).

Ítem 15: el concepto de ángulo interno y externo fue comprendido a cabalidad, aunque para esta última fase no fue muy introducido, puesto que en la anterior ya se había logrado el objetivo en cuanto a ángulos se refiere, sin embargo, se evidenció claridad en ello cuando se les realizaba el comentario del tema. Por tanto, la valoración final es del 100% (mayoría).

Ítem 16: en el cálculo de los ángulos internos y externos, solventaron la dificultad que se observó en la primera etapa al involucrar las definiciones, aunque no se abordó mucho el tema sus comentarios arrojaban un progreso del 100% (mayoría) en sus conceptos y desarrollo.

Ítem 17: el 75% (suficientes) del total de estudiantes participantes de la olimpiada cumplieron este criterio**.** A pesar que diferencian con claridad las figuras geométricas, el cálculo de su área y perímetro generó confusión en cuanto al uso, no había diferencia de cual formula utilizar con respecto a estas definiciones, en los respectivos talleres se enfatiza en cada uno de esos conceptos, pero en la última fase se aprecia que los estudiantes presentan problema, por lo que se infiere que estos contenidos requieren una profundización de ello en investigaciones a futuro en cuanto al nivel 1 (grados sexto y séptimo), para el trabajo de olimpiadas. Se añade también que los EBC, involucrados en este ítem corresponden al Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas, el cual inicialmente se decidió no trabajar, no se quiere decir que este no se haya visto en los encuentros virtuales, porque si se dio a conocer métodos o técnicas de resolución utilizando el tema de perímetro, área y volumen [9] asumiendo que los estudiantes

[9] En el banco de problemas del nivel 1 se encuentran 6 ejercicios de área y dos de volumen.

conocían el contenido, y de esta manera reforzar en "Utilizo diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior y el volumen de algunos cuerpos sólidos" y "Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos".

Ítem 18: el concepto de volumen, en esta ronda final no fue trabajado, se evidenció que los participantes no los dominaban y se solicita profundizar más sus conceptos con figuras geométricas en 3 dimensiones en trabajos futuros.

Apéndice D

Análisis de las actividades

Análisis de las actividades en los temas de álgebra temprana, geometría y los EBC de acuerdo con los lineamientos curriculares, en las cuales se presentaron con mayor frecuencia los errores más comunes según Rodríguez et al (2015) y los niveles de Van Hiele. Cabe resaltar que aquellas actividades reposan en el anexo 2 (Banco de problemas pág. 172) donde se encuentran identificadas para mayor facilidad del lector.

Actividad 1

En este problema participaron estudiantes de todos los grados de básica secundaria, ya que fue el primer taller donde como practicantes empezamos a trabajar con los estudiantes, aunque se había hecho la aclaración de cómo sería el trabajo de ahí en adelante (cada nivel: 1, 2 y 3 disponen de su espacio), se expuso este ejercicio en el primer taller de manera general.

En esta actividad se les pide a los estudiantes calcular la cantidad de toneladas transportadas por una camioneta en 6 días. Se usan 5 opciones de respuesta, con representaciones no usuales, para dar a entender que no siempre la respuesta se plantea de la misma forma, además de sugerir que con los conocimientos que traen se puede interpretar y resolver el problema con simplicidad. Como es de esperar, el 80%[10] de los participantes lo resuelven con facilidad, sin embargo los demás presentan dificultad en las diferentes representaciones de las soluciones propuestas, en especial la de número mixto, se hace la explicación a manera de

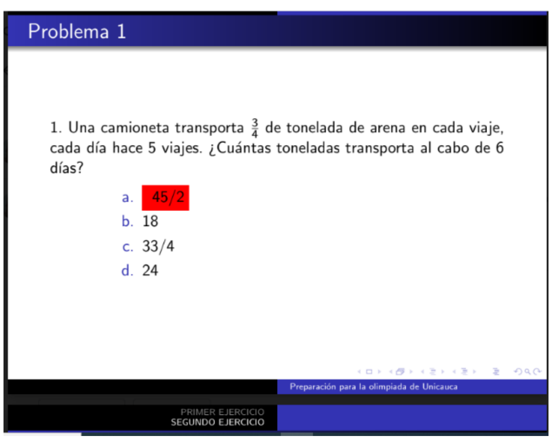
[10] Estos porcentajes se obtienen de acuerdo a la participación de los estudiantes en cada reunión sincrónica, el total de alumnos conectados se asume como el 100% y con ello se calcula los porcentajes de aciertos o desaciertos, dando lugar a reflejar la dificultad o facilidad del ejercicio.

recordatorio, así como también enfatizando en aplicar todo lo aprendido en su etapa escolar y que este espacio se presta para reforzar y aprender matemáticas, del mismo modo sucede con los números decimales, fraccionarios y representación de un número entero.

De acuerdo con (Rodríguez et al., 2015) el error que se presentó en esta actividad es derivado de la aritmética, en la subcategoría II.2 División-Multiplicación, esto se refiere a las confusiones que tuvieron el 20% de los estudiantes al encontrar la respuesta acertada en el momento de presentar la solución en los encuentros virtuales, ya que la operación correcta a realizar es una multiplicación, pero luego para encontrar la equivalente a las opciones de respuesta se usan la multiplicación y división, así se deduce que en estas dos situaciones hay confusiones y por tanto el error aritmético.

Figura D1

Ejercicio Número 1 del Primer Taller de Preparación para la Fase 1



Nota. Podemos observar que la respuesta correcta a este problema es la opción **a**, el 80% de los estudiantes acertaron, a pesar de estar trabajando con estudiantes de todos los grados de básica secundaria y media en este taller.

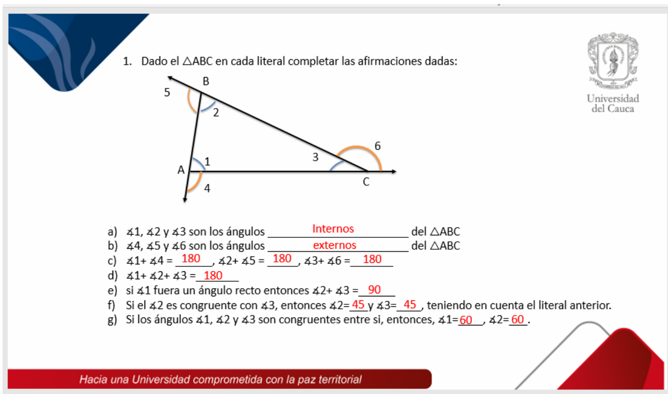
Actividad 2

El ejercicio se presenta para percibir el nivel de conocimientos geométricos que poseen los participantes y a partir de ello ver cómo se trabajaría en los siguientes encuentros virtuales. En él se preguntan conceptos básicos de ángulos de un triángulo, tanto internos como externos, y por ende se pretende investigar si se conoce la propiedad de los ángulos internos y externos de un triángulo; con respecto a esto los estudiantes decidieron asignar valores a los ángulos y así responder a los ítems c, d, e, f, g. Adicional a lo mencionado, el problema permitió enseñar y/o recordar “ser congruente”. Por otro lado, este ejercicio también nos hizo contemplar una mayor participación de los estudiantes, y el interés hacia lo desconocido.

Considerando las observaciones realizadas anteriormente, nuestros participantes de la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad virtual) se encuentran en el nivel 2 de Van Hiele, porque los estudiantes en su mayoría aprecian las propiedades básicas de los elementos de una figura, evidenciado en los talleres sincrónicos. Además, desde el punto de vista de la transformación de un problema, notamos dificultades con el tratamiento del ejercicio, más precisamente al usar elementos que no son necesarios en la resolución del problema.

Figura D2

Ejercicio Número 1 del Tercer Taller Preparatorio a la Primera Fase

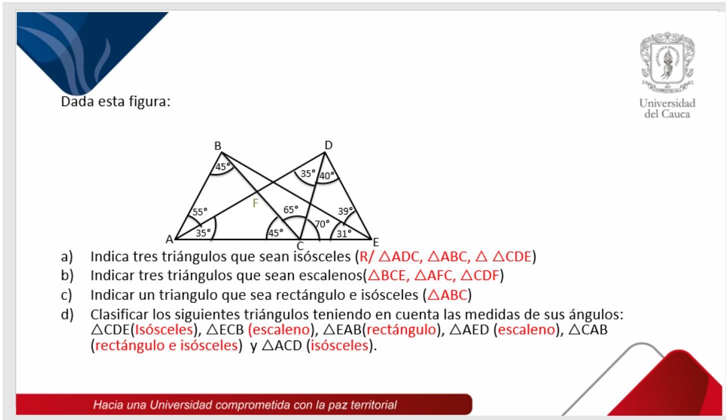


Actividad 3

En la actividad 3 decidimos que los participantes se encuentran en el nivel 3 de acuerdo a Van Hiele descrito en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (MEN, 1998) (tabla 3), en este problema se les pide a los alumnos resolver los ítems de acuerdo a la figura dada, pero aquí se exponen valores de algunos ángulos internos y a partir de ellos clasificar los triángulos, se presenta dificultad en ciertos estudiantes para hallar la medida del tercer ángulo interno de un triángulo a partir de los otros dos, no sabían cómo abordarlo a pesar de que en la actividad anterior se había trabajado la propiedad de ángulos internos de un triángulo. Se explica nuevamente con ejemplos concretos, generando confianza en el uso de este axioma para su posterior aplicación en la resolución de los ejercicios.

Figura D3

Ejercicio Número 2 del Taller de Geometría para la Primera Fase



Actividad 4

Problema propuesto en la primera fase de la olimpiada grado sexto y séptimo, con el fin de evaluar lo visto en talleres sincrónicos sobre conocimientos geométricos. En el ejercicio se les pide encontrar el valor de un ángulo interno, para el cual se esperaba que los competidores utilizaran la propiedad de ángulos internos de un triángulo y la clasificación de triángulos según sus lados para su solución, aunque el 31.6% [11]de los participantes resuelven correctamente la prueba, se concluye por entrevistas hechas en la solución de la primera fase que los estudiantes del 68.4% no obtuvieron comprensión de las propiedades explicadas anteriormente para resolver este tipo de ejercicios, este hecho hizo que los participantes tuvieran dificultades en el tratamiento del problema olímpico y por esta razón se ubica en el nivel 3 de Van Hiele descrito en los lineamientos (Ver Tabla 4).

Figura D4

Actividad 4

[11] El porcentaje designado en las actividades que pertenecen a las pruebas de cada fase de la olimpiada, se calcula teniendo en cuenta la cantidad de estudiantes con respuestas correctas de acuerdo al total de participantes que presentan cada ronda. (ver anexos 3, 4 y 5)

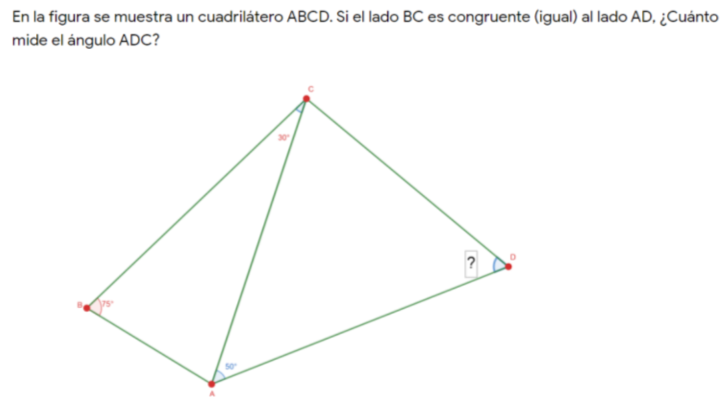
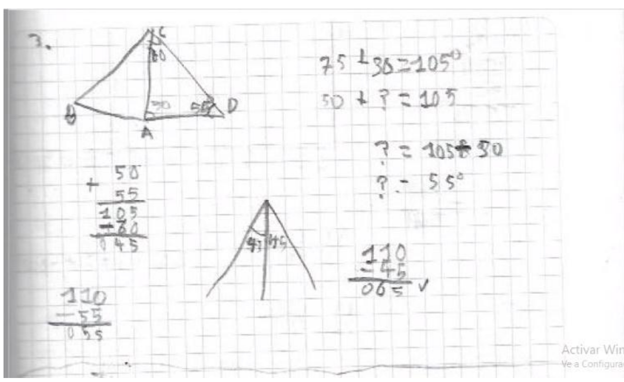


Figura D5

Respuesta de un estudiante de grado sexto



Nota. En la imagen se aprecia que un estudiante llega a la respuesta correcta pero el tratamiento no es claro.

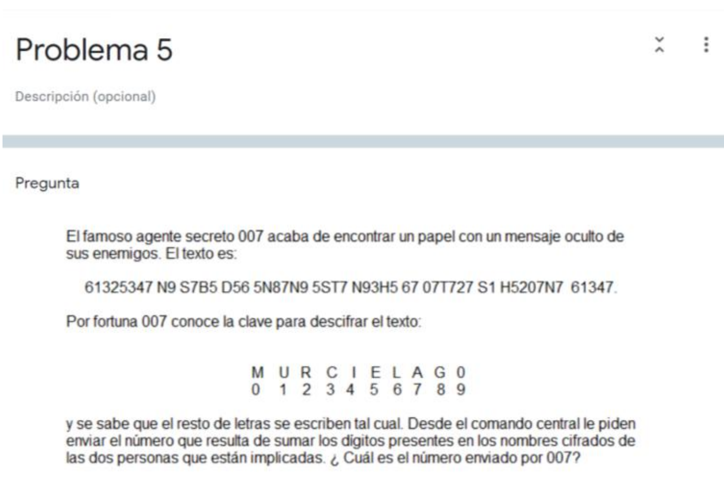
Actividad 5

Este problema es planteado en la primera fase de la olimpiada -o como se le ha denominado “prueba diagnóstica”- en la cual se les pide a los participantes descifrar un código y proporcionar un número que resulta de la suma de dos nombres que aparecen en el mensaje oculto. El 47.4% de los estudiantes de grado sexto y séptimo responden correctamente, el 52.6% restante, por entrevistas hechas se comprueba que no encontraron sentido al problema y optaron por la opción de "Ninguna de las anteriores"; algunos estudiantes confirman que suman los números que aparecen en la palabra murciélago y otros no dan un argumento de la respuesta seleccionada.

