

**CONTROL DE VELOCIDAD EN MODO DESLIZANTE DEL MOTOR DE
INDUCCIÓN**

**NICOLE PORTILLA
CARLOS GONZÁLEZ**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL
POPAYÁN**

2006

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

| | |
|--|-----------|
| CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN | 7 |
| CAPITULO 2: FUNDAMENTOS DEL CONTROL DE ESTRUCTURA VARIABLE | 19 |
| 2.1 ELECCIÓN DE LA SUPERFICIE DE CONMUTACIÓN | 19 |
| 2.2.1 Condición de Alcanzabilidad | 24 |
| 2.3 DINÁMICA DE DESLIZAMIENTO IDEAL (CONDICIÓN DE INVARIANZA) | 26 |
| 2.4 CONTROL EQUIVALENTE | 28 |
| 2.5 CONDICIÓN DE TRANSVERSALIDAD | 29 |
| 2.6 REGIONES DE DESLIZAMIENTO | 30 |
| 2.7 PUNTO DE EQUILIBRIO Y ESTABILIDAD ASINTÓTICA | 33 |
| 2.8 ESTABILIDAD ASINTÓTICA MEDIANTE EL MÉTODO DIRECTO DE LYAPUNOV | 34 |
| CAPITULO 3: DISEÑO DE CONTROLADORES EN MODO DESLIZANTE | 40 |
| 3.1 RESUMEN Y PROCEDIMIENTO | 40 |
| 3.2 IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL | 41 |
| 3.3 COMPROBACIÓN ESTABILIDAD GLOBAL ASINTÓTICA | 43 |
| 3.4 OSCILACIONES EN LOS MODOS DE DESLIZAMIENTO Y DE ESTADO ESTABLE | 45 |
| 3.5 MÉTODO DE APROXIMACIÓN CONTINUA | 47 |
| 3.5.1 Control con Relé Ideal | 48 |
| 3.5.2 Control con Saturación | 49 |
| 3.5.3 Control por Relé Real (Práctico) | 50 |
| 3.5.4 Control por Función Saturación Real (Práctica) | 50 |

| | |
|--|-----------|
| CAPITULO 4: DISEÑO DEL CONTROLADOR DE VELOCIDAD EN MODO DESLIZANTE | 52 |
| 4.1 SELECCIÓN DE LA SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO | 57 |
| 4.1.1 Superficie de Deslizamiento aplicada a un Controlador de Velocidad en Tiempo Discreto .. | 58 |
| 4.1.2 Superficie de Deslizamiento aplicado a un Control Directo de Velocidad | 60 |
| 4.1.3 Superficie de Deslizamiento para Control de Velocidad y Flujo del Rotor | 63 |
| 4.2 SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO CON COMPONENTE INTEGRAL Y ESTABILIDAD EXPONENCIAL, PARA CONTROL DE VELOCIDAD | 64 |
| 4.3 CONDICIÓN DE TRANSVERSALIDAD | 66 |
| 4.4 CONTROL EQUIVALENTE..... | 68 |
| 4.5 REGIONES DE DESLIZAMIENTO | 69 |
| 4.6 CONDICIÓN DE INVARIANZA | 71 |
| 4.7 PUNTO DE EQUILIBRIO DE LA DINÁMICA DE DESLIZAMIENTO | 72 |
| 4.8 ESTABILIDAD ASINTÓTICA..... | 72 |
| 4.9 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROLADOR..... | 73 |
| CAPITULO 5: MONTAJE DE SIMULACIÓN..... | 75 |
| 5.1 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD | 78 |
| 5.2 CASO 1: SIMULACIÓN PARÁMETROS NOMINALES DE LA PLANTA | 79 |
| 5.3 CASO 2: VARIACIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA..... | 82 |
| 5.4 CASO 3: VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN..... | 87 |
| 5.5 CONTROL DE VELOCIDAD ADAPTATIVO | 91 |
| 5.6 MONTAJE SIMULACIÓN CONTROL ADAPTATIVO | 94 |
| 5.7 SIMULACIÓN SISTEMA CONTROL DE VELOCIDAD CON ALGORITMO ESTIMADOR..... | 95 |
| CAPITULO 6: CONCLUSIONES | 99 |

| | |
|---------------------------------|------------|
| 6.1 RECOMENDACIONES..... | 100 |
| <i>BIBLIOGRAFÍA.....</i> | 102 |
| <i>GLOSARIO.....</i> | 108 |

LISTA DE FIGURAS

| | Pág. |
|---|-------------|
| Figura 1.1 Trayectorias en el plano de fase de un sistema de estructura variable de segundo orden | 14 |
| Figura 2.1 Trayectorias en el plano de fase de un sistema de estructura variable de segundo orden | 21 |
| Figura 2.2 Señal del controlador en modo deslizante..... | 23 |
| Figura 2.3 Condición de alcanzabilidad de un sistema en modo deslizante..... | 25 |
| Figura 2.4 Trayectoria del sistema en las proximidades de una región deslizante..... | 26 |
| Figura 2.5 Control equivalente | 28 |
| Figura 2.6 Condición de invarianza | 30 |
| Figura 2.7 Regiones de deslizamiento | 33 |
| Figura 2.8 Interpretación geométrica superficie de Lyapunov..... | 38 |
| Figura 3.1 Diagrama de bloques sistema de control en modo deslizante..... | 41 |
| Figura 3.2 Características de conmutación usadas comúnmente | 48 |
| Figura 4.1 Superficie de conmutación en el plano de fase $s_i = 0$; $i = 1,2$ | 64 |
| Figura 4.2 Acción de control μ_{eq} | 69 |
| Figura 4.3 Regiones de deslizamiento | 71 |
| Figura 4.4 Diagrama de bloques del controlador en modo deslizante..... | 74 |

| | |
|--|----|
| Figura 5.1 Modelo Fundamental para Simulación del Sistema de Control en Modo Deslizante | 76 |
| Figura 5.2 Bloque Control Sliding | 77 |
| Figura 5.3 Bloque Superficie de Deslizamiento | 77 |
| Figura 5.4 Bloque Sliding Control | 77 |
| <i>Figura 5.5</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Parámetros Nominales) | 80 |
| <i>Figura 5.6</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Parámetros Nominales) | 81 |
| <i>Figura 5.7</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq} = 0.075 \text{ kg.m}^2$)) | 82 |
| <i>Figura 5.8</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Decremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq} = 0.0063 \text{ kg.m}^2$)) | 84 |
| <i>Figura 5.9</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq} = 0.075 \text{ kg.m}^2$)) | 85 |
| <i>Figura 5.10</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Decremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq} = 0.0063 \text{ kg.m}^2$)) | 86 |
| <i>Figura 5.11</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Incremento en el valor nominal del coeficiente de fricción ($B = 5.15 \times 10^{-2} \text{ N.m/rad}$)) | 87 |

| | |
|--|----|
| <i>Figura 5.12</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Decremento en el valor nominal del coeficiente de fricción ($B = 5.15 \times 10^{-6}$ N.m/rad)) | 88 |
| <i>Figura 5.13</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($B = 5.15 \times 10^{-2}$ N.m s ² /rad)) | 90 |
| <i>Figura 5.14</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($B = 5.15 \times 10^{-6}$ N.m/rad)) | 91 |
| Figura 5.15 Bloque Control Sliding estimador | 94 |
| Figura 5.16 Bloque Sliding Control Estimador | 94 |
| <i>Figura 5.17</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante, utilizando un estimador | 96 |
| <i>Figura 5.18</i> Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante, sin estimador | 97 |

CAPITULO 1: INTRODUCCIÓN

Los motores eléctricos tienen una amplia aplicación en los procesos industriales. En este proyecto se considerará el control de velocidad de motores de inducción que en los últimos años, han adquirido gran auge en muchas aplicaciones industriales ya que presentan una mayor eficiencia y ventajas sobre los motores de corriente directa (DC), entre las cuales se destacan: un menor costo, menor volumen, confiabilidad, versatilidad (amplios rangos de velocidad), robustez, tamaño y peso, menores niveles de ruido, menor inercia en el rotor, mayor eficiencia y velocidad del rotor, posibilidad de utilización en cualquier tipo de medio y menor mantenimiento. La confiabilidad mecánica del motor de inducción se debe en efecto a que la conmutación de la corriente se hace eléctricamente y no mecánicamente (es decir, no hay escobillas ni conmutador mecánico que se desgasten, limitando la potencia, como en el motor DC). El costo relativamente bajo del motor de inducción es un resultado de que los imanes permanentes no están siendo usados, como en muchas máquinas sincrónicas o motores DC, como también en la simple construcción del rotor (jaula de ardilla), logrando con esto abaratar la manufactura. Por estas razones los motores de inducción han ido desplazando a los de corriente directa en una gran cantidad de aplicaciones industriales (inversores, robots, servomecanismos, etc.). Este desarrollo es principalmente debido al gran avance tecnológico en los microprocesadores y convertidores electrónicos de potencia que permiten llevar a cabo complejas implementaciones y más eficientes técnicas de control [4].

Los motores de inducción se han utilizado en vastas áreas de aplicación: servosistemas, elevadores, sistemas de tracción, máquinas herramientas, máquinas de papel, bombas, ventiladores, laminadoras, bobinadoras, molinos, compresores, etc. En algunas de estas aplicaciones es de interés el control de la velocidad a la que gira el eje del motor.

El motor de inducción presenta desventajas frente a su principal competidor, el motor sincrónico a imanes permanentes:

- Es más difícil de controlar pues se trata de un sistema dinámico no-lineal, multivariable, con parámetros variables en el tiempo (en función de la temperatura y saturación) y acceso parcial a sus variables de interés; como también, dos de las variables de estado (corrientes del rotor o flujos) no son usualmente medibles.
- Tiene un desempeño energético menor al del motor sincrónico, por la necesidad de proveer corrientes a par nulo.
- Debido al calentamiento óhmico, la resistencia del rotor puede variar considerablemente con un impacto significativo en la dinámica del sistema.

La primera desventaja mencionada arriba, ha motivado a muchos investigadores para la exploración de técnicas de control robustas no lineales para este tipo de motores lo que hacen al motor de inducción una particular e interesante elección como un problema de control.

Pero en términos de controlabilidad, los motores de inducción presentan dinámicas altamente no lineales que dan lugar a ecuaciones matemáticas complejas, variación de los parámetros eléctricos en saturación que dependen de la temperatura, un alto grado de acoplamiento entre el flujo magnético y el par, lo cual ha sido un gran problema para realizar implementaciones y desarrollos teóricos en la sociedad del control, incluso bajo suposiciones ideales tales como voltajes trifásicos balanceados, bobinados del estator uniformemente distribuidos, etc.

Teniendo en cuenta lo anterior, se han propuesto esquemas para controlar el par, la posición o la velocidad de los motores de inducción que pueden ser agrupados en dos grandes grupos: métodos escalares y métodos vectoriales. Dentro de cada uno de estos grupos existe una gran cantidad de variantes [33].

Inicialmente con el control escalar se conseguía una buena regulación de velocidad donde no se requieran grandes prestaciones. Con el control vectorial, a diferencia del escalar, se consigue

separar dinámicamente el par y el flujo de la máquina de alterna. Para conseguir esto, es necesario un exacto conocimiento del flujo del motor.

El control escalar se basa en que las variables son controladas sólo en magnitud y está basado en el modelo de la máquina en régimen permanente y se emplea en aplicaciones donde no se requiere una buena respuesta dinámica ni un control preciso. Entre los métodos conocidos de control escalar de un motor de inducción, uno de los más utilizados es el de Voltaje/Frecuencia, el cual consiste en que, variando el voltaje del estator en proporción con la frecuencia, el par (torque) se mantiene constante. Este método tiene como inconvenientes la baja eficiencia y un tiempo de reacción elevado para variaciones de la carga [33].

El control vectorial, por su parte, se basa en que las variables son controladas tanto en magnitud como en fase. Las variables a controlar son representadas por matrices y vectores y se toma no sólo el comportamiento del motor en estado estable, sino las ecuaciones matemáticas reales que lo caracterizan. Como resultado se obtiene un mejor comportamiento dinámico para variaciones de par en un rango de velocidad más amplio. De otro lado, para la implementación del control vectorial es necesario el empleo de microprocesadores debido a su complejidad, pero permite regular el motor de inducción de igual manera que el motor de corriente directa (DC) con excitación independiente, con las ventajas adicionales de una mayor robustez y un mantenimiento menos frecuente que el que requeriría un motor de DC [33].

El control vectorial puede ser clasificado en dos grandes grupos, según el método utilizado para la determinación de la posición del vector de flujo del rotor: el método directo e indirecto

El control vectorial directo fue primeramente sugerido por Blaschke [42] y para la determinación de la magnitud y de la posición del vector de flujo del rotor se realiza un sensado directo del flujo a través de bobinas exploradoras o sondas especiales, como las sondas de efecto Hall o bien bobinas exploradoras, colocadas en las ranuras del estator (este método en la actualidad no se usa porque requiere realizar modificaciones en la máquina y las sondas se ven fuertemente afectadas por la temperatura y son frágiles) [42]. También es posible conocer el flujo del rotor a través de

una estimación a partir de las magnitudes físicas accesibles en los bornes del motor. A bajas velocidades, éstas señales se ven altamente influenciadas por la resistencia del estator, provocando una degradación de las condiciones de desacople [42].

Hasse [42] propuso el método indirecto, en el cual no se mide directamente el flujo, pero se requiere un sensor de posición del rotor de alta resolución, tal como un “encoder” o “resolver” para determinar la posición del flujo. El control vectorial indirecto es más robusto a bajas velocidades y requiere un hardware de control más simple y un software menos complejo que el control vectorial directo. El método indirecto, por tanto, es mucho más sencillo [25], [33]. Por estas razones, éste último se ha utilizado para implementar el proceso de simulación del control vectorial necesario para el desarrollo de esta tesis, en el cual se sensa la velocidad para estimar el flujo.

Cuando el sistema se controla vectorialmente, es altamente dependiente de los parámetros del modelo, esto es, los controladores diseñados con estas técnicas padecen de sensibilidad a las variaciones de los parámetros del motor y cuando los parámetros del motor cambian con la temperatura y saturación magnética asumidos en el controlador, el rendimiento de los sistemas se deteriora. Por lo tanto, éstas técnicas aplicadas al control de velocidad, par (torque) o posición, pasan de ser los controladores clásicos PID a reguladores o controladores no lineales, los cuales incluyen algoritmos para compensar en línea las posibles variaciones de los parámetros de la máquina, basados en un modelo no lineal [23], [24].

Por otro lado, la mayoría de los modelos matemáticos usados tradicionalmente por teóricos y prácticos del control son lineales. De hecho, los modelos lineales son mucho más manejables que los no lineales, y pueden representar en forma precisa el comportamiento de sistemas reales en muchos casos útiles. Pero no podemos olvidar, que los fenómenos naturales son esencialmente no lineales [31].

Los modelos no lineales presentan generalmente características que les permiten diversos comportamientos que la teoría de los sistemas lineales clásicos no puede predecir, lo cual es una

razón ineludible para el uso de modelos no lineales y el desarrollo de conceptos y herramientas de sistemas no lineales de control, los cuales comprenden un gran número de líneas de investigación [48].

En los últimos tiempos, los avances tecnológicos actuales han generado una enorme variedad de nuevos problemas y aplicaciones que son no lineales en esencia. Por ejemplo, fenómenos no lineales tales como equilibrios múltiples, ciclos límite, bifurcaciones, corrimiento de frecuencias y caos, se observan comúnmente en aplicaciones modernas importantes en ingeniería, tales como sistemas de comando de vuelo, manipuladores robot, sistemas de autopistas automatizadas, estructuras de ala de avión, y sistemas de inyección de combustible de alto rendimiento. Tales fenómenos no lineales no se pueden describir mediante dinámica de modelos lineales siendo ésta una razón ineludible para el uso de modelos no lineales y el desarrollo de conceptos y herramientas de sistemas no lineales de control [27].

Alentada por la sofisticación de la tecnología actual, la teoría de sistemas no lineales de control ha experimentado en la década pasada una vigorosa expansión, reflejada por un número rápidamente creciente de monografías y libros de texto científicos en sistemas no lineales de control. La importancia de estos nuevos métodos de control no lineal se adaptan de una manera satisfactoria a los modelos no lineales que caracterizan a los sistemas electromecánicos (Taylor, 1994).

El método clásico (y aún importante) de control no lineal es la linealización, esto es, el uso de un modelo lineal aproximado válido alrededor de un punto de operación para diseñar un controlador lineal y luego una ganancia programada basada en la condición de operación. Sin embargo, esta metodología no puede proporcionar el desempeño exigido por los sistemas electromecánicos. Es interesante, que en los últimos 75 años, los ingenieros mecánicos, eléctricos han hecho algunos descubrimientos con fines específicos de técnicas no lineales que aún son considerablemente útiles.

Como una prueba de las aplicaciones específicas de éstas técnicas en los sistemas electromecánicos, se muestran las siguientes:

- La Linealización por realimentación (estática - dinámica) ha sido aplicada a motores paso a paso, de reluctancia variable y motores de inducción.
- La Linealización entrada – salida ha sido usada para obtener alto desempeño en motores de inducción.
- Los métodos de Backstepping han sido usados para diseñar controladores con realimentación en la salida para motores de inducción y motores DC.
- Técnicas basadas en pasividad para estimar el flujo del rotor de los motores de inducción.
- Métodos de Control (modo deslizante) de Estructura Variable han sido formulados para usarlos en motores DC, sincrónicos y de inducción y son el motivo de estudio en esta tesis.

La comunidad del control, hace mas de 15 años, presencié el origen de un interés continuo en las aplicaciones de conceptos de geometría diferencial¹ a la formulación y solución de una variedad de problemas de control no lineal que existían desde hace mucho tiempo. Los trabajos de Brockett (1976)[40], Sussman y Jurdjevic (1972) [40], Hermann y Krener (1970) [40] e Isidori (1981) [40], son responsables de las implicaciones teóricas y prácticas que han caracterizado la comprensión del control teórico acerca de los tópicos asociados con el diseño de sistemas de control no lineal [40].

La teoría de sistemas de estructura variable (VSS) y su asociado comportamiento en modo deslizante (Emelyanov, 1967) también ha experimentado estudios detallados y extensivos en los últimos 25 años. Científicos de la Unión Soviética y, más reciente, los Estados Unidos han contribuido de manera acertada con un amplio rango de aplicaciones que van desde problemas de

¹ La geometría diferencial utiliza los métodos del cálculo diferencial, por eso se llama geometría diferencial. La geometría diferencial estudia las propiedades 'locales' de las curvas y superficies, esto es, estudia las propiedades de las curvas y superficies en un punto. La geometría diferencial se basa en los conceptos de longitud, tangente y curvatura (plano osculador y torsión si es una curva en el espacio).

diseño aeroespacial (Utkin, 1968) [40] hasta control de turbinas a gas (Young, 1982) [40], robots manipuladores (Slotine y Sastry, 1983) [40], y generación de potencia térmica (Ershler, 1974) [40]. Los artículos de Survey (Utkin, 1977, 1983) [40], y varios libros (Itkis, 1976, Utkin, 1978, 1981) [40], contienen exposiciones sobre el estado del arte y las potencialidades de ésta simple y aún poderosa metodología de diseño [40].

Un sistema de estructura variable (VSS) consiste en un conjunto de subsistemas continuos junto con una lógica de conmutación adecuada. Una propiedad interesante de los sistemas de estructura variable es la posible existencia de modos deslizantes en las superficies de discontinuidad de la estructura. Si la trayectoria del sistema alcanza las proximidades de una región en la que existe un modo deslizante, el movimiento ya no se alejará de la región excepto posiblemente a través de las fronteras de la región.

Una superficie en el espacio de estados, representa relaciones estáticas y dinámicas entre las diferentes variables de estado que describen el comportamiento del sistema. Si estas relaciones son impuestas en la descripción del sistema dinámico, las dinámicas resultantes de orden reducido pueden tener características altamente deseables. La idea, es entonces, especificar una acción de control de realimentación, de naturaleza de estructura variable, la cual garantice la alcanzabilidad de la superficie preescrita y una vez las condiciones se encuentran, se procede a mantener los movimientos del sistema forzados a ésta superficie. La tarea, usualmente se logra por los oportunos cambios drásticos en la estructura del controlador de realimentación el cual induce campos vectoriales de velocidad invariablemente dirigidos hacia la “superficie deslizante” en su inminente cercanía [2].

Por ejemplo, supongamos que en un sistema de estructura variable de segundo orden existe un modo deslizante en un segmento del plano de fase, R . Entonces, las trayectorias que tocan el segmento R , permanecen sobre R excepto si llegan a los extremos del segmento, donde, posiblemente, pueden escapar de la región (Figura 1.1).

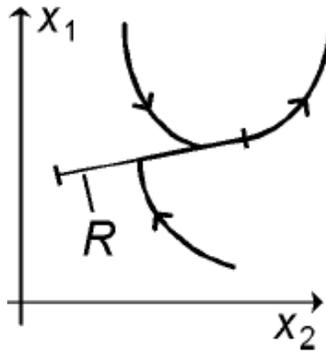


Figura 1.1 Trayectorias en el plano de fase de un sistema de estructura variable de segundo orden

A R también se le llama región de deslizamiento. Cuando la trayectoria evoluciona sobre la región R se dice que el sistema está en modo deslizante. Cuando se encuentra en modo deslizante un sistema puede tener cualquier comportamiento dinámico, como tender hacia un punto de equilibrio asintóticamente estable dentro de R o seguir una trayectoria de amplitud creciente que lo lleve a abandonar la región de deslizamiento [41].

Para que exista un modo deslizante en una superficie de discontinuidad entre dos estructuras, las trayectorias a ambos lados de la superficie deben dirigirse a la superficie.

En el caso de sistemas lineales, la superficie generalmente es un hiperplano diseñado para dar lugar a la estabilidad asintótica de la dinámica controlada. El contexto de sistemas no lineales es probablemente más rico en la invarianza de la superficie deslizante, es por esto mismo, una tarea de diseño.

Un enfoque geométrico diferencial se presenta en este documento, para la formación y caracterización del control equivalente y la dinámica deslizante ideal, representando los movimientos invariantes del sistema sobre la superficie deslizante. Proponemos condiciones locales necesarias y suficientes para el problema de alcanzabilidad de la superficie en términos de condiciones de signo sobre las derivadas en dirección al plano coordenado de la superficie con

respecto al campo vectorial resultante del sistema controlado. La relación de éstas condiciones a la geometría de la superficie y el control equivalente son ambas transparentes e interesantes desde este punto de vista [40].

La interpretación, en términos geométricos, de los componentes claves a ser considerados en el problema de diseño, es decir la especificación de la superficie deslizante en términos del comportamiento invariante deseable, la noción de control equivalente y finalmente las condiciones de alcanzabilidad local para la existencia de régimen deslizante dan como resultado una metodología conveniente, simple y suficientemente general para la desarticulación de ésta clase de problema.

El problema de inducir regímenes deslizantes en sistemas no lineales, gobernados por controladores de realimentación de estructura variable, se resuelve usando nociones de geometría diferencial.

En términos generales se mostrará que todas las nociones y conceptos con respecto al diseño de controladores de estructura variable pueden naturalmente ser reemplazadas en términos de objetos de geometría diferencial.

El control equivalente juega un papel esencial en la especificación de las ganancias de realimentación de estructura variable. El control ideal de realimentación proporciona un nivel de referencia, el cual asigna un nivel necesario de realimentación de las ganancias de la estructura variable llevando a una acción de control que logre la alcanzabilidad de la superficie de deslizamiento.

La principal ventaja de este tipo de estrategia de control es su insensibilidad ante la variación en los parámetros de la planta y ante las perturbaciones externas, siempre y cuando se cumplan algunas condiciones, como se verá más adelante.

Otra de las ventajas de utilizar el enfoque de Sistemas de Estructura Variable (VSS) en plantas no lineales, es también, la posibilidad de obtener una aceleración en el tiempo de respuesta hacia un ciclo límite sin destruir la naturaleza de la respuesta oscilatoria continua.

Actualmente, el control en modo deslizante tiene mucha atención recibida de investigadores en el área de electrónica de potencia y control de motores porque posee rasgos deseables como lo es una rápida respuesta, insensibilidad a las variaciones de los parámetros del sistema, rechazo a disturbios externos y simplicidad de diseño e implementación. Por otro lado, en cuanto al dominio de velocidades variables, muchas aplicaciones necesitan altos desempeños en términos de torques y exactitud. Por lo tanto varios métodos aplicados en el control en modo deslizante a un motor de inducción se han presentado en artículos especializados en el campo.

El control en modo deslizante se ha utilizado en varias aplicaciones con máquinas eléctricas para controlar tanto velocidad como torque, en donde se han encontrado resultados satisfactorios debido al aseguramiento de robustez que proporciona éstas técnicas [25].

