

**MODELADO, IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA Y CONTROL DE UN ROBOT DE CINCO
GRADOS DE LIBERTAD**



**Alexander Constaín Daza
Karoll Viviana Torres Pérez**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL
INGENIERÍA EN AUTOMÁTICA INDUSTRIAL
POPAYÁN
2008**

**MODELADO, IDENTIFICACIÓN PARAMÉTRICA Y CONTROL DE UN ROBOT DE CINCO
GRADOS DE LIBERTAD**

Monografía presentada como requisito parcial para optar por el título de
Ingenieros en Automática Industrial

Alexander Constaín Daza
Karoll Viviana Torres Pérez

Director
Phd. Oscar Andrés Vivas Albán

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA, INSTRUMENTACIÓN Y CONTROL
INGENIERÍA EN AUTOMÁTICA INDUSTRIAL
POPAYÁN
2008**

AGRADECIMIENTOS

Los autores del presente trabajo, manifiestan sus agradecimientos a su director, Phd. Oscar Andrés Vivas Albán, a los Ingenieros Jaime Díaz, Víctor Hugo Mosquera, Juan Fernando Flórez y demás ingenieros del Departamento de Instrumentación y Control, a la Universidad del Cauca, al Ingeniero Jaime Arango, al Departamento de Eléctrica, Electrónica y Computación de la Universidad Nacional sede Manizales, amigos y compañeros, quienes contribuyeron con el desarrollo de este trabajo.

“La alegría está en la lucha, en el esfuerzo, en el sufrimiento que supone la lucha para llegar a la victoria, no en el simple logro.”

Te doy infinitas gracias Dios por los ángeles que enviaste para protegerme...

A mis padres Fernando y Cristina, por su incansable e incondicional apoyo y afecto,

A mis hermanos Cielo y William por su cariño y confianza,

A mis familiares que siempre creyeron en mí,

A Raúl Andrés por su amor y compañía en todo momento,

A mis amigos del alma quienes sin dudarlo me dieron la mano,

A mis compañeros, profesores y demás personas que me brindaron su voz de aliento y sabios consejos,

A todas estas personas dedico tan anhelado triunfo.

Karoll

Gracias a Dios por tanto...

A mis padres por el apoyo, la confianza y el afecto en todo momento.

A mi hermano por su amistad y comprensión.

A mi abuelita Marina, mi primo Mauricio y demás familiares por las palabras de aliento.

A Diana Ximena por su cariño y compañía incondicional.

A mis amigos y profesores.

Alexander

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN.....	1
INTRODUCCIÓN.....	2
1. MODELADO GEOMÉTRICO Y DINÁMICO.....	4
1.1. MODELO GEOMÉTRICO DEL ROBOT SCORBOT-ER 5 PLUS.....	4
1.1.1. Descripción de la geometría del robot.....	4
1.1.2. Modelo geométrico directo.....	9
1.1.3. Modelo geométrico inverso.....	12
1.1.3.1. Cálculo de las variables articulares θ_j	14
1.1.3.2. Validación de los modelos geométricos del robot Scrobot-ER 5plus.....	19
1.2. MODELO DINÁMICO.....	21
1.2.1. Formulación de Lagrange.....	21
1.2.2. Modelo Dinámico Directo.....	22
1.2.2.1. Determinación de los parámetros inerciales de base.....	23
1.2.2.2. Parámetros inerciales de base del robot Scrobot-ER 5plus.....	24
1.2.3. Modelo Dinámico Inverso.....	24
1.2.3.1. Cálculo de la Energía Cinética.....	26
1.2.3.2. Cálculo de la Energía Potencial.....	29
1.2.3.3. Cálculo de la matriz de inercia A	30
1.2.3.4. Cálculo del vector de fuerzas de gravedad Q	32
2. IDENTIFICACIÓN DEL ROBOT SCORBOT-ER 5 PLUS.....	33
2.1. INFORMACIÓN PREVIA RESPECTO AL SISTEMA A IDENTIFICAR.....	35
2.2. PROPÓSITO.....	36
2.3. PLANIFICACIÓN EXPERIMENTAL.....	36

2.4.	RECOLECCIÓN DE DATOS	40
2.5.	PRE- PROCESAMIENTO DE LOS DATOS	41
2.6.	MODELADO FÍSICO	41
2.7.	ESTRUCTURA DEL MODELO	42
2.8.	CRITERIO DE ESTIMACIÓN	43
2.8.1.	Principio de los Mínimos Cuadrados	43
2.9.	ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS	46
2.10.	VALIDACIÓN DEL MODELO ESTIMADO	46
3.	CONTROL DE ROBOTS	52
3.1.	TRAYECTORIAS DE REFERENCIA	53
3.1.1.	Trayectoria Bang-Bang (espacio articular)	53
3.1.2.	Trayectoria circular (espacio cartesiano)	54
3.2.	CONTROLADORES APLICADOS AL SCORBOT-ER 5PLUS	55
3.2.1.	Controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID)	56
3.2.1.1.	Lazo de control de posición PID en el espacio articular	57
3.2.1.2.	Lazo de control de posición PID en el espacio cartesiano	59
3.2.2.	Técnica del par calculado.....	61
3.2.2.1.	Lazo de control de posición CTC en el espacio articular	63
3.2.2.2.	Lazo de control de posición CTC en el espacio cartesiano	65
4.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	68
5.	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	70

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Vista general del robot Scorbot-ER 5plus	5
Figura 1.2. Sistemas de coordenadas para el robot Scorbot-ER 5plus	6
Figura 1.3. Articulaciones del robot Scorbot-ER 5plus	7
Figura 1.4. Posiciones articulares de las juntas 4 y	8
Figura 1.5. Diagrama de generación y transmisión de movimientos del Scorbot-ER 5plus.....	9
Figura 1.6. Esquema de prueba del MGI y MGD.....	19
Figura 1.7. Diagrama en Simulink para validar los modelos geométricos	20
Figura 1.8. Trayectorias Cartesianas de entrada (azul) y salida (rojo)	20
Figura 2.1. Procedimiento de identificación	34
Figura 2.2. Fuentes de información para la construcción de modelos.....	35
Figura 2.3. Espacio de trabajo Scorbot-ER 5plus. (a) vista superior. (b) vista lateral	36
Figura 2.4. Scorbot-ER 5plus: Ubicación de los sensores del robot.	37
Figura 2.5. Scorbot-ER 5plus: Sistema de transmisión y ubicación de los actuadores.....	37
Figura 2.6. Trayectorias programadas para la identificación Scorbot-ER 5plus.....	39
Figura 2.7. Configuración del sistema para control y adquisición de datos del Scorbot-ER 5plus.	39
Figura 2.9. Relación Modelado – Simulación basado en	47
Figura 2.11. Gráfica de seguimiento de trayectoria 21. (a) articulación 1. (b) articulación 2. (c) articulación 3. (d) articulación 4.	50
Figura 3.1. Esquema de control para el robot Scorbot-ER 5plus.....	52
Figura 3.2. Consigna articular tipo Bang-bang	53
Figura 3.3. Consigna Circular (a) y Componentes Cartesianos (b)	54
Figura 3.4. Transformación de consigna cartesiana a consigna articular.....	55
Figura 3.5. Esquema de control PID en el espacio articular	56
Figura 3.6. Esquema en Simulink para control PID: espacio articular	57

Figura 3.7. Error articular del lazo de control PID (trayectoria bang-bang).....	58
Figura 3.8. Esquema en Simulink para control PID: espacio cartesiano	59
Figura 3.9. Error cartesiano del lazo de control PID (trayectoria cartesiana)	60
Figura 3.10. Círculo obtenido utilizando un controlador PID cartesiano	60
Figura 3.11. Desacoplamiento por inversión del modelo: linealización global (a)	61
Figura 3.12. Desacoplamiento por inversión del modelo: linealización global (b)	62
Figura 3.13. Aproximación del esquema de control basado en desacoplamiento por inversión del modelo.	62
Figura 3.14. Esquema del algoritmo de control PD basado en desacoplamiento por inversión del modelo.	63
Figura 3.15. Esquema en Simulink para control CTC: espacio articular.....	64
Figura 3.16. Esquema en Simulink para control CTC: espacio cartesiano.....	64
Figura 3.17. Error articular del lazo de control CTC (trayectoria bang-bang)	65
Figura 3.18. Esquema de control CTC con consigna cartesiana.....	66
Figura 3.19. Error cartesiano del lazo de control CTC (trayectoria cartesiana)	67
Figura 3.20. Círculo obtenido utilizando un controlador CTC cartesiano.....	67

LISTA DE TABLAS

	Pag.
Tabla 1.1. Parámetros geométricos del robot Scrobot-ER 5plus	7
Tabla 1.2. Parámetros inerciales de base simplificados del robot Scrobot-ER 5plus	24
Tabla 2.1. Resultados de la identificación concatenando 10 trayectorias.....	49
Tabla 3.1. Ganancias del controlador PID en el espacio articular.....	58
Tabla 3.2. Ganancias del controlador PID en el espacio cartesiano.....	60
Tabla 3.3. Ganancias del controlador CTC en el espacio articular	65
Tabla 3.4. Ganancias del controlador CTC en el espacio cartesiano.....	66

RESUMEN

En este trabajo se presenta la caracterización de un robot de cinco grados de libertad, desarrollada en dos fases: En primera instancia se efectuó el modelado del robot caso de estudio. Inicialmente correspondía al robot Tritón diseñado por la empresa Robotek Ltda con sede en Santiago de Cali, sin embargo por retardos en su etapa de ensamblado final, se optó por trabajar con el robot Scorbot-ER 5plus gracias un acuerdo establecido con el equipo colaborador de la Universidad Nacional sede Manizales. Con este robot se obtuvieron los modelos geométricos y dinámicos de acuerdo al procedimiento desarrollado en el primer capítulo. La segunda etapa (capítulo dos) consistió en, considerando los modelos obtenidos, realizar la identificación del sistema empleando la técnica de mínimos cuadrados, con base en una serie de mediciones efectuadas a partir de la experimentación con el robot, consistente en producir movimientos suficientemente dinámicos para adquirir datos representativos de las dinámicas del manipulador. Finalmente el modelo completo se utilizó para comparar la respuesta de las estrategias PID (Proporcional, Integral, Derivativo) y CTC (Control por Par Calculado) al ser simuladas como parte del lazo de control del robot estudiado (capítulo tres). La primera técnica corresponde a un controlador clásico que no tiene en cuenta el modelo del robot para establecer la ley correctiva. La segunda en cambio, linealiza y desacopla el sistema por realimentación, para aplicar una ley de control basada en el modelo del robot. Ambos controladores se simularon en el seguimiento de trayectorias - definidas tanto en el espacio cartesiano como en el articular-, lo cual constituye una importante prueba que permite valorar los modelos desarrollados y la identificación realizada.

INTRODUCCIÓN

La revolución tecnológica que hoy se experimenta a nivel mundial no tiene precedentes en la historia. El proceso de globalización, las exigencias productivas y el cambio tecnológico han modificado las estrategias competitivas de las empresas a nivel mundial, lo cual se manifiesta en una actitud de constante innovación, que les permita satisfacer requerimientos de calidad, costos y productividad. La inversión en robots industriales, como parte de las políticas de automatización, constituye una buena estrategia de creciente aceptación en el sector productivo, dado que con estos mecanismos flexibles, se posibilita la fabricación de gran variedad y cantidad de productos por año a precios competitivos, sin descuidar su calidad y seguridad [1] [2] [3].

Lo anterior no es ajeno a nuestro país, donde la robótica empieza a hacer parte del sector productivo, manifestándose en la instalación en los últimos años de algunos robots para las industrias de ensamblado y adecuación de material [4] [5] [6]. En respuesta a la creciente demanda que las industrias colombianas empiezan a presentar en materia de robótica, como parte de la automatización de sus procesos, no sólo se ha incrementado la importación de este tipo de sistemas, sino también han surgido empresas en la región que fabrican y comercializan sus propios robots [7] [8]. En ambos casos, dichos mecanismos son en su mayoría sistemas cerrados, que no permiten demasiada flexibilidad en su programación y operación [9] [10]. Sin embargo, uno de los requerimientos del empresario es utilizar al robot en diversas aplicaciones, adaptándolo a sus sistemas de producción, buscando un desempeño flexible, rápido y preciso gracias a un control adecuado al entorno de trabajo, con interfaces apropiadas para una mejor comunicación con los programadores, operadores y personal de mantenimiento.

Las posibles modificaciones que se requieran efectuar sobre un sistema robótico instalado, respecto a la técnica de control que lo gobierna y/o la aplicación de un nuevo tipo de controlador, buscando que el robot se adapte a determinadas prestaciones para las cuales no fue programado inicialmente, resultan muy difíciles si no se conoce el modelo matemático del sistema real. Igualmente, la experimentación, desconociendo dicho modelo, podría someter a los actuadores a posibles valores excesivos de voltaje y/o par, exponiendo el robot a sobrepasos mecánicos que lo puedan llevar a movimientos erráticos o descoordinados, que terminen por deteriorar su estructura física. Por estas razones es recomendable simular previamente la respuesta del robot ante variaciones en las consignas y en los esquemas de control propiamente dichos, buscando de este modo garantizar que el desempeño del sistema real sea el deseado, evitando el deterioro implícito en una experimentación sin fundamento.

Como ocurre en la gran mayoría de los casos, el modelo dinámico de un robot es desconocido aun para quienes lo producen, por lo que sus compradores quedan limitados a utilizar la configuración dada por el fabricante, lo cual conlleva a que un elemento tan costoso quede subutilizado, al no poder emplearse con algoritmos diferentes a los programados inicialmente.

El propósito del presente trabajo es sentar las bases para resolver el problema descrito anteriormente, experimentando para ello con el robot Scorbot-ER 5plus de cinco grados de libertad, el cual -como sucede a menudo con los mecanismos de su tipo- es comercializado sin información alguna respecto al modelo dinámico. Esto conlleva a la necesidad de aplicar técnicas de identificación, que permitan estimar los parámetros dinámicos del robot, pues es necesario saber con relativa precisión sus valores numéricos para la construcción del modelo mencionado y por lo tanto, para la simulación del robot en computador y el diseño de técnicas de control basadas en dicho modelo.

Con el desarrollo de este proyecto se pretende abrir una puerta en lo concerniente a modelado, identificación y control de robots seriales, no sólo a quien haga uso de un robot Scorbot-ER 5plus, sino también a quienes, experimentando con mecanismos similares en empresas y universidades, deseen tener flexibilidad en el momento de escoger la ley de control que mejor se adapte a las necesidades del proceso en el que va a desempeñarse un sistema robótico en particular.

1. MODELADO GEOMÉTRICO Y DINÁMICO

El conocimiento de los modelos matemáticos de un sistema robótico, es un aspecto muy importante respecto a las determinaciones que se deben tomar para asegurar su adecuado funcionamiento, pues dichos modelos están estructurados con información individual de cada cuerpo del robot e información correspondiente al modo en que cada uno de ellos interactúa (efectos de la reacción de una determinada articulación ante el movimiento de las demás). La organización de estos datos, buscando desarrollar modelos que logren aproximarse al comportamiento real del robot, representa un hecho primordial, pues de este modo se podría analizar y evaluar los movimientos y fuerzas necesarias que el robot requiere para alcanzar un desempeño específico, evitando caer en excesos de voltaje, par, vibraciones y choques (debido a límites dados por la configuración del robot y por el espacio de trabajo) propios de una experimentación en lazo abierto sin fundamento o de una ley de control inadecuada.