De acuerdo con (Rodríguez et al., 2015), el error que se presenta en esta situación es, error de letra; los referentes mencionan que esta equivocación se debe a cuando el estudiante no diferencia correctamente el uso de distintas letras en un enunciado (se habla de un problema algebraico). Deducimos que este inconveniente presentado se debe a dos razones: i. Los estudiantes son de grados sexto y séptimo, y ellos no están familiarizados con letras y números a la vez. ii. No se realizó una buena lectura del enunciado del problema olímpico, por ende, los participantes no entendieron lo que había que hacer.

Figura D6

Planteamiento de la Actividad 5


Problema 5

Descripción (opcional)

Pregunta

El famoso agente secreto 007 acaba de encontrar un papel con un mensaje oculto de sus enemigos. El texto es:

61325347 N9 S7B5 D56 5N87N9 5ST7 N93H5 67 07T727 S1 H5207N7 61347.

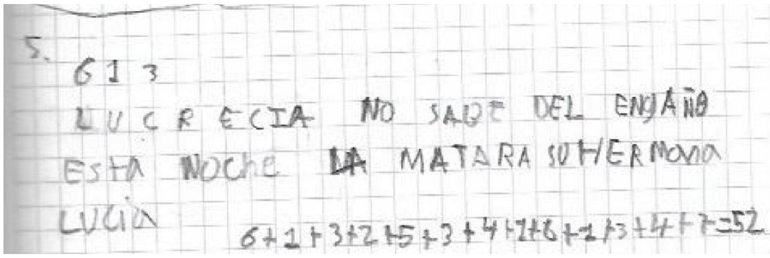
Por fortuna 007 conoce la clave para descifrar el texto:

M	U	R	C	I	E	L	A	G	0
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

y se sabe que el resto de letras se escriben tal cual. Desde el comando central le piden enviar el número que resulta de sumar los dígitos presentes en los nombres cifrados de las dos personas que están implicadas. ¿ Cuál es el número enviado por 007?

Figura D7

Respuesta de un estudiante



Actividad 6

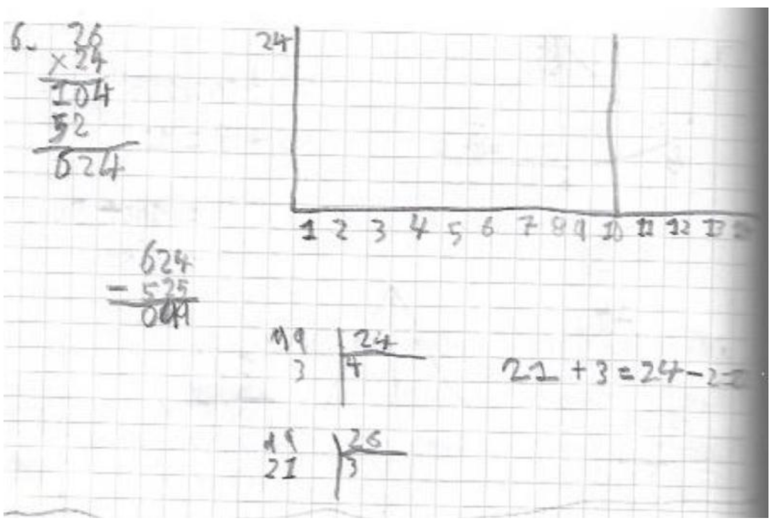
Este es un ejercicio que surge por la situación que se vive actualmente a causa de la Covid 19, es diseñado por las practicantes con ayuda de los directores John Jairo Pérez y Francisco Eduardo Enríquez; aquel problema se presenta en uno de los talleres previos a la prueba diagnóstico, y después en la primera fase haciendo pequeños cambios en el enunciado (ver anexo 2)

Se aprecia que el 34.2% responden acertadamente, según lo expuesto en la retroalimentación de la primera prueba, los estudiantes afirman que se confundieron en hacer las operaciones, sabían que era una división, pero la mayoría de ellos cometieron errores como, dividir el 525 entre 26, y a este resultado atribuir la respuesta, sin analizar la medida de bioseguridad para determinar si estaba vacío u ocupado; otros, lo que hacen es multiplicar el 26 con el 24, y a esta solución le restan el 525, luego lo dividen entre 24 nuevamente para encontrar la fila en la que está ubicado el asiento número 525 (en este resultado toman como referencia inicial la última fila); hubo un grupo de participantes que anunciaron la incomprensión del problema y marcaron “no se puede determinar con esta información”, aquellos son alumnos que no asistían a los talleres continuamente.

Con las dos formas de resolver el problema mencionado anteriormente, deducimos que existe un error aritmético, de acuerdo con (Rodríguez et al., 2015) pertenece a la subcategoría de las operaciones División-Multiplicación, y el mayor inconveniente es el desconcierto que generan los competidores a la hora de resolver el problema en cuanto a tratamiento se refiere. Es necesario recalcar que los métodos para resolver la actividad 6 descritos en el párrafo anterior si se efectúan apropiadamente, llevan a la respuesta correcta, pero para este caso no fue posible con el 65.8% de los participantes de grado sexto y séptimo.

Figura D8

Respuesta de un estudiante



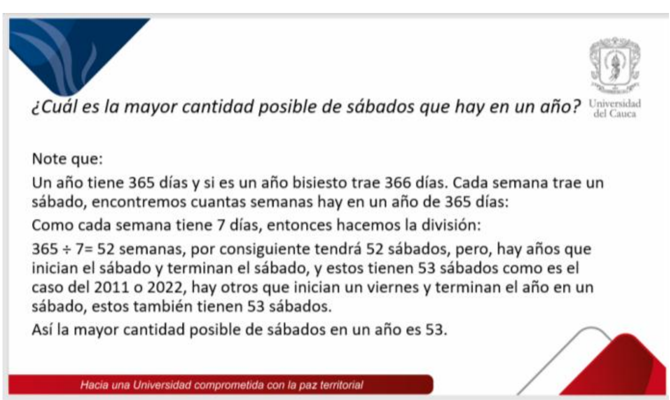
Actividad 7

Este es un ejercicio de lógica en el que se les pide encontrar la mayoría de los sábados posibles en un año, luego de realizar un análisis con cierta complejidad, el 80% de los estudiantes responden correctamente. Notamos que los educandos usaron calendarios de diferentes años para contar la cantidad de sábados que había en cada uno de ellos y así llegar a deducir la respuesta apropiada, inicialmente es un proceso válido, pero en un contexto como el de olimpiadas matemáticas y presencial es mejor buscar otro método más eficaz. Se les da a conocer a los participantes una forma de solución, en ella se explica cuáles son los datos a tener en cuenta para la resolución del problema, también se esclarece que este ejercicio puede tomar cualquier otro día y el procedimiento sugerido sigue siendo efectivo.

Con lo expuesto en el párrafo anterior y de acuerdo con (Rodríguez et al., 2015) los estudiantes para resolver la actividad 7 iniciaron con un procedimiento informal, que para su entendimiento y comprensión es permitido en un principio, pero pensando en un proceso dentro de Pensamiento Variacional, se está llegando a un error derivado del simbolismo algebraico, los autores le denominan a esta falla, “Errores debidos a la particularización de números o relaciones concretas de una expresión general”. Aunque el problema olímpico, en un inicio parece solucionarse con técnicas de conteo, resulta que este va más allá de simplemente contar, es decir el método de resolución es general y estándar si se puede denominar así; por tanto, el problema se trabaja desde el punto de vista de Early Algebra.

Figura D9

Solución de la actividad 7



Nota. En el desarrollo del taller se aclara de manera verbal que los años que inicien en un día como domingo, lunes, martes, miércoles, jueves tendrán 52 sábados.

Actividad 8

Solo el 40% de los estudiantes del nivel 1 responden correctamente, los demás no comprenden el enunciado y no logran hacer el análisis de las hipótesis del ejercicio en una figura en 3D, el inconveniente más notorio es hallar el número de cubos sin ninguna cara pintada, los estudiantes no logran visibilizar los cubos internos del cubo grande, por lo que una respuesta es que solo 9 cubos quedan sin ninguna cara pintada, pero no tienen en cuenta los cubos de la cara grande sin pintar sin implicar los cubitos internos; se procede a explicarles con un caso particular como es el cubo de Rubik, permitiendo rectificar su error y promover una nueva respuesta correcta

Para esta actividad el nivel de acuerdo a Van Hiele consideramos que es el 3, puesto que los participantes reconocen la figura como un cubo, saben también que es una figura en 3D, además reconocen que estamos hablando de volumen, pero lo que solicita el ejercicio es encontrar cierta cantidad de cubos, que implica tener en cuenta los cubitos internos, asunto que presentó la dificultad, como se mencionó anteriormente.

Figura D10

Solución de la actividad 8

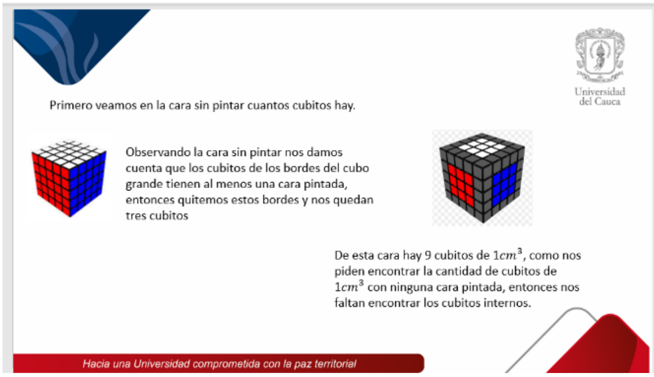
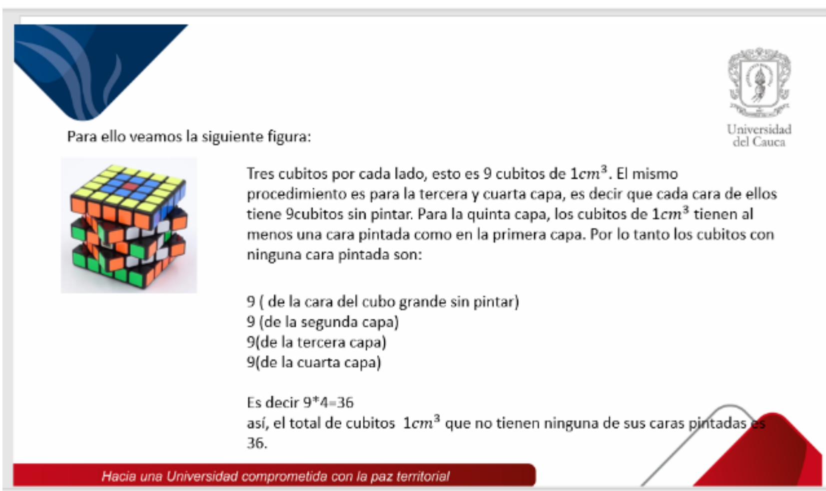


Figura D11

Solución de la actividad 8 por Parte de las Practicantes

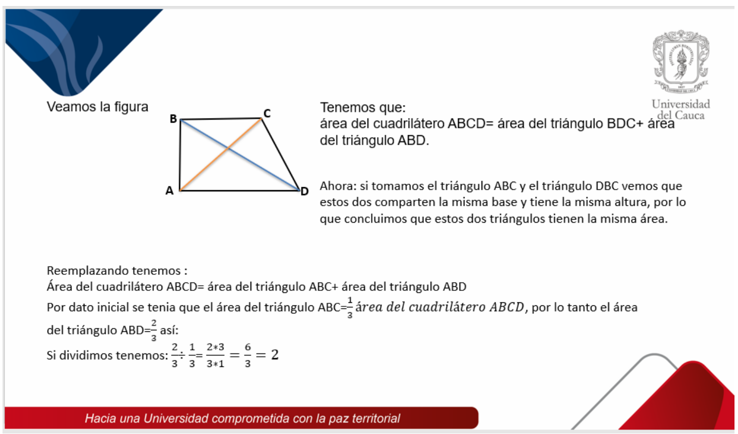


Actividad 9

En este problema se les pide calcular la razón con respecto a dos áreas de una figura dada. El 10% de los estudiantes conocen la figura a trabajar, pero no del tratamiento a realizar para encontrar la solución, por esta razón al 10% de los participantes los ubicamos en el nivel 3 de acuerdo con los niveles de Van Hiele (tabla 3), los demás prefieren no opinar debido a que no saben cómo abordar el problema. Se procede a presentar la solución paso a paso, donde se les solicita trazar diagonales con respecto a los vértices A, C y B, D, identificar que conforman y cómo pueden asociarlo con elementos vistos en talleres anteriores, luego de hacer una profundización logran comprender el ejercicio y explorar nuevos temas tales como la definición de altura.

Figura D12

Solución de la actividad 8



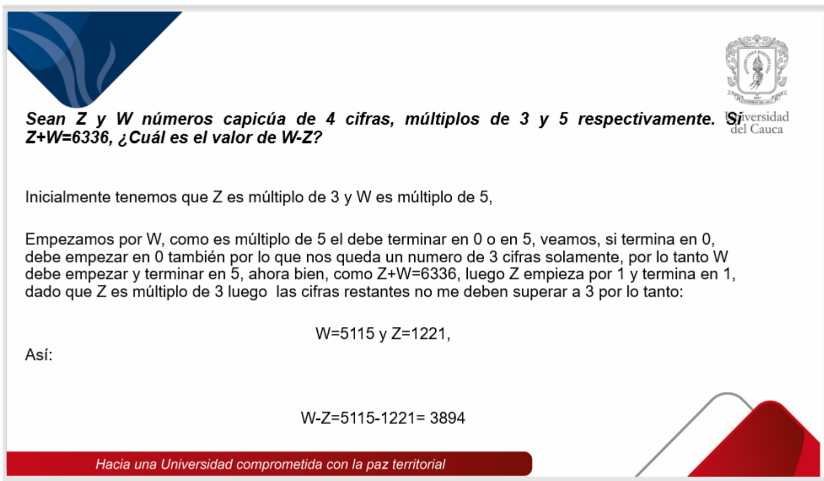
Actividad 10

En este ejercicio se pide encontrar dos números capicúa con ciertos requerimientos, y posteriormente descubrir la diferencia entre ellos. Observamos que el 60% de los estudiantes del Nivel 1 lo resuelven con facilidad, y se debe al entendimiento de los criterios de divisibilidad del 5 y del 3, sin embargo, hubo alumnos que se confundieron al aplicar el criterio de divisibilidad del 5 con la definición de capicúa, por tanto, surgieron respuestas erróneas. Como era de costumbre en cada encuentro virtual, luego de que los estudiantes intentan resolverlo y plantean respuestas, se hizo la explicación del problema teniendo en cuenta el paso a paso de la solución propuesta por las practicantes, usando los criterios necesarios y suficientes para dar el resultado apropiado.