La robustez es un requerimiento práctico muy importante en el desempeño de los sistemas de control en modo deslizante. Generalmente, la robustez de un sistema de control en una maquina eléctrica es caracterizado por estabilidad asintótica y rápida respuesta a la referencia de entrada independiente de algún cambio en los parámetros de la planta [25].

Por lo tanto, éste proyecto buscó la apropiación del conocimiento existente sobre este tipo de control no lineal para que sirva como guía didáctica en el diseño de controladores por modos deslizantes. Además, se comprobó el desempeño de esta estrategia de control realizando el diseño de un controlador de velocidad sobre el modelo de un motor de inducción.

La comprobación de los resultados se realizó por medio de simulaciones sobre el modelo matemático del motor asíncrono, acoplado a su respectivo controlador, y comparando los resultados con los de un controlador clásico (control vectorial, PI) estableciendo las ventajas y/o

desventajas comparativas entre ellos. De esta manera se logró el cumplimiento de los objetivos propuestos en el anteproyecto.

El trabajo de tesis se ha estructurado en los siguientes capítulos:

El Capítulo 1 ofrece una descripción general del trabajo a realizar y la definición del problema a resolver.

El Capítulo 2 muestra de una manera clara y sencilla los principios fundamentales del control de estructura variable.

El Capítulo 3 presenta las condiciones que deben tenerse en cuenta para el diseño de un controlador en modo deslizante, plantea los problemas ocasionados por las oscilaciones de alta frecuencia asociadas al comportamiento variable del controlador y además muestra algunas de las posibles soluciones a estos problemas.

El Capítulo 4 muestra de una manera fácil el diseño paso a paso del controlador de velocidad en modo deslizante sobre el modelo matemático del motor de inducción.

El Capítulo 5 comprueba los resultados correspondientes al desempeño del controlador de velocidad en modo deslizante por medio de simulaciones digitales y comparándolos con los obtenidos de un controlador clásico (control vectorial, PI) estableciendo las ventajas y/o desventajas comparativas entre ellos.

El Capítulo 6 enseña las conclusiones alcanzadas con el desarrollo de este trabajo de tesis y se dejan expuestos los puntos de partida para que otras personas con inquietudes afines al trabajo teórico planteado los desarrollen aplicándolos a trabajos futuros. En conjunto, se espera que resulte un trabajo útil en cuanto a la apropiación de los conceptos y diseño de controladores por modos deslizantes para las personas interesadas en el control de máquinas industriales.

Por último se muestran la **Bibliografía** en donde se listarán las fuentes bibliográficas consultadas, un **Glosario** donde se encuentra los términos necesarios para la comprensión del proyecto y un conjunto de **Anexos** en donde irán los archivos de simulación y un artículo con los resultados relevantes del proyecto.

CAPITULO 2: FUNDAMENTOS DEL CONTROL DE ESTRUCTURA VARIABLE

Los sistemas de control de estructura variable son un tipo de sistema de control no lineal, en los que la estructura del controlador varía de tal forma que un punto representativo del sistema siga una trayectoria definida en el espacio de estados.

Los sistemas con modo deslizante son un tipo especial de sistemas de estructura variable, en los cuales el estado de las dinámicas del sistema es atraído hacia una superficie en el espacio de estado conocida como superficie de deslizamiento. Cuando se satisfacen ciertas condiciones, el estado “desliza” sobre esta superficie, permaneciendo insensible a variaciones en los parámetros de la planta y a las perturbaciones externas, lo que se constituye en la característica fundamental para su aplicación en los sistemas de control [19].

Para una fácil comprensión de ésta técnica de control, desarrollaremos la técnica a través de la implementación de los pasos descritos en las siguientes secciones:

2.1 ELECCIÓN DE LA SUPERFICIE DE CONMUTACIÓN

El objetivo de este ítem, es elegir una función $S(x)$, tal que $S(x) = 0$ defina una superficie, conocida como superficie de deslizamiento, en el espacio de estados.

Existen múltiples propuestas para determinar la superficie de deslizamiento y en general puede ser cualquier función del estado x tal que el error de regulación o seguimiento se haga cero en régimen permanente. Por simplicidad consideraremos lo siguiente:

$$S(x) \cong x_i - k = 0 \tag{2.1}$$

Con x_i una de las variables de estado del sistema y k una constante de tipo real, tal que en régimen permanente x_i llegue a ser el valor deseado k . En muchos sistemas no basta que se siga una sola consigna en una variable de estado y $S(x)$ debe considerar todas las variables de estado, o formas más complejas. Suelen usarse hiperplanos (combinaciones lineales de las variables de estado) como superficies.

$$S(x) \cong \sum_i k_i x_i - k = 0 \quad (2.2)$$

Elegir a $S(x)$ es una tarea de ensayo y error. Por ejemplo, agregando términos integrales o derivativos en $S(x)$ pueden obtenerse mejoras en la respuesta transitoria deseada [2].

2.2 ALCANZABILIDAD DE LA SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO

Una de las propiedades más interesantes de los sistemas de estructura variable es la posible existencia de modos deslizantes en las superficies de discontinuidad de la estructura. Si la trayectoria del sistema alcanza las proximidades de una región (superficie de deslizamiento) en la que existe un modo deslizante, el movimiento ya no se alejará de la región excepto posiblemente en las fronteras de la región.

Por ejemplo, supongamos que en un sistema de estructura variable de segundo orden existe un modo deslizante en un segmento del plano de fase $S(x)$ (Figura 2.1). Entonces, las trayectorias que tocan la región de deslizamiento $S(x)$ permanecen sobre $S(x)$ excepto si llegan a los extremos de la superficie de deslizamiento, donde, posiblemente puedan escapar de la región (Figura 2.1).

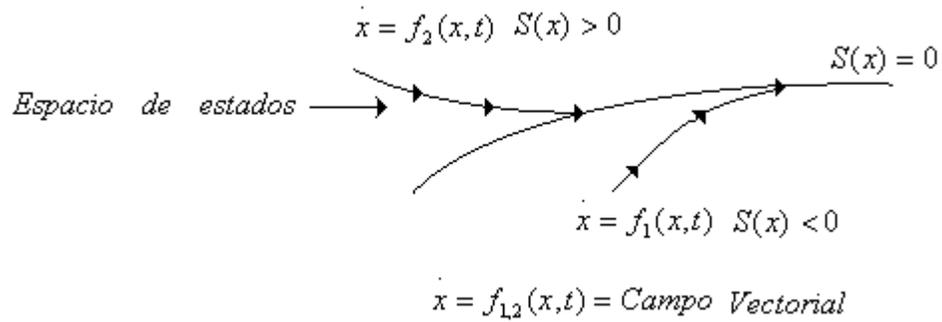


Figura 2.1 Trayectorias en el plano de fase de un sistema de estructura variable de segundo orden

En la Figura 2.1 podemos observar que el sistema tiene una descripción, cuando la dinámica del sistema se encuentra por encima de la superficie de deslizamiento ($S(x) > 0$), la cual se encuentra denotada como $f_2(x,t)$ y otra para cuando nos encontramos por debajo de la región de deslizamiento ($S(x) < 0$), denotada como $f_1(x,t)$, de allí podemos concluir que sea de estructura variable.

Si la trayectoria evoluciona sobre la superficie de deslizamiento podemos decir que el sistema se encuentra en modo deslizante. Cuando se encuentra en modo deslizante un sistema puede tener cualquier comportamiento dinámico como tender hacia un punto de equilibrio asintóticamente estable dentro de la superficie de deslizamiento o seguir una trayectoria de amplitud creciente que lo lleve a abandonar la región de deslizamiento.

Para que exista un modo deslizante en una superficie de discontinuidad entre dos estructuras, las trayectorias a ambos lados de la superficie deben dirigirse hacia la región de deslizamiento tal cual como lo muestra la Figura 2.1 [19].

Analícemos el sistema de estructura variable con una sola entrada de control, el cual se puede representar como se muestra en la siguiente ecuación (2.3):

$$\dot{x} = f_1(x,t) + \mu(f_2(x,t) - f_1(x,t)) \quad (2.3)$$

Donde $f_1(x,t)$ y $f_2(x,t)$ son campos vectoriales. La señal de control μ es discontinua y puede tomar los valores μ^+ o μ^- , dados por la ecuación (2.4)

$$\mu(t) = \begin{cases} \mu = \mu^+ = 1 \Leftrightarrow S(x) > 0 \\ \mu = \mu^- = 0 \Leftrightarrow S(x) < 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

Los puntos de discontinuidad de la señal de control μ corresponden con los cambios de estructura del sistema. En efecto, si sustituimos los valores de la ecuación (2.4) en la ecuación (2.3) tenemos que:

$$\begin{aligned} \mu = 0 &\Rightarrow \dot{x} = f_1(x,t) \\ \mu = 1 &\Rightarrow \dot{x} = f_2(x,t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

En la ecuación (2.5), podemos notar el efecto de la ley de control sobre la dinámica del sistema, con el fin de que éstas dinámicas siempre converjan a la región de deslizamiento.

Con el fin de obtener resultados generales, expresaremos la ecuación del sistema representada en la ecuación (2.3), como la ecuación (2.6):

$$\dot{x} = f(x,t) + g(x,t)\mu \quad (2.6)$$

Donde $f(x,t)$ y $g(x,t)$ son campos vectoriales arbitrarios. Se advierte que en el caso particular de la ecuación (2.3)

$$f(x,t) = f_1(x,t)$$

$$g(x,t) = f_2(x,t) - f_1(x,t)$$

Definimos la siguiente ley de control o lógica de conmutación, ecuación (2.7):

$$\text{Señal de control} = \mu(t) = \begin{cases} \mu = \mu^+ \Leftrightarrow S(x) > 0 \\ \mu = \mu^- \Leftrightarrow S(x) < 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Es decir, si las dinámicas del sistema se encuentran por encima de la región de deslizamiento, el control conmutará al valor μ^+ con el fin de llevar las dinámicas del sistema hacia la región de deslizamiento $S(x)$, en el caso contrario, si nos encontramos por debajo de la región de deslizamiento, el sistema de control conmutará al valor μ^- para llevar nuevamente la dinámica del sistema hacia la superficie de deslizamiento. En la Figura 2.2 se muestra el comportamiento de la señal de control.

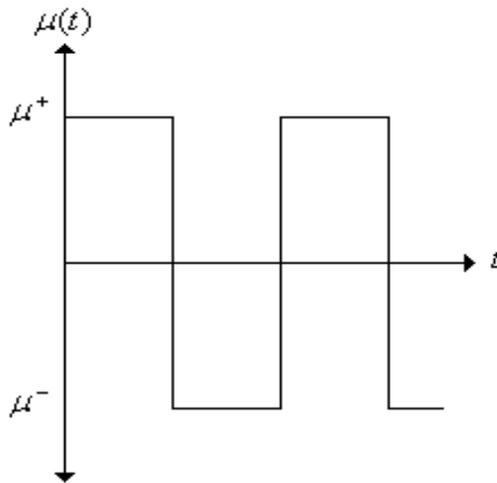


Figura 2.2 Señal del controlador en modo deslizante

Para trabajar con una mayor simplicidad la dinámica del sistema puede definirse por la siguiente ecuación (2.8).

$$\dot{x}(t) = \begin{cases} f_a^+ = f(x, t, \mu^+) \Leftrightarrow \mu = \mu^+ \\ f_a^- = f(x, t, \mu^-) \Leftrightarrow \mu = \mu^- \end{cases} \quad (2.8)$$

Donde f_a^+ es el campo vectorial debido a la acción de control μ^+ cuando la dinámica del sistema se encuentra por encima de la superficie de conmutación y f_a^- es el campo vectorial debida a la acción de control μ^- cuando la dinámica del sistema se encuentra por debajo de la superficie de conmutación, como se puede observar en las figuras 2.3 y 2.4.

2.2.1 Condición de Alcanzabilidad

Una condición necesaria y suficiente para alcanzar la superficie $S(x)=0$ viene dado por la siguiente ecuación (2.9):

$$\begin{cases} \langle \nabla s, f_a^+ \rangle < 0 \\ \langle \nabla s, f_a^- \rangle > 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

O localmente:

$$\begin{cases} \lim_{s>0^+} \langle \nabla s, f_a^+ \rangle < 0 \\ \lim_{s>0^-} \langle \nabla s, f_a^- \rangle > 0 \end{cases} \quad (2.10)$$

Nota: $\langle a, b \rangle$ es el producto escalar de a y b , y el símbolo ∇ es el operador gradiente.

La Figura 2.3 muestra gráficamente la condición de alcanzabilidad, en ella se puede notar que una vez las trayectorias del vector de campo alcanzan la superficie de deslizamiento, estas se deslizan sobre ella.

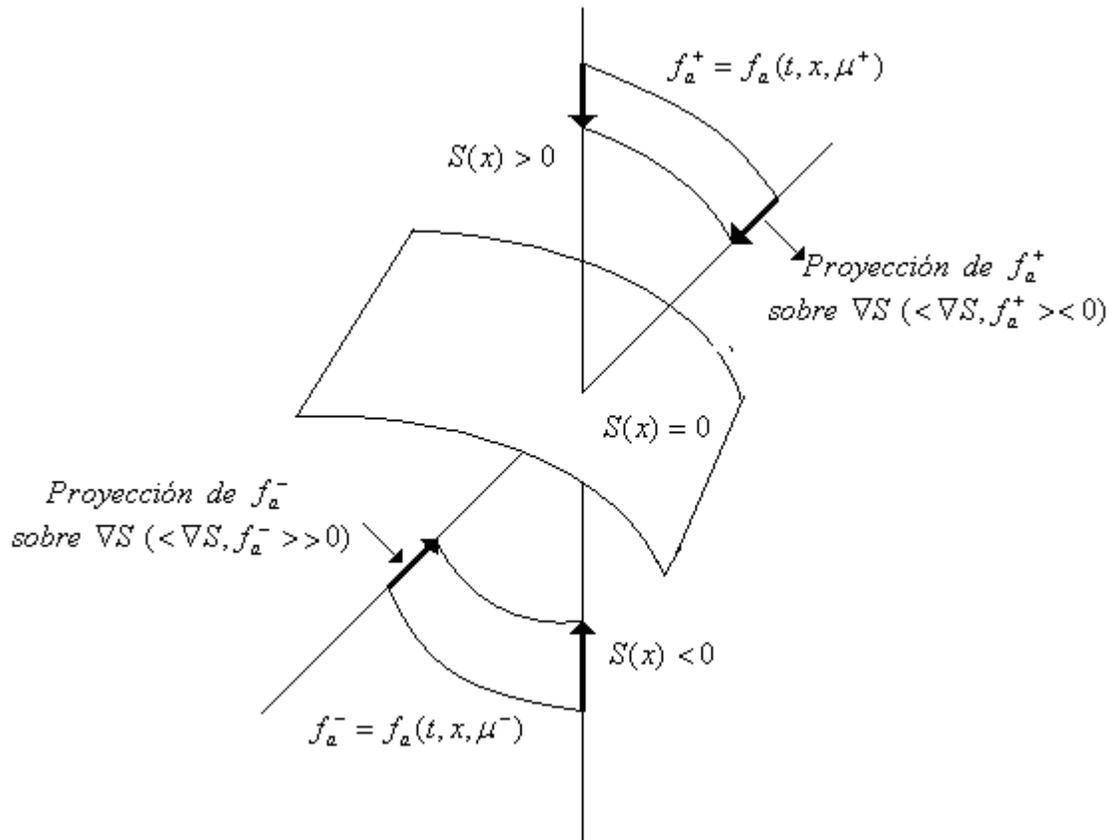


Figura 2.3 Condición de alcanzabilidad de un sistema en modo deslizante.

Sin embargo, en situaciones prácticas la presencia de perturbaciones, imprecisión en el modelado y retardos implican que para mantener al sistema en la superficie de deslizamiento la ley de control debe conmutar con una frecuencia finita. Por lo tanto la ley de control dada en la ecuación (2.4) no es físicamente realizable. Una forma más realista de especificar la lógica de conmutación es la siguiente [2]:

$$\text{Señal de control} = \mu(t) = \begin{cases} \mu = \mu^+ \Leftrightarrow S(x) \geq \Delta \\ \mu = \mu^- \Leftrightarrow S(x) \leq -\Delta \end{cases} \quad (2.11)$$

$$\mu \in \{0,1\} \quad |S(x)| \leq \Delta$$

Siendo Δ una constante positiva. Con esta ley de control podemos lograr una frecuencia de conmutación finita. Se requiere que se admita que las trayectorias atraviesen la superficie hasta superar una distancia de umbral Δ antes de conmutar (comparador con histéresis). Ver Figura 2.4 [2].

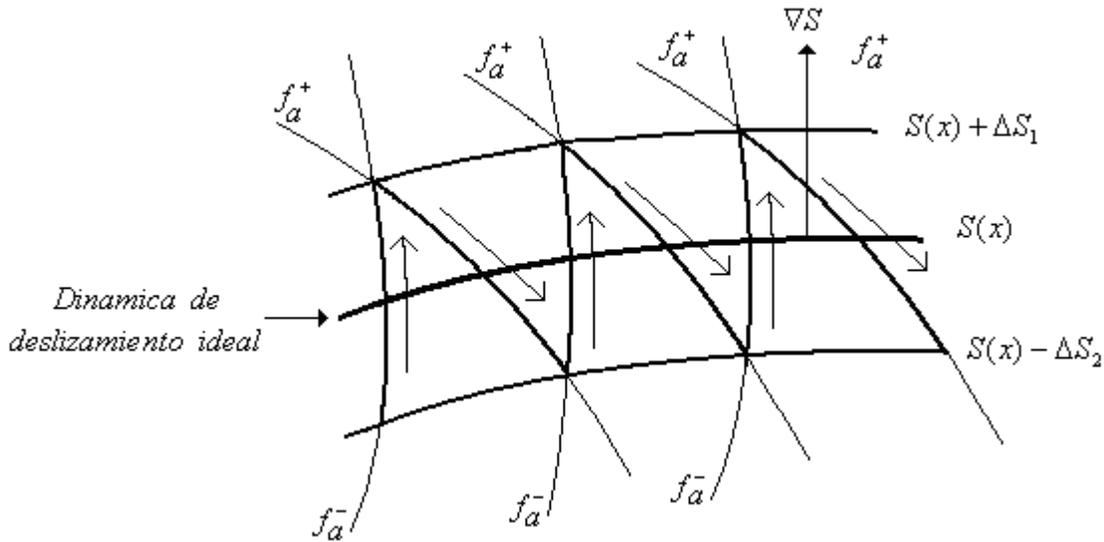


Figura 2.4 Trayectoria del sistema en las proximidades de una región deslizante.

2.3 DINÁMICA DE DESLIZAMIENTO IDEAL (CONDICIÓN DE INVARIANZA)

De la Figura 2.4 podemos observar que la trayectoria en modo deslizante se puede hacer todo lo próxima que se quiera a $S(x) = 0$, escogiendo el valor del umbral lo suficientemente pequeño

(Δ). La dinámica del sistema en modo deslizante cuando Δ tiende a cero se conoce como dinámica de deslizamiento ideal.

La dinámica promediada del sistema ó dinámica de deslizamiento ideal, está ligada a la ecuación de la superficie, por lo tanto la dinámica de deslizamiento ideal queda caracterizada por la ecuación (2.12).

$$\left\{ \begin{array}{l} S(x) = 0 \\ \langle \nabla S, f_a(x, t, \mu_{eq}) \rangle = 0 \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

Donde f_a es el campo vectorial cuando la dinámica del sistema se encuentra sobre la superficie de conmutación debido a la acción de control μ_{eq} (el concepto de μ_{eq} se explica en ítem 2.4).

La ecuación (2.12) es la condición de invarianza. Si la condición de invarianza se cumple entonces la dinámica del sistema permanece sobre la superficie de deslizamiento y no se escapa de ella.

En forma más general, teniendo en cuenta que $S(x, t)$ depende también del tiempo, la condición de invarianza es distinta a la dada en la ecuación (2.12).

Supongamos que: $\dot{x} = f(x) + \mu_{eq} g(x)$ y que $\delta(t)$ es una trayectoria solución de $\dot{x}(t)$. En la superficie de deslizamiento se debe cumplir la primera condición de la ecuación (2.12), por lo tanto tenemos que:

$$S(\delta(t_0)) = 0 \text{ y entonces } \forall t > t_0 \Rightarrow S(\delta(t)) = 0$$

$$\text{Por lo tanto: } \frac{dS(\delta(t))}{dt} = \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \Big|_{x=\delta(t)} + \frac{\partial S}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

En estas condiciones la condición de invarianza es:

$$\left\{ \begin{array}{l} S(x) = 0 \\ \langle \nabla S, f_a(x, t, \mu_{eq}) \rangle = -\frac{\partial S}{\partial t} \end{array} \right\} \quad (2.13a)$$

2.4 CONTROL EQUIVALENTE

El control equivalente (μ_{eq}) es una ley de control que lleva al sistema a deslizarse sobre la superficie en forma ideal, y puede interpretarse como un valor continuo que representa un cierto valor promedio del control discontinuo.

La segunda condición, dada en las ecuaciones (2.12) y (2.13a), define el control equivalente μ_{eq} como el valor continuo que adapta $\mu(t)$ para que la dinámica del sistema permanezca sobre la superficie de deslizamiento.

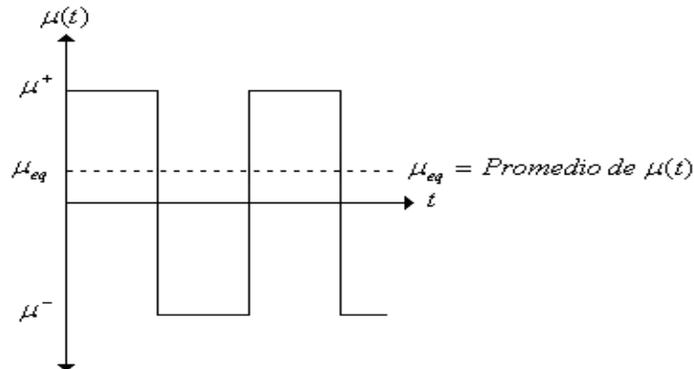


Figura 2.5 Control equivalente

Recalquemos que μ_{eq} es el control requerido para mantener el sistema en la región de deslizamiento ($S(x)=0$), por lo tanto si tenemos nuestra ley de control igual a μ_{eq} estamos garantizando que el sistema se encuentra con certeza en el modo deslizante.

Por lo tanto, si la ley de control es μ_{eq} se debe cumplir lo siguiente:

$$f_a(t, x, \mu_{eq}) = \dot{x} = f(x, t) + g(x, t)\mu_{eq} \quad (2.14)$$

Remplazando la ecuación (2.14) en la segunda condición de la ecuación (2.12), tenemos que:

$$\begin{aligned} \langle \nabla S, f(x) + \mu_{eq} g(x) \rangle &= 0 \\ \langle \nabla S, f(x) \rangle + \langle \nabla S, \mu_{eq} g(x) \rangle &= 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Despejamos μ_{eq} de la ecuación (2.15):

$$\mu_{eq} = -\frac{\langle \nabla S, f(x) \rangle}{\langle \nabla S, g(x) \rangle} \quad (2.16)$$

Cuando $S(x, t)$ depende también del tiempo, la ley de control μ_{eq} es:

$$\mu_{eq} = \frac{-\langle \nabla S, f(x) \rangle - \frac{\partial S}{\partial t}}{\langle \nabla S, g(x) \rangle} \quad (2.17)$$

Nótese que, en cualquier caso μ_{eq} existe siempre y cuando $\langle \nabla S, g(x) \rangle \neq 0$.

2.5 CONDICIÓN DE TRANSVERSALIDAD

De la condición de control equivalente (ecuación 2.17) se puede observar que se debe cumplir la siguiente condición:

$$\langle \nabla S, g(x) \rangle \neq 0$$

Lo que significa que $g(x)$ no puede ser tangente a la superficie de conmutación (es decir, que debe ser transverso a la superficie), para garantizar que el sistema se encuentra dentro de la región de deslizamiento, por tal motivo se puede utilizar el control equivalente para encontrar las ecuaciones de la dinámica deslizante ideal. Esta es la denominada condición de transversalidad.

