

**MODELADO Y CONTROL DE UN INVERSOR TRIFÁSICO PARA SEGUIMIENTO DE
CORRIENTE Y ELIMINACIÓN SELECTIVA DE ARMÓNICOS.**

**JUAN MANUEL IDROBO MACA
BELLER EUGENIO GAMBOA AROCA**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL
POPAYAN
2007**

**Modelado y Control de un Inversor Trifásico para Seguimiento de Corriente y
Eliminación Selectiva de Armónicos.**

**Juan Manuel Idrobo Maca
Beller Eugenio Gamboa Aroca**

**Trabajo de grado presentado para optar al título de
Ingeniero en automática industrial**

**Director
CARLOS GAVIRIA LOPEZ
Doctor en Automatización avanzada y robótica**

**Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control
Popayán
2007**

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO	3
LISTA DE FIGURAS	5
LISTA DE TABLAS	8
GLOSARIO DE TÉRMINOS	9
RESUMEN	12
INTRODUCCIÓN.....	13
1. MODULACIÓN SVPWM PARA INVERSORES TRIFÁSICOS	16
1.1 PWM basado en portadoras.....	16
1.2 Modulación del Vector Espacial SVPWM.....	21
1.2.1 <i>Relación entre modulación SVPWM y PWM basado en portadoras.</i>	26
2. MODELADO DINÁMICO DEL INVERSOR TRIFÁSICO	32
2.1 Modelado en Espacio de Estados del Sistema.....	33
2.1.1 <i>Transformación Alfa-Beta (α-β).</i>	40
2.2 Modelado en Espacio de Estados del Sistema sin filtro.	44
2.2.1 <i>Transformación α-β Aplicado al Modelo Reducido</i>	48
2.3. Modelado GSSA.....	50
2.3.1 <i>Diferenciación Con Respecto Al Tiempo</i>	51
2.3.2 <i>Calculo del Promedio de un Producto</i>	52
2.3.3 <i>Modelado GSSA de los sistemas considerados en la tesis.</i>	53
2.4. Modelado del contenido armónico remanente.....	60
3. CONTROL EN LAZO CERRADO DEL INVERSOR TRIFÁSICO.....	66
3.1 Control H- ∞	70
3.1.1 <i>Enfoque singular – value loop – shaping</i>	72
3.1.2 <i>Sensibilidad mixta y formulación del problema de control robusto.</i>	76
3.2 Control Cuadrático Lineal Gaussiano LQG.	90
3.2.1 <i>Control Cuadrático LQR</i>	91
3.2.2 <i>Estimación de Estados Óptima LQE.</i>	94
3.2.3 <i>Diseño Del Controlador LQG.</i>	96

4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR	98
4.1 Método de medición y análisis de señal.	99
4.2 Análisis Comparativo.	100
4.2.1 <i>Respuesta del sistema considerando el filtro LC en técnicas de control abierto y cerrado.</i>	104
4.2.2 <i>Señales de control considerando el filtro Lc en tecnicas de control abierto y cerrado</i>	107
4.2.3 <i>Respuesta del sistema sin considerar filtro LC en diseño propuesto.</i>	109
4.2.4 <i>Señal de control sin considerar filtro LC en técnicas de control abierto y cerrado.</i>	112
4.2.5 <i>Implementación en coma fija del sistema de control propuesto.</i>	114
4.2.6 <i>Simulación del sistema de control en lazo cerrado con IGBT's.</i>	120
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	130
REFERENCIAS	134

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1. 1 Generación de una señal PWM.</i>	16
<i>Figura 1. 2 Proceso de modulación con inyección de secuencia cero.</i>	17
<i>Figura 1. 3 Señal de modulación PWM simétrica, SYPWM ($m = 1$).</i>	20
<i>Figura 1. 4 Representación vectorial de las tensiones del inversor TLFB.</i>	23
<i>Figura 1. 5 Modulación PWM basada en portadoras y en vectores espaciales para el sector I.</i>	27
<i>Figura 1. 6 Distorsión armónica generada en la señal de corriente de línea usando modulación CB-PWM (sin filtro).</i>	30
<i>Figura 1. 7 Distorsión armónica generada en la señal de corriente de línea usando modulación SVPWM basada en vectores espaciales (sin filtro).</i>	31
<i>Figura 2. 1 Diagrama circuital del sistema.</i>	32
<i>Figura 2. 2 Modelo del Toolbox de Matlab Power Systems para el inversor trifásico, considerando el filtro en la salida.</i>	38
<i>Figura 2. 3 Corriente de línea en la carga para un sistema modelado en espacio de estados y mediante el Toolbox de MatLab.</i>	39
<i>Figura 2. 4 Tensión línea a línea en la carga para un sistema modelado en espacio de estados y mediante el Toolbox de MatLab.</i>	39
<i>Figura 2. 5 Transformación de un sistema a componentes estacionarias.</i>	40
<i>Figura 2. 6 Esquema general del sistema reducido</i>	44
<i>Figura 2. 7 Modelo del Toolbox de Matlab Power Systems para el inversor trifásico, sin considerar el filtro en el sistema.</i>	47
<i>Figura 2. 8 Corriente de línea en la carga para un sistema modelado en espacio de estados y mediante el Toolbox de MatLab.</i>	48
<i>Figura 2. 9 Diagrama en MatLab/Simulink de representación GSSA del sistema en lazo abierto.</i>	55
<i>Figura 2. 10 Representación GSSA de las corrientes de línea en la carga del sistema en lazo abierto con $A = 0.6$ ($m = 0.6$).</i>	57
<i>Figura 2. 11 Representación GSSA de las corrientes de línea en la carga del sistema en lazo abierto con $A = 6$.</i>	58
<i>Figura 2. 12 Validación del modelado GSSA respecto al modelo real del sistema.</i>	59
<i>Figura 2. 13 Señal de comparación del modelado GSSA y el modelado en variables reales.</i>	60

<i>Figura 2. 14 Esquema de validación para el modelo remanente</i>	63
<i>Figura 2. 15 Modelo real Vs. Modelo compuesto (sin considerar el filtro)</i>	64
<i>Figura 2. 16 Formas de onda de corriente de línea en la carga, considerando filtro LC en el modelo del sistema real.</i>	65
<i>Figura 2. 17 Formas de onda de corrientes de línea en la carga, considerando filtro LC en un esquema compuesto (señal compuesta)</i>	65
<i>Figura 3. 1 Lazo de control para el problema de seguimiento</i>	66
<i>Figura 3. 2 Esquema general del diseño de control propuesto</i>	67
<i>Figura 3. 3 Diagrama de bloques del sistema multivariable realimentado.</i>	71
<i>Figura 3. 4 Representación de la incertidumbre debida a parámetros inciertos y a dinámicas no modeladas.</i>	71
<i>Figura 3. 5 Conformación de la función de lazo.</i>	74
<i>Figura 3. 6 Especificaciones de los valores singulares en S y T</i>	75
<i>Figura 3. 7 Planta aumentada para Loop-Shaping</i>	76
<i>Figura 3. 8 Respuesta en frecuencia de los valores singulares de la función de transferencia del inversor en lazo abierto considerando el filtro</i>	79
<i>Figura 3. 9 Respuesta en frecuencia de los valores singulares de la función de transferencia del inversor en lazo abierto sin considerar el filtro</i>	80
<i>Figura 3. 10 Grafico de Bode de los pesos $\mathbf{W}_1^{-1}(s)$ y $\mathbf{W}_3^{-1}(s)$.</i>	83
<i>Figura 3. 11 Gráfico de Bode de la función de costo $Ty1u1$ para el diseño del controlador de la planta con filtro</i>	84
<i>Figura 3. 12 Gráfico de Bode de la función de costo $Ty1u1$ para el diseño del controlador de la planta sin considerar el filtro.</i>	84
<i>Figura 3. 13 Grafico de Bode de la función de lazo, función de sensibilidad y función de peso $1/W1$ considerando el filtro.</i>	85
<i>Figura 3. 14 Grafico de Bode de la función de lazo, función de sensibilidad y función de peso $1/W3$ considerando el filtro.</i>	85
<i>Figura 3. 15 Respuesta en frecuencia del controlador estabilizante H-infinito (considerando el filtro).</i>	87
<i>Figura 3. 16 Respuesta en frecuencia del controlador estabilizante H-Infinito (sin considerar el filtro).</i>	87
<i>Figura 3. 17 Estructura del estimador u observador de estados óptimo.</i>	94
<i>Figura 3. 18 Esquema general del controlador LQG.</i>	95

<i>Figura 4. 1 Sistema de lazo abierto (sistema de comparación).....</i>	<i>102</i>
<i>Figura 4. 2 Señales generadas en un modulador CB-SVPWM Regular Asimétrico. 103</i>	
<i>Figura 4. 3 Respuesta del sistema convencional de lazo abierto considerando filtro LC. (a) Señales de corriente de línea en el motor, (b) Componentes armónicas de corriente en la fase A.....</i>	<i>105</i>
<i>Figura 4. 4 Respuesta del sistema propuesto de lazo cerrado considerando filtro LC. (a) Señales de corriente línea en el motor, (b) Componentes armónicas de corriente en la fase A.....</i>	<i>106</i>
<i>Figura 4. 5 Señal de control del sistema de lazo abierto considerando el filtro LC (modulación CB-SVPWM regular asimétrica).....</i>	<i>108</i>
<i>Figura 4. 6 Señal de control del sistema de lazo cerrado considerando el filtro LC..</i>	<i>108</i>
<i>Figura 4. 7 Respuesta del sistema sin considerar filtro LC en diseño propuesto.....</i>	<i>110</i>
<i>Figura 4. 8 Respuesta del sistema convencional de lazo abierto sin considerar filtro LC (modulación CB-SVPWM regular asimétrica).....</i>	<i>111</i>
<i>Figura 4. 9 Señal de control sin considerar filtro LC en el sistema convencional de lazo abierto (modulación CB-SVPWM regular asimétrica).....</i>	<i>112</i>
<i>Figura 4. 10 Señal de control sin considerar filtro LC en el diseño de lazo cerrado..</i>	<i>113</i>
<i>Figura 4. 11 Bloque del filtro de Fourier para la implementación en formato de coma fija aplicando bloques de pre-escalamiento.....</i>	<i>117</i>
<i>Figura 4. 12 Corrientes de línea entregadas a la carga, simulado en formato de Simulink de coma fija.....</i>	<i>119</i>
<i>Figura 4. 13 Relación entre señal de corriente ideal obtenida en formato doble y formato de coma fija. (a) Equivalencia de la respuesta obtenida del sistema en ambos formatos numéricos, (b) Diferencia obtenida entre formatos numéricos.</i>	<i>119</i>
<i>Figura 4. 14 Corrientes de línea en la carga, considerando el inversor con dispositivos de potencia IGBT.....</i>	<i>122</i>
<i>Figura 4. 15 Distorsión de la corriente de línea en la carga, considerando el inversor con dispositivos de potencia IGBT.</i>	<i>123</i>
<i>Figura 4. 16 Distorsión armónica del voltaje línea-línea (V_{ab}) entregado a la carga en el sistema convencional de lazo abierto, en precisión double.....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 4. 17 Distorsión armónica del voltaje línea-línea (V_{ab}) a la salida del inversor en el sistema lazo cerrado con precisión double.....</i>	<i>124</i>
<i>Figura 4. 18 Voltaje línea-línea V_{ab} a la salida del inversor e incidencia de tiempos muertos con precisión double.....</i>	<i>125</i>

<i>Figura 4. 19 Corrientes de línea entregadas al motor, considerando variables en coma fija utilizando conmutadores IGBT's.</i>	<i>126</i>
<i>Figura 4. 20 Distorsión armónica de corriente de línea en la carga, considerando variables en coma fija utilizando conmutadores IGBT's.</i>	<i>127</i>
<i>Figura 4. 21 Voltaje línea-línea V_{ab} a la salida del inversor e incidencia de tiempos muertos con precisión en coma fija.</i>	<i>127</i>
<i>Figura 4. 22 Voltaje línea a línea entre la fase a y b, implementando IGBT'S en el sistema de control con variables en coma fija.</i>	<i>128</i>
<i>Figura 4. 23 Relación entre las corrientes de línea obtenidas en formato doble y en formato de coma fija, utilizando conmutadores IGBT's</i>	<i>129</i>

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. 1 Vectores de tensión del inversor TLFB normalizados respecto a $V_{DC}/2$.....</i>	<i>22</i>
<i>Tabla 1. 2 Cálculo de tiempos para los seis sectores del espacio vectorial.</i>	<i>25</i>
<i>Tabla 1. 3 Relación entre señales fundamentales y vectores espaciales.</i>	<i>29</i>
<i>Tabla 3. 1 Amplitud normalizada de armónicos con respecto al valor máximo fundamental para el método PWM basado en portadoras.</i>	<i>69</i>
<i>Tabla 4. 1 Desempeño armónico de algunos métodos de modulación ante diferentes índices de modulación. Fuente [30].....</i>	<i>101</i>
<i>Tabla 4. 2 Parámetros de simulación. Fuente [30].....</i>	<i>101</i>
<i>Tabla 4. 3 Distorsión armónica total en el sistema de lazo cerrado para distintos valores de λ en la matriz del diseño Q.</i>	<i>114</i>

GLOSARIO DE TÉRMINOS

A	Matriz de estados en las componentes de fase
A_{ab}	Matriz de estados en las componentes estacionarias
AFDs	Variadores de frecuencia
ANNs	Redes Neuronales Artificiales
B	Matriz del vector de entrada en las componentes de fase
B_{ab}	Matriz de estados en las componentes estacionarias
CB-SVPWM	PWM con vectores espaciales basada en portadora
CB-PWM	Modulación por Ancho de Pulso basado en portadoras
C _f	Capacitancia del filtro
DSP`s	Procesador digital de señal
DPWM	PWM discontinuo
<i>E</i>	Ruido Gaussiano de entrada
<i>f</i>	Frecuencia fundamental
FFT	La Transformada Rápida de Fourier
<i>fixpt</i> GUI	Fix-Point Grafic User Interface
<i>f_m</i>	Frecuencia de moduladora
<i>f_{sw}</i>	Frecuencia de portadora
G	Planta nominal en el dominio de la frecuencia
GSSA	Promedio de Espacio de Estado Generalizado
<i>i_{ia}</i>	Corriente de entrada al filtro en la fase a
<i>i_{ib}</i>	Corriente de entrada al filtro en la fase b
<i>i_{ic}</i>	Corriente de entrada al filtro en la fase c
<i>i_{la}</i>	Corriente de línea entrada al motor en la fase a
<i>i_{lb}</i>	Corriente de línea entrada al motor en la fase b
<i>i_{lc}</i>	Corriente de línea entrada al motor en la fase c
J	Índice de desempeño
<i>k</i>	Componente armónica
L	Función de Lazo
L _f	Inductancia del filtro
L _l	Inductancia en la carga
LQE	Estimador Lineal Cuadrático
LQG	Control Cuadrático Lineal Gussiano

LQR	Control lineal Cuadrático
m	Índice de modulación
m_f	Índice de modulación de frecuencias
MIMO	Múltiple entrada, Múltiple salida
$m_{max-linear}$	Índice de modulación máximo en el rango lineal
R	Matriz de diseño para la señal de control
r_f	Resistencia del filtro
r_l	Resistencia en la carga
PWM	Modulación por Ancho de Pulso
Q	Matriz de diseño para pesar la importancia relativa del error
S	Función de sensibilidad
SISO	Simple entradas, Simple salidas
SPWM	Modulación por Ancho de Pulso Sinusoidal
SSA	Promedio de espacio de estado
SVD	Descomposición en valores singulares
SVPWM	Modulación por Ancho de Pulso basado en vectores espaciales
T	Función de sensibilidad complementaria
THD	Distorsión Armónica Total
TLFB	Inversor trifásico de dos niveles
T_{mu}	Tiempo de muestreo para discretizar la planta
T_s	Tiempo de muestreo para sintetizar un vector
V	Ruido Gaussiano de salida
V_{ab}	Voltaje línea a línea entregado al motor entre las fases a y b
V_{bc}	Voltaje línea a línea entregado al motor entre las fases b y c
V_{ca}	Voltaje línea a línea entregado al motor entre las fases c y a
V_{DC}	Fuente de voltaje DC del inversor
$V_{moduladora}$	Señal moduladora
$V_{portadora}$	Señal portadora
w	Frecuencia fundamental en rad / seg
w_B	Ancho de banda de lazo cerrado
w_h	Frecuencia de corte del peso de sensibilidad complementaria
w_l	Frecuencia de corte del peso de sensibilidad
\mathbf{W}_1^{-1}	Función de peso de sensibilidad

\mathbf{W}_3^{-1}	Función de peso de sensibilidad complementaria
Z.O.H	Retenedor de Orden cero
ZSS	Señal de Secuencia Cero
$\bar{\sigma}(\cdot)$	Valor singular máximo
$\underline{\sigma}(\cdot)$	Valor singular mínimo

RESUMEN

En este trabajo se propone un esquema de control realimentado para el seguimiento de una referencia de corriente y disminución de distorsión armónica total de la corriente en la carga de un inversor trifásico para el accionamiento de un motor de inducción. Utilizando un modelado selectivo en frecuencia se diseñan dos lazos de control, uno para el seguimiento de la referencia de corriente que actúa solo sobre la componente fundamental de la referencia en independencia de la distorsión armónica y ruido en la medida de la corriente, y otro lazo de control para la reducción del contenido total armónico de la corriente en la carga. Para el modelado selectivo en frecuencia se ha utilizado el método de *Promedio de Espacio de Estado Generalizado* (GSSA) [5]. La técnica robusta empleada para el seguimiento de la referencia ha sido la conocida como control H-Infinito Loop Shaping [14]-[15] y la empleada para el lazo de reducción de armónicos ha sido la conocida como control *Cuadrático Lineal Gaussiano* (LQG) [20]-[21]. La validación del desempeño del sistema de control propuesto se ha realizado mediante la utilización de la herramienta de simulación MatLab/Simulink®.

INTRODUCCIÓN

Estudios recientes sobre la tendencia mundial del consumo de energía revelan el aumento de las necesidades energéticas en los próximos años, y lo que es más grave el empleo masivo de las energías fósiles para abastecer esta necesidad; esto desde luego plantea problemas a largo plazo, debidos a la contaminación del medio ambiente y a las limitaciones propias de estos recursos. Una solución para disminuir el consumo de energías fósiles es la generación de energía eléctrica a partir de energías renovables. En la actualidad solo el 15% de la electricidad se controla mediante electrónica de potencia, pero según aumenta la demanda de energía se hacen más necesarios sistemas de conversión de energía eléctrica basados en electrónica de potencia, además de hacer el control de forma electrónica [1].

La conversión electrónica de potencia DC/AC, conocida comúnmente como proceso de inversión, permite realizar el manejo de energía de una manera más eficaz. Consiste básicamente en la transformación de una tensión DC a una tensión AC de amplitud y/o frecuencia variable dependiendo de la aplicación. Desde luego este proceso está presente en muchos campos de la industria moderna, debido a su gran versatilidad y eficiencia con que ha respondido a los procesos que hoy en día encontramos; grandes accionamientos hidráulicos, mecanismos de tracción, fuentes de alimentación de alta potencia, accionamientos eléctricos, son algunos ejemplos de aplicación de este proceso.

El motor de inducción es una de las máquinas de potencia más ampliamente empleadas en la industria y ha permitido ampliar el rango de aplicaciones y mejoras sobre accionamientos eléctricos. Las ventajas que tiene el motor de inducción son varias y de bastante relevancia sobre otras máquinas; bajo costo de adquisición, mínimo o casi nulo costo de mantenimiento, amplia gama de versiones o tipos para operar sobre diferentes tareas en la industria, altos rangos de velocidad y potencia, son algunas de las características de mayor importancia de esta máquina. Para el funcionamiento correcto del motor de inducción se requiere de una fuente de alimentación trifásica que pueda regularse en amplitud y frecuencia dependiendo de la

aplicación, por lo tanto el elemento requerido para esta tarea es el inversor trifásico de potencia [2].

Como era de esperarse la investigación y desarrollo de nuevas técnicas o procedimientos que permitan mejorar el rendimiento del motor de inducción son bastantes. Sin embargo la mayoría de estos estudios van dirigidos hacia el lazo de control de lazo cerrado del motor de inducción, y por lo contrario son pocos los estudios que se enfocan en el inversor como una etapa del sistema que pueda ser optimizada; se asume que se pueden obtener buenos resultados realimentando la salida del motor y asumiendo el inversor como un elemento ideal, de hecho se obtienen los resultados, pero estos no son los mejores. Se sabe que las componentes armónicas generadas en el inversor debidas en su mayoría a la conmutación de los transistores, generan problemas graves en cuanto a funcionamiento y optimización del sistema, tales como desgaste del motor, pérdidas de energía por calor y vibraciones mecánicas, disminución de vida útil del motor, entre otras [3]-[31]-[32]. Se han adoptado algunas medidas para solucionar estos problemas como son el implementar filtros tipo LC a la salida del inversor para evitar que los armónicos lleguen a la carga, o también se han desarrollado diferentes tipos de modulación con características y ventajas diferentes que permiten mitigar la acción de los armónicos [30]-[31]-[34]-[35]. Todo esto se realiza en lazo abierto. En lazo cerrado no es mucho lo que se ha logrado hacer; básicamente se pretende reducir la acción de los armónicos, empleando algunos métodos como utilizar algoritmos de control y/o aplicando técnicas de control robusto, tales como las basadas en redes neuronales artificiales (ANNs) y filtros complejos para hacer su estimación, o aplicando algunas técnicas de control proporcional, selección y cancelación selectiva, para reducir su efecto en el sistema [4]-[36]-[37].

Con este trabajo se pretende mostrar que realizando un control realimentado directamente sobre la corriente de entrada al motor o a la carga, se logra obtener en primera instancia el seguimiento del comando de referencia, pero además también garantizar una señal de entrada con baja distorsión armónica sin necesidad de utilizar un filtrado LC adicional. Esto por supuesto genera muchas ventajas frente a otros diseños, en cuanto a eficiencia y ahorro de energía, vida útil de los equipos, robustez y estabilidad del sistema, que conllevarán obviamente a bajos costos de implementación.

Además de esta introducción, este documento comprende cinco capítulos donde se documenta, detalla y analiza el desarrollo de este trabajo. El capítulo uno describe la técnica de modulación PWM en vectores espaciales como una de las técnicas en lazo abierto más empleada comercialmente para el control de inversores trifásicos a fin de tener un marco de referencia para realizar la comparación con los resultados obtenidos en este trabajo. Además también se establecen los principios analíticos y de funcionamiento del método. El capítulo dos presenta el desarrollo teórico y analítico de los modelos utilizados para simulación, tanto el modelo dinámico de las variables reales como el modelo dinámico de las componentes armónicas. Se muestran gráficas de simulación que validan los resultados analíticos. En el capítulo tres se consigna el principal aporte del proyecto, se describe el proceso analítico y teórico para el desarrollo e implementación del controlador H-Infinito Loop Shaping y el controlador Cuadrático Lineal Gaussiano LQG, que logran alcanzar los objetivos planteados en este trabajo. Se muestran también algunas gráficas de simulación donde se valida el logro de estos objetivos. En el capítulo cuatro se consigna el método adoptado para establecer la calidad de las señales en cuanto a contenido armónico y se hace un análisis comparativo en cuanto a calidad de las señales obtenidas con el controlador propuesto, en contraste con la calidad de las señales utilizando un control en lazo abierto convencional. También se consignan las principales conclusiones obtenidas de los análisis realizados y se hacen algunas recomendaciones finales acerca de caminos por explorar y/o trabajos futuros.

Al final del documento se describen también algunas referencias importantes y se consignan algunos anexos o apéndices.

1. MODULACIÓN SVPWM PARA INVERSORES TRIFÁSICOS

1.1 PWM basado en portadoras

El método de modulación PWM (*Pulse Width Modulation*) basado en portadoras controla el voltaje promedio de salida en un período lo suficientemente pequeño, llamado período de conmutación mediante la producción de pulsos de ciclo de trabajo variable. Una onda triangular de alta frecuencia, llamada portadora, es comparada con una señal sinusoidal que representa la salida deseada denominada señal de referencia o moduladora. En el momento en el que la portadora es menor que la referencia, un comparador produce una salida en alto que, llevada a una rama de transistores de un inversor (ver figura 2.1), activa el transistor superior y desactiva el inferior por medio de una compuerta negadora. En el caso opuesto, cuando la portadora sea mayor que la referencia, la salida del comparador será una señal en bajo, desactivando el transistor superior y activando el inferior [10]. La Figura 1.1. muestra señales típicas en este proceso, $V_{moduladora}$ corresponde a la señal de referencia o moduladora, $V_{portadora}$ la señal de portadora y la señal de comparador muestra el resultado de la comparación realizada (señal de dos valores discretos, en este caso -1 o 1).

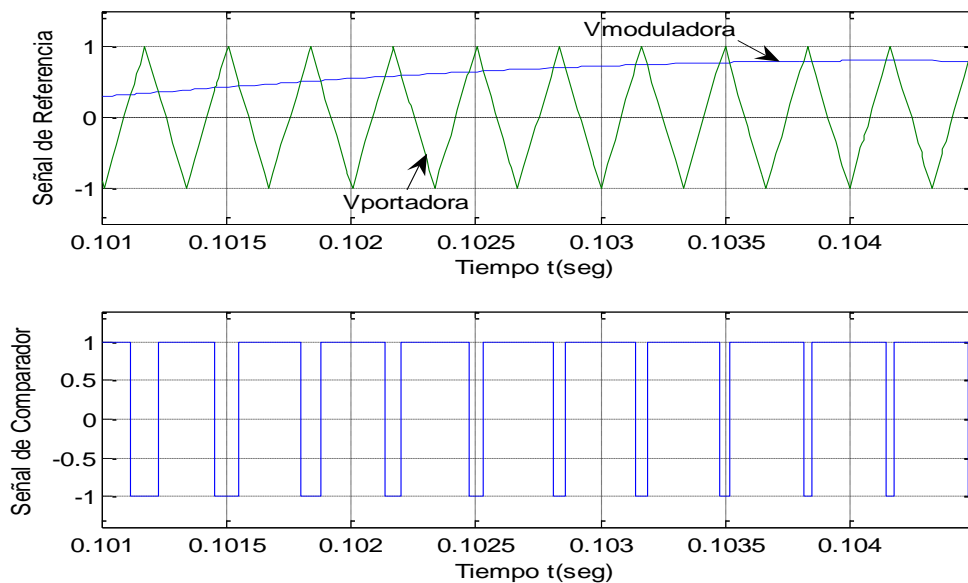


Figura 1. 1 Generación de una señal PWM.

La modulación sinusoidal pura SPWM (*Modulación PWM Sinusoidal*), se ha utilizado en multitud de aplicaciones debido a su sencillez de implementación y a la buena distribución armónica del espectro de la tensión de salida, el cual concentra los armónicos debidos a la conmutación en la frecuencia de la portadora y sus múltiplos (dispersándose ligeramente en bandas laterales). Sin embargo este método ofrece un rango lineal de operación reducido, con un índice de modulación máximo lineal $m_{max-lineal}=1$, lo que implica una limitación del uso del bus de DC [6].

Para inversores en el que el punto medio del bus de continua, nodo "0", se encuentra flotante respecto al neutro del sistema conectado a la salida del inversor, nodo "N", como es el caso en esta tesis (ver Figura 2.1), pueden ser adicionadas señales con amplitud y frecuencia variantes entre estos dos puntos sin afectar los voltajes y corrientes línea a línea a la salida del inversor. Sin embargo, la adición de esta señal denominada *señal de secuencia cero (ZSS)*, modifica las características de desempeño del modulador; mediante la elección de una señal de secuencia cero adecuada, el rango lineal de operación puede alcanzar el valor $m_{max-lineal}=1.1547$, lo cual lleva a una mayor utilización del bus de DC, además de que las pérdidas por conmutación también pueden ser disminuidas.

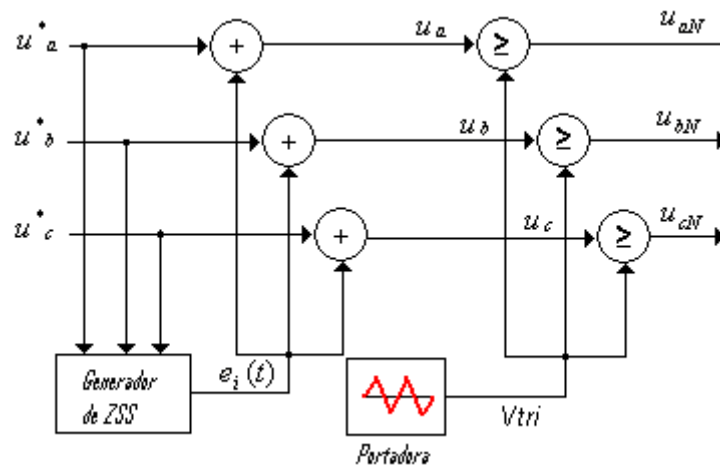


Figura 1. 2 Proceso de modulación con inyección de secuencia cero.

En la Figura 1.2 se ilustra el proceso de inyección en donde el bloque *Generador de ZSS* calcula la señal de secuencia cero $e_i(t)$ a partir de las señales moduladoras fundamentales [6]-[9].

Del diagrama de la Figura 1.2 se deduce entonces que la representación de las señales de modulación $u_i(t)$ ($i = a, b, c$) para moduladores PWM basados en portadora trifásicos [9], se define como:

$$u_i(t) = u_i^*(t) + e_i(t) \quad (1.1)$$

Donde $e_i(t)$, es la señal de secuencia cero y $u_i^*(t)$ son las señales fundamentales sinusoidales trifásicas, definidas como:

$$\begin{aligned} u_a^*(t) &= m \sin \omega t \\ u_b^*(t) &= m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ u_c^*(t) &= m \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Donde m es el índice de modulación.

Discriminando el tipo de carga, rango de modulación lineal y despreciando armónicos de alta frecuencia, el voltaje de fase de salida satisface que:

$$U_{iN} = \frac{E}{2} u_i \quad (i = a, b, c) \quad (1.3)$$

Luego, de las ecuaciones (1.2) y (1.3) se obtiene el voltaje de cada una de las fases, así:

$$\begin{aligned} u_{aN}(t) &= \frac{E}{2} [m \sin \omega t + e_i(t)] \\ u_{bN}(t) &= \frac{E}{2} [m \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + e_i(t)] \\ u_{cN}(t) &= \frac{E}{2} [m \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) + e_i(t)] \end{aligned} \quad (1.4)$$

El voltaje de línea puede ser expresado como:

$$\begin{aligned}
 U_{ab}(t) &= U_{aN}(t) - U_{bN}(t) \\
 &= \frac{E}{2} \sqrt{3} m \sin(\omega t + \pi/6) \\
 U_{bc}(t) &= \frac{E}{2} \sqrt{3} m \sin(\omega t + 5\pi/6) \\
 U_{ca}(t) &= \frac{E}{2} \sqrt{3} m \sin(\omega t + 3\pi/2)
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

Es de notar que la señal $e_i(t)$ no aparece en tensiones línea-línea, de ahí su denominación como *señal de secuencia cero* [11], [12], y puede ser calculada como

$$e_i(t) = \frac{1}{3}(u_a(t) + u_b(t) + u_c(t)) \tag{1.6}$$

De esta manera, según el valor o señal adoptada por $e_i(t)$ se obtienen moduladores PWM, con ventajas y características diferentes de funcionamiento [6], [9]. Así, con un $e_i(t)=0$ se obtiene un PWM sinusoidal, mientras que si $e_i(t) \neq 0$, se obtendrá un PWM no sinusoidal. La señal de secuencia cero adoptada en este trabajo esta definida por $e_i(t) = 1/2(1 - u_{\max}^*) + 1/2(-1 - u_{\min}^*)$, que equivale a un modulador SVPWM simétrico o también llamado SYPWM pero basado en portadoras [13], como se muestra en la Figura 1.3. Con este modulador se obtiene un índice de modulación máximo $m_{\max} = 2/\sqrt{3}$ en el rango de modulación lineal. Su correspondiente distribución de tiempos “cero” o nulos T_0, T_7 para el sector I, es

$$T_0 = T_7 = \frac{1}{2}(T_s - T_1 - T_2) \tag{1.7}$$

Para los sectores restantes basta hacer una rotación de 60 grados en el sentido de las manecillas del reloj sobre el espacio vectorial que se ilustra mas adelante en la Figura 1.4. Estos tiempos se consideran mas adelante en la sección 1.2.

El considerar una señal de secuencia cero $e_i(t)$, al igual que el método y características tenidas en cuenta en la etapa de modulación, se realiza en base a que fue precisamente este diseño el que nos aportó mejores resultados para el sistema, en cuanto a contenido armónico se refiere. Sin embargo queda abierto a nuevas investigaciones sobre este diseño en particular y posibles variaciones que se puedan realizar con el fin de obtener mejores resultados.

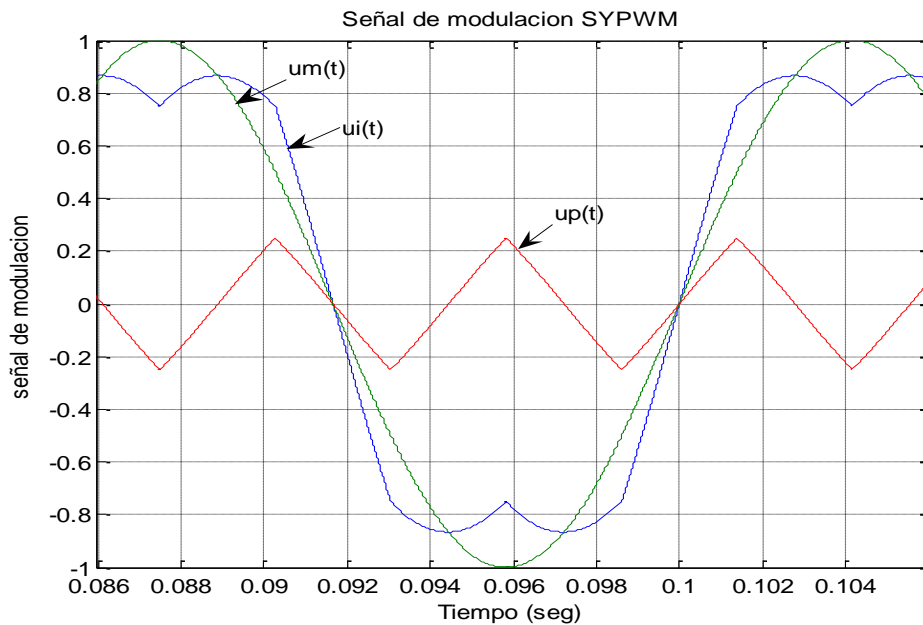


Figura 1. 3 Señal de modulación PWM simétrica, SYPWM ($m = 1$).

En la Figura 1.3 $u_m(t)$ representa la señal sinusoidal de referencia, $u_p(t)$ es la señal de secuencia cero $e_i(t)$ y $u_i(t)$ es la señal resultante de la adición de $e_i(t)$ a la señal de referencia.

Como se observa son muchos los posibles moduladores que se pueden generar a partir de la selección de una señal de secuencia cero, igualmente son muchos los estudios realizados en este sentido, incluyendo los de conmutación discontinua que permiten disminuir las pérdidas por conmutación, aunque las señales que se deben generar para su implementación son un poco mas complejas [6]-[9]. En un inversor en fuente de tensión la modulación es el mecanismo empleado para sintetizar la tensión de salida del mismo, por lo tanto la técnica de modulación empleada en el inversor determina el aprovechamiento de los recursos de tensión de su bus de continua, la calidad y la linealidad de la tensión de salida, el rizado de la corriente, las pérdidas de potencia por conmutación, etc.

La operación en modo conmutado de los convertidores electrónicos de potencia ha posibilitado la obtención de sistemas de alta eficiencia y elevada densidad de potencia, siendo la modulación por anchura de pulsos (PWM) la técnica básica de procesamiento de energía empleada en estos convertidores.

El continuo incremento de la velocidad de conmutación de los transistores de potencia, y el aumento de la capacidad de la computación de los procesadores digitales de señal, hace que la investigación en algoritmos de modulación, cada vez más eficientes y rápidos, sea un área en continua evolución.

1.2 Modulación del Vector Espacial SVPWM

El atractivo enfoque planteado en esta técnica, su íntima relación con las secuencias de conmutación experimentadas por el inversor, y la idoneidad para su aplicación en un procesador digital, ha propiciado su desarrollo en aplicaciones modernas de electrónica de potencia. La coincidencia temporal con la aparición de procesadores digitales de bajo costo, y la posibilidad de caracterizar con profundidad el proceso de conmutación del inversor, abrió nuevas vías de estudio en lo referente en secuencias de conmutación óptimas y dio lugar a que la modulación SVM (*Space Vector Modulation*) fuese considerada como una técnica de modulación idónea para inversores [6].

La modulación del vector espacial (SVM), es una técnica avanzada de síntesis de tensión a la salida del inversor basada en la representación vectorial de dicha tensión [6]-[7]. En la interpretación convencional de SVM, cada uno de los ocho posibles estados de conmutación de un *Inversor Trifásico de Dos Niveles (TLFB en sus siglas en inglés)* es definido mediante una terna de variables lógicas (primera columna de la Tabla 1.1) [6]. Estas variables lógicas corresponden a las señales de control de los transistores superiores de las tres ramas del inversor, y se entiende que el transistor superior de una determinada rama estará activado cuando su correspondiente señal de control sea igual a "1".

Bajo una concepción vectorial, las tensiones de rama correspondientes a los ocho estados del inversor dan lugar a ocho vectores de tensión en dichas ramas, denominados aquí como vectores generadores (vectores \vec{V}_0 a \vec{V}_7 en la Tabla 1.1). En esta tabla, de acuerdo al diagrama circuital que representa de forma aproximada el sistema real que se ilustra mas adelante en el capítulo 2 (ver Figura 2.1), se definen dos tensiones de salida, una medida respecto al nodo "0" y otra medida respecto al nodo "N", de esta forma u_{i0} en la tabla, es llamada *tensión de salida de rama* y u_{iN} es

llamada *tensión de salida de fase* ($i = a, b, c$). En un inversor trifásico balanceado con el bus de continua aislado respecto al neutro del sistema de carga, la tensión entre el nodo "0" y el nodo "N", llamada también tensión de flotación [6], se puede expresar como:

$$V_{0n} = -\frac{1}{3}(u_{a0} + u_{b0} + u_{c0}) \quad (1.8)$$

Por lo tanto las tensiones de salida del inversor de la Tabla 1.1 se calculan como:

$$u_{iN} = u_{i0} + V_{0n} ; i = a, b, c$$

En la Tabla 1.1 las tensiones de rama y de salida correspondientes a estos vectores generadores han sido normalizadas respecto a la mitad de la tensión del bus de continua $V_{DC}/2$.

Tabla 1. 1 Vectores de tensión del inversor TLFB normalizados respecto a $V_{DC}/2$.

Estado	Vector	u_{a0}	u_{b0}	u_{c0}	V_{0n}	u_{aN}	u_{bN}	u_{cN}	$u_{\alpha N}$	$u_{\beta N}$
111	\vec{V}_0	1	1	1	-1	0	0	0	0	0
100	\vec{V}_1	1	-1	-1	1/3	4/3	-2/3	-2/3	4/3	0
110	\vec{V}_2	1	1	-1	-1/3	2/3	2/3	-4/3	2/3	$\sqrt{2}$
010	\vec{V}_3	-1	1	-1	1/3	-2/3	4/3	-2/3	-2/3	$\sqrt{2}$
011	\vec{V}_4	-1	1	1	-1/3	-4/3	2/3	2/3	-4/3	0
001	\vec{V}_5	-1	-1	1	1/3	-2/3	-2/3	4/3	-2/3	$-\sqrt{2}$
101	\vec{V}_6	1	-1	1	-1/3	2/3	-4/3	2/3	2/3	$-\sqrt{2}$
000	\vec{V}_7	-1	-1	-1	1	0	0	0	0	0

Las dos componentes de los vectores de tensión de salida del inversor, expresadas en el marco de referencia α - β ($u_{\alpha N}$, $u_{\beta N}$), se pueden calcular aplicando la transformación de Clarke sobre las tensiones de salida expresadas en el marco natural a-b-c (excluyendo la componente cero), es decir:

$$\begin{bmatrix} u_{\alpha N} \\ u_{\beta N} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{aN} \\ u_{bN} \\ u_{cN} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

La Figura 1.4 muestra la representación de los vectores de salida del inversor sobre el plano α - β . De acuerdo a esta figura un vector de tensión genérico de salida V_{ref} , podría ser sintetizado mediante la aplicación ponderada de sus dos vectores activos adyacentes. De esta forma se conseguiría que el vector de salida siguiera la trayectoria punteada de la Figura 1.4. Para conseguir cualquier longitud en el vector de salida, es necesaria la aplicación de vectores nulos adicionales [6].

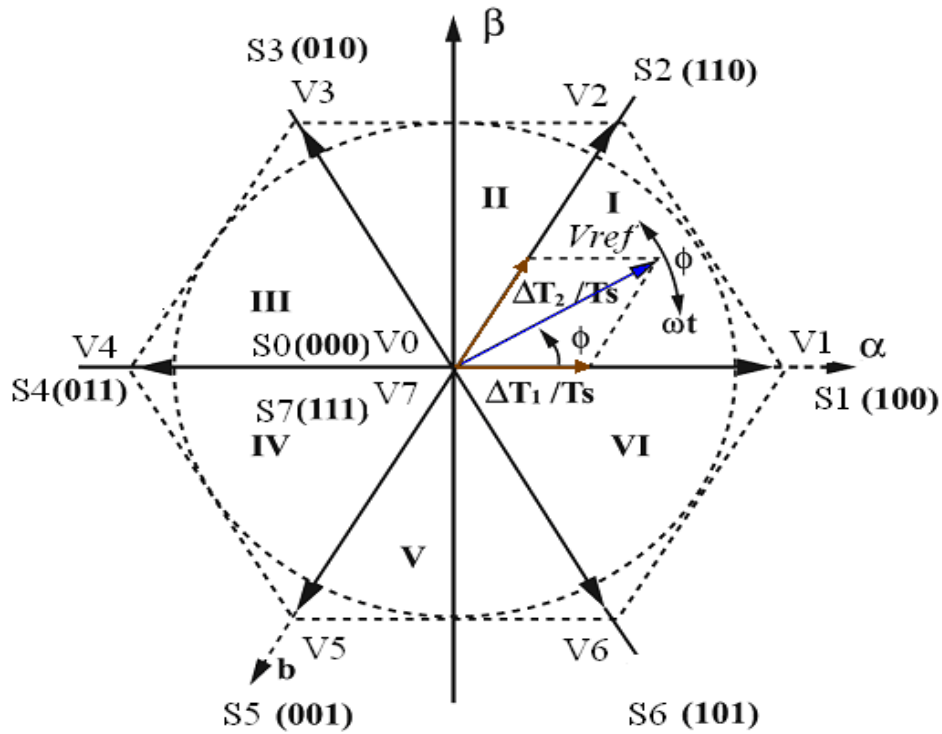


Figura 1. 4 Representación vectorial de las tensiones del inversor TLFB.

Los ocho estados posibles a los que puede llegar el inversor de la Tabla 1.1, corresponden a los ocho vectores de tensión de salida de la Figura 1.4, respectivamente, de los cuales \vec{V}_0 y \vec{V}_7 son llamados *vectores cero*, mientras los restantes seis vectores son llamados *vectores activos*, quienes definen los seis sectores espaciales de la Figura 1.4. En un intervalo de tiempo en un sector cualquiera definido en la Figura 1.4, el vector de tensión de salida \vec{V} puede escribirse como:

$$\vec{V}(t) = \frac{t_0}{T_s} \vec{V}_0 + \frac{t_1}{T_s} \vec{V}_1 + \dots + \frac{t_7}{T_s} \vec{V}_7 \quad (1.10)$$

Donde t_0, t_1, \dots, t_7 son los tiempos de activación de los vectores $\vec{V}_1, \dots, \vec{V}_7$; cumpliendo con la restricción que $t_0, t_1, \dots, t_7 \geq 0$ y $\sum_{i=0}^7 t_i = T_s$, donde T_s es el tiempo de muestreo.