No hay un error establecido según (Rodríguez et al., 2015) para este problema, lo definimos como una falla proveniente de una lectura rápida, esto es, leer sin tener presente la información que ofrece el enunciado de la situación matemática.

Figura D13

Solución de la actividad 10



Actividad 11

Esta actividad se elige con la intención de introducir el lenguaje simbólico y Early Algebra (en su posibilidad), como también aprovechar la curiosidad que sentían los estudiantes por el tema. En el problema matemático sólo se involucra una variable y el objetivo es encontrar el valor desconocido. El 80% lo resuelven correctamente con distintos procedimientos válidos, algunos de ellos son: multiplicar el 3*2020 =6060, luego sumar 2019+2021=4040, seguidamente restar 6060-4040=2020 que es el valor de la variable c (esta idea es intuitiva, pero se encuentra bastante cerca de los procedimientos formales); otros estudiantes multiplican 3*2020 =6060 luego suman cada dígito de la parte derecha planteada en el ejercicio y buscan el 6060 a partir del resultado anterior. Dado que fueron pocos los participantes que tuvieron inconvenientes con este primer acercamiento al álgebra, decidimos hablar de lo que podemos hacer con ella, esto es, generalizar resultados y procedimientos, incluso involucrar otras áreas de la matemática, por ejemplo, la geometría.

De acuerdo con (Rodríguez et al., 2015), el error al que incurrió el 20 % restante de los participantes es aritmético más específicamente en las operaciones suma-multiplicación, pero es una dificultad en actuar con respecto a qué procedimiento realizar para encontrar la variable c cuando ya se ha hecho la multiplicación 3*2020 y la suma 2019+2021. Es así como se procede a explicar qué hacer, tratando de que el método que presentamos sea comprendido para los problemas siguientes. Entonces, cómo el inconveniente era descubrir el valor de c, lo que les preguntamos es, ¿Cuánto le falta a 2019+2021=4040 para llegar a 6060? Y ellos inmediatamente lo que hacen es una resta, 6060-4040=2020, en este momento se explica los pasos de manera formal, es decir que -4040 se denomina inverso aditivo de 4040, y que por ser una igualdad la expresión, a ambos lados se suma este inverso aditivo, de este modo, el lado derecho de la igualdad queda despejado c, y la respuesta es 2020.

Desde el punto de vista de Early Algebra, el pensamiento algebraico se realizó cuando actuamos sobre un objeto matemático, además de pensar en cómo encontrar la solución adecuada para el ejercicio y si realmente era acorde con el enunciado que el problema tenía, se nombraron también ciertas relaciones que podría tener en la cotidianidad y cómo las ideas intuitivas que utilizamos para encontrar la solución toman fuerza cuando las volvemos formales y entran a hacer parte de una estructura matemática. Lo mencionado anteriormente nos llevó a pensar que los estudiantes mejoran cada día en su aprendizaje y se evidencia cuando sus argumentos son más sólidos en una discusión.

Figura D14

Solución de la Actividad 11

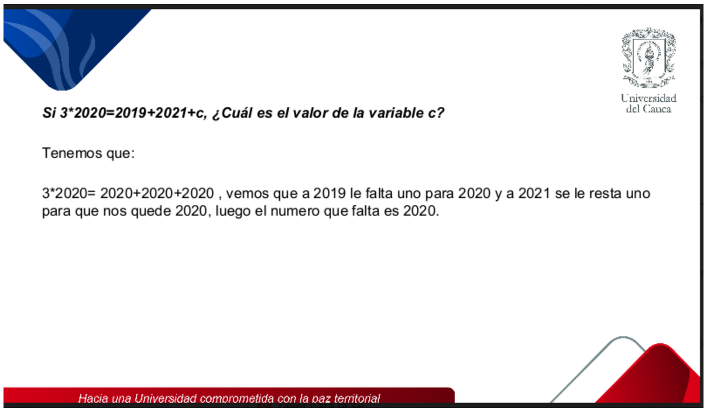
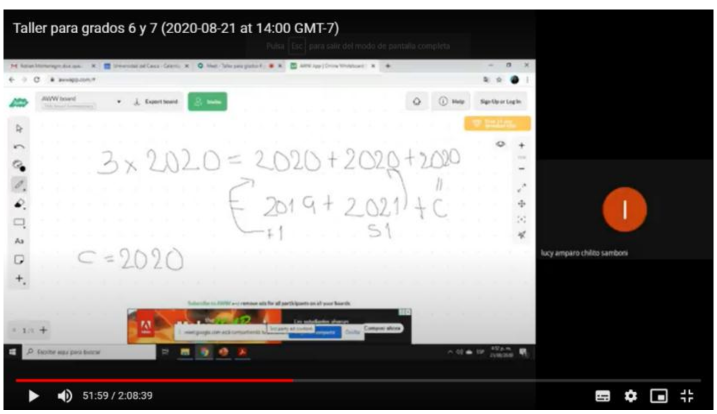


Figura D15

Desarrollo de la Actividad por Parte de las Practicantes



Actividad 12

Dado que en la actividad anterior se trabajó bastante bien encontrar el valor de la variable, quisimos explorar el lenguaje algebraico en contexto usando dos variables (x, y), por esta razón se les presenta la actividad 12 donde lo desconocido se da a entender de manera simple. Era de esperar errores en este problema puesto que se manejan dos variables, y el expresar el enunciado en un lenguaje matemático es un paso gigante para estos participantes. El 10% de ellos comprenden el enunciado, el cual corresponde a una parte de la conversión del problema, pero la otra parte, que es saber convertir y tratar, es realmente un problema serio para los competidores.

Se procede a explicar de la siguiente manera, primero se definen las variables, donde se intentó hacer entender que la incógnita puede ser una letra como en el anterior ejercicio, pero sucede que a ellos se les dificulta comprender el proceso de asignación y preguntan ¿cómo puede ser sólo una letra para una palabra? Para hacerles comprensible este proceso decidimos nombrar así: cuando se trataba de perros denominamos la variable p y cuando se trataba de pollos fue po, es así como asimilaron la variable y entendieron cómo expresar una palabra por letras. El proceso de traducción al sistema formal, en este caso fue difícil para los participantes, y nos dimos cuenta que hay falencias en la conversión y por ende existen errores que hay que superar, pero como era el segundo ejercicio realizado con ellos sobre este tema, nos dimos cuenta que se había ido un poco lejos con estudiantes de grados sexto y séptimo.

Los errores para lo mencionado anteriormente con respecto a (Rodríguez et al., 2015) son: relativos a la completitud el enunciado, en la subcategoría de incompleto; errores derivados de las características propias del simbolismo algebraico, en las subcategorías, errores debido a la particularización de números o relaciones concretas de una expresión general y errores de complicación estructural.[12]

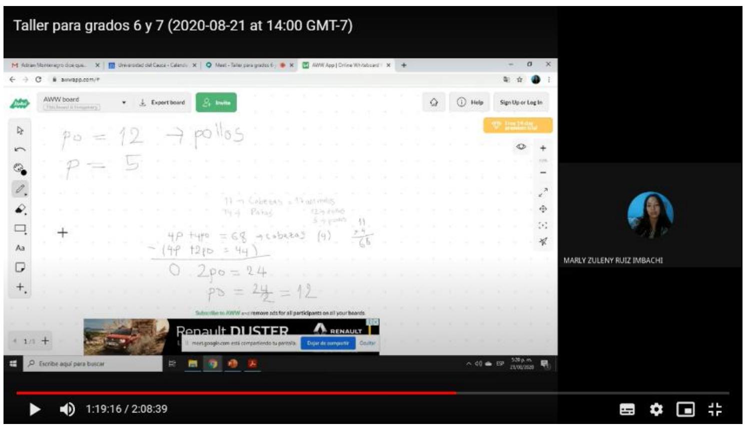
En cuanto al tratamiento del problema, se encontraron dificultades como: no recordar o relacionar que los perros tienen 4 patas y los pollos, 2 patas. En cuanto a las operaciones que se

[12] Ver en detalle tabla 4.

debían realizar tratamos de explicar detalladamente para que se entendiera bien, pero los estudiantes del Nivel 1 no asimilaron con facilidad estos procedimientos, y fue así como ellos daban respuestas al azar.

Figura D16

Explicación del Paso a Paso de la Actividad por Parte de las Practicantes

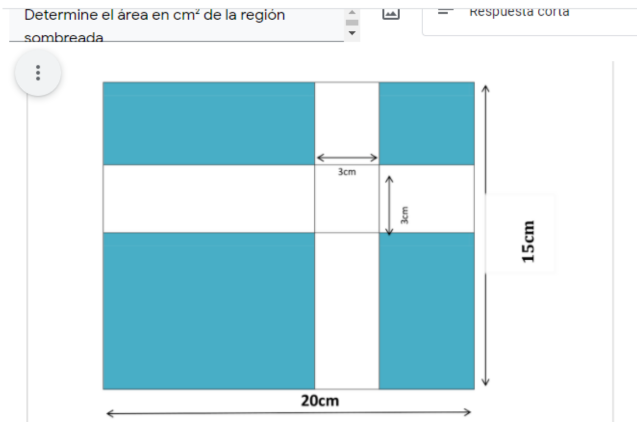


Actividad 13

El 23.8% de los estudiantes que respondieron correctamente, podemos decir que se ubican en el nivel 4 de acuerdo con la clasificación de Van Hiele, ya que su tratamiento realizado refleja el uso de definiciones, teoremas y propiedades vistas y confirmadas en entrevistas realizadas, aunque no se den de manera formal, su razonamiento deductivo es aceptable. El porcentaje restante reafirman en los encuentros sincrónicos que no comprenden el enunciado, confunden la descripción de la figura geométrica y no logran encontrar el área de la región sombreada, comentan que no sabían cómo abordar y usar los datos que proporcionaba el problema, aunque conocían la fórmula para hallar el área de un rectángulo no sabían cómo adaptarla al ejercicio. Luego de presentar la solución, aclaran sus dudas y efectivamente comprenden que el problema en sí no era para nada complejo, solo era cuestión de cuidado con respecto a la conversión y tratamiento, por falta de evidencias físicas de este problema no se presenta imágenes del tratamiento realizado por los participantes de grados sexto y séptimo.

Figura D17

Descripción de la Actividad 13.



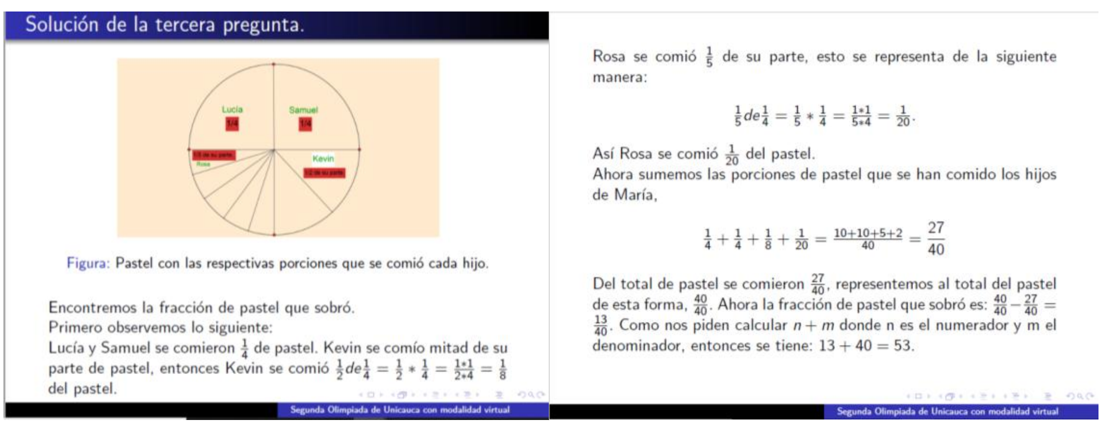
Actividad 14

En este ejercicio el 14.3% de los estudiantes proporcionan una respuesta acertada, los demás no comprenden el enunciado, incluso al ser un problema de la segunda ronda, preguntaban mucho por la relación de las variables m y n, no sabían cómo encontrarlas y asimilar qué papel jugaban en el enunciado. Para su solución se requería hacer un bosquejo de los datos, el cual les permitiría intuir una respuesta, pero no fue realizado; algunos simplifican la fracción que les resultaba y otros solo la dejaban expresada. Cuando se presentó el paso a paso, comentan que no entendieron el enunciado, por lo que se afirma que no hubo buena lectura y por ende buen tratamiento del ejercicio.

El 14.3% de los participantes con respuestas correctas, quedaron en el nivel 4 según Van Hiele (tabla 5), el 85,7 % de los estudiantes restantes se quedan en el nivel 3. Hay que reconocer que las variables n y m, fueron las que hicieron presentar inconvenientes a pesar de que se les explicó que estas letras representan unos números, en este caso el numerador y denominador de una fracción, y que para dar la solución había que realizar la operación indicada (n+m). Dicho esto, la mayoría solo llegaron a la conversión y tratamiento del ejercicio, pero realizar el segundo tratamiento para encontrar el número entero de la suma de n+m fue complicado para los participantes (estas afirmaciones se obtienen en la retroalimentación de la solución de la segunda fase)

Figura D18

Resultados de la Actividad 14 en la Segunda Fase grados sexto y séptimo



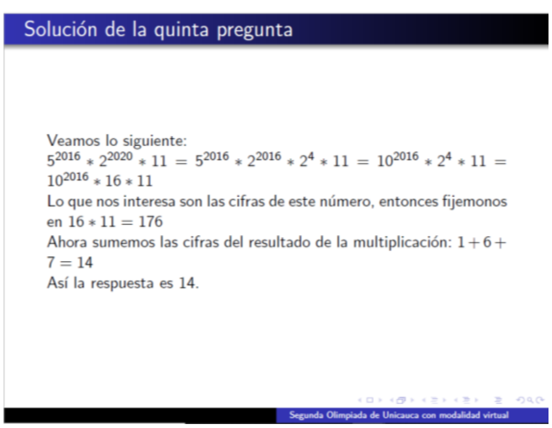
Actividad 15

La actividad 15 es un problema similar al realizado en un encuentro virtual, en este caso se agrega el número 11 a la operación indicada, y se da nuevamente los errores que en el taller se presentaron, es decir, no reconocer y no utilizar las propiedades de la exponenciación a pesar de que estas se explicaron en aquella reunión en vivo. La mayoría de los procedimientos verificados en los encuentros sincrónicos de preparación para la segunda fase expuestos por los participantes es la siguiente: intentan encontrar la solución por medio de la calculadora realizando todas las operaciones posibles, en otros casos multiplican 5*2 pero suman el 2016 con 2020, llevando a respuestas erróneas, en el caso del 11, algunos lo olvidan y otros no saben qué hacer con este término; por lo que solo el 23.8% de los estudiantes responden correctamente.