1.1. MODELO GEOMÉTRICO DEL ROBOT SCORBOT-ER 5 PLUS

En el modelo geométrico (MG) se consideran aspectos de un robot, tales como los ángulos y distancias presentes debido a la disposición de sus eslabones -tanto por su construcción como por su movimiento en un determinado momento-, los sistemas de coordenadas empleados para relacionar entre sí la localización de cada articulación y el tipo de articulaciones que posee (rotoides o prismáticas). En general, el MG se utiliza para describir la geometría del robot, permitiendo la construcción de un conjunto de relaciones entre la localización de su órgano terminal y las coordenadas de sus diferentes juntas; es decir, puesto que un robot es controlado en el espacio articular, mientras que las tareas que ejecuta son llevadas a cabo en el espacio cartesiano, es importante usar los modelos geométricos -directo e inverso- para realizar la transformación entre los espacios articular (en él se define la configuración de un robot) y cartesiano (en él se especifica la localización del efector final).

1.1.1. Descripción de la geometría del robot

El Scorbot-ER 5plus [11] (figura 1.1) es un robot serial diseñado para propósitos académicos, compuesto por una secuencia de cinco juntas rotoides y seis eslabones rígidos, donde la base es el eslabón cero (0) y el órgano terminal el eslabón cinco (5). Las diferentes juntas son articuladas por motores eléctricos de 12 Vdc, acoplados mediante sistemas de transmisión adecuados (correas dentadas y engranajes), donde las posiciones angulares o articulares son captadas por medio de encoders ópticos incrementales ajustados al eje de rotación del motor. Los movimientos del sistema son controlados por un microcontrolador Motorola 68010 donde la programación se realiza mediante ACL (Lenguaje Avanzado de Control). El control del robot puede realizarse de modo manual (lazo abierto) o estar a cargo del algoritmo PID (Proporcional Integral Derivativo) implementado de fábrica [12] [13] [14].

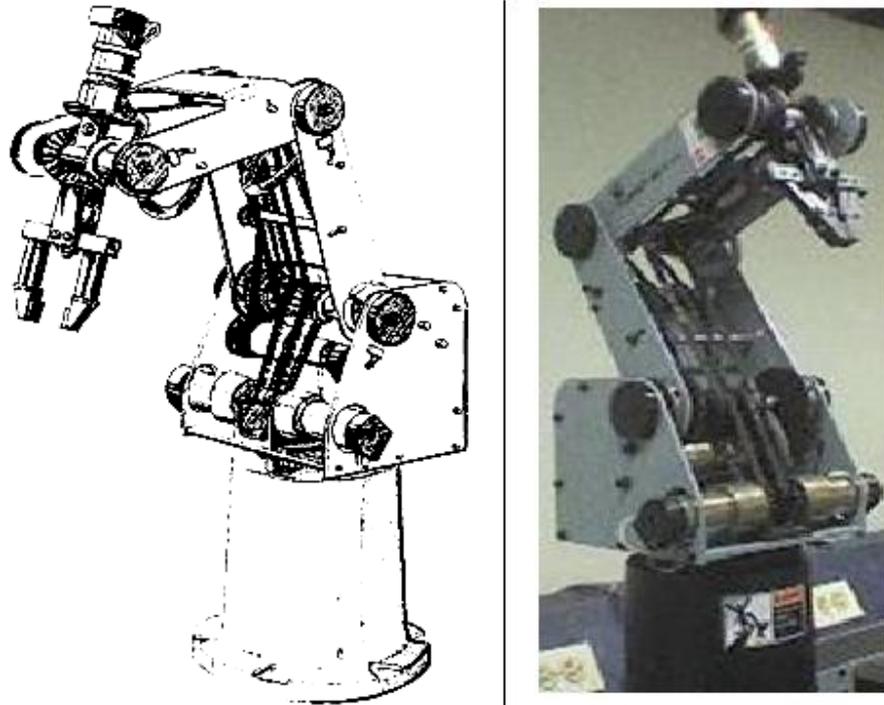


Figura 1.1. Vista general del robot Scrobot-ER 5plus [4]

Para la descripción geométrica del robot caso de estudio, se definirá q_j como la variable que representa la articulación j , la cual conecta el eslabón j con el eslabón $j-1$ y determina la relativa orientación o posición entre los dos. Dicha variable puede ser θ_j o r_j , dependiendo si la articulación j es rotoide ($\sigma_j = 0$) o prismática ($\sigma_j = 1$) respectivamente, de acuerdo a:

$$q_j = \bar{\sigma}_j \theta_j + \sigma_j r_j \quad (1.1)$$

Con el propósito de definir la relación entre la localización de los eslabones, se asigna un sistema de coordenadas R_j a cada cuerpo j según las siguientes consideraciones (figura 1.2):

- z_j es el eje principal donde ocurre el movimiento de la articulación j ;
- x_j es el eje perpendicular común a los ejes z_j y z_{j+1} . La intersección de x_j y z_j define el origen O_j de cada sistema de coordenadas R_j ;
- El eje y_j (perpendicular a los ejes z_j y x_j) se deduce aplicando el producto cruz.

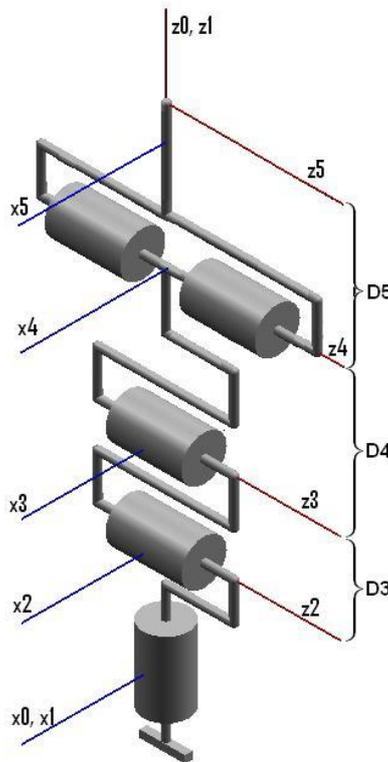


Figura 1.2. Sistemas de coordenadas para el robot Scorbot-ER 5plus

Con el fin de expresar las relaciones de orientación y posición entre los cuerpos del robot a través de los diferentes sistemas de coordenadas, se utilizan matrices de transformación ${}^{j-1}T_j$ expresadas en función de los siguientes parámetros geométricos, las cuales especificarán la posición y orientación del sistema de coordenadas j en relación al sistema $j-1$ [15][16]:

- α_j : ángulo entre los ejes z_{j-1} y z_j correspondiente a una rotación alrededor de x_{j-1} ;
- d_j : distancia entre z_{j-1} y z_j a lo largo de x_{j-1} ;
- θ_j : ángulo entre los ejes x_{j-1} y x_j correspondiente a una rotación alrededor de z_j ;
- r_j : distancia entre x_{j-1} y x_j a lo largo de z_j ;

Como se aprecia en la figura 1.1, el robot Scorbot-ER 5plus tiene la particularidad que el movimiento en las dos últimas juntas es causado por la interacción de los motores 4 y 5 actuando simultáneamente sobre el mismo eje de rotación; de este modo, cuando ambos motores producen giros en el mismo sentido se genera el movimiento "Pitch" (inclinación del efector final), mientras que si se mueven en sentido contrario se produce el movimiento "Roll" (rotación del efector final) (figura 1.3) [14].

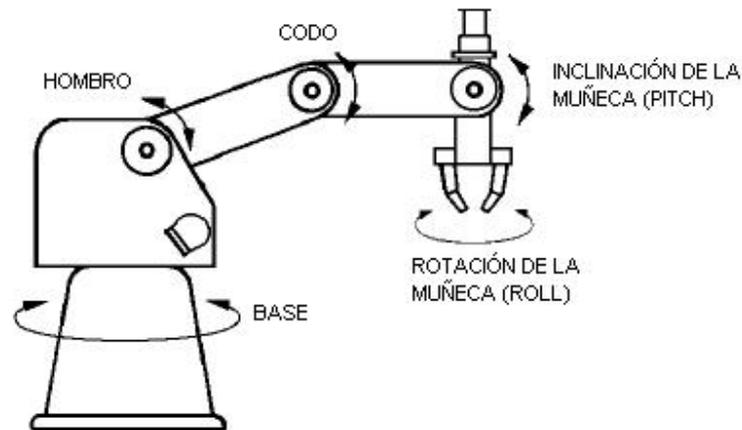


Figura 1.3. Articulaciones del robot Scrobot-ER 5plus [14]

Teniendo en cuenta lo anterior, para aplicar una descripción geométrica del sistema -siguiendo la metodología y convenciones previamente mencionadas-, se representará al robot Scrobot con un modelo de 4 grados de libertad, que considere los movimientos de la base, el hombro y el codo, además de la inclinación del efector final (Pitch) descritos en la figura anterior. En este modelo se omitirá la rotación (Roll) del órgano terminal, no sólo por la dificultad de modelar este movimiento (pues, como se mencionó previamente, no es posible producir movimientos independientes de las articulaciones 4 y 5) sino también porque no tiene influencia en el desempeño del robot ante consignas en el espacio de trabajo [17].

Los sistemas de coordenadas obtenidos para cada eslabón del robot se indican en la figura 1.2, mientras los parámetros geométricos se agrupan en la tabla 1.1, donde es importante incluir la distancia D_5 entre el eje de rotación que determina la inclinación del efector final y la punta del mismo [15] [16].

j	σ_j	α_j	d_j	θ_j	r_j
1	0	0	0	θ_1	0
2	0	$-\pi/2$	0	θ_2	0
3	0	0	D_3	θ_3	0
4	0	0	D_4	θ_4	0
5	-	0	D_5	0	0

Tabla 1.1. Parámetros geométricos del robot Scrobot-ER 5plus

La matriz de transformación que define el sistema de coordenadas R_j en R_{j-1} es:

$${}^{j-1}T_j = \begin{bmatrix} C\theta_j & -S\theta_j & 0 & d_j \\ C\alpha_j S\theta_j & C\alpha_j C\theta_j & -S\alpha_j & -r_j S\alpha_j \\ S\alpha_j S\theta_j & S\alpha_j C\theta_j & C\alpha_j & r_j C\alpha_j \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Dado que cada junta que conforma el portador del Scorbot (tres primeras articulaciones) está accionada por un actuador independiente, y que el movimiento de los motores 4 y 5 (que determinan el ángulo Pitch) son complementarios (figura 1.4), el valor de variables articulares se obtiene entonces a partir de la lectura de los sensores propios del sistema [14].

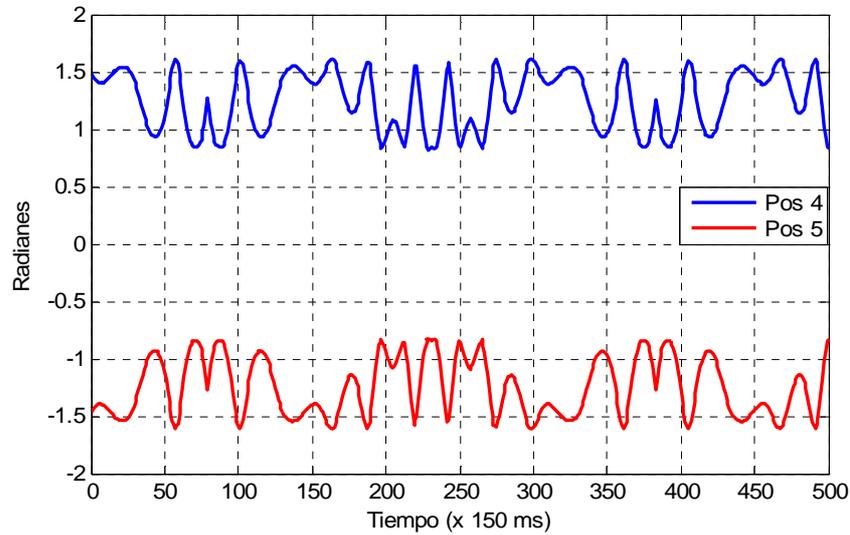


Figura 1.4. Posiciones articulares de las juntas 4 y 5

Es importante mencionar que, en el caso del Scorbot-ER 5plus, la información del vector q no equivale exactamente a las posiciones de cada articulación del robot, pues como se aprecia en la figura 1.1 y figura 1.5, mientras los encoders están acoplados a los diferentes motores del sistema, las posiciones de las juntas dependen tanto del movimiento transmitido por las respectivas bandas, como de las relaciones de reducción existentes [14]. No obstante, en adelante se utilizará la información captada por los encoders del robot, pues es posible desprestigiar el efecto de factores de reducción del sistema, dados sus altos valores [14] [18], mientras que el modelado de los sistemas de transmisión de movimiento y el análisis sobre su influencia en las posiciones articulares, está fuera del alcance de esta tesis.

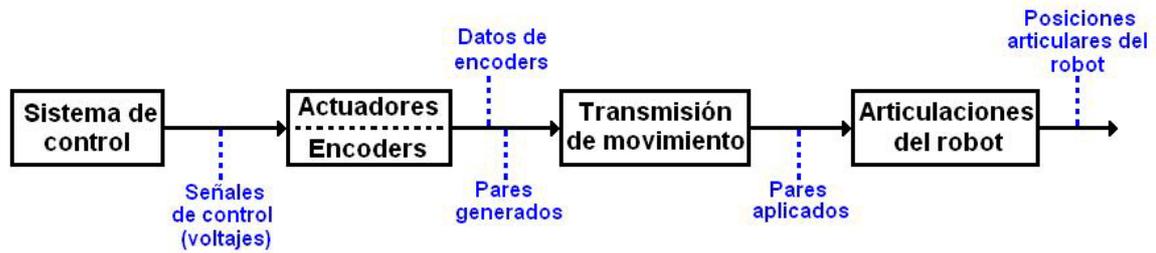


Figura 1.5. Diagrama de generación y transmisión de movimientos del Scorbot-ER 5plus

Algo similar ocurre con la relación presente entre los voltajes aplicados a los diferentes actuadores y el respectivo par generado (figura 1.5). Ambos aspectos deberán tenerse en cuenta tanto en el desarrollo de la identificación del sistema, como en la simulación de los lazos de control, por lo tanto se tratarán con más en detalle en los capítulos correspondientes.