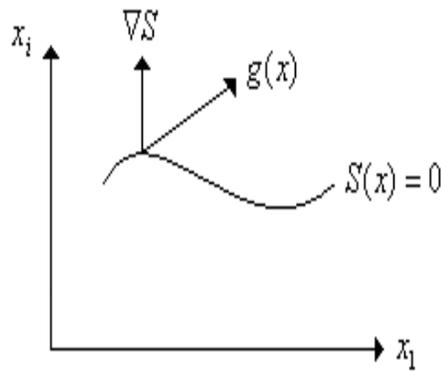


Figura 2.6 Condición de invarianza

2.6 REGIONES DE DESLIZAMIENTO

Con las condiciones dadas en la ecuación (2.9) tenemos que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \nabla S, f_a^+ \rangle = \langle \nabla S, f(x) + \mu^+ g(x) \rangle < 0 \\ \langle \nabla S, f_a^- \rangle = \langle \nabla S, f(x) + \mu^- g(x) \rangle > 0 \end{array} \right\} \quad (2.18)$$

Cambiando el signo a la segunda condición de la ecuación (2.18) y sumando ambas condiciones de la misma ecuación tenemos lo siguiente:

$$\langle \nabla S, g(x)(\mu^+ - \mu^-) \rangle \ll 0 \quad (2.19)$$

De esta ecuación podemos deducir que es equivalente a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \nabla S, g(x) \rangle \ll 0 \Leftrightarrow (\mu^+ - \mu^-) > 0 \\ \langle \nabla S, g(x) \rangle \gg 0 \Leftrightarrow (\mu^+ - \mu^-) < 0 \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

Partiendo de la ecuación (2.15) y combinándola con la ecuación (2.18) tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} & \langle \nabla S, f(x) + \mu^+ g(x) \rangle \ll \langle \nabla S, f(x) + \mu_{eq} g(x) \rangle \\ & \langle \nabla S, g(x)(\mu^+ - \mu_{eq}) \rangle \ll 0 \end{aligned}$$

Y también:

$$\begin{aligned} & \langle \nabla S, f(x) + \mu^- g(x) \rangle \gg \langle \nabla S, f(x) + \mu_{eq} g(x) \rangle \\ & \langle \nabla S, g(x)(\mu^- - \mu_{eq}) \rangle \gg 0 \end{aligned}$$

Por lo tanto obtenemos las siguientes condiciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \nabla S, g(x)(\mu^+ - \mu_{eq}) \rangle \ll 0 \\ \langle \nabla S, g(x)(\mu^- - \mu_{eq}) \rangle \gg 0 \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

Del mismo modo que para la ecuación (2.20), podemos decir que la ecuación (2.21) es equivalente a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle \nabla S, g(x) \rangle \ll 0 \Leftrightarrow (\mu^+ - \mu_{eq}) > 0 \wedge (\mu^- - \mu_{eq}) < 0 \\ \langle \nabla S, g(x) \rangle \gg 0 \Leftrightarrow (\mu^- - \mu_{eq}) > 0 \wedge (\mu^+ - \mu_{eq}) < 0 \end{array} \right\} \quad (2.22)$$

Luego:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\mu^+ > \mu_{eq}) \wedge (\mu^- < \mu_{eq}) \Leftrightarrow \mu^+ > \mu^- \\ (\mu^- > \mu_{eq}) \wedge (\mu^+ < \mu_{eq}) \Leftrightarrow \mu^+ < \mu^- \end{array} \right\} \quad (2.23)$$

Por lo tanto:

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu^- < \mu_{eq} < \mu^+ \Leftrightarrow \mu^+ > \mu^- \\ \mu^+ < \mu_{eq} < \mu^- \Leftrightarrow \mu^+ < \mu^- \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

O, de manera equivalente, existe deslizamiento si y solo si:

$$\min(\mu^+, \mu^-) < \mu_{eq} < \max(\mu^+, \mu^-) \quad (2.25)$$

Esta ecuación es de esperar, ya que como se dijo antes, μ_{eq} es un valor ideal promedio entre los dos verdaderos valores del control μ^+ y μ^- . Más aún, la característica que hace que el control en modo deslizante pueda ser robusto a incertidumbres del modelo es justamente que si el μ_{eq} teórico difiere del real por causa de incertidumbres de modelado, el sistema llegará al μ_{eq} real si éste está entre μ^+ y μ^- , es decir, a mayor incertidumbre se requiere mayor brecha entre μ^+ y μ^- para lograr el μ_{eq} real necesario.

La expresión referente a la ecuación (2.24), se puede enunciar en forma del concepto de regiones de deslizamiento. Se definen \mathfrak{R}^+ y \mathfrak{R}^- como las regiones del espacio de estados donde puede crearse un modo de deslizamiento y por lo tanto en ellas se cumplen las condiciones dadas en la ecuación (2.18), cuando el control toma respectivamente los valores μ^+ y μ^- .

$$\begin{cases} \mathfrak{R}^+ = \{x \in \mathfrak{R}^n : \nabla S, f(x) + \mu^+ g(x) \ll 0\} \\ \mathfrak{R}^- = \{x \in \mathfrak{R}^n : \nabla S, f(x) + \mu^- g(x) \gg 0\} \end{cases} \quad (2.26)$$

Existirá un régimen de deslizamiento local en $S(x)$, si y solo si, la intersección entre las superficies \mathfrak{R}^+ , \mathfrak{R}^- y S no es un conjunto vacío y la unión entre \mathfrak{R}^+ y \mathfrak{R}^- pertenece a los reales:

$$\mathfrak{R}^+ \cap \mathfrak{R}^- \cap S \neq \emptyset \quad \wedge \quad \mathfrak{R}^+ \cup \mathfrak{R}^- \in \mathfrak{R}$$

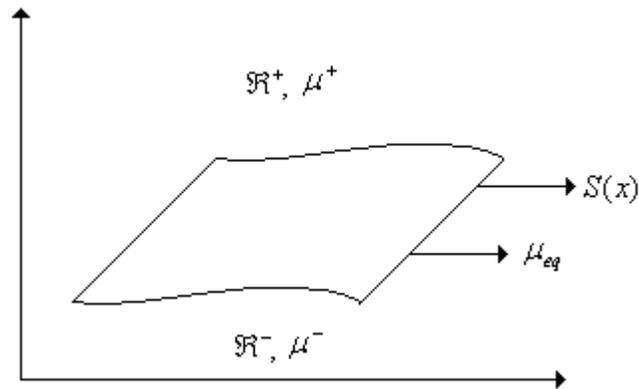


Figura 2.7 Regiones de deslizamiento

2.7 PUNTO DE EQUILIBRIO Y ESTABILIDAD ASINTÓTICA

Si el régimen de deslizamiento existe, la dinámica de deslizamiento ideal está dada por las condiciones de invarianza:

$$\left. \begin{array}{l} s(x) = 0 \\ f_a(t, x, \mu_{eq}) = \dot{x}(t) = f(x) + \mu_{eq} g(x) \end{array} \right\} \quad (2.27)$$

En régimen permanente, las derivadas de las variables de estado son nulas en un problema de regulación y $x = x^*$ es un punto de equilibrio del sistema.

$$\left. \begin{array}{l} s(x^*) = 0 \\ f(x^*, t, \mu_{eq}^*) = \dot{x}(t) = f^*(x) + \mu_{eq}^* g^*(x) = 0 \end{array} \right\} \quad (2.28)$$

La existencia de un punto de equilibrio no implica que la dinámica del sistema en dicho punto sea estable. Existen dos formas de probar la estabilidad del punto de equilibrio. Una, utilizando técnicas clásicas de análisis de estabilidad de sistemas lineales; y otra (más general) utilizando el teorema de Lyapunov. En la primera, si la dinámica es no lineal, habrá que linealizarla en torno al punto de equilibrio y comprobar la estabilidad asintótica local del sistema. Un método habitual es aplicar la transformada de Laplace a las ecuaciones de dinámica de deslizamiento ideal del sistema ya linealizado en torno al punto de equilibrio y luego determinar la ecuación característica del mismo para comprobar la estabilidad local mediante Routh Hurwitz.

2.8 ESTABILIDAD ASINTÓTICA MEDIANTE EL MÉTODO DIRECTO DE LYAPUNOV

La estabilidad es una de las características más importantes de los sistemas dinámicos. Al analizar la estabilidad de dichos sistemas, surgen diferentes problemas según la manera en que se la caracterice y los sistemas en consideración. Por ejemplo, considerando sistemas lineales y estacionarios, existen métodos para poder determinar su estabilidad, como el criterio de la respuesta al impulso, el criterio de Routh y el de Nyquist. Sin embargo cuando se tratan sistemas no lineales, estos métodos no tienen validez.

La riqueza dinámica de los sistemas no lineales presenta ciertos fenómenos que no se evidencian al estudiar los sistemas lineales (ver Khalil, H., 1996). Uno de estos fenómenos es la existencia de *múltiples puntos de equilibrio aislados*. Un sistema lineal puede tener un solo punto de equilibrio aislado, y por lo tanto un solo estado de régimen estacionario que si el punto es estable atrae al estado del sistema independientemente del estado inicial. En cambio, los sistemas no lineales pueden tener varios puntos de equilibrio, y la convergencia a uno estable depende del estado inicial. Debido a esto, resulta importante recordar el concepto de estabilidad de los diferentes puntos de equilibrio de los sistemas no lineales para poder entender mejor el comportamiento del mismo.

Aquí se analiza la estabilidad de los puntos de equilibrio de los sistemas no lineales mediante el estudio del comportamiento del estado en un entorno de los mismos. Para ello se presenta el concepto de estabilidad en el sentido de Lyapunov².

Recordemos que un punto de equilibrio de un sistema dinámico es estable en el sentido de Lyapunov si todas las soluciones que nacen en las cercanías del punto de equilibrio permanecen en dichas cercanías; de otra forma resulta inestable. El punto de equilibrio además es asintóticamente estable si las soluciones además de permanecer en las cercanías del mismo, tienden hacia el punto de equilibrio a medida que transcurre el tiempo.

De otro lado, sabemos que de la teoría clásica de la Mecánica, un sistema es estable si su energía, una función positiva, es continuamente decreciente, o sea tiene derivada negativa, hasta que el sistema alcanza su estado de equilibrio (Ogata, K., 1990). El segundo método de Lyapunov es una generalización de este hecho. Lyapunov demostró que ciertas otras funciones aparte de la función energía pueden ser usadas para la determinación de la estabilidad del punto de equilibrio de un sistema. Antes de presentar el teorema de Lyapunov es necesario revisar algunos conceptos.

² Alexander Mikhailovich Lyapunov (1857-1918) fue un matemático ruso cuyo trabajos, que aparecieron publicados a mediados de 1892, dieron origen al estudio de estabilidad mediante un enfoque teórico que hoy lleva su nombre.

Sea $V: D \rightarrow \mathfrak{R}$ un campo escalar continuamente diferenciable definido en un dominio $D \subset \mathfrak{R}^n$ que contiene al origen, entonces:

- $V(x)$ se dice que es una función **definida positiva** si $V(0) = 0$ y $V(x) > 0$ en $D - \{0\}$.
- $V(x)$ se dice que es una función **semidefinida positiva** si $V(0) = 0$ y $V(x) \geq 0$ en D .
- $V(x)$ se dice que es una función **definida negativa** si $-V(x)$ es definida positiva.
- $V(x)$ se dice que es una función **semidefinida negativa** si $-V(x)$ es semidefinida positiva.
- La derivada temporal de V sobre las trayectorias de $\dot{x} = f(x)$ ³ se denomina **derivada orbital**, se denota $\dot{V}(x)$, y está dada por:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x) &= \frac{\partial V}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) = \Delta V(x) f(x) \\ &= \left[\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n} \right] \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.29}$$

La derivada de V sobre las trayectorias del sistema depende de la ecuación vectorial de estado del sistema. De este modo, $\dot{V}(x)$ será diferente para diferentes sistemas.

Si $\phi(t; t_0, x_0)$ representa la solución de $\dot{x} = f(x)$ dada a partir de la condición inicial $x(0) = x_0$ a partir del instante inicial $t = t_0$, entonces:

³ Sistema autónomo donde f no depende del tiempo.

$$\dot{V}(x) = \frac{d}{dt}V(\phi(t; t_0, x_0)) \quad (2.30)$$

Consecuentemente, si $\dot{V}(x)$ es negativa, V será decreciente sobre las trayectorias solución de $\dot{x} = f(x)$. Ahora se está en condiciones de presentar el segundo método o método directo de Lyapunov:

Método directo de Lyapunov: Sea $x = 0$ un punto de equilibrio del sistema $\dot{x} = f(x)$ y sea $V: D \rightarrow \mathbb{R}$ un campo escalar continuamente diferenciable definido en un dominio $D \subset \mathbb{R}^n$ que contiene al origen, entonces:

- Si $V(x)$ es **definida positiva** y $\dot{V}(x)$ es **semidefinida negativa**, el origen es un punto de equilibrio **estable**.
- Si $V(x)$ es **definida positiva** y $\dot{V}(x)$ es **definida negativa**, el origen es un punto de equilibrio **asintóticamente estable**.

Una función $V(x)$ que cumple con las condiciones impuestas en el método directo de Lyapunov, se denomina **función de Lyapunov**. Este método es una herramienta de análisis muy poderosa. Sin embargo, presenta dos desventajas. La primera es que no hay un método sistemático para hallar una función de Lyapunov por lo tanto hay que proponer una función candidata a función de Lyapunov y probar si la misma cumple con los requisitos de estabilidad. La segunda es que el teorema solo brinda condiciones suficientes por lo tanto el hecho de no encontrar una función candidata a Lyapunov que satisfaga las condiciones de estabilidad o de estabilidad asintótica no significa que el origen es inestable o asintóticamente estable.

Se puede demostrar que si $V(x)$ es una función de Lyapunov, el conjunto de los x tal que $V(x) = c$, para alguna constante $c > 0$ es una hypersuperficie cerrada (denominada superficie de Lyapunov o superficie de nivel) en el espacio de estados que encierra al origen. El uso de las superficies de Lyapunov hace que el teorema sea fácilmente interpretable. Las superficies que corresponden a constantes decrecientes $0 < c_2 < c_1$, se encuentran íntegramente contenidas como lo muestra la Figura 2.8 para el caso de \mathfrak{R}^2 .

La condición $\dot{V} \leq 0$ se puede interpretar geoméricamente a través de la ecuación (2.31) ya que la misma significa que el producto interno entre el gradiente de V y el campo vectorial f es negativo:

$$\nabla V(x) \cdot f(x) \leq 0 \tag{2.31}$$

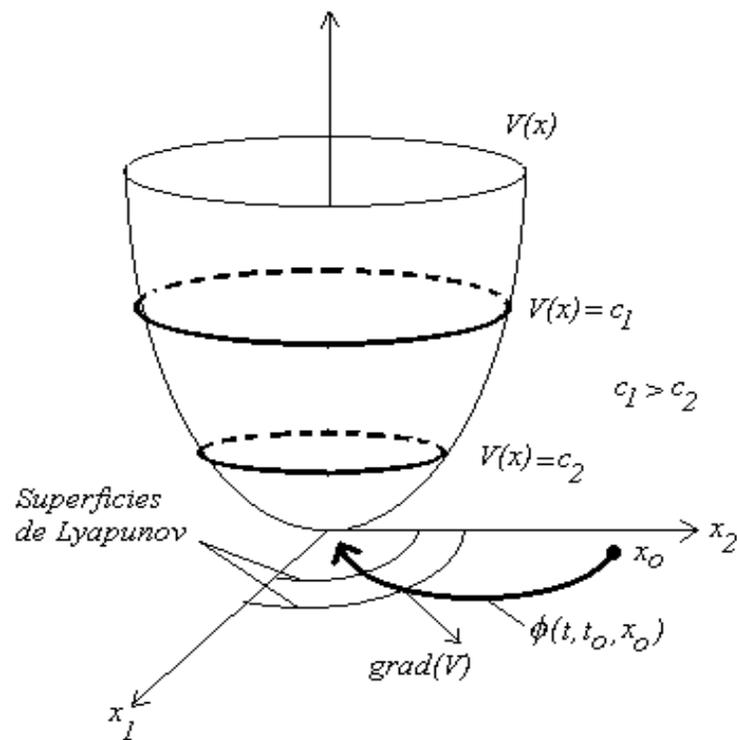


Figura 2.8 Interpretación geométrica superficie de Lyapunov.

Teniendo en cuenta que f es un vector tangente a la trayectoria solución, la condición $\dot{V}(x) = \nabla V(x) \cdot f(x) \leq 0$ significa que cuando una trayectoria cruza una superficie de Lyapunov, esta trayectoria la hala hacia adentro y nunca vuelve a salir. Además cuando $\dot{V}(x) < 0$ las trayectorias se mueven desde una superficie hacia otra interior correspondiente a un c menor. Cuando c decrece, las superficies de Lyapunov correspondientes se achican hacia el origen mostrando que las trayectorias se aproximan al origen a medida que transcurre el tiempo. En cambio, si $\dot{V}(x) \leq 0$ no se puede asegurar que las trayectorias converjan al origen, pero se puede concluir que el origen es estable ya que las trayectorias quedarán contenidas en algún entorno ε del origen si la condición inicial x_0 está dentro de alguna superficie de Lyapunov contenida en dicho entorno ε [37].

CAPITULO 3: DISEÑO DE CONTROLADORES EN MODO DESLIZANTE

En este capítulo describiremos el procedimiento y las condiciones que deben tenerse en cuenta para el diseño de un controlador en modo deslizante, se plantearán los problemas ocasionados por las oscilaciones de alta frecuencia asociadas al comportamiento variable del controlador y se plantearan algunas de las soluciones a éste problema.

3.1 RESUMEN Y PROCEDIMIENTO

El procedimiento que se debe realizar en el diseño del controlador en modo deslizante, según lo planteado en esta tesis en el capítulo 2, es el siguiente:

- a. Se escoge la superficie de deslizamiento que se desea ensayar en el problema, cuya dinámica se describe mediante ecuaciones de estado en función de una variable de control que toma dos únicos valores discretos: μ^+ y μ^- .
- b. Se comprueba que existe un modo de deslizamiento en torno a la superficie de conmutación. Para ello se analiza la condición de transversalidad (sección 2.5), lo que además permite obtener el denominador del control equivalente.
- c. Se obtiene control equivalente (sección 2.4).
- d. Se determinan las regiones en las que existe el modo de deslizamiento y el control equivalente está acotado por los valores discretos de la variable de control (sección 2.6).
- e. Se obtiene la dinámica de deslizamiento ideal del sistema en torno a la superficie de conmutación, a partir de las condiciones de invarianza ($\dot{x} = f(x) + \mu_{eq} g(x)$) (sección 2.3).

- f. Se obtiene el punto de equilibrio de la dinámica de deslizamiento ideal, que deberá ser alcanzado (sección 2.7).
- g. Se comprueba la estabilidad de la dinámica por medio del método directo de Lyapunov.
- h. Si en alguno de los puntos anteriores se obtiene algún resultado insatisfactorio, se escoge una nueva superficie y se vuelve a empezar.

Si el proceso es satisfactorio se procede a implementar el control.

3.2 IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL

El diagrama de bloques de un sistema de control en modo de deslizamiento se muestra en la Figura 3.1 [43].

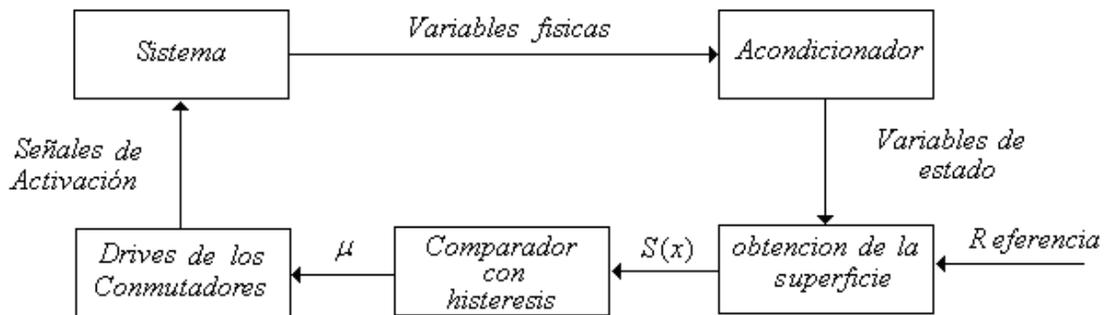


Figura 3.1 Diagrama de bloques sistema de control en modo deslizante.

El lazo de control requiere la medida de las variables de estado que intervienen en la superficie de deslizamiento. Las variables censadas y acondicionadas son las entradas al algoritmo para calcular a $S(x)$ cuya salida es una tensión proporcional a $S(x)$ y al cual también pueden entrar

señales de referencia (bloque obtención de la superficie). Como debe cumplirse que $S(x) = 0$, la salida del bloque sumador se conecta a la entrada de un detector de paso por cero o comparador que se implementa con una cierta histéresis, normalmente constante, para limitar la frecuencia de conmutación (bloque comparador con histéresis). La tensión de salida de este comparador tendrá dos niveles de tensión asociados, como veremos mas adelante, a los dos valores que toma la variable de control y, por tanto, a las posiciones ON y OFF del conmutador. Tras el conmutador es necesaria la inclusión de una etapa de adecuación de niveles y de “Driver” de los diferentes dispositivos semiconductores con los que se implementan los conmutadores del sistema de estructura variable [43].

Generalmente los distintos bloques del lazo de control de la Figura 3.1 se implementan mediante componentes discretos y estructuras basadas en amplificadores operacionales ante la ausencia de circuitos integrados específicos.

Desde el punto de vista teórico si vemos el comparador como un circuito que detecta con una cierta histéresis, el signo de $S(x)$, debemos determinar la correspondencia entre los dos niveles de salida del comparador a los que hemos denominado $\mu^+ \Leftrightarrow S(x) > 0$ y $\mu^- \Leftrightarrow S(x) < 0$ con los valores de la variable de control de los conmutadores $\mu = 0$ y $\mu = 1$.

De la condición de transversalidad:

$$\langle \nabla S, g(x) \rangle \neq 0$$

Y de la ecuación (2.19)

$$\langle \nabla S, g(x)(\mu^+ - \mu^-) \rangle < 0$$

Se deduce que:

$$(\mu^+ - \mu^-) = -C \operatorname{sgn}(\langle \nabla S, g(x) \rangle) \quad (3.1)$$

Donde C es una constante real mayor que cero y:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

3.3 COMPROBACIÓN ESTABILIDAD GLOBAL ASINTÓTICA

El procedimiento de la sección 3.1 garantiza estabilidad asintótica al punto de equilibrio deseado. Esto se puede comprobar a través del teorema de Lyapunov.

Sea $S^2(x)$ una función candidata a ser función de Lyapunov. Entonces, en $\mu = \mu_{eq}$ se cumple que $S(x) = 0$ y ya que $S^2(x) > 0 \forall x$, $S^2(x)$ es una función definida positiva con un único mínimo en $S(x) = 0$. La función $S^2(x)$ es una función de Lyapunov si se puede verificar que:

$$\frac{dS^2(x)}{dt} < 0 \forall x \quad (3.3)$$

Resolviendo la ecuación (3.3) tenemos lo siguiente:

$$\frac{dS^2(x)}{dt} = 2S(x) \frac{dS(x)}{dt} = 2S(x) \frac{\partial S}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad (3.4)$$

Sabemos que $\frac{\partial x}{\partial t} = \dot{x} = f(x) + \mu g(x)$, por lo tanto lo reemplazamos en la ecuación (3.4)

$$\frac{dS^2(x)}{dt} = 2S(x) \frac{\partial S}{\partial x} (f(x) + \mu g(x)) \quad (3.5)$$

Sumando y restando $\frac{\partial S}{\partial x} \mu_{eq} g(x)$ en la ecuación (3.5), tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \frac{dS^2(x)}{dt} &= 2S(x) \left[\frac{\partial S}{\partial x} f(x) + \frac{\partial S}{\partial x} \mu g(x) + \frac{\partial S}{\partial x} \mu_{eq} g(x) - \frac{\partial S}{\partial x} \mu_{eq} g(x) \right] \\ \frac{dS^2(x)}{dt} &= 2S(x) \left[\frac{\partial S}{\partial x} (f(x) + \mu_{eq} g(x)) + \frac{\partial S}{\partial x} g(x) (\mu - \mu_{eq}) \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

Por la definición de control equivalente, ver ecuación (2.15), el primer termino del corchete de la mano derecha de la ecuación (3.6), nos queda:

$$\frac{dS^2(x)}{dt} = 2S(x) \frac{\partial S}{\partial x} g(x) (\mu - \mu_{eq}) = 2S(x) \langle \nabla S, g(x) \rangle (\mu - \mu_{eq}) \quad (3.7)$$

Ya que existe deslizamiento solo si se cumple la ecuación (2.25) ($\min(\mu^+, \mu^-) < \mu_{eq} < \max(\mu^+, \mu^-)$) y suponiendo que $\mu^- < \mu_{eq} < \mu^+$, entonces:

- Cuando $\mu = \mu^+ (S > 0) \Rightarrow (\mu^+ - \mu_{eq}) > 0$ y se requiere que $\langle \nabla S, g(x) \rangle < 0$. Es decir, $\langle \nabla S, g(x) \rangle < 0$ si $(\mu^+ - \mu_{eq}) > 0$ que ya se satisface en las regiones de deslizamiento.
- Cuando $\mu = \mu^- (S < 0) \Rightarrow (\mu^- - \mu_{eq}) < 0$ y se requiere que $\langle \nabla S, g(x) \rangle < 0$. Es decir, $\langle \nabla S, g(x) \rangle < 0$ si $(\mu^- - \mu_{eq}) < 0$ que también se cumple en las regiones de deslizamiento.