De acuerdo con (Rodríguez et al., 2015), el error es aritmético, en las operaciones potenciación-multiplicación, exactamente en las propiedades de la potenciación y confusiones con los términos de la multiplicación, aunque los estudiantes querían seguir la idea de solución presentada en el taller virtual, las operaciones que realizaron no eran las indicadas. Este problema nos llevó a pensar que el tema de potenciación no había sido realmente asimilado en su institución educativa por los competidores, así como también no se llegó a superar de manera ideal en la Segunda Olimpiada de Matemáticas Unicauca 2020 (Modalidad Virtual).

Figura D19

Solución de la Actividad 15



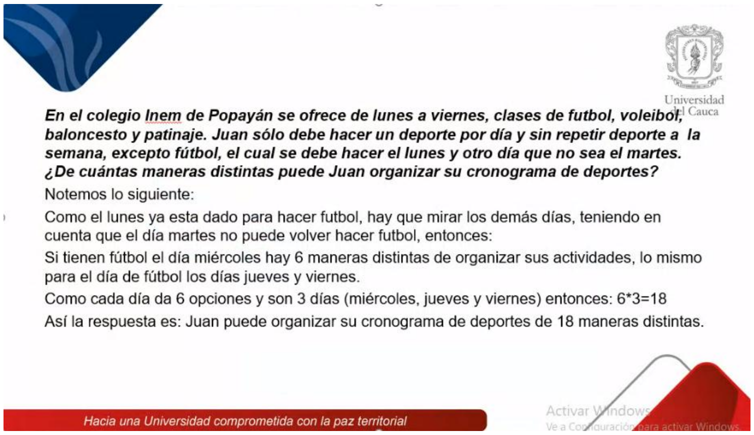
Actividad 16

Esta es una situación problema de técnicas de conteo planteado para el nivel 1, en el cual se les solicita ubicar las diferentes clases que ofrece el colegio Inem de Popayán para Juan. El 20% de los estudiantes comprenden el ejercicio y buscan un procedimiento para presentar una solución, los demás no dan respuesta, los alumnos no tienen en cuenta los datos que ofrece el problema, ya que generan respuestas al azar en la interacción virtual, tales como 20, 19, 18, 17... sin realizar un respectivo análisis. Se procede a explicar con detalle el desarrollo de este ejercicio, aunque finalmente encuentran la respuesta, no queda completamente claro cómo es el tratamiento pertinente y cómo aplicarlo a ejercicios posteriores, más aún en la presentación de la última fase de la olimpiada.

No hay error establecido por (Rodríguez et al., 2015), es decir, que se origine con relación a la completitud del enunciado, provenientes de la aritmética (operaciones que se convierten mal) y derivados del simbolismo algebraico. Consideramos que en esta actividad el error presentado se debe a la comprensión del enunciado, además juega un papel importante el desconocimiento de técnicas de conteo o podría decirse la falta de práctica de este tipo de problemas.

Figura D20

Respuesta a la Actividad 16



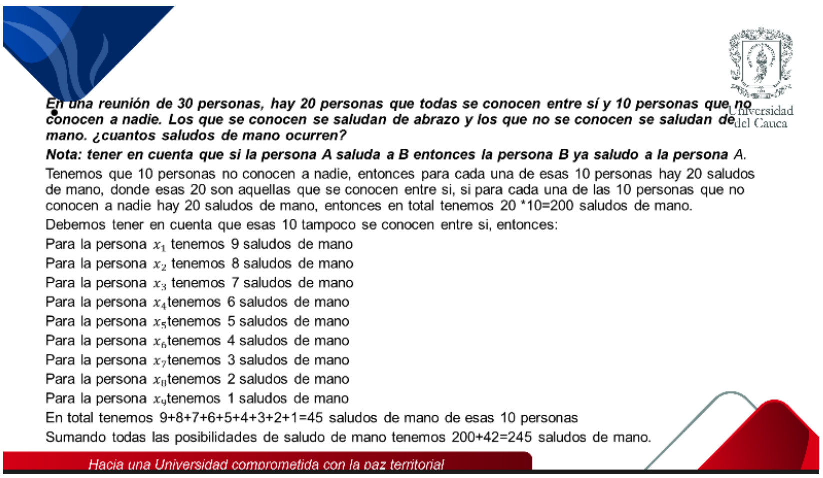
Actividad 17

El 40% de los estudiantes responden correctamente esta pregunta. Los demás presentan dificultad con respecto al tratamiento así: i. suman las personas que se conocen con las que no conocen a nadie, luego multiplican por 10, resultando 300 saludos de mano (respuesta incorrecta, porque los estudiantes no tuvieron en cuenta que las personas que se conocen y no se conocen tienen una restricción). ii. cierta cantidad de participantes multiplican las 20 personas que se conocen con 10 que no conocen a nadie, resultando 200 saludos de mano. (que también es incorrecto).

Para este problema establecimos que no hay error con respecto a (Rodríguez et al., 2015), dado que errores relativos a la completitud del enunciado no se presentaron – ya que en la conversión del problema no sobró ni faltó un elemento-; derivados de la aritmética tampoco se evidencian, es decir, no hubo una mala posición de paréntesis ni tampoco se intercambiaron las operaciones división-multiplicación, potenciación-multiplicación, suma-multiplicación, división-potenciación; con respecto a los errores propias del simbolismo algebraico no se presentan ya que no se generaliza un elemento de un caso en concreto, o particulariza relaciones de una expresión general (para mayor detalle de lo descrito anteriormente dirigirse a la tabla 4)

Figura D21

Solución de la Actividad 17



En una reunión de 30 personas, hay 20 personas que todas se conocen entre sí y 10 personas que no conocen a nadie. Los que se conocen se saludan de abrazo y los que no se conocen se saludan de mano. ¿cuantos saludos de mano ocurren?

***Nota: tener en cuenta que si la persona A saluda a B entonces la persona B ya saludo a la persona** A.*

Tenemos que 10 personas no conocen a nadie, entonces para cada una de esas 10 personas hay 20 saludos de mano, donde esas 20 son aquellas que se conocen entre si, si para cada una de las 10 personas que no conocen a nadie hay 20 saludos de mano, entonces en total tenemos 20 *10=200 saludos de mano.

Debemos tener en cuenta que esas 10 tampoco se conocen entre si, entonces:

Para la persona x_1 tenemos 9 saludos de mano

Para la persona x_2 tenemos 8 saludos de mano

Para la persona x_3 tenemos 7 saludos de mano

Para la persona x_4 tenemos 6 saludos de mano

Para la persona x_5 tenemos 5 saludos de mano

Para la persona x_6 tenemos 4 saludos de mano

Para la persona x_7 tenemos 3 saludos de mano

Para la persona x_8 tenemos 2 saludos de mano

Para la persona x_9 tenemos 1 saludos de mano

En total tenemos 9+8+7+6+5+4+3+2+1=45 saludos de mano de esas 10 personas

Sumando todas las posibilidades de saludo de mano tenemos 200+42=245 saludos de mano.

Actividad 18

Este ejercicio se ubica en el nivel 3 de Van Hiele puesto que los participantes pueden clasificar figuras planas por sus propiedades de manera informal, pero con cierta exploración, y este procedimiento lo realizó solo el 20% de los estudiantes; los participantes a este punto de la olimpiada no recuerdan los conceptos de perímetro y el teorema de Pitágoras trabajados anteriormente, optan por evadir $\sqrt{2}$ y trabajar solo con el 4; algunos calculan el valor de $\sqrt{2}$, lo multiplican por 4 y dan una aproximación del lado del cuadrado y de ahí no saben qué hacer. Otros inconvenientes presentados en el tratamiento son: la asignación del valor de la diagonal a los lados del cuadrado; la relación del exponente y la raíz cuando se eleva al cuadrado al utilizar el Teorema de Pitágoras. Cuando hay claridad del ejercicio, se procede a dejar como dato curioso, hallar la distancia entre las puntas opuestas de la estrella, sin esperar respuesta.

Por otro lado, según (Rodríguez et al., 2015) en este ejercicio se presenta un error derivado de la aritmética en la subcategoría potenciación-multiplicación, en la cual los estudiantes no asimilan las propiedades de la potenciación y radicación, a pesar de haber sido abordadas en sesiones anteriores. Como se expresó en la actividad 12, los alumnos tienen problemas con la asignación de variables, es por esto que la solución se presenta con los nombres propios de cada lado, haciendo que las incógnitas sean más familiares.

Figura D22

Solución de la Actividad 18

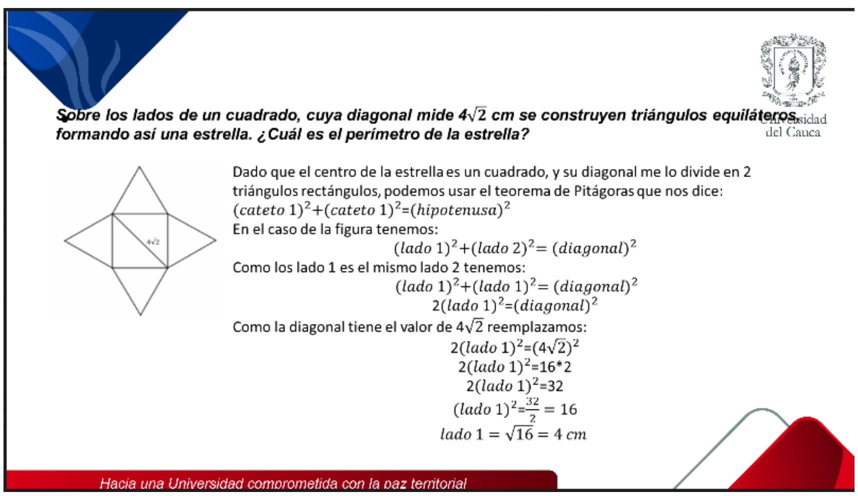
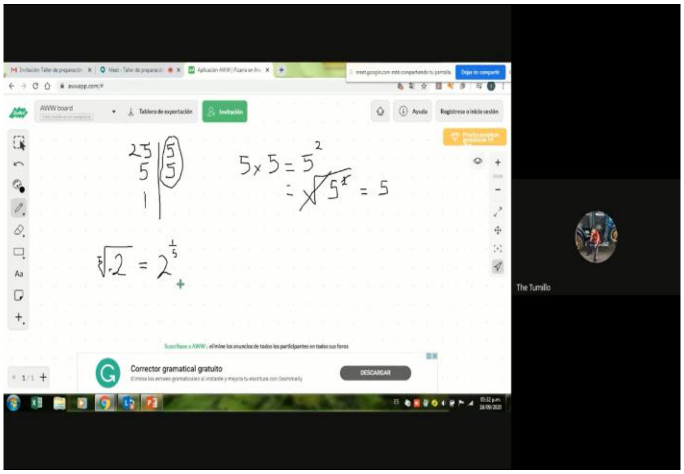


Figura D23

Explicación de la Raíz Cuadrada por Parte de las Practicantes

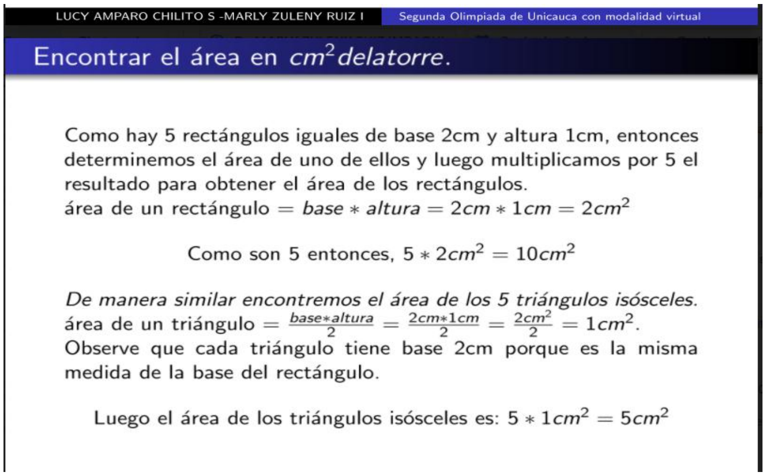


Actividad 19

En este ejercicio se solicita encontrar el área de la torre construida por varias figuras planas, el 30% de los estudiantes responden correctamente, el 70 % restante no interpreta bien el enunciado puesto que el planteamiento brindaba la información necesaria para resolverlo, lo que dificulta la conversión y el tratamiento del problema para generar una respuesta, que conlleva a optar por el descarte. Algunos conceptos de área son claros, por ejemplo, la del cuadrado, las demás no las recuerdan, por lo que usan el navegador de internet para consultar sus fórmulas, pero no saben cómo aplicarlas al ejercicio; el 30 % de los participantes que acertaron con la respuesta se ubican en el nivel 4 de Van Hiele dado que usan el razonamiento deductivo, además de teoremas y definiciones para la conversión y tratamiento de la actividad.

Figura D24

Solución de la actividad 19



Actividad 20

En este ejercicio se les pide encontrar cuántos números estrictamente ascendentes hay entre 1 y 100. El 50% de los estudiantes hacen un buen tratamiento del enunciado; la dificultad que se evidencia es la confusión que trae la definición de ser un número estrictamente ascendente, es decir: como se habla de números cuya decena es menor que la unidad, dan por entendido que los números a manipular son de 2 cifras, por lo que afirman que la cantidad de números que cumplen con la condición es 36, pero no tienen en cuenta los números del 1 al 9, se les explica que en este rango también son números estrictamente ascendentes, para ello se recurre a tomar un dígito con el cero a la izquierda, por ejemplo, el 05 cumple con la definición del problema, aunque esta representación no es muy usual, se la tiene en cuenta para este caso. Al principio es confuso para los alumnos, porque no están acostumbrados a ver los números de una cifra con esta escritura, pero luego lo asimilan y se sienten satisfechos por aprender algo nuevo, sin embargo, algunos competidores quedan con la duda de contar los primeros 9 números.

No encontramos errores relacionados con los de (Rodríguez et al., 2015), es decir de la tabla 4 no sea acoge ningún criterio para designar una falencia para este ejercicio. Concluimos que la falencia presentada fue más de propiedades y definiciones propias de los números.