1.1.2. Modelo geométrico directo

El modelo geométrico directo (MGD) de un robot es el conjunto de relaciones que define la localización del órgano terminal, expresada por las coordenadas agrupadas en el vector X , en función del vector de variables articulares q [15]:

$$X = f(q) \quad (1.3)$$

Donde el vector q contiene las posiciones de cada articulación dadas por los encoders del robot tal que:

$$q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_n]^T \quad (1.4)$$

Para una estructura serial como la del Scorbot estudiado, el modelo geométrico directo puede ser representado por la matriz de transformación 0T_n , la cual está conformada por los elementos que especifican la posición y orientación del robot, suficientes para determinar la ubicación de su órgano terminal referido a la base [15]:

$${}^0T_n = {}^0T_1(q_1) {}^1T_2(q_2) \dots {}^{n-1}T_n(q_n) \quad (1.5)$$

El cálculo del modelo geométrico directo se realizará sustituyendo los valores constantes de los parámetros geométricos de la tabla 1.1 en las matrices de transformación de la ecuación (1.2). De este modo, la primera matriz de transformación (para $j=1$) escrita como 0T_1 se estructura, siguiendo el procedimiento descrito, de la siguiente manera [15]:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} \text{Cos}\theta_1 & -\text{Sen}\theta_1 & 0 & d_1 \\ \text{Cos}\alpha_1\text{Sen}\theta_1 & \text{Cos}\alpha_1\text{Cos}\theta_1 & -\text{Sen}\alpha_1 & -r_1\text{Sen}\alpha_1 \\ \text{Sen}\alpha_1\text{Sen}\theta_1 & \text{Sen}\alpha_1\text{Cos}\theta_1 & \text{Cos}\alpha_1 & r_1\text{Cos}\alpha_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Con el fin de simplificar la anterior matriz, los elementos correspondientes a las funciones seno y coseno de θ_j , se escribirán S_j y C_j respectivamente. Además, como se puede apreciar en la tabla 1.1, los valores tanto de las distancias d_1 y r_1 como del ángulo α_1 son nulos, lo que indica que para el caso de estudio, la matriz de transformación que define el sistema de coordenadas de la junta 1 con respecto al sistema de coordenadas de la base finalmente se escribe como:

$${}^0T_1 = \begin{bmatrix} C1 & -S1 & 0 & 0 \\ S1 & C1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De una manera similar se obtienen el resto de matrices de transformación:

$${}^1T_2 = \begin{bmatrix} C2 & -S2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S2 & -C2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2T_3 = \begin{bmatrix} C3 & -S3 & 0 & D3 \\ S3 & C3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3T_4 = \begin{bmatrix} C4 & -S4 & 0 & D4 \\ S4 & C4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^4T_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Con el objetivo de obtener 0T_5 (relación entre el órgano terminal y la base) es más apropiado multiplicar las expresiones ${}^{j-1}T_j$, empezando desde la última matriz de transformación (4T_5) y terminando en la base, principalmente por dos razones:

- Las matrices intermedias jT_j involucradas (denotadas como T_j), serán usadas posteriormente para obtener el Modelo Geométrico Inverso (MGI);
- Este procedimiento reduce el número de operaciones (sumas y multiplicaciones) del modelo [15].

La obtención de las matrices intermedias, necesarias para llegar a 0T_5 , requieren del cálculo sucesivo de $T_j = {}^jT_5$ para $j = 4, \dots, 0$:

$$\begin{aligned}
 T_4 &= {}^4T_5 \\
 T_3 &= {}^3T_5 = {}^3T_4 T_4 \\
 T_2 &= {}^2T_5 = {}^2T_3 T_3 \\
 T_1 &= {}^1T_5 = {}^1T_2 T_2 \\
 T_0 &= {}^0T_5 = {}^0T_1 T_1
 \end{aligned} \tag{1.7}$$

Como se indica en la ecuación anterior, la matriz intermedia T_4 es igual a la matriz de transformación 4T_5 , la cual expresa la ubicación del extremo del efector final con respecto al sistema de coordenadas de la cuarta articulación:

$$T_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz T_3 se obtiene de resolver ${}^3T_4 * T_4$:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C4 & -S4 & 0 & D4 \\ S4 & C4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{{}^3T_4} * \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & D5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{T_4}$$

Resultando:

$$T_3 = \begin{bmatrix} C4 & -S4 & 0 & C4D5 + D4 \\ S4 & C4 & 0 & S4D5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para obtener el resto de matrices intermedias se realizan sucesivamente los cálculos indicados en las ecuaciones (1.7):

$$T_2 = \begin{bmatrix} C34 & -S34 & 0 & C34D5 + C3D4 + D3 \\ S34 & C34 & 0 & S34D5 + S3D4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} C234 & -S234 & 0 & C234D5 + C23D4 + C2D3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -S234 & -C234 & 0 & -S234D5 - S23D4 - S2D3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_0 = \begin{bmatrix} C1C234 & -C1S234 & -S1 & C1(C234D5 + C23D4 + C2D3) \\ S1C234 & -S1S234 & C1 & S1(C234D5 + C23D4 + C2D3) \\ -S234 & -C234 & 0 & -S234D5 - S23D4 - S2D3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

T_0 representará entonces el modelo geométrico directo del robot Scorbot-ER 5plus, utilizado para determinar la ubicación cartesiana de su órgano terminal (referido a la base), dadas las ecuaciones de orientación y posición (en función de las variables articulares) que constituyen dicho modelo.

1.1.3. Modelo geométrico inverso

El modelo geométrico inverso (MGI) de un robot, provee todas las posibles soluciones al problema de calcular las coordenadas articulares agrupadas en el vector q , correspondientes a una localización específica del órgano terminal en el espacio cartesiano (plano x, y, z). Es decir, el MGI entrega los ángulos de cada junta (posiciones articulares) del robot, dadas determinadas coordenadas cartesianas en que se ubica o desea ubicar el efector final [15].

Dado que el Scorbot-ER 5plus es un robot de geometría simple, donde casi todas sus distancias (r_j y d_j) son nulas y la mayoría de sus ángulos (θ_j y α_j) son cero ó $\pm\pi/2$, el modelo geométrico inverso puede ser obtenido analíticamente empleando el método de Paul, el cual se fundamenta en el siguiente principio [19]:

Considerando un robot con la matriz de transformación 0T_n dada en la ecuación (1.5) y sea U_0 la ubicación (posición, orientación) deseada tal que:

$$U_0 = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x & P_x \\ s_y & n_y & a_y & P_y \\ s_z & n_z & a_z & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

El modelo geométrico inverso se obtiene entonces al resolver el siguiente sistema:

$$U_0 = {}^0T_1(q_1) {}^1T_2(q_2) \dots {}^{n-1}T_n(q_n) \quad (1.9)$$

El método que propuso Paul [19] para encontrar las soluciones a esta ecuación, consiste en mover cada variable articular al lado izquierdo la expresión anterior una después de la otra, multiplicando sucesivamente la ecuación (1.9) por las matrices ${}^jT_{j-1}$, con j variando de 1 a $n-1$ [15]. De esta manera, las variables articulares se determinan entonces igualando los elementos de los dos lados de cada ecuación.

Para el caso del robot Scorbot-ER 5plus de cinco grados de libertad se procede de la siguiente manera:

- En el primer paso se multiplica la ecuación (1.9) por 1T_0 :

$${}^1T_0 * U_0 = {}^1T_0 * {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 \quad (1.10)$$

$${}^1T_0 U_0 = T_1$$

Considerando que los elementos de la izquierda son constantes o funciones de q_1 , mientras los de la derecha son constantes o funciones de q_2, \dots, q_5 , se pretende determinar q_1 a partir de la igualdad indicada en la ecuación anterior.

- El segundo paso consiste en multiplicar ambos lados de (1.10) por 2T_1 para obtener la variable q_2 .
- Se continúa con un procedimiento similar para el cálculo del resto de variables articulares.

En resumen, las ecuaciones usadas para la obtención de todos los elementos del vector de posiciones articulares q son:

$$\begin{aligned}
U_0 &= {}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 = T_0 \\
U_1 &= {}^1T_0 U_0 = T_1 \\
U_2 &= {}^2T_1 U_1 = T_2 \\
U_3 &= {}^3T_2 U_2 = T_3 \\
U_4 &= {}^4T_3 U_3 = T_4
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Una de las ventajas notables del procedimiento, es que tanto las matrices correspondientes al lado izquierdo de las ecuaciones (1.11), como las matrices intermedias T_n , fueron calculadas previamente cuando se desarrolló el modelo geométrico directo.

1.1.3.1. Cálculo de las variables articulares θ_j

Como se mencionó previamente, el propósito del modelo geométrico inverso es la obtención -en determinado momento- del vector de variables articulares, a partir de la orientación y/o posición cartesiana del órgano terminal del robot –e implícitamente de cada uno de sus eslabones-. Para efectuar este cálculo se utilizan inicialmente las ecuaciones de posición (cuarta columna de la ecuación (1.8) y de las matrices de transformación), de la siguiente manera:

- Desarrollo de la primera ecuación de (1.11) para obtener:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ 1 \end{bmatrix}}_{U_0} = \underbrace{\begin{bmatrix} C1(C234D5 + C23D4 + C2D3) \\ S1(C234D5 + C23D4 + C2D3) \\ -S234D5 - S23D4 - S2D3 \\ 1 \end{bmatrix}}_{T_0}$$

Se puede observar que los elementos de la derecha constituyen la cuarta columna de la matriz T_0 , obtenida previamente en el modelo geométrico directo, mientras los elementos de la izquierda corresponden a la posición deseada en el plano x, y, z .

- **Cálculo de θ_1 :**

Multiplicando ambos lados de $U_0 = {}^0T_5 = T_0$ por 1T_0 , como lo indica la segunda ecuación de (1.11), se obtiene la siguiente expresión:

$${}^1T_0 U_0 = {}^1T_5 = T_1$$

Para el cálculo de θ_1 se utiliza la cuarta columna (elementos de posición) de cada lado de la anterior igualdad:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C1P_x + S1P_y \\ -S1P_x + C1P_y \\ P_z \end{bmatrix}}_{U_1 = {}^1T_0 * U_0} = \underbrace{\begin{bmatrix} C234D5 + C23D4 + C2D3 \\ 0 \\ -S234D5 - S23D4 - S2D3 \end{bmatrix}}_{T_1}$$

La obtención del primer ángulo requiere evidentemente de la igualación de los elementos $U_1(2)$ y $T_1(2)$ de las anteriores matrices:

$$-S_1P_x + C_1P_y = 0$$

Lo que resulta en la siguiente expresión para θ_1 :

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{P_y}{P_x}\right)$$

- **Cálculo de θ_2 :**

Para el cálculo de θ_2 se toma de nuevo la segunda ecuación de (1.11) y, puesto que ya se ha desarrollado una expresión para θ_1 , se asume que los valores correspondientes al $C1$ y $S1$ son conocidos, lo que permite definir la siguiente constante para el elemento $U_1(2)$:

$$H = C_1P_x + S_1P_y$$

Se igualan respectivamente las filas 1 y 3 del vector de posición de las matrices U_1 y T_1 :

$$U_1(1) = T_1(1)$$

$$H = C234D5 + C23D4 + C2D3 \quad (1.12)$$

$$U_1(3) = T_1(3)$$

$$P_z = -S234D5 - S23D4 - S2D3 \quad (1.13)$$

Para dar solución al sistema de dos ecuaciones y tres incógnitas obtenido, es preciso emplear las ecuaciones de orientación, utilizando para ello la siguiente submatriz de (1.8):

$$U'_0 = \begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

Con la anterior submatriz se desarrolla un procedimiento similar al utilizado con las ecuaciones de posición, tal como se indica en la segunda expresión de (1.11):

$$U'_1 = {}^1T_0 U'_0 = T'_1$$

Reemplazando y multiplicando las anteriores matrices se llega a:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C1 & S1 & 0 \\ -S1 & C1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{{}^1T_0} \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & n_x & a_x \\ s_y & n_y & a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix}}_{U'_0} = T'_1$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C1s_x + S1s_y & C1n_x + S1n_y & C1a_x + S1a_y \\ -S1s_x + C1s_y & -S1n_x + C1n_y & -S1a_x + C1a_y \\ s_z & n_z & a_z \end{bmatrix}}_{U'_1 = {}^1T_0 * U'_0} = \underbrace{\begin{bmatrix} C234 & -S234 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -S234 & -C234 & 0 \end{bmatrix}}_{T'_1 \text{ Ecuaciones de orientación}}$$

Como se puede observar, al igualar las anteriores matrices se obtienen elementos útiles para simplificar el sistema de ecuaciones desarrollado para el cálculo de θ_2 :

$$-sz = S234$$

$$-nz = C234$$

Reemplazando las anteriores expresiones en las ecuaciones (1.12) y (1.13) se obtiene:

$$U_1(1) = T_1(1)$$

$$H - C2D3 + nzD5 = C23D4 \quad (1.15)$$

$$U_1(3) = T_1(3)$$

$$P_z + S2D3 - szD5 = -S23D4 \quad (1.16)$$

Una forma de solucionar este tipo de sistemas es efectuar la suma del cuadrado de las ecuaciones que lo constituyen, en este caso ecuación (1.15) y ecuación (1.16):

$$K1 = K2 * C2 + K3 * S2$$

Donde:

$$K1 = H^2 + P_z^2 + D3^2 - D4^2 + D5^2 (nz^2 + sz^2) - 2D5 (szP_z - nzH)$$

$$K2 = 2HD3 + 2D3D5nz$$

$$K3 = 2D3D5sz - 2P_zD3$$

A partir de lo anterior, la solución para θ_2 está dada por:

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{num2}{den2}\right)$$

Donde:

$$num2 = \frac{-K2\left(2K1K2 + 2\sqrt{K2^2 K3^2 + K3^4 - K3^2 K1^2}\right) + 2K1(K2^2 + K3^2)}{2K3(K2^2 + K3^2)}$$

$$den2 = \frac{2K1K2 + 2\sqrt{K2^2 K3^2 + K3^4 - K3^2 K1^2}}{2(K2^2 + K3^2)}$$

- **Cálculo de θ_3 :**

Para la obtención de θ_3 se parte de la tercera ecuación de (1.11), utilizando los elementos correspondientes a la posición (cuarta columna):

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C2(C1P_x + S1P_y) - S2P_z \\ -S2(C1P_x + S1P_y) - C2P_z \\ -S1P_x + C1P_y \end{bmatrix}}_{U_2 = {}^2T_1 * U_1} = \underbrace{\begin{bmatrix} C34D5 + C3D4 + D3 \\ S34D5 + S3D4 \\ 0 \end{bmatrix}}_{T_2}$$

Aprovechando que las funciones trigonométricas de θ_1 y θ_2 son valores conocidos, se definen las siguientes constantes:

$$H = C1P_x + S1P_y$$

$$M = C2H - S2P_z$$

$$N = -S2H - C2P_z$$

La igualación de las dos primeras filas de las anteriores matrices resulta:

$$U_2(1) = T_2(1)$$

$$M - D3 - C3D4 = C34D5 \quad (1.17)$$

$$U_2(2) = T_2(2)$$

$$N - S3D4 = S34D5 \quad (1.18)$$

Efectuando la suma del cuadrado de (1.17) y (1.18) se obtiene:

$$A1 = A2 * C3 + A3 * S3$$

Donde:

$$A1 = M^2 + N^2 + D3^2 + D4^2 - 2MD3 - D5^2$$

$$A2 = 2MD4 - 2D3D4$$

$$A3 = 2ND4$$

La solución para θ_3 está dada por:

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{\text{num3}}{\text{den3}}\right)$$

Donde:

$$\text{num3} = \frac{-A2\left(2A1A2 + 2\sqrt{A2^2 A3^2 + A3^4 - A3^2 A1^2}\right) + 2A1(A2^2 + A3^2)}{2A3(A2^2 + A3^2)}$$

$$\text{den3} = \frac{2A1A2 + 2\sqrt{A2^2 A3^2 + A3^4 - A3^2 A1^2}}{2(A2^2 + A3^2)}$$

- **Cálculo de θ_4 :**

Finalmente, para la obtención de θ_4 se utiliza de nuevo la tercera ecuación de (1.11), reorganizando la igualdad de sus elementos de la siguiente manera:

$$U_2(1) = T_2(1)$$

$$M - D3 = C34D5 + C3D4 \quad (1.19)$$

$$U_2(2) = T_2(2)$$

$$N = S34D5 + S3D4 \tag{1.20}$$

Efectuando la suma del cuadrado de (1.19) y (1.20) se obtiene:

$$C4 = \frac{M^2 + N^2 + D3^2 - D4^2 - 2MD3 - D5^2}{2D4D5}$$

A partir de la anterior ecuación se obtiene una expresión que permite calcular θ_4 :

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{S4}{C4}\right)$$

Donde:

$$S4 = \sqrt{1 - C4^2}$$

1.1.3.2. Validación de los modelos geométricos del robot Scorbot-ER 5plus

Una vez obtenidas las expresiones simbólicas que constituyen los modelos geométricos inverso y directo del robot Scorbot-ER 5plus, es preciso aplicar un método para verificar su validez. Lo más conveniente en este caso, es implementar en simulación la prueba indicada en el diagrama de bloques de la figura 1.6, la cual consiste en introducir al MGI una serie de coordenadas cartesianas, correspondientes a una trayectoria específica en el plano x, y, z , las cuales serán procesadas para calcular y entregar al MGD las coordenadas articulares acordes a las posiciones y orientaciones espaciales introducidas. El MGD por su parte, deberá efectuar el procedimiento inverso, entregando a la salida una serie de valores cartesianos que, si la estructura de los modelos es coherente, deberán corresponder a la trayectoria espacial utilizada inicialmente.