Contrariamente a lo que ocurre en las técnicas de modulación basadas en portadora, en SVPWM no existen moduladores independientes para cada una de las fases del inversor. En SVPWM se muestrea la referencia del vector de tensión de salida con una frecuencia fija igual al periodo de conmutación del inversor, y a partir de esta información, se calcula la posición del mismo y los tiempos de aplicación necesarios para cada uno de los vectores generadores implicados. Una vez determinados los tiempos de aplicación de los vectores generadores, un sistema secuenciador traduce estos tiempos en las señales de control para los transistores. De esta manera, el vector de referencia será realmente sintetizado en la salida del inversor durante el periodo de conmutación siguiente al instante en que se realiza el muestreo [6]-[8].

De acuerdo a la expresión de la ecuación (1.10) la descomposición del vector espacial \vec{V} en sus componentes respectivas, resultaría de esta manera en muchas posibilidades. Por esta razón, y en busca de disminuir la conmutación de los transistores y utilizar completamente el tiempo de activación de los vectores correspondientes, el vector espacial \vec{V} se descompone en sus dos vectores adyacentes mas cercanos y los dos *vectores ceros* o nulos (V_7, V_0) en un sector arbitrario [9]. Por ejemplo, para el sector I de la Figura 1.4, en un intervalo de muestreo, el vector espacial \vec{V} puede escribirse como:

$$\vec{V} = \frac{t_1}{T_s} \vec{V}_1 + \frac{t_2}{T_s} \vec{V}_2 + \frac{t_7}{T_s} \vec{V}_7 + \frac{t_0}{T_s} \vec{V}_0 \quad (1.11)$$

Donde $T_s - T_1 - T_2 = T_0 + T_7 \geq 0, T_0 \geq 0$ y $T_7 \geq 0$

T_1 y T_2 son tiempos de aplicación para los vectores \vec{V}_1 y \vec{V}_2 del sector I respectivamente, de acuerdo a la Figura (1.4), pueden expresarse como:

$$\begin{aligned} \frac{T_1}{T_s} &= \frac{\sqrt{3}}{2} m \sin\left(\frac{\pi}{3} - wt\right) \\ \frac{T_2}{T_s} &= \frac{\sqrt{3}}{2} m \sin(wt) \\ T_0 + T_7 &= T_s - T_1 - T_2 \end{aligned} \quad (1.12)$$

Donde wt se define según la Figura 1.4.

La descomposición de \vec{V} para los seis sectores se muestra en la Tabla 1.2, donde se hace la rotación por los seis sectores y los 360 grados para wt .

Tabla 1. 2 Cálculo de tiempos para los seis sectores del espacio vectorial.

SECTOR I ($0 \leq wt \leq \pi/3$)	SECTOR II ($\pi/3 \leq wt \leq 2\pi/3$)	SECTOR III ($2\pi/3 \leq wt \leq \pi$)
$T_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + \pi/6)$	$T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 11\pi/6)$	$T_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 3\pi/2)$
$T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 3\pi/2)$	$T_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 7\pi/6)$	$T_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 5\pi/6)$
$T_0 + T_7 = T_s - T_1 - T_2$	$T_0 + T_7 = T_s - T_2 - T_3$	$T_0 + T_7 = T_s - T_3 - T_4$
Sector IV ($\pi \leq wt \leq 4\pi/3$)	Sector V ($4\pi/3 \leq wt \leq 5\pi/3$)	Sector VI ($5\pi/3 \leq wt \leq 2\pi$)
$T_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 7\pi/6)$	$T_5 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 5\pi/6)$	$T_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + \pi/2)$
$T_5 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + \pi/2)$	$T_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + \pi/6)$	$T_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} mT_s \cos(wt + 11\pi/6)$
$T_0 + T_7 = T_s - T_4 - T_5$	$T_0 + T_7 = T_s - T_5 - T_6$	$T_0 + T_7 = T_s - T_1 - T_6$

De esta forma, la diferencia conceptual entre las técnicas de modulación PWM Basada en Portadoras (CB-PWM) y SVPWM consiste en que, en la primera, se calculan las tensiones de referencia para las ramas, y los tiempos de conmutación son automáticamente establecidos por la señal portadora, mientras que en la segunda, se calculan los tiempos de aplicación de los vectores generadores, y el sistema secuenciador se encarga de establecer los instantes de conmutación para que el vector de referencia de tensión sea finalmente sintetizado a la salida del inversor [6].

El método de modulación SVPWM resulta ser una técnica idónea en aplicaciones de alta tensión y alta potencia, pues permite obtener bajo rizado en corriente y una fácil implementación en procesadores digitales [8]. Sin embargo la implementación en MatLab/Simulink de un modulador SVPWM resulta más complicada y requiere más recurso computacional que el modulador PWM basado en portadoras, que es mucho más simple. Básicamente es por esta razón que en este trabajo, desde el punto de vista operacional se adopta implementar este último método de modulación, advirtiendo al lector que se puede llegar a un modulador SVPWM desde uno basado en portadoras como se explica a continuación en la siguiente sección.

1.2.1 Relación entre modulación SVPWM y PWM basado en portadoras.

La relación entre una modulación PWM basada en portadoras y una basada en vectores espaciales recae básicamente en la analogía que puede hacerse en el cálculo de los tiempos de conmutación del modulador para ambos métodos; como se muestra gráficamente en la Figura 1.5 [9].

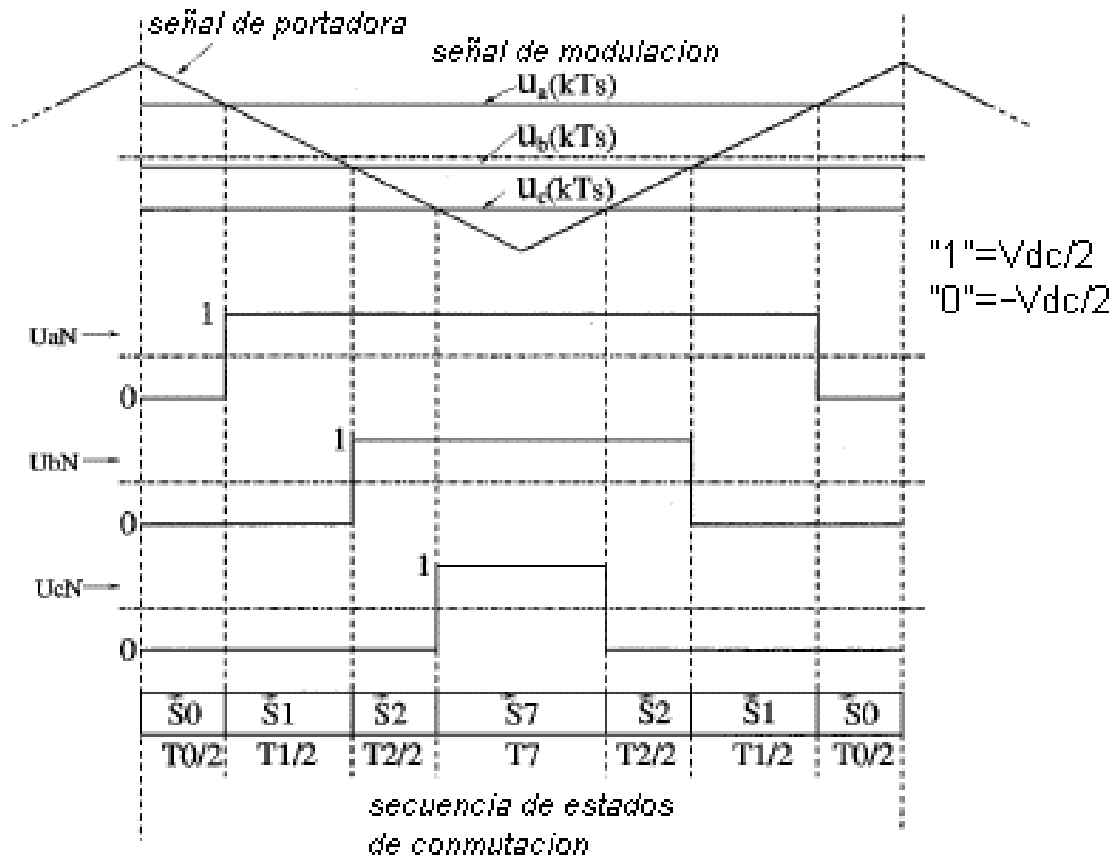


Figura 1. 5 Modulación PWM basada en portadoras y en vectores espaciales para el sector I.

Basados en la Figura 1.5 y el principio de balance voltio-segundo (*Equal Voltage-Second Principle*) [9], se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 U_{aN}T_s &= \frac{E}{2}(u_a^* + e_i)T_s = \frac{E}{2}(T_1 + T_2 + T_7 - T_0) \\
 U_{bN}T_s &= \frac{E}{2}(u_b^* + e_i)T_s = \frac{E}{2}(T_2 + T_7 - T_0 - T_1) \\
 U_{cN}T_s &= \frac{E}{2}(u_c^* + e_i)T_s = \frac{E}{2}(-T_1 - T_2 + T_7 - T_0)
 \end{aligned} \tag{1.13}$$

Luego,

$$\begin{aligned}
 u_a &= \frac{(T_1 + T_2 + T_7 - T_0)}{T_s} \\
 u_b &= \frac{(T_2 + T_7 - T_0 - T_1)}{T_s} \\
 u_c &= \frac{(-T_1 - T_2 + T_7 - T_0)}{T_s}
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

De (1.13) y (1.14), la señal de secuencia cero $e_i(t)$ es calculada como

$$e_i = \frac{1}{3}(u_a + u_b + u_c) = -\frac{T_0}{T_s} - \frac{1}{3}\frac{T_1}{T_s} + \frac{1}{3}\frac{T_2}{T_s} + \frac{T_7}{T_s} \quad (1.16)$$

Igual que la ecuación (1.16), se obtiene la expresión de $e_i(t)$ para los otros cinco sectores de la región espacial. De esta manera (1.15) y (1.16) representan la relación entre señales de modulación y vectores espaciales [9].

Por lo tanto un modulador PWM basado en portadoras puede ser fácilmente transformado en un PWM basado en vectores espaciales equivalente.

De acuerdo a (1.5) y (1.13), se obtiene que:

$$\begin{aligned} U_{ab}T_s &= (U_{aN} - U_{bN})T_s = \frac{E}{2}(u_a^* - u_b^*)T_s = ET_1 \\ U_{bc}T_s &= (U_{bN} - U_{cN})T_s = \frac{E}{2}(u_b^* - u_c^*)T_s = ET_2 \\ U_{ca}T_s &= (U_{cN} - U_{aN})T_s = \frac{E}{2}(u_c^* - u_a^*)T_s = -E(T_1 + T_2) \\ T_0 + T_7 &= T_s - T_1 - T_2 \end{aligned} \quad (1.17)$$

Luego, se obtiene que:

$$\begin{aligned} u_a^* - u_b^* &= \frac{2T_1}{T_s} \\ u_b^* - u_c^* &= \frac{2T_2}{T_s} \end{aligned} \quad (1.18)$$

De esta manera, la ecuación (2.17) muestra la relación directa entre voltajes línea-línea y los vectores espaciales en el sector I. También indica que la salida de los voltajes línea-línea es determinada por los vectores activos, y no por los vectores cero. La ecuación (1.18) muestra la relación entre las señales fundamentales y los vectores espaciales en el sector I. La relación entre las señales fundamentales y los vectores espaciales en todos los seis sectores se indican en la Tabla 1.3 [9].

Tabla 1. 3 Relación entre señales fundamentales y vectores espaciales.

SECTOR I	SECTOR II	SECTOR III
$u_a^* - u_b^* = \frac{2T_1}{T_s}$	$u_a^* - u_b^* = \frac{2T_3}{T_s}$	$u_b^* - u_c^* = \frac{2T_3}{T_s}$
$u_b^* - u_c^* = \frac{2T_2}{T_s}$	$u_c^* - u_a^* = \frac{2T_2}{T_s}$	$u_c^* - u_a^* = \frac{2T_4}{T_s}$
SECTOR IV	SECTOR V	SECTOR VI
$u_a^* - u_b^* = \frac{2T_4}{T_s}$	$u_a^* - u_b^* = \frac{2T_6}{T_s}$	$u_b^* - u_c^* = \frac{2T_6}{T_s}$
$u_b^* - u_c^* = \frac{2T_5}{T_s}$	$u_c^* - u_a^* = \frac{2T_5}{T_s}$	$u_c^* - u_a^* = \frac{2T_1}{T_s}$

En las Figuras 1.6 y 1.7 se muestran las formas de onda y distorsión armónica de la respuesta del sistema en lazo abierto, modelado en espacio de estados como se indica mas adelante en el capítulo 2, utilizando moduladores PWM basado en portadoras y PWM basado en vectores espaciales. La simulación del sistema de lazo abierto para ambos métodos de modulación se realiza en iguales condiciones, esto con el fin de observar mejor el desempeño de cada uno. Como se observa ambos métodos presentan un desempeño muy similar en cuanto a distorsión armónica se refiere. Con el modulador basado en portadoras se genera un Total de Distorsión Armónica (*THD en sus siglas en ingles*) del 8.77%, mientras en uno basado en vectores espaciales se tiene un THD de 8.78%, prácticamente igual cantidad de distorsión.

Sin embargo hay que aclarar al lector que éstos son resultados de Simulink, pues como se conoce la implementación real de un modulador SVPWM es mucho más practica y tiene mejores características de funcionamiento y desempeño, aunque los equipos de procesamiento que se requieran para deben ser un poco más rápidos y de mayor capacidad. Con esto se justifica el hecho de utilizar el método de modulación PWM basado en portadoras para la realización de este proyecto; pues este último tiene la ventaja adicional de ser menos complejo de implementar en bloques de Simulink que un modulador basado en vectores espaciales.

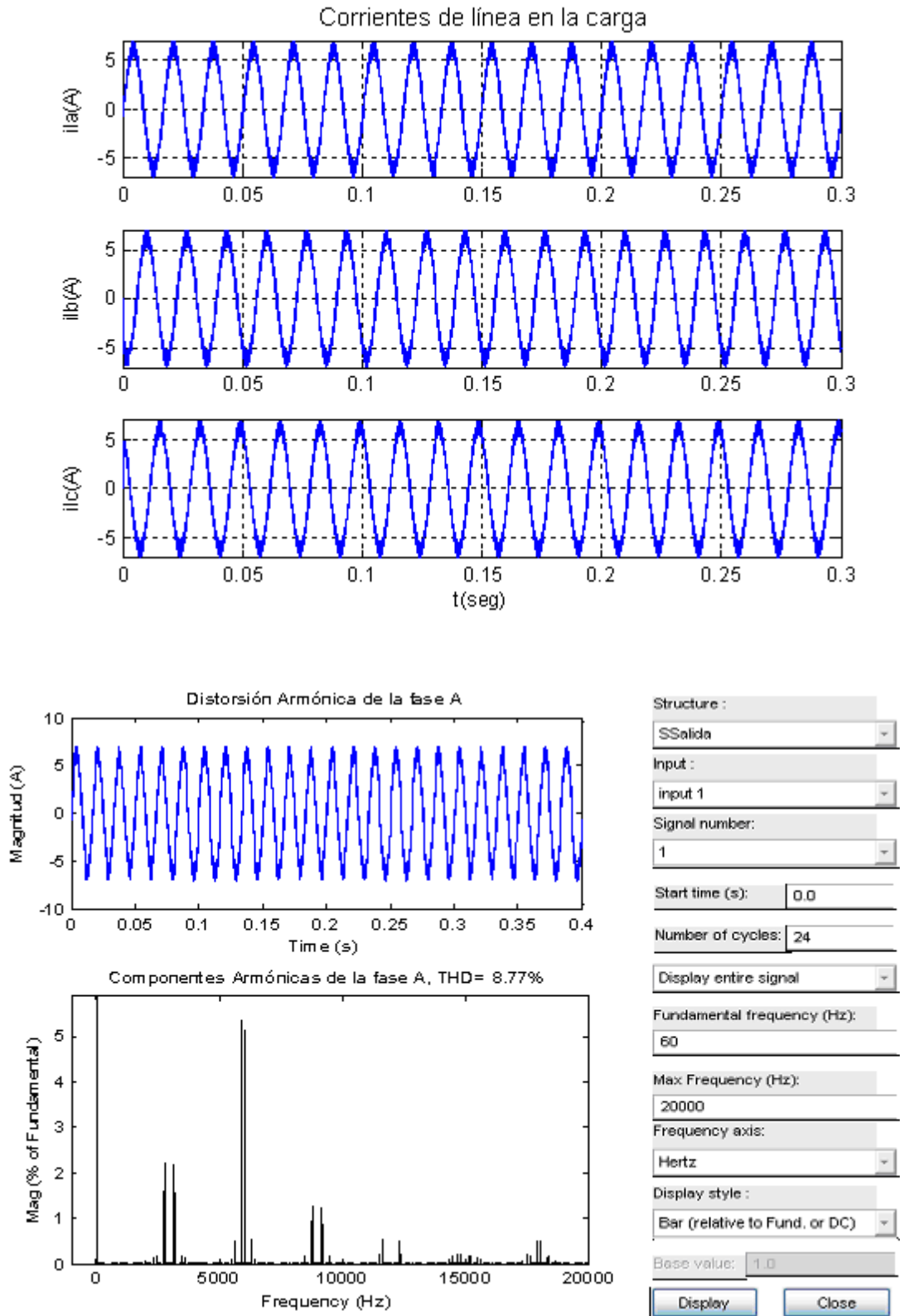


Figura 1.6 Distorsión armónica generada en la señal de corriente de línea usando modulación CB-PWM (sin filtro).

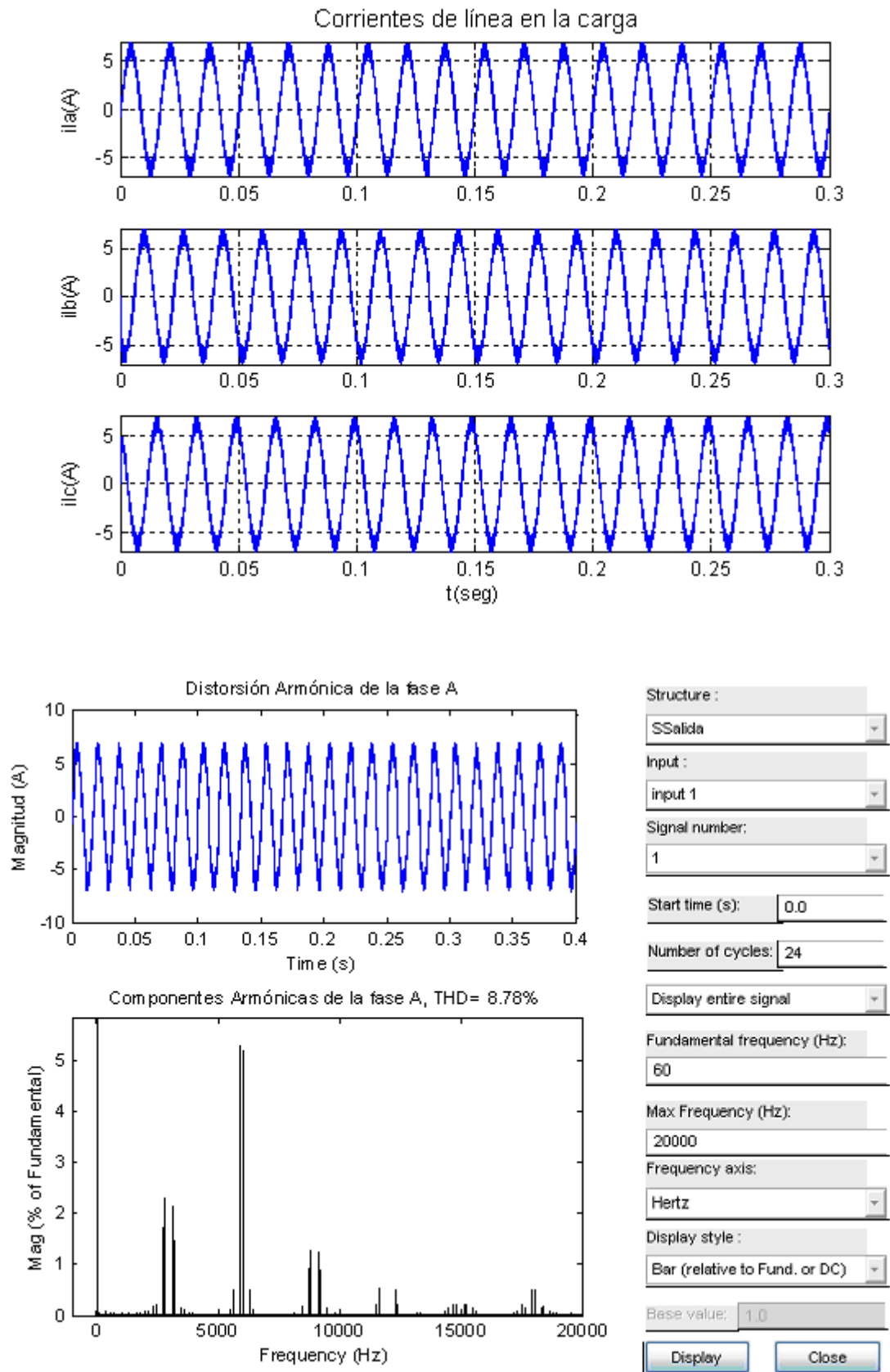


Figura 1. 7 Distorsión armónica generada en la señal de corriente de línea usando modulación SVPWM basada en vectores espaciales (*sin filtro*).

2. MODELADO DINÁMICO DEL INVERSOR TRIFÁSICO

La Figura 2.1 representa de forma general el sistema de alimentación convencional para el motor de inducción trifásico y sobre el cual se trabaja en esta tesis. Para obtener el modelo dinámico del inversor trifásico se considera la configuración y/o distribución eléctrica que describe el sistema.

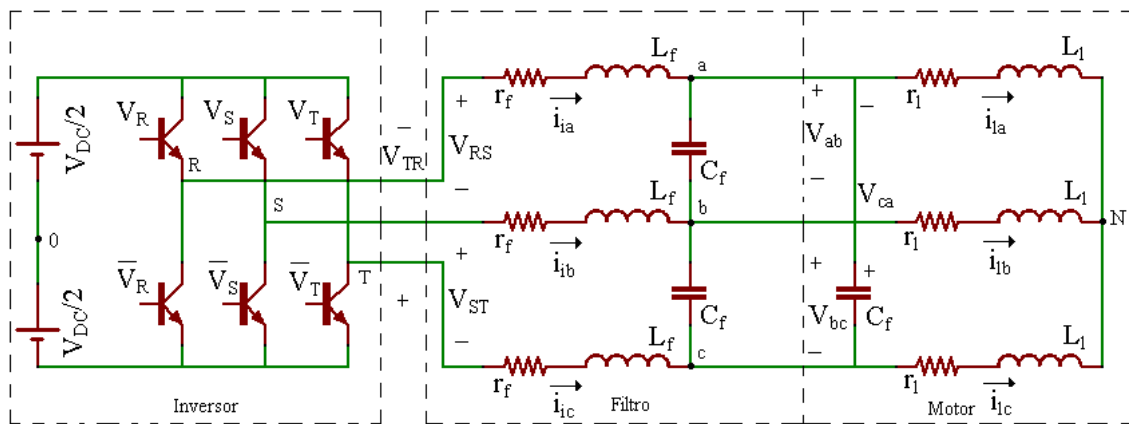


Figura 2. 1 Diagrama circuital del sistema

El diagrama esta compuesto básicamente por tres partes:

1. El Inversor

El inversor sobre el cual se realiza el estudio y análisis en esta tesis es un inversor trifásico de dos niveles en configuración reductor con alimentación de entrada en fuente de voltaje. Por medio de un subsistema de control, donde se centra nuestro mayor aporte, se espera activar de forma eficiente el paso de energía a los tres pares de transistores de potencia que alimentan a su vez a las tres fases del motor de inducción.

2. El Filtro

Normalmente se suele diseñar un filtro a la entrada del motor, como primera medida para eliminar ciertos componentes armónicos, ruidos o alteraciones que puedan afectar la señal de entrada al motor. Este filtro realiza una eliminación o corrección de la señal sin tener en cuenta las posibles variaciones en el sistema, que ocurren principalmente en la carga y en tiempo real. El propósito en esta tesis es disminuir el

contenido armónico en la alimentación del motor teniendo en cuenta la dinámica del sistema. El filtro que se emplea es de tipo LC como se muestra en la Figura 2.1, pero como se describirá adelante, el resultado obtenido permitirá considerar la eliminación de este filtro.

3. El Motor

El motor representa la carga del sistema, es la componente sobre la cual se reflejan los resultados del análisis y desarrollo que se realiza en este trabajo. Se considera, para tareas de simulación, un motor de inducción trifásico el cual se representa de manera simplificada como una carga inductiva trifásica en este trabajo, dado que se centrará el análisis en el control del inversor y no en el de variables del motor. Sus parámetros de diseño son mencionados al final del documento, en el Anexo A.

2.1 Modelado en Espacio de Estados del Sistema.

Considerando la interacción entre estas tres partes que se consideran hasta el momento (Figura 2.1), resultan nueve variables de estado que representan satisfactoriamente la dinámica del sistema (considerando un modelado línea a línea). Estas variables son:

- Corrientes fase de entrada, i_{ia}, i_{ib}, i_{ic} .
- Corrientes fase de carga, i_{la}, i_{lb}, i_{lc} .
- Voltajes de línea, V_{ab}, V_{bc}, V_{ca} .

Teniendo en cuenta el diagrama circuital de la Figura 2.1, se obtienen las ecuaciones de voltaje entre los nodos R, S y T:

$$\begin{aligned}
 V_{RS} &= i_{ia}r_f + L_f \frac{\partial i_{ia}}{\partial t} + V_{ab} - L_f \frac{\partial i_{ib}}{\partial t} - i_{ib}r_f \\
 V_{ST} &= i_{ib}r_f + L_f \frac{\partial i_{ib}}{\partial t} + V_{bc} - L_f \frac{\partial i_{ic}}{\partial t} - i_{ic}r_f \\
 V_{TR} &= i_{ic}r_f + L_f \frac{\partial i_{ic}}{\partial t} + V_{ca} - L_f \frac{\partial i_{ia}}{\partial t} - i_{ia}r_f
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

El voltaje de línea a línea entre los nodos R, S y T, pueden ser representados de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 V_{RN} = \frac{V_{DC}}{2} U_R & \quad \Longrightarrow \quad V_{RS} = \frac{V_{DC}}{2} U_{RS} \\
 V_{SN} = \frac{V_{DC}}{2} U_S & \quad \Longrightarrow \quad V_{ST} = \frac{V_{DC}}{2} U_{ST} \\
 V_{TN} = \frac{V_{DC}}{2} U_T & \quad \Longrightarrow \quad V_{TR} = \frac{V_{DC}}{2} U_{TR}
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Donde U_R, U_S, U_T son las señales de control que activan y desactivan los interruptores del inversor, los cuales toman valores; 1 (interruptor superior encendido) o -1 (interruptor inferior encendido) y los dos interruptores de una misma rama nunca pueden estar encendidos simultáneamente.

Igualmente el voltaje entre los nodos a, b, c, se representan como:

$$\begin{aligned}
 V_{ab} &= i_{la} r_l + L_l \frac{\partial i_{la}}{\partial t} - L_l \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} - r_l i_{lb} \\
 V_{bc} &= i_{lb} r_l + L_l \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} - L_l \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} - r_l i_{lc} \\
 V_{ca} &= i_{lc} r_l + L_l \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} - L_l \frac{\partial i_{la}}{\partial t} - r_l i_{la}
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

La corriente entre los nodos a, b, c, se expresa como:

$$\begin{aligned}
 i_{ia} &= C_f \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} - C_f \frac{\partial V_{ca}}{\partial t} + i_{la} \\
 i_{ib} &= C_f \frac{\partial V_{bc}}{\partial t} - C_f \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} + i_{lb} \\
 i_{ic} &= C_f \frac{\partial V_{ca}}{\partial t} - C_f \frac{\partial V_{bc}}{\partial t} + i_{lc}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Restando entre si las ecuaciones en el numeral (2.4), se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 i_{ia} - i_{ib} &= C_f \frac{\partial}{\partial t} (V_{ab} - V_{bc} - V_{ca} + V_{ab}) + i_{la} - i_{lb} \\
 i_{ib} - i_{ic} &= C_f \frac{\partial}{\partial t} (V_{bc} - V_{ca} - V_{ab} + V_{bc}) + i_{lb} - i_{lc} \\
 i_{ic} - i_{ia} &= C_f \frac{\partial}{\partial t} (V_{ca} - V_{bc} - V_{ab} + V_{ca}) + i_{lc} - i_{la}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Asumiendo condiciones balanceadas, la suma de señales trifásicas debe ser igual a cero, esto es, $V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$. Entonces las ecuaciones en (2.5) se convierten en:

$$\begin{aligned}
 i_{ia} - i_{ib} &= 3C_f \frac{\partial V_{ab}}{\partial t} + i_{la} - i_{lb} \\
 i_{ib} - i_{ic} &= 3C_f \frac{\partial V_{bc}}{\partial t} + i_{lb} - i_{lc} \\
 i_{ic} - i_{ia} &= 3C_f \frac{\partial V_{ca}}{\partial t} + i_{lc} - i_{la}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

Restando entre si las ecuaciones del numeral (2.3), se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 V_{ab} - V_{bc} &= (i_{la} - i_{lb} - i_{lb} + i_{lc})r_l + L_l \frac{\partial}{\partial t} (i_{la} - i_{lb} - i_{lb} + i_{lc}) \\
 V_{bc} - V_{ca} &= (i_{lb} - i_{lc} - i_{lc} + i_{la})r_l + L_l \frac{\partial}{\partial t} (i_{lb} - i_{lc} - i_{lc} + i_{la}) \\
 V_{ca} - V_{ab} &= (i_{lc} - i_{la} - i_{la} + i_{lb})r_l + L_l \frac{\partial}{\partial t} (i_{lc} - i_{la} - i_{la} + i_{lb})
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Es fácil observar en el circuito, recurriendo a las leyes de Kirchoff, que se verifica la igualdad $i_{la} + i_{lb} + i_{lc} = 0$. Entonces la representación de corriente de carga de cada una de las fases es:

$$\begin{aligned}
 V_{bc} - V_{ab} &= 3r_l i_{lb} + 3L_l \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} \\
 V_{ca} - V_{bc} &= 3r_l i_{lc} + 3L_l \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} \\
 V_{ab} - V_{ca} &= 3r_l i_{la} + 3L_l \frac{\partial i_{la}}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Restando entre si las ecuaciones en (2.1), se obtiene que:

$$\begin{aligned}
V_{RS} - V_{ST} &= r_f (i_{ia} - i_{ib} - i_{ib} + i_{ic}) + L_f \frac{\partial}{\partial t} (i_{ia} - i_{ib} - i_{ib} + i_{ic}) + V_{ab} - V_{bc} \\
V_{ST} - V_{TR} &= r_f (i_{ib} - i_{ic} - i_{ic} + i_{ia}) + L_f \frac{\partial}{\partial t} (i_{ib} - i_{ic} - i_{ic} + i_{ia}) + V_{bc} - V_{ca} \\
V_{TR} - V_{RS} &= r_f (i_{ic} - i_{ia} - i_{ia} + i_{ib}) + L_f \frac{\partial}{\partial t} (i_{ic} - i_{ia} - i_{ia} + i_{ib}) + V_{ca} - V_{ab}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

y restando entre si las expresiones (2.2), se obtiene:

$$\begin{aligned}
V_{RS} - V_{ST} &= \frac{V_{DC}}{2} (U_{RS} - U_{ST}) = \frac{V_{DC}}{2} (U_R - 2U_S + U_T) \\
V_{ST} - V_{TR} &= \frac{V_{DC}}{2} (U_{ST} - U_{TR}) = \frac{V_{DC}}{2} (U_S - 2U_T + U_R) \\
V_{TR} - V_{RS} &= \frac{V_{DC}}{2} (U_{TR} - U_{RS}) = \frac{V_{DC}}{2} (U_T - 2U_R + U_S)
\end{aligned} \tag{2.10}$$

Finalmente, reemplazando en (2.9) los términos de la izquierda por las respectivas ecuaciones en (2.8), y notando de la suma de las ecuaciones en (2.4) que también se verifica la igualdad $i_{ia} + i_{ib} + i_{ic} = 0$, se obtiene la expresión que describe la dinámica para la corriente de entrada de cada una de las fases:

$$\begin{aligned}
\frac{V_{DC}}{2} (U_R - 2U_S + U_T) &= -3r_f i_{ib} - 3L_f \frac{\partial i_{ib}}{\partial t} + V_{ab} - V_{bc} \\
\frac{V_{DC}}{2} (U_S - 2U_T + U_R) &= -3r_f i_{ic} - 3L_f \frac{\partial i_{ic}}{\partial t} + V_{bc} - V_{ca} \\
\frac{V_{DC}}{2} (U_T - 2U_R + U_S) &= -3r_f i_{ia} - 3L_f \frac{\partial i_{ia}}{\partial t} + V_{ca} - V_{ab}
\end{aligned} \tag{2.11}$$

De esta forma se logra obtener las expresiones para cada una de las variables de estado que representan la dinámica del sistema. Ordenando estas expresiones en forma matricial para hacer la simulación y validación del mismo, se obtiene la representación de la ecuación (2.12). (La notación $\dot{\mathbf{x}}$ se debe interpretar en esta tesis como la derivada respecto al tiempo de \mathbf{x} . En general todas las variables representadas de esta forma denotan derivada respecto al tiempo).

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{di_{ia}}{dt} \\ \frac{di_{ia}}{dt} \\ \frac{dV_{ab}}{dt} \\ \frac{di_{ib}}{dt} \\ \frac{di_{ib}}{dt} \\ \frac{dV_{bc}}{dt} \\ \frac{di_{ic}}{dt} \\ \frac{di_{ic}}{dt} \\ \frac{dV_{ca}}{dt} \\ \frac{dV_{ca}}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{r_f}{L_f} & 0 & -\frac{1}{3L_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3L_f} \\ 0 & -\frac{r_l}{L_l} & \frac{1}{3L_l} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3L_l} \\ \frac{1}{3C_f} & -\frac{1}{3C_f} & 0 & -\frac{1}{3C_f} & \frac{1}{3C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3L_f} & -\frac{r_f}{L_f} & 0 & -\frac{1}{3L_f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3L_l} & 0 & -\frac{r_l}{L_l} & \frac{1}{3L_l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3C_f} & -\frac{1}{3C_f} & 0 & -\frac{1}{3C_f} & \frac{1}{3C_f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3L_f} & -\frac{r_f}{L_f} & 0 & -\frac{1}{3L_f} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{3L_l} & 0 & -\frac{r_l}{L_l} & \frac{1}{3L_l} \\ -\frac{1}{3C_f} & \frac{1}{3C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3C_f} & -\frac{1}{3C_f} & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{ia} \\ i_{ia} \\ V_{ab} \\ i_{ib} \\ i_{ib} \\ V_{bc} \\ i_{ic} \\ i_{ic} \\ V_{ca} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}} + \frac{V_{DC}}{6L_f} \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}} \underbrace{\begin{bmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}} \quad (2.12)
\end{aligned}$$

El modelo (2.12) se valida mediante comparación en simulación, de las señales obtenidas del modelo en espacio de estados, con respecto al obtenido mediante representación del sistema en el Toolbox de Matlab Power Systems. A continuación se presenta su esquema en Simulink utilizando interruptores ideales, y las señales de tensión línea a línea y corrientes de línea en la carga, obtenidas de los dos modelos para una misma señal trifásica de activación en los interruptores, la cual ha sido modulada mediante un modulador PWM basado en portadoras.

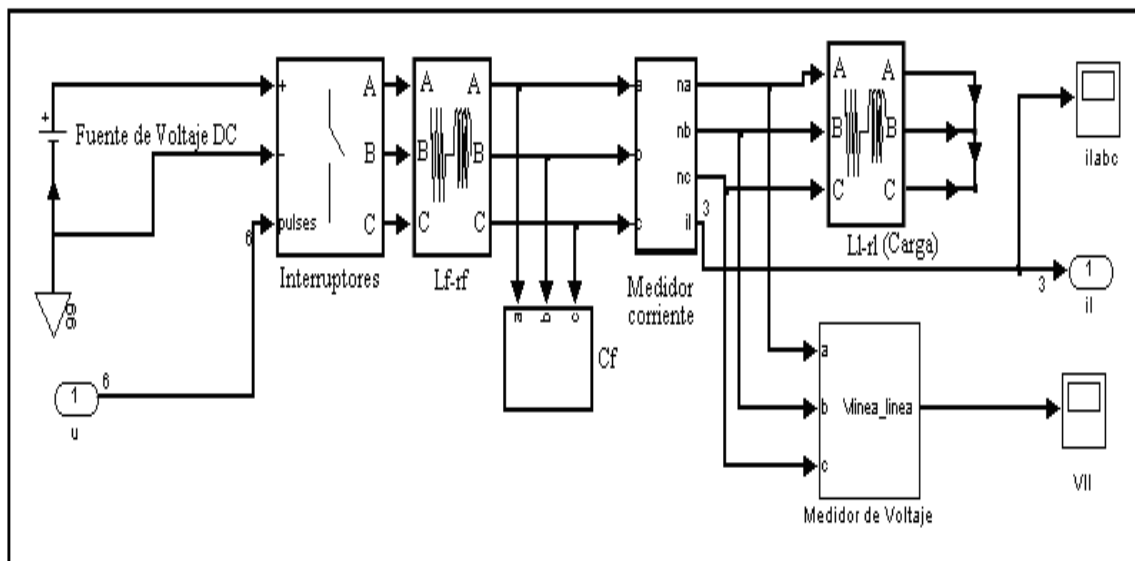


Figura 2. 2 Modelo del Toolbox de Matlab Power Systems para el inversor trifásico, considerando el filtro en la salida.

La Figura 2.2 muestra el esquema simulado con elementos reales, para la representación del sistema mediante el Toolbox de MatLab Power Systems, donde se pueden observar claramente el inversor, filtro y carga, así como las señales entregadas a la carga trifásica (corrientes de línea y tensiones línea a línea). Los parámetros de simulación se listan en el Anexo A.

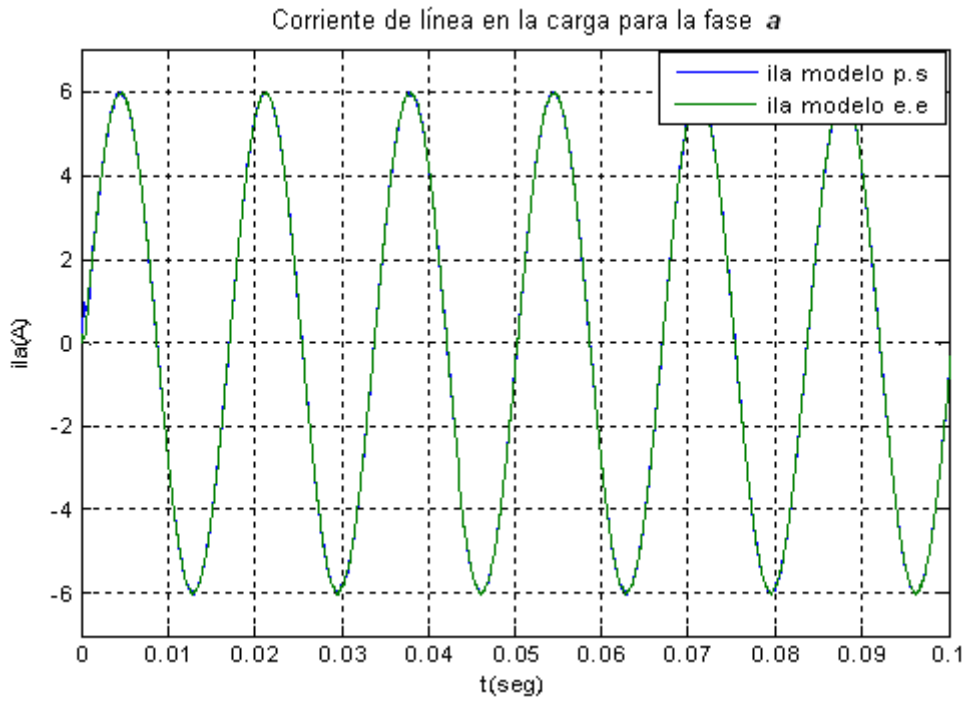


Figura 2. 3 Corriente de línea en la carga para un sistema modelado en espacio de estados y mediante el Toolbox de MatLab.

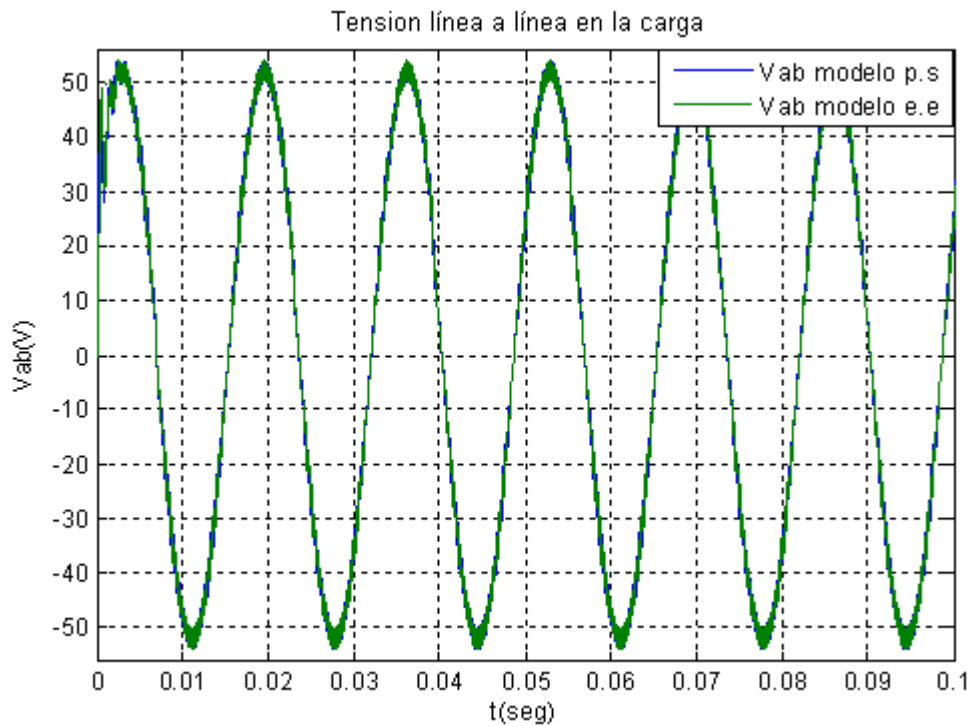


Figura 2. 4 Tensión línea a línea en la carga para un sistema modelado en espacio de estados y mediante el Toolbox de MatLab.

La Figura 2.3 muestra la buena representación que hace el modelo (2.12) del sistema real; la corriente de línea entregada a la carga (“ila modelo e.e” en la Figura 2.3), es prácticamente igual a la entregada por el modelo de referencia (en este caso la señal generada por el modelo del Toolbox de Matlab Power System “ila modelo p.s” en la Figura 2.3). De la misma manera, la tensión línea a línea entregada por este mismo modelo, es prácticamente igual a la entregada por el modelo de referencia, como se muestra en la Figura 2.4). Por lo tanto se puede afirmar que el modelo en espacio de estados deducido en (2.12) representa adecuadamente la dinámica del sistema inversor, filtro y carga, y tomarlo como un modelo del sistema real para diseñar un esquema de control que cumpla con los objetivos que se establecen en este proyecto.

2.1.1 Transformación Alfa-Beta (α - β).

El modelo planteado anteriormente representa satisfactoriamente al sistema, sin embargo para efectos de simulación y control principalmente, resulta un sistema relativamente grande (12 variables de estado). Por esta razón se lleva la representación de tres ejes (a, b y c) a una representación en un marco de referencia de dos ejes (α y β), lo cual permite reducir notablemente el orden del sistema.

La transformada α - β o transformada de *Clarke* permite realizar la conversión de una señal trifásica a-b-c a un vector de dos componentes ortogonales, y viceversa [6]-[8] (ver Figura 2.5)

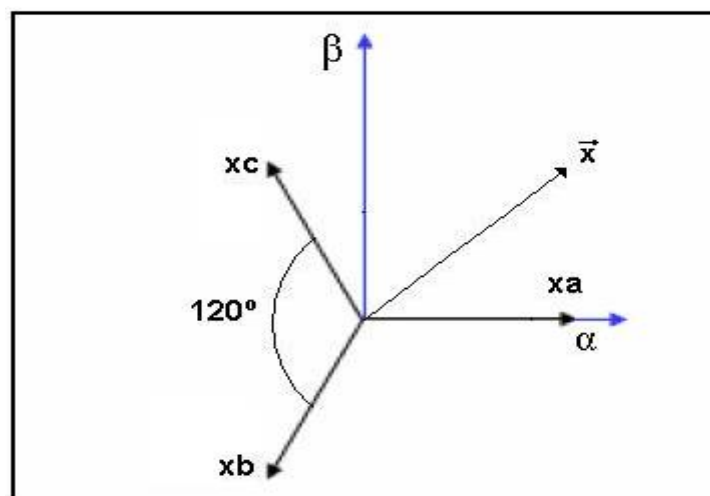


Figura 2. 5 Transformación de un sistema a componentes estacionarias.