Figura D25

Solución de la Actividad 20

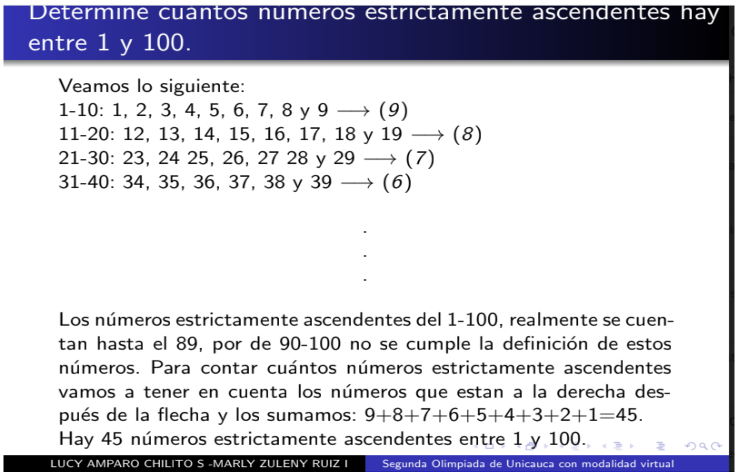
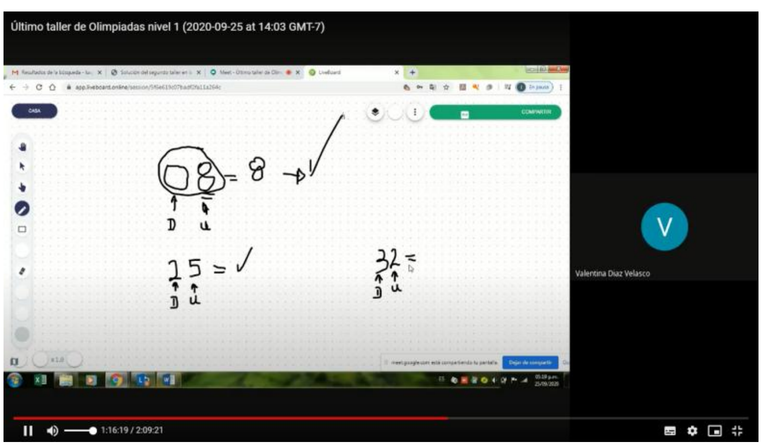


Figura D26

Paso a Paso de la Actividad 20 Para los Primeros 9 Números Enteros Positivos



Actividad 21

Esta actividad surge con la intención de verificar si el tema de raíces cuadradas ha quedado entendido en talleres anteriores, como también aprovechar el espacio para hablar un poco de sucesiones. En este ejercicio se disponen opciones de respuesta para que los participantes tengan una idea de la solución; por otro lado, pretendemos investigar los errores que surgen de la representación semiótica cuadrada de un número entero positivo.

El 90% de los estudiantes no comprenden el enunciado y por ende la dificultad al entregar respuesta alguna. Una de las expresiones en donde se presentaron mayores inconvenientes, fue en “sucesión de los cuadrados”, se procede a explicar con detenimiento, posteriormente se les recuerda cómo encontrar el cuadrado de un número entero positivo, así mismo la raíz cuadrada de números. Luego se tuvo otro obstáculo con la palabra “sucesor”, decidimos hablar de ejemplos concretos en este caso y se reflejaron buenos resultados; deducimos que estos errores se deben al desconocimiento del tema, al olvido de definiciones y propiedades. El 10% restante encuentra la respuesta sin inconvenientes.

Figura D27

Solución de la Actividad 21

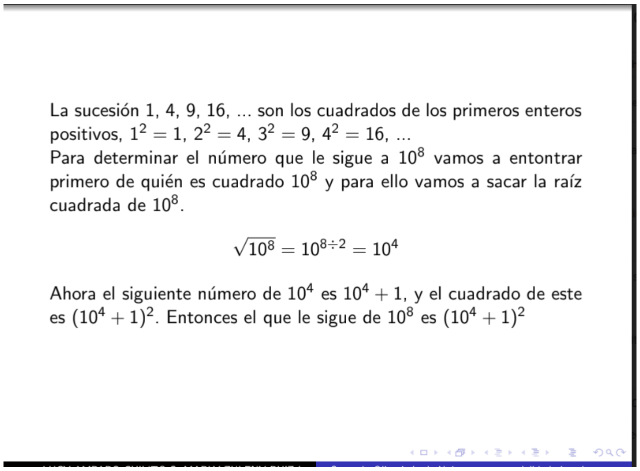
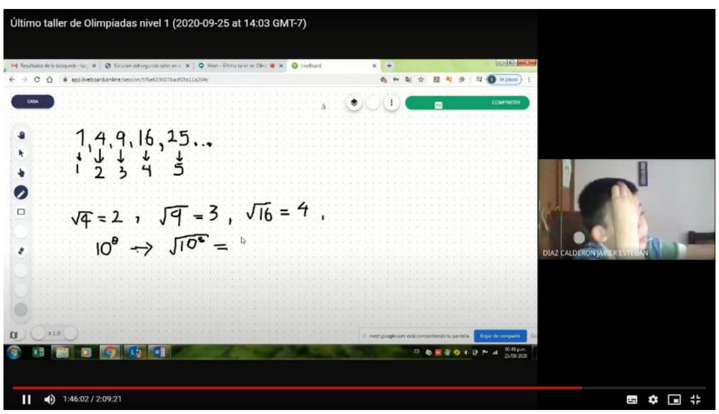


Figura D28

Desarrollo de la Actividad 21 por Parte de las Practicantes



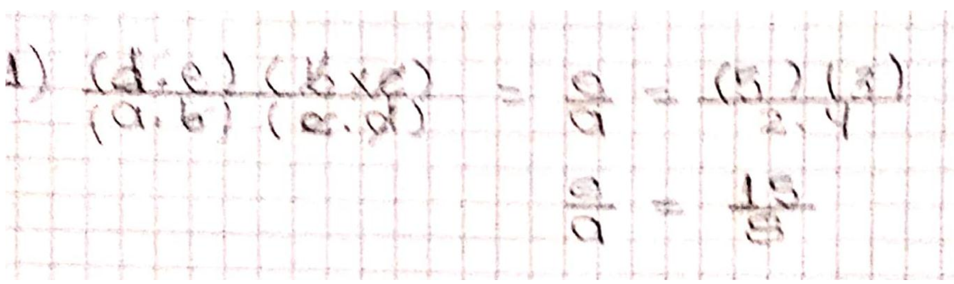
Actividad 22

Es un problema bastante ambicioso para los grados sexto y séptimo, ya que el tema de variables se abordó hasta cierto punto y sólo fueron ideas generales, pero el porqué de ponerlo para la última fase, es para observar estrategias y análisis de resolución que se les ocurre a los estudiantes, como era de esperar se presentaron dificultades con respecto al enunciado, por lo que decidimos preguntar lo siguiente: ¿Qué solicita el ejercicio? ¿Qué información me brinda el problema?, ahora bien, ¿Cómo puedo llegar a la respuesta correcta?

El 33.3% de los finalistas contestaron de manera correcta esta actividad, presentando procedimientos acertados, y donde se reflejaron estrategias y análisis hechos apropiadamente como es el caso de una de las ganadoras de la olimpiada, en la imagen se puede notar que el método es ordenado y se entiende lo que realizó.

Figura D29

Procedimiento Realizado por un Estudiante

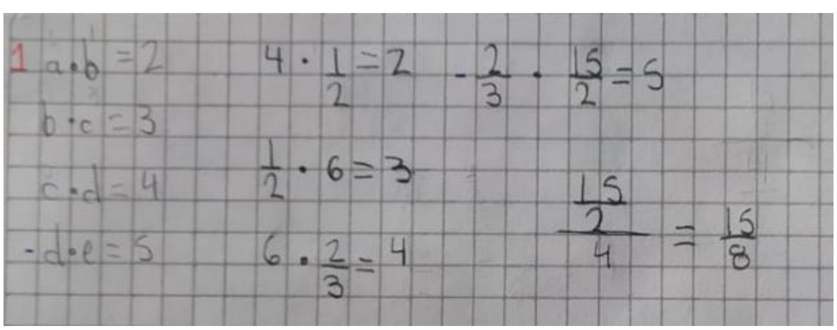


Nota. Presentada por una de las ganadoras de la olimpiada.

Otro procedimiento que llegó a la respuesta correcta es la imagen siguiente:

Figura D30

Solución presentada por un Finalista

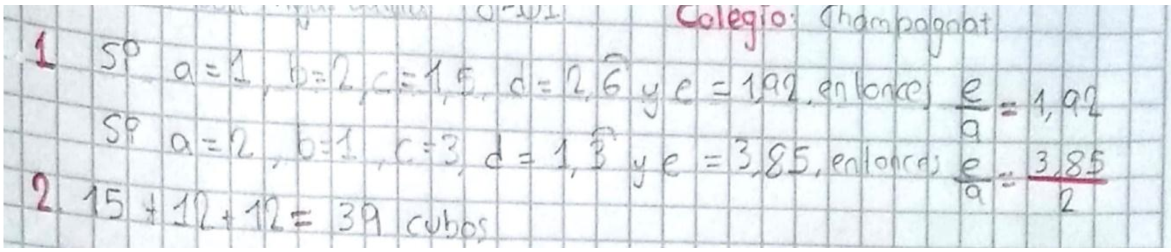


Este tratamiento no lo consideramos ordenado y claro, porque no se entiende de dónde salieron ciertos números, aunque llega a la respuesta.

Aceptamos respuestas en decimal como el siguiente resultado:

Figura D31

Solución de un Finalista de la Olimpiada



Nota. En este caso el estudiante asigna valores a conveniencia para obtener los resultados.

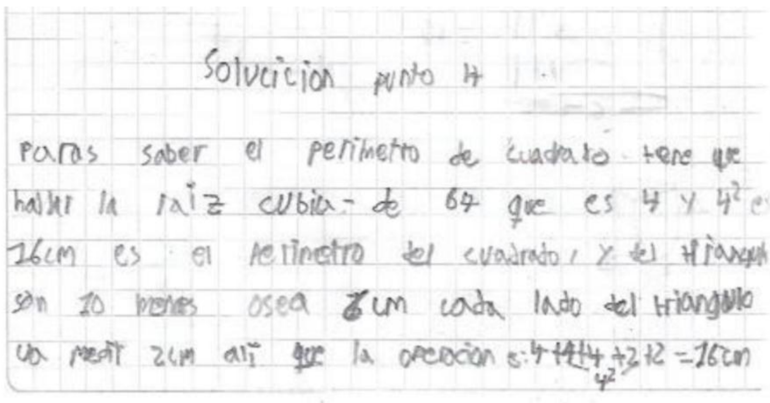
También se presentaron situaciones como no realizar el ejercicio y esto conlleva a respuestas por descarte o simplemente sin respuesta. El objetivo del problema era hacer un tratamiento adecuado para llegar a la solución con lo trabajado en talleres anteriores. Sin embargo, durante la presentación de la prueba se les dio algunas pistas a los participantes, pero no fue comprensible para los estudiantes, ya que confunden las operaciones de división y multiplicación en el tratamiento del problema, concluimos así que los errores son aritméticos, más exactamente en la subcategoría de división-multiplicación según (Rodríguez et al., 2015).

Actividad 23

Solo el 8% de los estudiantes responden correctamente en la fase final de la olimpiada, este problema se ubica en el nivel 4 de acuerdo a Van Hiele; se esperaba que los estudiantes usarán estructuras y propiedades trabajadas en los encuentros virtuales, pero al involucrar en este ejercicio el área y el perímetro conjuntamente les generó dificultad en cuanto a su aplicación, ya que estos dos conceptos no quedaron claros, por lo que finalmente no hubo buen tratamiento y conversión de la actividad.

Figura D32

Solución de la actividad 23 de un Finalista de la Olimpiada

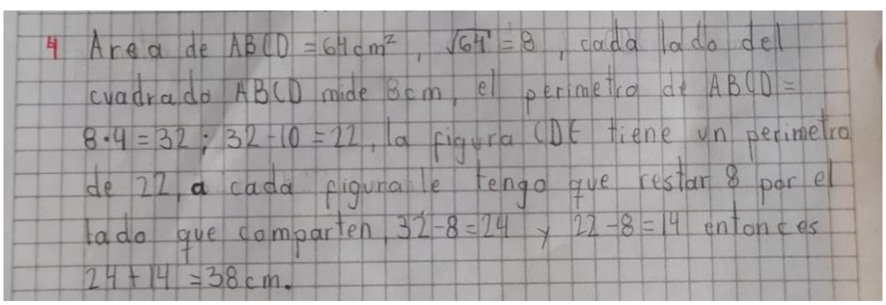


Solucicion punto 4

Paras saber el perimetro de cuadrato tene que
hallar la raiz cubica de 64 que es 4 y 4^2 es
16cm es el perimetro del cuadrado, y del triangulo
son 10 menos osea 8cm cada lado del triangulo
va medir 2cm asi que la operacion es: 4+4+4+4 +2+2 = 16cm

Figura D33

Solución de la actividad 23 de un Finalista de la Olimpiada



4 Area de ABCD = $64cm^2$, $\sqrt{64} = 8$, cada lado del
cuadrado ABCD mide 8cm, el perimetro de ABCD =
8·4 = 32; 32 - 10 = 22, la figura CDE tiene un perimetro
de 22, a cada figura le tengo que restar 8 por el
lado que comparten, 32-8=24 y 22-8=14 entonces
24+14 = 38cm.