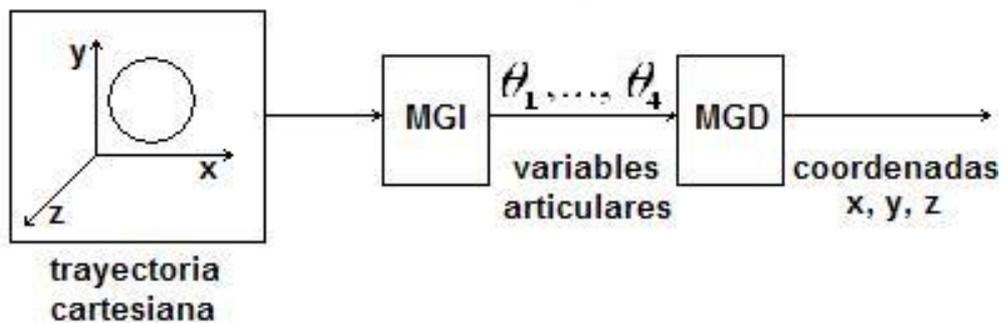


Figura 1.6. Esquema de prueba del MGI y MGD.

En un sentido práctico fue necesario, para realizar la validación descrita, escribir los modelos geométricos como archivos de Matlab y estructurar el esquema de la figura 1.7 en Simulink (anexo A), utilizando para ello una trayectoria cartesiana representativa de las tareas desempeñadas por el robot real, la cual, por conveniencia para el análisis, corresponde en este caso a la trayectoria circular explicada detalladamente en el tercer capítulo.

La validación de los modelos geométricos del robot Scorbot-ER 5plus, efectuada al simular el diagrama de Simulink de la figura 1.7, requiere de la definición de tres constantes, para especificar el valor en cada eje x, y, z , que constituyen la trayectoria circular a utilizar. La coincidencia de las trayectorias de entrada y salida (figura 1.8), indica que los modelos han sido desarrollados correctamente, y que pueden ser implementados en los esquemas de control estudiados en el capítulo 3.

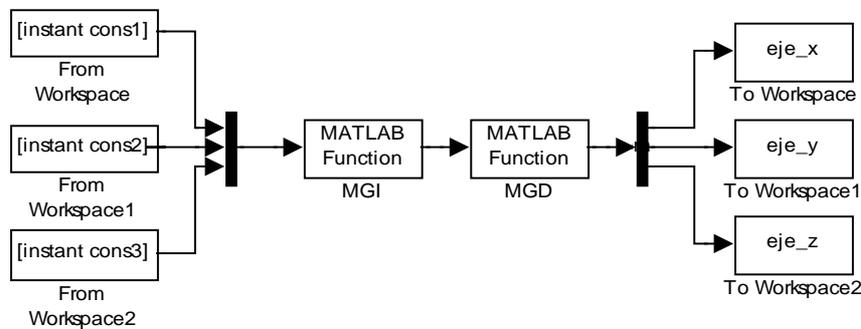


Figura 1.7. Diagrama en Simulink para validar los modelos geométricos.

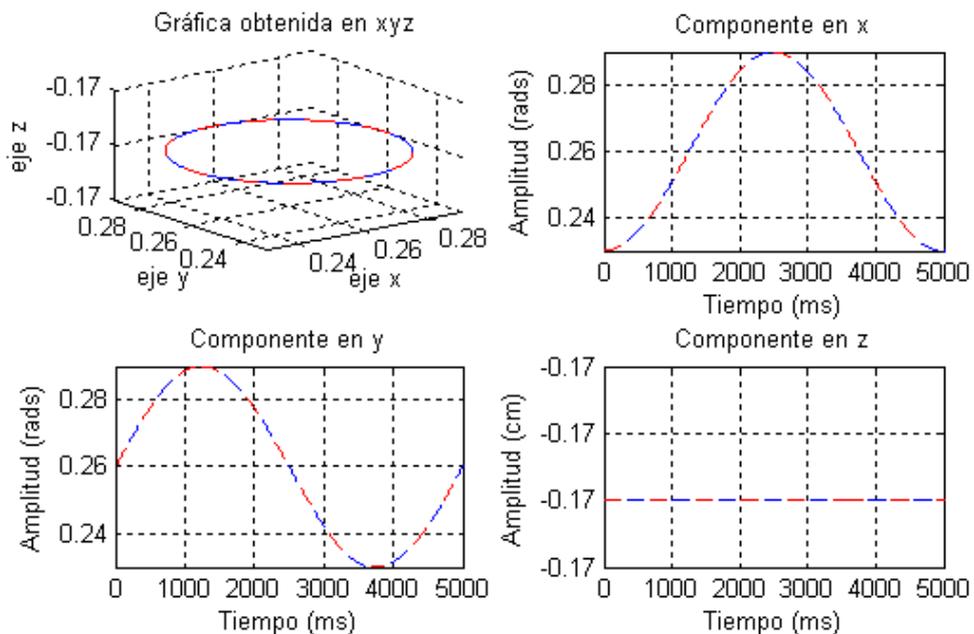


Figura 1.8. Trayectorias Cartesianas de entrada (azul) y salida (rojo)

1.2. MODELO DINÁMICO

El modelo dinámico (MD) es un conjunto de ecuaciones no lineales acopladas que juega un importante papel en el diseño y operación de un robot, pues su objetivo es conocer el vínculo existente entre las fuerzas aplicadas y el movimiento que se origina como resultado de dichas fuerzas. Es decir, el modelo dinámico describe la evolución en el tiempo de las variables articulares del robot en función de los pares desarrollados por los actuadores del mismo, para lo cual relaciona matemáticamente [20]:

- La localización del robot, definida por sus variables articulares o por las coordenadas de localización de su extremo, y la derivada de dichas variables (velocidad y aceleración);
- Las fuerzas y pares aplicados en las articulaciones (y/o en el extremo del robot);
- Los parámetros dimensionales del robot, como longitudes, masas e inercias de sus elementos.

La obtención del modelo dinámico de un robot es una tarea cuyo planteamiento y desarrollo se complica conforme aumentan los grados de libertad del sistema. Este hecho ha llevado a la mayoría de fabricantes a pasar por alto la obtención de dicho modelo para los robots que comercializan, como en el caso del robot Scorbot-ER 5plus, objeto de estudio de este trabajo. No obstante, el modelo dinámico directo (MDD) es indispensable para realizar simulaciones del movimiento del robot, útiles para probar, analizar y evaluar su desempeño respecto a las distintas consignas y leyes de control utilizadas.

El modelo dinámico inverso (MDI) por su parte, constituye una herramienta adecuada en la selección de los actuadores -a partir del cálculo de los respectivos pares- que un robot requiere para ejecutar los movimientos que se le demanden. De igual manera, el MDI de un robot es usado para estructurar técnicas de control basadas en el modelo matemático del robot, tales como el control por par calculado (CTC) [21], el control predictivo funcional (PFC) [22], el control robusto [23], entre otras.

1.2.1. Formulación de Lagrange

Uno de los procedimientos más empleados para desarrollar el modelo dinámico es el método de Lagrange [24] [25] [26], el cual está constituido por un conjunto de ecuaciones diferenciales que describen, en términos del trabajo y la energía almacenada, el comportamiento de la dinámica del sistema robótico durante el movimiento de sus eslabones, siendo necesario para ello calcular las energías cinéticas y potenciales de todas las juntas del robot con el fin de desarrollar finalmente un modelo basado en el balance de energía del sistema [27].

De acuerdo a la formulación de Lagrange, la relación entre la posición articular de un eslabón de masa m y la fuerza o par aplicado sobre él, es estructurada comúnmente de la siguiente forma:

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (1.21)$$

Con:

L : Lagrangiano del robot, igual a $L = E - U$

E : Energía cinética total del sistema

U : Energía potencial total del sistema

Γ_i : Par aplicado al eslabón i

A partir de la expresión anterior es posible obtener la ecuación de Lagrange para un sistema manipulador como el Scorbot-ER 5plus, la cual puede escribirse como:

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + Q(q) \quad (1.22)$$

Donde:

A : Matriz de inercia del robot, cuyos elementos dependen de su energía cinética.

Q : Vector de fuerzas de gravedad, cuyos elementos dependen de la energía potencial del robot.

C : Vector que representa las fuerzas de Coriolis y centrífugas.

Los anteriores elementos (A , C y Q) son funciones tanto de los parámetros inerciales y geométricos del robot, como de las variables articulares (posiciones, velocidades y aceleraciones de cada junta). El término Γ por su parte, es el vector que agrupa los pares con que los motores actúan sobre las respectivas uniones del robot.

1.2.2. Modelo Dinámico Directo

El modelo dinámico directo de un robot (MDD), expresa la evolución en el tiempo de las variables articulares en función de las fuerzas que intervienen, es decir, el MDD describe las aceleraciones de cada articulación en términos de sus posiciones, velocidades, pares aplicados y fuerzas y momentos ejercidos por el robot en el entorno, lo cual se representa por la relación [15]:

$$\ddot{q} = g(q, \dot{q}, \Gamma, f_e) \quad (1.23)$$

El modelo dinámico de un robot con varios grados de libertad como el Scorbot, representa un complicado sistema en el que interactúan aspectos dinámicos estructurales, como la acción

de la inercia y la gravedad, así como el efecto de fuerzas centrífugas, centrípetas y de Coriolis [28] [29] [30].

1.2.2.1. Determinación de los parámetros inerciales de base

Los parámetros inerciales son los elementos que conforman el modelo dinámico de un robot y deben ser calculados para cada uno de sus cuerpos; por lo tanto la complejidad numérica y computacional de su desarrollo y aplicación (en simulación y/o control) es mayor conforme aumentan los grados de libertad del sistema. No obstante, para calcular el modelo de manera simplificada, es posible utilizar un conjunto mínimo de parámetros de inercia necesarios, los cuales corresponden a aquellos que efectivamente influyen el comportamiento dinámico del robot y cuyo valor será estimado posteriormente utilizando técnicas de identificación. Este conjunto de parámetros inerciales de base capaces de describir correctamente el desempeño del sistema robótico, serán deducidos de los parámetros estándar, eliminando aquellos que no tienen efecto sobre el modelo y agrupando algunos otros [25] [31].

Los parámetros inerciales estándar para cada cuerpo del robot, organizados en el vector K (1.24), están constituidos por:

- un elemento para la masa
- un elemento para la inercia del rotor, indicando la resistencia del mismo al cambio de su velocidad de giro.
- seis elementos para los tensores de inercia, los cuales describen el efecto que la forma y distribución de masa de cada cuerpo del robot tiene sobre la relación entre su momento y velocidad angular, respecto al movimiento sobre su eje rotación.
- tres elementos para los primeros momentos de inercia, los cuales se pueden interpretar como masa rotacional que depende de su distribución en cada eslabón y de la distancia con respecto al respectivo eje de rotación z_j .

$$K = \left[XX_j \quad XY_j \quad XZ_j \quad YY_j \quad YZ_j \quad ZZ_j \quad MX_j \quad MY_j \quad MZ_j \quad M_j \quad Ia_j \right] \quad (1.24)$$

Considerando que el Scrobot-ER 5plus se representará en este trabajo con un modelo de cuatro grados de libertad, el vector K tendría un máximo de 44 elementos para este caso. Pensando en reducir los cálculos, la complejidad de las ecuaciones y la carga computacional, es recomendable utilizar un software especializado [32] (anexo B), que permita obtener el conjunto de parámetros básicos (optimizados) para la constitución del MD del robot en cuestión.

1.2.2.2. Parámetros inerciales de base del robot Scorbob-ER 5plus

Para el cálculo de los parámetros de base del robot estudiado se utilizó el software Simoro [32], el cual entrega los parámetros inerciales de base simplificados (organizados en la tabla 1.2) a partir de los parámetros geométricos del robot en cuestión (tabla 1.1) (anexo B), eliminando aquellos parámetros de valor nulo, asumiendo que los tensores de inercia ${}^j J_j$ para $j=1,\dots,4$ son diagonales (dado el supuesto que el rotor tiene una distribución de masa simétrica con respecto a su eje de rotación) [33] [34] y considerando que los primeros momentos de inercia [15] [35] [36] se determinan a partir de la relación entre cada sistema de coordenadas con centro en el eje z_j y el respectivo sistema de coordenadas con origen en cada centro de masa.

j	XX_j	XY_j	XZ_j	YY_j	YZ_j	ZZ_j	MX_j	MY_j	MZ_j	M_j	I_{aj}
1	0	0	0	0	0	ZZR_1	0	MY_1	0	0	0
2	XXR_2	0	0	0	0	ZZR_2	MX_2	0	0	0	0
3	XXR_3	0	0	0	0	ZZR_3	MX_3	MY_3	0	0	I_3
4	XXR_4	0	0	0	0	ZZR_4	MX_4	MY_4	0	0	I_4
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 1.2. Parámetros inerciales de base simplificados del robot Scorbob-ER 5plus

Luego de determinar los parámetros inerciales de base simplificados del Scorbob-ER 5plus, el siguiente paso consiste en estimar su valor utilizando técnicas de identificación, como se indica en el capítulo 2. El resultado de estos procedimientos permitirá entonces completar el modelo dinámico directo, el cual, como se mencionó previamente, se utilizará para la simulación del sistema real en el software Matlab/Simulink [37], con el fin de evaluar su desempeño como parte de los lazos de control planteados en el capítulo 3.

1.2.3. Modelo Dinámico Inverso

El modelo dinámico inverso (MDI) de un robot provee las fuerzas y pares articulares de cada actuador, en términos de las posiciones, velocidades, aceleraciones de cada articulación y las fuerzas y momentos ejercidas por el robot sobre el entorno [15].