Luego, probar la estabilidad asintótica verificando el teorema de Lyapunov es equivalente a examinar las regiones de deslizamiento. Si $(x \in \mathfrak{R}^+) \vee (x \in \mathfrak{R}^-)$ son todos los reales y

$\mathcal{R}^+ \cap \mathcal{R}^- \neq \emptyset$ la estabilidad asintótica es global. Por lo tanto, si existe estabilidad asintótica en el punto $x = x^*$ (régimen permanente) entonces existe estabilidad asintótica global.

Una ventaja del segundo método es que si la estabilidad es solo local, se pueden establecer las regiones de convergencia en el control.

3.4 OSCILACIONES EN LOS MODOS DE DESLIZAMIENTO Y DE ESTADO ESTABLE

La respuesta de un sistema de control de estructura variable esta compuesta básicamente de tres fases o modos:

- El modo de alcance.
- El modo deslizante.
- El modo de estado estable.

Se define el modo o fase estable de un sistema, como el periodo de la repuesta que sucede a la etapa transitoria de la misma, que incluye el modo de funcionamiento constante como un caso especial. Los diferentes tipos de estado estable pueden incluir el estado con cero error, el estado con un error constante o el estado de ciclo limite.

Uno de los principales resultados obtenidos en el diseño de un controlador de estructura variable, es que la dinámica deseada para el modo deslizante puede alcanzarse con una adecuada selección o diseño de la función de conmutación. Esto asegura que, en condiciones ideales, el sistema sea robusto, es decir, insensible a las perturbaciones externas e incluso a los errores cometidos durante el proceso de modelado.

La robustez es tal vez la característica más importante de un sistema de control por modos deslizantes. Para una planta representada por una ecuación diferencial de alto orden, ya sea lineal o no lineal, la ecuación diferencial del modo deslizante puede ser completamente independiente

de los efectos debidos a errores en el modelado y a perturbaciones externas. Por esto se dice que el modo deslizante es invariable o que posee la propiedad de invariabilidad, siempre que se cumplan las condiciones dadas en el procedimiento planteado en esta tesis.

Debido a los retardos físicos inherentes a todos los actuadores físicos, los modos de deslizamiento y de estado estable estarán acompañados siempre por oscilaciones de alta frecuencia o “chattering”. Otra causa de estas oscilaciones es que, en algunos sistemas, la conmutación de la señal de control hace que se exciten dinámicas no modeladas y esto lleva a la formación de oscilaciones en el vector de estados, a una frecuencia finita. Estas oscilaciones hacen que se pierda un poco de precisión en el control, y pueden producir, por ejemplo, pérdidas por calentamiento en circuitos eléctricos de potencia y gran desgaste en partes mecánicas móviles.

El desempeño de un sistema de estructura variable es medido por sus características de respuesta, su robustez y la severidad de sus oscilaciones.

Una de las principales suposiciones que se hacen en el diseño y análisis de un sistema de estructura variable, es que el control puede conmutarse de un valor a otro en forma infinitamente rápida. En los sistemas reales esta condición es imposible de alcanzar debido a muchas razones. Una de ellas, son los retardos finitos de tiempo que se requieren para los cálculos del controlador. La segunda causa principal son las limitaciones físicas de los actuadores.

Un ejemplo puede hallarse en el diseño del control para servomotor D.C, donde se asume que la entrada de la planta es una corriente y, debido a la inductancia del bobinado, es imposible cambiar el valor de la corriente en un tiempo infinitamente pequeño. Como es imposible conmutar el control a una velocidad infinita, los sistemas de control de estructura variable siempre tendrán oscilaciones de alta frecuencia tanto en el modo deslizante como en el modo de estado estable.

En el modo de estado estable, las oscilaciones de alta frecuencia aparecen alrededor del punto de equilibrio y pueden convertirse en fuentes de excitación para las dinámicas de alta frecuencia que se hayan podido obviar en el proceso de modelamiento.

Hasta ahora se han realizado muchas investigaciones dirigidas hacia la eliminación o reducción de los efectos de estas oscilaciones de alta frecuencia [2], [6], [20], [21], [22]. Existen diferentes métodos para la eliminación de los efectos de las oscilaciones de alta frecuencia entre ellos tenemos los métodos de aproximación continua.

3.5 MÉTODO DE APROXIMACIÓN CONTINUA

En muchos diseños de sistemas de estructura variable, el control contiene términos que son similares en su naturaleza al comportamiento del relé. Las características ideales del relé son prácticamente imposibles de implementar, entonces la idea es reemplazar este tipo de función de control por una función tipo saturación que es una aproximación continua a la función discontinua tipo relé. Esto introduce una banda límite alrededor de la superficie de conmutación en el espacio de estados. Dentro de esta banda límite se escoge el control como una aproximación continua de la función de conmutación.

Una interpretación de esto es que se está usando un control de alta ganancia en la cercanía de la superficie de conmutación. Una consecuencia de este método es la pérdida de invariabilidad en el sistema controlado. La robustez del sistema será entonces una función del ancho de la banda límite utilizada.

Ahora describiremos los efectos generales de la aproximación continua y los efectos de los retardos en la implementación actual de los sistemas de estructura variable, para cuatro características de conmutación comúnmente usadas que se muestran en la siguiente Figura 3.2 [23].

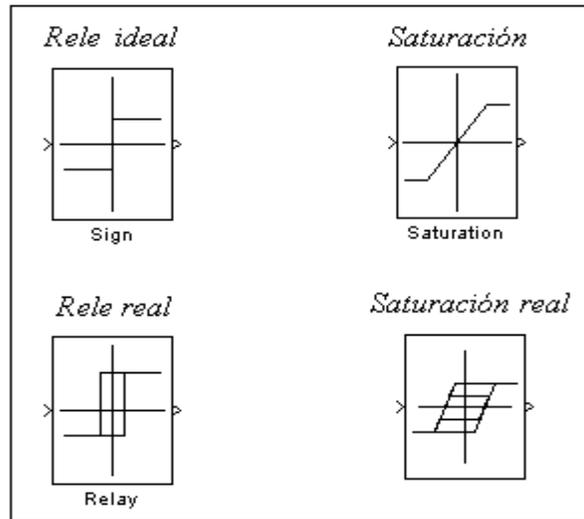


Figura 3.2 Características de conmutación usadas comúnmente

3.5.1 Control con Relé Ideal

En primer lugar se presentará el caso del relé ideal para poder establecer comparaciones con las aproximaciones continuas propuestas por autores como Hung [23].

En este caso, el control toma la forma dada por la siguiente ecuación:

$$\mu(s) = \text{sign}(s) = \begin{cases} +1 \Leftrightarrow S(x) > 0 \\ -1 \Leftrightarrow S(x) < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

El control es ideal en el sentido en que conmuta instantáneamente en el valor de $s = 0$. Para este caso podemos obtener las siguientes características:

- Existe un modo deslizante ideal sobre la línea $s = 0$. Esto se debe a que el control puede ser conmutado infinitamente cerca de la línea $s = 0$.
- No hay error de estado estable.

- La propiedad de invariabilidad se mantiene ya que el control es capaz de mantener al sistema sobre la línea $s = 0$. [23].

3.5.2 Control con Saturación

La función saturación, tiene una estructura dada por la ecuación (3.9):

$$\mu(s) = sat(s) = \begin{cases} +1 \Leftrightarrow S > L \\ \frac{S}{L} \Leftrightarrow |S| \leq L \\ -1 \Leftrightarrow S < -L \end{cases} \quad (3.9)$$

Donde $L > 0$ y $\pm L$ define el ancho de la banda límite. Por fuera del límite, las características del control son idénticas a las del control con relé ideal. Dentro de la banda límite el control es realmente un control lineal con ganancia alta. Como resultado de esto el sistema podrá llevarse hasta la banda límite, pero la trayectoria no podrá ser forzada a mantenerse sobre $S = 0$.

Para este caso podemos obtener las siguientes características:

- El modo deslizante no existe realmente, porque la trayectoria no es forzada a mantenerse sobre la superficie $S = 0$.
- No pueden ocurrir oscilaciones de alta frecuencia, ya que se está usando control continuo dentro de la banda límite.
- En ausencia de perturbaciones no habrá error de estado estable.
- Se pierde la propiedad de invariabilidad.

Un tipo de modificación propuesta para la banda límite, involucra un ajuste adaptativo del ancho de banda según el grado de incertidumbre en la dinámica del sistema. [23].

3.5.3 Control por Relé Real (Práctico)

El relé real, presenta histéresis y puede ser modelado por:

$$\mu(s) = hist(s) = \left\{ \begin{array}{l} +1 \Leftrightarrow S > \Delta \vee \dot{S} < 0 \wedge |S| < \Delta \\ -1 \Leftrightarrow S < -\Delta \vee \dot{S} > 0 \wedge |S| < \Delta \end{array} \right\} \quad (3.10)$$

Donde $2\Delta > 0$ es la cantidad de histéresis en S . La característica de la histéresis hace imposible la conmutación del control en $S = 0$. La conmutación ocurre en las líneas $S = \pm\Delta$ [23].

Para este tipo de control, podemos obtener algunas de las siguientes características generales:

- Existe un modo deslizante no ideal pero acompañado de oscilaciones de alta frecuencia.
- El sistema tiene un comportamiento de ciclo límite en estado estable. Es imposible eliminar las oscilaciones de alta frecuencia.
- El origen no es un punto de equilibrio. [23].

3.5.4 Control por Función Saturación Real (Práctica)

El elemento real de saturación, también posee histéresis. El análisis de un sistema con este tipo de control es complicado, especialmente en el caso de un sistema no lineal. En este caso las técnicas de función descriptiva, así como el análisis asistido por computador, son muy útiles.

En términos generales:

- El modo deslizante no existe como tal.
- El sistema de control de estructura variable es asintóticamente estable, pero tiene dos puntos de equilibrio. Existe error de estado estable.
- No existen las oscilaciones de alta frecuencia.
- Cuando la pendiente de la parte lineal de la función saturación no es suficientemente grande, el sistema deja de poseer las características de un sistema de control de estructura variable.
- Desaparecen las características de invariabilidad [23].

En conclusión, los métodos de aproximación continua eliminan las oscilaciones de alta frecuencia pero disminuyen las características de invariabilidad en el sistema. Puede tratar de mantenerse un alto grado de robustez dándole a la banda límite un ancho pequeño, pero los retardos que poseen comúnmente los actuadores pueden hacer necesario que la banda límite sea lo suficientemente ancha. En un caso extremo pueden aparecer oscilaciones de baja frecuencia con gran amplitud y el sistema deja de comportarse como un sistema de estructura variable. Es interesante notar que en los cuatro casos, los sistemas de estructura variable son estables y sus trayectorias están limitadas por una banda en el espacio de estados. Si el ancho de esta banda es suficientemente pequeño, la dinámica del sistema dentro de ella puede llamarse “cuasideslizante”.

CAPITULO 4: DISEÑO DEL CONTROLADOR DE VELOCIDAD EN MODO DESLIZANTE

El diseño del controlador de velocidad en modo deslizante para un motor de inducción, parte de un modelo que se obtuvo a partir de las bases teóricas de control por campo orientado o mejor conocido como control vectorial, que básicamente consiste en transformar el modelo dinámico de un motor de ac (corriente alterna), de un marco de referencia *trifásico estacionario*, el cual está caracterizado por ecuaciones no lineales complejas, a un marco de referencia *bifásico rotatorio* en un plano imaginario llamado **d,q**, en el cual se puede realizar el control de las variables del motor mediante un modelo más simple (modelo de campo orientado), logrando un comportamiento dinámico semejante al de un motor de dc (corriente directa).

El modelo dinámico electromagnético de un motor de inducción de jaula de ardilla, se puede expresar de la siguiente manera⁴ [1] [29]:

$$\frac{di_{qs}}{dt} = -\omega_e i_{ds} - \left(\frac{R_s}{L_\sigma} + \frac{R_r L_m^2}{L_\sigma L_r^2} \right) i_{qs} - \frac{L_m \omega_r}{L_\sigma L_r} \psi_{dr} + \frac{R_r L_m}{L_\sigma L_r^2} \psi_{qr} + \frac{v_{qs}}{L_\sigma}$$

$$\frac{di_{ds}}{dt} = - \left(\frac{R_s}{L_\sigma} + \frac{L_m^2 R_r}{L_\sigma L_r^2} \right) i_{ds} + \omega_e i_{qs} + \frac{L_m R_r}{L_\sigma L_r^2} \psi_{dr} + \frac{L_m \omega_r}{L_\sigma L_r} \psi_{qr} + \frac{v_{ds}}{L_\sigma}$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{L_r} R_r i_{ds} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{dr} + \omega_{sl} \psi_{qr}$$

⁴ El circuito equivalente se muestra en el Anexo A en la Figura A.3.

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = \frac{L_m}{L_r} R_r i_{qs} - \omega_{sl} \psi_{dr} - \frac{R_r}{L_r} \psi_{qr} \quad 5 \quad (4.1)$$

donde i_s , ψ_r , V_s , R , L , son la corriente de estator, flujo de enlace del rotor, voltaje terminal de estator, resistencia e inductancia respectivamente. Los subíndices r y s corresponden a rotor y estator, d y q son los componentes de un vector con respecto a un marco de referencia rotatorio sincrónicamente, w_e y w_r son la velocidad sincrónica y eléctrica del rotor respectivamente y L_m y L_σ son las inductancias mutua y de dispersión respectivamente ($L_\sigma \equiv L_s - \frac{L_m^2}{L_r}$). Además, la ecuación de torque electromagnético se puede expresar en términos de corrientes de estator y flujos de enlace del rotor, así:

$$T_e = \frac{3}{2} \left(\frac{P}{2} \right) \frac{L_m}{L_r} (i_{qs} \psi_{dr} - i_{ds} \psi_{qr}) \quad (4.2)$$

Donde P es el número de polos del motor de inducción.

Por otro lado, la ecuación mecánica se describe de la siguiente manera:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + T_L = T_e \quad (4.3)$$

Donde J y B son el momento de inercia y el coeficiente fricción viscosa respectivamente, T_L es el torque de carga externo y w_m es la velocidad mecánica actual del rotor en frecuencia angular.

Ahora, de (4.1), (4.2) y (4.3), se puede ver que existe un acoplamiento entre los ejes d y q del rotor para el torque electromagnético generado, lo cual hace que el torque generado sea más

⁵ La explicación teórica de cómo se obtuvo el modelo arriba mencionado y la fundamentación matemática del mismo será explicada de una forma clara en el **Anexo A**.

complicado de controlar. Pero para ello, en un control de campo orientado ideal el eje de flujo de enlace del rotor es forzado a alinearse con el eje d, cumpliéndose las siguientes condiciones:

$$\psi_{qr} = \frac{d\psi_{qr}}{dt} = 0 \quad (4.4)$$

$$\psi_{dr} = \widehat{\psi}_r = \text{constante}$$

Substituyendo (4.4) en las dos últimas ecuaciones de (4.1), las dinámicas del vector de flujo del rotor, ψ_{dr} y ψ_{qr} , se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{dr}}{dt} &= -\frac{R_r}{L_r}\psi_{dr} + \frac{R_r L_m}{L_r}i_{ds} \\ \omega_e - \omega_r &= \frac{R_r L_m}{L_r \psi_{dr}}i_{qs} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Aplicando los resultados de la ecuación (4.4), llamado control de campo orientado, la ecuación de torque electromagnético se puede escribir de la siguiente manera:

$$T_e = K_t i_{qs} \quad (4.6)$$

Donde:

$$K_t = \frac{3P}{4} \frac{L_m}{L_r} \psi_{dr} \quad (4.7)$$

Pero como en estado estacionario o estable:

$$\psi_{dr} = L_m i_{ds}^* \quad (4.8)$$

Por lo tanto, K_t en (4.6) y (4.7) se convierte en:

$$K_t = \frac{3P}{4} \left(\frac{L_m^2}{L_r} \right) i_{ds}^* \quad (4.9)$$

Substituyendo la ecuación (4.6) en (4.3), la ecuación mecánica se puede reescribir de la siguiente manera:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + T_L = K_t i_{qs} \quad (4.10)$$

De acuerdo al análisis anteriormente expuesto, se puede concluir que la ecuación (4.10) compromete las variables necesarias para llevar a cabo el controlador de velocidad en modo deslizante, como lo son: la velocidad mecánica actual del eje del rotor que es la variable a controlar e i_{qs} (corriente de torque) variable con la que se controlará la velocidad del motor, que en primera instancia es nuestro objeto de estudio. De igual manera, el momento de inercia (J), el coeficiente de fricción viscosa (B) y el torque de carga (T_L), son los disturbios externos que no conocemos y por ende corroborarán la robustez del control en modo deslizante, por cuanto éste es insensible ante incertidumbres y perturbaciones externas y variación de parámetros del sistema a ser controlado [1].

Considerando la ecuación mecánica (4.10) con incertidumbres, tenemos que:

$$\dot{\omega}_m(t) = (a + \Delta a)\omega_m(t) + (b + \Delta b)i_{qs}(t) + dT_L \quad (4.11)$$

Donde:

$$a = -\frac{B}{J}, \quad b = \frac{K_t}{J}, \quad d = -\frac{1}{J}$$

Δa y Δb son denotados como las incertidumbres introducidas por los parámetros del sistema J , B y K_t . Ahora definiremos el error de velocidad en variables de estado como sigue:

$$x(t) = \omega_m(t) - \omega_m^* \quad (4.12)$$

Donde ω_m^* denota la velocidad de referencia que debe seguir el sistema. Reemplazamos la ecuación (4.11) en la derivada con respecto al tiempo de la ecuación (4.12) con respecto al tiempo, como se muestra a continuación:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \frac{d\omega_m(t)}{dt} - \frac{d\omega_m^*}{dt}$$

Como ω_m^* es un valor constante, al derivar obtenemos:

$$\dot{x}(t) = \dot{\omega}_m(t) \quad (4.13)$$

Ahora se reemplaza la ecuación (4.11) en la ecuación (4.13) y se resuelve:

$$\dot{x}(t) = (a + \Delta a)\omega_m(t) + (b + \Delta b)i_{qs}(t) + dT_L$$

$$\dot{x}(t) = a\omega_m(t) + bi_{qs}(t) + (\Delta a\omega_m(t) + \Delta bi_{qs}(t) + dT_L)$$

$$\dot{x}(t) = a\omega_m(t) - a\omega_m^* + a\omega_m^* + bi_{qs}(t) + (\Delta a\omega_m(t) + \Delta bi_{qs}(t) + dT_L)$$

$$\dot{x}(t) = ax(t) + a\omega_m^* + bi_{qs}(t) + (\Delta a\omega_m(t) + \Delta bi_{qs}(t) + dT_L)$$

$$\dot{x}(t) = ax(t) + b \left(\frac{a}{b} \omega_m^* + i_{qs}(t) + \frac{1}{b} (\Delta a \omega_m(t) + \Delta b i_{qs}(t) + dT_L) \right)$$

Por lo tanto:

$$\dot{x}(t) = ax(t) + b \left[\bar{i}_{qs} + e(t) \right] \quad (4.14)$$

Donde:

$$e(t) = \frac{\Delta a}{b} \omega_m(t) + \frac{\Delta b}{b} i_{qs} + \frac{d}{b} T_L \quad (4.15)$$

y

$$\bar{i}_{qs} = i_{qs}(t) + \frac{a}{b} \omega_m^* \quad (4.16)$$

La ecuación (4.14) representa la dinámica del error donde $e(t)$ es la incertidumbre del sistema e \bar{i}_{qs} es la entrada de control que deberá llevar el error de velocidad a cero. En la siguiente sección, se propone un controlador de velocidad en modo deslizante, siguiendo los pasos planteados en el capítulo anterior.

4.1 SELECCIÓN DE LA SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO

La elección de la superficie de deslizamiento depende del objetivo que se persiga, es decir cada superficie de deslizamiento esta diseñada para solucionar un problema específico y los resultados que se obtengan dependen en gran medida de esa superficie. Luego es un proceso de prueba hasta obtener una respuesta satisfactoria.

En primera estancia, el control en modo deslizante consiste de dos fases:

- Diseñar una superficie de equilibrio, llamada superficie deslizante, tal que cualquier trayectoria de estados restringida a la superficie deslizante se caracterice por el comportamiento deseado.
- Diseñar una ley de control discontinua para forzar al sistema a moverse sobre la superficie deslizante en un tiempo finito.

A continuación se presentan algunas superficies de conmutación propuestas en diversos artículos científicos, aplicadas al control en motores de inducción. Cada superficie propuesta persigue un objetivo específico, trayendo consigo diferentes características en el desempeño del motor. Con el objetivo de evaluar el diseño y los resultados que se obtienen con el control en modo deslizante, en la sección 4.2 se analiza en profundidad una de tales superficies propuestas y la escogida en la presente tesis.

4.1.1 Superficie de Deslizamiento aplicada a un Controlador de Velocidad en Tiempo Discreto

En principio se usa una superficie de conmutación que tiene en cuenta la posición y velocidad del rotor, puesto que el uso de una superficie deslizante basada únicamente en el error de velocidad, no permitiría alcanzar la dinámica mecánica deseada, a ser impuesta por el controlador en modo deslizante. Esta se presenta a continuación:

$$S(t) = x_2(t) + c_1 x_1(t)$$

Donde x_1 y x_2 son errores de posición y velocidad. Con ésta elección, la operación en modo deslizante hace que el lazo de velocidad del sistema, obtenga una dinámica de primer orden:

$$S(t) = \dot{S}(t) = 0$$

$$\dot{x}_2(t) + c_1 x_2(t) = 0$$

Sin embargo la superficie de conmutación, debería ser alcanzada únicamente cuando el error de velocidad es igual a $-c_1 x_1$. La elección de un c_1 grande suficiente para asegurar una respuesta rápida, debería generalmente conducir a sobreimpulsos de velocidad inadmisibles. Por lo tanto, para superar este problema, una superficie de conmutación fue definida en términos del error de velocidad:

$$S(t) = x_2(t) + c_1 x_1'(t)$$

Donde $x_1'(t)$ se define como:

$$x_1'(t) = \int f(x_2(t)) x_2(t) dt$$

La función $f(x_2(t))$ fue elegida, tal que:

$$0 < f(x_2(t)) < 1$$

$$\lim_{|x_2(t) \rightarrow \infty} f(x_2(t)) = 0$$

$$\lim_{x_2(t) \rightarrow 0} f(x_2(t)) = 1$$

$$\text{sgn}\left(\frac{\partial f(x_2(t))}{\partial x_2(t)}\right) = -\text{sgn}(x_2(t))$$

Así, la convergencia sin grandes sobreimpulsos de velocidad se espera porque:

$$\lim_{x_2(t) \rightarrow \infty} f(x_2(t)) = 0 \Rightarrow \lim_{x_2(t) \rightarrow \infty} S(x(t)) = x_2(t)$$

y mientras, en movimiento deslizando, la dinámica del sistema tiende a una dinámica de primer orden, entonces:

$$\lim_{x_2(t) \rightarrow 0} S(x(t)) = x_2(t) + c_1 \int x_2(t) dt$$

Ahora colocando una constante real positiva a , que satisface la condición anterior, se tiene:

$$f(x_2(t)) = e^{-a(x_2(t))^2}$$

De igual modo para asegurar el modo deslizando en tiempo discreto, la superficie deslizando debe ser alcanzada en un número finito de periodos de muestreo. Después de eso, el punto representativo del sistema debe ser confinado a la superficie deslizando. Para ello se crea una ley de control que garantice lo anterior.

El fin con el que se eligió ésta superficie fue obtener bajos sobreimpulsos en la respuesta de velocidad, haciendo que ésta sea rápida y precisa [37].

4.1.2 Superficie de Deslizamiento aplicado a un Control Directo de Velocidad

Se escoge una superficie de conmutación que asegure la convergencia a cero en tiempo finito del error de velocidad.

Primero se introduce la función de error E_{w1} y la variable auxiliar E_{w0}

$$E_{w1}(t) = W(t) - W^*(t)$$

$$E_{w0}(t) = \int E_{w1}(t) dt = \int [W(t) - W^*(t)] dt$$

Donde $W^*(t)$ y $W(t)$ son las velocidades de referencia y la actual respectivamente.