ANEXOS

Anexo 1

1. INFORMACIÓN GENERAL DEL PROYECTO

Nombre: **Olimpiadas Matemáticas e Integrales – Unicauca**

Equipo Responsable:

Francisco Eduardo Enríquez Belalcázar (enriquezfran@unicauca.edu.co)

John Jairo Pérez (jjperez@unicauca.edu.co)

Lugar de ejecución del proyecto: Departamento de Matemáticas

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Universidad del Cauca

Dirección de correspondencia: carrera 2A N.º 3N-111 de Popayán, Sector Tulcán Teléfono: (2) 8209800 Extensión 2367-2318 Fax: (2)8209800 Extensión 2306 Popayán, Departamento del Cauca

Duración del proyecto: Permanente (prorrogable cada año)

Tipo de proyecto: Proyección Social

Financiación

Fuentes de Financiación:

- Donaciones de personas naturales o jurídicas
- Aporte de la institución organizadora (Facultades, Vicerrectoría de cultura)

Valor contrapartida Universidad del Cauca: **$ 30.000.000.oo**

15 horas semanales de dedicación de profesores durante un año

Utilización de equipos e infraestructura

Viáticos para participación en eventos

Papelería

Valor total del proyecto	**$ 30.000.000.oo**

2. RESUMEN DEL PROYECTO

Reflexiones hechas en el Departamento de Matemáticas muestran un bajo rendimiento académico de un alto porcentaje de estudiantes en los diferentes programas de la Universidad, especialmente en el área de matemáticas y también cierta apatía hacia esta disciplina. En cierta medida esto responde a la insuficiente cultura matemática que los estudiantes han adquirido en los ciclos anteriores de formación. Un medio eficiente para que los estudiantes de educación secundaria de nuestra región estén más cerca de las matemáticas, es el planteamiento de actividades extracurriculares en las cuales se presenten problemas abiertos donde el alumno ponga a prueba toda su potencialidad matemática.

En lo que respecta al nivel universitario, a partir de este año la Universidad ICESI organiza la OMUS - Olimpiada de Matemáticas Universitarias del Suroccidente colombiano y la Universidad del Cauca está convocada a tomar parte activa en este novedoso proyecto regional. Dicha participación implica la conformación y preparación del correspondiente equipo de estudiantes.

Por otra parte, la Universidad Nacional-sede Medellín ha organizado por más de una década el prestigioso ***Concurso de Integrales Universidad Nacional***. La Universidad del Cauca ha sido invitada consecutivamente en los últimos 3 años y su participación ha sido muy destacada. En 2019 el concurso llega a su XII versión, en la que nuestra *Alma Máter* tiene el desafío de mantener el primer puesto alcanzado en este año.

Enmarcándose en la función de proyección social de la Universidad del Cauca, el presente proyecto pretende como finalidades entre otras: mantener vivo el gusto por las matemáticas, profundizar en ellas, cultivar talentos matemáticos y crear espacios que permitan la popularización de las matemáticas.

Se tiene así una nueva estrategia del Departamento de Matemáticas para contribuir a mediano plazo con la solución del problema de retención y repitiencia de los estudiantes de Unicauca.

Para tales efectos, el equipo responsable desarrollará las siguientes actividades:

i. Talleres de resolución de problemas de olimpiadas para estudiantes de los programas de pregrado del Departamento y profesores universitarios que apoyarán el trabajo con los colegios

ii. Talleres dirigidos a profesores de secundaria y estudiantes, grados 9° a 11°.

iii. Elección y preparación del equipo que representará a Unicauca en la OMUS.

iv. Realización del ***Primer Concurso de Integrales Unicauca*** / selección del equipo Unicauca para el concurso nacional.

v. Preparación del equipo Unicauca para el Concurso de Integrales Universidad Nacional, sede Medellín.

vi. Conformación de un banco de problemas tipo olimpiadas.

vii. Cualificación de los docentes de secundaria del área de matemáticas.

viii. Realización de la "*Olimpiada Matemática Unicauca*" para colegios de Popayán

3. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

3.1 Antecedentes

El Grupo de Olimpiadas Matemáticas de la Universidad del Cauca (**GOMUC)** se conformó en el año 1998 cuando, atendiendo a la invitación hecha por la Universidad Antonio Nariño (sede Bogotá) para participar en la primera Olimpiada colombiana de matemática universitaria, varios estudiantes de los programas de Licenciatura en Matemáticas, Ingeniería Electrónica e Ingeniería Física se prepararon en diversos temas matemáticos con la orientación del profesor Francisco Enríquez. Desde entonces y hasta 2007 (aproximadamente) una de las actividades primordiales del GOMUC ha sido los talleres de resolución de problemas matemáticos no rutinarios, mediante los cuales se prepararon estudiantes para la representación de la Universidad del Cauca en las olimpiadas matemáticas nacionales, certámenes en los que nuestra *Alma Máter* tuvo una destacada participación.

En 2016 Unicauca fue invitada a tomar parte en el IX Concurso de Integrales Universidad Nacional, sede Medellín; nuestros destacados resultados garantizan la participación continuada en el evento.

En 2018 Unicauca tomó parte en la primera OMUS. Este nuevo proyecto regional es un apropiado escenario académico en el que el Departamento de Matemáticas puede jugar un papel trascendental.

3.2 Planteamiento del problema

Es indiscutible el papel fundamental que juegan las matemáticas y sus múltiples aplicaciones en el desarrollo de la ciencia y la tecnología. Igualmente, es tal vez la matemática la disciplina en la que, de manera especial se entrenan ciertas facultades mentales, tales como la abstracción, el razonamiento lógico y la intuición entre otras. Sin embargo, los estudiantes de secundaria interesados en el aprendizaje de esta ciencia no cuentan con espacios apropiados para lograr un desarrollo adecuado de su potencial matemático, esto sin mencionar los bajos resultados obtenidos por nuestros jóvenes en las diferentes pruebas que realizan el ministerio de educación y distintas universidades, como requisito para el ingreso al sistema de educación superior.

Por otra parte, actualmente el "movimiento olímpico" en el nivel universitario se consolida como una de las dinámicas que atraen jóvenes con talento matemático; prueba de ello son los numerosos concursos de resolución de problemas matemáticos organizados por diferentes instituciones de educación superior del país.

En consecuencia, se hace necesario crear un espacio académico con actividades extracurriculares programadas a lo largo del año para que tanto estudiantes como profesores de la educación media puedan cualificarse y potenciar sus capacidades intelectuales. Este proyecto pretende entonces consolidarse como tal espacio, al estimular el estudio de las matemáticas, contribuyendo con la formación del pensamiento crítico y del espíritu científico en nuestra comunidad académica.

3.3 Objetivos

Objetivo general

Identificar y cultivar talentos matemáticos creando espacios académicos extracurriculares que permitan la popularización de las matemáticas.

Objetivos específicos

1. Ofrecer talleres de resolución de problemas de olimpiadas matemáticas, dirigidos a estudiantes y profesores de la educación secundaria y universitaria interesados en esta actividad.
1. Producir material bibliográfico como resultado de los talleres, conformando un banco de problemas tipo olimpiadas.
2. Cualificar y actualizar a docentes de secundaria del área de matemáticas.
3. Realizar anualmente la "*Olimpiada Matemática Unicauca*" dirigida a estudiantes de los colegios de Popayán (grados 9-11).
4. Participar en la OMUS.
5. Participar en el Concurso Nacional de Integrales Universidad Nacional, sede Medellín.
6. Realizar anualmente el "*Concurso de Integrales Unicauca*".
7. Contribuir a mediano plazo con la solución del problema de retención y repitencia de los estudiantes de Unicauca.
8. Incentivar el ingreso de estudiantes a los programas de pregrado que soporta el Departamento de Matemáticas, en especial a los programas de Matemática y Licenciatura en Matemáticas.

3.4 Metodología

Las actividades:

A. Concurso de integrales Universidad Nacional, sede Medellín
B. OMUS
C. Olimpiadas Unicauca para secundaria (grados 9° a 11°)

se distribuyen en dos periodos académicos de 2018-2019 de la siguiente manera:

Segundo periodo académico de 2018:

- Actividades A y B: Elección y preparación de los equipos que representarán a la Universidad del Cauca
- Actividad C: Conformar el equipo de estudiantes/ profesores que apoyarán el trabajo con los colegios.
- Difusión de la Primera Olimpiada de Matemáticas Unicauca para grados 9°-11°

Primer periodo académico de 2019:

- Actividades A y B: Participación en los respectivos eventos
- Actividad C: Realizar la primera versión del evento

En la actividad C se realizarán quincenalmente talleres dirigidos a estudiantes universitarios y profesores de secundaria interesados en apoyar el trabajo con los colegios.

Por lo general, en los talleres se discuten problemas de olimpiadas, exponiendo brevemente los conceptos matemáticos involucrados en la solución del problema. Se entiende que los ejercicios planteados son previamente resueltos por los talleristas, lo que permite vislumbrar posibles generalizaciones y distintos caminos para la solución.

Se espera una participación activa de los asistentes, quienes serán los protagonistas de estas sesiones. Al finalizar cada taller, se propondrán ejercicios adicionales para que los asistentes planteen soluciones que se discutirán en la siguiente sesión.

Los talleres promueven la creación de “clubes de matemáticas” en las instituciones educativas. Estos grupos se fundamentan en el principio: “todos aprendemos”, desdibujando la frontera entre profesores y estudiantes. A la vez sirven de preparación para la participación de los estudiantes en diferentes competencias matemáticas nacionales.

El desarrollo de la Olimpiada se hará en las siguientes fases:

i. ***Preparatoria***: Se ofrecen quincenalmente talleres de preparación a profesores de secundaria y estudiantes universitarios.

ii. ***Clasificatoria:*** Participan estudiantes de los grados 9° a 11° previamente inscritos, quienes presentarán la prueba según su grado de escolaridad. La prueba constará de 10 - 12 problemas: de selección múltiple con distinto grado de dificultad, para resolverse en máximo 80 minutos

iii. ***Final:*** Clasifican a esta fase los estudiantes que obtengan los 20 mejores puntajes. En caso de empate se dará prioridad a quien haya resuelto problemas con mayor grado de complejidad. La prueba constará de 7-9 problemas para resolverse en no mas de 100 minutos, con igual criterio de desempate que en la fase clasificatoria. Previo a la prueba, os finalistas participarán de jornadas de entrenamiento.

iv. **Premiación;** Se hará reconocimiento a los 7 mejores puntajes de la ronda final y al mejor estudiante de cada colegio. El criterio de desempate es el mismo de la fase clasificatoria. En caso de persistir el empate, se compartirán las posiciones.

Las actividades A y B están ya consolidadas y su información detallada se encuentra por ejemplo en los respectivos sitios web.

3.4. Impacto Social Esperado

Las Olimpiadas y el concurso de integrales son una tarea importante de proyección y servicio social de la Universidad que beneficia a la comunidad educativa de Popayán. Se espera que esta actividad se desarrolle continuamente y se logre extender no solo a otros grados del nivel secundario, sino también a otras regiones del Departamento del Cauca, articulándose por qué no, con estrategias similares que se desarrollan en los departamentos de Nariño y Valle del Cauca, lo cual redundará en beneficio de la formación matemática de los estudiantes de secundaria de la región.

Además, este trabajo extracurricular beneficiará a los estudiantes de los Programas de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas que se vinculen al proyecto directamente o como asistentes de los talleres de entrenamiento, toda vez que estos son un espacio académico abierto a la comunidad universitaria

Resultados Esperados:

i. Mayor motivar a los estudiantes de la región para estudio de las matemáticas, en especial en los programas que ofrece la Universidad del Cauca

ii. Capacitación de los profesores de matemáticas de algunas instituciones educativas de la ciudad de Popayán, en especial en la resolución de problemas de competencias matemáticas

iii. Participación de la Universidad del Cauca en la OMUS

iv. Participación de la Universidad del Cauca en el Concurso de Integrales Universidad Nacional, sede Medellín

v. Mejorar la participación de los estudiantes de la región en las diferentes pruebas académicas que se aplican en el país, en particular las que tienen que ver con el ingreso a la educación superior

vi. Disminuir los índices de deserción y retención estudiantil en los programas regulares de la Universidad del Cauca, en especial los relacionados con matemáticas.

3.5 Cronograma de Actividades

Tabla Resumen del Cronograma de Actividades del Proyecto

Actividad General	**Tiempos**
Inicio de actividades	**Periodo II de 2018**

Actividades A y B: Elección y preparación de los equipos que representarán a la Universidad del Cauca	Febrero-mayo
Actividad C: Conformar el equipo de estudiantes/ profesores que apoyarán el trabajo con los colegios	Todo el periodo
Difusión de la Primera Olimpiada de Matemáticas Unicauca para grados 9°-11°	Mayo-junio
	Periodo I de 2019
Actividades A y B: Participación en los respectivos eventos	Septiembre, noviembre
Actividad C: Primera Olimpiada Unicauca, grados 9°-11°	Calendario por definir
Talleres preparatorios para olimpiadas: estudiantes universitarios y profesores de matemáticas de los colegios	Quincenalmente, durante todo el proyecto
Talleres preparatorios para olimpiadas universitarias	Quincenalmente, durante todo el proyecto
Entrenamientos concurso de integrales (continuación)	Todo el periodo, hasta la competencia

4. PRESUPUESTO

MATERIALES Y SUMINISTROS: Elementos de papelería, diplomas/ distinciones

Fuentes de Financiación

- Donaciones de personas naturales o jurídicas
- Aporte de la institución organizadora

RESUMEN PRESUPUESTO Y FUENTES DE FINANCIACIÓN

Rubro	Universidad Del Cauca	Total	Comentarios
TOTALES:			

Bibliografía

[1] Ministerio de Educación Nacional
http://www.mineducacion.gov.co

[2] Indicadores de Logros Curriculares. Resolución 2343 de junio 5 de 1996 del MEN.

[3] http://menwb.mineducacion.gov.co/saber/areas_index.php?AREA=MT

[4] Lineamientos Curriculares: MATEMÁTICAS. Ministerio de Educación Nacional. Cooperativa Magisterio, Bogotá, Julio de 1998.

[5] Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, 2006.

[9] Proyecto Olimpiadas Regionales de Matemáticas (ORM), Universidad del Valle.

[10] “Grupo de Olimpiadas de Matemáticas Universitarias”. Propuesta de trabajo, Jhon Jairo Bravo.

Anexo 2

Banco de Preguntas Nivel 1

TALLER 1 Y 2

Nivel 1

1. Una camioneta transporta $\frac{3}{4}$ tonelada de arena en cada viaje, cada día hace 5 viajes. ¿Cuántas toneladas transporta al cabo de 6 días? (Actividad 1)

a. $22\frac{1}{2}$ b. 18.0 c. 8.25 d. 24 e. $\frac{33}{4}$

2. Una sala de cine tiene 26 filas con 24 asientos cada una. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha, comenzando por la primera fila y hacia atrás. ¿En qué número de fila está el asiento número 375?

3. Los tres pájaros Cristian, Yordan y Oscar están cada uno sobre su propio nido. Cristian dice: estoy más del doble de lejos que de Yordan que lo que estoy de Oscar. Yordan dice: estoy más del doble de lejos de Oscar que lo que estoy de Cristian. Oscar dice: estoy más del doble de lejos de Yordan que lo que estoy de Cristian. Por lo menos dos de ellos dicen la verdad.
¿Quién está mintiendo?