Es decir, cuando se utiliza una técnica basada en el modelo dinámico para el control de un robot, se estructura el lazo de manera que el MDI reciba los valores de las variables articulares del sistema (vector q) -captados por los respectivos sensores-, con base en los cuales se efectúa la operación indicada en la ecuación (1.25) [15], determinando de este modo los torques de alimentación (Γ), que el robot necesita para desempeñarse de acuerdo a una consigna especificada.

$$\Gamma = f(q, \dot{q}, \ddot{q}, f_e) \quad (1.25)$$

Con:

Γ : Vector de pares y fuerzas articulares.

q : Vector de posiciones articulares.

\dot{q} : Vector de velocidades articulares.

\ddot{q} : Vector de aceleraciones articulares.

f_e : Vector de fuerzas y momentos ejercidos por el robot sobre el entorno.

La ecuación (1.22) obtenida previamente de la formulación de Lagrange [24] [25] establece la estructura del modelo dinámico inverso de un robot, sin embargo, la complejidad de la ecuación, conduce a efectuar algunas simplificaciones, como prescindir del término que representa las fuerzas de Coriolis y centrífugas, partiendo de la consideración que dichas fuerzas sólo tienen efecto a muy altas velocidades de operación [20] [38].

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + Q \quad (1.26)$$

Como se mencionó anteriormente, puesto que el robot Scorbobot-ER 5plus se modeló como un sistema de cuatro grados de libertad, el MDI se estructurará, a partir de la ecuación (1.26), de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \Gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & A(1,3) & A(1,4) \\ A(2,1) & A(2,2) & A(2,3) & A(2,4) \\ A(3,1) & A(3,2) & A(3,3) & A(3,4) \\ A(4,1) & A(4,2) & A(4,3) & A(4,4) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

Como se aprecia en el modelo anterior, es preciso conformar tanto la matriz de inercia A -a partir de los elementos de la energía cinética- como el vector de fuerzas de gravedad Q -utilizando la expresión de energía potencial- ya que, considerando que las expresiones para las energías cinética y potencial (referidas en la formulación de Lagrange [24] [25]) son lineales en los elementos correspondientes a tensores de inercia (${}^j J_j$), primeros momentos (${}^j MS_j$) y masas (M_j), se deduce entonces que el modelo dinámico es también lineal en estos parámetros [15] [39][40].

La ecuación simplificada (1.26), utilizada para construir el modelo dinámico inverso del robot Scorbobot estudiado, provee el valor de los pares y fuerzas que deben generar los actuadores de modo que las variables articulares tomen valores asociados a una determinada trayectoria $q(t)$. Para la construcción de dicha ecuación se requiere calcular el Lagrangiano del sistema (diferencia entre la energía cinética y potencial) [17] [26] [27] [41], cuyos

elementos, como se mencionó previamente, serán la base para constituir la matriz de inercia del robot A y el vector de fuerzas de gravedad Q .

1.2.3.1. Cálculo de la Energía Cinética

La energía cinética de un robot es debida a la rotación de sus eslabones, o a la translación de los mismos en caso de juntas prismáticas, lo cual está representado en la siguiente expresión [15]:

$$E = \sum_{j=1}^n E_j \quad (1.28)$$

En la anterior ecuación E_j denota la energía cinética de cada eslabón j , que puede ser calculada de acuerdo a [15]:

$$E_j = \frac{1}{2} \left[{}^j\omega_j^T {}^jJ_j {}^j\omega_j + M_j {}^jV_j^T {}^jV_j + 2 {}^jMS_j^T ({}^jV_j \times {}^j\omega_j) \right] \quad (1.29)$$

Donde:

${}^j\omega_j$: Velocidad angular del eslabón C_j .

jV_j : Velocidad lineal del eslabón j .

M_j : Masa del cuerpo C_j .

jJ_j : Tensor de inercia del cuerpo C_j .

jMS_j : Primeros momentos de inercia del cuerpo C_j .

La velocidad lineal o de translación (jV_j) y la velocidad angular o de rotación (${}^j\omega_j$) se calculan usando las siguientes ecuaciones.

$${}^j\omega_j = {}^jA_{j-1} {}^{j-1}\omega_{j-1} + \bar{\sigma}_j \dot{q}_j {}^j a_j \quad (1.30)$$

$${}^jV_j = {}^jA_{j-1} ({}^{j-1}V_{j-1} + {}^{j-1}\omega_{j-1} \times {}^{j-1}P_j) + \sigma_j \dot{q}_j {}^j a_j \quad (1.31)$$

Como se aprecia en las anteriores ecuaciones, la velocidad angular está constituida por el elemento geométrico σ_j (que indica si una articulación es rotoide o prismática), las submatrices de orientación U_j' , así como por el vector unitario ${}^j a_j$ referido al eje z

(ecuación 1.32). La velocidad lineal por su parte, involucra además los vectores de posición P del robot (cuarta columna de las matrices de transformación) [15].

$${}^j a_j = [0 \quad 0 \quad q_j] \quad (1.32)$$

- **Velocidad angular**

Utilizando la ecuación (1.30) para calcular las velocidades de rotación del Scorbot-ER 5plus se obtiene [15]:

$${}^0 \omega_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$${}^1 \omega_1 = [0 \quad 0 \quad \dot{q}_1]^T$$

$${}^2 \omega_2 = [-S_2 \dot{q}_1 \quad -C_2 \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$$

$${}^3 \omega_3 = [-S_2 S_3 \dot{q}_1 \quad -C_2 S_3 \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 + \dot{q}_3]^T$$

$${}^4 \omega_4 = [-S_{234} \dot{q}_1 \quad -C_{234} \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 + \dot{q}_3 + \dot{q}_4]^T$$

Como se mencionó en el modelo geométrico, la masa correspondiente al efector final fue considerada como parte del cuarto cuerpo del robot, teniendo en cuenta sólo la distancia D_5 y no su propia dinámica (basada en el movimiento Roll y cuyo efecto no es significativo en el comportamiento dinámico del robot [17]); Por esta razón ${}^5 \omega_5 = {}^4 \omega_4$.

- **Velocidad lineal**

Luego de aplicar la ecuación (1.31) para el cálculo de la velocidad de translación del robot Scorbot estudiado, se obtiene [15]:

$${}^0 V_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$${}^1 V_1 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$${}^2 V_2 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$${}^3 V_3 = [\dot{q}_2 S_3 D_3 \quad \dot{q}_2 C_3 D_3 \quad \dot{q}_1 C_2 D_3]^T$$

$${}^4V_4 = \begin{bmatrix} \dot{q}_2 S34D_3 + S4D_4 (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ \dot{q}_2 C34D_3 + C4D_4 (\dot{q}_2 + \dot{q}_3) \\ \dot{q}_1 C2D_3 + \dot{q}_1 C23D_4 \end{bmatrix}$$

- **Energía cinética de cada eslabón j**

Reemplazando en la ecuación (1.29), las velocidades lineales y velocidades angulares calculadas anteriormente, así como los primeros momentos de inercia, masas y tensores de inercia organizados en la tabla 1.3, se obtiene finalmente las expresiones correspondientes a la energía cinética para cada cuerpo del Scorbot-ER 5plus:

– Base:

$$E_0 = 0$$

– Eslabón 1:

$$E_1 = \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 (ZZR_1)$$

– Eslabón 2:

$$E_2 = \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 (XXR_2 * S2^2) + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 (ZZR_2)$$

– Eslabón 3:

$$\begin{aligned} E_3 = & \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 (XXR_3 S23^2 + 2MXR_3 C2C23D3 - 2MYR_3 C2S23D3) \\ & + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 (ZZR_3 + 2MXR_3 C3D3 - 2MYR_3 S3D3) \\ & + \frac{1}{2} \dot{q}_3^2 (ZZR_3) + \dot{q}_2 \dot{q}_3 (ZZR_3 + MXR_3 C3D3 - MYR_3 S3D3) \end{aligned}$$

– Eslabón 4:

$$\begin{aligned}
E_4 = & \frac{1}{2} \dot{q}_1^2 (S_{234}^2 XXR_4 + 2MXR_4 C_2 C_{234} D_3 + 2MXR_4 C_{23} C_{234} D_4 - 2MYR_4 C_2 S_{234} D_3 - 2MYR_4 C_{23} S_{234} D_4) \\
& + \frac{1}{2} \dot{q}_2^2 (ZZR_4 + 2MXR_4 C_{34} D_3 + 2MXR_4 C_4 D_4 - 2MYR_4 S_{34} D_3 - 2MYR_4 S_4 D_4) \\
& + \frac{1}{2} \dot{q}_3^2 (ZZR_4 + 2MXR_4 C_4 D_4 - 2MYR_4 S_4 D_4) \\
& + \frac{1}{2} \dot{q}_4^2 (ZZR_4) + \dot{q}_2 \dot{q}_3 (ZZR_4 + MXR_4 C_{34} D_3 + 2MXR_4 C_4 D_4 - MYR_4 S_{34} D_3 - 2MYR_4 S_4 D_4) \\
& + \dot{q}_2 \dot{q}_4 (ZZR_4 + MXR_4 C_{34} D_3 + MXR_4 C_4 D_4 - MYR_4 S_{34} D_3 - MYR_4 S_4 D_4) \\
& + \dot{q}_3 \dot{q}_4 (ZZR_4 + MXR_4 C_4 D_4 - MYR_4 S_4 D_4)
\end{aligned}$$

1.2.3.2. Cálculo de la Energía Potencial

La energía potencial del robot, expresada en la ecuación (1.33), está dada por las posiciones relativas de sus eslabones, suponiendo que toda la masa del cuerpo j está concentrada en su centro de masa [15]:

$$U = \sum_{j=1}^n U_j \quad (1.33)$$

La expresión U_j para la energía potencial de cada eslabón j puede ser escrita de acuerdo a [15]:

$$U_j = -{}^0g^T [M_j {}^0P_j + {}^0A_j {}^jMS_j] \quad (1.34)$$

Donde:

- g : Vector de gravedad referido al eje z .
- M_j : Masa del cuerpo C_j .
- jMS_j : Primeros momentos de inercia del cuerpo C_j .
- 0A_j : Submatrices de orientación U'_j .
- 0P_j : Vector de posición.

Los elementos 0A_j y 0P_j son los componentes de la matriz de transformación 0T_j , indicando la evidente influencia de la posición y orientación de los cuerpos del robot sobre su energía potencial, la cual depende además de la manera en que la gravedad e inercia interactúan sobre dichos cuerpos.

- **Energía potencial de cada eslabón j**

Reemplazando los respectivos valores de cada elemento de la ecuación (1.34), se obtienen las expresiones de energía potencial para los diferentes eslabones del robot Scorbot-ER 5plus de la siguiente manera:

– Eslabón 1:

$$U_1 = 0$$

– Eslabón 2:

$$U_2 = S2MXR_2G$$

– Eslabón 3:

$$U_3 = S23MXR_3G + C23MYR_3G$$

– Eslabón 4:

$$U_4 = S234MXR_4G + C234MYR_4G$$

La expresión resultante para la energía potencial total del robot estudiado, de acuerdo a la ecuación (1.33) es:

$$U = S2MXR_2G + S23MXR_3G + C23MYR_3G + S234MXR_4G + C234MYR_4G \quad (1.35)$$

1.2.3.3. Cálculo de la matriz de inercia A

La matriz de inercia de un manipulador como el Scorbot-ER 5plus, está constituida por una serie de expresiones escritas en función tanto del valor de sus variables articulares como de sus parámetros inerciales de base (tabla 1.3) [35] [42], los cuales, al ser desconocidos -y muy difíciles de medir- en un sistema ensamblado como el robot estudiado, requieren ser estimados por medio de un procedimiento de identificación adecuado.

La conformación de la matriz de inercia de un robot manipulador (de la forma mostrada en la ecuación (1.36)), se realiza con base en los elementos que constituyen su energía cinética total (ecuación (1.28)), definiendo para ello cada elemento $A(i, j)$ (para $i = j$) como la suma de los coeficientes del término $(\dot{q}_i^2/2)$. En caso contrario (para $i \neq j$), el elemento $A(i, j)$ es igual a la suma de los coeficientes de $(\dot{q}_i\dot{q}_j)$ de la expresión de energía cinética E_j (ecuación (1.29)).

$$A = \begin{bmatrix} A(1,1) & A(1,2) & A(1,3) & A(1,4) \\ A(2,1) & A(2,2) & A(2,3) & A(2,4) \\ A(3,1) & A(3,2) & A(3,3) & A(3,4) \\ A(4,1) & A(4,2) & A(4,3) & A(4,4) \end{bmatrix} \quad (1.36)$$

Como se puede observar en la ecuación anterior, la matriz de inercia A de un robot es simétrica, por lo tanto el elemento $A(i, j)$ es igual a $A(j, i)$ cuando $i \neq j$. Considerando los anteriores aspectos, las filas de A para el robot estudiado estarán organizadas de la siguiente manera:

– Primera fila:

De acuerdo a lo anterior, el elemento $A(1,1)$ estará conformado por los coeficientes de $\dot{q}_1^2/2$ que hacen parte de la ecuación de energía cinética total del robot, calculada previamente:

$$A(1,1) = ZZR_1 + XXR_2S^2 + XXR_3S2^2 + 2MXR_3C2C23D_3 - 2MYR_3C2S23D_3 + S234^2 XXR_4 + 2MXR_4C2C234D_3 + 2MXR_4C23C234D_4 - 2MYR_4C2S234D_3 - 2MYR_4C23S234D_4$$

El elemento $A(1,2)$ por su parte, reúne los coeficientes de $\dot{q}_1\dot{q}_2$:

$$A(1,2) = 0$$

El resto de elementos $A(i, j)$ se calculan siguiendo el procedimiento descrito:

$$A(1,3) = 0$$

$$A(1,4) = 0$$

– Segunda fila:

$$A(2,2) = ZZR_2 + ZZR_3 + 2MXR_3C3D3 - 2MYR_3S3D3 + ZZR_4 + 2MXR_4C34D_3 + 2MXR_4C4D4 - 2MYR_4S34D3 - 2MYR_4S4D4$$

$$A(2,3) = ZZR_3 + MXR_3C3D3 - MYR_3S3D3 + ZZR_4 + MXR_4C34D3 + 2MXR_4C4D4 - MYR_4S34D3 - 2MYR_4S4D4$$

$$A(2,4) = ZZR_4 + MXR_4C34D3 + MXR_4C4D4 - MYR_4S34D3 - MYR_4S4D4$$

– Tercera fila:

$$A(3,3) = ZZR_3 + ZZR_4 + 2MXR_4C_4D_4 - 2MYR_4S_4D_4 + I_{a3}$$

$$A(3,4) = ZZR_4 + MXR_4C4D4 - MYR_4S4D4$$

– Cuarta fila:

$$A(4,4) = ZZR_4 + I_{a4}$$

1.2.3.4. Cálculo del vector de fuerzas de gravedad Q

Con base en la energía potencial total U , indicada en ecuación (1.35), se determinan los elementos correspondientes al vector de fuerzas de gravedad Q , derivando dicha ecuación con respecto a cada q_i como lo indica la siguiente expresión [15]:

$$Q_i = \frac{\partial U}{\partial q_i} \quad (1.37)$$

La obtención de Q_1 , a partir de la ecuación anterior, requiere entonces de la operación:

$$Q_1 = \frac{\partial [S2MXR_2G + S23MXR_3G + C23MYR_3G + S234MXR_4G + C234MYR_4G]}{\partial q_1}$$

Finalmente, al efectuar la derivada correspondiente se obtiene:

$$Q_1 = 0$$

Del mismo modo se realiza el cálculo de los elementos Q_i restantes:

$$Q_2 = G [C2MXR_2 + C23MXR_3 - S23MYR_3 + C234MXR_4 - S234MYR_4]$$

$$Q_3 = G [C23MXR_3 - S23MYR_3 + C234MXR_4 - S234MYR_4]$$

$$Q_4 = G [C234MXR_4 - S234MYR_4]$$

Ahora que se ha obtenido la matriz de inercia A y el vector de fuerzas de gravedad Q , es posible estructurar los modelos dinámicos directo e inverso del Scrobot-ER 5plus con base en la ecuación (1.27), los cuales, una vez identificado el valor de los parámetros inerciales de base que los componen (capítulo 2), serán implementados en Matlab para su aplicación, tanto en la simulación del robot (utilizando el MDD de la ecuación (1.38)) como en el diseño de técnicas de control basadas en el modelo (MDI de la ecuación 1.39) para el caso de estudio (capítulo 3).

$$\ddot{q} = A^{-1} [\Gamma - Q] \quad (1.38)$$

$$\Gamma = A\ddot{q} + Q \quad (1.39)$$

2. IDENTIFICACIÓN DEL ROBOT SCORBOT-ER 5 PLUS

La aplicación de robots como el Scrobot-ER 5plus en diversas tareas de propósitos productivos y/o académicos, hace necesaria la implementación de controladores robustos -que garanticen un desempeño adecuado del sistema- y el desarrollo de simulaciones -que faciliten el diseño de dichos controladores-, permitiendo evaluar la respuesta del robot, como parte de un lazo de control, sin la necesidad de su implementación física. En ambos casos se requiere tener un modelo matemático del sistema que relacione sus parámetros dinámicos, no obstante, los fabricantes no proveen esta información frecuentemente –por confidencialidad y/o por desconocimiento-, lo cual conlleva a que se deba utilizar un procedimiento confiable que permita obtener -lo más exactamente posible- el valor de dichos parámetros, y por consiguiente, el modelo completo representativo de la dinámicas del sistema robótico.