Considerando la Figura 2.5 donde se muestra la relación entre el marco de referencia a-b-c (las componentes a-b-c son desfasadas 120° respecto de cada una) y el marco de referencia α-β el cual se extiende a lo largo de los ejes horizontal y vertical mostrados en la figura. La representación vectorial permite que un sistema trifásico \mathbf{x}_a , \mathbf{x}_b y \mathbf{x}_c (\mathbf{x}_a , \mathbf{x}_b y \mathbf{x}_c pueden representar señales de corriente o de tensión), sea reducido a un único vector $\vec{\mathbf{x}}$, con una expresión matemática dada por:

$$\vec{\mathbf{x}} = \frac{2}{3} (\mathbf{x}_a + \mathbf{x}_b e^{j120^\circ} + \mathbf{x}_c e^{j240^\circ}) \quad (2.13)$$

Este vector puede descomponerse en dos componentes correspondientes a la parte real y a la parte imaginaria

$$\vec{\mathbf{x}} = \mathbf{x}_\alpha + j\mathbf{x}_\beta . \quad (2.14)$$

Por lo tanto a partir de la ecuación (2.14) y resolviendo la ecuación (2.13) por medio de la ecuación de Euler, se obtiene la matriz \mathbf{T}_U de transformación α-β, como sigue:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_\alpha \\ \mathbf{x}_\beta \\ \mathbf{x}_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_U} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_a \\ \mathbf{x}_b \\ \mathbf{x}_c \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Realizando la correspondencia con las nueve variables de estado que tiene el sistema, la matriz de transformación que permite obtener las variables de estado en los ejes α-β-0 a partir de las variables de estado en los ejes a-b-c, es la siguiente:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{i\alpha} \\ i_{l\alpha} \\ v_\alpha \\ i_{i\beta} \\ i_{l\beta} \\ v_\beta \\ i_{i0} \\ i_{l0} \\ v_0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{\alpha\beta 0}} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1/2 & 0 & 0 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 & 0 & 0 & 1/2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{ia} \\ i_{la} \\ v_{ab} \\ i_{ib} \\ i_{lb} \\ v_{ba} \\ i_{ic} \\ i_{lc} \\ v_{ca} \end{bmatrix}}_{\vec{\mathbf{x}}} \quad (2.16)$$

Ahora para hallar la representación de la dinámica del inversor y la carga en espacio de estados en los ejes α - β -0 se opera sobre la definición de la transformación así:

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}\mathbf{x} \quad , \quad \mathbf{u}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_u\mathbf{u} \quad (2.17)$$

Luego,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0} &= \mathbf{T}\dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0} &= \mathbf{T}(\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) = \underbrace{\mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}}_{\mathbf{A}_{ab}}\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} + \underbrace{\mathbf{T}\mathbf{B}}_{\mathbf{B}_{ab}}\mathbf{T}_u^{-1}\mathbf{u}_{\alpha\beta 0} \quad (2.18) \\ \dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0} &= \mathbf{A}_{ab}\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{B}_{ab}\mathbf{u}_{\alpha\beta 0} \end{aligned}$$

Resolviendo para \mathbf{A}_{ab} y \mathbf{B}_{ab} se obtiene la representación de la dinámica de las variables de estado en el nuevo marco de referencia, que se resume en la ecuación (2.19) de la siguiente pagina.

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial i_{i\alpha}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{l\alpha}}{\partial t} \\ \frac{\partial v_\alpha}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{i\beta}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{l\beta}}{\partial t} \\ \frac{\partial v_\beta}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{i0}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{l0}}{\partial t} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} \\ \frac{\partial v_0}{\partial t} \end{bmatrix}}_{X\alpha\beta 0} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{r_f}{L_f} & 0 & -\frac{1}{2L_f} & 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{6L_f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_l}{L_l} & \frac{1}{2L_l} & 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{6L_f} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2C_f} & -\frac{1}{2C_f} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{6C_f} & \frac{\sqrt{3}}{6C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{3}}{6L_f} & -\frac{r_f}{L_f} & 0 & -\frac{1}{2L_f} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{6L_l} & 0 & -\frac{r_l}{L_l} & \frac{1}{2L_l} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{6C_f} & -\frac{\sqrt{3}}{6C_f} & 0 & \frac{1}{2C_f} & -\frac{1}{2C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_f}{L_f} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{r_l}{L_l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{Aab} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{i\alpha} \\ i_{l\alpha} \\ v_\alpha \\ i_{i\beta} \\ i_{l\beta} \\ v_\beta \\ i_{i0} \\ i_{l0} \\ v_0 \end{bmatrix}}_{X\alpha\beta 0} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{Bab} \underbrace{\begin{bmatrix} U_\alpha \\ U_\beta \\ U_0 \end{bmatrix}}_{U\alpha\beta 0} \quad (2.19)
\end{aligned}$$

2.2 Modelado en Espacio de Estados del Sistema sin filtro.

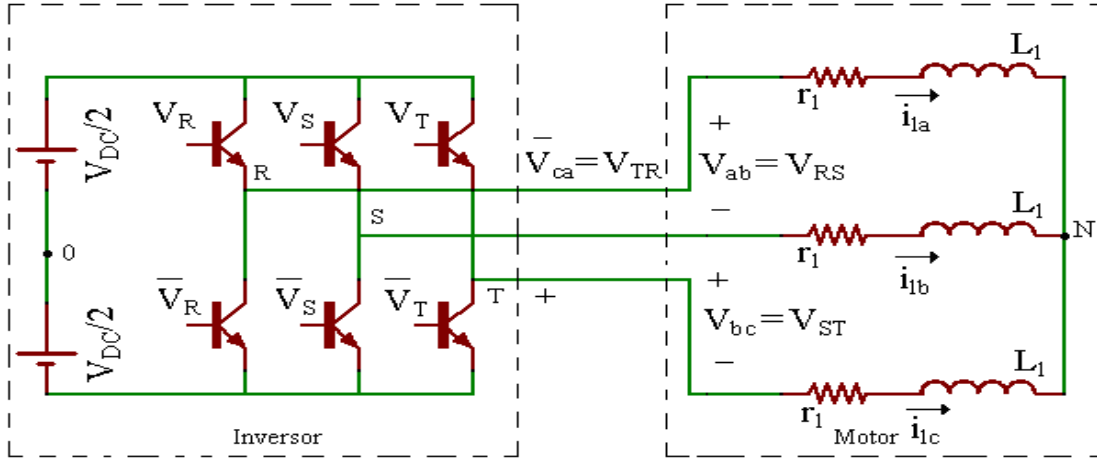


Figura 2. 6 Esquema general del sistema reducido

El circuito que se muestra en la Figura 2.6, es el esquema reducido del sistema convencional presentado anteriormente, al cual se llega excluyendo el filtro LC en el esquema de la Figura 2.1 o 2.2. El que el filtro pueda ser eliminado es uno de los mayores resultados obtenidos en este trabajo y se justificará a partir de los resultados de simulación analizados en el capítulo 4. Por ahora, en esta sección se expresa la dinámica del sistema inversor y carga en variables de estado y su representación en componentes $\alpha-\beta$.

De acuerdo a la Figura 2.6, las variables de estado del sistema corresponden a las corrientes que fluyen por cada una de las bobinas del motor trifásico; corriente de la fase A i_{la} , corriente de la fase B i_{lb} y corriente de la fase C i_{lc} .

De la Figura 2.6, las ecuaciones de voltaje entre los nodos R, S y T se pueden expresar como:

$$\begin{aligned}
 V_{RS} &= i_{la} * r_l + L_l \frac{\partial i_{la}}{\partial t} - L_l \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} - i_{lb} r_l \\
 V_{ST} &= i_{lb} * r_l + L_l \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} - L_l \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} - i_{lc} r_l \\
 V_{TR} &= i_{lc} * r_l + L_l \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} - L_l \frac{\partial i_{la}}{\partial t} - i_{la} r_l
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Ahora, el voltaje línea-línea entre los nodos R, S y T es:

$$\begin{aligned}
 V_{RN} &= \frac{V_{DC}}{2} * U_R \quad \rightarrow \quad V_{RS} = \frac{V_{DC}}{2} * U_{RS} \\
 V_{SN} &= \frac{V_{DC}}{2} * U_S \quad \rightarrow \quad V_{ST} = \frac{V_{DC}}{2} * U_{ST} \\
 V_{TN} &= \frac{V_{DC}}{2} * U_T \quad \rightarrow \quad V_{TR} = \frac{V_{DC}}{2} * U_{TR}
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

Donde U_R , U_S y U_T pertenecen al conjunto discreto $\{-1,1\}$, tales que cuando se activa el interruptor superior de la rama correspondiente toman el valor 1, y cuando se activa el interruptor inferior de la rama correspondiente toma el valor -1.

Restando entre si las ecuaciones en (2.21), se obtiene:

$$\begin{aligned}
 V_{RS} - V_{ST} &= r_l (i_{la} - i_{lb} - i_{lb} + i_{lc}) + L_l \frac{\partial}{\partial t} (i_{la} - i_{lb} - i_{lb} + i_{lc}) \\
 V_{ST} - V_{TR} &= r_l (i_{lb} - i_{lc} - i_{lc} + i_{la}) + L_l \frac{\partial}{\partial t} (i_{lb} - i_{lc} - i_{lc} + i_{la}) \\
 V_{TR} - V_{RS} &= r_l (i_{lc} - i_{la} - i_{la} + i_{lb}) + L_l \frac{\partial}{\partial t} (i_{lc} - i_{la} - i_{la} + i_{lb})
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Del mismo modo, de las ecuaciones (2.21) se obtiene que:

$$\begin{aligned}
 V_{RS} - V_{ST} &= \frac{V_{DC}}{2} (U_{RS} - U_{ST}) = \frac{V_{DC}}{2} (U_R - 2U_S + U_T) \\
 V_{ST} - V_{TR} &= \frac{V_{DC}}{2} (U_{ST} - U_{TR}) = \frac{V_{DC}}{2} (U_S - 2U_T + U_R) \\
 V_{TR} - V_{RS} &= \frac{V_{DC}}{2} (U_{TR} - U_{RS}) = \frac{V_{DC}}{2} (U_T - 2U_R + U_S)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

Igualando y aplicando la igualdad $i_{la} + i_{lb} + i_{lc} = 0$ en las ecuaciones (2.22) y (2.23), se obtiene que:

$$\begin{aligned}\frac{V_{DC}}{2}(U_R - 2U_S + U_T) &= -3r_l i_{lb} - 3L_l \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} \\ \frac{V_{DC}}{2}(U_S - 2U_T + U_R) &= -3r_l i_{lc} - 3L_l \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} \\ \frac{V_{DC}}{2}(U_T - 2U_R + U_S) &= -3r_l i_{la} - 3L_l \frac{\partial i_{la}}{\partial t}\end{aligned}\quad (2.24)$$

De esta manera, despejando de (2.24), se obtiene una representación de la dinámica de las variables de estado del sistema sin el filtro:

$$\begin{aligned}\frac{\partial i_{la}}{\partial t} &= -\frac{r_l}{L_l} i_{la} + \frac{V_{DC}}{6L_l} (2U_R - U_S - U_T) \\ \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} &= -\frac{r_l}{L_l} i_{lb} + \frac{V_{DC}}{6L_l} (-U_R + 2U_S - U_T) \\ \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} &= -\frac{r_l}{L_l} i_{lc} + \frac{V_{DC}}{6L_l} (-U_R - U_S + 2U_T)\end{aligned}\quad (2.25)$$

Que lleva a la representación matricial:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \frac{\partial i_{la}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{lb}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{lc}}{\partial t} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{r_l}{L_l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_l}{L_l} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_l}{L_l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{la} \\ i_{lb} \\ i_{lc} \end{bmatrix} + \frac{V_{DC}}{6L_l} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_R \\ U_S \\ U_T \end{bmatrix} \\ \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}\end{aligned}\quad (2.26)$$

Tal como se hizo para el modelo con filtro de la sección anterior, se compara ahora el modelo simulado en el Toolbox de Matlab Power system sin considerar el filtro, con el modelo en espacio de estados de la ecuación (2.26) correspondiente al modelo sin filtro en espacio de estados; esto con el fin de validar el modelo deducido en esta ecuación. Por lo tanto como se hizo en la sección anterior, primero se muestra el esquema utilizado de Power System, donde se utilizan interruptores ideales y se elimina el filtro LC, y luego se muestran las graficas de corrientes de línea que validan el correspondiente modelo. Los voltajes línea a línea no son considerados en la validación de este modelo, debido a la eliminación de las inductancias y capacitancias correspondientes al filtro en la ecuación (2.26). Los parámetros y condiciones de simulación se mantienen iguales para los dos modelos, como ocurría anteriormente.

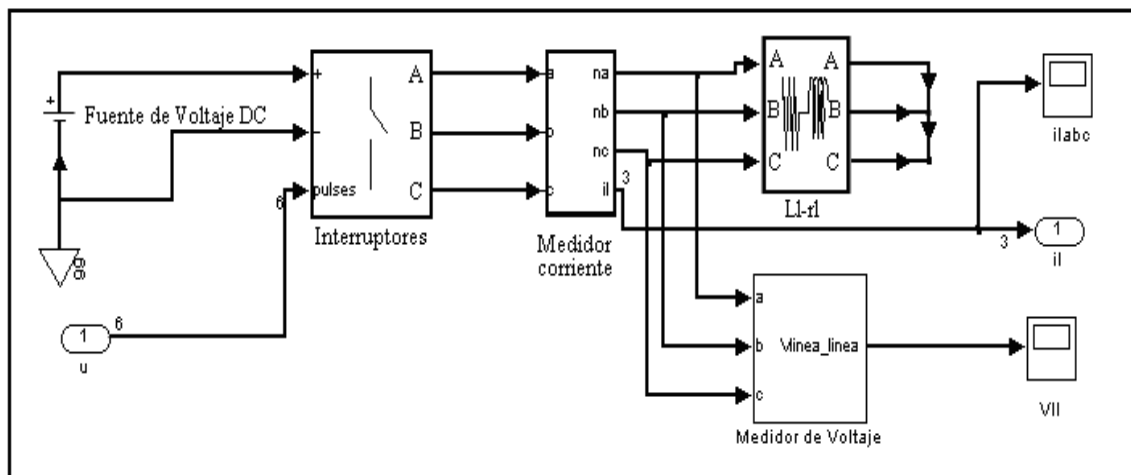


Figura 2.7 Modelo del Toolbox de Matlab Power Systems para el inversor trifásico, sin considerar el filtro en el sistema.

Como se puede observar en el esquema de la Figura 2.7, el filtro ha sido eliminado del modelo, tal como se hizo para el modelo en espacio de estados considerado en la ecuación (2.26). Como se puede observar la validación se hace en lazo abierto, sin embargo su desempeño se conserva cuando se cierra el lazo. Por ahora lo que se pretende demostrar es la eficacia del modelo (2.26) respecto al modelo de referencia (el modelo del Toolbox de Matlab Power System). El contenido armónico en estas señales será analizado con más detalle en secciones posteriores.

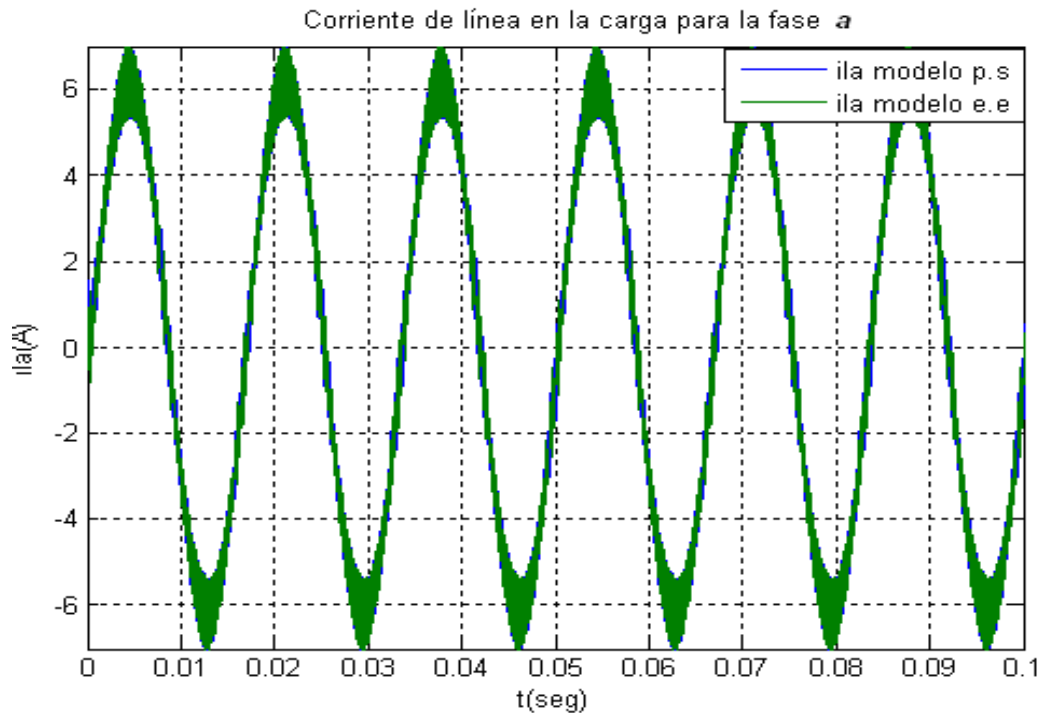


Figura 2. 8 Corriente de línea en la carga para un sistema modelado en espacio de estados y mediante el Toolbox de MatLab.

Como puede observarse en la Figura 2.8 la corriente de línea obtenida del modelo en espacio de estados (“ila modelo p.s” en la figura) y la señal generada por el modelo mediante el Toolbox de MatLab (“ila modelo e.e” en la figura) son prácticamente iguales, como ocurría anteriormente considerando el filtro en el sistema. De esta manera es posible afirmar que el modelo de la ecuación (2.26) representa adecuadamente la dinámica del sistema inversor – carga (sin considerar el filtro para este caso).

2.2.1 Transformación $\alpha\text{-}\beta$ Aplicado al Modelo Reducido

Igual que en el caso del modelo en espacio de estados del sistema convencional, la representación $\alpha\text{-}\beta$ del sistema sin filtro ayuda a obtener una representación de menor orden y mejorar las condiciones de manipulación y control del sistema.

Aplicando igualmente las pautas para la transformación $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$ de la ecuación (2.13), se obtiene la representación $\alpha\text{-}\beta\text{-}0$ de una variable a-b-c cualquiera,

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{l\alpha} \\ i_{l\beta} \\ i_{l0} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{\alpha\beta 0}} = \frac{2}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_u} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{la} \\ i_{lb} \\ i_{lc} \end{bmatrix}}_{\mathbf{x}_{abc}} \quad (2.28)$$

Ahora, para obtener la representación de la dinámica de las variables de estado en α - β -0 del sistema en (2.28), se aplica la transformación resultando:

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_u \mathbf{x} \quad , \quad \mathbf{u}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_u \mathbf{u} \quad (2.29)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_u (\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}) = \underbrace{\mathbf{T}_u \mathbf{A} \mathbf{T}_u^{-1}}_{\mathbf{A}_{ab}} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0} + \underbrace{\mathbf{T}_u \mathbf{B} \mathbf{T}_u^{-1}}_{\mathbf{B}_{ab}} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0}$$

Resolviendo para \mathbf{A}_{ab} y \mathbf{B}_{ab} , se obtiene la dinámica del sistema reducido en componentes α - β , tal que:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial i_{l\alpha}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{l\beta}}{\partial t} \\ \frac{\partial i_{l0}}{\partial t} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -r_l / L_l & 0 & 0 \\ 0 & -r_l / L_l & 0 \\ 0 & 0 & -r_l / L_l \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{ab}} \begin{bmatrix} i_{la} \\ i_{lb} \\ i_{l0} \end{bmatrix} + \underbrace{\frac{V_{DC}}{2L_l} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_{ab}} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \\ u_0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{A}_{ab} \mathbf{x}_{\alpha\beta 0} + \mathbf{B}_{ab} \mathbf{u}_{\alpha\beta 0} \quad (2.31)$$

Finalmente debe advertirse de las ecuaciones (2.19) y (2.30), que la componente U_0 del vector de control $\mathbf{u}_{\alpha\beta 0}$ no interviene en el valor de las componentes α y β de las variables de estado, lo que permite no tener en cuenta las componentes 0 de las variables de estado y por consiguiente trabajar con un modelo de orden reducido, objetivo final de esta transformación.

Es importante resaltar también que las no linealidades en el sistema residen únicamente en el vector de control $\mathbf{u}_{\alpha\beta 0}$ que toma valores discretos. Esto permite el que se puedan utilizar los modelos en espacio de estado obtenidos previamente también para fines de control; teniendo en mente que en ese caso las componentes del vector de control $\mathbf{u}_{\alpha\beta 0}$ se corresponden con el ciclo de trabajo de cada señal de conmutación (modelo promediado) y tendrá valores continuos en el conjunto cerrado $[-1, 1]$. Para transformar estos valores continuos en los valores discretos reales se hace uso de un modulador PWM como se explicó en el capítulo 1.

2.3. Modelado GSSA

El método de promediado de espacio de estados generalizado GSSA, conocido también con los nombres de *Multifrequency averaging* o *Dynamic phasors* se describe como contraposición al tradicional método de promediado de espacio de estados (SSA) y que ha demostrado ser un método efectivo para el análisis y diseño del control por modulación por anchura de pulso (PWM) de convertidores eléctricos de potencia [33].

La condición establecida para la justificación de SSA, ha sido considerar que las formas de onda de las variables en los sistemas electrónicos convertidores de potencia cambian lentamente entre instantes de conmutación; esto significa que la dinámica de las señales en el sistema es mucho mas lenta que la frecuencia de conmutación, permitiendo considerar las formas de onda como funciones lineales del tiempo cuando se examinan sobre un intervalo entre instantes de conmutación. Con esta aproximación el modelo SSA obtiene el promedio de cambio de las variables entre instantes de conmutación; es decir una forma de onda que sigue el promedio de movimiento de la variable real. Visto de otra forma, el promediado SSA supone que una expansión en series de Fourier de un segmento de longitud finita de una forma de onda del sistema; está determinada principalmente por su armónico cero (termino DC en un sistema eléctrico).

El método GSSA decide aproximar el modelado usando un enfoque de descomposición de las variables de estado del sistema en series de Fourier, supuesto un comportamiento periódico (o casi periódico) de la señal de entrada que se traduce en un comportamiento periódico de las variables de estado.

Una señal $x(\tau)$ en el intervalo $\tau \in [t-T, t]$ puede ser aproximada con precisión arbitraria con una representación en series de Fourier de la forma:

$$x(\tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k(t) e^{jk\omega_s \tau}, \quad (2.32)$$

donde $\omega_s = \frac{2\pi}{T}$, con T el tamaño de la ventana de análisis en el que se supone es periódica la señal y los $\langle x \rangle_k(t)$ son los coeficientes complejos de Fourier [5].

Estos coeficientes son funciones del tiempo dados por:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t x(\tau) e^{-jk\omega_s \tau} \partial \tau \quad (2.33)$$

El coeficiente k-esimo de la serie de Fourier también es referido como el promedio de índice-k o el k-fasor. Para reconstruir $x(\tau)$ de sus coeficientes de Fourier se puede usar la ecuación (1.32) para obtener:

$$x(\tau) = \langle x \rangle_0 + 2 \sum \left(\langle x \rangle_k^R \cos(k\omega_s \tau) - \langle x \rangle_k^I \sin(k\omega_s \tau) \right), \quad (2.34)$$

siendo $\langle x \rangle_k^R$ y $\langle x \rangle_k^I$ la parte real e imaginaria del coeficiente complejo $\langle x \rangle_k$, omitiendo su argumento t para simplificar la notación. El término de índice $k = 0$ de la descomposición en series de Fourier de la ecuación (2.34) equivale al promedio usado en SSA y por lo tanto GSSA puede verse como una generalización de SSA que puede aportar una mayor precisión al modelado considerando mas términos en la serie de Fourier [5].

Además de esta idea básica, para aplicar el desarrollo de Fourier a las ecuaciones diferenciales que describen las variables de estado del circuito, se necesitan dos propiedades útiles que se describen a continuación.

2.3.1 Diferenciación Con Respecto Al Tiempo

Definiendo el cambio de variable $\sigma = \tau - t$, la ecuación (2.32) puede escribirse como:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^0 x(t + \sigma) e^{-jk\omega_s(t + \sigma)} \partial \sigma \quad (2.35)$$

Definiendo $f(\sigma) = x(t + \sigma)$ y $g'(\sigma) = e^{-jk\omega_s(t + \sigma)}$ siendo $g'(\sigma) = \frac{\partial g(\sigma)}{\partial t}$ por lo que,

$$g(\sigma) = -\frac{1}{jk\omega_0} e^{-jk\omega_0(t + \sigma)} = -\frac{1}{jk\omega_0} g'(\sigma), \quad (2.36)$$

evaluando $\langle x \rangle_k(t)$ mediante una integración por partes:

$$\langle x \rangle_k(t) = \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f(\sigma) g'(\sigma) \partial \sigma = \frac{1}{T} \left([f(\sigma) g(\sigma)]_{-T}^0 - \int_{-T}^0 f'(\sigma) g(\sigma) \partial \sigma \right), \quad (2.37)$$

donde se obtiene al reemplazar $g(\sigma)$:

$$\langle x \rangle_k(t) = -\frac{1}{jk\omega_0} \left(\frac{1}{T} [f(\sigma)g(\sigma)]_{-T}^0 - \frac{1}{T} \int_{-T}^0 f'(\sigma)g(\sigma) \partial\sigma \right) \quad (2.38)$$

que puede escribirse según (2.35) como:

$$jk\omega_0 \langle x \rangle_k(t) = -\frac{\partial \langle x \rangle_k(t)}{\partial t} + \left\langle \frac{\partial x}{\partial t} \right\rangle_k, \quad (2.39)$$

que proporciona la útil relación:

$$\frac{\partial \langle x \rangle_k(t)}{\partial t} = \left\langle \frac{\partial x}{\partial t} \right\rangle_k(t) - jk\omega_0 \langle x \rangle_k(t) \quad (2.40)$$

La ecuación (2.40) permite describir la derivada respecto al tiempo de una variable de estado $x(t)$ en términos de los promedios de Fourier de la ecuación (2.32) y sus derivadas respecto al tiempo. Dichos promedios de Fourier se convertirán en las nuevas variables de estado en la metodología GSSA y en este trabajo se llamarán *variables GSSA* [5].

2.3.2 Calculo del Promedio de un Producto

Usando la definición de la ecuación (2.33) con qx en lugar de x y luego reemplazando x por la expresión en la ecuación (2.32) y q por una expresión similar, el único termino que sobrevive a la integración es $e^{jk\omega_s \tau}$ y entonces,

$$\langle qx \rangle_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle q \rangle_{k-i} \langle x \rangle_i \quad (2.41)$$

Como un caso especial, considérese el caso donde $q(t)$ y $x(t)$ puedan ser bien aproximados por la suma de sus promedios de orden cero y uno (componentes de DC y fundamental en terminología en circuitos eléctricos), con todos los promedios de orden $|K| > 1$ asumidos despreciables.

$$\begin{aligned} q(t) &\approx \langle q \rangle_0 + q_{-1} e^{-j\omega_s t} + \langle q \rangle_1 e^{j\omega_s t} \\ x(t) &\approx \langle x \rangle_0 + \langle x \rangle_{-1} e^{-j\omega_s t} + \langle x \rangle_1 e^{j\omega_s t} \end{aligned} \quad (2.42)$$

Aplicando (2.41) se obtienen las expresiones para los promedios del producto:

$$\begin{aligned}
\langle qx \rangle_0 &= \langle q_0 \rangle \langle x_0 \rangle + \langle q \rangle_{-1} \langle x \rangle_1 + \langle q \rangle_1 \langle x \rangle_{-1} \\
\langle qx \rangle_1 &= \langle q_0 \rangle \langle x_1 \rangle + \langle q \rangle_1 \langle x \rangle_0 \\
\langle qx \rangle_{-1} &= \langle q_0 \rangle \langle x_{-1} \rangle + \langle q \rangle_{-1} \langle x \rangle_0
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Si se tiene en cuenta que los coeficientes son complejos en general y que los índices negativos y positivos son complejos conjugados uno con otro, se tiene [5]:

$$\begin{aligned}
\langle q \rangle_1 &= \langle q \rangle_1^R + j \langle q \rangle_1^I = \langle q \rangle_{-1}^* = \left(\langle q \rangle_{-1}^R + j \langle q \rangle_{-1}^I \right)^* \\
\langle x \rangle_1 &= \langle x \rangle_1^R + j \langle x \rangle_1^I = \langle x \rangle_{-1}^* = \left(\langle x \rangle_{-1}^R + j \langle x \rangle_{-1}^I \right)^*
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Donde * denota conjugación compleja.

Por lo tanto puede mostrarse que:

$$\begin{aligned}
\langle qx \rangle_0 &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_0 + 2 \left(\langle q \rangle_1^R \langle x \rangle_1^R + \langle q \rangle_1^I \langle x \rangle_1^I \right) \\
\langle qx \rangle_1^R &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_1^R + \langle x \rangle_0 \langle q \rangle_1^R \\
\langle qx \rangle_1^I &= \langle q \rangle_0 \langle x \rangle_1^I + \langle x \rangle_0 \langle q \rangle_1^I
\end{aligned} \tag{2.45}$$

La expresión en (2.45) permite obtener la descomposición en variables GSSA de un término bilineal en una ecuación de estado. Para el modelo del inversor a considerar en esta tesis ese no es el caso ya que todos los términos de las ecuaciones de estado son lineales.

2.3.3 Modelado GSSA de los sistemas considerados en la tesis.

Como se mencionó anteriormente, la componente cero en la representación α - β esta desacoplada del resto del modelo, por lo tanto el orden del modelo resultante para el inversor con filtro y carga es de orden seis, mucho más fácil de trabajar.

Por esta razón se parte de la representación α - β de las ecuación 2.19 y 2.30, pero solo considerando las componentes α y β , sin tener en cuenta la componente cero. Recordemos que el modelo del sistema en espacio de estados en representación α - β , puede ser escrita como:

$$\dot{X}_{\alpha\beta} = A_{\alpha\beta} X_{\alpha\beta} + B_{\alpha\beta} U_{\alpha\beta} \tag{2.46}$$

Ahora, de acuerdo a la propiedad de la derivada en (2.40) para el modelado GSSA, se descompone la anterior ecuación de estado en su equivalente ecuación de estado en variables GSSA para el armónico de orden k así:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k = A_{ab} \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k + B_{ab} \langle U_{\alpha\beta} \rangle_k - jkw_0 I \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k \quad (2.47)$$

$$\langle X_{\alpha\beta} \rangle_k = \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k^R + j \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k^I \quad (2.48)$$

Reemplazando (2.48) en (2.47), y luego separando las partes real e imaginaria, y asignando una variable de estado para la parte real y otra para la parte imaginaria, se obtiene una nueva representación en variables GSSA que tiene orden de tamaño el doble al modelo en las variables originales (excepto cuando el armónico a considerar es de orden cero en cuyo caso solo existe la parte real). Llevando esta separación a una forma matricial se obtiene que,

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k^R \\ \frac{\partial}{\partial t} \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k^I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ab} & kwI \\ -kwI & A_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k^R \\ \langle X_{\alpha\beta} \rangle_k^I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{ab} & 0 \\ 0 & B_{ab} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle U_{\alpha\beta} \rangle_k^R \\ \langle U_{\alpha\beta} \rangle_k^I \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Como se observa, se parte de un modelo original de orden 6 (para el sistema inversor con filtro y carga) en representación α - β y se obtiene finalmente un modelo en variables GSSA de orden 12 por cada armónico k que sea de interés modelar. Esta es una de las desventajas que tiene este tipo de modelado; aunque permite considerar la dinámica de armónicos específicos, aumenta el orden del sistema resultando en controladores de mayor orden. Esta consecuencia justifica el que se haga previamente una transformación α - β a fin de obtener representaciones de orden manejable.

No obstante la desventaja anotada, es de resaltar el efecto de "filtro" implícito en este modelado, ya que se modela la dinámica de señales en frecuencias específicas.

Obtenido el modelo matemático en variables GSSA expresado en (2.49) se realiza la simulación en MabLab/Simulink para verificar la representación satisfactoria del sistema real. Recordemos que el modelado en variables GSSA se elabora a partir de la representación α - β del sistema. De acuerdo a la literatura enunciada anteriormente, una señal periódica con frecuencia y periodo determinados, puede expresarse en sus componentes armónicas, desde su componente cero hasta una componente armónica

k que, de hecho, va de 1 a infinito. A fin de verificar la validez del modelado, se hará uso de la primera y tercera componente armónica para caracterizar el sistema (k_1 igual 1 y k_2 igual a 3), considerando que para la excitación PWM que es de naturaleza rectangular, las componentes pares se cancelan por simetría de la señal. La Figura (2.9) muestra el diagrama en MatLab/simulink del esquema usado en simulación. Allí se usa como excitación del modelo GSSA una señal moduladora de lazo abierto calculada para obtener una corriente de línea en la carga de valor 6 amperios a partir del cálculo del índice de modulación m . A esta señal moduladora (que es la que debería aplicarse al modelo promediado real) se le realiza la transformación α - β y luego se pasa por una implementación en filtros digitales a fin de extraer los coeficientes real e imaginario de orden uno y tres deseados (“YG1” y “YG3” en la figura, respectivamente). La salida del modelo GSSA (corrientes de línea en la carga) corresponde a valores constantes en régimen permanente según la amplitud y fase de cada señal en los armónicos modelados. A partir de la ecuación (2.34) puede entonces reconstruirse la aproximación de la señal en los armónicos considerados y se realiza en el bloque de Simulink “Reconstrucción”. Posteriormente se realiza la transformación inversa α - β para ver las corrientes de línea de la aproximación GSSA en su forma real del tiempo.

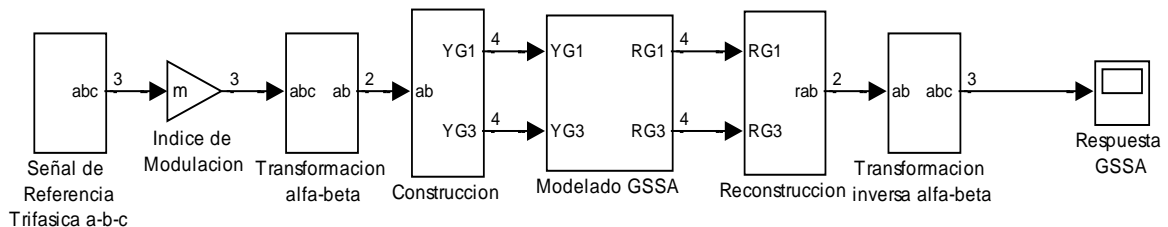


Figura 2. 9 Diagrama en MatLab/Simulink de representación GSSA del sistema en lazo abierto.

La descomposición de la señal moduladora en sus componentes armónicas se realiza en el bloque “construcción” del diagrama en Simulink de la Figura 2.9. Para extraer las k componentes armónicas de la señal se parte de una representación $\alpha - \beta$ del sistema, tal como se muestra en la Figura 2.9. Por ejemplo, para extraer la parte real e imaginaria del primer armónico o señal fundamental ($k = 1$), “YG1” en la Figura 2.9, se lleva el siguiente orden:

Del bloque de Simulink “Transformación alfa-beta” se obtiene la representación del sistema en componentes $\alpha - \beta$, dada por la siguiente expresión

$$\begin{bmatrix} i_{l\alpha} \\ i_{l\beta} \\ i_{l0} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{la} \\ i_{lb} \\ i_{lc} \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Donde $i_{la} = A \sin wt$, $i_{lb} = A \sin(wt - 2\pi/3)$, $i_{lc} = A \sin(wt + 2\pi/3)$.

Teniendo en cuenta que la habitual representación $a - b - c$ (fase a 0 grados respecto a la coordenada x , fase b $2\pi/3$ respecto a la fase a , fase c $-2\pi/3$ respecto a la fase a), se modifica un poco (fase b $-2\pi/3$ respecto a la fase a , y la fase c $2\pi/3$ respecto a la fase a), debido a que la implementación en bloques de Simulink requiere de esta última distribución de las fases. De esta manera reemplazando las anteriores expresiones en el sistema de la ecuación (2.50) se obtiene la expresión matemática para las componentes $\alpha - \beta$ en función de las señales trifásicas, tal que:

$$i_{l\alpha} = \frac{2}{3} A \sin wt - \frac{1}{3} A \sin(wt + 2\pi/3) - \frac{1}{3} A \sin(wt - 2\pi/3) \quad (2.51)$$

$$i_{l\beta} = \frac{1}{\sqrt{3}} A \sin(wt + 2\pi/3) - \frac{1}{\sqrt{3}} A \sin(wt - 2\pi/3) \quad (2.52)$$

$$i_{l0} = \frac{1}{3} A \sin wt + \frac{1}{3} A \sin(wt + 2\pi/3) + \frac{1}{3} A \sin(wt - 2\pi/3) \quad (2.53)$$

Desarrollando y ordenando para las ecuaciones (2.51), (2.52), (2.53) se obtiene que:

$$i_{l\alpha} = A \sin wt \quad (2.54)$$

$$i_{l\beta} = -A \cos wt \quad (2.55)$$

$$i_{l0} = 0 \quad (2.56)$$

Como se puede observar el aporte de energía que realiza la componente i_{l0} de la ecuación (2.56) al sistema es cero, de ahí que no se tenga en cuenta para el análisis y desarrollo que sigue.

Recordemos que una señal periódica (o cuasiperiódica), se conforma por k componentes armónicas, y estas a la vez pueden expresarse en su parte real e imaginaria correspondiente [5]. De esta manera, sin considerar el nivel de DC de la señal x_0 , es posible encontrar la expresión real e imaginaria para el primer armónico

de la señal de corriente de carga a partir de su representación en componentes $\alpha - \beta$ ($i_{l\alpha}$, $i_{l\beta}$), tal que:

$$i_{l\alpha}(\tau) = 2\langle i_{l\alpha} \rangle_1^R \cos(wt) - 2\langle i_{l\alpha} \rangle_1^I \sin(wt) \quad (2.57)$$

$$i_{l\beta}(\tau) = 2\langle i_{l\beta} \rangle_1^R \cos(wt) - 2\langle i_{l\beta} \rangle_1^I \sin(wt) \quad (2.58)$$

Donde k define la componente armónica en estudio, en este caso $k = 1$. Si igualamos términos en las ecuaciones (2.54) y (2.57), se obtiene que:

$$2\langle i_{l\alpha} \rangle_1^R = 0 \Rightarrow \langle i_{l\alpha} \rangle_1^R = 0 \quad (2.59)$$

$$-2\langle i_{l\alpha} \rangle_1^I = A \Rightarrow \langle i_{l\alpha} \rangle_1^I = -\frac{A}{2} \quad (2.60)$$

De igual forma se hace con las ecuaciones (2.55) y (2.58), tal que:

$$2\langle i_{l\beta} \rangle_1^R = -A \Rightarrow \langle i_{l\beta} \rangle_1^R = -\frac{A}{2} \quad (2.61)$$

$$-2\langle i_{l\beta} \rangle_1^I = 0 \Rightarrow \langle i_{l\beta} \rangle_1^I = 0 \quad (2.62)$$

Las ecuaciones (2.59) a (2.62) definen las cuatro variables GSSA que representan ahora las dos señales $\alpha - \beta$ definidas como señales de seguimiento. El valor de A define la magnitud de las señales correspondientes. De esta manera la Figura 2.10 muestra la representación GSSA de las señales $\alpha - \beta$.

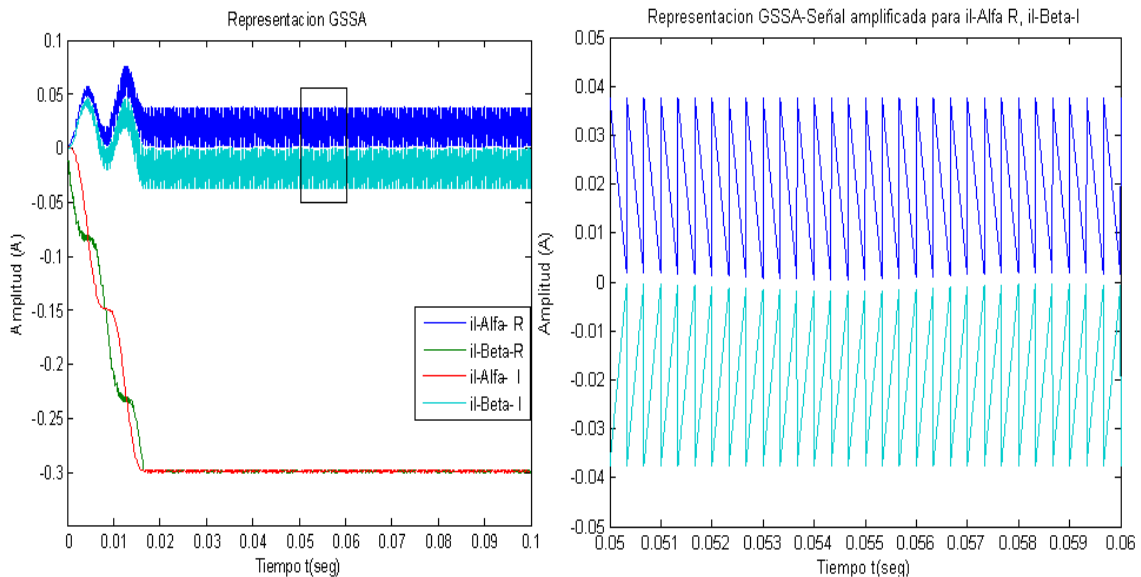


Figura 2. 10 Representación GSSA de las corrientes de línea en la carga del sistema en lazo abierto con $A = 0.6$ ($m = 0.6$).

Las señales de la Figura 2.10 corresponden a la salida del bloque “construcción” del diagrama en Simulink de la Figura 2.9 para el primer armónico (“YG1”), donde el índice de modulación $m = 0.6$, por lo tanto este valor define la amplitud de la señal A. Como se puede notar, los resultados de simulación corroboran los obtenidos matemáticamente en las ecuaciones (2.59) a (2.62). Para validar un armónico k, diferente a la componente DC o fundamental, es necesario conocer la amplitud y frecuencia, que de hecho lo que se busca es que sean igual a cero, para forzar al sistema a seguir esa señal e eliminar el efecto del armónico k, esto se conoce como reducción o eliminación selectiva de armónicos, pero como se explica mas adelante en el capítulo 3, esto no resulta muy practico considerando que son muchos los armónicos que aparecen en el espectro de frecuencia de la señal que alimenta la carga, lo que realmente resulta eficiente es tratar de eliminar el efecto de todos los armónicos, excepto la fundamental que es la señal que interesa.

La Figura 2.11 corresponde a la respuesta del “Modelado GSSA” del diagrama en Simulink 2.9 para el primer armónico (“YG1”). Igual que en la simulación anterior, se realiza la representación en variables GSSA de una señal de corriente de 6 Amperios definida en sus componentes $\alpha - \beta$ correspondientes. El índice de modulación $m = 0.6$.