Nivel 2

1. Sea ABCD cuadrado cuya diagonal AC mide 4 cm ¿Cuál es el área del cuadrado ABCD?

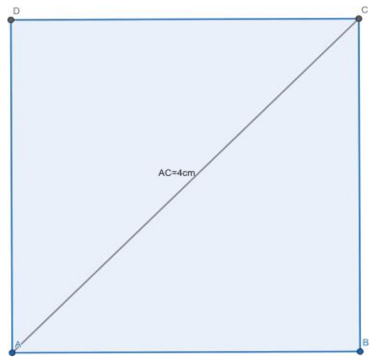


Figure 1: Cuadrado ABCD

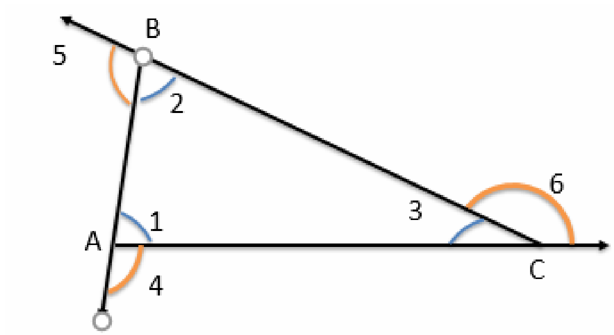
2. Jhon tiene dos cubos de lados a y a+1. El cubo grande está lleno de agua y el pequeño está vacío. Jhon llena el cubo pequeño con agua del cubo grande, dejando 217 litros en el cubo grande. ¿Cuántos litros de agua se vertieron en el cubo pequeño?

Tercer nivel

1. Si $x^2 + x + 1 = 0$ encuentre el valor de $x^{2019} + x^{-2019}$, $x^{2020} + x^{-2020}$.

TERCER TALLER

1. (Actividad 2) Dado el $\triangle$ABC en cada literal completar las afirmaciones dadas:



a) ∡1, ∡2 y ∡3 son los ángulos ________________________ del $\triangle$ABC

b) ∡4, ∡5 y ∡6 son los ángulos ________________________ del △ABC

c) ∡1+ ∡4 = ______, ∡2+ ∡5 = _____, ∡3+ ∡6 =_______

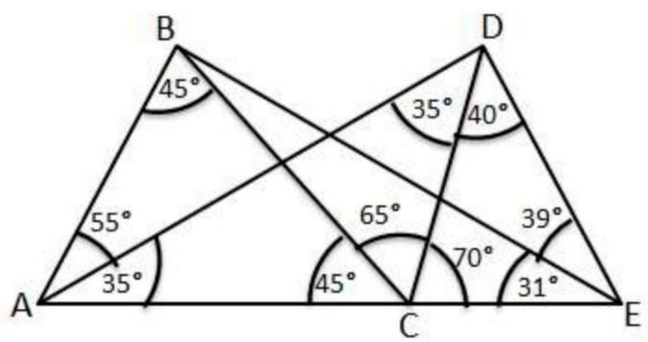
d) ∡1+ ∡2+ ∡3 =_______

e) si ∡1 fuera un ángulo recto entonces ∡2+ ∡3 =______

f) Si el ∡2 es congruente con ∡3, entonces ∡2=____ ∡3=____, teniendo en cuenta el literal anterior.

g) Si los ángulos ∡1, ∡2 y ∡3 son congruentes entre sí, entonces, ∡1=____, ∡2=___.

2. (Actividad 3) Dada esta figura



a. Indica tres triángulos que sean isósceles.

b. Indicar tres triángulos que sean escalenos.

c. Indicar un triángulo que sea rectángulo e isósceles.

d. Clasificar los siguientes triángulos teniendo en cuenta las medidas de sus ángulos: *ΔCDE, ΔECB, ΔEAB, ΔAED, ΔCAB, y ΔACD*

TALLER DE REFUERZO PARA LOS GRADOS 6 Y 7

1. ¿Cuántos números naturales entre 100 y 200 tienen la suma de sus dígitos igual a 6?

a. 3 b. 5 c. 6 d.8 e. 10

2. Catalina, Diego y Andrés fueron a una heladería. Catalina pagó $5.000 y le devolvieron

$1.200. Diego y Andrés pagaron, cada uno, con un billete de $10.000. Catalina y Andrés gastaron entre los dos, $8.000. Lo que le devolvieron a Diego fue la mitad de lo que le devolvieron a Andrés. ¿Cuánto gastó Diego?

a. $7100 **b.** $4200 **c.** $3800 **d.** $2900 **e.** $2100

3. Si un lado del cuadrado sombreado mide 3 cm, ¿Cuánto mide el perímetro de la figura total?

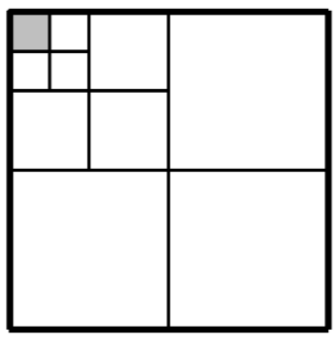


Figure 4: Perímetro

a. 12 cm **b.** 24 cm **c.** 48 cm **d.** 96 cm **e.** 100 cm

4. La siguiente fracción es igual a un número entero, letras distintas representan cifras distintas y entre ellas está el signo de multiplicación. ¿A qué es igual esta fracción?

$$\frac{\square * \square * \square * \square * \square * \square * \square}{\square * \square * \square * \square * \square * \square * \square * \square * \square * \square}$$

5. En una calle hay 5 casas numeradas del 1 al 5. Una de ellas es azul. Otra roja, otra es verde, otra es blanca y otra es gris. Se sabe que la casa azul y blanca tienen número par; que la casa roja solo tiene una casa al lado, y que la casa azul está junto a las casas gris y roja.

¿De qué color es la casa 3?

a. azul **b.** roja **c.** verde **d.** blanca **e.** gris

6. En la figura, cada triángulo pequeño tiene área $1cm^2$ ¿Cuál es el área de la región sombreada?

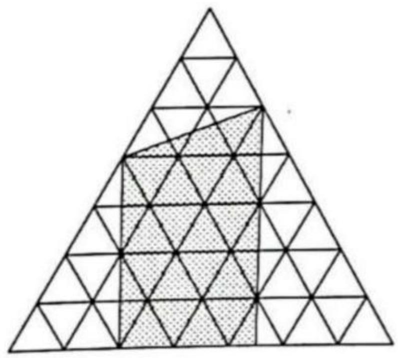


Figure 5: Cada triángulo pequeño tiene área $1cm^2$

a. 20□□^{2} **b.** 22.5□□^{2} **c.** $\sqrt{450}$□□^{2} **d.** 25□□^{2} **e.** 32□□^{2}

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

SEGUNDA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS MODALIDAD VIRTUAL

UNICAUCA 6-11

PRIMERA FASE GRADOS 6-7

1. Sofía dibuja conejos: uno azul, uno verde, uno rojo, uno negro, uno amarillo, uno azul, uno verde, uno rojo, y así sucesivamente. ¿De qué color es el conejo número 17?

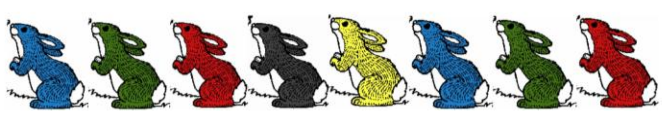


Figure 6: Conejos de colores

a. azul **b.** verde **c.** rojo **d.** negro **e.** amarillo

2. Un número palíndromo es aquel que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda, por ejemplo, el siguiente número es palíndromo, 234575432. La menor cantidad de dígitos que deben eliminarse en el número 87979981 para que sea un número palíndromo es:

a. 1 **b**. 2 **c**. 3 **d**. 4 **e.** 5

3. (Actividad 4) En la figura se muestra un cuadrilátero ABCD. Si el lado BC es congruente (igual) al lado AD, ¿Cuánto mide el ángulo ADC?

a. 30° **b.** 50° **c.** 55° **d.** 65° **e.** 70°

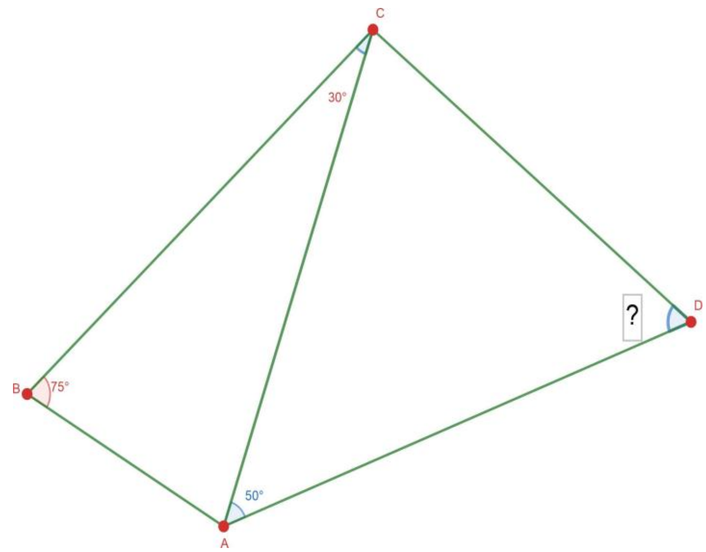


Figure 7: Cuadrilátero ABCD

4. Lucía multiplicó el número 2019, 2020 veces, y el resultado lo escribió en un cuaderno. ¿Cuál es la cifra de las unidades del número que escribió Lucía?

a. 0 **b**. 1 **c**. 9 **d.** 3 **e.** No se puede determinar.

5. (Actividad 5) El famoso agente secreto 007 acaba de encontrar un papel con un mensaje oculto de sus enemigos. El texto es:

61325347 N9 S7B5 D56 5N87Ñ9 5ST7 N93H5 67 07T727 S1 H5207N7 61347.

por fortuna 007 conoce la clave para descifrar el texto:

$$\begin{pmatrix} M & U & R & C & I & E & L & A & G & O \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad (1)$$

y se sabe que el resto de las letras se escriben tal cual. Desde el comando central le piden enviar el número que resulta de sumar los dígitos presentes en los nombres cifrados de las dos personas que están implicadas. ¿Cuál es el número enviado por 007?

a. 40 **b.** 21 **c.** 31 **d.** 52 **e.** Ninguna de las anteriores.

6. (Actividad 6) En una sala de Cine Colombia en Popayán hay 26 filas con 24 asientos cada fila. El total de los asientos se numera de izquierda a derecha comenzando por la primera fila y hacia atrás. La medida de bioseguridad debida a la pandemia ocasionada por el covid-19 indica que se deben ubicar las personas dejando un puesto libre entre ellas. ¿En qué fila se encuentra el asiento número 525 y se requiere saber si está vacío?

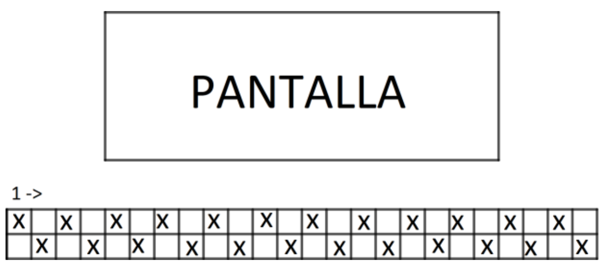


Figure 8: Ubicación de las personas en la sala de cine de la primera y segunda fila, la letra X indica asiento ocupado.

a. Fila 16 y vacío.

b. Fila 16 y ocupado.

c. Fila 22 y vacío.

d. Fila 22 y ocupado.

e. No se puede determinar con esta información.

TALLER DE LA SEGUNDA RONDA

1. Angélica dice que el 25% de sus libros son novelas, mientras que $\frac{1}{9}$ de sus libros son de poesía. Si sabemos que el total de sus libros está entre 50 y 100, ¿Cuál es el total de sus libros?

2. De casa de Patricia a casa de María hay que caminar 1 cuadra hacia el este y 2 cuadras hacia el norte. De casa de Patricia a casa de Claudia hay que caminar una cuadra hacia el sur y 3 hacia el este. ¿Cómo debe hacerse para ir de casa de Claudia a casa de María?

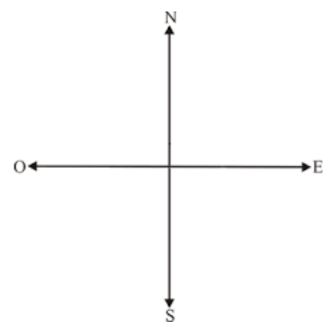


Figure 9: Puntos cardinales

3. Un número tiene 5 cifras y el producto de esas cifras es 100. Sólo una de las siguientes puede ser la suma de sus cifras. ¿Cuál es?

(*a*)10 **(*b*)**14 **(*c*)**15 **(*d*)**20 **(*e*)**100

4. ¿Cuál es la suma de los dígitos del número $5^{2020} * 2^{2024}$?

5. (Actividad 7) ¿Cuál es la mayor cantidad posible de sábados que hay en un año?

6. (Actividad 8) Se tiene un cubo de 5 cm de arista, formado por 5 cubitos de 1cm de lado. Si se pintan 5 caras del cubo grande, como lo muestra la figura, ¿Cuántos cubitos de $1cm^3$ no tienen pintadas ninguna de sus caras?

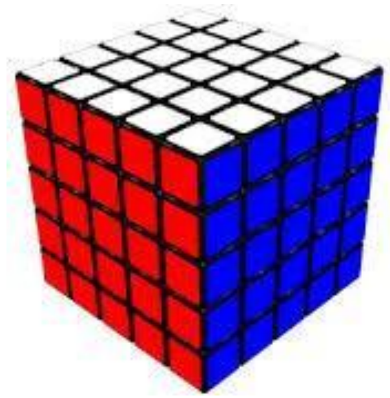


Figure 10: Cubo de 5 cm de arista pintado 5 caras.