La identificación de sistemas se presenta en la literatura como un método fácil y preciso para estimar los parámetros dinámicos de un robot [43]. Dicho procedimiento, descrito en la figura (2.1), está constituido por el conjunto de teorías, algoritmos y estudios cuyo objetivo evidente es el conocimiento de las características dinámicas de un sistema (sintetizadas en su modelo matemático) a partir del análisis de datos experimentales [43] [44] [45]. Es decir, la obtención mediante técnicas de identificación del valor de los parámetros del robot (el cual se abordará en este trabajo como un modelo tipo caja gris, debido a que su estructura -con ciertas incógnitas- se derivó a partir de leyes físicas que describen el comportamiento del sistema (figura 2.2) [24] [46]), se fundamenta en el desarrollo de algunos experimentos con el sistemas real, consistentes en medir las secuencias de salida, correspondientes a ciertas trayectorias de entrada suministradas.

$$\Gamma = A(q)\ddot{q} + Q(q) \tag{2.1}$$

Donde:

A : Matriz de inercia del robot

Q : Vector de las fuerzas de gravedad

Como se observó previamente, los componentes de la ecuación (2.1) dependen de los parámetros inerciales de cada eslabón j . Dada la complejidad del proceso de estimación conforme aumentan los grados de libertad del sistema, se utilizará el conjunto de parámetros agrupados en la tabla (1.2), para reestructurar el modelo del robot como una regresión lineal, posibilitando la inferencia de las salidas del robot en simulación (usando el MDD), a partir de una serie de datos sensados inicialmente del sistema real.

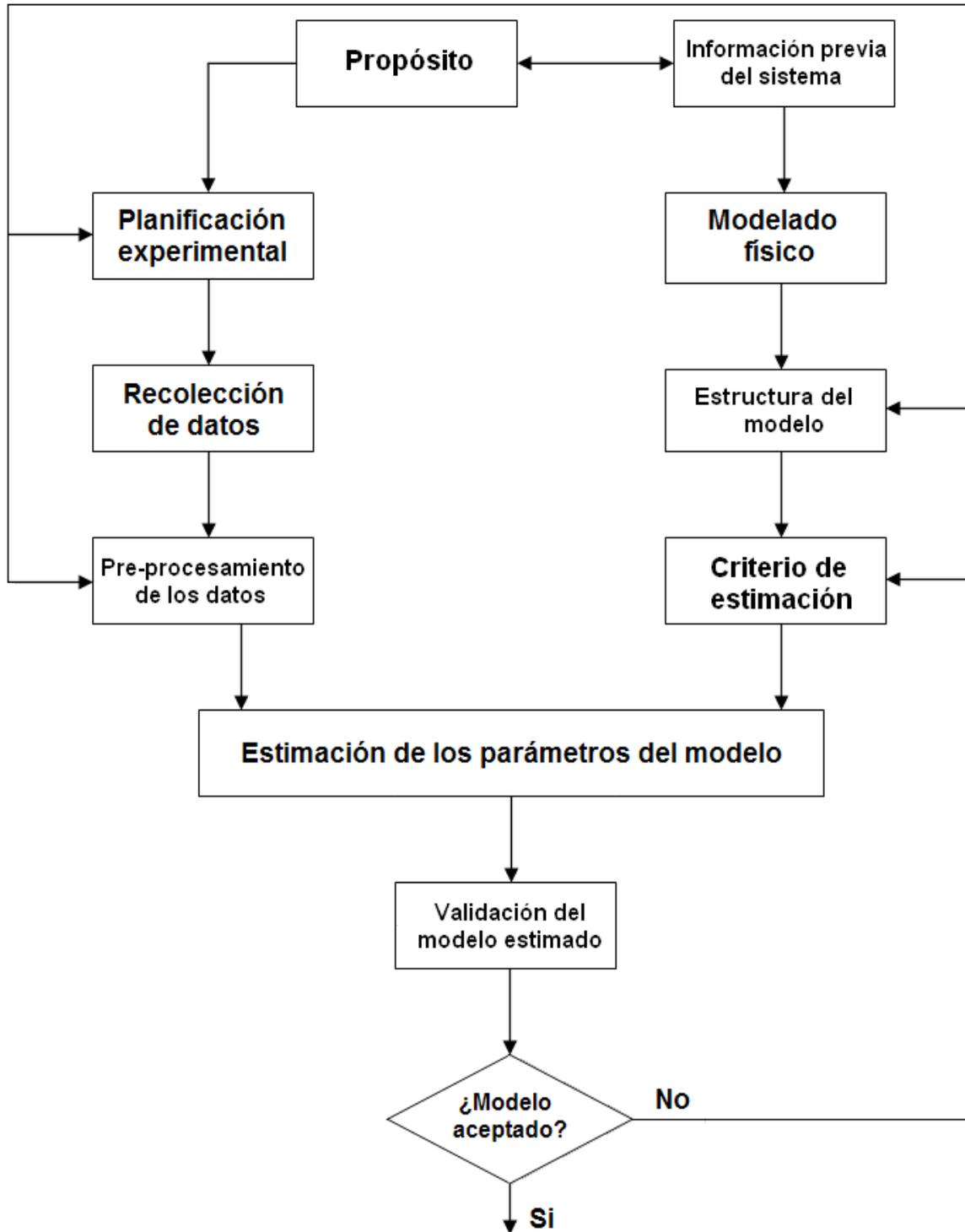


Figura 2.1. Procedimiento de identificación [44] [45]

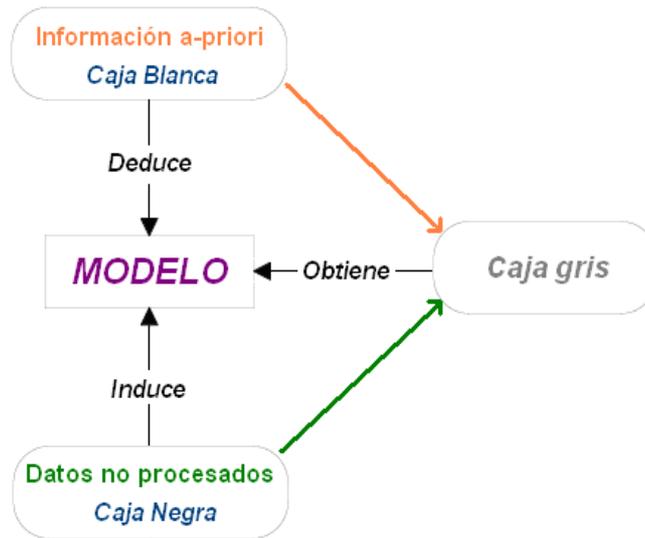


Figura 2.2. Fuentes de información para la construcción de modelos (basado en [47]).

2.1. INFORMACIÓN PREVIA RESPECTO AL SISTEMA A IDENTIFICAR

El punto de partida del proceso de identificación consiste en conocer aspectos propios tanto del sistema robótico como de su entorno de trabajo, pues de este modo es posible diseñar los experimentos más adecuados para la estimación de parámetros. Es preciso considerar entonces ciertas características como los grados de libertad y el tipo de articulaciones (rotoides o prismáticas) (figura 1.3), tipo de sensores, actuadores y sistemas de transmisión, la velocidad y el radio de operación del robot, sistema de adquisición de datos, los límites de funcionamiento de sus componentes (puntos de saturación de actuadores, etc), la máxima frecuencia de muestreo permitida, los límites físicos del espacio de trabajo (figura 2.3), entre otros.

El inicio del procedimiento de identificación para Scorbot-ER 5plus, fue la información dada por el fabricante (*Eshed Robotec*) [11] a través de los respectivos manuales de usuario [14]. Igualmente fue preciso consultar los resultados obtenidos en estudios experimentales desarrollados, tanto con el robot en cuestión [17] [48] [49] como con otros robots de su tipo [21] [22]. Sin embargo, fue gracias al desarrollo de pruebas preliminares por parte del equipo colaborador de la Universidad Nacional, sede Manizales¹, que se pudo corroborar lo mencionado anteriormente, además se conocieron otros aspectos como la interfaz de usuario, software de programación, control, comunicación/conectividad, entre otros. Todo lo anterior fue útil para especificar los aspectos característicos de las trayectorias, que se requieren para la identificación del robot estudiado. Gran parte de esta información fue abordada en el Capítulo 1.

¹ Ing. Jaime Arango. Dra. Fabiola Angulo. Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación. Universidad Nacional Sede Manizales.

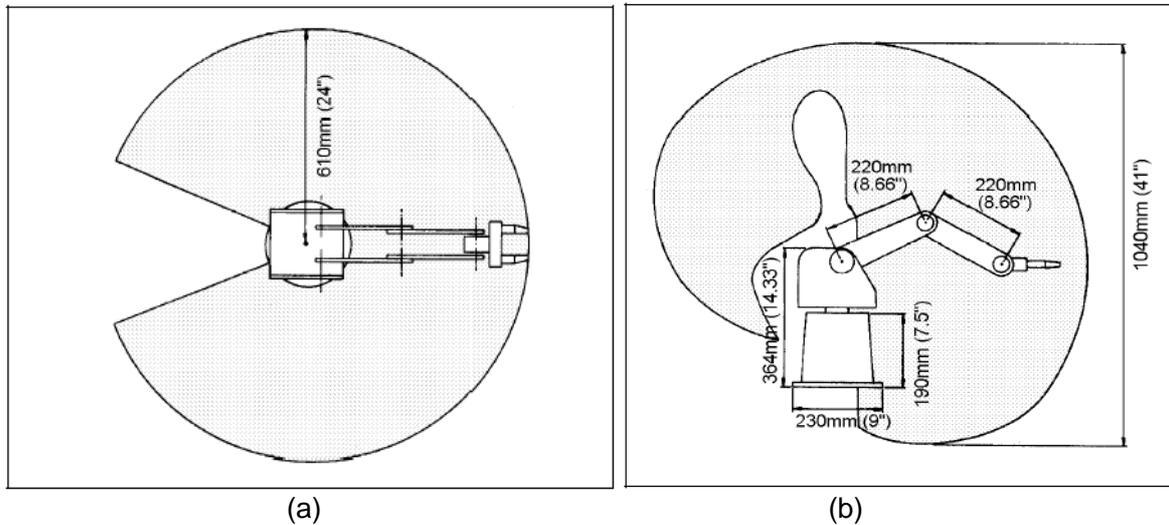


Figura 2.3. Espacio de trabajo Scorbot-ER 5plus. (a) vista superior. (b) vista lateral [14]

2.2. PROPÓSITO

El primer paso descrito en la figura (2.1) consiste en declarar el propósito de la identificación, es decir, determinar la aplicación en la que se usará el modelo que se pretende estimar, la cual puede ser predicción de datos, procesamiento de señales o como en el caso de estudio, simulación y aplicación de Control CTC (por modelo de referencia) y PID. El propósito definido afecta tanto la elección de los métodos o criterios de identificación que se van a utilizar, como las condiciones experimentales para la toma de datos, razón por la cual el propósito debe quedar claro desde el inicio del procedimiento [50].

2.3. PLANIFICACIÓN EXPERIMENTAL

El proceso de identificación parte del modelado dinámico del robot Scorbot-ER V-plus, lineal en los parámetros, que es caracterizado por un número mínimo de parámetros llamados parámetros de base (tabla 1.3). Dicho sistema de interés requiere de información adecuada y suficiente, de modo que los datos sensados del robot sean útiles para estimar las incógnitas presentes en su modelo matemático (parámetros dinámicos). La planificación experimental implica entonces resolver varios aspectos como: dónde (ubicación de sensores (figura 2.4)), cuándo (tiempo de muestreo), cómo (obtención de los datos) y qué medir (variables de interés), lo cual no resulta ser tan obvio y en cambio requiere del conocimiento de algunos atributos del sistema, entre los que se incluyen principalmente las características de sus componentes (actuadores, sistemas de transmisión (figura 1.5) (figura 2.5), etc) y las frecuencias importantes que deben ser excitadas durante el experimento [24].

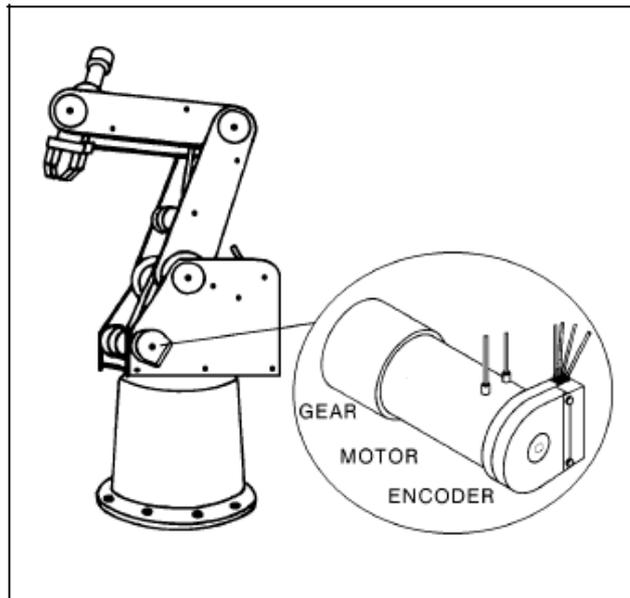


Figura 2.4. Scrobot-ER 5plus: Ubicación de los sensores del robot [14].