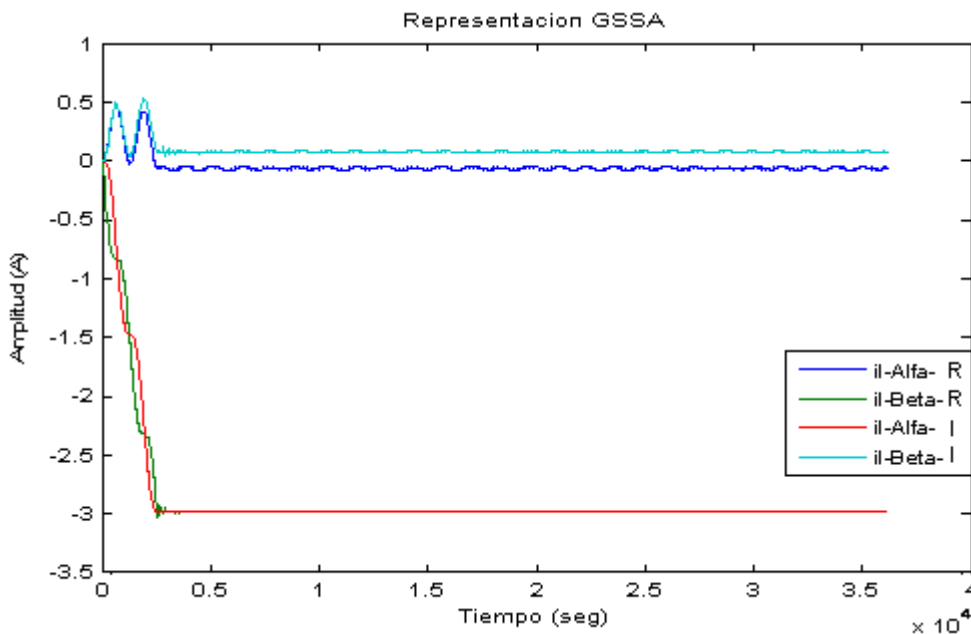


Figura 2. 11 Representación GSSA de las corrientes de línea en la carga del sistema en lazo abierto con A = 6.

Como se puede observar, el valor alcanzado por las variables GSSA corresponde exactamente a las cantidades definidas en las ecuaciones (2.59) a (2.62). Para un valor de $A = 6$ Amperios en $\alpha - \beta$, el valor alcanzado en variables GSSA para el primer armónico en la componente α es igual a -3 Amperios en la parte imaginaria y aproximadamente 0 en la parte real.

Para validar el modelado GSSA que se realiza del sistema real, en la Figura 2.12 se muestra el diagrama en Simulink que compara la respuesta obtenida del sistema en variables GSSA (considerando el primer y tercer armónico) con la obtenida en el modelo del sistema en variables reales, con iguales condiciones de simulación (señales de excitación y parámetros del sistema en iguales condiciones).

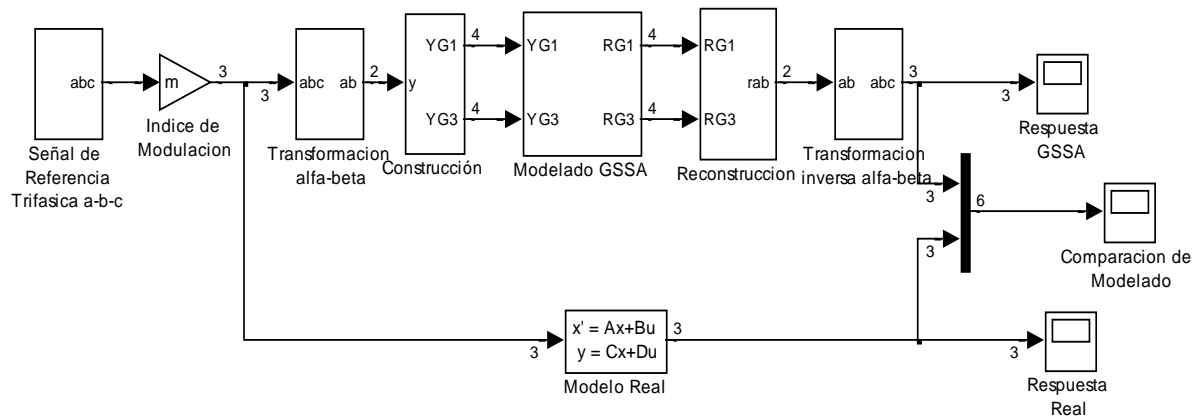


Figura 2. 12 Validación del modelado GSSA respecto al modelo real del sistema.

La respuesta GSSA del diagrama en Simulink se expresa en representación a-b-c del sistema, esto con el fin de poder hacer la comparación con la respuesta trifásica entregada por el sistema en variables reales. La señal de comparación que se realiza de los dos modelos se muestra en la Figura 2.13.

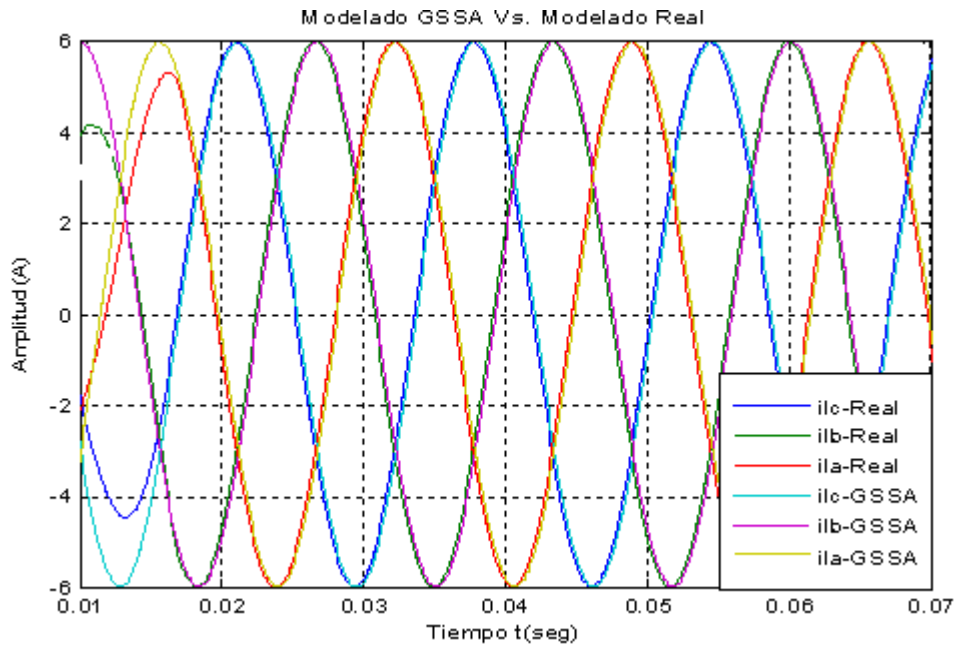


Figura 2. 13 Señal de comparación del modelado GSSA y el modelado en variables reales.

Como se puede observar en esta figura, el modelado GSSA del sistema real se acerca bastante bien a la dinámica que describe el sistema real. Por esta razón es posible trabajar con variables GSSA sin alejarse demasiado de la dinámica real del sistema. Los conceptos y propiedades que se aplican para la representación del sistema convencional en variables GSSA descrito hasta el momento, son los mismos que se tienen en cuenta para el modelado del sistema sin filtro, solamente que en ese caso la representación α - β de orden 6 se reemplaza por una de menor orden (orden 3).

2.4. Modelado del contenido armónico remanente.

Como uno de los principales aportes de esta tesis, se considera el modelo remanente del contenido armónico presente en las señales de salida del inversor. Este modelo se obtiene a partir de la diferencia entre el modelo en espacio de estados real y el modelo fundamental obtenido por medio de variables GSSA. El modelo representa la dinámica de los armónicos remanentes que se suman a la componente fundamental, para conformar la forma de la señal de salida que es entregada a la carga. Estos armónicos son indeseables debido a los efectos nocivos que se trasladan al desempeño y vida útil del motor. Por esta razón se busca un controlador, que a partir de un modelado de estos armónicos indeseables, genere las señales de control necesarias para su

eliminación. Por lo tanto la importancia de la obtención del modelo remanente en esta tesis, radica en que se obtiene la dinámica de los armónicos indeseables inyectados al motor en forma de un modelo en espacio de estados, lo cual es muy conveniente debido las técnicas de control reconocidas para modelos en espacio de estados que podrían utilizarse para tratar de eliminar este contenido armónico. El diseño de este controlador, se analizará con mas detalle en el capítulo 3.

Para la obtención de este modelo se parte desde la representación de la señal en forma de variables GSSA (ecuación (2.34)) para la componente fundamental,

$$x_1(\tau) = 2 \begin{bmatrix} \cos wt & -\text{sen}wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle x \rangle_1^R \\ \langle x \rangle_1^I \end{bmatrix} \quad (2.63)$$

Derivando $x_1(\tau)$ se obtiene que:

$$\frac{dx_1(\tau)}{dt} = 2 \begin{bmatrix} \cos wt & -\text{sen}wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\langle x \rangle}_1^R \\ \dot{\langle x \rangle}_1^I \end{bmatrix} + 2w \begin{bmatrix} -\text{sen}wt & -\cos wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle x \rangle_1^R \\ \langle x \rangle_1^I \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

Tal como se hizo para la ecuación (2.49) en el modelado con filtro y considerando el modelo en espacio de estados de las componentes de fase (en lugar del modelo α - β), (2.64) se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(\tau)}{dt} = & \left(2 \begin{bmatrix} \cos wt & -\text{sen}wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A} & w\mathbf{I} \\ -w\mathbf{I} & \mathbf{A} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -w\text{sen}wt & -w\cos wt \end{bmatrix} \mathbf{I} \right) \begin{bmatrix} \langle x \rangle_1^R \\ \langle x \rangle_1^I \end{bmatrix} \\ & + \left(2 \begin{bmatrix} \cos wt & -\text{sen}wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ 0 & \mathbf{B} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \langle u \rangle_1^R \\ \langle u \rangle_1^I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.65)$$

Multiplicando los términos dentro del paréntesis, se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1(\tau)}{dt} = & \left(2 \begin{bmatrix} \cos wt * \mathbf{A} + w\text{sen}wt * \mathbf{I} \\ -\text{sen}wt * \mathbf{A} + w\cos wt * \mathbf{I} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} -w\text{sen}wt * \mathbf{I} \\ -w\cos wt * \mathbf{I} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \langle x \rangle_1^R \\ \langle x \rangle_1^I \end{bmatrix} \\ & + \left(2 \begin{bmatrix} \cos wt & -\text{sen}wt \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ 0 & \mathbf{B} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \langle u \rangle_1^R \\ \langle u \rangle_1^I \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.66)$$

Ordenando y efectuando nuevamente las operaciones dentro del paréntesis, tal que:

$$\frac{dx_1(\tau)}{dt} = 2[\cos wt \quad -\text{sen}wt] \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ 0 & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle x \rangle_1^R \\ \langle x \rangle_1^I \end{bmatrix} + 2[\cos wt \quad -\text{sen}wt] \begin{bmatrix} \mathbf{B} & 0 \\ 0 & \mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle u \rangle_1^R \\ \langle u \rangle_1^I \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Desarrollando las operaciones y organizando términos en la ecuación (2.67), además de reemplazar (2.63) en (2.67), se obtiene el modelo en espacio de estados para la componente fundamental, definido como:

$$\frac{dx_1(\tau)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}_1(\tau) + \mathbf{B}\mathbf{u}_1(\tau) \quad (2.68)$$

Donde \mathbf{A} y \mathbf{B} son las matrices del modelo en espacio de estados, obtenidas en el modelado del sistema considerando el filtro en la ecuación (2.12), y sin considerar el filtro del sistema en la ecuación (2.26).

Como se menciona anteriormente, los armónicos remanentes generados en el sistema, resultan de la diferencia entre la señal de salida del modelado en espacio de estados del sistema real, que contempla el total de componentes armónicas desde $k = 1$ hasta $k = \infty$, y la señal obtenida mediante filtros digitales, que resulta de extraer la primera componente armónica ($k=1$) del total que conforman la señal original o real.

Por lo tanto

$$x_r(t) = x(t) - x_1(t) \quad (2.69)$$

Derivando respecto al tiempo la ecuación (1.69), se obtiene que:

$$\frac{dx_r(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} \quad (2.70)$$

Reemplazando el modelo en espacio de estados del sistema real de la ecuación (2.12) para el modelado con filtro o el modelado sin filtro de la ecuación (2.26), y el modelo obtenido para la señal fundamental en (2.68), se obtiene el modelo en espacio de estados para el sistema remanente, definido como:

$$\mathbf{A}(x(t) - x_1(t)) + \mathbf{B}(u(t) - u_1(t)) = \mathbf{A}\mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_r(t) \quad (2.71)$$

Donde \mathbf{x}_r y \mathbf{u}_r representan los estados y señales de entrada del sistema remanente, respectivamente.

Siguiendo con la metodología que se ha seguido hasta el momento, se valida el desempeño del modelo remanente obtenido en (2.71) respecto al modelado en espacio de estados del sistema real. Para realizar esta validación se utiliza el esquema de Simulink de la Figura 2.14, considerando un esquema de control de lazo abierto para los dos modelos. La señal obtenida del modelo en espacio de estados del sistema remanente se suma a la señal obtenida del modelo para la componente fundamental, la cual representa la señal que se entrega a la carga. Como se observa en la figura, luego de realizar la extracción de la componente fundamental como una variable GSSA, se lleva a una representación trifásica a-b-c definida en el tiempo. Esto permite que la componente fundamental se sume a las demás componentes armónicas, y puedan conformar nuevamente la señal del sistema real, denominada precisamente ésta última como “señal compuesta”.

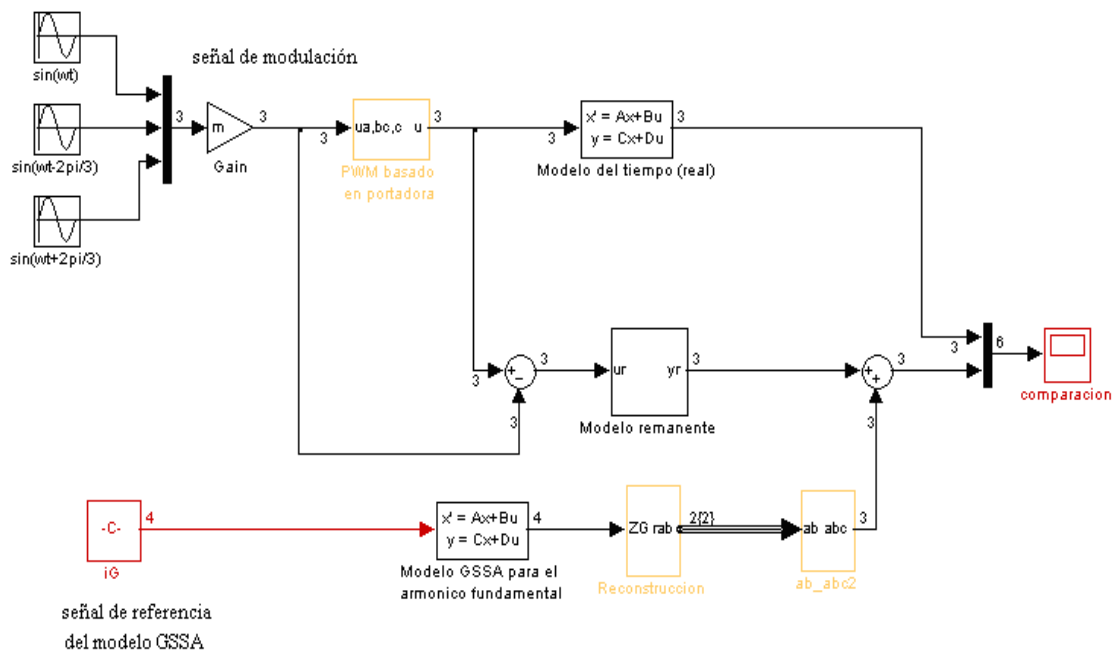


Figura 2. 14 Esquema de validación para el modelo remanente

Como es de esperarse, la denominada señal compuesta y la señal de salida del modelo del sistema real (bloque “Modelo del tiempo” en la Figura 2.14), deben ser muy similares en su forma de onda. Esto se puede verificar observando la señal de salida de cada uno de los esquemas, como se muestra en la Figura 2.15. Esta señal de

corriente resulta de la comparación de los dos esquemas (bloque “comparación” en la Figura 2.14). Según lo que se observa en la figura, es claro que las señales de salida son iguales, corroborando los resultados obtenidos matemáticamente.

Las condiciones de simulación son iguales para ambos esquemas: corriente de línea de 6 Amperios, índice de modulación $m= 0.6$, y demás parámetros de simulación a considerar.

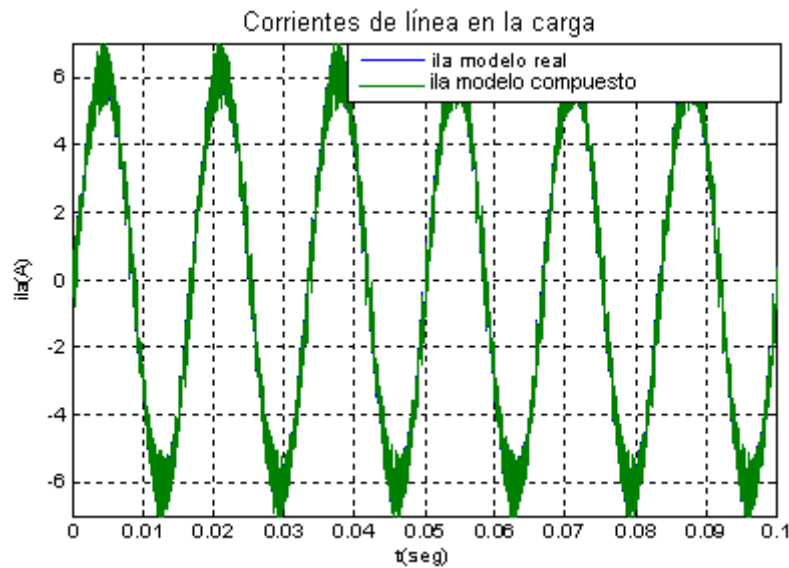


Figura 2. 15 Modelo real Vs. Modelo compuesto (sin considerar el filtro).

En las figuras 2.16 y 2.17 se hace la misma medición para cada uno de los esquemas, pero ahora considerando el filtro LC en el modelo. A pesar de esta variación en el modelo, se observa que las señales de salida siguen siendo muy similares. De esta manera podemos afirmar que el modelo obtenido representa adecuadamente la dinámica de los armónicos remanentes generados en el sistema, esto se puede afirmar gracias a que se logra comprobar matemáticamente y verificar en esquemas de simulación, de que la señal obtenida del modelo remanente sumada a la señal fundamental extraída de la señal real como una variable GSSA, forman una señal prácticamente igual a la señal obtenida de un sistema real en espacio de estados, como se observa en las formas de onda de las Figuras 2.15, 2.16 y 2.17.

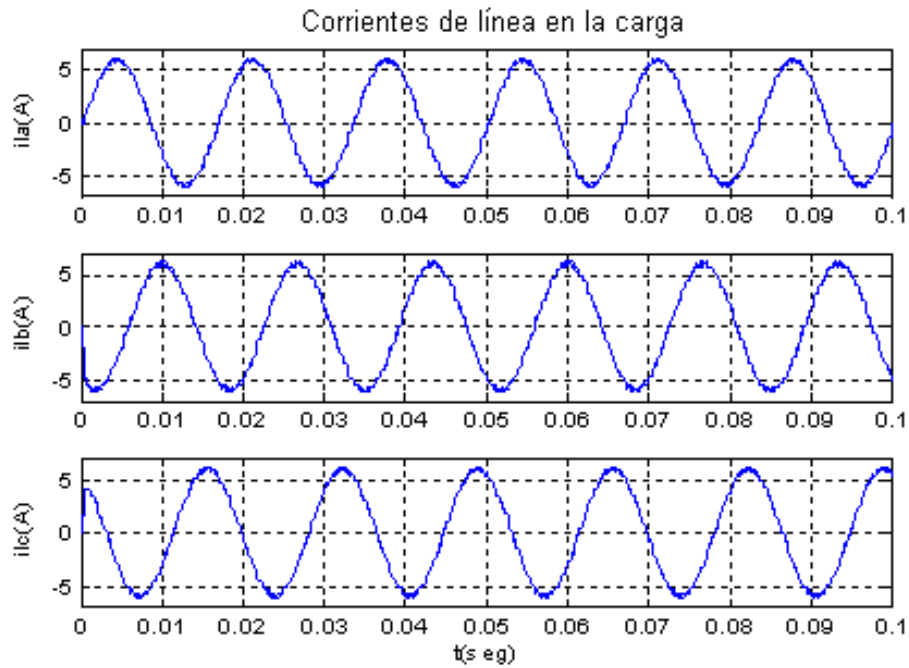


Figura 2. 16 Formas de onda de corriente de línea en la carga, considerando filtro LC en el modelo del sistema real.

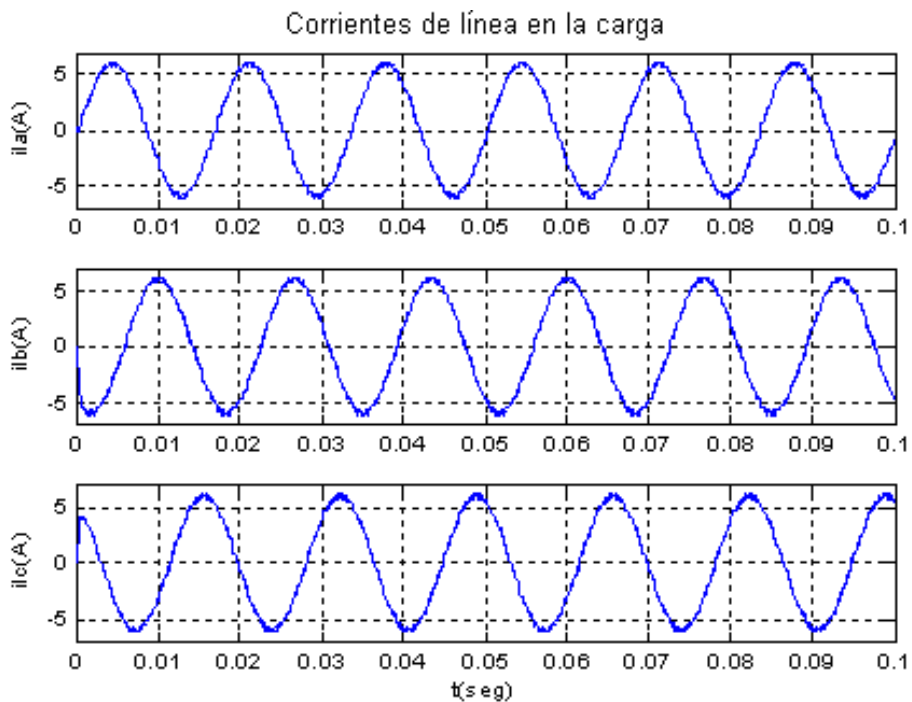


Figura 2. 17 Formas de onda de corrientes de línea en la carga, considerando filtro LC en un esquema compuesto (señal compuesta).

3. CONTROL EN LAZO CERRADO DEL INVERSOR TRIFÁSICO

La señal de seguimiento de corriente que se pretende mantener en un valor de amplitud y frecuencia determinadas corresponde a la señal fundamental, por esta razón se calcula un modelo GSSA que represente adecuadamente su dinámica para poder efectuar control sobre ella. El modelado de la señal fundamental se hace desde la señal de salida del modelo en espacio de estados del sistema real, extrayendo su primer componente armónica ($k = 1$) mediante filtros digitales, según se explica en la sección 2.4 del capítulo 2. Debido a que se está trabajando sobre un sistema MIMO, hay dinámicas del sistema que no son posible considerar, pero si pueden llegar a afectar su desempeño, tales como tiempos muertos, transistores no ideales, variaciones de la carga, capacitancias parásitas, etc. Por esta razón es conveniente que el controlador tenga características robustas. Además, el problema MIMO considerado en este trabajo de cuatro entradas y cuatro salidas, ya sea para el modelado de la planta con filtro o sin filtro, es un tipo de sistemas que requiere de técnicas de control bastante eficientes.

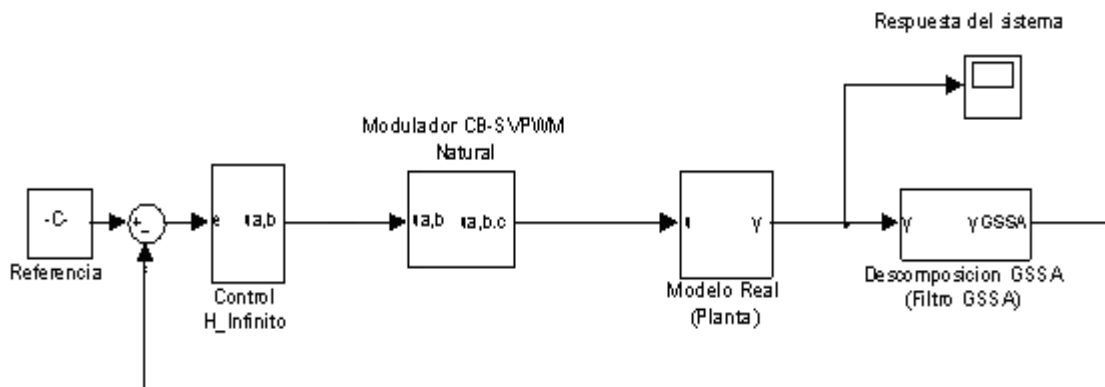


Figura 3. 1 Lazo de control para el problema de seguimiento.

Considerando estas pautas de diseño, se ha decidido implementar dos lazos de control, uno para seguimiento de la señal de referencia (Figura 3.1) del tipo H_∞ sobre una representación en variables GSSA (con la ventaja de que las variables GSSA se obtienen sobre una frecuencia determinada y por lo tanto el efecto de componentes armónicas no deseadas sobre este lazo de control se descarta), y un segundo lazo de

control adicional para reducir (en teoría se logra eliminar) el contenido armónico que se genera en las corrientes de salida del inversor (ver Figura 3.18).

Para lograr estos objetivos, se necesita tener un modelo que represente adecuadamente la dinámica de las componentes armónicas de la señal real, exceptuando la señal fundamental, llamado en esta tesis “modelo remanente” como se explica en la sección 2.4 del capítulo 2. De esta manera se diseña un sistema regulador cuya característica principal es llevar a cero las componentes armónicas representadas en este modelo. Por otro lado, la señal de control del segundo lazo, es decir la generada por el sistema regulador, se adiciona a la señal de control de seguimiento H_∞ , para conformar de esta manera la ley de control que rige el sistema completo, como se observa en la Figura 3.2. Desde este punto de vista, el lazo de control para distorsión armónica inyecta armónicos al sistema, sin alterar la amplitud de la fundamental, en las amplitudes necesarias para eliminar los armónicos de la corriente en la señal que se entrega a la carga.

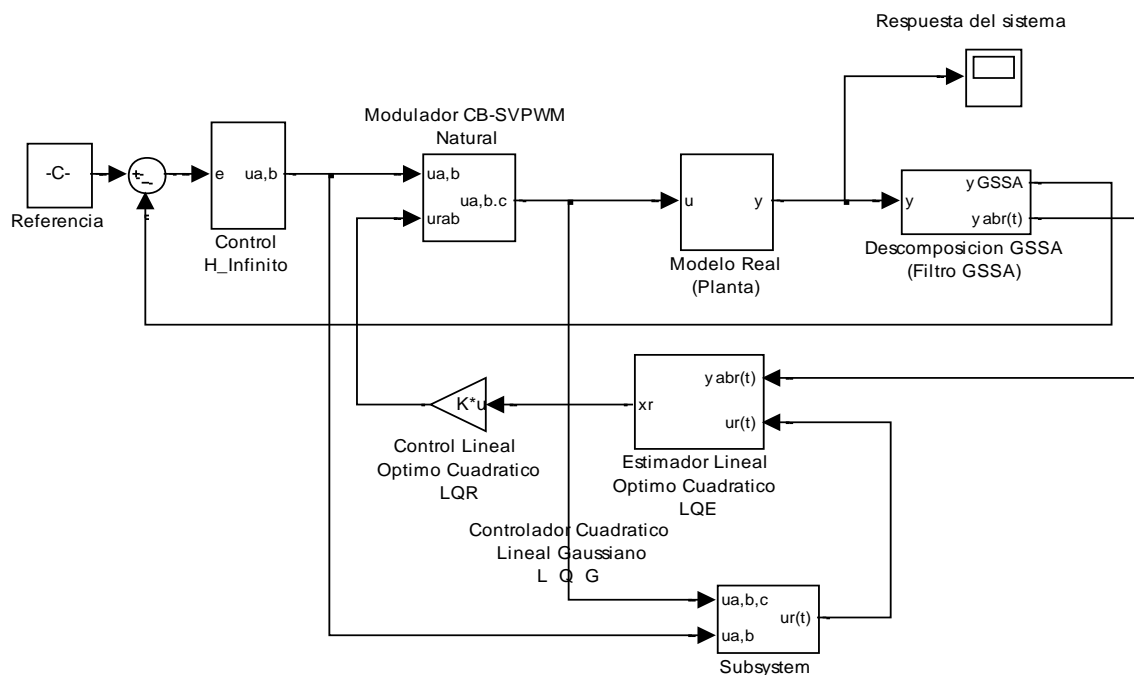


Figura 3. 2 Esquema general del diseño de control propuesto

Para evitar que se inyecten armónicos de muy alta frecuencia a la señal de control del sistema completo, y por lo tanto sean imposible de conmutarse en la práctica, se pensó en la implementación de un estimador de estados con el objetivo de no realimentar todos los armónicos, sino de filtrar un poco los de alta frecuencia en el

estimador, dejando que el regulador (LQR) actúe sobre los armónicos ya filtrados. Esta idea se puede lograr mediante un controlador cuadrático lineal Gaussiano (LQG).

Sin embargo por otro lado, habría sido ideal poder emplear las bases teóricas de respuesta en frecuencia H_∞ para tratar el contenido armónico, debido a las características robustas de este tipo de control, pero el modelo del contenido armónico de la señal ("*modelo remanente*") no resultó ser bien condicionado para esta técnica, y por lo tanto el algoritmo de control H_∞ para este tipo de modelo en particular, no fue posible implementarse. Este problema podría ser un posible tema de investigación para futuros trabajos, en busca de mejorar el desempeño que hasta el momento se ha logrado. Sin embargo el aporte notable de este estudio ha sido mostrar la viabilidad del enfoque de control de dos lazos empleados para cumplir un objetivo en particular.

Es importante aclarar en esta parte, que el objetivo del sistema de control diseñado para disminuir la distorsión armónica generada en la señal entregada a la carga, va dirigido a reducir el total de distorsión armónica en esta señal, y por lo tanto se implementa un lazo de control que lleve a cero los armónicos remanentes que afectan la señal fundamental, en lugar de eliminar selectivamente armónicos específicos.

Las componentes armónicas indeseables en las señales, además de otros factores importantes que inciden en su aparición, se generan principalmente en la etapa de conmutación, y depende en gran parte de la modulación PWM que se implemente [41]; esto debido a la gran cantidad de armónicos generados en el espectro de frecuencia de las bandas laterales, alrededor de la frecuencia de conmutación y sus múltiplos enteros. El índice de modulación de frecuencias definido como m_f , determinado por la relación entre la frecuencia de portadora y la frecuencia fundamental (f_{sw} / f_m), define la frecuencia en la que existen estos armónicos, siempre y cuando m_f sea un número entero, como es el caso que ocurre en este trabajo, donde la frecuencia de portadora f_{sm} es de 3Khz y la frecuencia de moduladora f_m es de 60Hz, para obtener un $m_f = 50$. En la Tabla 3.1 se muestra la amplitud normalizada de los armónicos dominantes de la corriente de línea respecto al valor máximo de la fundamental, asumida en este caso como el índice de modulación, considerando un SPWM basado en portadoras [41]. De esta manera se justifica el diseño de un lazo de control para eliminar el contenido

armónico remanente en la señal de corriente de carga, en lugar de eliminar simplemente unos cuantos armónicos específicos, lo cual resultaría poco eficiente conociendo la gran cantidad de armónicos que existen en el espectro de frecuencia de la señal que están afectando el desempeño del motor, en este caso.

Tabla 3. 1 Amplitud normalizada de armónicos con respecto al valor máximo fundamental para el método PWM basado en portadoras.

Armónico	índice de modulación m				
	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
$m_f \pm 2$	0.0156	0.0608	0.1312	0.2198	0.3179
$m_f \pm 4$	0.0000	0.0005	0.0025	0.0076	0.0178
$m_f \pm 8$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$2m_f \pm 1$	0.1903	0.3261	0.3702	0.3144	0.1812
$2m_f \pm 5$	0.0000	0.0005	0.0034	0.0127	0.0332
$2m_f \pm 7$	0.0000	0.0000	0.0001	0.0005	0.0022
$3m_f \pm 2$	0.0437	0.1386	0.0080	0.1763	0.0621
$3m_f \pm 4$	0.0008	0.0116	0.0340	0.1044	0.1572
$3m_f \pm 8$	0.0000	0.0000	0.0034	0.0011	0.0053
$4m_f \pm 1$	0.1630	0.01572	0.0080	0.1052	0.0676
$4m_f \pm 5$	0.0002	0.00064	0.0340	0.0842	0.1187
$4m_f \pm 7$	0.0000	0.00003	0.0034	0.0175	0.0501

Teniendo el modelado que representa la dinámica del sistema, el diseño del controlador de estabilidad y robustez H-Infinito para corrección de error y seguimiento de la señal de referencia, el modulador SVPWM basado en portadoras de baja distorsión armónica en lazo abierto, el filtro GSSA que modela la dinámica de la señal de corriente en la frecuencia fundamental y un segundo controlador óptimo LQG (compuesto por el LQE y LQR) para disminuir la distorsión armónica total en la señal entregada al motor, como se muestra en la Figura 3.2, representa el esquema de control de seguimiento de la señal de referencia y disminución del contenido armónico en la señal de alimentación de la carga, propuesto como alternativa para solucionar el problema considerado en este proyecto.

La explicación detallada de la implementación del esquema de control de la Figura 3.2, así como la explicación de cada uno de los bloques utilizados en Simulink, se describen en el Anexo C.

3.1 Control H_∞ .

La planta nominal $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ podría escribirse en el dominio de la frecuencia compleja (denotada por s) como, $\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}$ donde \mathbf{I} es la matriz identidad con las dimensiones apropiadas. Esta descripción permite centrarse en las funciones de transferencia de interés en lugar de todo el espacio de estados. Un controlador H_∞ busca encontrar una ley de control que además de lograr la estabilidad del sistema en lazo cerrado minimice la norma infinito de un vector usado como criterio de desempeño. En particular, el enfoque conocido en la literatura como *Mixed-sensitivity H_∞ singular-value loop-shaping approach* (detalles sobre esta técnica pueden consultarse en [14], [15] y [16]) permite fijar de antemano propiedades deseables sobre la forma de la función de transferencia de lazo cerrado en el dominio de la frecuencia. Este método se basa en una descomposición en valores singulares de las respuestas de amplitud en función de la frecuencia, lo que lo hace idóneo para tratar con el problema de acoplamientos entre funciones de transferencia de sistemas MIMO, como es el problema resultante en variables GSSA en esta tesis.

Considérese el diagrama en bloques de la Figura 3.3 del sistema de control multivariable realimentado. Las matrices de las funciones de transferencia de lazo cerrado desde cada una de las salidas a las entradas \mathbf{e} (error de seguimiento), \mathbf{r} (referencia) y \mathbf{u} (entrada de la planta) son: $\mathbf{S}(s) = (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1}$, $\mathbf{T}(s) = \mathbf{L}(s) (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{S}(s)$ y $\mathbf{R}(s) = \mathbf{K}(s) (\mathbf{I} + \mathbf{L}(s))^{-1} = \mathbf{K}(s) \mathbf{S}(s)$ respectivamente, con $\mathbf{L}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{K}(s)$ y $\mathbf{K}(s)$ el controlador a diseñar. Ya que \mathbf{S} también corresponde a la matriz de funciones de transferencia desde el disturbio d a la salida de la planta \mathbf{y} . Recibe el nombre de función de sensibilidad y por lo tanto a $\mathbf{T}(s)$ también se le llama función de sensibilidad complementaria.

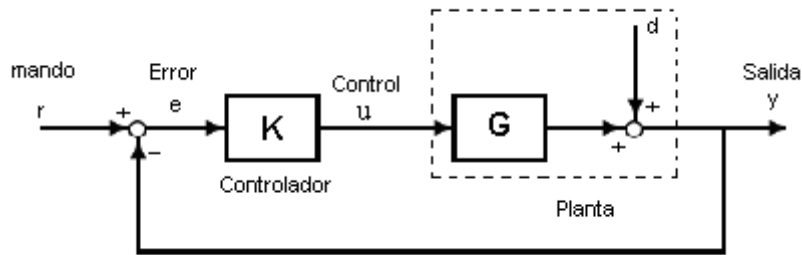


Figura 3. 3 Diagrama de bloques del sistema multivariable realimentado.

En la práctica los modelos de los sistemas pueden tener parámetros inciertos y además tener incertidumbres debidas a dinámicas no modeladas, especialmente en altas frecuencias. Ambos tipos de incertidumbre suelen agruparse (*lumped uncertainty*) en un solo tipo y representarse mediante una incertidumbre multiplicativa ficticia Δ_M , como en la Figura 3.4. Como se muestra en la misma figura, la incertidumbre Δ_M se modela mas efectivamente mediante una función de pesado W_I que tiene respuesta en frecuencia con forma de filtro pasa alto, en cascada con una incertidumbre Δ_I con la propiedad $\|\Delta_I\|_\infty < 1$. De otro lado, los disturbios d generalmente corresponden a ruido que cae dentro del ancho de banda de la planta.

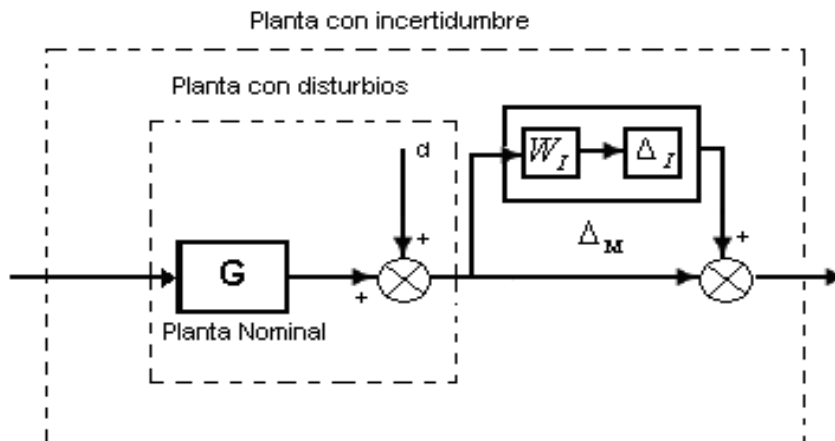


Figura 3. 4 Representación de la incertidumbre debida a parámetros inciertos y a dinámicas no modeladas.

3.1.1 Enfoque singular – value loop – shaping

En el método clásico *Loop Shaping* [15]-[16] para diseño de controladores o “conformación de la función de lazo”, se trata a la magnitud de la función de transferencia $\mathbf{L} = \mathbf{G}\mathbf{K}$ como una función de la frecuencia. El entendimiento de cómo \mathbf{K} puede seleccionarse para conformar la ganancia de lazo, provee invaluable bases dentro de las técnicas y conceptos del control multivariable.

La conocida técnica de diseño *Loop – Shaping* para sistemas SISO [15], mediante la cual se fija gráficamente el comportamiento deseado de la respuesta en frecuencia de lazo cerrado puede extenderse fácilmente al caso MIMO utilizando la descomposición en valores singulares (SVD) de las matrices que describen las funciones de transferencia del sistema [16]. Para tal efecto primero se conforma el diagrama de Bode de la descomposición en valores singulares (SVD) de las funciones de sensibilidad y sensibilidad complementaria. En lo que sigue se usará la siguiente notación: dada una matriz de ganancia $\mathbf{G}(j\omega)$ en un sistema MIMO, $\overline{\sigma}(\mathbf{G})$ denota el máximo valor singular de la matriz de ganancia y significa la máxima ganancia posible para cualquier dirección del vector de entrada, y $\underline{\sigma}(\mathbf{G})$ denota el mínimo valor singular de la matriz de ganancia y significa la mínima ganancia posible para cualquier dirección del vector de entrada (tanto el máximo como el mínimo valor singular de una función de transferencia son, en general, funciones de la frecuencia). Para el lector interesado en la descomposición en valores singulares de una función de transferencia, se recomienda la lectura de [16]. Un diagrama de Bode SVD dibuja en una sola gráfica la amplitud de las funciones $\overline{\sigma}(\mathbf{G})$ y $\underline{\sigma}(\mathbf{G})$ como función de la frecuencia ω . Los objetivos más importantes de diseño los cuales necesitan ser tratados en control realimentado son resumidos a continuación [14]:

- Desempeño, buen rechazo a disturbios: se debe reducir $\overline{\sigma}(S)$.
- Desempeño, buen seguimiento de la referencia: se debe reducir $\overline{\sigma}(S)$.
- Para disminuir la sensibilidad a los errores en el modelado se debe reducir $\overline{\sigma}(S)$.
- Mitigación del ruido medido sobre las salidas de la planta: se debe reducir $\overline{\sigma}(T)$ (en contraposición a los tres primeros ítems, para eliminar el ruido que se realimenta desde la salida, \mathbf{T} debería valer cero, lo que implica $\mathbf{L} = 0$.)
- Para estabilidad nominal (Planta estable) se debe reducir $\overline{\sigma}(T)$ (esto se entiende del hecho que la estabilidad se pierde cuando $\mathbf{L} = 1$ (encierro de nyquist del punto -1), luego si \mathbf{L} tiende a cero se tiene un margen de ganancia mayor).
- Para estabilidad robusta (Planta estable) en presencia de una perturbación de salida, se debe reducir $\overline{\sigma}(T)$ (Igual que para el ruido de salida, pero además teniendo en cuenta que $\mathbf{T} = 0$ logra inmunidad al ruido realimentado desde la salida independientemente del buen conocimiento del modelo).
- Para reducir la energía del control se debe reducir $\overline{\sigma}(KS)$ (esto implica que entradas de control pequeñas produzcan variaciones de salida pequeñas).

En los tres primeros ítems se debe resaltar que si \mathbf{S} fuese cero, por ser la ganancia al disturbio, implica la eliminación del efecto del disturbio. Pero eso implica \mathbf{L} de tamaño infinito. Igual si se considera, desde $\mathbf{T} = 1 - \mathbf{S}$, un seguimiento perfecto de la referencia implica $\mathbf{S} = 0$, que se logra con \mathbf{L} infinito, independientemente de errores en el modelo de la planta.

Como puede observarse, hay conflictos entre desempeño robusto ($\mathbf{L} = \text{infinito}$) y estabilidad robusta con rechazo a disturbios y ruido en la salida ($\mathbf{L} = 0$). Afortunadamente, el conflicto de estos objetivos de diseño se encuentran generalmente en rangos de frecuencia diferentes y además pueden expresarse en términos de la función de transferencia de lazo abierto $\mathbf{L}(j\omega)$, por lo cual se pueden mantener muchos de los objetivos usando una ganancia de lazo grande $\underline{\sigma}(\mathbf{L}) \gg 1$ en bajas frecuencias, antes de la región de corte, y una ganancia pequeña $\overline{\sigma}(\mathbf{L}) \ll 1$ en altas frecuencias, después de la región de corte.

- Para rechazo de disturbios hacer $\underline{\sigma}(L)$ grande: válido para frecuencias donde $\underline{\sigma}(L) \gg 1$.
- Para atenuación del ruido de sensores hacer $\bar{\sigma}(L)$ pequeño: válido para frecuencias donde $\bar{\sigma}(L) \ll 1$.
- Para seguimiento de una referencia hacer $\underline{\sigma}(L)$ grande: válido para frecuencias donde $\underline{\sigma}(L) \gg 1$; para estabilidad robusta a una perturbación de salida multiplicativa hacer $\bar{\sigma}(L)$ pequeño; válido para frecuencias donde $\bar{\sigma}(L) \ll 1$.

Motivado por lo anterior, es conveniente observar en detalle la forma de la función de lazo en valores singulares en función de la frecuencia, a fin de fijar los objetivos de control, cuyas principales características son: Estabilidad, desempeño, robustez y limitaciones del sistema (por efectos de polos y ceros en el semiplano derecho así como incertidumbres). El análisis de estos objetivos se observarán en la magnitud de las funciones con respecto a su comportamiento en frecuencia. Desde luego, el diseñador puede afectar la función de lazo mediante el diseño adecuado de $\mathbf{K}(s)$.