7. Observe las siguientes cadenas operativas

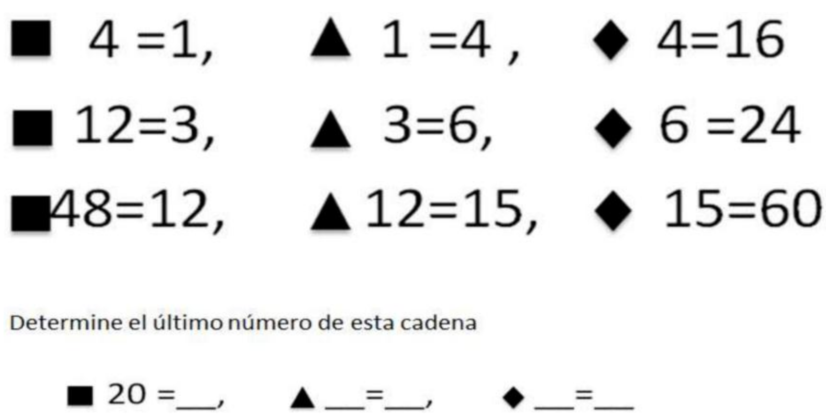


Figure 11: Cadena operativa

8. (Actividad 10) Sean Z y W números capicúa de 4 cifras, múltiplos de 3 y 5 respectivamente. Si $Z + W = 6336$, ¿Cuál es el valor de W-Z? *Nota: Un número es capicúa si se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda.*

9. (Actividad 9) *En* la figura, el ángulo en A y el ángulo en B son rectos y el área de ABCD es el triple que el área de ACB. ¿Cuánto vale $\frac{á□□□(□□□)}{á□□□(□□□)}$?

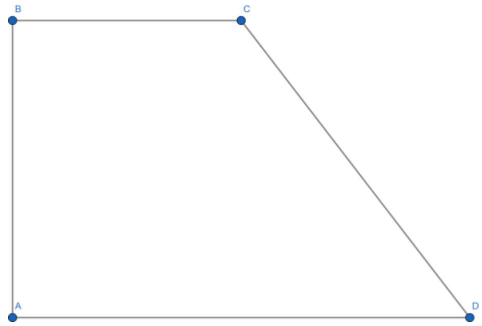


Figure 12: Cuadrilátero ABCD

10 (Actividad 11) $3 * 2020 = 2019 + 2021 + c$, ¿Cuál es el valor de la variable c?

11. El producto de las edades de mis hijos es 1664. La edad del más grande es el doble que la del más pequeño. ¿Cuántos hijos tengo?

12. Lucía desea saber en qué mes cumple años su hermano, ella recuerda que el número de meses restantes para finalizar el año es igual al número de meses transcurridos más 6. ¿En qué mes cumple años el hermano de Lucía?

13. En el colegio Inem de Popayán se ofrece de lunes a viernes clases de fútbol, voleibol, baloncesto y patinaje. Juan sólo debe hacer un deporte diferente cada día, además debe hacer fútbol el lunes y otro día que no sea martes. ¿De cuántas maneras distintas puede Juan organizar su cronograma de deportes?

14. (Actividad 12) En una finca entre perros y pollos hay 17 cabezas y 44 patas ¿Cuántos perros hay en la finca?

15. Sean ABC un triángulo rectángulo, recto en C; D el punto sobre el segmento AB tal que CD es bisectriz del ángulo $\angle ACB$. Si AC = 6cm y CD = 8 cm. *C*alcular el área del triángulo ΔBCD

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

SEGUNDA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS MODALIDAD VIRTUAL

UNICAUCA 6-11

SEGUNDA FASE GRADOS 6-7

1. Ana tenía 9 perlas cuyos pesos eran 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9 gramos respectivamente. Mandó hacer cuatro anillos con dos perlas cada uno. Si el peso de las perlas en los anillos es de 17; 13; 7 y 5 gramos. ¿Cuántos gramos pesa la perla que no se utilizó?
2. (Actividad 13) Determine el área en cm^2 de la región sombreada

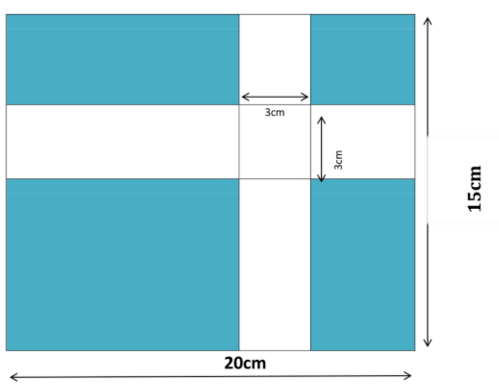


Figure 13: Rectángulo de 20 cm de base y 15cm de alto

3. (Actividad 14) María compró un pastel, lo dividió en cuatro pedazos iguales y los repartió entre sus hijos. Lucía y Samuel se comieron sus pedazos completos, mientras

que Kevin se comió la mitad de su pedazo y Rosa se comió solo la quinta parte del suyo. La fracción del pastel que sobró es de la forma $\frac{\square}{\square}$ aquella es una fracción simplificada. Calcular $n + m$.

4. El reloj de mi papá se atrasa un minuto cada hora. El reloj de mi mamá se adelanta un minuto cada dos horas. Al salir de casa puse ambos relojes a la misma hora y les dije que volvería cuando la diferencia entre sus relojes fuera exactamente de una hora. ¿Cuántas horas estaré fuera de casa?

5. (Actividad 15) ¿Cuál es la suma de los dígitos del número $5^{2016} * 2^{2020} * 11$?

6. ¿Cuántos números de 3 dígitos abc (con $\square \neq 0$) son tales que $a + 3b + c$ es múltiplo de 3?

TALLER PARA LA TERCERA RONDA

1. (Actividad 16) En el colegio Inem de Popayán se ofrece de lunes a viernes, clases de fútbol, voleibol, baloncesto y patinaje. Juan solo debe hacer un deporte por día, sin repetir deporte a la semana excepto futbol, el cual se debe hacer el lunes y otro día que no sea el martes. ¿De cuántas maneras distintas puede Juan organizar su cronograma de deportes?
2. Sean ABC un triángulo rectángulo, recto en C; D el punto sobre el segmento AB tal que el segmento CD es bisectriz del ángulo ACB. Si $AC = 6$ cm y $CB = 8$ cm, calcule el área del triángulo BCD.
3. Si se suman el número de cinco cifras más pequeño con el número de cinco cifras más grande ¿Cuál es el resultado?
4. (Actividad 17) En una reunión de 30 personas, hay 20 personas que todas se conocen entre sí y 10 personas que no conocen a nadie. Los que se conocen se saludan de abrazo y los que no se conocen se saludan de mano. ¿Cuántos saludos de mano ocurren? *Nota: tener en cuenta que si la persona A saluda a B entonces la persona B ya saludó a la persona A.*
5. (Actividad 18) Sobre los lados de un cuadrado, cuya diagonal mide $4\sqrt{2}$cm se construyen triángulos equiláteros, formando así una estrella. ¿Cuál es el perímetro de

la estrella?

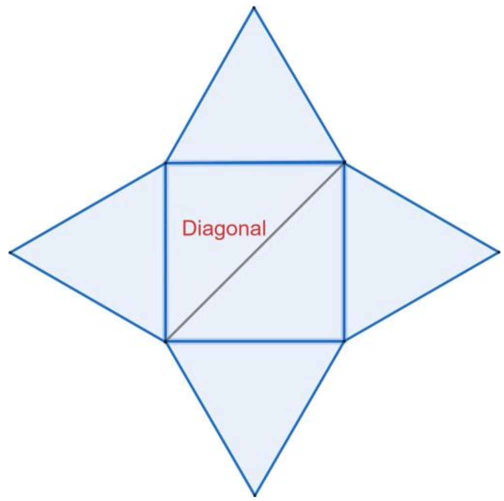


Figure 14: La diagonal mide $4\sqrt{2}$□□

6. Jhon abre su libro de matemáticas y al multiplicar los números de las dos páginas obtienen 210 ¿en qué página abrió el libro Jhon?

7. (Actividad 19)Sabiendo que la siguiente torre está construida por 5 rectángulos iguales de base 2cm y altura 1cm, 5 triángulos isósceles iguales, cuya altura respecto a la base incongruente común a la de un rectángulo, mide 1cm y un cuadrado, como se muestra en la figura; Encontrar el área en cm^2 de la torre.

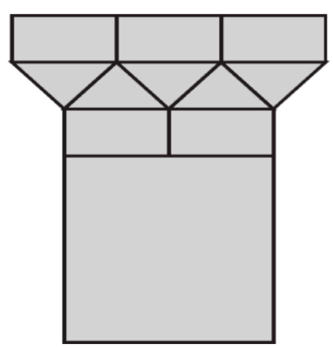


Figure 15: Torre de figuras geométricas.

8. Iván juega a formar números con las siguientes cuatro tarjetas:

Figure 16: Tarjetas de números.

- ¿Cuántos números de dos cifras se pueden formar sin que se repita el número? (55 no se puede formar con las tarjetas)
- ¿Cuántos números de tres cifras se pueden formar y de estos cuántos son múltiplos de 3? ¿Y Cuántos son múltiplos de 6?

9. (Actividad 20) Un número se llama estrictamente ascendente si el dígito de las unidades es mayor que el de las decenas y este es mayor que el de las centenas y así sucesivamente. Determine cuántos números estrictamente ascendentes hay entre 1 y 100.

10. (Actividad 21) Sea 1,4,9,16,... la sucesión de los cuadrados de los enteros positivos. El número 10^8 es un término de esta sucesión. ¿Cuál es el término que le sigue en la sucesión?

a. $(10^4 + 1)^2$ **b.** $(10^8 + 1)^2$ **c.** $(10^5)^2$ **d.** $(10^8)^2$ **e.** $(10^4)^2 + 1$

11. En la figura el ángulo en el vértice B es 90°, AB=8, BC=15, el triángulo ΔAMC es

equilátero; determine el perímetro del triángulo ΔAMC.

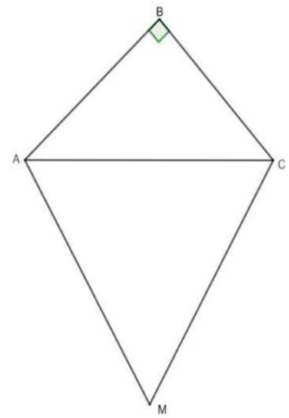


Figure 17: Encontrar el perímetro del triángulo AMC

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Departamento de Matemáticas

SEGUNDA OLIMPIADA DE MATEMÁTICAS MODALIDAD VIRTUAL

UNICAUCA 6-11

FASE FINAL GRADOS 6-7

Instrucciones:

- En los problemas 1 y 2 la respuesta es un número entero y decimal que está entre 1 y 50 inclusive.
- Para los problemas 3, 4 y 5 se les pide el favor de entregar su solución con procedimiento claro.
- La duración de la prueba es de 90 minutos.

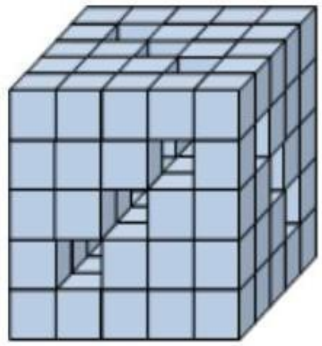
CUESTIONARIO

1. (Actividad 22) Los números □, □, □, □ □ □ son positivos y □ $*$ □ = 2, □ $*$ □ = 3, □ $*$

□ = 4 □ □ $*$ □ = 5, ¿a qué es igual $\frac{\square}{\square}$?

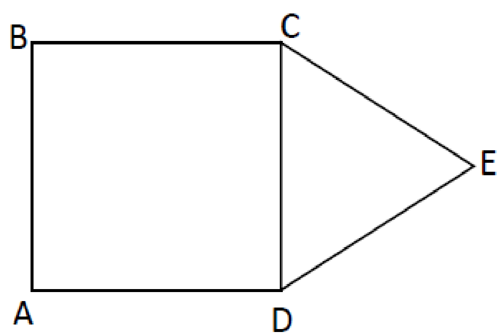
2. Miguel tiene 125 cubos pequeños. Pega alguno de ellos para formar un cubo grande con nueve túneles que atraviesan el cubo completamente, como se muestra en la

figura. ¿cuántos cubos pequeños le sobraron?



3. Carlos recibe para el descanso el doble de dinero que recibe Ana, Lucia recibe cada día $1000 más que Ana. Si Carlos recibe $10000 cada semana (de lunes a viernes), ¿Cuánto dinero recibe semanalmente Lucia?

4. (Actividad 23) La siguiente figura está formada por un cuadrado ABCD y un triángulo CDE. Encuentre el perímetro de toda la figura sabiendo que el área del cuadrado ABCD es 64 □□^{2} y el perímetro del triángulo CDE es 10 □□ menos que el perímetro del cuadrado ABCD.



5. Samuel eliminó un número de una lista de 10 números consecutivos. La suma de los que quedaron es de 2006. ¿Cuál es el número que eliminó Samuel?

¡Éxitos!

Anexos 3 y 4

Se deja enlace de los resultados de la prueba diagnóstica (fase 1) y la fase 2.

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1P_Tih1OmVMahkR-86M5fKlPxIcVi_CNM8aGnqhcD9o8/edit?usp=sharing

Nota: Color verde indica que el estudiante ha sido clasificado a la siguiente ronda. Color blanco, no han sido clasificado. Y los de color rojo son participantes seleccionados entre los que no pasaron a la siguiente fase con criterios como: asistir regularmente a los talleres virtuales y participación en los mismos, la razón por la cual se hizo esto es para tener un número igual de estudiantes en todos los niveles.

Anexo 5

Se deja enlace de los resultados de la prueba final de la olimpiada.

https://docs.google.com/spreadsheets/d/120oIVBU9gurMWwpATVsss2e4gKNn-yP12swIg8M2hVc/edit?usp=sharing

Nota: Color verde indica que los estudiantes son los que obtienen el primer puesto, estos se determinan por el número de respuestas correctas, y como todos ellos obtuvieron 4/5 decidimos darles el primer lugar a los tres. Color blanco es para los estudiantes que no lograron un buen número de respuestas correctas. Y los alumnos de color rojo son estudiantes que no habían clasificado a la final, pero decidieron presentar la prueba, como es el caso de Adrián Montenegro y Cristián Parra. El estudiante Emanuel Cardona de la Academia Militar no presentó la prueba final de la olimpiada.

Anexo 6

Algunos Reconocimientos Dados A Los Participantes De La Olimpiada

Anexo 7

Grabaciones de los talleres y pruebas presentadas en la segunda olimpiada de matemáticas unicauca 2020 (modalidad virtual).

Se deja enlace de la carpeta donde se encuentran las grabaciones de los talleres y pruebas del nivel 1.

https://drive.google.com/drive/folders/1rWLhANvA94qhZEZl04dxOJKzdKEPnL-o?usp=sharing