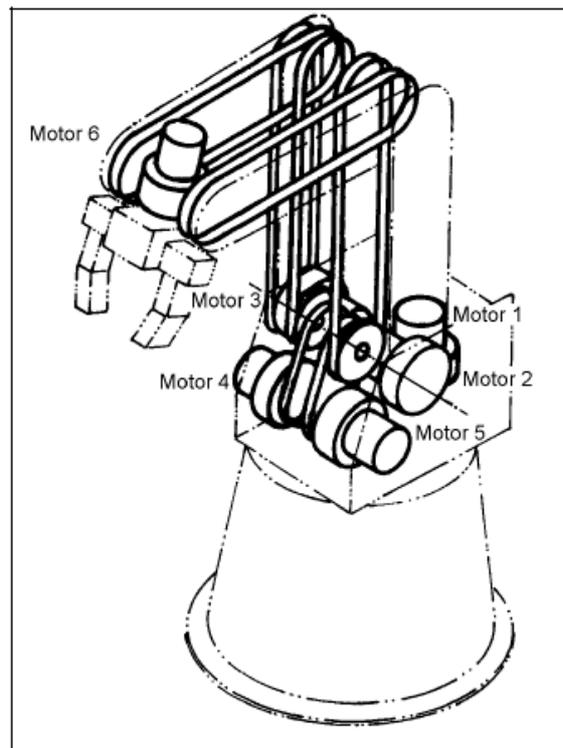


Figura 2.5. Scrobot-ER 5plus: Sistema de transmisión y ubicación de los actuadores [14].

Es preciso mencionar además que el robot Scorbot-ER 5plus incluye un controlador PID de fábrica, utilizado en ciertas aplicaciones predeterminadas por el fabricante principalmente por razones de seguridad [11] [13] [24], lo cual hace que, como suele ocurrir en este tipo de mecanismos, el robot esté sujeto a ciertas restricciones para la programación de sus movimientos y por lo tanto, para el desarrollo de trayectorias de identificación adecuadas, teniendo en cuenta además que la amplitud de las señales utilizadas no debe ser excesiva, pues podría producirse saturación de los actuadores, traduciéndose en información inútil para la identificación y perjuicios para el sistema físico.

La elección de las señales de entrada tienen directa influencia sobre los datos observados y por lo tanto, sobre el modelo estimado. Esta elección determinará el punto de operación del sistema robótico y qué partes y modos del sistema serán excitados. Lo anterior indica que lo más adecuado es diseñar experimentos compuestos por señales de referencia ricas armónicamente, es decir de frecuencia y amplitud variable, de modo que exciten ininterrumpidamente (durante el experimento) las dinámicas del robot, y que además sean representativos de las aplicaciones en las que será usado el modelo [24] [25].

Las trayectorias que se usarán para la identificación del Scorbot-ER 5plus, teniendo en cuenta los aspectos mencionados anteriormente, deben provocar la excitación de las dinámicas relevantes del sistema, utilizando frecuencias con las cuales se pueda cumplir el objetivo. De acuerdo a lo anterior y pretendiendo que con las trayectorias planeadas se muevan las cuatro articulaciones (dinámicas de los cuerpos) del manipulador estudiado, excitando todos sus parámetros de base (tabla 1.2), se experimentará con señales "irregulares", es decir, sin un perfil uniforme como se muestra en la figura 2.6, teniendo en cuenta que las amplitudes y velocidades sean las apropiadas, evitando que el sistema exceda sus límites físicos.

Recordemos que los datos utilizados en este proyecto, fueron suministrados por el equipo colaborador encargado de realizar la experimentación respectiva. A pesar de que las señales cumplen en gran medida con las especificaciones anteriormente mencionadas, se tiene el inconveniente que dichas trayectorias presentan un tiempo de muestreo demasiado lento (alrededor de 2.0833 minutos para obtener 1000 datos), debido a que se tienen restricciones tanto en la programación como en el sistema de adquisición. Cuando se programan movimientos con dinámicas significativas, el controlador no es capaz de muestrear a una menor tasa como se realiza en experimentos similares [40] [51] [52] [53]. Esto es bastante lejano para el caso de estudio, si lo que se quiere es obtener información suficiente y rica cuando se generan movimientos con aceleraciones variables y cambios de dirección repentinos, combinando formas lentas y rápidas, en general, con variaciones en las características de las señales que sean útiles para una buena estimación.

Las características que se tienen con respecto al tiempo de muestreo, afectan uno de los aspectos importantes a la hora de evaluar la identificación de un sistema, como lo es el número de condicionamiento del regresor, el cual indica la sensibilidad de la solución (parámetros identificados) ante variaciones en el vector de medidas sensado, causadas principalmente por los errores no modelados en las dinámicas. Este número de condicionamiento debe ser cercano a 1 [40]. El número de condicionamiento se abordará más adelante cuando se presenten los resultados de la identificación del Scorbot-ER 5plus.

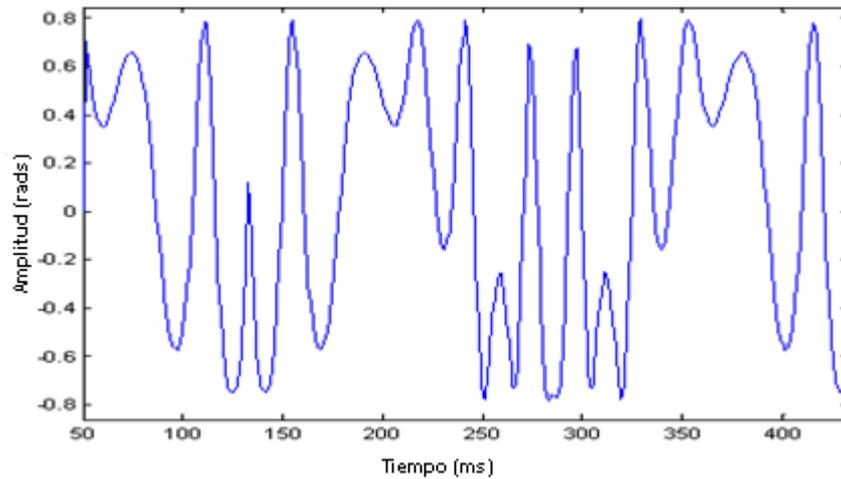


Figura 2.6. Trayectorias programadas para la identificación Scorbot-ER 5plus

Para la generación de movimientos en el robot, de acuerdo al tipo de perfil mostrado en la figura 2.6, se utilizó un algoritmo escrito en lenguaje ACL (programado por el equipo colaborador) [14], en el cual se especifican trayectorias individuales para cada articulación, según las consideraciones mencionadas en el párrafo anterior. Del mismo modo, es importante anotar que en este caso, los movimientos programados para cada articulación se llevan a cabo simultáneamente, esto genera un movimiento completo del sistema de acuerdo al tiempo programado, durante el cual se debe ir guardando la información entregada tanto por los sensores del robot (encoders incrementales) como por sus DACs (convertidores de señal digital-análoga) (figura 2.7). A partir de estos datos se infiere respectivamente las posiciones articulares de cada junta (en radianes) y el voltaje (en voltios) aplicado a cada motor para producir los pares requeridos para generar los respectivos movimientos.

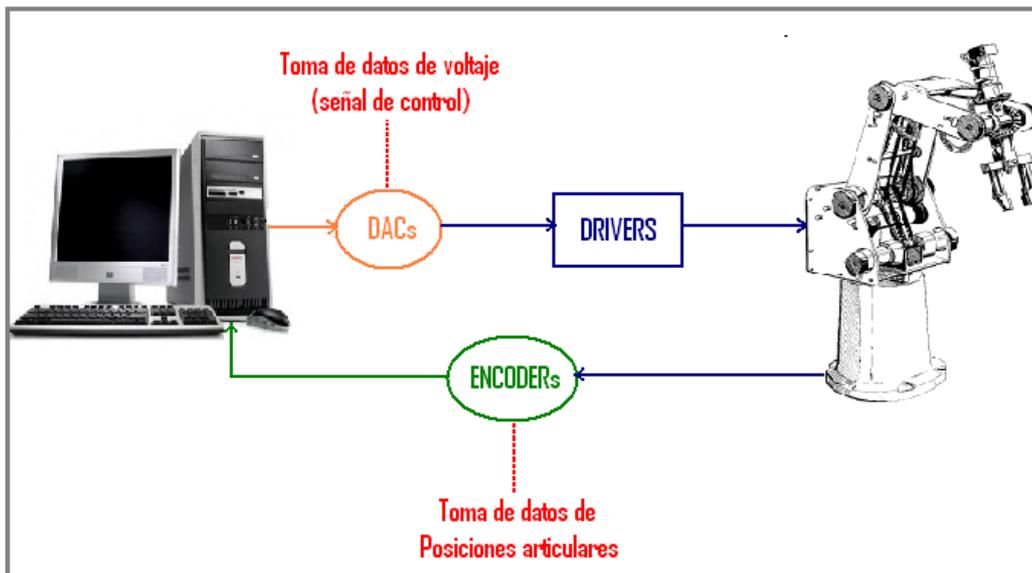


Figura 2.7. Configuración del sistema para control y adquisición de datos del Scorbot-ER 5plus.

2.4. RECOLECCIÓN DE DATOS

En relación a lo mencionado inicialmente, respecto a la utilización de datos experimentales en el proceso de identificación de sistemas, para llegar a un modelo que reproduzca lo más exactamente posible el comportamiento del sistema real, es importante anotar que la obtención de buenos resultados en dicho proceso depende fuertemente de una adecuada toma de datos y de un buen diseño de las trayectorias experimentales [43]. Sin embargo, en algunas ocasiones se presentan ciertas limitaciones relacionadas con el hardware y software disponible para medir y almacenar la información. Para el caso de estudio, las restricciones al respecto son mayores debido a que el robot Scorbot-ER 5plus se encuentra en la ciudad de Manizales (como se refirió previamente) y el contacto con el sistema no es directo, la calidad de las trayectorias están ligadas a la comunicación y entendimiento que se tenga con quien programa las trayectorias. Es por esto que el experimento depende en gran medida de lo que el grupo colaborador pueda hacer para cumplir con las especificaciones, partiendo de las restricciones mencionadas.

Durante el movimiento programado del robot estudiado de acuerdo a las trayectorias mostradas en las figuras del anexo C, se midieron tanto los voltajes en los DACs aplicados a los motores de cada articulación -necesarios en la producción de los pares requeridos para desarrollar la trayectoria programada-, como las posiciones de cada una de ellas -dadas por los encoders incrementales acoplados a cada actuador del robot (figura 2.7)-, con base en el periodo de muestreo utilizado.

Partiendo de un número suficiente de datos² para cada trayectoria de 2.0833 minutos aproximadamente, se eligieron finalmente 2.000 datos por articulación (1.000 posiciones articulares y 1.000 torques por actuador). Toda la información obtenida durante la experimentación con el Scorbot-ER 5plus se almacenó en archivos de Excel (anexo C), a partir de los cuales se construyeron vectores de posición y voltaje en Matlab para cada trayectoria usada (conformados por 8000 posiciones y 8000 voltajes respectivamente), iniciando con los valores donde el tiempo de muestreo se estabiliza, para ser utilizados finalmente en el algoritmo de identificación de los parámetros (anexo D).

Es preciso anotar la importancia de conocer en qué parte del sistema robótico se está realizando el muestreo de la información, pues de este modo se pueden analizar las posibles fuentes de ruido (si son relevantes o no), así como el efecto del componente presente en el sistema encargado de efectuar la transmisión de los datos correspondientes (figura 1.5). En el caso de estudio por ejemplo, los datos entregados por los encoders del robot (posiciones articulares) son transmitidos al computador de programación por medio de una etapa opto-acoplada, mientras los voltajes sensados, corresponden a las señales que el controlador entrega a cada actuador medidos en los DACs (figura 2.7); se debe tener en cuenta además que las frecuencias de las señales son bajas, por tal motivo se reduce en ambos casos la incidencia de ruido externo (figura 2.6).

² Es importante considerar, la influencia que la elección del número de datos a sensar tiene, sobre la varianza de los parámetros estimados [24] [44].

Puesto que los datos medidos corresponden a posiciones y voltajes, se requiere entonces una forma que permita inferir los pares aplicados a las articulaciones (obteniendo la relación Par vs Posición). Un método utilizado generalmente se basa en la corriente aplicada [51] [54], sin embargo, en nuestro caso no se tiene acceso a dicha información, por lo tanto fue necesario analizar la información suministrada por el equipo colaborador respecto a los motores del sistema (actuadores GM9413-3 para las cinco articulaciones) [55], para deducir, con base en las especificaciones de par máximo, una constante que lo relacione con el voltaje máximo medido. Esta relación válida se obtuvo con una constante de 0.1, que representa a los motores propiamente dichos.

2.5. PRE- PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

Antes de iniciar el proceso de identificación es necesario analizar las características del proceso de muestreo, incluyendo el entorno de trabajo y los elementos de medición utilizados, para determinar si la información sensada requiere o no ser filtrada, pues si se utilizan filtros innecesarios o inadecuados, es muy probable que se eliminen espectros de frecuencia útiles, para la estimación de parámetros.

Como se mencionó previamente, los datos entregados tanto por el controlador como por los encoders del Scrobot-ER 5plus (entradas y salidas respectivamente), constituyen información que no está siendo afectada significativamente por el ruido, lo cual se puede corroborar tanto en la figura 2.6 como en las gráficas del anexo C, correspondientes al valor de posiciones articulares destinados a la identificación del robot en cuestión. De acuerdo a lo anterior, el único pre-procesamiento que se efectuó consistió en eliminar los efectos de borde, quitando al inicio y al final de cada vector de medidas alrededor del 5% de los datos recolectados para cada variable.

2.6. MODELADO FÍSICO

Con el objetivo de definir la estructura del modelo que se usará en la identificación de determinado sistema, se utilizan a menudo leyes físicas básicas y relaciones pre-establecidas con base en experimentos previos con casos similares al del sistema de interés.

El modelado físico del robot Scrobot-ER 5plus, fue desarrollado en el Capítulo 1 utilizando la formulación de Euler-Lagrange, con la cual se describió el comportamiento del robot estudiado desde el punto de vista energético. Con esta formulación se obtienen funciones que describen los efectos dinámicos del sistema, las cuales reflejan apropiadamente el comportamiento real [24] [51].

Como se puede observar en los modelos obtenidos (MDI, MDD), existen aun ciertas incógnitas que corresponden a los parámetros dinámicos del robot (tabla 1.2), requiriéndose para ello estructurar el modelo desarrollado de una manera adecuada, en la que se organicen los términos de la matriz de inercia y el vector de fuerzas de gravedad (ecuación 2.1), de tal manera que los elementos conocidos y/o medibles (distancias, posiciones

articulares, etc), compongan un regresor que contenga toda la información relevante del sistema robótico.

2.7. ESTRUCTURA DEL MODELO

La estructura del modelo seleccionada influye notablemente en el problema de la estimación de parámetros, así como la elección del criterio que se va a utilizar para su solución, siendo preciso analizarla conjuntamente tanto con el resultado del modelamiento por leyes físicas, como con el número de parámetros a estimar, considerando además que la complejidad de la estructura elegida, afecta la exactitud con que el modelo completo (luego de identificar las respectivas incógnitas) puede aproximar el comportamiento dinámico del robot real [24] [44].