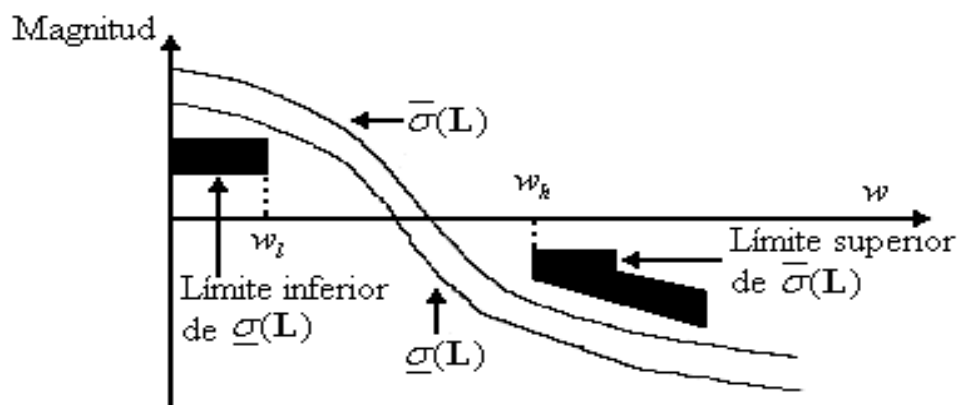


Figura 3. 5 Conformación de la función de lazo.

Definiendo la frecuencia de *ancho de banda* w_B como aquella en la cual $1/\bar{\sigma}(S(jw_B)) = \sqrt{2}$; bajas frecuencias como aquellas donde $0 \leq w \leq w_l \leq w_B$ y altas frecuencias como aquellas donde $w_B \leq w_h \leq w \leq \infty$, entonces los requerimientos de lazo abierto de arriba pueden establecerse gráficamente como en la Figura 3.5.

La conformación de tal desempeño se puede realizar introduciendo: una función de pesado $\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)$ que determine el umbral superior de la función de sensibilidad $\mathbf{S}(j\omega)$; y una función de pesado $\mathbf{W}_3^{-1}(j\omega)$ que determine el umbral superior de la función de sensibilidad complementaria $\mathbf{T}(j\omega)$. $\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)$ tiene forma de filtro pasa-alto y su frecuencia de corte ω_l se establece cerca del ancho de banda de lazo cerrado deseado (lo suficientemente grande como para que la dinámica resultante no sea demasiado lenta), siendo su máxima atenuación el umbral inferior deseado de la función de sensibilidad. $\mathbf{W}_3^{-1}(j\omega)$ tiene forma de filtro pasa-bajo y debe tener una frecuencia de corte $\omega_h > \omega_l$ inferior a la frecuencia de las perturbaciones (por canal) para que las señales de ruido desde los sensores sean rechazadas efectivamente [14]. Así, el problema a resolver consiste en obtener un control estabilizante sujeto a la restricción de garantizar el logro simultáneo de los umbrales para las dos funciones de sensibilidad definidos como:

$$\begin{aligned} |\bar{\sigma}(\mathbf{S}(j\omega))| &< |\mathbf{W}_1^{-1}(j\omega)| \\ |\bar{\sigma}(\mathbf{T}(j\omega))| &< |\mathbf{W}_3^{-1}(j\omega)| \end{aligned} \quad (3.1)$$

En la Figura 3.6, se muestran las especificaciones de los valores singulares sobre \mathbf{S} y \mathbf{T} dadas por las funciones de pesado, además se muestra la relación entre los valores singulares de las funciones de transferencia de lazo cerrado y los valores singulares de la función de lazo abierto dadas arriba para la técnica clásica *Loop-Shaping*.

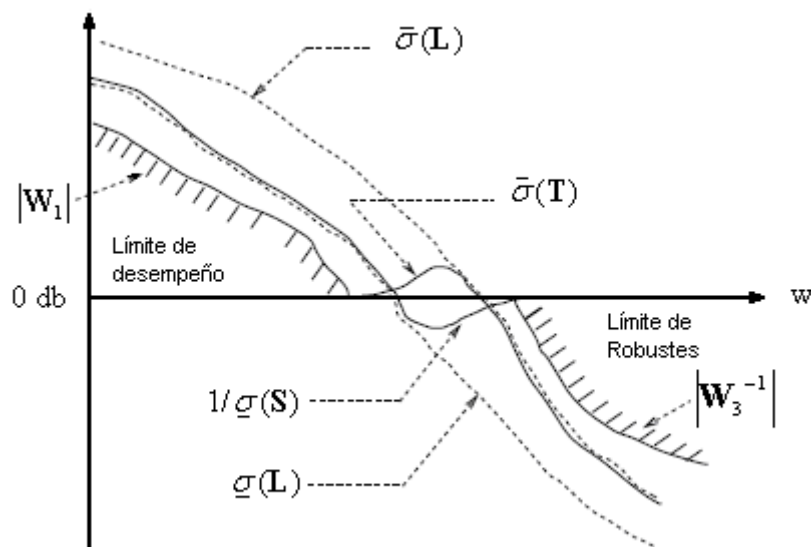


Figura 3. 6 Especificaciones de los valores singulares en S y T.

3.1.2 Sensibilidad mixta y formulación del problema de control robusto.

En la literatura suele utilizarse una formulación estándar para los problemas de control robusto cuya solución ha sido ampliamente estudiada y por tanto conviene describir el problema de *Loop-Shaping* de la ecuación (3.1) dentro de este estándar (las rutinas en MATLAB para la síntesis de controladores H_∞ asumen que el problema está en la formulación estándar [16]).

Para ello las funciones de pesado que conforman la respuesta en frecuencia deseada se incluyen dentro de la planta aumentada de la Figura 3.7, en la cual puede calcularse sin mayor dificultad las siguientes funciones de transferencia,

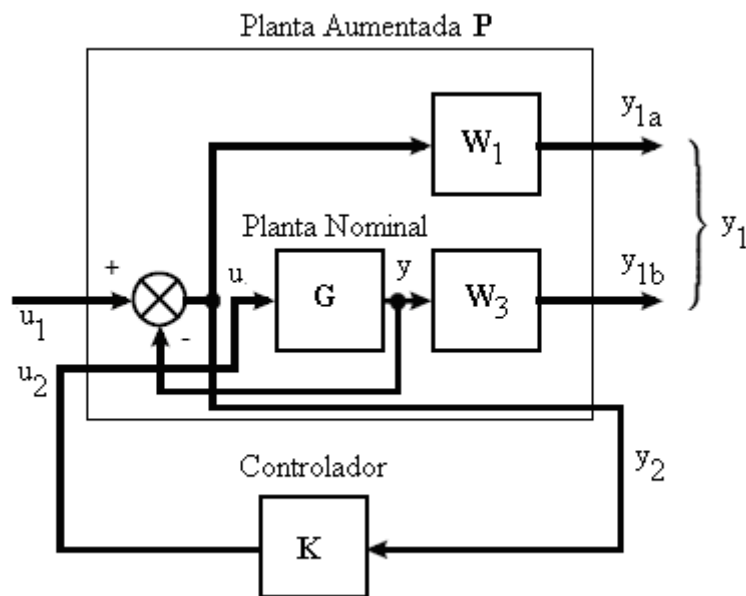


Figura 3. 7 Planta aumentada para Loop-Shaping.

$$\mathbf{T}_{y_1 u_1} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 \mathbf{S} \\ \mathbf{W}_3 \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \mathbf{T} \hat{\mathbf{y}} \hat{\mathbf{u}} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_1 & -\mathbf{W}_1 \mathbf{G} \\ 0 & \mathbf{W}_3 \mathbf{G} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{G} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Donde $\hat{\mathbf{y}} = [y_1 \quad y_2]$ y $\hat{\mathbf{u}} = [u_1 \quad u_2]$ son los vectores de salida y entrada de la planta aumentada \mathbf{P} respectivamente.

La matriz \mathbf{T}_{y1u1} también recibe el nombre de función de sensibilidad mixta ya que pesa a ambas funciones de sensibilidad. Puede mostrarse que para garantizar el cumplimiento de los umbrales de la ecuación (3.1) se requiere que:

$$\|\mathbf{T}_{y1u1}\|_{\infty} = \sup_w \overline{\sigma}(\mathbf{T}_{y1u1}) < 1, \quad (3.3)$$

que es justamente el problema estándar del control H_{∞} . El objetivo de control es estabilizar a la planta aumentada con las funciones de pesado al tiempo que se satisfaga el criterio expresado en términos de una norma infinito indicado en la ecuación (3.3), y de ese modo obtener buenas características de desempeño en presencia de disturbios e incertidumbre [16].

La síntesis del controlador H_{∞} se formula entonces como sigue: dada una planta aumentada con funciones de pesado $\mathbf{P}(s)$, encontrar una ley de control estabilizante $u_2 = \mathbf{K}(s)y_2(s)$ tal que la norma $\|\mathbf{T}_{y1u1}\|_{\infty} < 1$. Los algoritmos más utilizados para resolver este problema se basan en las soluciones de espacio de estados en [17], que involucran una realización en el espacio de estados de la matriz $\mathbf{T}_{y1u1}(\mathbf{P}, \mathbf{K})$ para encontrar al conjunto de controladores estabilizantes $\mathbf{K}(s)$ que satisfacen la restricción impuesta por la norma infinito. Estos algoritmos utilizan la solución de dos ecuaciones de Riccati, dando controladores que tienen dimensión de estado igual o mayor al de la planta nominal debido a la incorporación de las funciones de pesado. Ya que la solución del problema no es única, de todo el conjunto de soluciones estabilizantes conviene encontrar la que tenga menor norma. Este problema se conoce como H_{∞} óptimo, el cual puede resolverse encontrando un controlador H_{∞} sub-, esto es $\gamma \|\mathbf{T}_{y1u1}\|_{\infty} < 1$, con γ un número real positivo, que es computacionalmente más fácil de resolver, y luego en forma iterativa buscar la γ más grande. Todo el proceso de síntesis del controlador puede realizarse con ayuda de la función *hinftopt* del Toolbox de control robusto de MATLAB cuyo algoritmo se basa en los trabajos de [18] y [19]. Adicionalmente, si el orden del modelo del controlador resultante es muy grande, puede introducirse un proceso de reducción de orden de modelo ya sea por una reducción de orden del modelo de la planta aumentada o por una reducción de orden

del modelo del controlador obtenido (como es el caso del controlador H_∞ diseñado en esta tesis). Es común en la teoría de control robusto la utilización de algoritmos de reducción de orden de modelos estables, detalles de tales algoritmos pueden encontrarse en [16] y [14].

El orden del modelo del controlador será reducido por medio del método de truncamiento balanceado, el cual da una aproximación estable y un límite garantizado sobre el error en la aproximación teniendo como ventaja que los polos del modelo truncado son un subconjunto de los polos del modelo original y por lo tanto retienen cualquier interpretación física de estos. Para referencias acerca de reducción de orden de modelos consultar [14].

Es deseable implementar el sistema de control H_∞ de tiempo continuo (descrito anteriormente) en tiempo discreto. Esto debido a la disponibilidad de poderosas y precisas herramientas computacionales existentes actualmente, tales como los DSP's, los cuales permiten implementar este tipo de sistemas de control en tiempo discreto a un menor costo y esfuerzo de control, que en tiempo continuo.

Hasta ahora todo el diseño se ha basado en la conformación de la respuesta en frecuencia de la función de lazo. Esto ha sido claro en tiempo continuo a partir de una función de transferencia en s . Por otro lado la respuesta en frecuencia de una función de transferencia en z no ha sido tratada. Así que para obtener el controlador digital H_∞ se debe discretizar la planta agregando el efecto del retenedor (teniendo en cuenta los ceros extras de fase no mínima adicionados por el Z.O.H los cuales limitan el ancho de banda disponible), y luego usar la transformación bilineal sobre esta planta discreta para obtener un mapeo sobre un nuevo plano w que es equivalente a tiempo continuo sobre s , pero con el efecto del retenedor ya incluido. Esto se logra con la popular transformada de Tustin dada por:

$$w = \frac{2}{T_{mu}} \left(\frac{z-1}{z+1} \right). \quad (3.4)$$

Donde w equivale al plano generado por la transformada de Tustin agregando el efecto del retenedor, T_{mu} es el tiempo de muestreo con el que se muestrea la planta en tiempo continuo, y z representa la respuesta en frecuencia de la planta muestreada.

Se diseña entonces en w con los métodos de diseño del Toolbox de control robusto de MATLAB como si este estuviera en el plano s y el control resultante se pasa a z , vía la transformada bilineal inversa desde w . En el trabajo realizado se implementa este método debido a que la norma H_∞ se mantiene invariante bajo la transformada de Tustin, además no hay degradación de las medidas de desempeño resultantes en este caso [14].

Las graficas consideradas a continuación, que muestran las características de los controladores H_∞ explicadas anteriormente e implementadas en esta tesis, se realizan en el plano w debido a que los métodos de síntesis utilizados son de tiempo continuo. Luego por medio de la transformada de Tustin y con el controlador de orden reducido en el plano w , se obtiene un controlador H_∞ digital.

Para los diseños de control en la planta con filtro y sin filtro se trabajan los mismos pesos, debido a que las dinámicas en lazo abierto son similares, tal como se muestra en la Figura 3.8 y Figura 3.9, las cuales fueron obtenidas a partir de la descomposición en valores singulares del modelo en espacio de estados de las plantas discretizadas, que posteriormente son transformadas a tiempo continuo por medio de la transformación bilineal, tal y como se explicó anteriormente.

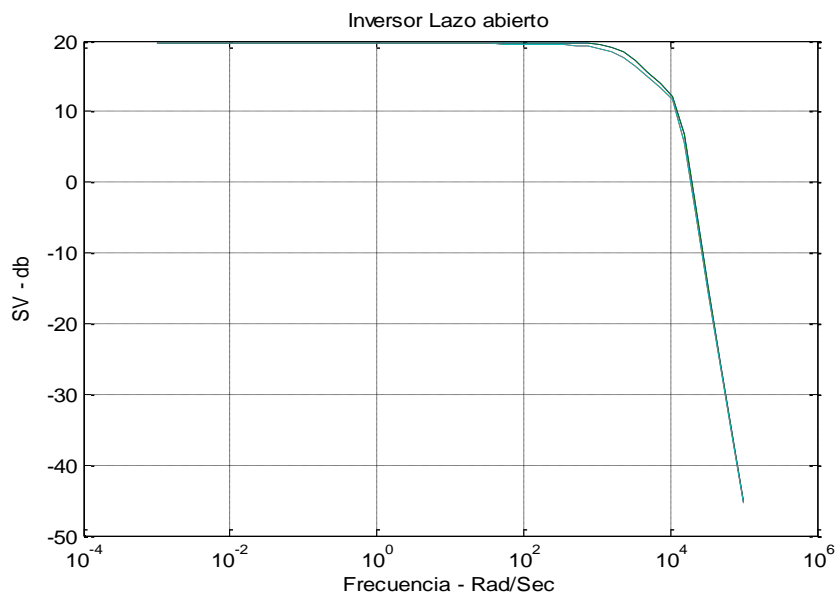


Figura 3. 8 Respuesta en frecuencia de los valores singulares de la función de transferencia del inversor en lazo abierto considerando el filtro

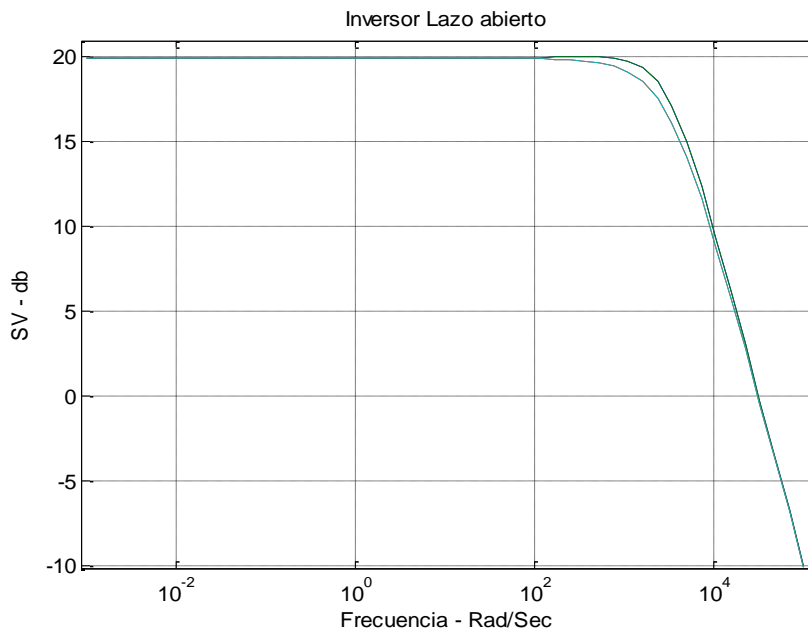


Figura 3.9 Respuesta en frecuencia de los valores singulares de la función de transferencia del inversor en lazo abierto sin considerar el filtro.

Estos pesos son escogidos basados en las respuestas de lazo abierto y además a las especificaciones de diseño deseadas para el problema. Entre estas especificaciones de diseño se encuentran la minimización del error de estado estacionario, buen desempeño ante disturbios, atenuación del ruido y obtención de un controlador robusto frente a perturbaciones multiplicativas. Las especificaciones impuestas en este problema se reflejan a continuación.

1. Especificación de desempeño: minimizar la función de sensibilidad tanto como sea posible. Esta especificación se logra imponiendo la función de peso de la ecuación (3.5) que se justifica en seguida:

$$W_1^{-1}(s) = \gamma^{-1} * \frac{1}{L_o} * \frac{\frac{L_o}{s+1}}{\frac{1}{2w} s + 1} \quad (3.5)$$

Aquí, γ es el parámetro a sintonizar por el algoritmo H_∞ (inicialmente $\gamma = 1$); w es la frecuencia en radianes de la señal trifásica a generar; L_o una constante que fija el valor del umbral de desempeño de baja frecuencia ya que en $s = 0$ (con $\gamma = 1$) se tiene

$W_1^{-1}(0) = 1 / L_o$. Se impuso $L_o = 900$ que equivale a un umbral superior para la sensibilidad de unos -59 dB. Esto significa un buen rechazo a disturbios y buen seguimiento en baja frecuencia. Note que $W_1^{-1}(s)$ tiene forma de filtro pasa alto, con una limitación en la banda de paso a una amplitud máxima de $\frac{2w}{\alpha}$. Esta limitación en alta frecuencia sobre esta función de pesado en principio no tiene ningún interés de diseño ya que lo único que se desea es que ella fije un umbral superior de baja frecuencia para la función de sensibilidad. No obstante, en la literatura se recomienda que esa limitación exista. Un requerimiento importante sí, es que la frecuencia de corte de la función de pesado de desempeño esté suficientemente antes de la frecuencia de corte de la función de pesado de robustez, ya que finalmente la función de lazo a conformar tendrá frecuencia de corte (cercana al ancho de banda de lazo cerrado) en algún lugar entre las frecuencias de corte de $W_1^{-1}(s)$ y $W_3^{-1}(s)$ (la Figura 3.10 da una idea de esta situación). Por esta razón, el criterio utilizado para especificar un aproximado del ancho de banda deseado ha sido el suponer un ancho de banda del mismo orden de la frecuencia de la señal trifásica a generar w , y así imponer una atenuación de la función de lazo de por lo menos -20 dB ya en $2w$, de modo que el ruido de alta frecuencia que se realimente desde las corrientes medidas se rechace efectivamente. Desde luego, el imponer un ancho de banda de este orden, se reflejará en un tiempo de establecimiento superior a un período de la frecuencia a generar, que sin embargo favorece el tener esfuerzos de control suaves. Así, la frecuencia de corte de $W_1^{-1}(s)$ debe estar mucho antes de $2w$.

2. Especificación de robustez: para atenuación del ruido de alta frecuencia y obtención de un controlador robusto ante perturbaciones multiplicativas, se escoge una pendiente de caída (roll-off) de -40 dB/década y por lo menos -20dB en $2w$. Para lograr esta especificación se utiliza la función de pesado de la ecuación (3.6) que se justifica en seguida:

$$W_3^{-1}(s) = \frac{0.4 * w^2}{\tau s^3 + s^2} \quad (3.6)$$

Para frecuencias menores a $1/\tau$ predomina el término cuadrático del denominador y se trata de un filtro que impone una pendiente de -40 dB/década. Para frecuencias mayores a $1/\tau$ se ha agregado el término cúbico del denominador para tener aún mayor atenuación en altas frecuencias. Si $1/\tau < 2w$, nótese que en la frecuencia $2w$ la

amplitud de $W_3^{-1}(s)$ es aproximadamente 1/10, con lo que se tiene -20 dB en $2w$, como se desea. Para este trabajo se eligió $\tau = 5e-4$; $\frac{1}{\tau} = 2000 > 2w = 753.98$.

Como el modelo nominal a controlar es de cuatro entradas y cuatro salidas, se aumenta la planta nominal (con la ayuda de la función *augtf* del Toolbox de control robusto de Matlab), estableciendo $W_1^{-1}(s)$ y $W_3^{-1}(s)$ como:

$$W_1^{-1} = \gamma \begin{bmatrix} \frac{1}{Lo} * \frac{60s+1}{\frac{1}{2w}s+1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{Lo} * \frac{60s+1}{\frac{1}{2w}s+1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{Lo} * \frac{60s+1}{\frac{1}{2w}s+1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{Lo} * \frac{60s+1}{\frac{1}{2w}s+1} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$W_3^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{0.4 * w^2}{5e^{-4}s^3 + s^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{0.4 * w^2}{5e^{-4}s^3 + s^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{0.4 * w^2}{5e^{-4}s^3 + s^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{0.4 * w^2}{5e^{-4}s^3 + s^2} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Estas especificaciones (desempeño y robustez) son mostradas en el grafico de bode de la Figura 3.10.

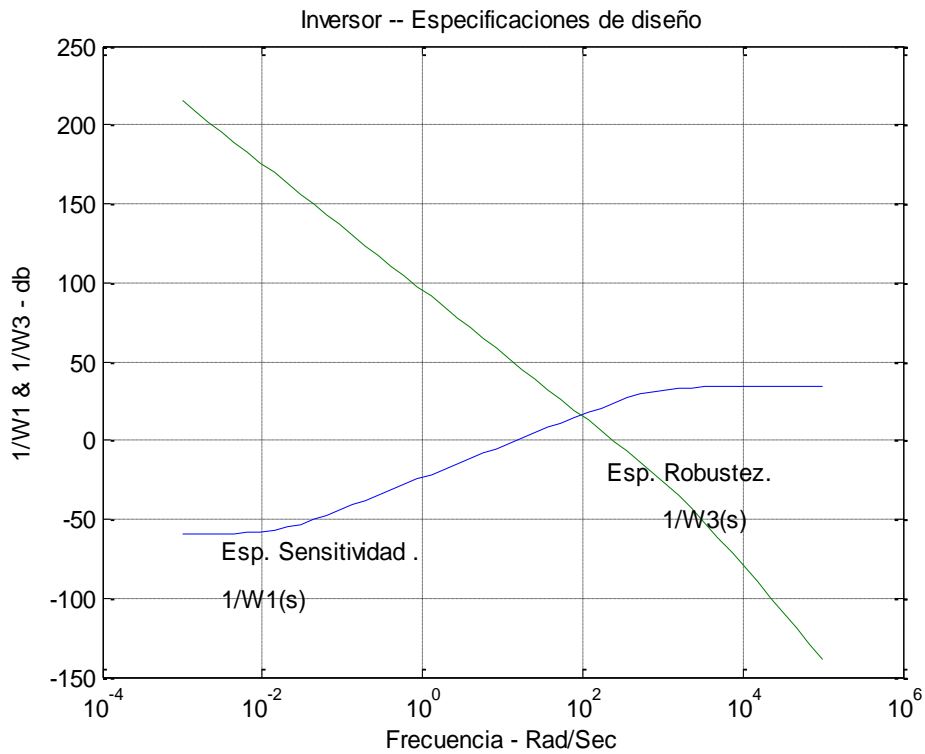


Figura 3. 10 Grafico de Bode de los pesos $W_1^{-1}(s)$ y $W_3^{-1}(s)$.

Para mostrar que los umbrales de la ecuación (3.1) logran la especificación sobre la función de lazo $L(s)$ y que se logra el objetivo de la función de sensibilidad mixta del problema H_∞ , se muestran a continuación estas gráficas una vez encontrado el diseño de $K(s)$ para la planta con filtro y sin filtro. En las Figuras 3.11 y 3.12 se presentan los gráficos de la descomposición en valores singulares (SVD) para la función de sensibilidad mixta, los cuales deben cumplir con el requisito de la ecuación (3.3), cuya característica es mantener el valor singular máximo de la función de sensibilidad mixta (o función de costo) denotada por $\overline{\sigma}(T_{y1u1})$ menor que 1, a cualquier valor de frecuencia w dentro del ancho de banda de lazo cerrado deseado.

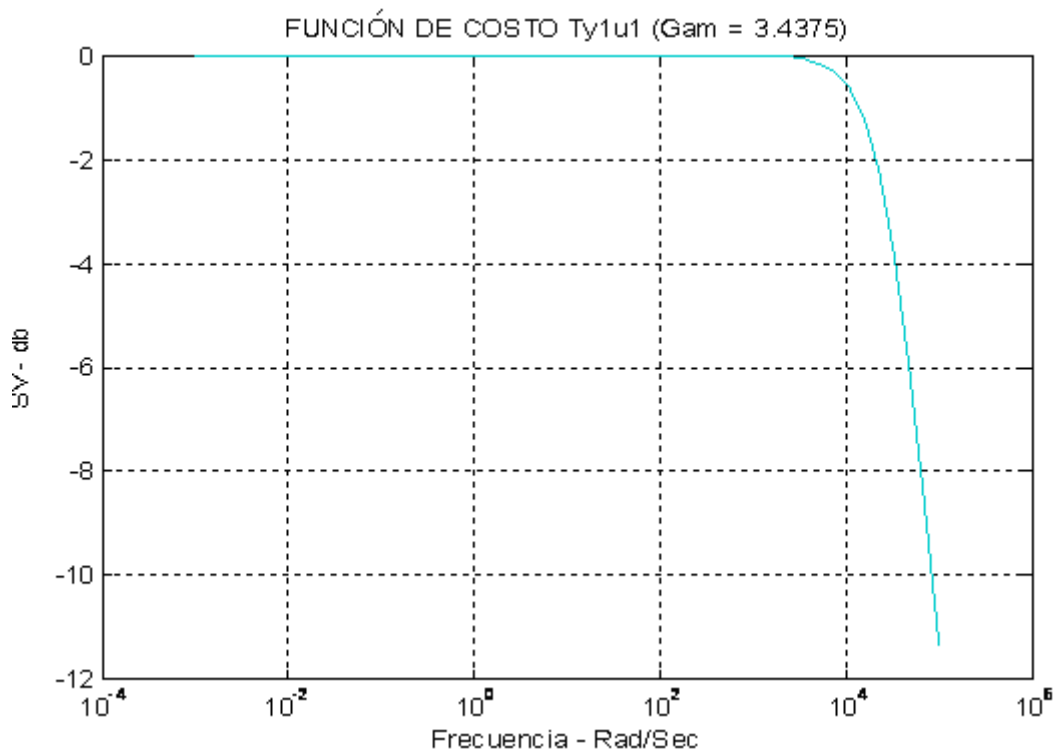


Figura 3. 11 Gráfico de Bode de la función de costo Ty1u1 para el diseño del controlador de la planta con filtro.

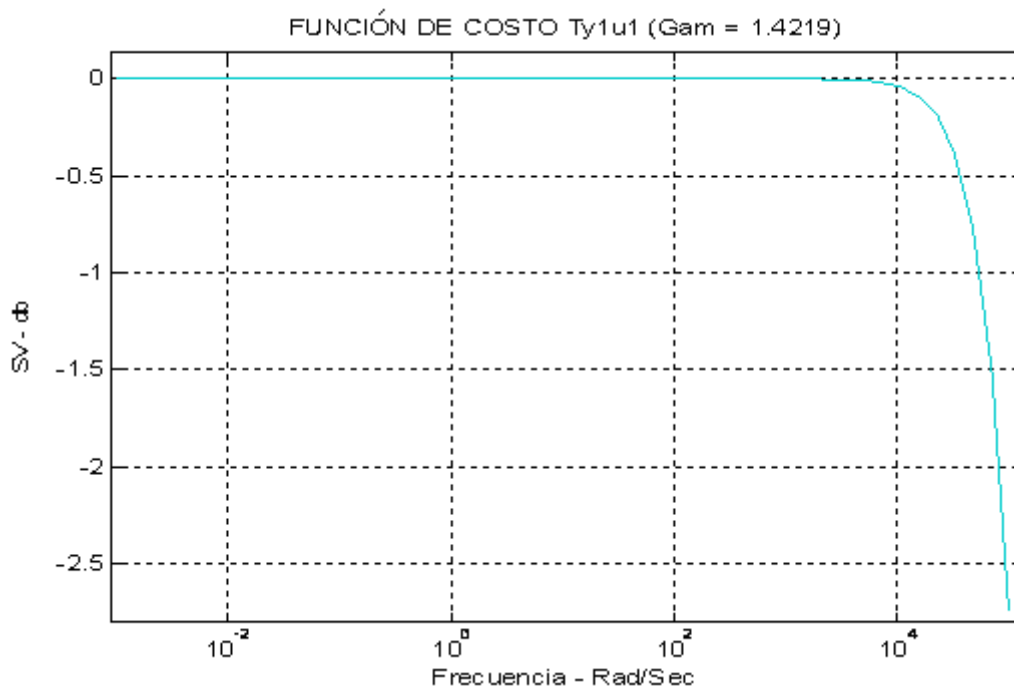


Figura 3. 12 Gráfico de Bode de la función de costo Ty1u1 para el diseño del controlador de la planta sin considerar el filtro.

Además como se muestran en las Figuras 3.13 y 3.14 las funciones de lazo cerrado consideradas en el modelo con filtro cumplen con las restricciones impuestas por los pesos (W_1^{-1} y W_3^{-1}), cumpliendo con los objetivos de diseño para cada una de las funciones.

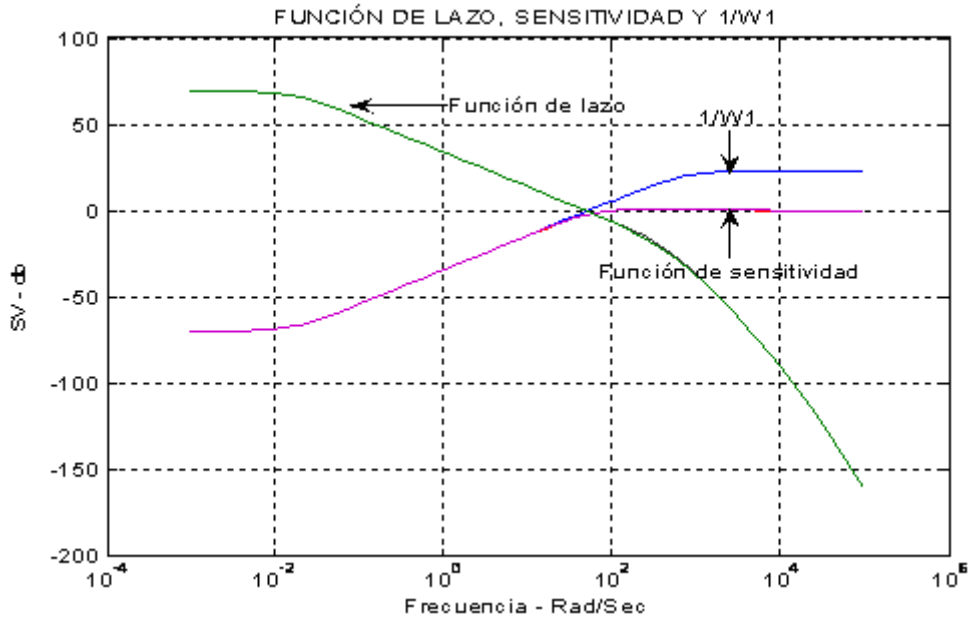


Figura 3. 13 Grafico de Bode de la función de lazo, función de sensibilidad y función de peso 1/W1 considerando el filtro.

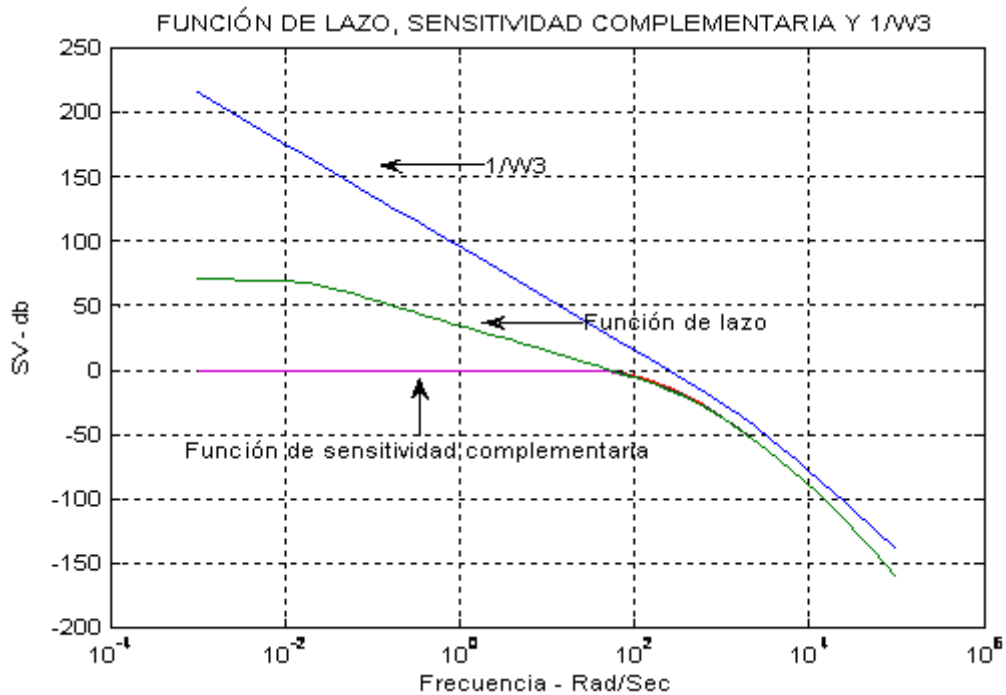


Figura 3. 14 Grafico de Bode de la función de lazo, función de sensibilidad y función de peso 1/W3 considerando el filtro.

Como se puede observar en la Figura 1.13, la función de sensibilidad cumple con el umbral establecido en $1/W_1$, verificando los objetivos de desempeño y rechazo a disturbios del controlador en bajas frecuencias. Además la función de lazo se comporta como el inverso de la función de sensibilidad (L grande para obtener S pequeño), en bajas frecuencias demostrando la relación entre la función de lazo y la función de sensibilidad observada con anterioridad. La Figura 3.14 demuestra que el controlador calculado, efectivamente es un controlador robusto, ya que atenúa ruido de alta frecuencia, debido al cumplimiento del umbral establecido por $1/W_3$, sobre la función de sensibilidad complementaria, además la función de lazo se comporta de manera similar a la función de sensibilidad complementaria en altas frecuencias (L pequeño para obtener T pequeño en altas frecuencias), lo que demuestra la relación establecida anteriormente entre estas dos funciones (ver Figura 3.6). El modelo sin filtro no se considera debido a que la importancia en este punto solo radica en demostrar las bases teóricas explicadas anteriormente en el diseño de los pesos, sobre las funciones de lazo y lazo cerrado, además las respuestas en frecuencia de estos dos modelos son prácticamente similares (ver Figura 3.8 y Figura 3.9). Demostrando la eficacia de la técnica H_∞ en el diseño de controladores robustos para ambos modelos.

Tal como muestran los dos gráficos de bode, para la función de costo de los diseños considerados, se determina un γ (Gam en los gráficos) óptimo por medio de iteración y con la ayuda de la función *hinfp* del Toolbox de control robusto de Matlab se encuentra un controlador estabilizante $K(s)$ que minimiza la norma o función de costo para cada uno de los diseños. Para el diseño con filtro se obtuvo un γ de 3.4375, mientras que para el diseño sin filtro se obtuvo un γ de 1.4219.

Por otro lado la respuesta en frecuencia de los controladores estabilizantes que minimizan las funciones de costo para los dos diseños se muestran en la Figura 3.15 y Figura 3.16. Después por medio de la transformada de Tustin se pasa al tiempo discreto para obtener el controlador digital.

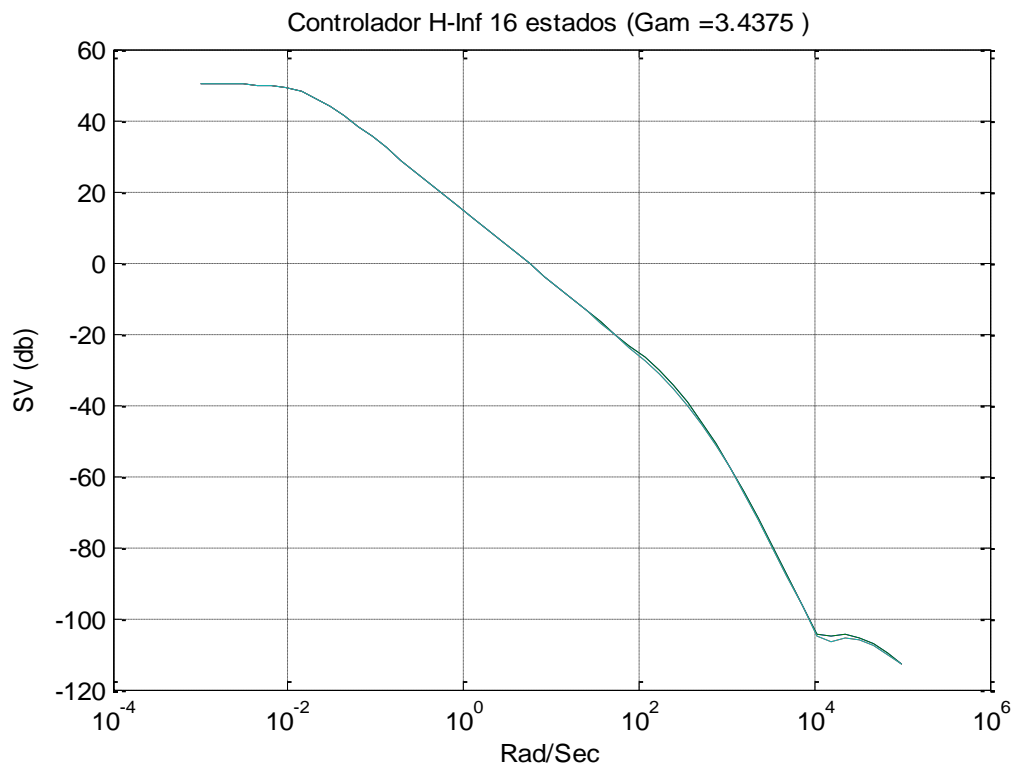


Figura 3. 15 Respuesta en frecuencia del controlador estabilizante H-infinito (considerando el filtro).

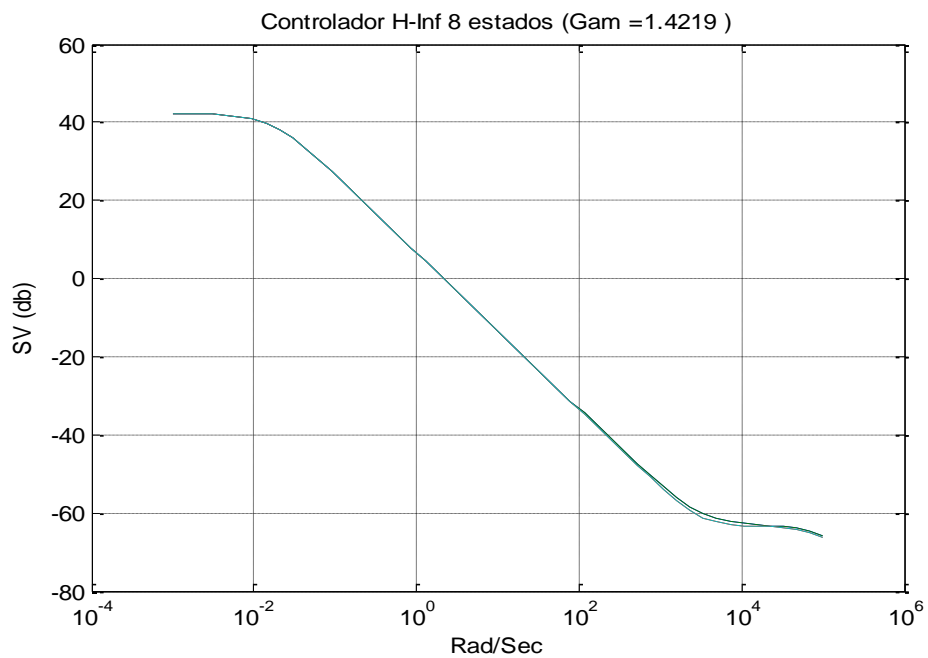


Figura 3. 16 Respuesta en frecuencia del controlador estabilizante H-Infinito (sin considerar el filtro).

Los controladores robustos H_∞ obtenidos gracias a las herramientas del Toolbox de control robusto de Matlab, son controladores en espacio de estados en tiempo continuo de orden alto, los cuales son reducidos con herramientas de reducción de modelo que se encuentran en este mismo Toolbox, que posteriormente son cambiados al plano z para obtener un controlador en espacio de estados digital. De esta manera las matrices obtenidas, según el algoritmo de control para el controlador H-infinito (sin considerar el filtro), se pueden expresar como:

$$acm = \begin{bmatrix} 1.0000 & -0.0000 & -0.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & 1.0000 & -0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 1.0000 & -0.0000 \\ 0.0000 & -0.0000 & 0.0000 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

$$bcm = \begin{bmatrix} 1.5108 & 0.8163 & 0.1393 & 2.3703 \\ -0.3166 & -2.5473 & 0.9765 & 1.0217 \\ 1.9524 & -0.1005 & 1.7441 & -1.3124 \\ -1.5465 & 1.1921 & 2.1381 & 0.4495 \end{bmatrix}$$

$$ccm = 1 \times 10^{-5} * \begin{bmatrix} 0.0966 & -0.0281 & 0.1126 & -0.1166 \\ 0.0343 & -0.1726 & 0.0037 & 0.0735 \\ 0.0208 & 0.0606 & 0.1280 & 0.1261 \\ 0.1596 & 0.0462 & -0.0856 & 0.0384 \end{bmatrix}$$

$$dcm = 1 \times 10^{-5} * \begin{bmatrix} 0.2775 & 0.0000 & -0.0335 & 0.0000 \\ -0.0000 & 0.2775 & -0.0000 & -0.0335 \\ 0.0335 & -0.0000 & 0.2775 & -0.0000 \\ -0.0000 & 0.0335 & 0.0000 & 0.2775 \end{bmatrix}$$

Donde se muestra, como utilizando el método de reducción de truncamiento, se ha pasado de un sistema en espacio de estados de orden 8 a un sistema de orden 4 en espacio de estados digitales

De esta manera se determina el comportamiento de las funciones de transferencia y función de lazo del sistema para obtener una señal de respuesta de acuerdo a los objetivos de diseño considerados. El desempeño y características robustas del controlador H_{∞} en el sistema de control total, se evidenciarán en el capítulo 4, en cuya sección se detallan los resultados obtenidos en la corriente de salida del inversor para la componente fundamental de esta señal.

El algoritmo de control empleado para la obtención del controlador H_{∞} , y sus señales características tales como la respuesta en lazo abierto de la planta nominal (sin considerar los pesos), el diagrama de bode de los pesos de diseño de control establecidos, funciones de costo para las dos plantas (con filtro y sin filtro), el diagrama de bode de la descomposición en valores singulares de las funciones de transferencia de lazo cerrado frente a la función de lazo obtenida con la planta aumentada (considerando los pesos) y la respuesta en frecuencia de los dos controladores estabilizantes en espacio de estados, es expuesto en el Anexo C.

3.2 Control Cuadrático Lineal Gaussiano LQG.

En esta parte de la tesis se desarrolla el algoritmo de control que permite la disminución de componentes armónicas que aparecen por diferentes motivos o circunstancias durante la operación normal de este tipo de sistemas [3]-[6]-[8]. Es importante tener en cuenta que se está trabajando sobre un sistema MIMO, que presenta no linealidades en su comportamiento y que por lo tanto se deben considerar ciertas características y requisitos propios de este tipo de sistemas; como las técnicas de control que se deben adoptar, la forma de medir y determinar la estabilidad del sistema, hasta las mismas herramientas de simulación que se deben utilizar.