Se define la superficie deslizante como:

$$S_w(t) = K_w E_{w0}(t) + E_{w1}(t)$$

Estableciendo la primera y segunda derivada con el tiempo, y usando la correspondencia que se muestra a continuación:

$$z_1 = S_w; \quad z_2 = \dot{z}_1$$

La ecuación del sistema se puede representar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= K_w \frac{dW}{dt} + \frac{d^2W}{dt^2} - K_w \frac{dW^*}{dt} - \frac{d^2W^*}{dt^2} \end{aligned} \quad (4.17)$$

Introduciendo en este modelo la expresión de la primera derivada de la velocidad mecánica, deducida por la ecuación mecánica, donde T_e es el torque electromagnético, T_L el torque de carga y J la constante de inercia:

$$\frac{dW}{dt} = \left(\frac{T_e - T_L - BW}{J} \right)$$

la ecuación (4.17) se puede escribir como:

$$\dot{z}_1 = z_2$$

$$\dot{z}_2 = K_w \frac{T_e - T_c - BW}{J} + \frac{d}{dt} \left(\frac{T_e - T_c - BW}{J} \right) - K_w \frac{dW^*}{dt} - \frac{d^2 W^*}{dt^2} \quad (4.18)$$

Introduciendo en la ecuación (4.18) las expresiones de torque electromagnético y su derivada, se da lo siguiente:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= \Gamma(t) + \alpha K_w v_{st} \end{aligned}$$

α es una constante positiva igual a $3pF/2r_s J$ y

$$\Gamma(t) = \left[\alpha R_s (\dot{i}_{sq} \cos \varphi - \dot{i}_{sd} \operatorname{sen} \varphi) - \alpha K_w \varphi_f \dot{F} - \frac{K_w}{J} T_r - \frac{1}{J} \frac{dT_r}{dt} - K_w \frac{dW^*}{dt} - \frac{d^2 W^*}{dt^2} - \alpha \dot{\varphi} v_{sf} \right]$$

siendo F el flujo de estator, φ su fase, R_s la resistencia de estator, p el numero de polos y v_{sf} y v_{st} las componentes del voltaje de estator.

En particular la derivada del torque electromagnético se deduce bajo la hipótesis que z_2 ha alcanzado la superficie $z_1 = 0$. Esto permite considerar la magnitud del flujo constante.

$$\dot{T}_e = -\frac{3pF}{2r_s} v_{sf} + \frac{3}{2} pF (\dot{i}_{sq} \cos \varphi - \dot{i}_{sd} \operatorname{sen} \varphi)$$

La superficie mostrada permite controlar la velocidad evitando la medida o estimación de su derivada [38].

4.1.3 Superficie de Deslizamiento para Control de Velocidad y Flujo del Rotor

La superficie de conmutación consiste en la construcción de funciones de conmutación. La respuesta transitoria del sistema se determina por esta superficie de conmutación si el modo deslizante existe.

Primero, los errores de velocidad y flujo del rotor se introducen:

$$e_1 = x_1^* - x_1$$

$$e_2 = x_3^* - x_3$$

Donde x_1^* y x_3^* son los valores de referencia del flujo del rotor y velocidad, respectivamente.

Ahora, una superficie deslizante se introduce en términos de errores:

$$s_1 = c_1 e_1 + \frac{d}{dt} e_1$$

$$s_2 = c_2 e_2 + \left\{ \frac{d}{dt} e_2 \right\} / x_1$$

Estas ecuaciones caracterizan las desviaciones del estado deseado. Si el modo deslizante es alcanzado y sostenido, entonces $s_1 = 0$ y $s_2 = 0$. Los errores de flujo del rotor y velocidad decrecerán exponencialmente con las proporciones de c_1 y c_2 , respectivamente. Cuando el flujo del rotor alcanza su valor de estado estable, x_1 es constante. Por lo tanto la superficie de conmutación $s_2 = 0$ es aún una línea recta como se muestra en la Figura 4.1.

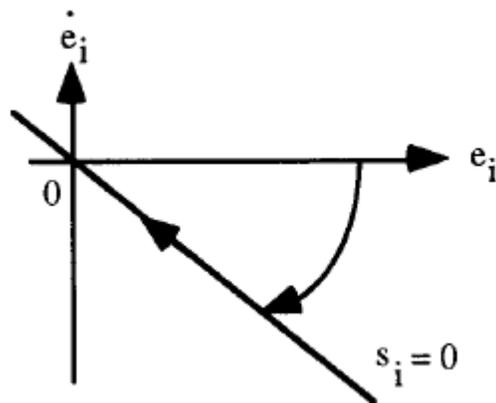


Figura 4.1 Superficie de conmutación en el plano de fase $s_i = 0$; $i = 1,2$

La superficie de conmutación mencionada anteriormente se propone basada en la existencia de una función indiscutible definida positiva. La característica principal es que la superficie de conmutación del flujo del rotor es una combinación de las variables de estado y la superficie de conmutación de la velocidad es aún lineal cuando el flujo el rotor alcanza su valor de estado estable [39].

4.2 SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO CON COMPONENTE INTEGRAL Y ESTABILIDAD EXPONENCIAL, PARA CONTROL DE VELOCIDAD

Dadas las características para las que fue diseñada, las cuales se ajustan adecuadamente a los objetivos propuestos en nuestra tesis, el desarrollo del controlador en modo deslizante se realizara con la superficie de deslizamiento dada la ecuación (4.19). Procederemos luego con el diseño del controlador en modo deslizante siguiendo los pasos dados en el ítem 3.1 (Resume y procedimiento)

Para la selección de la superficie de deslizamiento, usamos la función propuesta en el artículo “A New Switching Surface Sliding-Mode Speed Control For Induction Motor Drive Sistem ” [1].

$$S(t) = h \left[x(t) - \int_0^t (a + bk)x(\tau) d\tau - x(0) \right] \quad (4.19)$$

Donde h debe ser una constante positiva, k es la ganancia lineal de realimentación y $x(t)$ es el error de velocidad, a y b las constantes definidas anteriormente en la ecuación (4.11) y $x(0)$ denota las condiciones iniciales del sistema.

Esta superficie de deslizamiento tiene un componente integral, con propósitos de obtener una estabilidad exponencial para el control de velocidad en el motor de inducción.

Si la trayectoria del sistema dado en la ecuación (4.14), es atrapada por la región de deslizamiento dada en la ecuación (4.19), teniendo en cuenta que $S(t) = \dot{S}(t) = 0$, entonces las dinámicas equivalentes del sistema dadas en la ecuación (4.14) están gobernadas por:

$$\dot{x}(t) = (a + bk)x(t) \quad (4.20)$$

La ecuación (4.20) es el resultado de derivar con respecto al tiempo la ecuación (4.19), teniendo en cuenta que $S(t) = \dot{S}(t) = 0$ cuando la dinámica del sistema es atrapada por la región de deslizamiento.

Si el término de la ecuación (4.20) $(a + bk) < 0$, se puede asegurar que el error de la velocidad convergerá a cero exponencialmente. Esto se logrará con un diseño adecuado de k .

Comparando la ecuación (4.14) con la ecuación (4.20) podemos observar que si $\bar{i}_{qs} = kx(t) - e(t)$, la ecuación (4.14) será equivalente a la ecuación (4.20), dado que $e(t)$ es desconocido y puede tomar cualquier valor (incertidumbre del sistema), esto nos lleva a buscar un control de la forma:

$$\bar{i}_{qs} = kx(t) - \bar{\beta} \operatorname{sgn}(S(t)) \quad (4.21)$$

Donde:

$$\operatorname{sgn}(S(t)) = \begin{cases} +1 \Leftrightarrow S(t) > 0 \\ -1 \Leftrightarrow S(t) < 0 \end{cases}$$

y $\bar{\beta}$ es diseñado como el límite superior de la incertidumbre, tal que:

$$\bar{\beta} > |e(t)|$$

Si se cumple esta condición ($\bar{\beta} > |e(t)|$) podemos asegurar que β absorberá la incertidumbre $e(t)$.

La corriente de control de torque a la salida del controlador en modo deslizante puede ser obtenida al sustituir directamente la ecuación (4.21) en la ecuación (4.16).

A continuación, verificaremos que se cumplan las condiciones de transversalidad, invarianza y que exista una intersección entre las regiones de deslizamiento con el objetivo de comprobar que la ley de control \bar{i}_{qs} obligará a la dinámica del error a permanecer sobre la superficie de deslizamiento.

4.3 CONDICIÓN DE TRANSVERSALIDAD

Comprobaremos que existe una región de deslizamiento en torno a la superficie de conmutación, verificando se cumpla la condición dada en la sección 2.5.

$$\langle \nabla S, g(x) \rangle \neq 0$$

Si la ecuación mecánica del sistema (4.14), la llevamos a la forma:

$$\dot{x} = f(x, t) + \mu g(x, t)$$

$$\dot{x}(t) = (ax(t) + be(t)) + \mu(t)b = f(x) + \mu(t)g(x) \quad (4.22)$$

Donde $\mu(t)$ es la acción de control. Entonces, tenemos que:

$$f(x) = ax(t) + be(t) \quad (4.23)$$

$$\mu(t) = \bar{i}_{qs} \quad (4.24)$$

$$g(x) = b \quad (4.25)$$

Ahora hallaremos ∇S :

$$\nabla S = \frac{\partial S}{\partial x}$$

$$\nabla S = \frac{\partial \left(hx(t) - h \int_0^t (a + bk)x(\tau) d\tau + c \right)}{\partial x(t)}$$

$$\nabla S = h \quad (4.26)$$

Si reemplazamos la ecuación (4.25) y (4.26) en la condición de transversalidad dada en la sección 2.5, obtenemos que se cumple la condición de transversalidad siempre que:

$$h \wedge b \neq 0$$

4.4 CONTROL EQUIVALENTE

Ahora obtendremos el control equivalente según la ecuación (2.17). Para ello primero calcularemos el resultado de la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial \left(hx(t) - h \int_0^t (a + bk)x(\tau) d\tau + c \right)}{\partial t}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \dot{S}(t) = h \dot{x}(t) - h(a + bk)x(t)$$

Cuando el sistema se encuentra en la región de deslizamiento, tenemos que $\dot{x} = 0$ por lo tanto la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = -h(a + bk)x(t) \quad (4.27)$$

Remplazamos los valores de las ecuaciones (4.23), (4.25), (4.26) y (4.27) en la ecuación (2.17), teniendo en cuenta que, además, en nuestro caso particular x es un escalar, tenemos lo siguiente:

$$\mu_{eq} = \frac{-\left(h(ax(t) + be(t))\right) - \left(-h(a + bk)x(t)\right)}{bh}$$

$$\mu_{eq} = kx(t) - e(t) \quad (4.28)$$

Asumiendo de nuevo que $\mu^- < \mu^+$, entonces el control equivalente debe cumplir $\mu^- < \mu_{eq} < \mu^+$. De la ecuación (4.21) y (4.24), para garantizar la existencia del régimen de deslizamiento, se escoge el parámetro beta ($\bar{\beta}$), tal que cumpla con la siguiente condición:

$$\bar{\beta} > |e(t)|$$

Este resultado se muestra gráficamente en la figura 4.2:

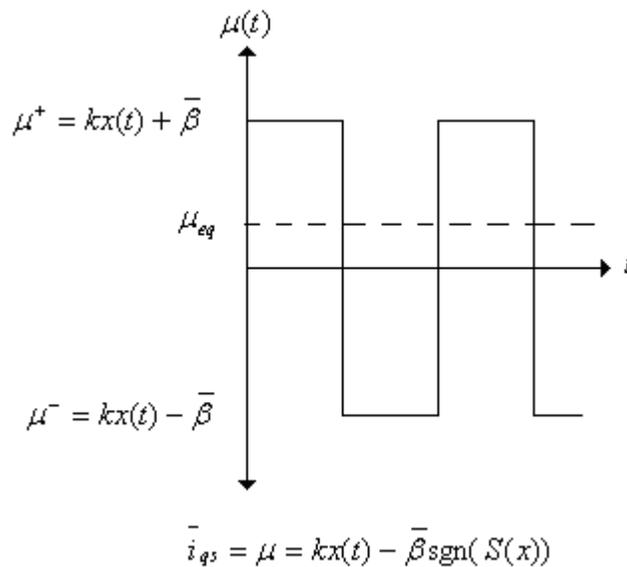


Figura 4.2 Acción de control μ_{eq}

4.5 REGIONES DE DESLIZAMIENTO

Las regiones de deslizamiento están definidas en la ecuación (2.26):

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{R}^+ = \{x \in \mathfrak{R}^n : \langle \nabla S, f(x) + \mu^+ g(x) \rangle < 0\} \\ \mathfrak{R}^- = \{x \in \mathfrak{R}^n : \langle \nabla S, f(x) + \mu^- g(x) \rangle > 0\} \end{array} \right\}$$

Donde:

$$f(x) = ax(t) + be(t)$$

$$g(x) = b$$

$$\mu^+ = kx(t) + \bar{\beta}$$

$$\mu^- = kx(t) - \bar{\beta}$$

Por lo tanto:

$$\mathfrak{R}^+ = \left\{ x \in \mathfrak{R} : h\left(ax(t) + be(t) + bkx(t) - b\bar{\beta}\right) < 0 \right\}$$

$$\mathfrak{R}^- = \left\{ x \in \mathfrak{R} : h\left(ax(t) + be(t) + bkx(t) + b\bar{\beta}\right) > 0 \right\}$$

Resolviendo, tenemos que:

$$\mathfrak{R}^+ = \left\{ x \in \mathfrak{R} : (a + bk)x(t) < b\left(\bar{\beta} - e(t)\right) \right\} \quad (4.29)$$

$$\mathfrak{R}^- = \left\{ x \in \mathfrak{R} : (a + bk)x(t) > -b\left(\bar{\beta} + e(t)\right) \right\} \quad (4.30)$$

Las regiones de deslizamiento implican:

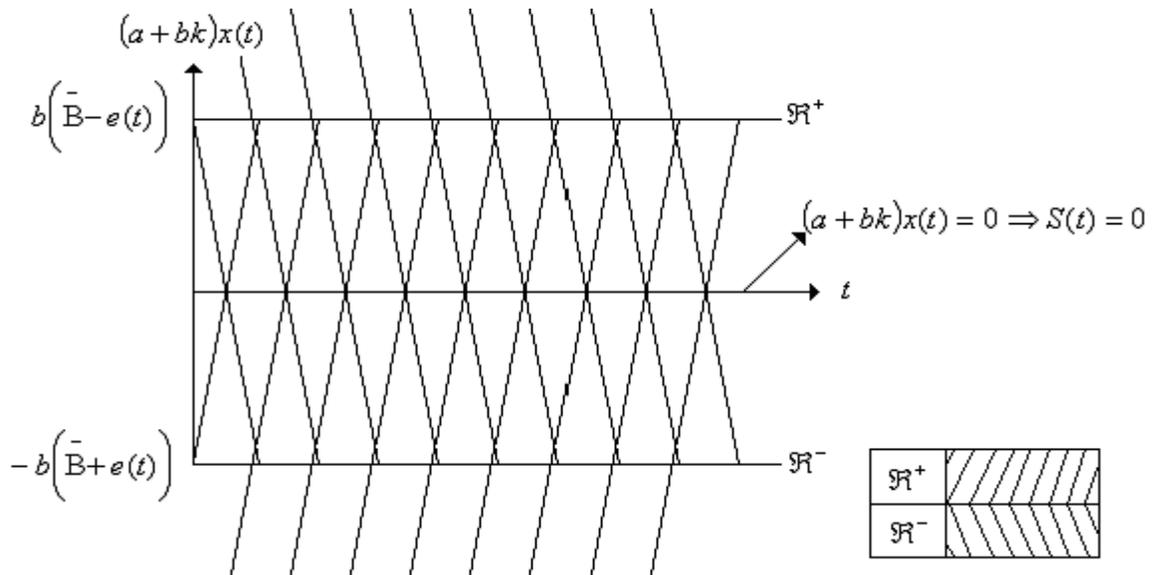


Figura 4.3 Regiones de deslizamiento

Luego $\mathfrak{R}^+ \cap \mathfrak{R}^- \cap S \neq \emptyset \forall x(t)$ y $\mathfrak{R}^+ \cup \mathfrak{R}^- = \mathfrak{R}$. Por lo tanto, tenemos estabilidad global asintótica.

4.6 CONDICIÓN DE INVARIANZA

La condición de invarianza se encuentra definida por la ecuación (2.12). Ahora remplazaremos las ecuaciones (4.23), (4.26) y (4.28) en (2.12) y resolvemos:

$$h(ax(t) + be(t) + b(kx(t) - e(t))) = 0$$

$$(a + bk)x(t) = 0 \Leftrightarrow x(t) = 0 \Rightarrow S(t) = 0 \tag{4.31}$$

Vemos que se cumple la condición de invarianza.

4.7 PUNTO DE EQUILIBRIO DE LA DINÁMICA DE DESLIZAMIENTO

El punto de equilibrio deseado es donde el error de velocidad sea cero, es decir $x(t) = 0$ y su derivada $\dot{x} = 0$. Luego de (4.14) se obtiene:

$$\mu_{eq}^* = -e(t) \quad (4.32)$$

Donde:

$$\dot{i}_{qs}^* = \mu_{eq}^*$$

4.8 ESTABILIDAD ASINTÓTICA

Comprobaremos la estabilidad del sistema en el modo deslizante. Este resultado lo podemos verificar usando la función candidata a ser función de Lyapunov:

$$V = S^2(t) \quad (4.33)$$

Derivo la ecuación (4.33) con respecto al tiempo:

$$\dot{V} = 2S(t)\dot{S}(t) < 0 \Leftrightarrow S(t)\dot{S}(t) < 0 \quad (4.34)$$

Reemplazo la derivada con respecto al tiempo de $S(t)$ en (4.34)

$$\dot{V} = S(t) \left(h\dot{x}(t) - h(a + bk)x(t) \right) \quad (4.35)$$

Reemplazo la ecuación (4.22) en (4.35) y resuelvo:

$$\dot{V} = S(t)(hax(t) + hb\mu(t) + hbe(t) - hax(t) - hbkx(t))$$

$$\dot{V} = S(t)(hb(\mu(t) - kx(t)) + hbe(t)) \quad (4.36)$$

Sustituyo ecuación (4.21) en (4.36):

$$\dot{V} = -hbS(t)\left(\bar{\beta} \text{Sign}(S(t)) - e(t)\right) \quad (4.37)$$

Por lo tanto, de la ecuación (4.37) podemos concluir:

$$\text{Si } S(t) > 0 \Rightarrow S(t)\dot{S}(t) = -hbS(t)\left(\bar{\beta} - e(t)\right) < 0 \quad \forall \quad x(t)$$

$$\text{Si } S(t) < 0 \Rightarrow S(t)\dot{S}(t) = -hbS(t)\left(\bar{\beta} + e(t)\right) < 0 \quad \forall \quad x(t)$$

Siempre que $h > 0$

4.9 DIAGRAMA DE BLOQUES DEL CONTROLADOR

En la siguiente Figura se mostrará el diagrama de bloques del controlador diseñado.

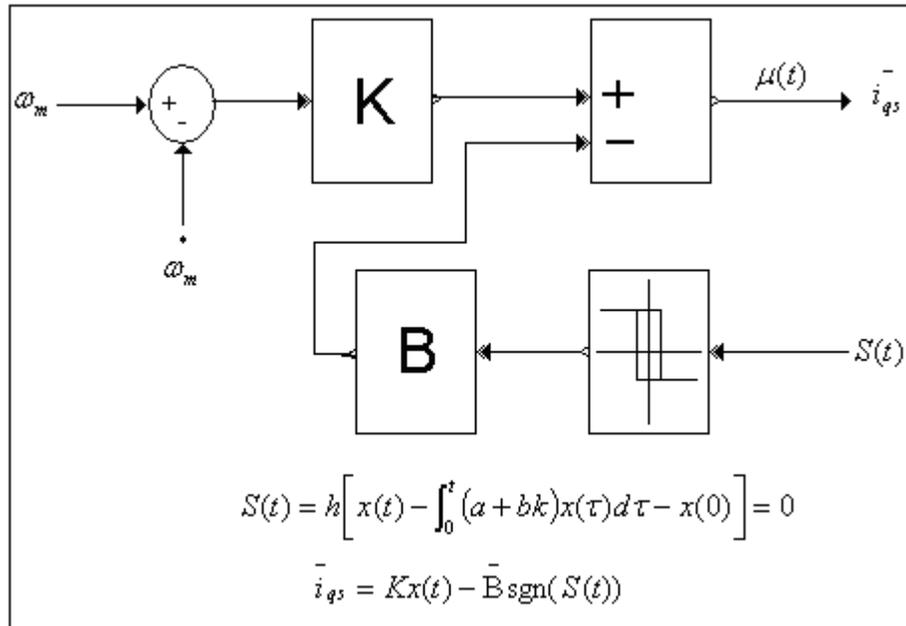


Figura 4.4 Diagrama de bloques del controlador en modo deslizante

En conclusión, podemos decir que si esta ley de control es adecuada, el término incierto depende del par de carga el cual se asume desconocido y por tanto la magnitud de la incertidumbre $e(t)$ (de su definición) depende fundamentalmente de la carga. Para poder absorber la incertidumbre del par, Beta debe ser grande y es desconocido a priori.

Cuando el Beta es muy grande, se genera una mayor oscilación en la respuesta del sistema (chattering), ya que la acción de control conmuta en valores muy grandes básicamente de la magnitud de Beta.

Por lo tanto en el desarrollo de esta aplicación propondremos un controlador de estructura variable adaptativo el cual consta básicamente de un algoritmo estimador con el fin de estimar el disturbio de carga, lo que implica que el sistema tendrá una respuesta mas suave ante la presencia de disturbios de carga ya que la magnitud de la acción de control será la estimada por el control, que es proporcional a la magnitud del disturbio aplicado (independiente de Beta). El desarrollo de este control se encuentra explicado el capítulo 5, en el ítem 5.4 (Cuarta comparación).

CAPITULO 5: MONTAJE DE SIMULACIÓN

El modelo del motor implementado en Simulink se presenta en [28] y tiene la ventaja, que sirve para simular la máquina de inducción en cualquier referencia arbitraria, con sólo cambiar la velocidad de referencia (W_{mech_0}).

El modelo completo del motor de inducción que se muestra en la Figura 5.1, se compone de los siguientes bloques:

- *Bloque designado como Modelo del Motor:* Se utiliza para calcular las señales de referencia para los controladores PI⁶ de flujo de campo y de corriente I_{qs} , I_{ds} respectivamente, como también el ángulo θ_{da} , a partir de las corrientes de fase del motor actuales (i_a , i_b e i_c) y la velocidad mecánica actual [28].
- *Bloque designado como $dq \rightarrow abc$:* A partir de la estimación del ángulo θ_{da} y los voltajes de referencia v_{sd}^* y v_{sq}^* , se realiza la transformación de marcos de referencia de dq a abc [28], dando como resultado las señales de voltaje de cada una de las tres fases del motor.
- *Bloque designado como Motor Actual:* A partir de los voltajes calculados en el bloque anterior y la velocidad mecánica actual se calculan las corrientes de fase (i_a , i_b e i_c) que físicamente entrarían al motor [28], como también el torque electromagnético que al ser combinado con la ecuación mecánica (4.10), genera la velocidad que el motor debe experimentar.
- *Bloque designado como Control Sliding:* Se utiliza para resolver las ecuaciones del capítulo 4 (ecuación (4.19) a ecuación (4.21)). Su entrada es la velocidad de referencia

⁶ El diseño de los controladores PI se encuentra en el Anexo B

W_{mech_0} (seleccionable por el usuario) y su salida es la señal de corriente I_{qs} , responsable del torque electromagnético, que a su vez genera la velocidad mecánica del motor requerida. Este bloque se muestra en la Figura 5.2, en el podemos observar dos bloques nuevos denominados “Superficie de deslizamiento” y “Sliding Control”.