Teniendo en mente estas premisas, se desarrolla un algoritmo de control basado en técnicas de control . El control *Cuadrático Lineal Gaussiano LQG*, es una de ellas. Este tipo de controlador resulta de la combinación de dos técnicas o métodos de control ; el *Control Óptimo Cuadrático (LQR)* y un método de *Estimación de Estados (LQE)* [21].

Es importante tener claro que este sistema de control es independiente al sistema de control desarrollado para el seguimiento de comandos de referencia, descrito en la sección anterior; ambos sistemas generan una ley de control y son desarrollados con un objetivo específico pero diferente, que al final se integran para conformar la ley de control que rige la dinámica total del sistema. De esta manera, gracias a que estas técnicas de control lo permiten, el estudio y desarrollo del diseño se ejecuta sobre variables de estado reales discretas, expresadas en sus componentes $\alpha - \beta$, aunque realmente como se observará más adelante, el algoritmo de control se ejecuta sobre una representación dinámica de las componentes armónicas, llamado *modelo remanente*

3.2.1 Control Cuadrático LQR

El control óptimo cuadrático es una estrategia de control que enfoca sus esfuerzos a la minimización de un índice de desempeño J , definido como:

$$J = \int_0^{\infty} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \delta t \quad (3.9)$$

En donde $L(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ es una función cuadrática o una función hermitiana de \mathbf{x} y \mathbf{u} (ver Anexo D). Esta función de desempeño J define las leyes de control lineal del sistema, es decir:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) \quad (3.10)$$

Por lo tanto, el diseño de sistemas de control óptimo y reguladores basados en este tipo de índices de desempeño cuadráticos se reducen a la determinación de los elementos de la matriz \mathbf{K} .

Teniendo en cuenta el tipo de sistemas sobre el cual se está trabajando en esta tesis, definido como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3.11)$$

En donde \mathbf{x} = vector de estado (vector de dimensión n)

\mathbf{u} = vector de control (vector de dimensión r)

\mathbf{A} = matriz de coeficientes constantes de $n \times n$

\mathbf{B} = matriz de coeficientes constantes de $n \times r$

El índice de desempeño que se trata de minimizar mediante esta técnica de control para este proyecto, puede expresarse como:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^* \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u}) \delta t \quad (3.12)$$

Donde \mathbf{Q} y \mathbf{R} son matrices de diseño que se dejan a criterio del diseñador. \mathbf{x} son las variables de estado del sistema y \mathbf{u} son sus entradas. De esta manera el problema de determinar el vector de control $\mathbf{u}(t)$, para el sistema descrito en la ecuación (3.11) puede ser tratado desde muchos enfoques diferentes, sin embargo en este proyecto se presenta uno basado en el segundo método de Liapunov. Detalles sobre bases teóricas y matemáticas, así como de optimización y estabilización mediante esta técnica de control, pueden encontrarse al final de este documento en el Anexo D.

Partiendo de la representación α - β tanto del sistema convencional considerando el filtro LC y el sistema sin filtro expresados en las ecuaciones 1.19 y 1.26 se tiene un comportamiento y desempeño un poco diferente, pero sin embargo es posible aplicar los mismos pasos de diseño para ambos sistemas.

El índice de desempeño J se obtiene mediante la ecuación 3.12, tal que:

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^* \mathbf{Q} \mathbf{x} + \mathbf{u}^* \mathbf{R} \mathbf{u}) \partial t \quad (3.13)$$

En donde \mathbf{Q} para el sistema con filtro puede expresarse como:

$$Q = \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ en donde } \lambda \text{ es un parámetro de diseño.}$$

$$\text{y } R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta que la señal de control u se define a partir de la matriz \mathbf{P} resolviendo la ecuación de Riccati (ver Anexo D), puede expresarse como:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^* \mathbf{P}\mathbf{x}(t) \quad (3.14)$$

En donde \mathbf{P} es una matriz hermitiana o simétrica real definida positiva y \mathbf{B} es la matriz de entrada del sistema de la ecuación (3.11). De esta manera resolviendo para la matriz \mathbf{P} , se obtiene que:

$$P = \begin{bmatrix} 0.0101 & -0.0029 & 0.0042 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0024 \\ -0.0029 & 1.1222 & -0.3311 & 0.0000 & 0.0000 & -0.1912 \\ 0.0042 & -0.3311 & 0.6506 & -0.0024 & 0.1912 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0024 & 0.0101 & -0.0029 & 0.0042 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.1912 & 0.0029 & 1.1222 & -0.3311 \\ 0.0024 & -0.1912 & 0.0000 & 0.0042 & -0.3311 & 0.6506 \end{bmatrix}$$

Reemplazando la matriz \mathbf{P} en la ecuación de (3.14) se obtiene que:

$$Kd = \begin{bmatrix} 0.2147 & -0.1251 & 0.1698 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0981 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0981 & 0.2147 & -0.1251 & 0.1698 \end{bmatrix}$$

Donde el subíndice d , aquí y mas adelante, hace referencia a que se trabaja sobre variables discretas del sistema.

Para el sistema reducido (sistema sin considerar el filtro LC) diseñado en este proyecto se sigue el mismo procedimiento, solo que en este caso se logra obtener un controlador mucho un poco más simple. Las matrices Q_r , R_r , P_r y K_r se describen a continuación

$$Q_r = \lambda_r \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \text{ en donde } \lambda_r \text{ es el parámetro de diseño para el sistema reducido}$$

$$R_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$P_r = \begin{bmatrix} 42.9694 & 0.00000 \\ 0.00000 & 42.9694 \end{bmatrix}$$

$$K_r d = \begin{bmatrix} 2.6940 & 0.0000 \\ 0.0000 & 2.6940 \end{bmatrix}$$

Donde el subíndice r , hace referencia a matrices para el sistema reducido. Mas adelante, en el capítulo cuatro se muestra como modificando el parámetro de diseño λ de la matriz Q y Q_r se logra obtener diferentes desempeños del sistema de control.

3.2.2 Estimación de Estados Óptima LQE.

Los observadores lineales cuadráticos tienen una interpretación estocástica, en el sentido de que son s estimando el estado en presencia de ruidos Gaussianos, corrompiendo las medidas de las salidas y los estados [22]. Supongamos señales de ruido o perturbaciones w y v , afectando un sistema dinámico tal que:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{w} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{v}\end{aligned}\quad (3.15)$$

Donde las señales w y v son procesos Gaussianos estocásticos de media cero no correlacionados en el tiempo y el uno al otro, con covarianzas:

$$E(\mathbf{w}\mathbf{w}^T) = \mathbf{W} \quad \text{y} \quad E(\mathbf{v}\mathbf{v}^T) = \mathbf{V}$$

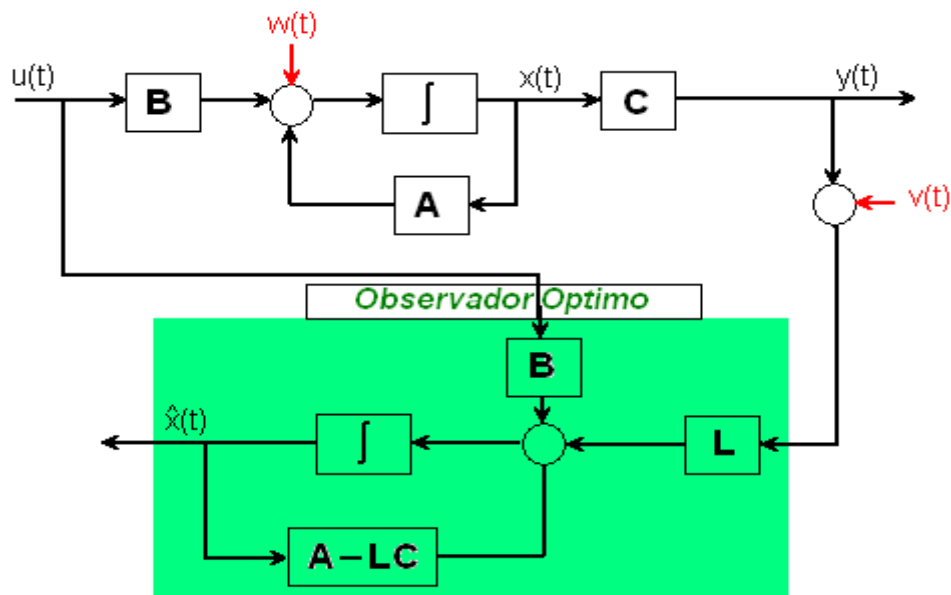


Figura 3. 17 Estructura del estimador u observador de estados óptimo.

En la Figura 3.17 se observa la estructura básica del estimador , a partir de la cual se puede ver que la ecuación que describe la dinámica del observador es:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{Bu} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \quad (3.16)$$

Donde $\hat{\mathbf{x}}$ es el vector de estados estimados y \mathbf{L} es la ganancia del estimador óptimo, que puede ser determinada por la siguiente ecuación:

$$\mathbf{L} = \mathbf{PC}^T\mathbf{V}^{-1} \quad (3.17)$$

Donde P es la solución única de la *Ecuación Algebraica de Riccati*:

$$AP + PA^T - PC^T V^{-1} CP + W = 0 \quad (3.18)$$

Es usual tratar a W y V como parámetros de diseño, como se asume en este trabajo. Por ejemplo es común asignar $W = BB^T$, para que w efectivamente sea una señal de ruido de entrada, y $V = \mu I$. Este estimador óptimo de estados es conocido como (en régimen permanente) *Filtro de Kalman*, en honor a su autor [22]. En Matlab L y P pueden ser fácilmente calculadas mediante el siguiente comando:

$$[L, P] = lqr(A', C', W, V)' \quad (3.19)$$

De esta manera el controlador LQG es el resultado de la combinación de una ganancia de realimentación de estado LQR (Controlador Óptimo Cuadrático) con realimentación desde los estados estimados a partir de un estimador de estado óptimo LQE, como se muestra en la Figura 3.18. Las entradas de incertidumbre $w(t)$ y $v(t)$ son parámetros de diseño que se ajustan con base en la cantidad de distorsión armónica que se genera en el sistema.

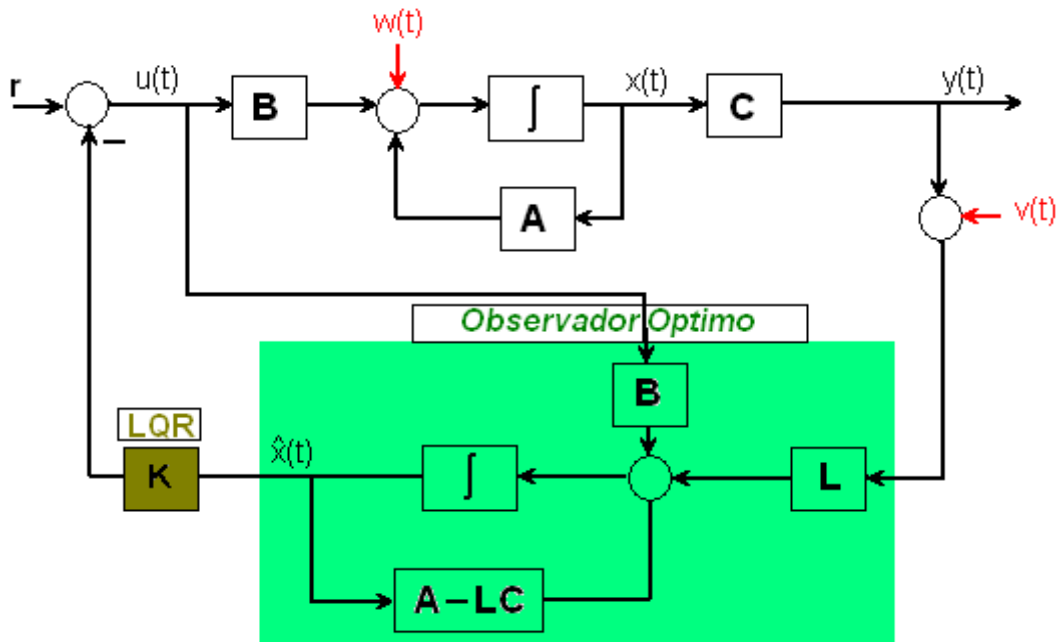


Figura 3. 18 Esquema general del controlador LQG.

3.2.3 Diseño Del Controlador LQG.

Para el diseño de este controlador se parte precisamente del objetivo que se desea cumplir, disminuir la distorsión armónica. De esta manera se toman algunas consideraciones importantes de mencionar. Según se explicó con anterioridad al comienzo de este capítulo, para el diseño del segundo lazo de control encargado de disminuir la distorsión armónica en la señal de corriente que alimenta la carga, se considera el modelo remanente hallado en el capítulo 2, teniendo en cuenta que se necesita conocer la dinámica de las componentes armónicas que están afectando la señal de salida, para poder aplicar un algoritmo de control determinado que logre eliminarlos. De esta manera, la dinámica del modelo remanente que se considera para el diseño del segundo lazo de control, se puede expresar como:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}_r(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}_r(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_r(t) \\ \mathbf{y}_r(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}_r(t)\end{aligned}\quad (3.20)$$

Donde el subíndice r , en esta sección, hace referencia al modelo remanente, el cual constituye la dinámica de todas las componentes armónicas generadas en el sistema, y las cuales se pretenden eliminar o por lo menos llevarlas a su menor valor posible. Se considera la salida del sistema total \mathbf{y}_T , tal que:

$$\mathbf{y}_T = \mathbf{y}_1 + \mathbf{y}_r \quad (3.21)$$

Donde \mathbf{y}_1 es la señal fundamental generada por el sistema y \mathbf{y}_r es el resto o el remanente del total de la señal del sistema. De igual forma se considera la señal de entrada \mathbf{u} :

$$\mathbf{u}_T = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_r \quad (3.22)$$

Donde \mathbf{u}_T representa el total de la señal de entrada al sistema (considerando todas sus componentes armónicas), \mathbf{u}_1 es la componente fundamental de entrada y \mathbf{u}_r son las componentes armónicas restantes que integran la señal total de entrada al sistema, excluyendo la fundamental.

De las ecuaciones (3.21) y (3.22) se obtiene fácilmente las expresiones para la entrada y salida del sistema modelo remanente. La definición de las componentes armónicas, incluyendo la señal fundamental que constituyen la señal de salida total, basados a los conceptos de descomposición en series de Fourier de una señal definida en el tiempo y con ciertas consideraciones, mencionados en la técnica de

modelado GSSA, explicada con detalle en la sección 2.3. De esta manera, por medio de un estimador de estados óptimo como el filtro de Kalman, se determinan los estados del sistema remanente definido en la ecuación (3.20). Conocidos los estados del sistema remanente se aplica el control óptimo cuadrático (LQR) para determinar la ganancia de compensación \mathbf{K} que mejor desempeño aporte al sistema, que es básicamente lo que muestra la Figura 3.18.

Partiendo de la representación dinámica del sistema convencional (considerando filtro LC) en componentes α - β , se determina la matriz de compensación \mathbf{L} de la dinámica del observador óptimo, tal que:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}) \quad (3.23)$$

Definiendo antes las matrices de diseño \mathbf{W} y \mathbf{V} . La matriz \mathbf{W} es definida como:

$$\mathbf{W}d = 1 \times 10^{-8} * \begin{bmatrix} 0.2101 & 0.0000 & 0.0014 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0008 \\ 0.0014 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -0.0008 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0008 & 0.2101 & 0.0000 & 0.0014 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0008 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0014 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix}$$

Y \mathbf{V} es definida como matriz identidad:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De esta manera \mathbf{L} es definida como:

$$\mathbf{L}d = 1 \times 10^{-9} * \begin{bmatrix} -0.7581 & 0.0000 \\ 0.0441 & 0.0000 \\ 0.3202 & -0.1849 \\ 0.0000 & -0.7581 \\ 0.0000 & 0.0441 \\ 0.1849 & 0.3202 \end{bmatrix}$$

Ahora, para el sistema reducido se lleva a cabo el mismo procedimiento, obteniendo matrices de diseño y de compensación bastante diferentes en cuanto a tamaño y simplicidad:

$$W_r d = 1 \times 10^{-12} * \begin{bmatrix} 0.6569 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.6569 \end{bmatrix}, \quad V_r = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Ld = 1 \times 10^{-10} * \begin{bmatrix} 0.4036 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.4036 \end{bmatrix}$$

4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE DESEMPEÑO DEL CONTROLADOR

En esta sección, además de mostrar un análisis comparativo de desempeño entre el diseño propuesto y otros métodos similares desarrollados dentro de esta misma línea de investigación, se quiere mostrar también el método y/o herramientas necesarias para lograr obtener y observar la calidad de las señales. Es importante mencionar que el análisis va enfocado particularmente hacia técnicas de control de lazo cerrado, las cuales tienen en el momento bastante aceptación y auge en la industria. El sistema en lazo abierto que se toma como punto de referencia o de comparación es el de la implementación de un inversor trifásico de dos niveles para la alimentación de un motor de inducción. Para el desarrollo de este sistema en lazo abierto es importante mencionar que las características y parámetros propios del inversor, fuente de alimentación, carga, que en este caso es el motor de inducción, son iguales para el sistema propuesto de lazo cerrado.

Por otro lado pensando en la implementación futura de este proyecto, se realiza el diseño del sistema en variables de tiempo discreto. La planta se muestrea a una frecuencia 10 veces mayor la frecuencia de trabajo del filtro GSSA (frecuencia más alta en el sistema considerado); esto permite que el algoritmo de control pueda ejecutarse correctamente sin efectos de muestreo anómalo. Adicionalmente se realiza la implementación de este diseño en variables de coma fija en longitudes de palabra de 16 y 32 bits, como se expone mas adelante en este capítulo. Esto permite saber si realmente este proyecto es realizable en DSPs y cómo sería su desempeño de forma más cercana a la realidad en la implementación.

Una de las principales preocupaciones que se generan durante la realización de este trabajo, es saber si los conmutadores que se encuentran en el mercado logran alcanzar la velocidad de conmutación generada por los pulsos del modulador. Afortunadamente se puede asegurar que el ancho de los pulsos generados por el

modulador en el sistema de lazo cerrado es lo suficiente para que los transistores de potencia IGBT's comerciales disponibles, puedan recuperarse en las conmutaciones y pasar de corte a saturación, y viceversa. Esto se puede afirmar gracias a que se realizó también una simulación usando el toolbox Power System utilizando IGBT's con características y parámetros de diseño reales. Al final del capítulo se explica con más detalle como se logra hacer esto y cuales son los resultados obtenidos.

Antes de entrar a realizar el análisis comparativo, es necesario entender y conocer los procedimientos utilizados para hacer la medición y observación de la calidad de las señales.

4.1 Método de medición y análisis de señal.

Una de las metas que se fijaron al iniciar el desarrollo de este trabajo, fue precisamente poder encontrar una herramienta o método que permita la observación correcta de las componentes armónicas de una señal. Pues bien, para lograr esto se necesita primero poder medir no solamente la señal fundamental, sino también las componentes armónicas que la conforman.

MatLab/Simulink como una de las herramientas de simulación exitosamente reconocida en el área de sistemas de control, nos brinda una interfaz gráfica para el usuario bastante versátil, denominada *PowerGUI*. Esta herramienta permite no solamente observar el comportamiento de sistemas en tiempo continuo, sino también provee herramientas útiles que permiten realizar acciones como la discretización del sistema para una solución en pasos de tiempo fijo, solución del sistema en representación fasorial, modificar el estado inicial para arrancar la simulación en un punto dado, estas entre otras opciones de configuración que se encuentran en esta herramienta. Sin embargo el interés, por el momento, recae sobre una de sus herramientas de análisis, *La Transformada Rápida de Fourier* (FFT). Con esta opción se puede analizar la salida de cualquier variable o señal que se desee; permite observar su contenido armónico en el dominio de la frecuencia o por número de armónico en función del porcentaje total de la magnitud de la fundamental, al igual que muestra su contenido Total de Distorsión Armónica (THD en sus siglas en inglés), unidad de medida muy utilizada en este tipo de medición.

4.2 Análisis Comparativo.

Cumpliendo con los objetivos que se han establecido en esta tesis, el análisis comparativo esta enfocado en gran parte al rendimiento del sistema en cuanto a disminución armónica y seguimiento de la referencia, garantizando calidad en la señal de entrada al motor. De esta manera, además de un punto de comparación establecido, es muy importante tener conocimiento sobre límites de desempeño y calidad de distorsión armónica de la señal, permitida o exigida previamente por estándares internacionales que reglamentan este tipo de sistemas. Varios estándares y recomendaciones han surgido para establecer límites de distorsión armónica en corriente y tensión. En el caso de convertidores con conexión directa a la red, los estándares más reconocidos son el IEC 61000 [24] en Europa y el IEEE 519-1992 [23] en Estados Unidos [6]. Sin embargo estas normativas son establecidas con el propósito de proteger las redes eléctricas de empresas generadoras de energía, de la distorsión armónica generada en elementos eléctricos o electrónicos que comúnmente se utilizan en el hogar o en la industria, pero no existe aun un estándar que reglamente la distorsión armónica que se produce desde el inversor trifásico a la carga en particular, que es realmente lo que nos interesa y sobre lo cual se trabaja en este proyecto.

Teniendo en mente estas premisas, y para tener puntos de referencia sobre desempeño armónico y calidad de señal, se parte de resultados que se han obtenido en trabajos o investigaciones sobre contenido armónico, en este tipo de sistemas o que estén relacionados.

Buscando en el estado del arte encontramos algunos trabajos interesantes que se han hecho y aún se están haciendo, relacionados con la distorsión armónica en la señal de alimentación de la carga. Como resultado de una primera etapa de estudio de un proyecto de grado sobre efectos que tiene el índice de modulación sobre el desempeño de contenido armónico para el control en lazo abierto de un inversor trifásico (en [30] se puede encontrar mayor información), se realizó la medición de distorsión armónica sobre la señal de tensión línea-línea para diferentes índices de modulación, arrojando los resultados que se muestran en la Tabla 4.1.

Tabla 4. 1 Desempeño armónico de algunos métodos de modulación ante diferentes índices de modulación. Fuente [30]

Metodo de Modulacion	Índice de Modulación										
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.15
SPWM	21.82	31.38	42.17	48.99	51.46	49.17	43.63	36.22	29.18	24.02	17.48
SVPWM	17.48	22.87	32.02	37.62	40.46	40.32	37.04	31.74	24.68	17.45	10.80
DPWMmax	128.77	93.18	53.44	37.98	44.96	42.80	29.68	19.59	22.66	23.30	12.92
DPWMmin	128.77	93.00	53.45	38.26	45.16	42.82	29.61	19.54	22.85	23.22	13.02
DPWM0	125.05	91.53	55.91	43.16	48.24	44.80	32.42	22.86	24.65	24.02	12.32
DPWM1	126.23	95.13	60.61	42.83	41.37	36.19	25.12	22.83	27.62	26.15	13.02
DPWM2	124.85	90.88	55.05	42.95	48.57	45.83	32.53	23.15	24.41	23.95	12.47
DPWM3	124.20	89.28	51.19	42.22	53.65	57.26	37.86	21.52	18.30	20.01	12.26
HIBRIDO	17.48	22.87	32.02	37.62	51.46	40.32	37.04	31.74	24.72	17.45	11.31

La medición se realiza sobre la salida del modulador, sin tener en cuenta un tipo de carga específica ni el filtro LC que generalmente la acompaña. Esto a diferencia de las pruebas que se realizan en esta tesis, por lo que los resultados de esta tabla pueden variar un poco respecto al de este trabajo.

En la Tabla 4.1 la distorsión armónica esta dada en unidades porcentuales, en función de la señal fundamental que se genera. Algunos parámetros de simulación que se consideraron para estas pruebas de simulación se muestran a continuación

Tabla 4. 2 Parámetros de simulación. Fuente [30]

Datos de simulación

Tensión de señal continua Vdc	400V
Frecuencia de moduladora	60Hz
Frecuencia de portadora	2.6KHz
Ventana de frecuencia máxima	(0 – 10)KHz
Numero ciclos de simulación	3

Los niveles de distorsión armónica que se muestran en la Tabla 4.1 son relativamente altos para un sistema en lazo abierto de este tipo, por lo que se tomaron estrategias de control para mejorar estos resultados, como se explica en [30].

Por otro lado, los variadores de frecuencia conocidos como AFDs (*Adjustable Frequency Drives*) que se encuentran en la literatura [31], se recomienda utilizar filtros activos tanto a la entrada del inversor como a la salida del mismo, o utilizar configuraciones del circuito diferentes para disminuir la aparición de armónicos como rectificadores de “potencia limpia” [31]. En [32] se muestran los efectos que tiene la presencia de componentes armónicas en un motor de inducción trifásico; empezando por las pérdidas de energía en calor, vibraciones, ruido, pérdidas de capacidad y eficiencia, así como la disminución de la vida útil del motor, entre otras.

Como podemos ver, son muchas las investigaciones que existen alrededor del problema que produce el contenido armónico en las señales generado en este tipo de sistemas, y todas confluyen en que es necesario crear estrategias o mecanismos que permitan su disminución de alguna forma. De esta manera, en la búsqueda de una estrategia de control apropiada para este tipo de sistemas, que disminuya el contenido armónico y cumpla con características de control establecidas, se fundamenta el propósito y desarrollo de este proyecto.

Pero también es útil demostrar el buen desempeño que tiene este tipo de diseño propuesto, frente a uno convencional de lazo abierto. El sistema que se escoge como punto de referencia para este proyecto, se caracteriza por presentar sobre todo un buen desempeño armónico en lazo abierto; como se observa en la Figura 4.1, esta alimentado por una fuente trifásica, con un índice de modulación m garantizando trabajar sobre el rango lineal, un modulador CB-SYPWM regular asimétrico que determina la conmutación de los interruptores, un filtro LC a la entrada de la carga, que en este caso es un motor de inducción trifásico (estos últimos dos elementos modelados en el bloque planta de Simulink).

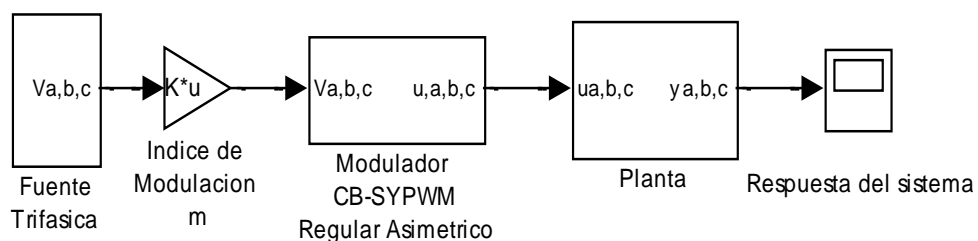


Figura 4. 1 Sistema de lazo abierto (sistema de comparación).

Como se puede observar el modulador que hace parte del sistema de lazo abierto es diferente al que se implementa para el sistema de lazo cerrado. Esto se debe a que el desempeño del modulador *CB-SYPWM Regular Asimétrico* es muy pobre en este sistema de lazo cerrado. Eso es lo que se observó al realizar pruebas de simulación; por lo tanto se decide usar simplemente un conmutador CB-SYPWM natural, que es bastante sencillo de implementar en simulación y presenta muy buen desempeño en lazo cerrado. En un modulador CB-SYPWM Regular asimétrico la señal de referencia se obtiene muestreando la moduladora al doble de la frecuencia de la portadora. De esta manera se obtienen unos pulsos con sus centros que no coinciden con el pico positivo o negativo de la señal triangular (aunque en la Figura 4.2 no se logra observar con exactitud debido a la alta frecuencia de la señal triangular respecto a la moduladora), por eso su notación de modulador regular *asimétrico*, como se observa en la Figura 4.2

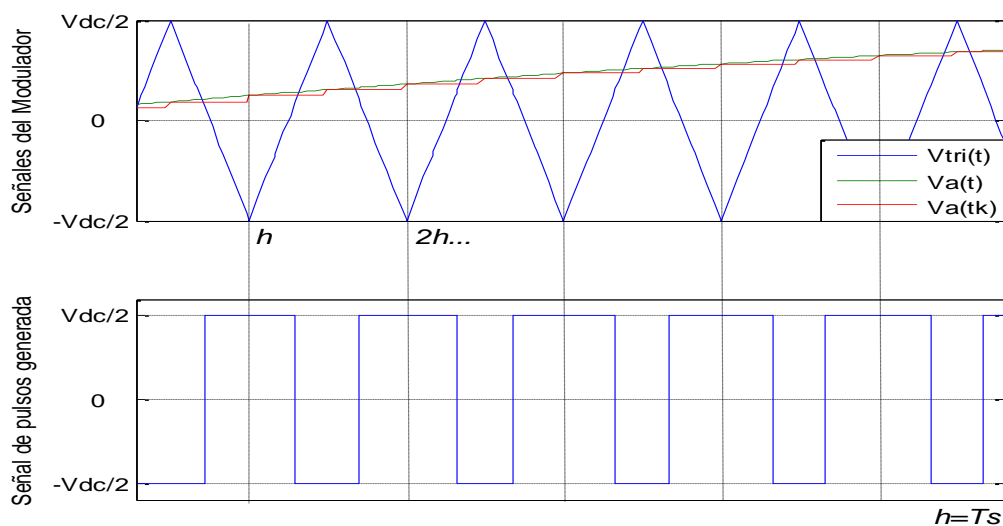


Figura 4. 2 Señales generadas en un modulador CB-SVPWM Regular Asimétrico.

En la Figura 4.2 se muestran las señales que intervienen en este tipo de modulación; la señal de referencia de la fase “a” $va(tk)$ que se obtiene de muestrear la señal moduladora de la fase “a” $va(t)$ al doble de la frecuencia de la señal portadora $vtri(t)$. La comparación entre estas dos últimas señales da como resultado la señal de pulsos para la fase “a” que integra, junto con las dos fases restantes, la señal de alimentación trifásica de la carga.

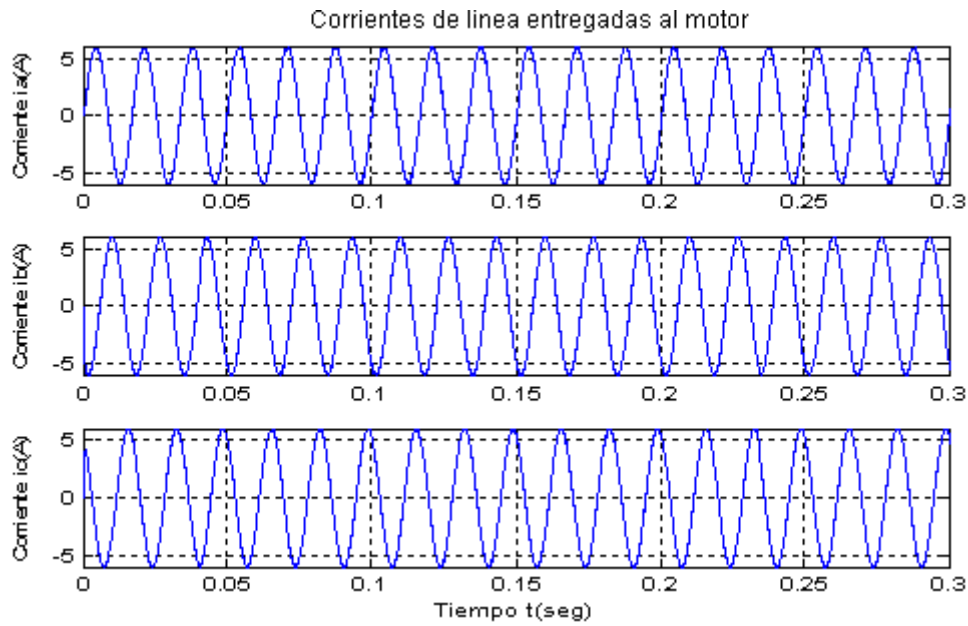
El modulador CB-SYPWM natural aplicado en el sistema de lazo cerrado se escoge tras realizar pruebas de simulación sobre el sistema descrito en la Figura 4.2 y corroborar su buen desempeño en el sistema de diseño propuesto de lazo cerrado, comparado con otras técnicas de modulación de lazo abierto, incluyendo moduladores discontinuos, tales como el DPWM1, DPWMmax, DPWM0, DPWM1, el DPWM3 que se caracterizan por tener buen desempeño armónico en altos índices de modulación, entre otros moduladores que se muestran con mas detalle en [6]-[9]-[30].

Para el análisis comparativo del desempeño de control realimentado en este proyecto, se consideran dos pruebas en particular; medición de señales de salida del sistema y medición de señales de entrada al inversor o llamada también señal de control, considerando un filtro tipo LC a la entrada del motor de inducción en ambos diseños, y una segunda prueba considerando las mismas mediciones, pero ahora sin la presencia del filtro LC a la entrada del motor para el diseño propuesto.

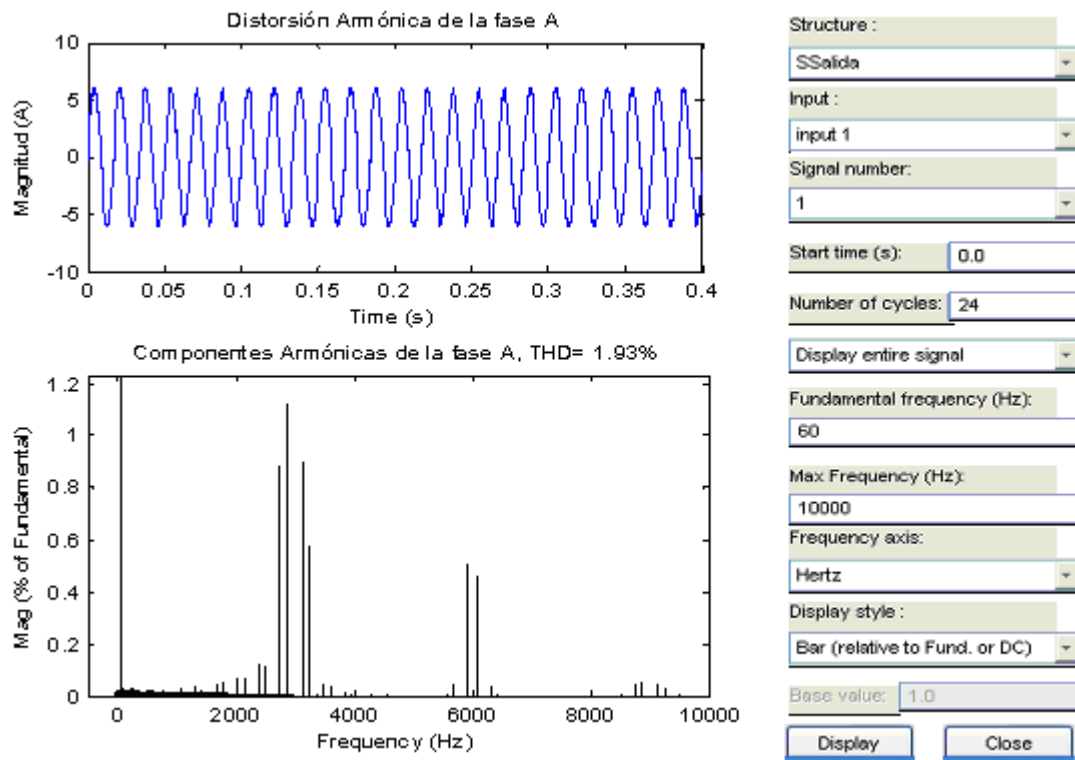
4.2.1 Respuesta del sistema considerando el filtro LC en técnicas de control abierto y cerrado.

Esta prueba se realiza tanto para el sistema de lazo cerrado como para el sistema de lazo abierto. Consiste en arrancar el sistema teniendo en cuenta los parámetros de diseño del Anexo A, en igualdad de condiciones para ambos sistemas. Los sistemas arrancan con condiciones iniciales cero y la amplitud de referencia a seguir es de 6 amperios en la corriente de línea y 54 voltios en la tensión de línea a línea en la carga.

En la Figura 4.3 se observa la señal de salida del sistema de lazo abierto, donde se puede ver que a pesar de que sigue correctamente el comando de referencia, existen componentes armónicas de la fundamental que producen distorsión. Por otro lado en la Figura 4.4 (respuesta del sistema de lazo cerrado propuesto), la distorsión armónica que sufre la fundamental es significativamente menor y el seguimiento de la referencia se mantiene satisfactoriamente. El valor exacto de la distorsión armónica total (THD), como se observa en las figuras abajo, para el diseño de lazo abierto es de 1.93% mientras que para el modelo propuesto es de 1.00%, una diferencia considerable según la distorsión armónica permitida en estos sistemas.



(a)



(b)

Figura 4.3 Respuesta del sistema convencional de lazo abierto considerando filtro LC. (a) Señales de corriente de línea en el motor, (b) Componentes armónicas de corriente en la fase A.

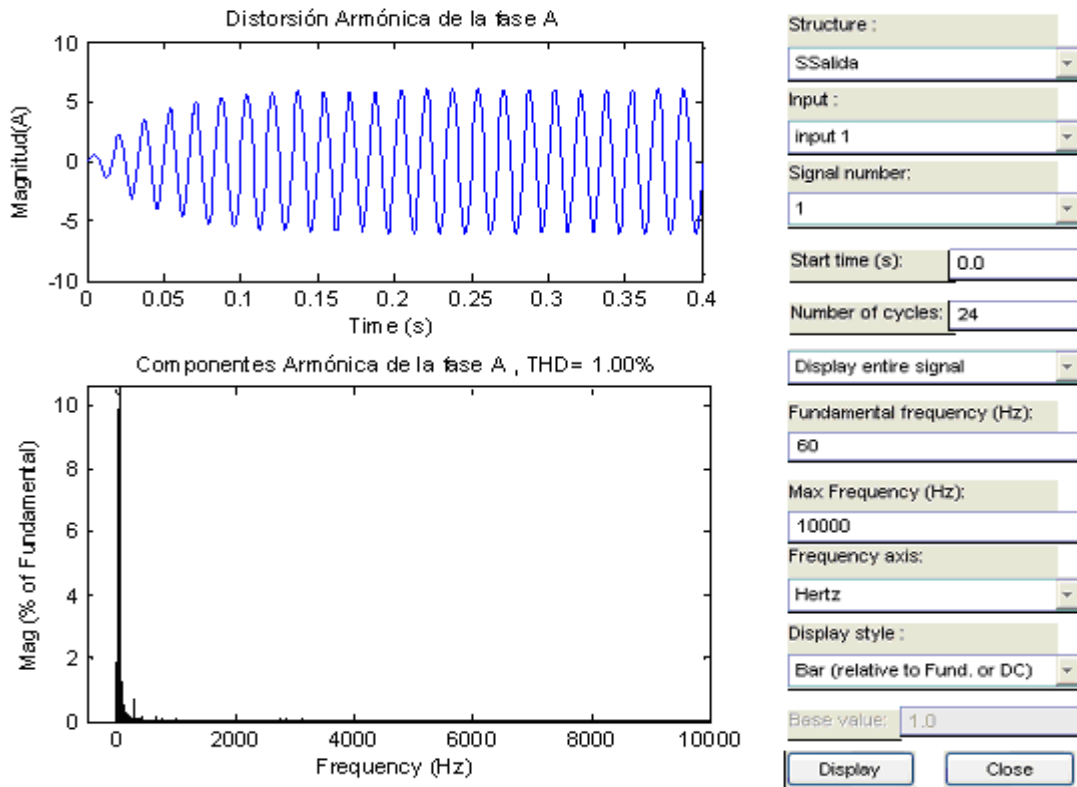
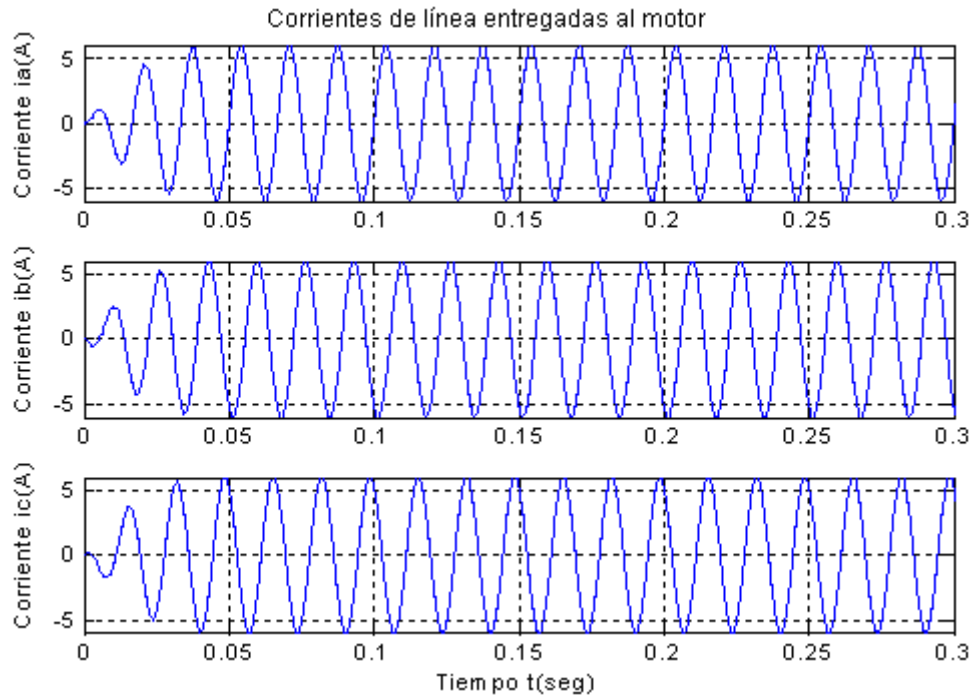


Figura 4. 4 Respuesta del sistema propuesto de lazo cerrado considerando filtro LC. (a) Señales de corriente línea en el motor, (b) Componentes armónicas de corriente en la fase A.

4.2.2 Señales de control considerando el filtro Lc en técnicas de control abierto y cerrado

En este análisis comparativo se trata de observar el desempeño obtenido en las señales de entrada al modulador que finalmente determinan las características de forma de onda de la señal de pulsos que reciben los transistores (no se considera directamente la señal de pulsos debido a que sus formas de onda no permiten observar claramente la diferencia entre los modelos), punto importante al considerar la velocidad o frecuencia de conmutación que pueden alcanzar los transistores de hoy en día para lograr hacer la implementación en el mundo real de un diseño como este. Igualmente se parte de iguales condiciones para arrancar los sistemas. En la Figura 4.5 se observa la señal de control (moduladora para el PWM) del sistema de lazo abierto poco distorsionada, esto lleva a que la frecuencia de la señal de pulsos y por lo tanto la de conmutación de los transistores sea bastante baja; según la Figura 4.5 la distorsión armónica total (THD) es aproximadamente de 20.8%. La Figura 4.6 muestra la señal de control (moduladora para el PWM) del sistema de lazo cerrado; en este diseño a diferencia del anterior se requiere de unos transistores que manejen frecuencias de conmutación alta (velocidades de conmutación superiores 10Khz), debido a que la velocidad de conmutación se incrementa al inyectarse armónicos desde la realimentación; según la figura el THD en este caso es de 101.8%. Esto es de esperarse si se tiene en cuenta que son las componentes armónicas de la moduladora generada por el control de los armónicos, lo que logra el efecto de reducir el contenido armónico en la corriente entregada a la carga. Sin embargo con los desarrollos tecnológicos de hoy en día se pueden alcanzar velocidades de conmutación altas como el *Modulo de Integración Avanzada SemiKrom SKAI3001GD12*, que se muestra mas adelante, o en [38-[39]-[40] . Mas adelante se retoma de nuevo este tema y se expone la posibilidad de implementar este sistema con conmutadores de potencia IGBT's que se encuentran en el mercado tras el buen desempeño que se obtiene al simular el sistema en condiciones muy cercanas a la realidad.

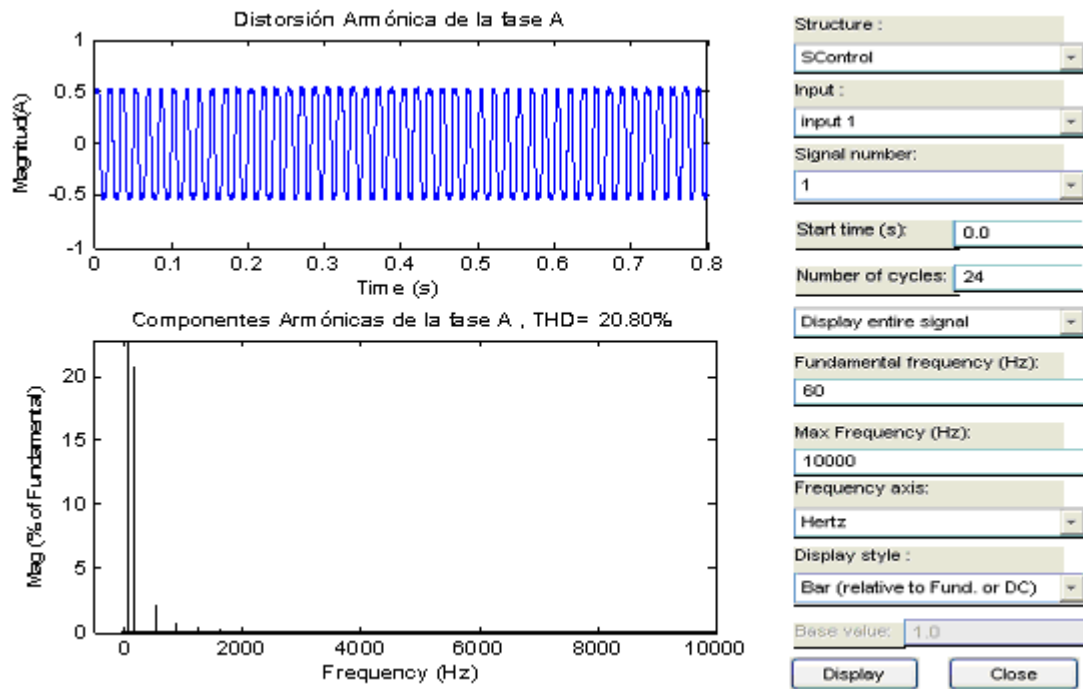


Figura 4.5 Señal de control del sistema de lazo abierto considerando el filtro LC (modulación CB-SVPWM regular asimétrica).

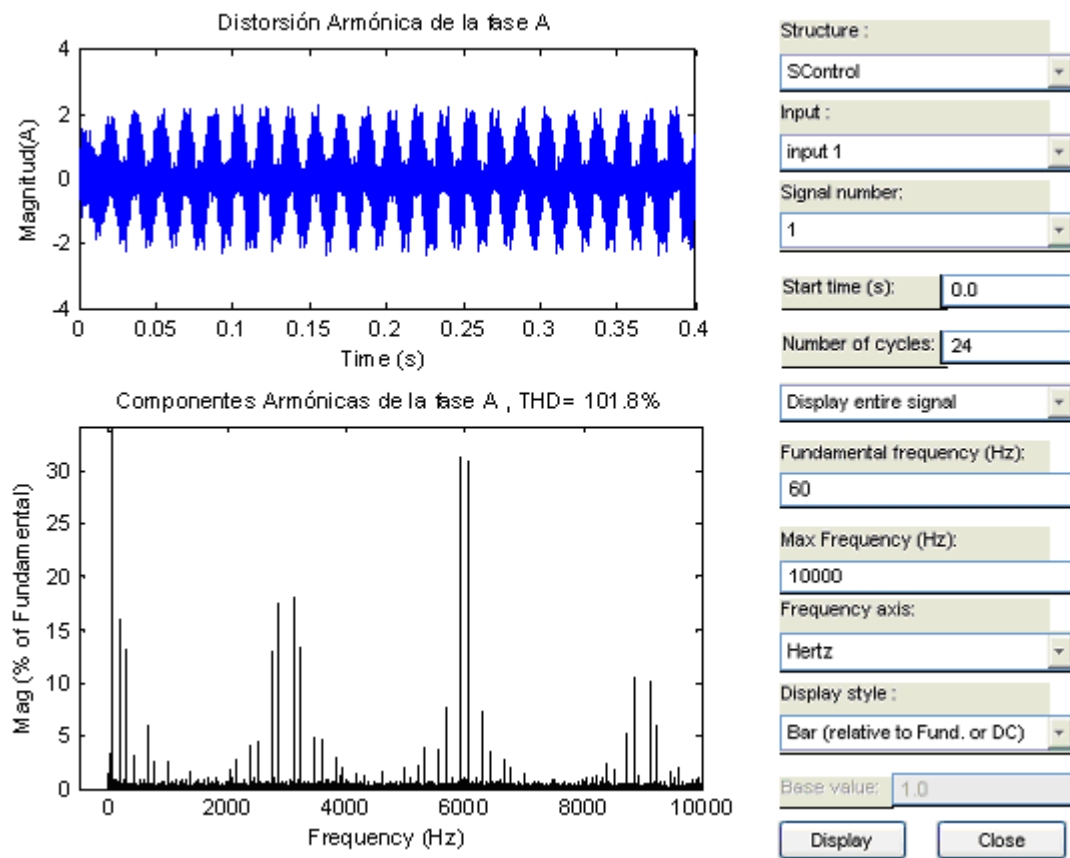


Figura 4.6 Señal de control del sistema de lazo cerrado considerando el filtro LC.

Es importante mencionar que el diseño propuesto es bastante flexible y se adapta a condiciones o necesidades que se requieran y se puedan cumplir; haciendo variación de parámetros se pueden obtener velocidades de conmutación mucho menores y por lo tanto transistores con menor velocidad, claro que esto conlleva a perder desempeño en cuanto a calidad de la señal de salida o respuesta del sistema. Estos son criterios opuestos y es criterio del diseñador, según las necesidades específicas, el priorizar una u otra característica. En la Tabla 4.3 se podrá observar mejor estas situaciones para diferentes configuraciones de diseño del sistema de lazo cerrado.

4.2.3 Respuesta del sistema sin considerar filtro LC en diseño propuesto.

Uno de los mayores logros obtenidos en este trabajo, es sin lugar a dudas el reducir el tamaño del sistema, bajar costos e imprimir robustez, esto gracias a poder quitar el filtro LC que se necesita en un sistema convencional, sin perder el buen funcionamiento del sistema. En la Figura 4.7 se puede observar la salida del sistema propuesto de lazo cerrado. La distorsión que presenta la señal comparada con la señal obtenida con un sistema convencional (Figura 4.8), es bastante buena. La distorsión total armónica (THD) en la corriente de línea en la carga para el sistema en lazo cerrado es de aproximadamente 3.94% según la figura, mientras que para las mismas condiciones en el sistema convencional de lazo abierto la THD es del 8.69%. El seguimiento de la señal de referencia se conserva, al igual que el tiempo de establecimiento se mantiene acorde con los criterios de diseño fijados para el control de seguimiento de la fundamental.

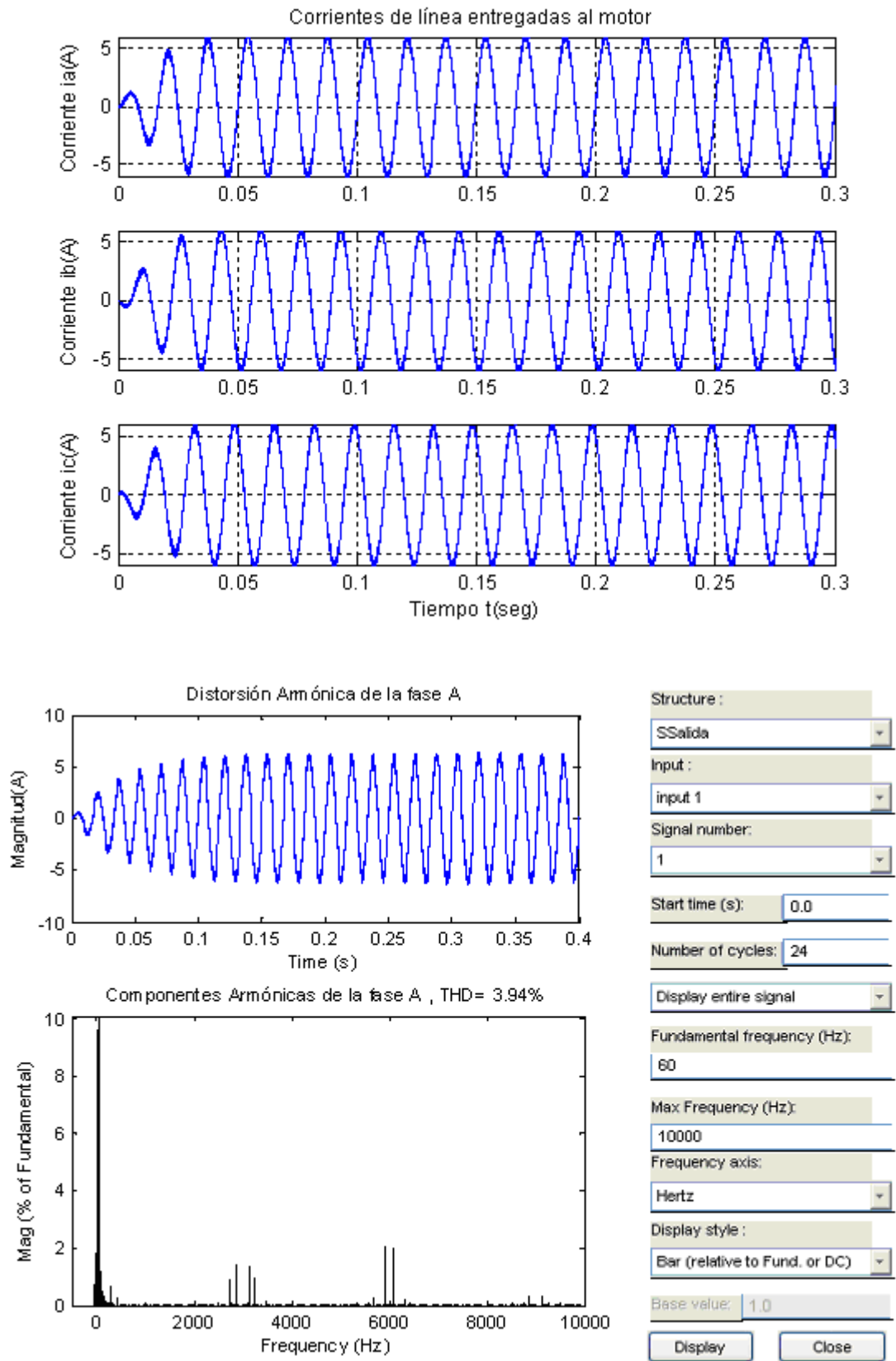


Figura 4. 7 Respuesta del sistema sin considerar filtro LC en diseño propuesto.

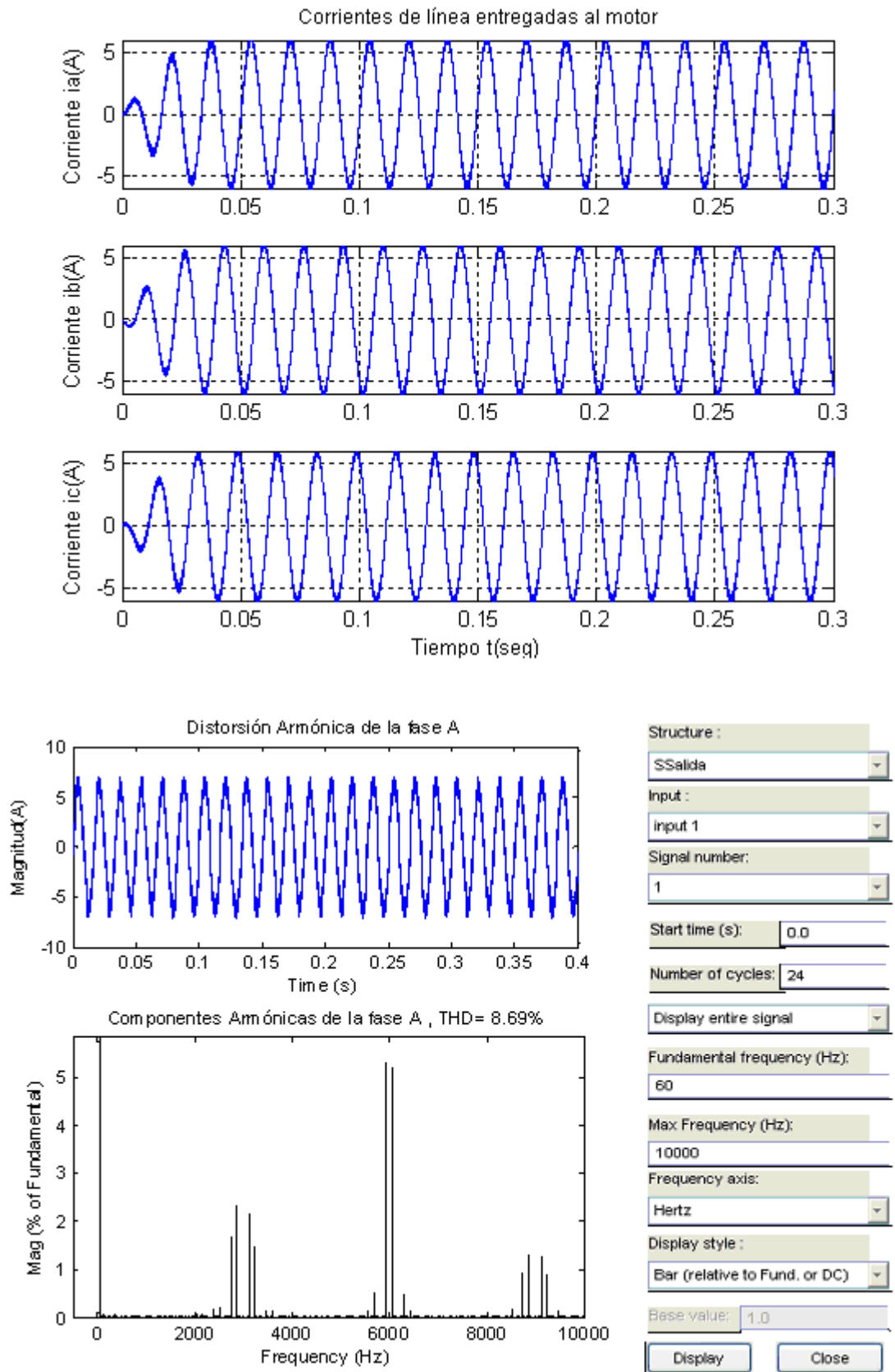


Figura 4. 8 Respuesta del sistema convencional de lazo abierto sin considerar filtro LC (modulación CB-SVPWM regular asimétrica).

4.2.4 Señal de control sin considerar filtro LC en técnicas de control abierto y cerrado.

La señal de control (moduladora para el PWM) lograda en un sistema convencional de lazo abierto se muestra en la Figura 4.9.

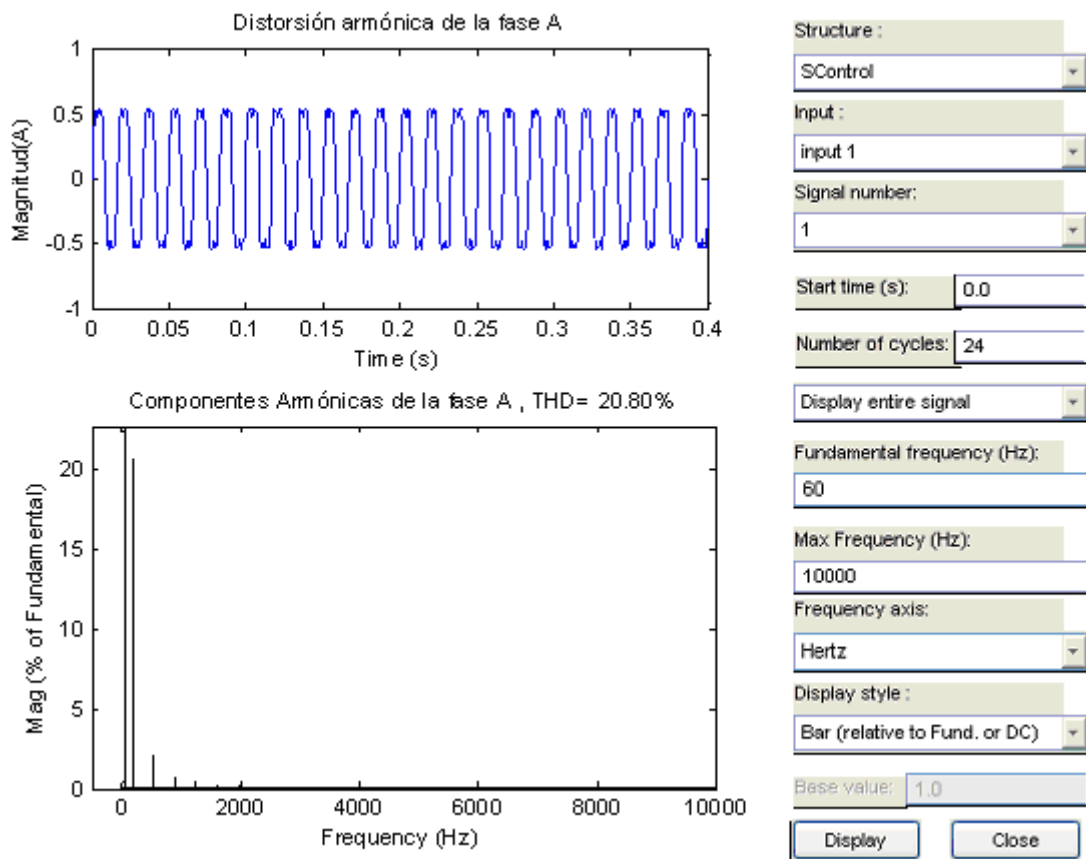


Figura 4. 9 Señal de control sin considerar filtro LC en el sistema convencional de lazo abierto (modulación CB-SVPWM regular asimétrica).

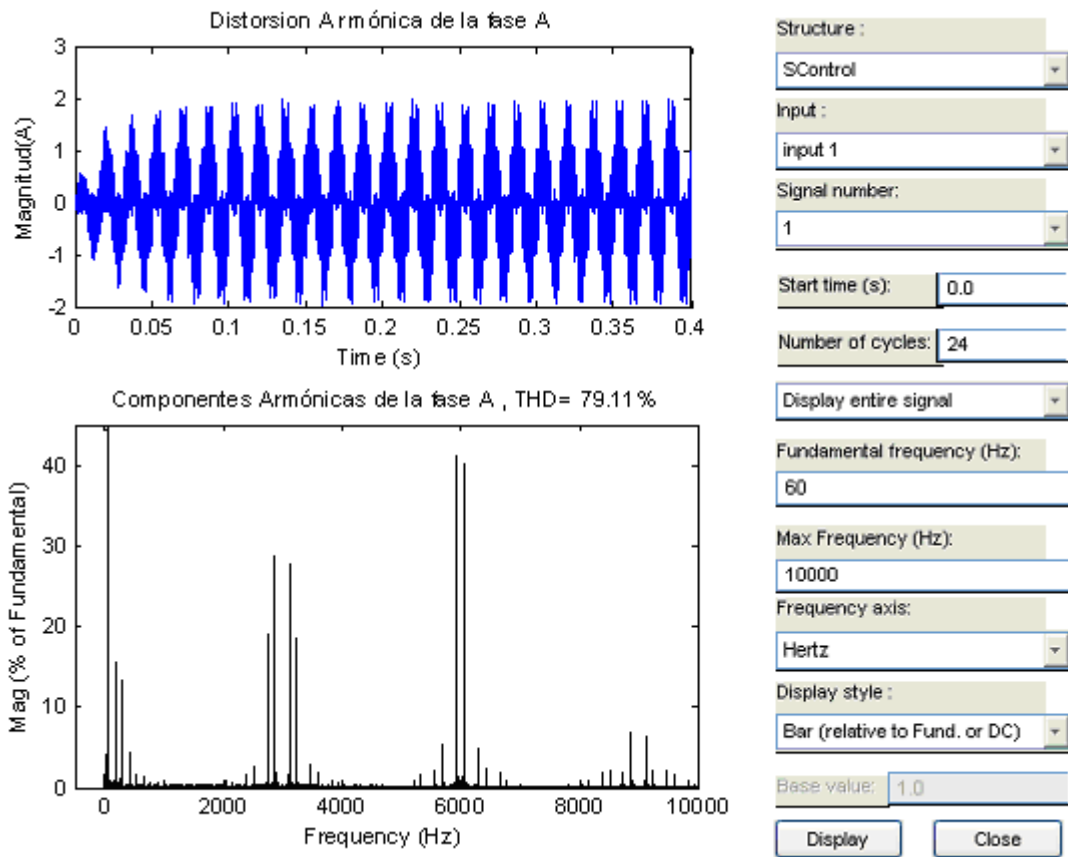


Figura 4. 10 Señal de control sin considerar filtro LC en el diseño de lazo cerrado.

Claramente se puede observar que la señal moduladora de lazo abierto inyecta menor contenido armónico que la de lazo cerrado. Esto significa que la frecuencia de los pulsos aumenta un poco con respecto al sistema de lazo abierto, por lo tanto la velocidad de conmutación en los transistores debe ser mucho mayor. Sin embargo como se menciona anteriormente, esto depende de la configuración de parámetros según sea la necesidad o requerimientos del diseñador. Para demostrar esto se simulan diferentes configuraciones del sistema, que arrojan resultados de desempeño diferentes. Esto se puede observar en la Tabla 4.3.

Tabla 4. 3 Distorsión armónica total en el sistema de lazo cerrado para distintos valores de λ en la matriz del diseño Q.

λ	Distorsión Armónica Total THD (%)			
	Sistema realimentado con filtro		Sistema realimentado sin filtro	
	<i>Señal de Salida</i>	<i>Señal de Control</i>	<i>Señal de Salida</i>	<i>Señal de Control</i>
1×10^{10}	0.95	102.7	0.85	105.0
1×10^5	0.95	102.7	0.85	104.8
1×10^2	0.96	101.5	1.68	91.81
1×10^1	1.00	101.8	3.94	79.11
1×10^0	1.01	98.74	7.64	57.89
1×10^{-1}	1.46	93.91	9.12	29.01
1×10^{-2}	3.28	87.25	9.08	21.13
1×10^{-5}	2.14	22.04	9.07	20.79
1×10^{-10}	2.09	21.8	9.07	20.79

4.2.5 Implementación en coma fija del sistema de control propuesto.

Pensando en la implementación real del sistema de control para el inversor trifásico propuesto en esta tesis, se simula el esquema de planta reducido (sin el filtro) utilizando MatLab/Simulink con todos los bloques correspondientes para la implementación del controlador de la componente fundamental de corriente de línea, así como los bloques correspondientes al controlador de distorsión armónica de la señal y los correspondientes a los filtros de extracción de componentes GSSA y conversiones, en modalidad de coma fija [28]. Este tipo de simulación da una idea de las limitaciones de implementación y diferencias de desempeño entre el sistema diseñado con la capacidad de cómputo de Matlab (precisión doble en coma flotante) y la capacidad de un DSP económico de coma fija en longitudes de palabra típicas de hasta 32 bits para multiplicaciones y acumuladores y 16 bits para otras operaciones mas simples.

Se simula en Simulink de coma fija debido a que los dispositivos hardware de estas características (como los DSP'S de coma fija en este proyecto de estudio) son muy utilizados en la industria, ya que ofrecen ventajas en términos de consumo de potencia, tamaño, uso de memoria, velocidad y costo en el producto final. Aunque existen dispositivos hardware de coma flotante los cuales son mucho más precisos que los dispositivos de coma fija, hay que tener en cuenta el costo que esto conlleva.

Como se observará mas adelante, un dispositivo de coma fija puede representar de una manera muy aproximada el desempeño real de este tipo de sistemas con una buena precisión y a un menor costo que los dispositivos hardware empleados en coma flotante. Para este proyecto se utiliza un tipo de dato punto fijo generalizado (soportado por los DSP's de coma fija) con un tamaño de palabra variable entre 16 y 32 bits (el primero de 16 bits para guardar las variables y parámetros del sistema y otro de 32 bits para las variables temporales originadas por operaciones de adición y multiplicación entre los bloques) en el cual para evitar condiciones de desbordes y minimizar errores de cuantización, los datos deben ser escalados. Esto se debe a que el rango dinámico de números de coma fija es mucho menor que el de números de punto flotante. Para que los cálculos del procesador del dispositivo de coma fija no sean demasiado complicados de efectuar, se utiliza escalamiento de solo punto binario, denotado por 2^E , donde E es el exponente de potencia dos que representa la ubicación del punto binario en la palabra. Lo anterior se demuestra en el conocido esquema codificado *slope Bias* [28], en el cual se observa la representación de un número de precisión doble en un número de coma flotante

$$V \approx \tilde{V} = SQ + B$$

Donde:

- V es un valor del mundo real.
- \tilde{V} es el valor aproximado del valor del mundo real.
- Q es un entero que codifica V .
- B es el bias o valor numerico sobre 0 que adiciona precision a la representación de V .
- $S = F.2^E$ es la pendiente.

La pendiente es dividida entre dos componentes

- 2^E especifica el punto binario. E es el exponente de potencia dos.
- F es la pendiente fraccional la cual es normalizada por $1 \leq F < 2$.

Cuando se utiliza escalamiento de solo punto binario (como es el caso utilizado en esta tesis, debido a la facilidad computacional con la que se puede efectuar), $B = 0$, $F = 1$, y el punto binario solo se mueve desde el bit menos significativo al bit más significativo en el rango de la palabra binaria. Para observar esto considérese una señal seno de amplitud definida en el intervalo $[-6 \ 6]$ en formato doble, la cual se representara en formato de coma fija. Para obtener esta señal en el intervalo de amplitud considerado, primero se define el escalamiento, el cual será de solo punto binario, cuya característica principal a diseñar es el de maximizar precisión y evitar saturaciones debido al rango de palabra finito del formato en coma fija (para este caso se utiliza un tipo de dato punto fijo generalizado con signo de tamaño de palabra 16 bits). Por lo tanto si se define un escalamiento de solo punto binario de 2^{-12} esto da un valor máximo de $0111.111111111111 = 7.99$ (del esquema codificado, definiendo $Q = 32767$ como el entero máximo positivo debido al rango de palabra utilizado, en este caso $S = 2^{-12}$ y $B = 0$, se obtiene un valor máximo positivo de 7.99), y un valor mínimo de $1000.000000000000 = -8$ (del esquema codificado definiendo $Q = -32768$ como el entero mínimo negativo, $S = 2^{-12}$ y $B = 0$, se obtiene un valor mínimo negativo de -7.99), además se obtiene una precisión de $(1/2)^{12} = 0.00044$. Esto significa que se puede representar la señal en formato de coma fija en el intervalo de amplitud definido (de -8 a 7.89) y además con una buena precisión. Se podría pensar en correr el punto binario un poco más hacia el bit más significativo para mejorar la precisión de la conversión, pero en este caso se presentarían desbordes debido a que la señal en formato doble original no podría ser representada en su rango total en formato de coma fija. Por otro lado también se podría pensar en correr el punto binario hacia el bit menos significativo para aumentar el rango de representación. Pero como vemos en este caso no es necesario debido a que el rango de la señal seno es de -6 hasta 6, por lo tanto con el escalamiento de 2^{-12} es suficiente para abarcar el rango total de la señal, sin sacrificar la precisión que conlleva desplazar el punto binario hacia el bit menos significativo.

Para optimizar el escalamiento de cada bloque en simulación, se utiliza la herramienta de Simulink coma fija *fixpt GUI (Fix-Point Graphic User Interface)* la cual muestra los valores máximos y mínimos representados por el tamaño de palabra y el escalamiento inicial escogido para cada bloque, además se indica la presencia o no de desbordes ocurridos en las operaciones de coma fija. En los bloques que presentan desbordes se cambia el factor de escala corriendo el punto binario hacia el bit menos significativo

para que el bloque pueda representar el rango total de la señal real, aunque esto conlleve a sacrificar un poco la precisión. (Para conocer Detalles sobre implementación de sistemas de control en Simulink de coma fija consultar el Toolbox de Simulink fixed point citado en [28]). En el bloque del filtro de Fourier (ver Figura 4.11), adicionalmente se usaron factores de escala, debido a la presencia de desbordes en los bloques correspondientes a este subsistema. Estos factores de escala son ganancias de potencia dos, que dividen a los bloques que presentan condiciones de desborde (esta condición se pueden observar con la herramienta *fixpt*) en una operación que se define como pre-escalamiento, en la cual se obtienen valores mas pequeños en las señales de salida de los bloques, y por lo tanto es mucho mas fácil trabajar en operaciones de coma fija, evitando de esta manera producir desbordes. De esta manera, inicialmente los bloques o funciones en simulink son divididos por un factor de escala, y por lo tanto luego de efectuar las correspondientes operaciones (sin tener desbordes en los bloques) es necesario recuperar la cantidad de las señales originales a la salida de bloques, multiplicándolos por el mismo factor de escala por el que fueron divididos a la entrada. Este procedimiento se puede observar en la Figura 4.11, efectuado para el bloque correspondiente al filtro de Fourier, utilizado en esta tesis para descomponer una señal definida en el tiempo, el cual entrega las componentes real e imaginaria del primer armónico de la corriente de línea.

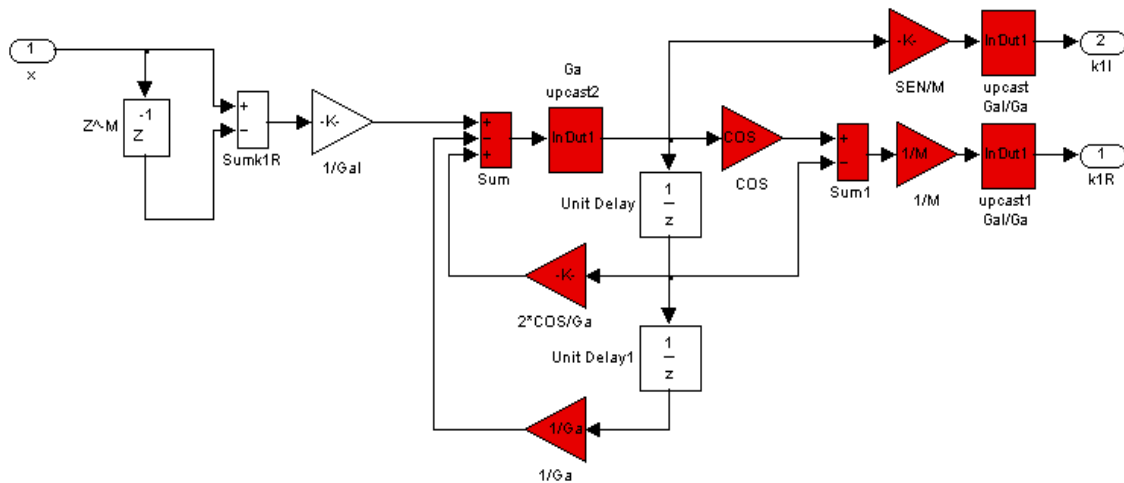


Figura 4. 11 Bloque del filtro de Fourier para la implementación en formato de coma fija aplicando bloques de pre-escalamiento.

En la Figura 4.11 los factores de escala están determinados por $1/G_a$ y $1/G_b$ (en este caso $G_a = 2^2$ y $G_b = 2^{17}$). Los bloques “upcast” recuperan las señales de salida de los bloques originales, multiplicándolos por el inverso de los factores de escala.

Por otro lado considerando las anteriores observaciones, la corriente de salida para las tres fases del inversor simulado en formato de coma fija se muestra en la Figura 4.12, donde se observa que la señal de corriente efectivamente tiene un buen desempeño frente a la señal en formato doble obtenida en la Figura 4.8 de la sección 4.2.5. Esto indica que la implementación en coma fija del controlador es una clara visión del desempeño que podría tener el control en una implementación real. Por otro lado la Figura 4.13 (a) muestra que la diferencia entre la señal en formato doble y la de coma fija es muy pequeña, ratificando claramente los resultados y afirmaciones que se hacen. Para poder observar esta diferencia, se hace uso de la herramienta *fixpt* de Simulink de coma fija, y se amplifica parte de la señal de corriente para la fase c (como se observa en la Figura 4.13 (b) dada por la región encerrada en el recuadro), en la cual se puede apreciar que la señal en coma fija y formato doble usada por Matlab, difiere muy poco de la obtenida al implementar los controladores en Simulink de coma fija (Figura 4.13 (b)). Sin embargo hay que tener en cuenta que si se desea reducir aun mas la diferencia entre las señales de coma flotante y la señal en coma fija de la corriente entregada a la carga, se podría disminuir el escalamiento de los bloques para mejorar la precisión de la señal de salida. Sin embargo se debe tener en cuenta las condiciones de desborde que se podrían originar debido al mejoramiento de la precisión y disminución del factor de escalamiento.

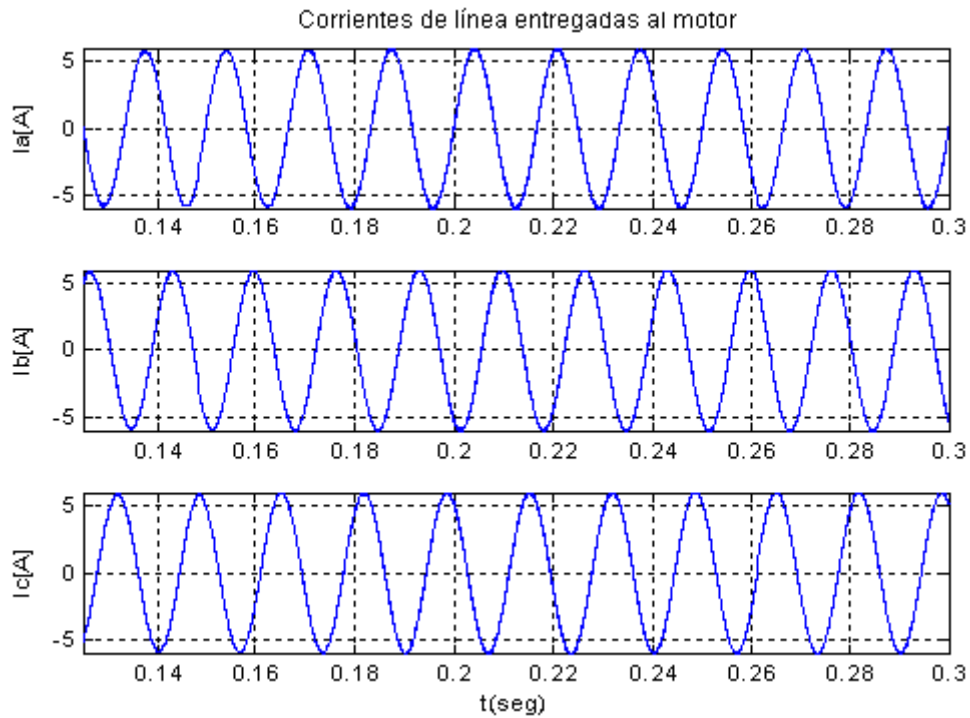


Figura 4. 12 Corrientes de línea entregadas a la carga, simulado en formato de Simulink de coma fija.

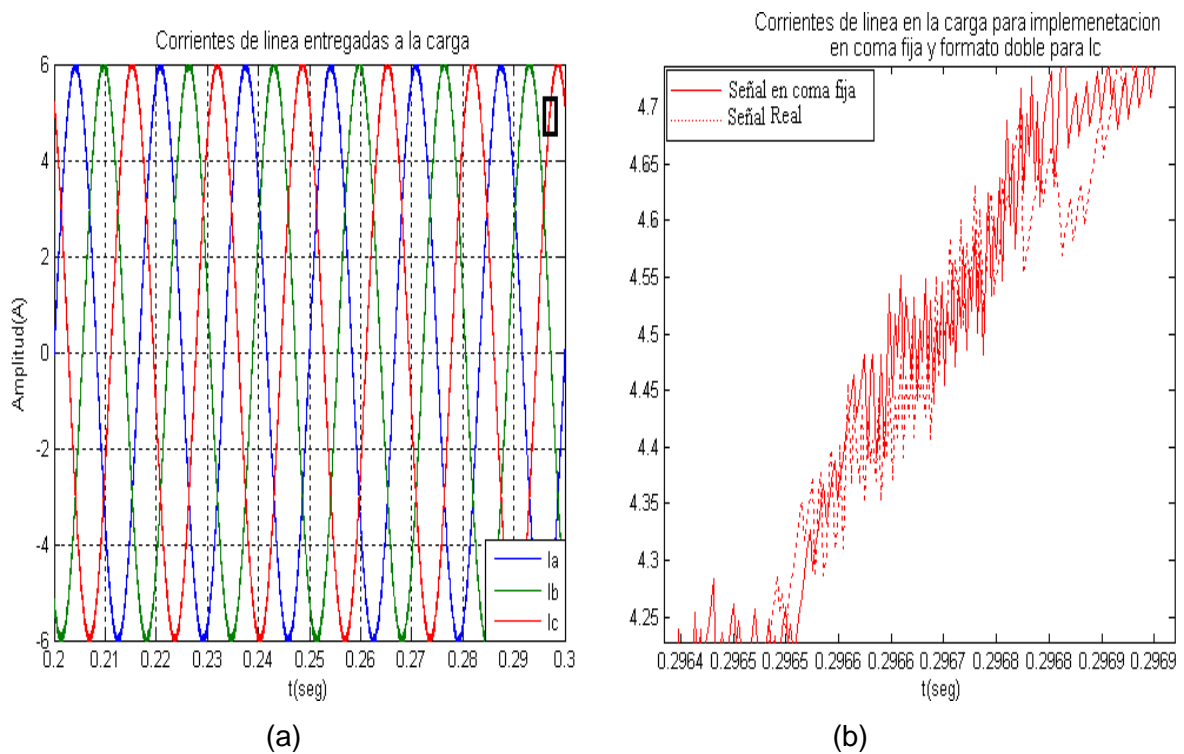


Figura 4. 13 Relación entre señal de corriente ideal obtenida en formato doble y formato de coma fija. (a) Equivalencia de la respuesta obtenida del sistema en ambos formatos numéricos, (b) Diferencia obtenida entre formatos numéricos.

El total de distorsión armónica (THD) (medido con la herramienta *PowerGUI* del Toolbox de Power System de Matlab) para el control implementado en aritmética de coma fija no difiere demasiado respecto al valor obtenido en la implementación ideal. Como era de esperarse las corrientes de línea en la carga en aritmética de coma fija poseen un ligero aumento en el porcentaje del THD respecto a la señal ideal, 0.99% para las fases a, b, c, en comparación al THD obtenido para las fases a, b, c de 1.06% en las señales en aritmética de coma fija. Esta diferencia debe a que los números representados en coma fija poseen anchos de palabra y precisión finita, por lo cual siempre habrá un pequeño error de conversión en la señal de salida. Además se agregan bloques de conversión de datos al diseño para acoplar la planta de tiempo continuo a una implementación del control en aritmética de coma fija.

4.2.6 Simulación del sistema de control en lazo cerrado con IGBT's.

Anteriormente se mostró que el modelo del inversor sin filtro presenta un buen desempeño armónico de la señal de corriente a la salida del sistema de control de lazo cerrado, con un THD bastante aceptable para cada fase del sistema. Además se demuestra que la implementación del algoritmo de cómputo usando dispositivos reales, tales como DSP's de coma fija, presenta un comportamiento bastante bueno, y muy cercano al ideal de simulación con MatLab. Por otro lado, partiendo de la inquietud sobre si realmente es posible implementar este tipo de sistemas, debido a los tiempos cortos de conmutación derivados de los armónicos inyectados sobre la fundamental de la moduladora, aun no se ha analizado con detalle la calidad de la señal moduladora (llamada también en esta tesis señal de control). Se observa que al integrar el control LQG al sistema, encargado de disminuir la distorsión armónica producida en el sistema, se genera una señal de control con frecuencias altas que conllevan a altos índices de distorsión armónica de la moduladora, como se observa en ilustraciones de secciones anteriores. Esto hace que el ancho de los pulsos en instantes, sea pequeño y requiera de conmutadores lo suficientemente rápidos para pasar de abierto a cerrado en ese ancho de pulso; aunque hay que tener en cuenta que para evitar pulsos muy estrechos, se usó como frecuencia base de portadora del PWM una muy pequeña: 3 Khz, y es debido al lazo de control de armónicos, que se inyectan armónicos superiores para la obtención de un THD bajo en la señal que alimenta la carga. En contraste para lazo abierto siempre se toma como frecuencia

base de portadora, una frecuencia mucho mayor que la señal a generar, justamente para evitar contenido armónico en bajas frecuencias. Por estas razones se simula el sistema de control de lazo cerrado para el modelo del sistema sin considerar el filtro LC, considerando dispositivos de conmutación de uso común en convertidores de potencia (IGBT's),.

Con la ayuda del Toolbox de Power System de Matlab, se simula el inversor utilizando ramas de conmutación a base de dispositivos IGBT/Diodo, dado que los IGBT's son adecuados para sistemas de alta potencia. Buscando en el mercado dispositivos de potencia IGBT's que cumplan con valores de tensión, corriente y frecuencia de conmutación, principalmente, que posibiliten la realización de este diseño, se encuentran módulos o driver's de potencia que integran IGBT's de muy buen desempeño, superando ampliamente los requerimientos hardware que se plantean necesarios para este diseño. Esto confirma afortunadamente la posibilidad de llevar a cabo la implementación del diseño de control propuesto en esta tesis. A continuación se indican las características de uno de estos dispositivos que se encuentran en el mercado, con lo cual se simulan algunos de sus parámetros para observar su comportamiento en este diseño de control. En [38]-[39]-[40] se pueden encontrar varios de estos dispositivos con características y desempeños diferentes.

Modulo de Integración Avanzada SemiKrom SKAI3001GD12 :

- Máxima tensión de salida en los transistores de 1200V.
- Máxima corriente pico de salida de 400A.
- Frecuencia de conmutación máxima de 15Khz.
- Tiempo de caída y de cola: 6 μ Seg y 520 nSeg respectivamente
- Resistencia interna (colector -emisor) de 3.1
- Máxima tensión en saturación 2.2V.

Para evitar que se presenten condiciones de cortocircuito en el inversor, debido a que el final de la señal de activación del transistor superior en la rama, coincide con el inicio de activación del transistor inferior en la misma rama, se introducen tiempos muertos (en este trabajo iguales al tiempo de cola del inversor) en el modulador PWM, para garantizar que en una rama se encienda un IGBT solo después de que el otro transistor en la misma rama se haya recuperado de corte a saturación, garantizando

con esto que no se presenten condiciones de cortocircuito (o por lo menos reducirlo) por la conducción de dos IGBT's al mismo tiempo en una rama. (Mayor información sobre características de funcionamiento y desempeño de conmutadores de potencia, en [29]). En la Figura 4.14 y 4.15 se observa que la señal de corriente de línea en la carga, con IGBT's como dispositivos de conmutación, tiene un buen desempeño armónico frente a la señal de corriente obtenida con dispositivos de conmutación ideal, (ver Figura 4.7). Se obtiene un buen desempeño a pesar de que el factor de ganancia de la matriz de diseño Q es muy alta (de 1×10^{10}), lo cual introduce una gran distorsión armónica a la señal de control, tal como se indica en la Tabla 4.3 (es el estado de funcionamiento mas crítico para el conmutador).

Como es de esperarse, la señal obtenida en las Figuras 4.14 y 4.15, presentan mayor distorsión armónica que la señal de corriente del inversor conmutado idealmente, esto debido a que en el diseño con IGBT's se introducen tiempos muertos que generan distorsión armónica extra (distorsión de cruce por cero) a la señal de corriente de salida. A pesar de esto se obtiene un THD del 1.05%, que es bastante bueno y aceptable respecto a resultados obtenidos en investigaciones o trabajos, expuestos anteriormente, y además es mucho mas pequeño que el THD de 8.69% del inversor controlado en lazo abierto, en iguales condiciones de simulación (ver Figura 4.8).

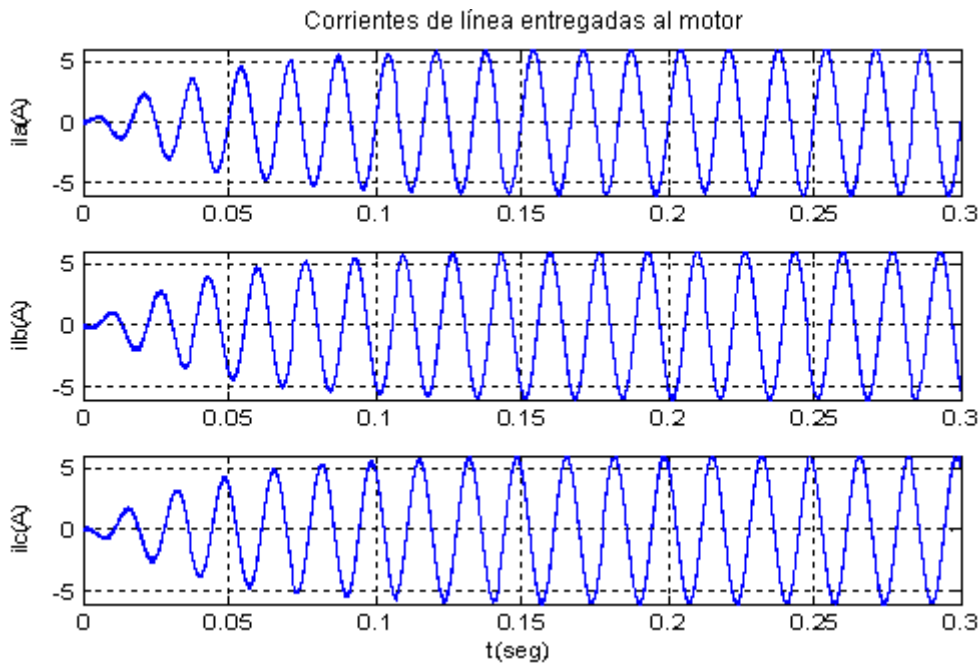


Figura 4. 14 Corrientes de línea en la carga, considerando el inversor con dispositivos de potencia IGBT.