- El bloque Superficie de deslizamiento es utilizado para resolver la ecuación (4.19). Ver Figura 5.3.
- El bloque Sliding Control, es utilizado para resolver las ecuaciones (4.16), (4.21), sus entradas y salidas se muestran en la Figura 5.4

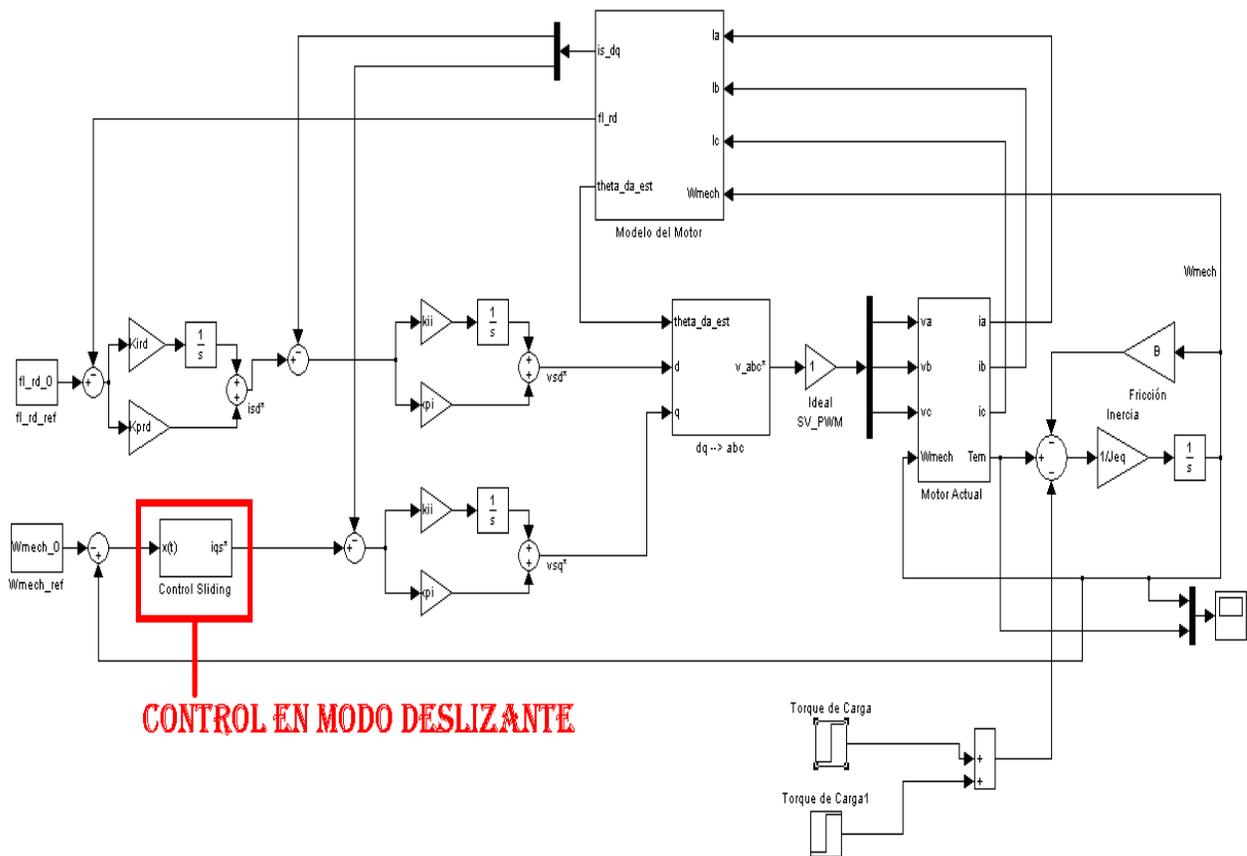


Figura 5.1 Modelo Fundamental para Simulación del Sistema de Control en Modo Deslizante

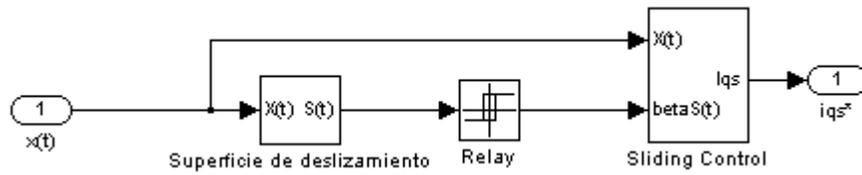


Figura 5.2 Bloque Control Sliding

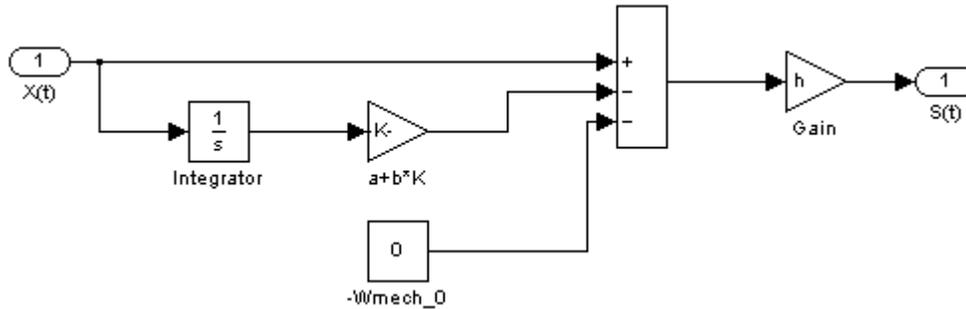


Figura 5.3 Bloque Superficie de Deslizamiento

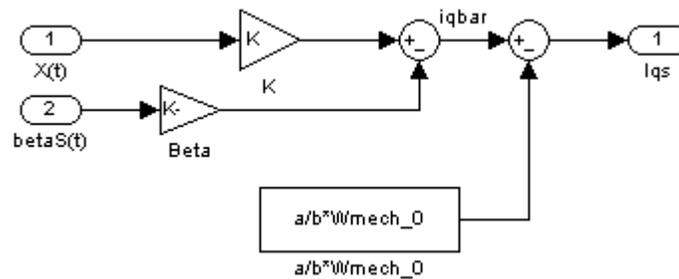


Figura 5.4 Bloque Sliding Control

5.1 SIMULACIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD

La máquina de inducción debido a sus características constructivas y su naturaleza de funcionamiento, es un sistema de significativa complejidad en términos de análisis y modelación. Siendo así, su modelado es afectado por varias idealizaciones con el objetivo de hacer más simple, tanto el propio proceso de modelación, el modelo resultante y por último el proceso de simulación. Con este mismo objetivo, son también utilizados cambios de variables que permiten obtener modelos más simples para el motor de inducción, sin implicar idealizaciones. En la literatura donde se estudian los problemas del control del motor de inducción, el modelo es presentado de diversas formas equivalentes.

Con el objetivo de poner en práctica las técnicas descritas en los capítulos anteriores y de comprobar el desempeño del controlador por modos deslizantes a través de una simulación, se implementaron dos tipos de controladores para regular la velocidad de un motor de inducción, cuyo modelo matemático se presentó en el capítulo cuarto (ecuaciones (4.14) a (4.16), Figura 4.4 y ver anexo A “Diseño de controladores para referencia de corriente y flujo”). El primer tipo corresponde a las técnicas descritas en los capítulos segundo y tercero, mientras que el otro se diseñó por medio de la teoría clásica (Control PI), utilizando el método de respuesta en frecuencia (ver anexo B), buscando de esta manera establecer una comparación entre éstos dos tipos de controladores en el dominio del tiempo, por lo tanto se tendrán en cuenta los siguientes factores: respuesta transitoria (rapidez y estabilidad relativa) y seguimiento de señales de referencia (error de estado estable).

A continuación se presentan los controladores diseñados y se mostrarán las simulaciones efectuadas sobre el motor de inducción acoplado con cada uno de estos controladores. Para realizar estas simulaciones se planteó un patrón de comportamiento que permitiera comparar el desempeño de los controladores diseñados. Este patrón está definido de la siguiente manera:

La condición inicial del sistema, parte que el motor de inducción se encuentra en régimen permanente a una velocidad determinada de $185.4 \frac{rad}{seg}$ (W_{mech_0}), con un torque de carga ya definido de 20 Nm (TL_0) y los parámetros nominales de la planta, con los que se diseñaron los controladores. A los 0.1 seg se aplica un disturbio al sistema, es decir en 0.1 seg se disminuirá el torque electromagnético a la mitad y a los 0.5 seg se aplicará otro disturbio (un escalón), del mismo valor que en $t = 0$ seg, de tal forma que lleve de nuevo al torque electromagnético a su valor inicial, con lo que se pretende medir las características de seguimiento a una referencia del sistema (ver tabla 5.1).

Con el objetivo de una mejor visualización en las graficas de simulación, en el caso de la simulación de los controladores por modo deslizante, el segundo disturbio se aplicara a los 0.3seg

Posteriormente se variarán los parámetros nominales y se realizarán de nuevo las pruebas comentadas en el párrafo anterior, con el fin de observar el comportamiento del sistema después de la variación en uno de sus parámetros.

5.2 CASO 1: SIMULACIÓN PARÁMETROS NOMINALES DE LA PLANTA

En la Tabla 5.1 se presentan los parámetros nominales del motor de inducción para el cual se diseño el control de velocidad y en las Figuras 5.5 y 5.6 se muestra el comportamiento del sistema ante la simulación con parámetros nominales, tanto para el Control PI como para el Control en Modo Deslizante, respectivamente.

Tabla 5.1 Parámetros nominales
PARÁMETROS DE SIMULACIÓN
(PLANTA NOMINAL)

| | |
|---|-------------------------------|
| Fricción Viscosa (B) | 5.15×10^{-4} N.m/rad |
| Momento de Inercia (Jeq) | 0.025 kg.m ² |
| Torque de Carga (TL_0), Tiempo = 0 s | 20.33 N.m |
| Torque de Carga (TL_0), Tiempo = 0.1 s | 10.16 N.m |
| Torque de Carga (TL_0), Tiempo = 0.5 s, (0.3s Sliding) | 20.33 N.m |
| Velocidad Mecánica (Wmech) | 185.4 rad/s |

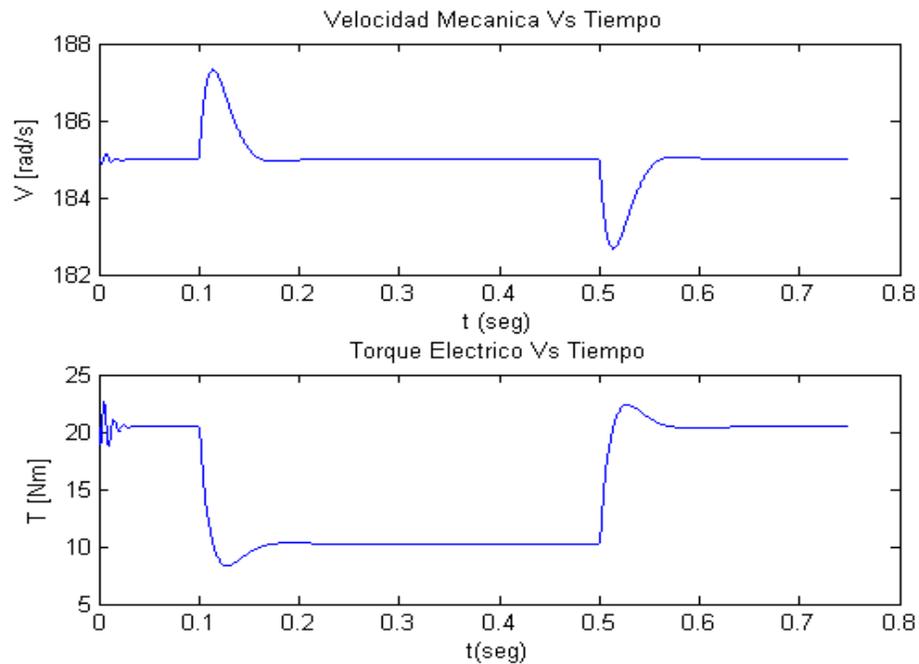


Figura 5.5 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Parámetros Nominales)

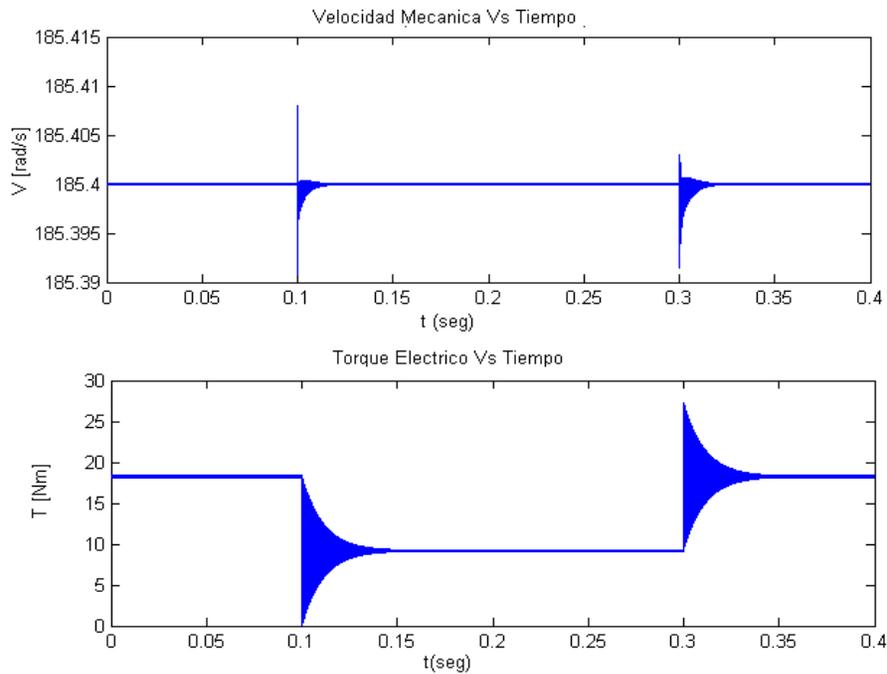


Figura 5.6 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Parámetros Nominales)

Como se puede observar, en la Figura 5.5, la respuesta del sistema ante el Control PI, con torque de carga aplicado en $t = 0.1$ seg y en $t = 0.5$ seg, presenta sobreimpulso y tiempo de establecimiento superiores tanto en la gráfica de velocidad como la de torque electromagnético desarrollado, a la encontrada en la respuesta con Control en Modo Deslizante. De igual manera, las oscilaciones que se presentan en $t = 0$ seg, obedecen a que los controladores PI de flujo y de corriente excitan dinámicas no modeladas.

Por el contrario en la Figura 5.6, se observa el comportamiento de la señal de velocidad, ante los diferentes disturbios mostrados en la tabla 5.1 con sobreimpulsos menores al 0.5% y tiempos de establecimiento menores a los 100 ms, lo que significa una rápida respuesta a la referencia de entrada, demostrando la robustez de la técnica empleada. Por el contrario, en la gráfica de torque electromagnético, se observa un mayor sobreimpulso que se debe a que el controlador en modo deslizante tiene que efectuar un mayor esfuerzo de control para superar el parámetro Beta.

A continuación se mostrará las respuestas del sistema ante la variación de los parámetros desconocidos de la planta como lo son: el momento de inercia (J_{eq}) y el coeficiente de fricción viscosa (B), con el fin de comparar el desempeño de los dos controladores mencionados anteriormente, con la respuesta obtenida al simular la planta con parámetros nominales, mostrada en las Figuras 5.5 (Control PI) y 5.6 (Control en Modo Deslizante).

5.3 CASO 2: VARIACIÓN DEL MOMENTO DE INERCIA

- **Momento de Inercia (J_{eq})** = 0.075 kg.m^2 (Variación 300% sobre el nominal)
Fricción Viscosa (B) = $5.15 \times 10^{-4} \text{ N.m/rad}$

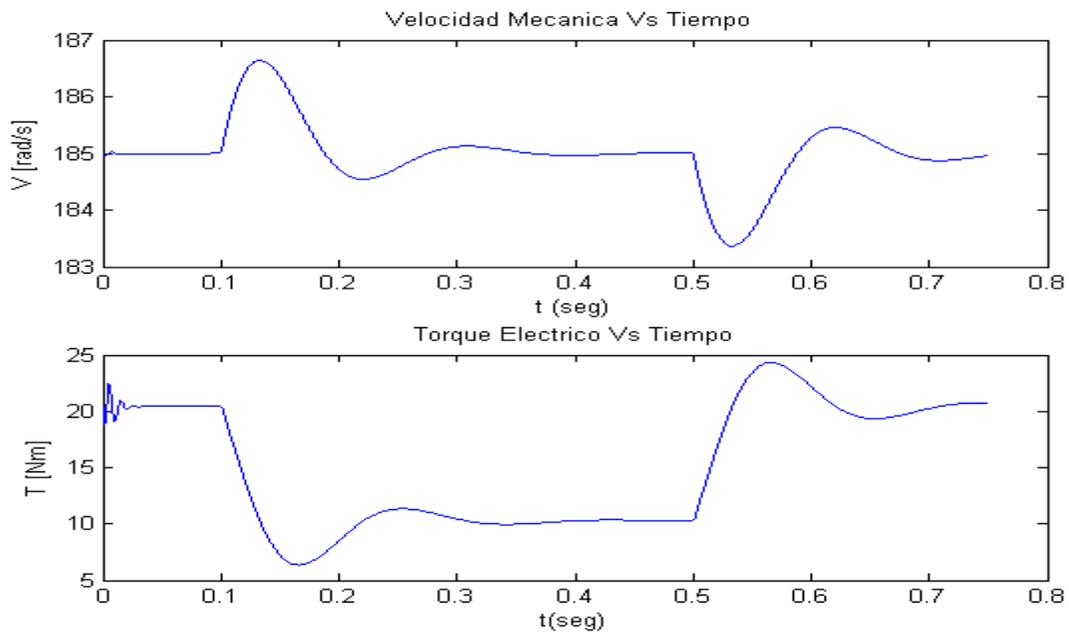


Figura 5.7 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq}=0.075 \text{ kg.m}^2$))

Debemos recordar que el incremento del momento de inercia del motor de inducción es mucho más crítico en el momento de arranque que cuando está en movimiento, es decir, se va a generar un mayor consumo de energía, lo que produce un aumento en las corrientes de fase, pudiendo dañar los bobinados del rotor, si superan cinco veces la corriente nominal. Por el contrario, si está en movimiento, el cambio en la referencia de velocidad se hace más rápido, en donde el aumento en la inercia no produce mucho efecto.

En las Figuras 5.7 y 5.8 se muestran las respuestas del sistema con los controladores convencionales y las señales de salida referentes a la velocidad y torque electromagnético del motor respectivamente, ante la variación del parámetro referente al momento de inercia, por encima y por debajo del nominal.

De ahí, se puede observar, que al incrementar el valor nominal del momento de inercia ($J_{eq} = 0.075 \text{ kg.m}^2$) ante la primera perturbación aplicada en el instante $t = 0.1 \text{ seg}$, genera un sobreimpulso de 15% en la respuesta del sistema y no alcanza a estabilizarse cuando ocurre el segundo disturbio, pasados 0.4 segundos, es decir en $t = 0.5 \text{ seg}$. El tiempo de establecimiento y los sobreimpulsos implicados en el sistema, poseen una variación considerable con respecto a la respuesta obtenida al simular el sistema con los parámetros nominales de la planta y a medida en que la inercia se incrementa se va deteriorando cada vez más la respuesta del sistema.

Por el contrario, se pudo notar en la simulación cuando se decrementó el valor del momento de inercia, con la misma magnitud de coeficiente de fricción viscosa, de la simulación anterior, que no existe una diferencia muy grande en la respuesta del sistema mostrado en la Figura 5.7 ante las dos perturbaciones, si las comparamos con la gráfica 5.5 (simulación PI con parámetros nominales).

Momento de Inercia (J_{eq}) = 0.0063 kg.m² (Variación 400% por debajo del nominal)

Fricción Viscosa (B) = 5.15×10^{-4} N.m/rad

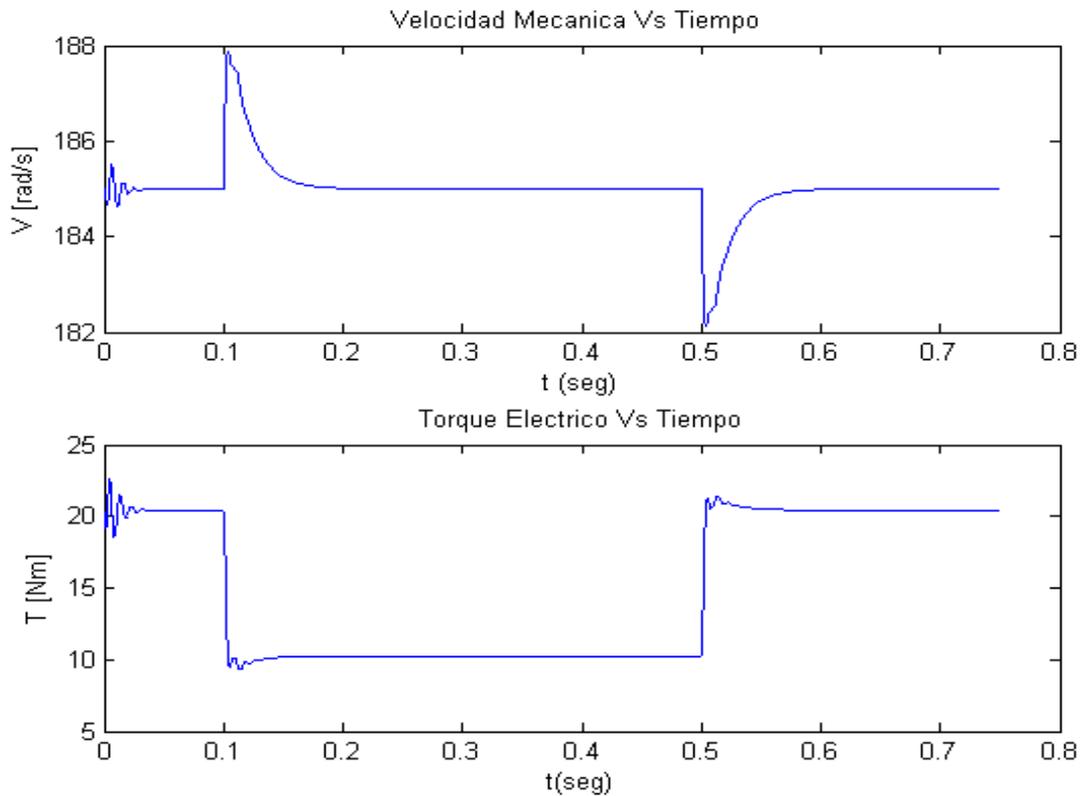


Figura 5.8 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Decremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq}=0.0063$ kg.m²))

A continuación, se procederá a simular el control en modo deslizante y determinar el desempeño de éste controlador ante la variación del parámetro correspondiente al momento de inercia con la misma magnitud con la que se realizó las simulaciones anteriores referentes a las Figuras 5.7 y 5.8

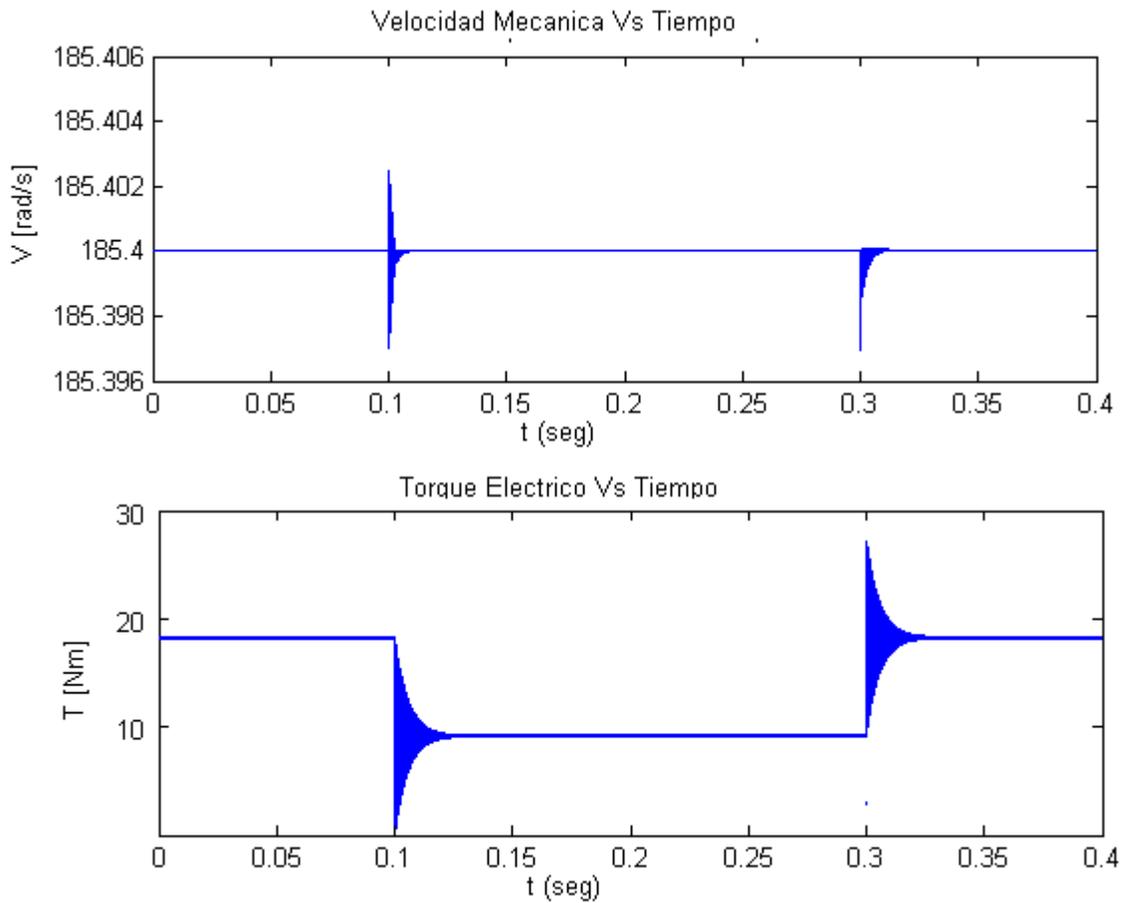


Figura 5.9 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq} = 0.075 \text{ kg.m}^2$))

Como se puede observar en las Figuras 5.9 y 5.10, las perturbaciones aplicadas en los instantes 0.1seg y 0.3seg, generan un transitorio con un tiempo de establecimiento de 100ms aproximadamente y un sobreimpulso menor del 1% en las gráficas de velocidad. También se puede observar en las Figuras 5.9 y 5.10 al compararlas con la Figura 5.6 (simulación con parámetros nominales), que no existe una diferencia considerable (tiempos de establecimiento menores a 100ms y sobreimpulso menores al 2%) entre las respuestas del sistema ante las dos perturbaciones, a pesar de haber realizado una variación considerable en el parámetro referente al momento de inercia. Esto permite verificar la propiedad de invariabilidad de control por modo deslizante y su gran velocidad de respuesta.

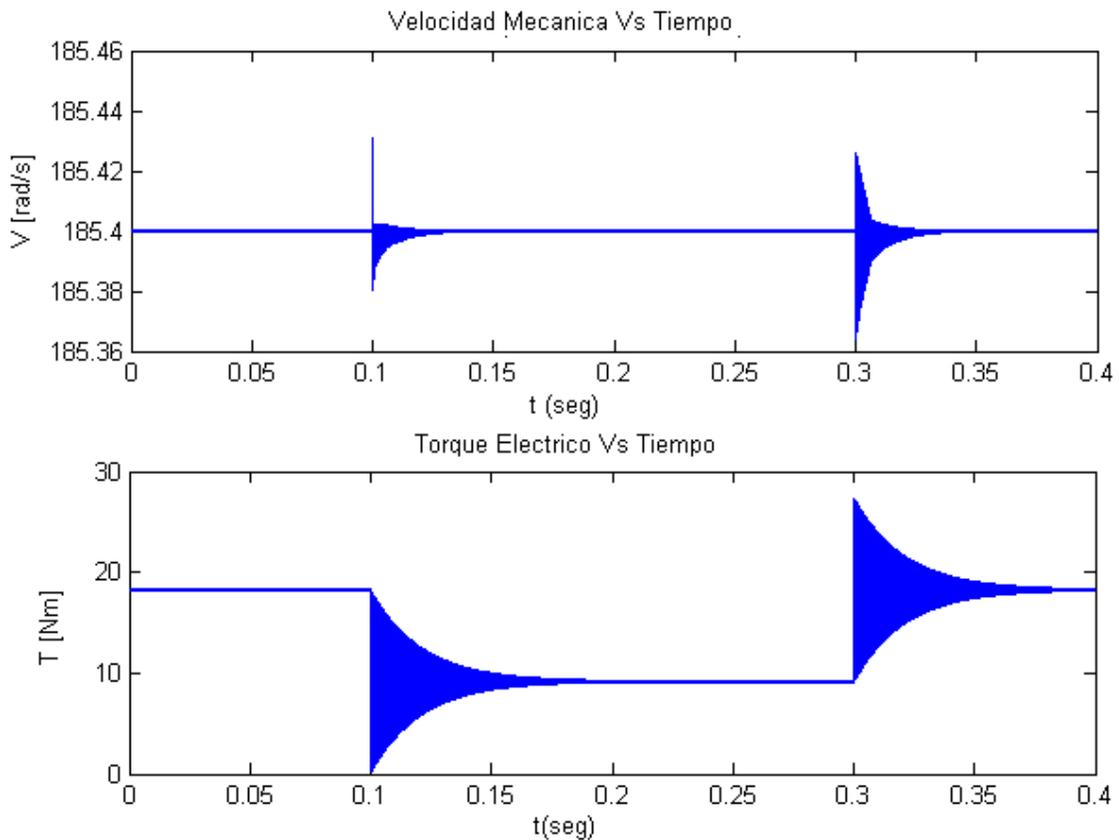


Figura 5.10 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Decremento en el valor nominal del momento de Inercia ($J_{eq} = 0.0063 \text{ kg.m}^2$))

Por el contrario, en las respuestas de torque electromagnético, tanto en la Figura 5.9 como en la 5.10, se observa un aumento en los sobreimpulsos del 50% ante cada disturbio y esto se debe principalmente a un esfuerzo de control mayor, que el controlador en modo deslizante debe realizar para superar el parámetro Beta, mencionado en los capítulos anteriores. Por su parte, los tiempos de establecimiento siguen siendo inferiores a los proporcionados por el control PI logrando una aceleración en el tiempo de respuesta

5.4 CASO 3: VARIACIÓN DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN

- **Momento de Inercia (J_{eq})** = 0.025 kg.m²

Fricción Viscosa (B) = 5.15×10^{-2} N.m/rad (*Variación 100% sobre el nominal*)

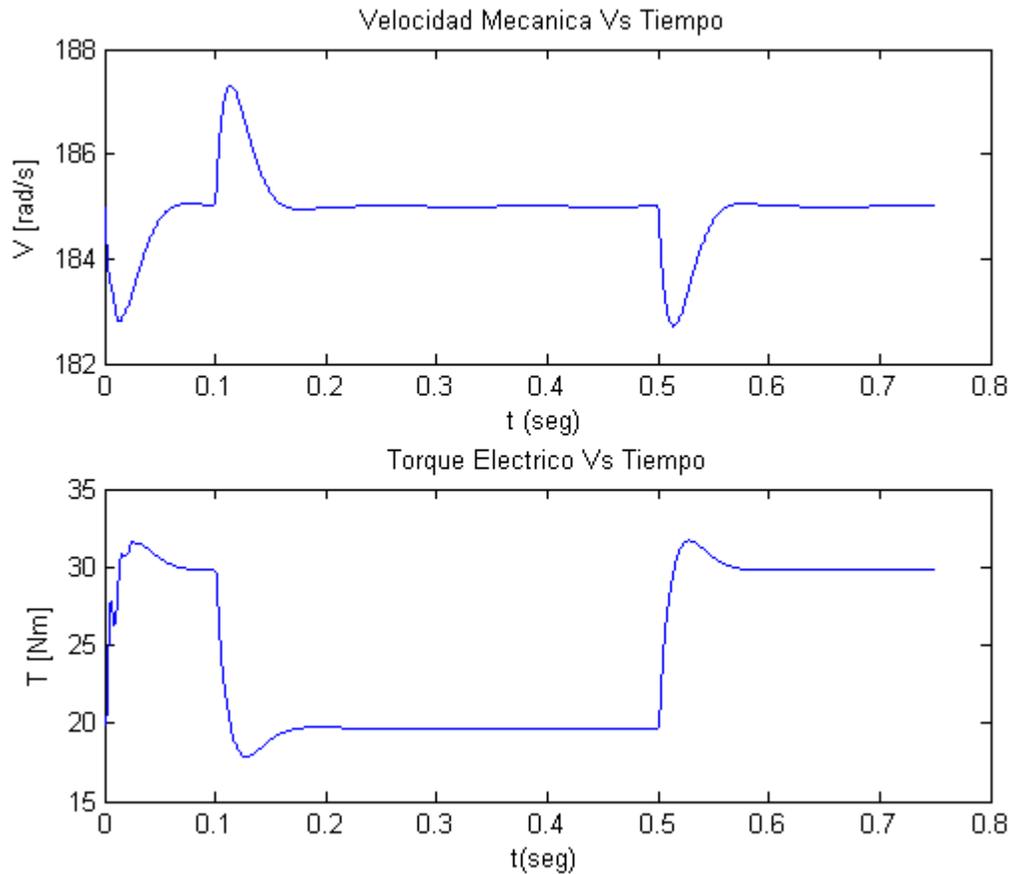


Figura 5.11 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Incremento en el valor nominal del coeficiente de fricción ($B = 5.15 \times 10^{-2}$ N.m/rad))

En las Figuras 5.11 y 5.12, se puede observar las respuestas del sistema, tanto de la velocidad como del torque electromagnético desarrollado, con los controladores PI ante el incremento y decremento del coeficiente de fricción viscosa (B), respectivamente.

Al incrementar el valor nominal de éste parámetro ($B = 5.15 \times 10^{-2}$ N.m/rad) la magnitud del sobreimpulso del torque electromagnético se incrementa de una manera considerable, lo que ocasiona la distorsión que aparece en el instante $t = 0$ seg de la Figura 5.11 para ambas señales (velocidad y torque electromagnético). Se puede observar que ante las perturbaciones, se genera una oscilación de amplitud aproximadamente de 2 rad/seg entre los disturbios aplicados entre 0.1 seg y 0.5 seg de la gráfica de velocidad.

- **Momento de Inercia (J_{eq}) = 0.025 kg.m²**

Fricción Viscosa (B) = 5.15×10^{-6} N.m/rad (Variación 100% por debajo del nominal)

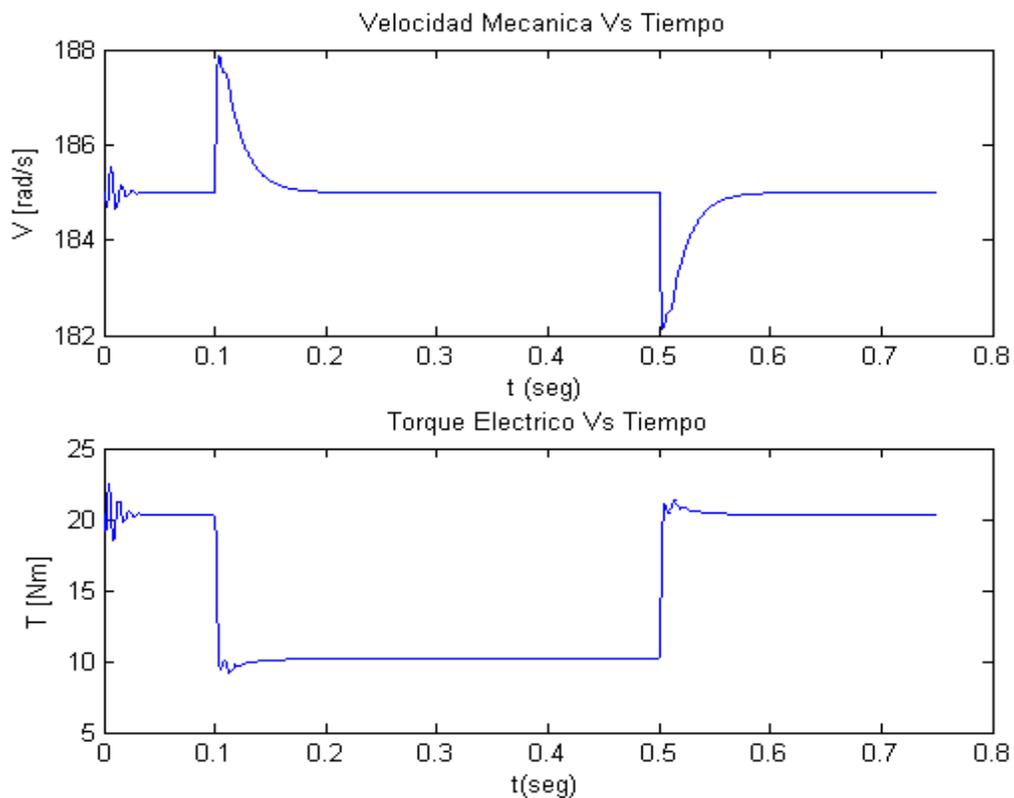


Figura 5.12 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control PI (Decremento en el valor nominal del coeficiente de fricción ($B = 5.15 \times 10^{-6}$ N.m/rad))

En la Figura 5.12, se observa la respuesta de la señal de velocidad y de torque electromagnético ante el decremento en el valor nominal del coeficiente de fricción viscosa, en donde se puede resaltar que el tiempo de establecimiento se disminuye en un tiempo aproximado de 120 ms. Por otro lado, el sobreimpulso aumenta en las dos gráficas en un 30%.

En las gráficas referentes al control PI, podemos determinar los efectos que tiene en la respuesta del sistema la variación en los parámetros. Al incrementar el momento de inercia, se aumenta el tiempo de establecimiento, apreciándose una mayor oscilación que afecta considerablemente el desempeño del controlador. Al incrementarse el coeficiente de fricción el torque electromagnético se incrementa y la velocidad disminuye. Lo contrario ocurre cuando se disminuye el coeficiente de fricción, sin que las respuestas del sistema se vean afectadas ante la presencia de los disturbios.

En la Figura 5.13 se puede notar un disturbio en el instante $t = 0$, al igual que la Figura 5.11 por los mismos motivos, ya que al aumentar el coeficiente de fricción se requiere un mayor esfuerzo para mantener la velocidad de referencia y esto se manifiesta en el incremento en la magnitud del torque electromagnético. Podemos notar, al comparar las dos Figuras en cuestión (Figura 5.12 y 5.13) que el control en modo deslizante lleva la velocidad a su referencia mucho más rápido si lo comparamos con los resultados obtenidos con el control PI.

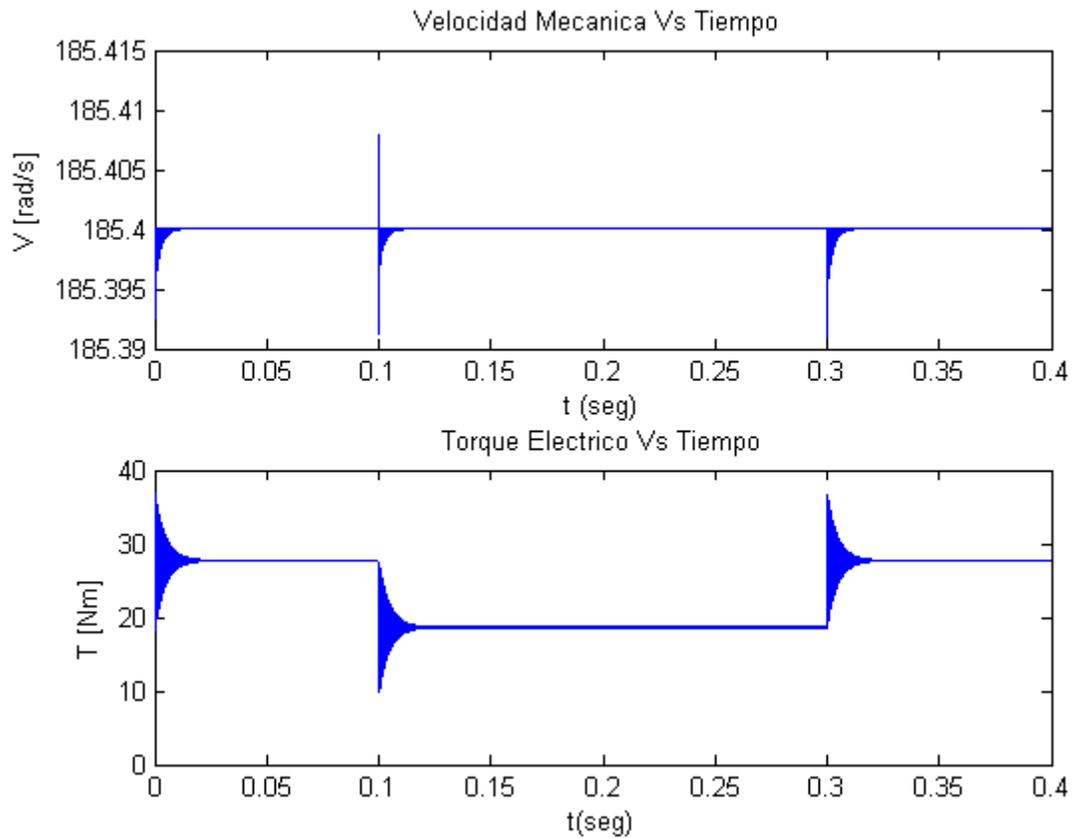


Figura 5.13 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($B=5.15 \times 10^{-2}$ N.m s²/rad))

Con lo que respecta a los resultados obtenidos con el control en modo deslizante, podemos observar que los cambios en los parámetros referentes al torque no afectan la respuesta del sistema, lo cual confirma la robustez del sistema de control en modo deslizante en cuanto a rápida respuesta a la referencia de entrada independiente de algún cambio en los parámetros de la planta, que lo convierte en una opción a tener en cuenta puesto que los parámetros relativos a la carga en un motor son desconocidos ya que no se pueden medir directamente. Por lo tanto, se trabaja con aproximaciones que pueden variar en el tiempo.

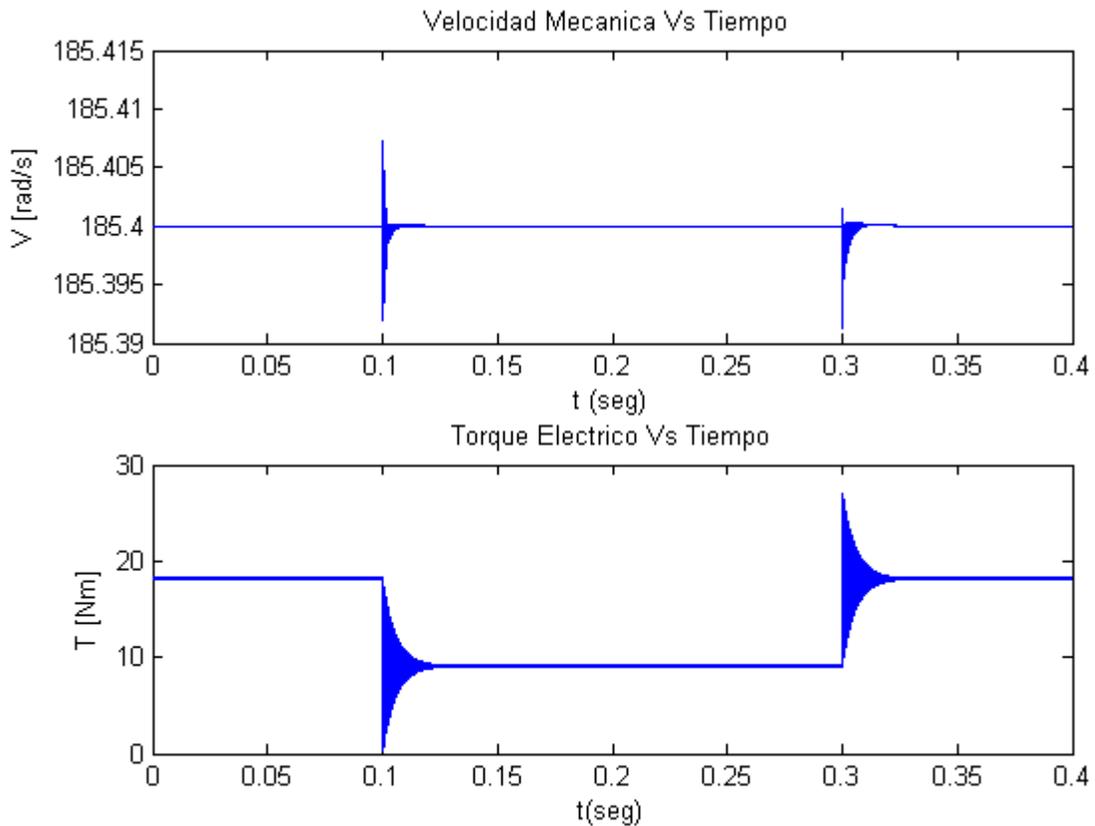


Figura 5.14 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante (Incremento en el valor nominal del momento de Inercia ($B=5.15 \times 10^{-6}$ N.m/rad))

Observando las dos Figuras anteriores puede notarse que es mucho mejor el desempeño del controlador por modos deslizantes en lo que se refiere al seguimiento de la señal de referencia, al rechazo de las perturbaciones y a la insensibilidad ante la variación de los parámetros, lo que también se hace evidente comparando las gráficas anteriores presentes en este capítulo.

5.5 CONTROL DE VELOCIDAD ADAPTATIVO

Con el fin de realizar una simulación mas real, procederemos a iniciar el motor con condiciones iniciales cero, es decir, el motor se supone que se encuentra en reposo con una carga aplicada y

en determinado momento se somete a una referencia de velocidad (185 rad/seg) con el fin de apreciar la respuesta de control.

En el estudio de la aplicación de control en modo deslizante para motores, podemos darnos cuenta que el disturbio de carga externa debe ser menor que el parámetro Beta, esto implica que la aplicación sea independiente a la presencia de disturbios (T_L). En la mayoría de los casos el disturbio externo es muy difícil de medir y el valor exacto de la carga externa es muy impredecible en las aplicaciones practicas en la industria debido a la variedad de estas (cero carga – carga máxima), por tal motivo se propone un controlador de estructura variable adaptativo el cual consta básicamente de un algoritmo utilizado para estimar el disturbio de carga [1].

Por lo tanto se utilizo un estimador, para que el sistema sea independiente de la magnitud de la carga aplicada (no depende de β). Consideremos el error nominal de la siguiente ecuación (5.1):

$$\dot{x}(t) = ax(t) + b[\tilde{i}_{qs}(t) + e(t)] \quad (5.1)$$

Pero con un disturbio de carga externo TL [1]..

$$\dot{x} = ax(t) + b \left[i_{qs}(t) + T'L + a' Wm^* \right] \quad (5.2)$$

Donde:

$$T'L = \frac{d}{b} TL$$

$$a' = \frac{a}{b}$$

Suponiendo que TL es desconocido pero definido como [1].

$$|T'L| = \bar{\rho}$$

Donde $\bar{\rho}$ es desconocida pero definida como una constante positiva.

Se considerará el siguiente algoritmo para estimar a $|T'L|$ como [1].

$$\dot{\hat{\rho}} = \frac{1}{\alpha} [S(t)hb] \quad (5.3)$$

Donde α es denotada como la ganancia de adaptación y $\alpha > 0$, simularemos un controlador en modo deslizante con un algoritmo de adaptación como lo muestra la siguiente ecuación (5.4) [1].

$$i_{qs}(t) = kx(t) - a' Wm - \hat{\rho}(t) \text{sgn}(Shb) \quad (5.4)$$

Donde el error de estimación esta definido como:

$$\tilde{\rho}(t) = \hat{\rho}(t) - \bar{\rho} \quad (5.5)$$

Con la estructura de control de velocidad adaptativo, utilizando el algoritmo estimador mencionado, el sistema controlado converge asintóticamente a la superficie de deslizamiento $S(t) = 0$, y la estabilidad exponencial de la velocidad (variable controlada), tiene un buen comportamiento [1].

En los archivos de simulación se muestra la implementación del algoritmo de estimación mencionado anteriormente y en el ítem 5.7 mostraremos los resultados obtenidos con este estimador.

5.6 MONTAJE SIMULACIÓN CONTROL ADAPTATIVO

El diagrama de bloques general del sistema es exactamente igual a la Figura 5.1, el bloque “Control Sliding” contiene ahora la implementación referente al algoritmo encargado de realizar una estimación de la carga aplicada al sistema. Ver Figura 5.15.

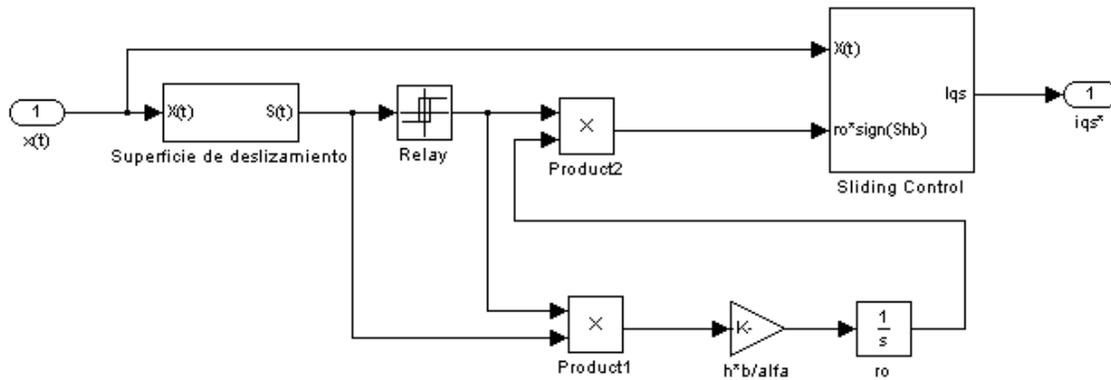


Figura 5.15 Bloque Control Sliding estimador

Podemos observar que en este bloque se encuentran implementada la ecuación (5.3), además de ello presenta un bloque llamado “Superficie de deslizamiento”, el cual es el mismo que se mostró en la Figura 5.3, por ultimo tenemos el bloque “Sliding control” en el cual tenemos implementada la ecuación (5.4) como se puede observar en la Figura 5.17

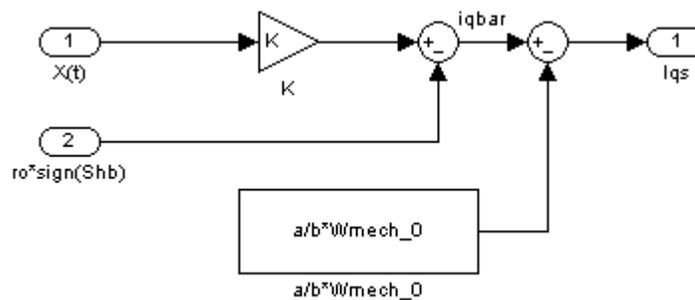


Figura 5.16 Bloque Sliding Control Estimador

5.7 SIMULACIÓN SISTEMA CONTROL DE VELOCIDAD CON ALGORITMO ESTIMADOR

Con fines de hacer más real la simulación, se tomaron las condiciones iniciales del motor en cero, se le aplicaron 3 disturbios: inicialmente tiene una carga de 39.37 Nm y a los 0.3seg se disminuye el torque de carga a 19.68 Nm. Posteriormente en 0.5seg se incrementa el torque a 59.05 Nm y finalmente para comprobar la acción del estimador, en 0.7seg se incrementa el torque de carga nuevamente a 98.42 Nm, obteniendo la siguiente respuesta (Ver Figura 5.17).