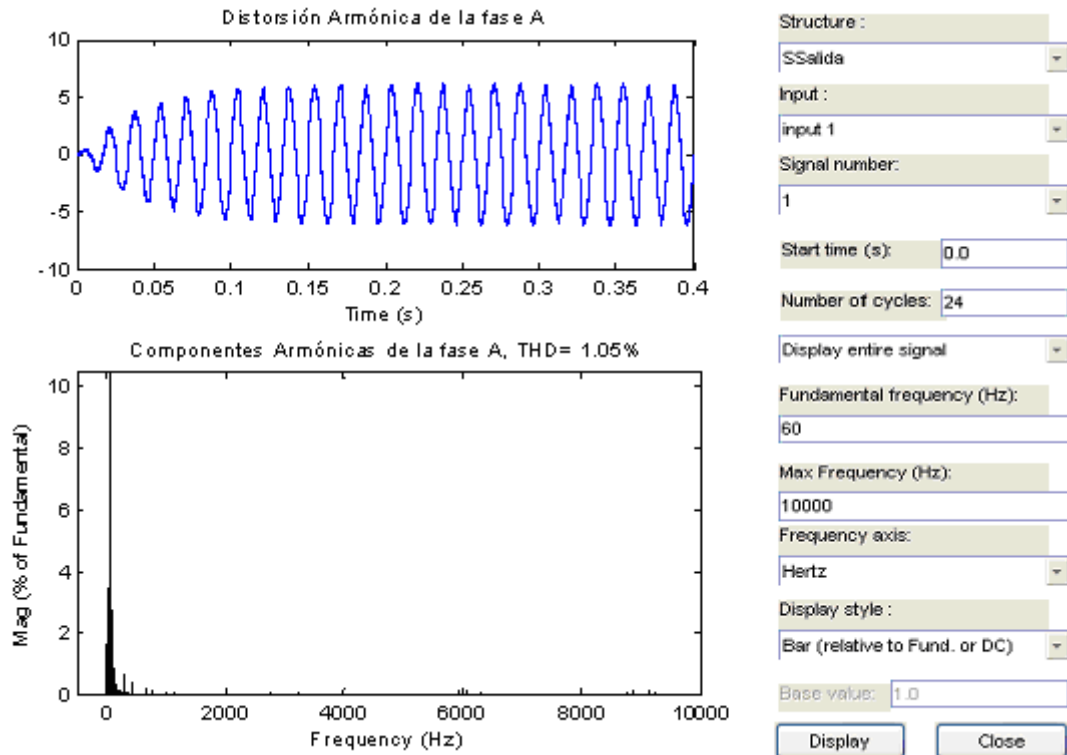


Figura 4. 15 Distorsión de la corriente de línea en la carga, considerando el inversor con dispositivos de potencia IGBT.

Por otro lado, la calidad de onda de la señal de tensión línea-línea a la salida del inversor no se ha considerado hasta el momento, por esta razón pensando en el desempeño de la implementación futura de este proyecto se mide la distorsión armónica de la señal, considerando el sistema tanto en formato doble como en precisión de coma fija, utilizando conmutadores de potencia IGBT con parámetros reales de diseño. Como es de esperarse, la distorsión armónica que presenta la señal generada en el sistema de lazo abierto es menor a la del sistema de lazo cerrado. En la Figura 4.16 se muestra la distorsión armónica total de la tensión línea-línea en la carga, V_{ab} , para el sistema de lazo abierto con un THD de 120.6%, inferior al THD obtenido en el sistema de lazo cerrado de la Figura 4.17, de 170.8%.

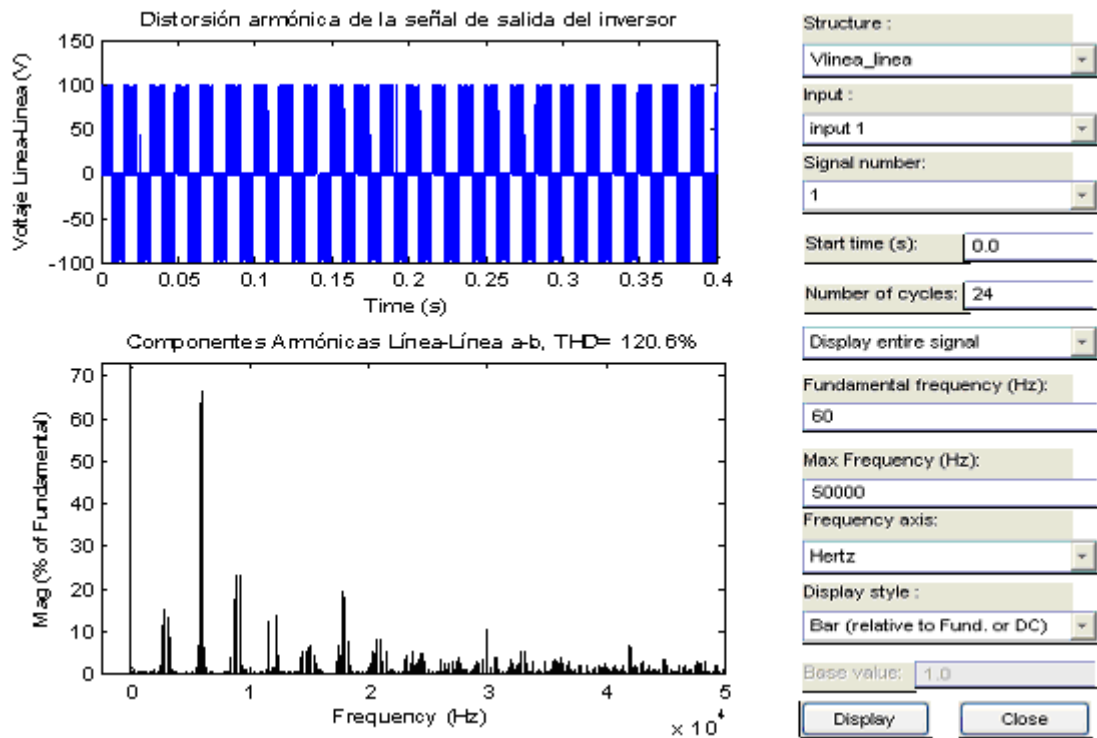


Figura 4. 16 Distorsión armónica del voltaje línea-línea (V_{ab}) entregado a la carga en el sistema convencional de lazo abierto, en precisión doble.

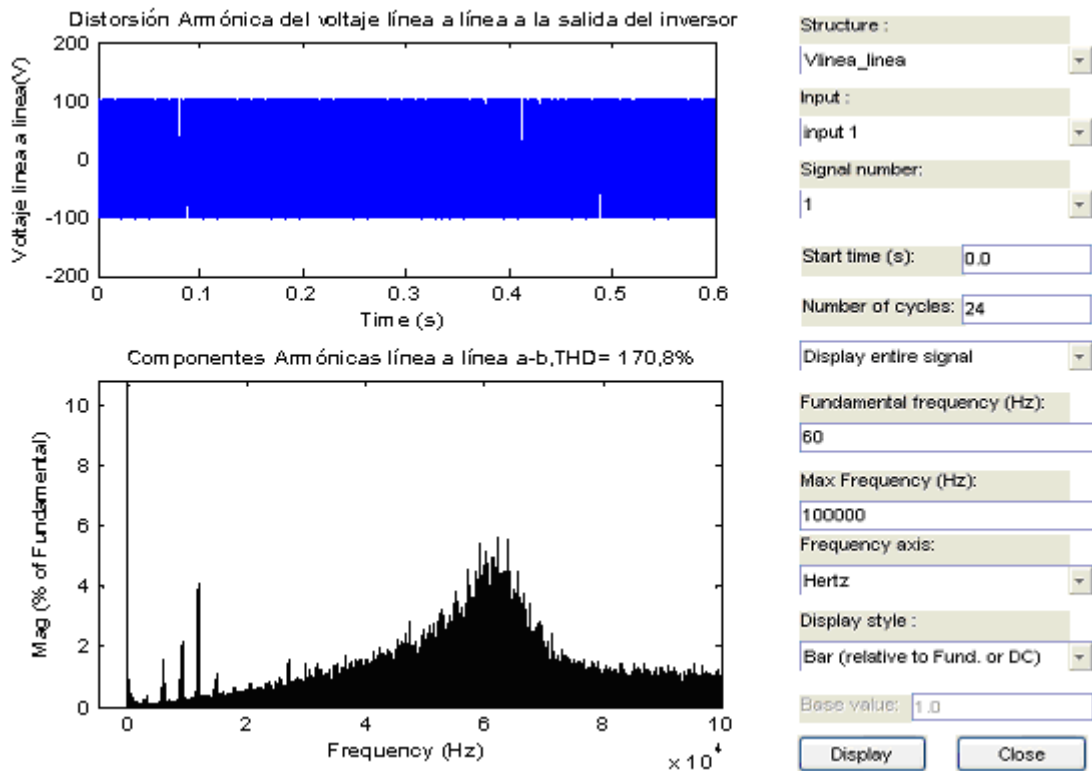


Figura 4. 17 Distorsión armónica del voltaje línea-línea (V_{ab}) a la salida del inversor en el sistema lazo cerrado con precisión doble.

En Figura 4.18 se muestra un pequeño intervalo de tiempo de conmutación del inversor para el sistema de lazo cerrado, esto con el fin de observar con mayor claridad la acción de los tiempos muertos sobre el voltaje línea a línea V_{ab} , (sin considerar el filtro LC en el sistema).

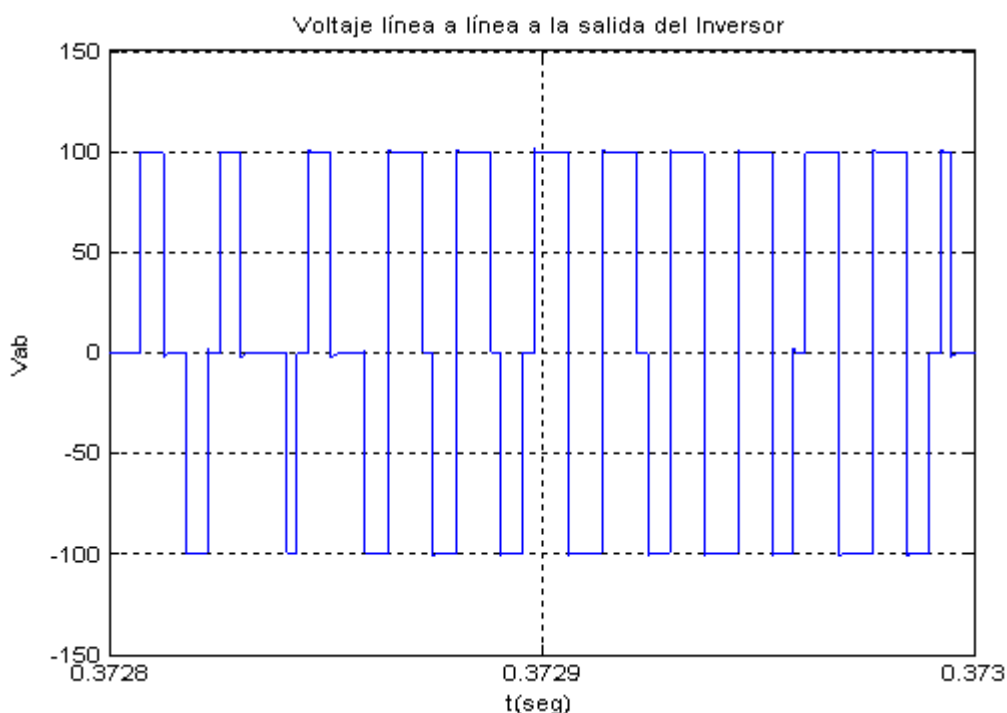


Figura 4. 18 Voltaje línea-línea V_{ab} a la salida del inversor e incidencia de tiempos muertos con precisión doble.

El tiempo muerto que se fija es bastante pequeño para garantizar que no se presenten condiciones de cortocircuito, y además conmute adecuadamente la señal producida por el modulador. Como se puede observar, a pesar de que los tiempos muertos incidan sobre el buen funcionamiento y desempeño armónico del sistema, y un THD de 170.8% mayor al obtenido en lazo abierto, la ley de control logra minimizar su incidencia sobre el sistema, permitiendo entregar los niveles de potencia adecuadamente a la carga. En este punto se debe aclarar que al inicio de esta tesis, basados en la revisión bibliográfica, se decidió que en el caso del motor de inducción trifásico, es de suma importancia la reducción del contenido armónico en las corrientes de línea entregadas a la carga [38], [39], [40], y por lo tanto el lazo de reducción de armónicos se ha cerrado sobre las corrientes de línea. En el caso de que se desee reducir el contenido armónico sobre los voltajes de línea a línea en la carga, el

esquema de control utilizado en esta tesis podría aplicarse cerrando el lazo de reducción de armónicos sobre estas variables.

En la Figura 4.19 y 4.20 se muestra que la implementación del inversor con transistores de potencia IGBT en formato de coma fija del sistema de control, presenta un desempeño similar al obtenido cuando se usa la capacidad de cómputo por defecto de MatLab. La corriente de línea en la carga mostrada en la Figura 4.20, presenta un leve aumento en la distorsión armónica de 1.12%, comparada con la obtenida en formato doble de 1.05% de la Figura 4.15; esto se debe precisamente al tamaño de palabra finita del dispositivo de coma fija (en este caso de 16 bits) y a la precisión limitada, tal como se menciona anteriormente.

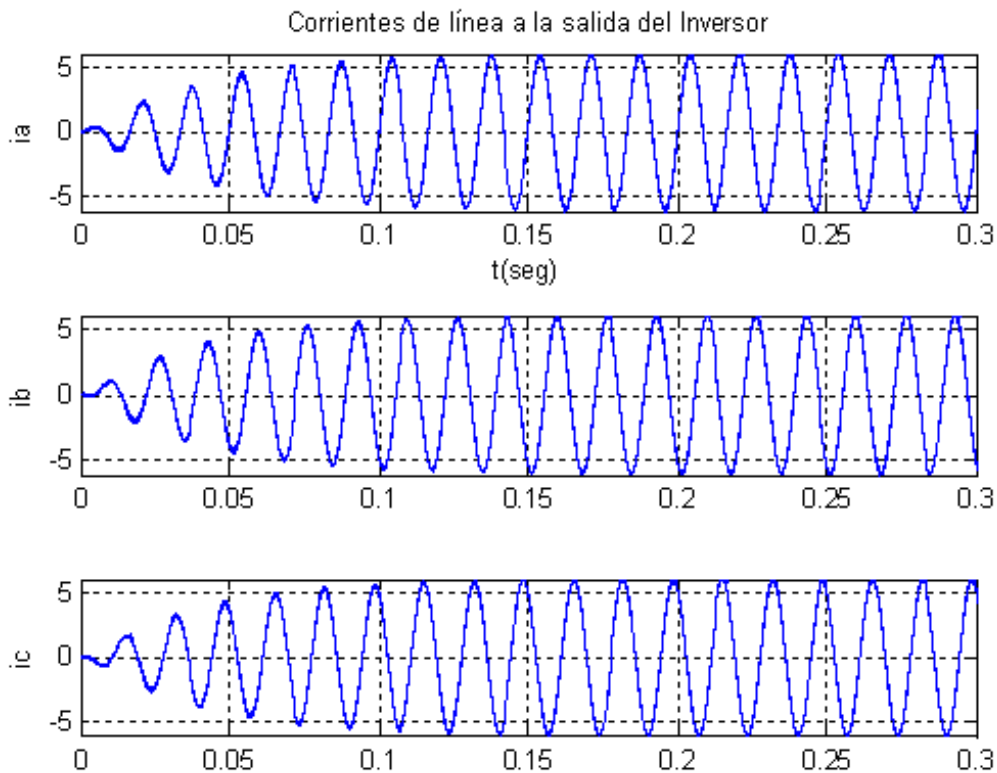


Figura 4. 19 Corrientes de línea entregadas al motor, considerando variables en coma fija utilizando conmutadores IGBT's.

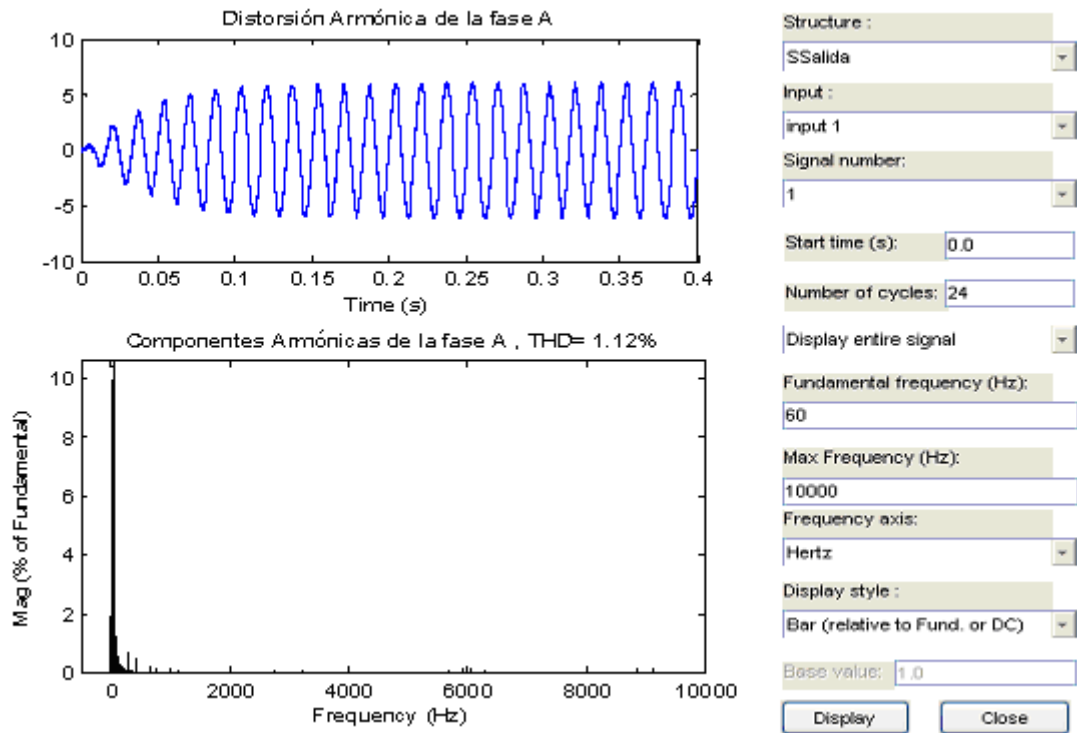


Figura 4. 20 Distorsión armónica de corriente de línea en la carga, considerando variables en coma fija utilizando conmutadores IGBT's.

Por otro lado, tal como se muestra en la figura 4.21, el voltaje línea a línea no muestra condiciones de cortocircuito para los conmutadores de potencia, y además se puede observar la acción del tiempo muerto, lo cual evita que dos IGBT's conmuten al mismo tiempo en una sola rama del inversor.

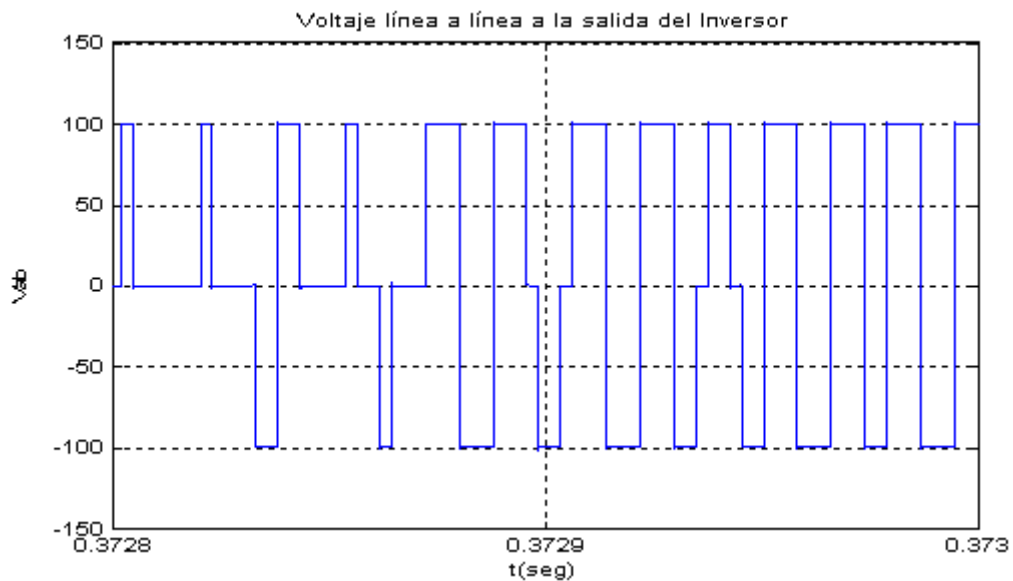


Figura 4. 21 Voltaje línea-línea Vab a la salida del inversor e incidencia de tiempos muertos con precisión en coma fija.

En la Figura 4.22 se puede observar que la distorsión generada en la señal de voltaje línea–línea V_{ab} , con parámetros de diseño reales para el IGBT y con precisión de coma fija del sistema, es mayor a la que se presenta en formato doble y aun más para el sistema de lazo abierto. La THD obtenida para el sistema realimentado con IGBT's y en presicion de coma fija es de 172% comparado con un THD de 120.6% en formato doble, esto es bastante superior. De esta manera se inyectan mas cantidad de armonicos a la moduladora y por lo tanto el funcionamiento y desempeño en la variable de salida del sistema, es bastante buena; entregando los niveles de energia en la cantidad y con las características requeridas a la carga. Además la calidad de onda de las señales de corriente generadas en el diseño de control realimentado, supera ampliamente al sistema convencional de lazo abierto.

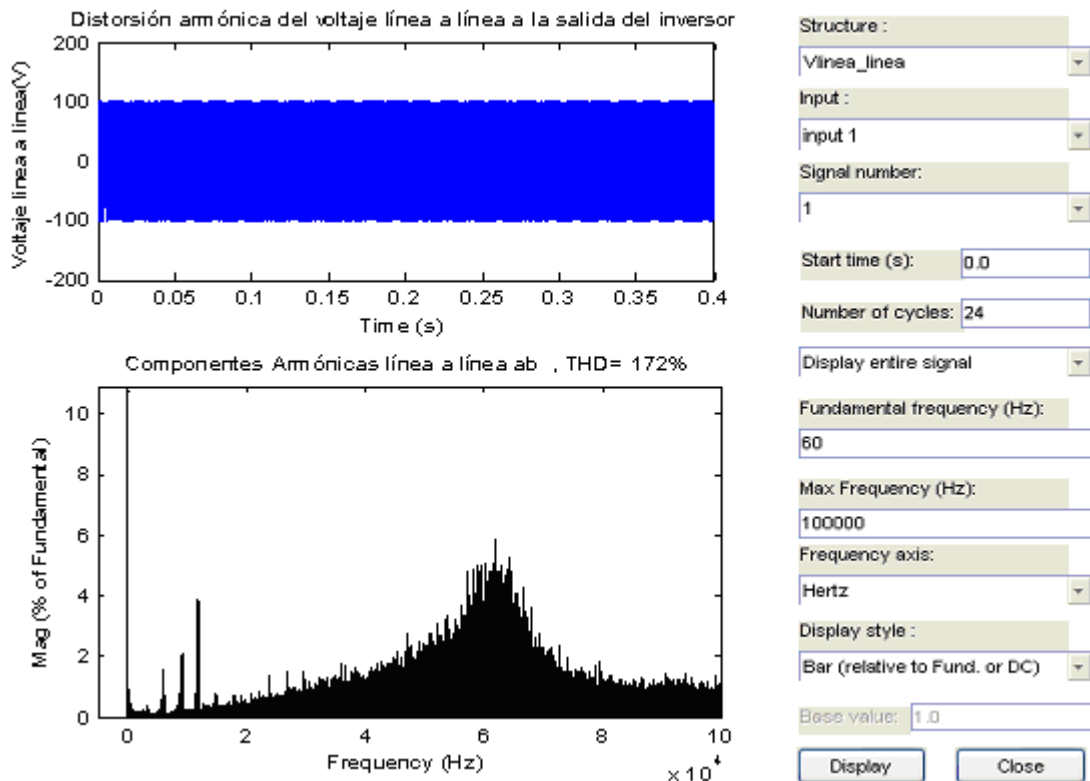


Figura 4. 22 Voltaje línea a línea entre la fase a y b, implementando IGBT'S en el sistema de control con variables en coma fija.

Finalmente la Figura 4.23 muestra cómo el desempeño sobre la corriente de línea en la carga en coma fija, presenta un funcionamiento similar, al obtenido cuando se usa la capacidad de cómputo por defecto de MatLab, tanto que se requiere amplificar las señales para ver su diferencia, como se muestra en el recuadro de la derecha de la figura. De esta manera se descarta cualquier duda que pueda generarse sobre la posibilidad de llevar a la realidad este proyecto, y además que se confirman las cualidades y ventajas que presenta este diseño de control realimentado frente a uno convencional de lazo abierto.

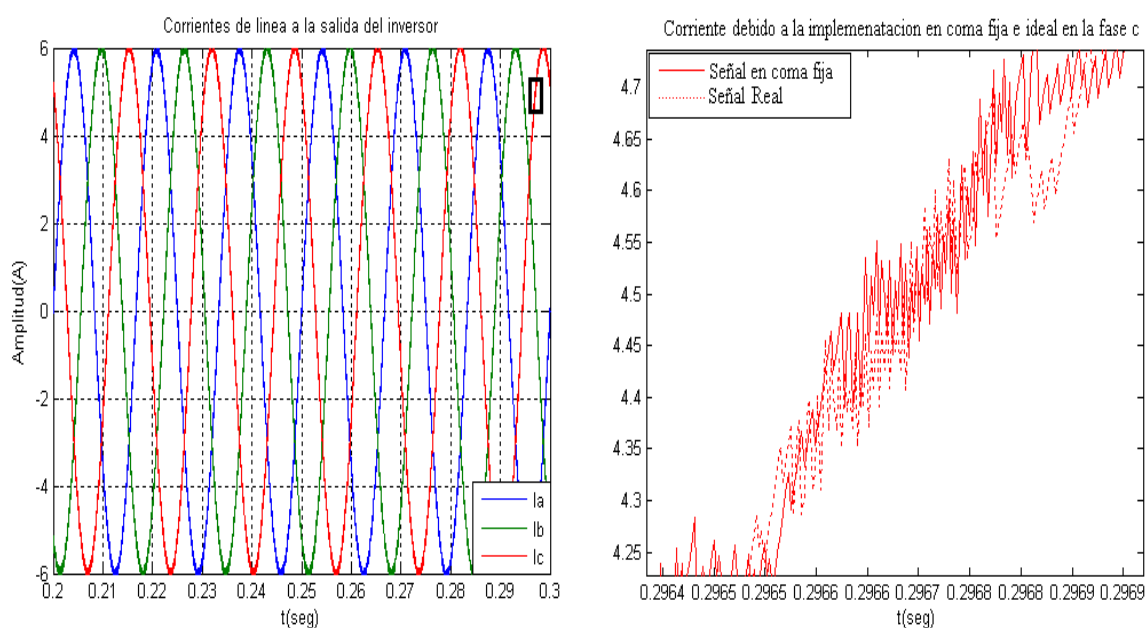


Figura 4. 23 Relación entre las corrientes de línea obtenidas en formato doble y en formato de coma fija, utilizando conmutadores IGBT's

Cabe mencionar que algunas irregularidades que se presentan en el sistema y/o cantidades numéricas que arrojan algunas herramientas de simulación, tales como la pequeña diferencia de distorsión armónica que se observa entre la señal de voltaje línea-línea del sistema realimentado en precisión doble y el mismo sistema en variables de coma fija, quedan como primer aspecto a analizar en una posible implementación real de este proyecto, pues se conoce también que las herramientas de simulación son solo un acercamiento a la realidad, su credibilidad y certeza tienen límites hasta los cuales se debe trabajar con cierta confiabilidad; pues hay muchos fenómenos físicos de la realidad que no se consideran en una herramienta de simulación como MatLab/Simulink, y solo son posibles de detectar en una implementación real.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se ha realizado el diseño en lazo cerrado de un inversor trifásico para controlar la señal de referencia, con la menor distorsión armónica posible en su señal de salida, aplicable en el accionamiento eléctrico de un motor de inducción trifásico. Para lograr esto se realizó el modelado dinámico del sistema completo en espacio de estados y se diseñaron e implementaron dos controladores: el primero, un controlador H-Infinito LoopShaping para lograr seguimiento de la señal de referencia sobre la corriente de línea en la carga e imprimir robustez en el sistema, y el segundo, un controlador Gausiano Cuadrático Lineal (LQG), para disminuir la distorsión armónica total en la señal de salida. Además del modelado en espacios de estado, se hizo la representación en coordenadas α - β para el diseño de los controladores y se utilizó un método de modelado basado en las componentes de Fourier (GSSA) para modelar y controlar la dinámica de la señal de interés, únicamente en la componente fundamental y así evitar el efecto indeseable de las componentes armónicas sobre esa señal en el lazo de control. Es importante resaltar que debido a que las variables GSSA llegan a ser valores constantes en régimen permanente (pueden verse como magnitudes de sinusoides en lugar de sinusoides), el problema de control se simplificó ya que pasa de ser un problema de seguimiento en las variables reales, a un problema de regulación en las variables GSSA, permitiendo el uso de técnicas sólidas como H-infinito.

La técnica H-Infinito Loop-Shaping permite obtener un controlador bastante confiable y robusto. Arroja muy buenos resultados trabajando bajo algunas variaciones paramétricas del sistema. Esto ha permitido que a pesar de trabajar con IGBT's en lugar de interruptores ideales, o incluir tiempos muertos en el modulador PWM, que incluyen ambos efectos no modelados, el seguimiento de la amplitud de las corrientes de línea sea perfecto.

Con el correcto seguimiento de referencia garantizado por el primer controlador, el controlador LQG logró definir una señal de salida con la menor distorsión armónica posible. Una buena señal a la salida del sistema tiene el costo de una señal de control con frecuencia de conmutación alta, y viceversa. Este desempeño dependerá de las

necesidades y requerimientos que el diseñador desee obtener. Sin embargo esta velocidad de conmutación alta en la señal de control no va más lejos de la velocidad de conmutación alcanzada por los transistores que se encuentran hoy en día en el mercado, si se tiene la precaución de usar una frecuencia de portadora baja (lo que no es permisible en lazo abierto debido a la presencia de armónicos de baja frecuencia).

Con el método de modelado *Promedio de Espacio de Estados Generalizado (GSSA)*, se logró en esta tesis, tener un modelado y medición precisa de la dinámica de la señal de corriente de línea en la componente fundamental a seguir, independientemente de la cantidad de armónicos presentes en esa variable. Este es un resultado de gran interés práctico, ya que controladores de lazo cerrado convencionales se enfrentan al efecto indeseable del ruido derivado de la conmutación sobre la señal a seguir, derivando en efectos inesperados indeseables. En principio, si fuese necesaria la eliminación de alguna frecuencia armónica específica, el modelado GSSA permitiría diseñar un lazo de control para eliminarla efectivamente del sistema. En esta tesis se vio, sin embargo, que para el caso en estudio es mucho más efectivo centrarse en la reducción de la TDH que en la eliminación selectiva de armónicos.

Un beneficio adicional del modelado GSSA ha sido el poder obtener a partir de él, un modelo efectivo de solo la dinámica de los armónicos de una señal fundamental en un sistema, permitiendo de este modo el diseño de un control que permita eliminarlos. De hecho, una primera aproximación no mostrada en esta tesis, evidenció que un control LQR permite eliminar totalmente la distorsión armónica, pero obviamente esto implica la inyección de armónicos de muy alta frecuencia sobre la señal moduladora, lo que no es realizable en la práctica, y obligó al uso de un observador como se explicó.

La representación α - β de las variables de estado del sistema que se hizo en este trabajo permite reducir el orden del modelo del sistema trifásico y por lo tanto reduce la complejidad del control a diseñar. Debe anotarse que en la literatura suele usarse la descomposición dq0, la que trae como beneficio el que las señales sinusoidales del marco de referencia α - β -0 se conviertan en señales constantes de régimen permanente a partir de una rotación de coordenadas. Ya que la descomposición GSSA logra el mismo efecto deseable, en esta tesis no se hizo uso de la descomposición dq0 para evitar una transformación adicional que parece no arrojar beneficios.

Afortunadamente, a pesar de que la señal de control en lazo cerrado genere alta velocidad de conmutación en los transistores de potencia, es posible prever que los conmutadores de potencia disponibles en el mercado alcanzan estas velocidades. Esto gracias a que se realiza la representación en coma fija del sistema de control, considerando conmutadores de potencia (IGBT's) con parámetros reales de diseño, y mostrando que la respuesta del sistema sigue siendo satisfactoria.

Quedan abiertas varias posibilidades de estudio y mejora a partir de los resultados de esta tesis. Enumeramos a continuación algunas de ellas.

1. Análisis del desempeño en un sistema real. Como se dijo, solo a partir de una implementación real se podrán evaluar los resultados reales del esquema propuesto. No obstante, los resultados obtenidos en esta tesis han mostrado un buen augurio de lo que pueda resultar en la fase de implementación.
2. Desde luego, el lazo de control para seguimiento de la referencia es independiente del lazo de control para reducción de armónicos. Así que quizás sea atractivo comercialmente, el que se deje (como es lo usual) el mismo esquema convencional de lazo abierto para obtener la consigna deseada en corriente o tensión, e implementar solo el lazo de reducción de armónicos para evitar el filtrado LC convencional, lo que significa una reducción en tamaño y peso, y posiblemente también en costo del equipo.
3. Es altamente recomendable poder usar la idea del observador con una técnica basada en la respuesta en frecuencia en lugar del observador LQG empleado, ya que de este modo sería predecible a priori, decidir hasta qué rango de componentes armónicas se eliminarían y qué rango se permite pasar. En este ítem juega en contra el que el problema sea MIMO, ya que para el caso SISO existen técnicas de control simples en el dominio de la frecuencia.
4. Se ha trabajado con un inversor trifásico en topología reductora de tensión. Queda abierto el problema de configuraciones elevadoras de tensión o aún más complejas como aquellas en las que existe un rectificador AC/DC y el inversor DC/AC en un mismo conjunto de interruptores. La técnica empleada quizás pueda extenderse a estos sistemas que son más atractivos comercialmente, pero debe

tenerse en cuenta que los modelos de esos sistemas no son lineales como en el problema tratado en esta tesis.

5. Por objetivos planteados y tiempo de realización de la tesis, no se ha considerado la posibilidad de ver el problema como un sistema de flujo de energía, y no como se considera en esta tesis; en donde el objetivo se centro en seguir una señal de corriente de línea como referencia, y entregar a la carga una señal con la menor distorsión armónica posible, o como también se suele asumir este problema, no haciendo seguimiento y control sobre la señal de corriente, sino sobre la señal de tensión, lo que no representa mayores diferencias. De esta manera, si se asume el problema como un sistema de energía, se espera que la distorsión armónica que se elimina en las señales de corriente, no se vea reflejada en las señales de tensión, por efecto de la conservación de la energía.

6. Otro tema que seria interesante abordar con mayor detalle, es el relacionado con la señal moduladora en la fundamental y los posibles beneficios adicionales que podrían obtenerse si la moduladora que entrega el lazo de control para seguimiento de la referencia es modificada como en el caso de lazo abierto, según métodos tales como inyección del tercer armónico u otras. Aunque esto hace un poco más complejo el algoritmo de control, podría reportar beneficios adicionales no analizados en esta tesis.

REFERENCIAS

- [1] E. Bueno. “Optimización del comportamiento de un convertidor de tres niveles NPC conectado a la red eléctrica” *Departamento de Electrónica, Universidad de Alcalá*. Febrero de 2005.
- [2] F. Blaschke. “The Principle of Field Orientation as Applied to the New “Transkvector” Close – Loop Control System for Rotating- Field machines”, *Siemens Rev.* 39, May 1972, pp 217–220.
- [3] C. Ríos, M. Aristizabal y R. Gallego. “Análisis de armónicos en sistemas eléctricos”. *Grupo de Investigación en Planeamiento de Sistemas Eléctricos, Universidad Tecnológica de Pereira*, Julio 2003.
- [4] J. Pinto, B. Bose and L. Borges. “A Stator-Flux_Oriented Vector-Controlled Induction Motor Drive With Space-Vector PWM and Flux-Vector Synthesis by Neural Networks”. *IEEE Transactions on industry applications, Vol. 3, No. 5, pp. 1308-1318, octubre 2001*.
- [5] C. Gaviria, E. Fossas, R. Griñó. “Utilización GSSA en el diseño de controladores para rectificadores AC/DC”. Tesis doctoral, Instituto de organización y control de sistemas industriales, Universidad Politécnica de Cataluña. Junio 2004.
- [6] P. Rodríguez. “Aportaciones a los acondicionadores activos de corriente en derivación para redes trifásicas de cuatro hilos”. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad politécnica de Cataluña. Enero de 2005.
- [7] H. Van der Broeck. “Analysis and realisation of pulse width modulator base don voltage space vectors”. *IEEE Transactions on industry applications, Vol. 24, pp. 142-150, January/February 1988*.
- [8] M. Martín. “Nuevas técnicas de modulación vectorial para convertidores electrónicos de potencia multinivel”. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla. Junio 2003.

- [9] K. Zhou and D. Wang. "Relationship between space-vector modulation and three-phase carrier-based PWM: a comprehensive analysis". *IEEE Transactions on industrial electronics*, Vol. 49, No. 1, pp. 186-195, February 2002.
- [10] F. Garcés, D. Diez y C. Quintero. "Vehículo eléctrico con control difuso". *Grupo de Investigación Automática y Diseño A+D, Universidad Pontificia Bolivariana*. pp. 1-16.
- [11] A. Hava, R. Kerkman and T. Lipo. "Carrier-based PWM-VSI overmodulation strategies: analysis, comparison and design". *IEEE Transactions of power electronic*, Vol. 13, pp. 674-689, July 1998.
- [12] S. Bowes and Y. Lai. "The relationship between space vector modulation and regular-sampled PWM". ". *IEEE Transactions of power electronic*, Vol. 14, pp. 670-679, September 1997.
- [13] V. Blasko. "Analysis of a hybrid PWM based on modified space-vector and triangle-comparison method". *IEEE Transactions on industry applications*, Vol. 33, pp. 756-764, May/June 1997.
- [14] R. Chiang, and M. Safonov. "Robust control Toolbox User's Guide", The Math Works, Inc, August 1992.
- [15] J. Doyle, B. Francis, and A. Tannenbaum. "Feedback control theory", Macmillan Publishing Company, October 1992.
- [16] S. Skogestad, and, I. Postlethwaite. "Multivariable Feedback Control, analysis and design", John Wiley & Sons, May 1996.
- [17] J. Doyle, K. Glover, P. Khargonekar, and B. Francis. "State-space solutions to standard h_2 and h_∞ control problems". *Automatic Control, IEEE transactions on* 34(8), pp. 831-847, August 1989.

[18] D. Limebeer, E. Kasenally, I. Jaimoukha, and M. Safonov. "All solutions to the four block general distance problem, Decision and control ", *IEEE Proceedings of the 27th conference* on pp. 875-880, December 1988.

[19] M. Safonov, and D. Limebeer. "simplifying the h_∞ theory via loop shifting, Decision and control". *IEEE Proceedings of the 27th conference* on pp. 1399-1404, December 1988.

[20] K. Ogata. "Ingeniería de control moderna". University of Minnesota, 3ª Edicion, pp. 896-935, 1998.

[21] Discrete time observers and LQG control. [Base de datos en Línea]. [Consultado Junio 2007]. Disponible en Internet en:

<http://web.mit.edu/2.151/www/Handouts/Kalman.pdf>

[22] Filtro de Kalman. [Base de datos en Línea]. [Consultado Junio 2007]. Disponible en Internet en:

http://www.depeca.uah.es/docencia/ING-ECA/ctr_avz/VVEE17.PDF

[23] IEEE Standars Development: Working groups on Power Quality and Power Systems, in website <http://grouper.ieee.org/groups/index.html>

[24] IEC Electromagnetic Compatibility: EMC zone, in website <http://www.iec.ch/zone/emc/>.

[25] Electromagnetic Compatibility (EMC), part 3: Limits, Section 2: Limits for harmonics current emissions (equipment input current $\leq 16A$ per phase), IEC-61000-3-2, 1997.

[26] IEEE Std. 519-1992: IEEE Recommended practics and requirements for harmonic control in electrical power systems. 1992.

[27] Convertidores CC/CA para la conexión directa a la red de sistemas fotovoltaicos: Normativa y legislación. [Base de datos en Línea]. [Consultado Junio 2007]. Disponible en Internet en:

<https://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/2696/4/36106-4.pdf>

[28] Simulink Fix Point 5 (User's Guide). [Base de datos en Línea]. [Consultado Junio 2007]. Disponible en Internet en:

http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/fixpoint/fp_blks.pdf

[29] N. Mohan, T. Undeland and W. Robbins. « Power Electronics : Converters, Applications and Desing ». John Wiley & Sons, Inc., New York, 1995

[30] D. Lopez, G. Camacho. "Evaluación experimental del contenido armónico de las corrientes de carga en inversores trifásicos". Tesis de pregrado, Departamento de electrónica, instrumentación y control, Universidad del Cauca. Junio 2007.

[31] Adjustable frequency drives: Application guide. [Base de datos en Línea]. [Consultado Julio 2007]. Disponible en Internet en:

<http://www.eaton.com/EatonCom/SearchResults/index.htm?ssUserText=AFDs&x=10&y=4>.

[32] J. Grajales, J. Ramirez y D. Cadavid. "Efectos de los armónicos en los motores de inducción: una revisión". Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia No. 031, Universidad de Antioquia. Junio 2004.

[33] R. Erickson and D. Maksimovic. "Fundamentals of power electronics". University of Colorado, second edition. 2004.

[30] B. Justus and R. Arumugan, "Current Regulation of PWM Inverter using Stationary Frame Regulator", Department of Electrical and Electronics Engineering, Anna University, India, 2005.

[31] P. Wipasuramonton, Z. Qiang and D. Howe, "Improved Current-Regulated Delta Modulator for Reducing Switching Frequency and Low-Frequency Current Error in Permanent Magnet Brushless AC Drives", IEEE Transactions on power electronics, vol. 20, No. 2, March 2005.

[32] J. Espinoza, G. Joós, J. Guzmán, L. Morán and R. Burgos, “Selective Harmonic Elimination and Current/Voltage Control in Current/Voltage-Source Topologies: A Unified Approach” IEEE Transactions on industrial electronics, vol. 48, No. 1, February 2001.

[33] H. Karshenas, “Input Output Harmonic free current link three-phase AC power supply”, Ph.D. Thesis, University of Toronto, 1997.

[38] Datasheets: N-Canal IGBT de la serie de 5A de 1200V de NPT. [Base de datos en Línea]. [Consultado Julio 2007]. Disponible en Internet en:
http://www.tranzistoare.ro/datasheets/90/77391_DS.pdf

[39] Datasheets: IGBT MKS smart power 3-phase motor drive hybrid 4454. [Base de datos en Línea]. [Consultado Julio 2007]. Disponible en Internet en:
http://www.mskennedy.com/client_images/catalog19680/pages/files/4454rb.pdf

[40] Datasheets: Modulo IGBT 1MB1400S-120. [Base de datos en Línea]. [Consultado Julio 2007]. Disponible en Internet en:
<http://pdf1.alldatasheet.net/datasheet-pdf/view/168138/FUJI/1MB1400S-120.html>