En esta gráfica (Figura 5.17), podemos apreciar que a pesar que se incremente el torque considerablemente (250%) con referencia al torque inicialmente planteado en la simulación, el algoritmo de control estima y se adapta ante el disturbio colocando la función $\text{sgn}(ShB)$ en el valor adecuado con referencia al torque estimado por el algoritmo de control, sosteniendo la velocidad del motor con un error de estado estable igual a cero y tiempos de establecimiento muy cortos (menores a 0.1 segundos).

Con este estimador podremos colocar el motor a cualquier referencia de velocidad y la podrá mantener a cualquier torque de carga; sin embargo como podemos apreciar en la Figura 5.11, para poder sostener la velocidad del motor ante estas condiciones de carga, el torque electromagnético se torna demasiado alto pero es normal ante esas condiciones.

Por lo tanto es muy importante tener en cuenta las especificaciones eléctricas del motor para que no se presenten corrientes elevadas en el estator que lleven a dañar físicamente los embobinados del motor.

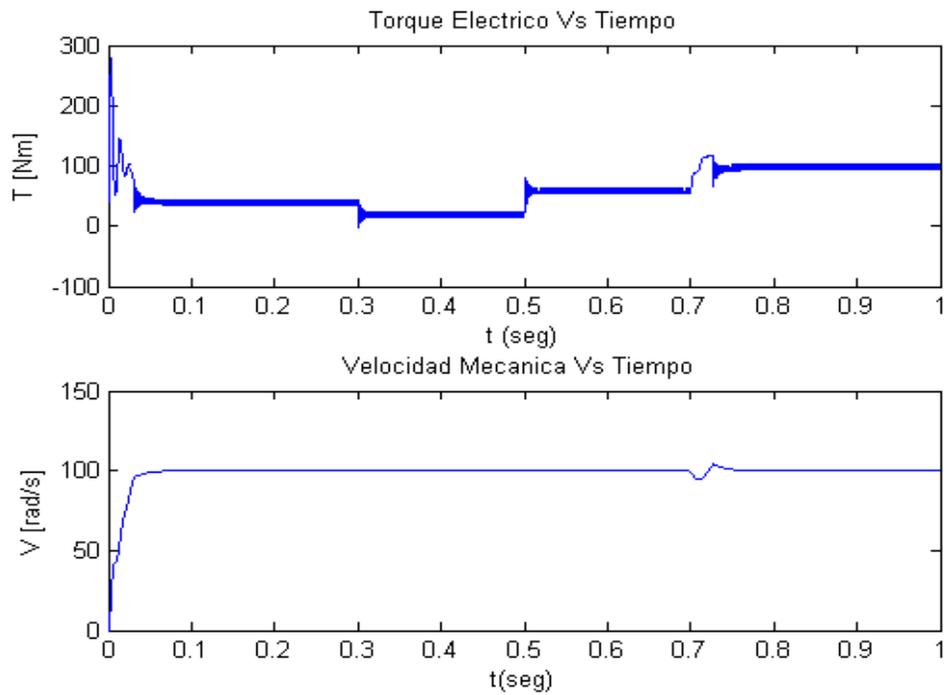


Figura 5.17 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante, utilizando un estimador

Ahora simularemos bajo estas mismas condiciones el control en modo deslizante sin el estimador y la técnica de control lineal para realizar una comparación de las gráficas obtenidas.

En la Figura 5.18, podemos observar los resultados obtenidos con el controlador en modo deslizante (sin estimador), como ya sabemos una condición dada en el diseño del controlador fue la siguiente: $\beta > Disturbios$ para que el sistema se encuentre en modo deslizante ($\beta = 70$ en esta simulación).

Inicialmente el motor se encuentra en reposo y en el instante cero se coloca una referencia de 100 rad/seg con un torque de carga inicial de $39.37Nm$ obteniendo una respuesta de primer orden con un tiempo de establecimiento de $0.07seg$. A los $0.3seg$ se disminuye el torque de carga en un 50% ($19.68Nm$) y el controlador responde adecuadamente siguiendo la referencia con un tiempo de establecimiento $0.03seg$.

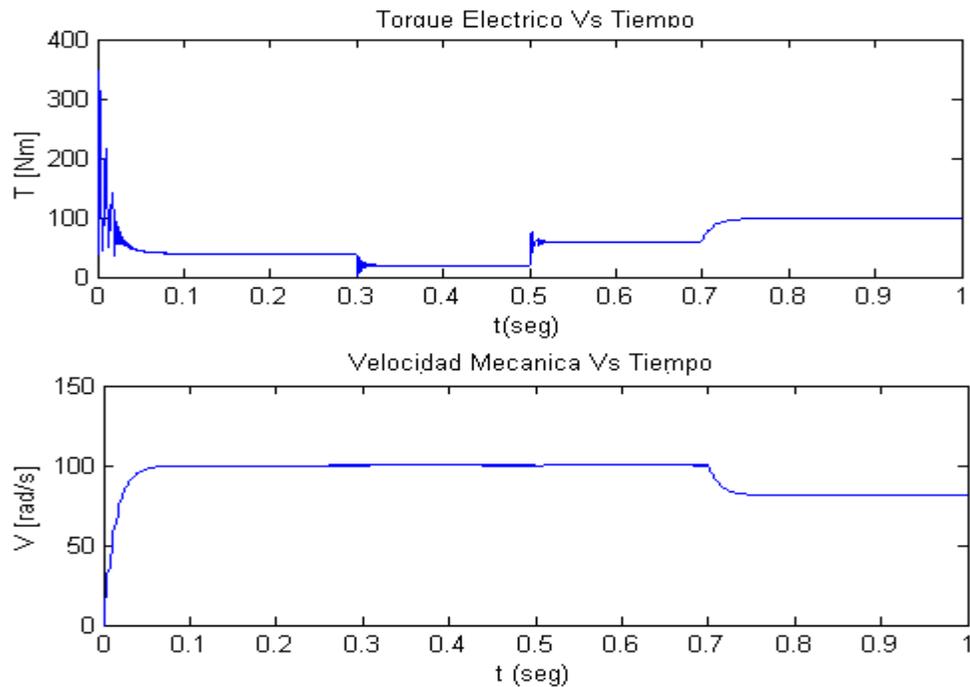


Figura 5.18 Señales de salida, torque eléctrico y velocidad para el motor con control en modo deslizante, sin estimador

El torque se incrementa en un 50% ($59.05Nm$) transcurrido $0.5seg$ con referencia al torque inicial; en ella se puede observar una oscilación pero de igual manera el controlador responde adecuadamente a pesar que valor del disturbio esta muy próximo al valor de β . Al incrementar nuevamente el torque de carga a los $0.7seg$ en un 100% ($98.42Nm$) con referencia al torque inicial, el sistema se sale de la región de deslizamiento lo que implica que el controlador no puede mantenerlo en la referencia ocasionando un error de estado estable. Esto se debe básicamente que no se cumple la condición $\beta > Disturbio$.

Es apreciable a simple vista la ventaja que ofrece el controlador al que se le implementa el algoritmo estimador, ya que como se menciono anteriormente él se adapta al torque de carga estimado y la función $sig(Shb)$ toma el valor adecuado (se adapta al torque de carga) para

mantener el sistema en la región de deslizamiento lo que trae como beneficios un ahorro en el consumo de potencia del motor y un menor esfuerzo de control, mientras que a diferencia del controlador en modo deslizante que no tiene implementado el algoritmo de estimación, la función $sign(\beta)$ siempre tendrá el mismo valor independientemente del torque de carga aplicado, lo que implica corrientes del estator y esfuerzo de control mayores. Además se debe asegurar que en ningún instante el sistema de control va a tener un torque de carga mayor que β .

CAPITULO 6: CONCLUSIONES

- Realizando la comparación entre el desempeño de los dos controladores (por modos deslizantes y PI), podríamos decir que el controlador por modo deslizante permite un mejor seguimiento de la señal de referencia ante cambios o perturbaciones que se presentan y además responde a la excitación en menos tiempo que el controlador clásico, pero este requiere de un esfuerzo de control un poco mayor.
- El control por modos deslizantes se presenta como una buena alternativa para realizar el control de motores de inducción como es nuestro caso así como también sistemas dinámicos, dadas sus características de robustez y desempeño observadas en estas simulaciones.
- Comparando los resultados de la simulación mostrados en las Figuras, podemos observar claramente que la principal ventaja de los sistemas controlados por modos deslizantes es su insensibilidad ante la variación en los parámetros de la planta y ante las perturbaciones externas.
- Para la implementación de controladores por modos deslizantes debe tenerse muy en cuenta que la frecuencia de conmutación de las funciones discontinuas debe ser alta, lo que implica que en el momento que de desee realizar implementaciones digitales deben utilizarse herramientas que permitan usar frecuencias de muestreo muy altas, comparadas con la dinámica asociada al sistema a controlar. Esto llevará un mejor desempeño de los controladores implementados.
- El modelo matemático obtenido para el desarrollo de la monografía como también la metodología de simulación que se utilizó para obtener los resultados anteriormente expuestos puede emplearse en la enseñanza de las asignaturas Máquinas Eléctricas y Control de Máquinas Eléctricas que se ofrecen en el programa de Ingeniería Automática Industrial.

- Los nuevos métodos de control empleados actualmente en la industria para la regulación de la velocidad de los motores de inducción son capaces de conseguir prestaciones dinámicas tan buenas como las obtenidas con las máquinas de continua. Los controladores de los motores de inducción propuestos en la actualidad son más complejos y más caros que los sencillos controles empleados en las máquinas de continua. Ello se debe fundamentalmente a que requiere el uso del inversor y microprocesadores rápidos para el procesado de las señales. No obstante, se ven compensados a partir de una cierta potencia, en donde el precio del motor de alterna y su sistema de control son inferiores al precio del motor de continua. Además los motores asíncronos no requieren prácticamente mantenimiento.

6.1 RECOMENDACIONES

- Una vez iniciado el camino con este trabajo de grado, se plantea como una etapa siguiente la aplicación de estas técnicas de control sobre otro tipo de sistemas (por ejemplo: Robótica, Control y regulación de sistemas eléctricos de potencia).
- También sería importante dedicar esfuerzos a la implementación de este tipo de controladores, ya sea en forma analógica ó en forma digital (PC y μC).
- Si se desea realizar implementaciones digitales deben utilizarse herramientas que permitan usar frecuencias de muestreo muy altas, comparadas con la dinámica asociada al sistema a controlar. Esto llevará a un mejor desempeño de los controladores implementados.
- Otro campo de interés que surge es aquel que llama a examinar otras técnicas para la reducción de las oscilaciones de alta frecuencia, causadas por las leyes de control discontinuas.
- Este proyecto de tesis, deja sentada las bases y el conocimiento para que un futuro se implemente de una manera práctica el control de velocidad en modo deslizante del motor de

inducción que se encuentra en el laboratorio de Máquinas Eléctricas del Departamento de Instrumentación y Control, de la Universidad del Cauca.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] KUO-KAI Shyu, HSIN-JANG Shieh. “A New Switching Surface Sliding Mode Speed Control For Induction Motors Drive System”, IEEE Transactions On Power Electronics, Vol. 11, No. 4, July 1996.
- [2] UTKIN Vadim I. “Sliding Mode Control Design Principales and Applications to Electric Drives”. IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol 40. No. 1. 1993.
- [3] GLUMINEAU, A. HAMMY, M. Lanier, C. MOOG, C.H. “Robust Control Of A Brushless Servomotor Via Sliding Mode Techniques.” International Journal of Control. Vol 58. No. 5. 1993
- [4] DAMIANO, Alfonso, GATTO Gianluca, MARONGIU Ignazio. “A Sliding Mode Control Technique For Direct Speed Control Of Induction Motor Drives”. Departamento de Ingeniería Electrónica y Eléctrica. Universidad di Cagliari, Italia. IEEE 2000. 0-7803-5692-6/00
- [5] CC CHAN, Fellow; HUAN Q. Wang. “A Novel Sliding Mode Control Method For Induction Motor Drives”, Departmet of Electrical and Electronic Engineering, University of Hong Kong, Pokfulam Road, Hong Kong, IEEE 1993.
- [6] Hung, John. NELMS, R. M. STEVENSON. “An Output Feedback Sliding Mode Speed regulator for DC Drives”, IEEE Transactions on Industry Applications. Vol 30. No 3. May/June, 1994.
- [7] FERNANDEZ, Roberto; J. MANTZ, Ricardo; BATTAIOTTO, Pedro E. “Análisis de un Sistema Aislado de Generacion Eólica”. Universidad Nacional de La Plata (UNLP), Universidad

Nacional de la Patagonia San Juan Bosco (UNPSJB), Comisión de Investigaciones Científicas de la Provincia de Buenos Aires (CICpba). Buenos Aires, Argentina. Vol. 5, 2001.

[8] AGGOUNE, M. E. Boudjema F. BENSENOUCI, A. HELLAL, A. ELMESAI, M. R. VADARI, S.V. “Desing of Variable Structure Votage Regulator Using Pole Assignment Technique” IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 39. No 10. October, 1994.

[9] PANDIAN, S.R. HANMANDLU, M. A. “A Model –Based Sliding Mode Controller for Robot Manipulators.” International Journal of Robotics and Automation. Vol 10. No. 1. 1995.

[10] MALESANI, L. E. ROSSETTO, L. SPIAZZI, G. ZUCCATO, A. “An AC Power Supply with Sliding-Mode Control” IEEE Industry Applications Magazine. September/October 1996.

[11] MURTY, A.S.R. PARAMESWARAN, S. Desing of Variable Structure Stabilizer using Pole Assignment Technique. Electric Machines and Power Systems. Vol 26. 1998.

[12] PARK, Kang-Bark. LEE, Ju-Jang. “Variable Structure Controller for Robot Manipulators Using Time-Varying Sliding Surface”. IEEE International Conference in Robotics and Automation. Vol 1. 1993.

[13] ZHIHONG, Man. PAPLINSKI, A. P. WU, H.R. “A Robust MIMO Terminal Sliding Mode Control –Scheme for Rigid Robotic Manipulators”. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 39. No. 12. December, 1994.

[14] AHS, Meeting. Robotics Institute. CmdU Pittsburg. “Sliding Mode Meassurement feedback Control for Anti-Lock Braking Systems”.

<http://www.cs.cmu.edu/afs/cs.cmu.edu/user/unsal/www/presentations/AHS>. October 30, 1997

[15] CHO, Dan. KATO, Yoshifumi. SPILMAN, Darin. "Sliding Mode and Classical Controllers in Magnetic Levitation system". IEEE Control Systems Magazine. February 1993.

[16] DRAKUNOV, Sergey. OZGUNER, Umit. "Nonlinear Control of a Rodless Pneumatic Servoactuator, or Sliding Modes Versus Coulumb Friction". IEEE 0-7803-0634-1, 1992.

[17] DRAKUNOV, Sergey. OSHARATI, Dix Peter. "ABS Control Using Optimun Search via Sliding Modes". IEEE Transactions on Control System Technology. Vol 3. No. 1. March, 1995.

[18] KIRIAKIDIS, Kiriakos. TZES, Anthony. GRIVAS, Pei-Yuang. "Modeling, Plant Uncertainties and Fuzzy Logic Sliding Control of Gaseous System". IEEE Transactions on Control Systems Technology. Vol. 7. No. 1. January, 1999.

[19] NARANJO, Freddy. Sistemas de Controle de Estructura Variable con Modo de Deslizamento. Monografía. Escuela Politécnica de Universidad de de Sao Paulo. Brasil: 1991.

[20] BARTOLINI, G. FERRARA, A. USAI, E. "Chattering Avoidance by Second-Order Sliding Mode Control". IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 43. No. 2. February, 1998.

[21] BARTOLINI, G. PYDYNOPUSKI. "An Improbred, Chattering Free, V.S.C. Scheme for Uncertain Dynamical System." IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 41. No. 8. August, 1996.

[22] CHING, Steven, CHUNG, Yei, LIN CHUN-LIAN. “A Transformed Luré Problem for Sliding Mode Control and Chattering Reduction”. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 44. No. 3. March, 1999.

[23] HUNG, John, HUNG, James. “Variable Structure Control: A Survey” IEEE Transactions on Automatic Control. Vol 40. No. 1. 1993.

[24] CC CHAN H. Q, Wang. “Sliding Mode Control For High Performance Induction Motor Drive”. IEEE Proc.– Electr. Power Appl, Vol. 143, No. 3, Mayo 1996.

[25] JIAN-SHIANG Chen, JYH-SHIAAN Yang, “Design and implementation of an induction motor drive using sliding mode control scheme”. Department of Power Mechanical Engineering, National Tsing Hua University, Hsichu, Taiwan 30043, R.O.C: IEEE, 1995.

[26] SOTO, Rogelio; YEUNG, Kai S., “Sliding mode control of an induction motor without flux measurement”, IEEE 0-7803-0634-1, 1992.

[27] KHALIL, H. Nonlinear Systems, Segunda edición. Prentice Hall, NJ, 1996.

[28] MOHAN, Ned. Advanced Electric Drives. Analysis, Control and Modeling using Simulink. Segunda edición. Minneapolis, Minnesota, USA: Mnpere, 2001.

[29] BOSE, B.K. Power Electronics and AC Drives. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1986.

[30] F. BILALOVIC, O Music; A. Sabanovic. “Buck Converter Operating in the Sliding Mode” in Proc. PCI’83, pp. 331- 440.

[31] Seron, María Marta; Braslavsky, Julio H. “Sistemas no lineales”, Departamento de Electrónica, Universidad Nacional de Rosario, Primer Cuatrimestre 2000.

[32] Ogata, Katsuhiko (1998). Ingeniería de Control Moderna. Tercera Edición. Prentice may.

[33] Mantilla Caeiros, Alfredo Victor. “Control vectorial de motores de inducción usando procesadores digitales de señales (DSP’s)”, Instituto Politécnico Nacional, Centro de investigación en computación (CIC), México, D.F., Mayo, 2000.

[34] R, Venkataraman. “Sliding Mode Control of Power Converters”, Ph D. Dissertation. California Institute of Technology, 1986.

[35] H, Sira Ramirez. “Differential Geometric Methods in Variable Structure Control”. Int. J Control. Vol 48, N° 4, 1998, pp 1359 – 1390.

[36] B, Jammes; J. C, Marpinard; L, Martinez. “Large Signal Control of a Buck converter Based on Time Optimal Control”. Proc. ECCTD’93. European Conference on Circuit Theory and Design. Davos, Switzerland, 1993, pp1425 – 1429.

[37] A. S. NEVES, Francisco,; R. MENESES, Benjamín; R. SILVA, Selenio. “Discrete – Time Sliding Mode Control: A New Design Strategy Applied To Induction Motor Drives”. Conferencia en procedimientos de control Americano. Philadelphia, Pennsylvania, June, 1998.

[38] DAMIANO, Alfonso, GATTO, Gianluca, MARONGIU, Ignacio. “A Sliding Mode Control Technique for Direct Speed Control of Induction Motor Drives”. IEEE Transactions On Power Electronics, Vol. 12, No. 5, August 1998

[39] QI, Weiwei. “Induction Motor Sliding Mode Control Performance Results”. IEEE Transactions On Power Electronics, Vol. 11, No. 4, August 1997.

[40] SIRA RAMIREZ, Hebertt. “Variable Structure Control of Non Linear Systems” 1987, vol 18.

[41] CALVENTE CALVO, Francisco Javier. “Control en modo deslizante aplicado en sistemas de acondicionamiento de potencia en satélites (Tesis Doctoral)”. Universidad Politécnica de Cataluña. Julio de 2001.

[42] MORENO, Juan Manuel. “Aportaciones a la optimización de energía en accionamientos eléctricos de motores de inducción mediante lógica difusa (Tesis Doctoral)”. Universidad Politécnica de Cataluña. 1997.

[43] GIRAL CASTRILLON, Roberto. “Síntesis de estructuras multiplicadoras de tensión basadas en células convertidoras continua – continua de tipo conmutado (Tesis Doctoral)”. Universidad Politécnica de Cataluña.

GLOSARIO

CONTROL EN RÉGIMEN O MODO DESLIZANTE: Es un tipo de control de estructura variable que basa su existencia en un cambio discontinuo de su estructura. Su principal ventaja es la de ser totalmente robusto a los errores en el modelo y a la acción de perturbaciones externas. Una de las hipótesis en que se basa es considerar que la señal de control puede variar de valores positivos a negativos casi en forma instantánea, en función de los valores que asumen los estados del sistema.

CONTROL ESCALAR: Se basa en que las variables son controladas sólo en magnitud. Entre los métodos conocidos de control de un motor de inducción, uno de los más utilizados es el de Voltaje/Frecuencia, el cual consiste en que, variando el voltaje del estator en proporción con la frecuencia, el par (torque) se mantiene constante. Este método tiene como inconvenientes la baja eficiencia y un tiempo de reacción elevado para variaciones de la carga.

CONTROL VECTORIAL: Se basa en que las variables son controladas tanto en magnitud como en fase. Las variables a controlar son representadas por matrices y vectores y se toma en cuenta no sólo el comportamiento del motor en estado estable, sino las ecuaciones matemáticas reales que lo caracterizan. Como resultado se obtiene un mejor comportamiento dinámico para variaciones de par en un rango de velocidad más amplio.

OSCILACIONES DE ALTA FRECUENCIA O CHATTERING: Movimiento en zig-zag provocado por la conmutación de alta frecuencia de la señal de control que se genera por las imperfecciones y retrasos de los dispositivos que no la conmutan instantáneamente.

METODO DE CONTROL EQUIVALENTE: Es un procedimiento que permite obtener las condiciones de existencia de deslizamiento sobre la superficie de conmutación y las ecuaciones de la dinámica deslizante ideal correspondiente.

MOTOR DE INDUCCIÓN: Es un electroimán, que tiene barras de conducción en todo su largo, incrustadas en ranuras a distancias uniformes alrededor de la periferia. Las barras están conectadas con anillos (en cortocircuito como dicen los electricistas) a cada extremidad del rotor. Están soldadas a las extremidades de las barras. Este ensamblado se parece a las pequeñas jaulas rotativas para ejercer a mascotas como hamsters y por eso a veces se llama "jaula de ardillas", y los motores de inducción se llaman motores de jaula de ardilla. Cada par de barras es una revolución en cortocircuito, hablando magnéticamente. El rotor se magnetiza por las corrientes inducidas en sus barras, debido a la acción del campo magnético, girando en el estator. Mientras que el campo del estator pasa a lo largo de las barras del rotor, el campo magnético que cambia induce altas corrientes en ellas y genera su propio campo magnético. La polaridad del campo magnético inducido del rotor es tal que repela al campo del estator que lo creó, y esta repulsión resulta en un torque o fuerza sobre el rotor que le causa de girar.

SUPERFICIE DE DESLIZAMIENTO $S(t)$: Es una superficie, función de los estados del sistema, que logra el cambio en la señal de control en un sistema de estructura variable. Esta superficie, diseñada idealmente y con una dinámica arbitraria asociada a dichos estados, deberá ser “atractiva”, o lo que es lo mismo, funcionar como un “atractor”. Esto es, si los estados del sistema son positivos, se les asocia una dinámica negativa, para que la superficie los “atraiga”, y si los estados toman valores negativos, esa dinámica asociada será positiva. Estas son las llamadas “Condiciones de Filipov”. De esta manera, los estados del sistema, y con ellos la salida, se dirigen hacia esa superficie y una vez en ella se mantienen allí o en un entorno muy próximo, deslizándose hasta el origen.