Al igual que la gran mayoría de sistemas existentes, el robot Scrobot-ER 5plus es un sistema no-lineal; sin embargo, con el procedimiento desarrollado en el capítulo 1, se obtuvo un modelo dinámico lineal en los parámetros de base [15] por las razones mencionadas en dicho capítulo, permitiendo reestructurar la ecuación (2.1) de manera que facilite la aplicación de técnicas menos complejas de identificación.

Una estructura comúnmente utilizada en este tipo de procedimiento, se muestra en la ecuación (2.2) [12], la cual está constituida por una parte determinística y una parte estocástica.

$$Y(k) = G(h)u(k) + v(k) \quad (2.2)$$

La parte determinística de la señal de salida $Y(k)$ (variables articulares del robot) se expresa como la respuesta del sistema $G(h)$ (lineal en sus parámetros dinámicos) ante una señal determinística $u(k)$ que representa las entradas al robot (voltajes aplicados a los actuadores de cada articulación). La parte estocástica de la salida $v(k)$, representa el ruido que afecta el proceso de medición de los datos, que se emplearán en la identificación [56].

Finalmente, al expresar el modelo dinámico inverso de la ecuación (2.1), de acuerdo a la estructura indicada en la ecuación (2.2), se obtiene la siguiente expresión [15]:

$$Y(\Gamma, \dot{q}) = W(q, \dot{q}, \ddot{q})X + \rho \quad (2.3)$$

La ecuación anterior constituye la forma general en que será escrito el modelo de identificación para el Scrobot-ER 5plus (sistema lineal de ecuaciones en X), donde X es el vector de parámetros dinámicos a estimar; r es el número total de ecuaciones; c es el número de parámetros (de modo que $r \gg c$); ρ es el vector de error residual; y W es la matriz de observación ($r \times c$) o regresor lineal, el cual contiene información sobre la dinámica del sistema y depende, en general, de los datos de entrada-salida pasados hasta el instante $n-1$, siendo útil para inferir comportamientos futuros de acuerdo a determinada excitación.

2.8. CRITERIO DE ESTIMACIÓN

El hecho de estructurar el modelo dinámico inverso del Scrobot-ER 5plus, de la forma mostrada en la ecuación (2.3), favorece la aplicación de criterios de estimación, basados en el análisis de la diferencia (error de predicción) existente entre salidas obtenidas del sistema real, respecto a las obtenidas del modelo (gracias a la capacidad predictiva del regresor W). Estos procedimientos conocidos como métodos de predicción del error, establecen que un buen modelo tiene un error de predicción pequeño, consecuentemente, una medida apropiada de su calidad es el mínimo del promedio de la suma de los cuadrados de los errores de predicción, con respecto al vector de parámetros utilizado [56].

De acuerdo a lo anterior, el problema de identificación para el robot estudiado será resuelto entonces utilizando el método de mínimos cuadrados [15] [56], con el propósito de dar solución al sistema lineal de ecuaciones (2.3) -derivado a partir del modelo dinámico obtenido en el capítulo 1 y la estructura previamente establecida en la ecuación (2.2)-.

2.8.1. Principio de los Mínimos Cuadrados

El principio de mínimos cuadrados (*Least Square Estimation LSE*) resuelve el problema de estimar las incógnitas (parámetros organizados en el vector X) del modelo establecido en la ecuación (2.3), utilizando para ello tanto los valores conocidos (entradas o voltajes aplicados a los actuadores) como los observados (salidas o posiciones articulares captadas por los sensores del robot).

Inicialmente se debe definir un vector \hat{X} que agrupe los estimadores para cada parámetro, de manera que, luego de calcular la diferencia entre el valor del parámetro real y su estimador, se minimice el cuadrado del error de predicción ρ (ecuación (2.4)) (término que implica también el ruido o perturbaciones presentes en la toma de datos, las cuales constituyen la parte de la salida que no puede ser explicada por la matriz de observación W) [15].

$$\min_X \|\rho\|^2 \quad (2.4)$$

Con

$$\rho = Y - W\hat{X} \quad (2.5)$$

La búsqueda del vector de parámetros (determinación de los coeficientes del modelo que minimicen el cuadrado de los errores de predicción) se puede formular entonces como un problema de optimización -en un espacio c dimensional, siendo c el número de parámetros- conforme a lo indicado en la ecuación (2.4).

La solución a la estimación por mínimos cuadrados (*Least Squares Estimation*) está dada por la ecuación (2.6), siempre y cuando W sea de rango pleno, de modo que se obtenga un vector \hat{X} en el mismo espacio dimensional de Y [15].

$$\min \left\{ \left[Y - W\hat{X} \right]^T \left[Y - W\hat{X} \right] \right\} \quad (2.6)$$

Expandiendo,

$$\min \left\{ Y^T Y - 2W^T \hat{X}^T Y + W^T \hat{X}^T W \hat{X} \right\} \quad (2.7)$$

El mínimo se obtendrá entonces al derivar con respecto a X e igualar a cero:

$$-2W^T Y + 2W^T W \hat{X} = 0 \quad (2.8)$$

Despejando:

$$\begin{aligned} \hat{X} &= (W^T W)^{-1} W^T Y \\ \hat{X} &= W^\dagger Y \end{aligned} \quad (2.9)$$

Donde W^\dagger es la pseudo-inversa de la matriz W , la cual es considerada como la operación más acorde para el cálculo de la estimación por mínimos cuadrados (*LSE*), entre otras razones porque cuando se requiere invertir una matriz no cuadrada (más filas que columnas), y de grandes dimensiones como lo puede ser la matriz de observación W , la pseudo-inversa provee una solución única y aceptable, con muchas (pero no todas) de las propiedades de la inversa y a un costo computacional razonable [37] [57].

Es preciso observar que el término correspondiente al error (o modelo de incertidumbre ρ) tiene características estocásticas y que los elementos de la matriz de observación W son funciones de la segunda derivada (\ddot{q}) de los datos medidos, lo cual permite asumir que ρ puede ser caracterizado mediante momentos estadísticos tales como la media y la varianza, útiles para determinar la calidad del proceso de estimación por mínimos cuadrados [15].

La aplicación del principio de mínimos cuadrados (anexo D), requiere que el número de medidas sea mucho mayor que el de parámetros (incógnitas). Del mismo modo, la calidad del procedimiento depende de que tan rica sea la información en la matriz de observación y del comportamiento del error ρ acorde a sus propiedades estadísticas [58]. De acuerdo a lo anterior, en un sentido práctico deberán concatenarse al menos cinco tablas de datos obtenidos a partir de distintos experimentos –con base en lo especificado en los puntos correspondientes a planificación experimental y recolección de datos-, pretendiendo que el proceso de identificación se desarrolle con información suficiente y apropiada, de modo que sólo los mejores valores sean obtenidos para cada parámetro (anexo E).

Como se observó anteriormente, si se va a utilizar el método de mínimos cuadrados (ecuación (2.9)) para la estimación de los parámetros dinámicos del Scorbot-ER 5plus, es preciso utilizar una estructura lineal como la mostrada por la ecuación (2.3), motivo por el

cual el modelo dinámico inverso del robot, indicado de manera simplificada en la ecuación (2.1), debe ser escrito de la forma mostrada en la ecuación (2.11):

$$Y = WX \tag{2.11}$$

Donde:

- Y es el vector de salidas del robot
- X es el vector de 16 parámetros a identificar según la tabla (1.2):

$$X = [XXR_4 \ XXR_5 \ I_{a1} \ ZZR_2 \ ZZR_3 \ ZZR_4 \ ZZR_5 \ MRX_2 \ MRY_3 \ MRX_4 \ MRY_4 \ MRX_5 \ MRY_5 \ I_{a3} \ I_{a4} \ I_{a5}]$$

W es la matriz de observación, conformada por los coeficientes de los parámetros del vector X , obtenidos al desarrollar la operación mostrada en el MDI de la ecuación (2.11), donde se involucran elementos de la matriz de inercia A , el vector de fuerzas de gravedad Q y el vector de las aceleraciones derivadas a partir de los datos suministrados por los captosres de posición del Scorbot-ER 5plus.

Como es evidente, al expresar el MDI de la forma mostrada en (2.11), se aprovecha las ventajas de trabajar con un modelo lineal, lo cual, como se expuso previamente, es indispensable para la aplicación del método de los mínimos cuadrados de la ecuación (2.9). La transformación de (2.3) a la forma indicada en la ecuación (2.11) para el caso del robot estudiado, requiere en primera instancia del cálculo de la matriz de observación W , donde por ejemplo, el elemento $W(1,1)$ está constituido por los elementos de Γ_1 de la ecuación (1.27) correspondientes a los coeficientes del primer parámetro del vector X (en este caso del parámetro XXR_2):

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_2^2 \ddot{q}_1 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} XXR_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{2.12}$$

El procedimiento continúa para completar la matriz de observación con los coeficientes del resto de parámetros dinámicos de X (organizados en cada columna de W), a partir de lo cual se llega a la expresión final dada en el anexo F, y que deberá escribirse en el archivo de Matlab correspondiente al algoritmo de identificación para el robot Scorbot-ER 5plus (anexo D).

2.9. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

Los procedimientos de identificación se han utilizado ampliamente, son una herramienta importante para estimar los parámetros inerciales de un robot, dado que implica una fácil experimentación y una obtención de valores muy precisos [15].

El principio de identificación de los parámetros dinámicos tiene las siguientes características [56]:

- El uso de un modelo lineal en los parámetros dinámicos.
- La construcción de un sistema lineal de ecuaciones, mediante la aplicación del modelo de identificación a un suficiente número de puntos, tomados durante el movimiento del robot según ciertas trayectorias establecidas, utilizando en general una tasa de muestreo constante entre los diferentes puntos.
- La estimación de los valores de los parámetros utilizando técnicas de regresión lineal, en las que se considere la diferencia mínima entre una función de las variables del robot real y su modelo matemático estimado.

La estimación de los parámetros inerciales del robot utilizando técnicas de identificación, se basa en el análisis de la relación causa-efecto de acuerdo a las trayectorias programadas previamente; es decir, las parejas de datos de entrada-salida sensados (voltajes aplicados a los motores - posiciones articulares) se organizan de manera que, al ser incluidos en el algoritmo de identificación desarrollado en Matlab (anexo D), sea posible efectuar o no el pre-procesamiento respectivo, el cálculo de los coeficientes de la estructura definida según el criterio seleccionado (*LSE*) y posteriormente, la validación del modelo.

Para el desarrollo de este trabajo se efectuaron experimentos con 26 trayectorias diferentes (referenciadas en el anexo C), procurando diseñar –para cada nueva prueba- perfiles más apropiados para el proceso de identificación (trayectorias que exciten todas las dinámicas del robot), pero con las limitaciones mencionadas al respecto. Cada conjunto de datos sensado –asociado a determinado experimento- fue procesado en el programa de identificación, con el objetivo de determinar las mejores respuestas, para que sean posteriormente concatenadas (unión de trayectorias buscando generar una nueva trayectoria con más datos y comportamientos dinámicos) (utilizando el algoritmo del anexo E) realizando diferentes combinaciones entre ellas, con el propósito de obtener una identificación exitosa del robot [59] [60] [61] [62].

2.10. VALIDACIÓN DEL MODELO ESTIMADO

La validación es considerada como un paso obligado en el que se decide qué tan bueno es el modelo estimado, esperando que éste concuerde con los datos observados, describiendo al sistema real de modo que sea suficientemente bueno en el cumplimiento del propósito para el que fue obtenido (es decir, como parte de un lazo de control en el seguimiento de determinadas consignas). Para llevar a cabo lo anterior se debe confrontar el modelo con

información del sistema real, lo cual es el principio de una de las más importantes pruebas de validación: la validación cruzada, la cual da una buena indicación de la manera en que el modelo refleja o captura las dinámicas dominantes del sistema real, esto quiere decir, la construcción del modelo de un sistema real y la simulación subsiguiente de su comportamiento deberá producir los mismos resultados que si se realizara el experimento real [44] [47] .

Para efectuar la validación cruzada es preciso evaluar el modelo obtenido, utilizando un conjunto de datos distinto al empleado en el proceso de identificación, razón por la cual la información recolectada debe ser dividida en dos partes: una para la estimación y otra para la validación, siendo esta una buena forma de asegurar que se ha modelado al sistema y no al conjunto específico de salidas procesado [63], lo cual es fácilmente justificable al no ser raro que un modelo pueda reproducir los datos empleados para su estimación y en cambio, el hecho de usar información diferente en la validación implica un verdadero reto a superar, luego de lo cual es posible confiar en la fidelidad del proceso de identificación desarrollado. En un sentido práctico, lo que se debe hacer es (con base en el modelo de la ecuación (2.11)), tomar un conjuntos de datos del robot real, que para el caso de estudio corresponden a cuplas (Y_{real}) vs posiciones articulares (q) que no se han utilizado en el proceso de identificación, estas últimas se utilizan para el cálculo de la matriz de observación W , la cual se multiplica finalmente por el vector de parámetros X (cuyos valores han sido obtenidos del proceso de identificación previo), produciéndose como resultado un vector de cuatro torques estimados Y_{est} . Posteriormente ese vector obtenido se compara con Y_{real} para determinar si la estimación se ajusta o no al sistema real (figura 2.8).

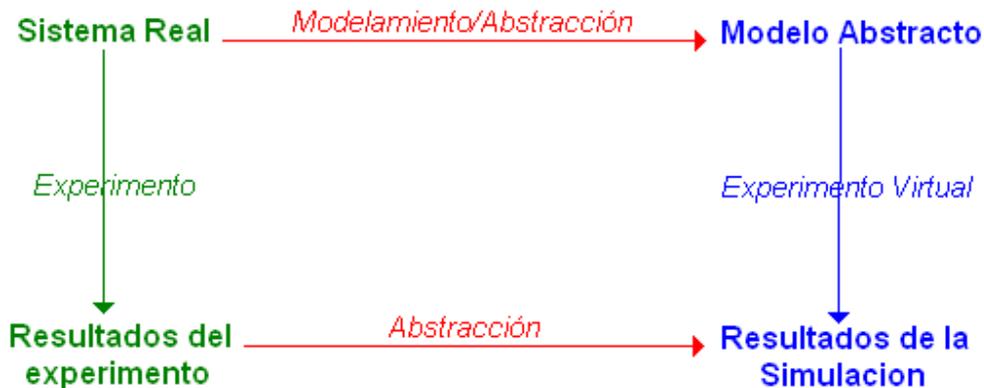


Figura 2.8. Relación Modelado – Simulación basado en [47]

Finalmente, es preciso efectuar una serie de pruebas aprovechando el perfil estadístico del error de predicción ρ , analizando qué tan bien el modelo estimado es capaz de predecir la salida del sistema, considerando criterios como la varianza y la desviación estándar relativa, que permitan medir la calidad de cada estimador para los diferentes parámetros del robot Scorbot-ER 5plus. El primer criterio indicará qué tanto variará la estimación entre diferentes medidas, afectadas por errores de tipo estocástico inducidos por el posible ruido presente en

la medición de los datos, los cuales no permiten que el modelo reproduzca exactamente las salidas del sistema real.

El concepto de estimador no polarizado (*unbiased*) es otra importante herramienta que debe ser aplicada en la determinación de la calidad de un modelo. El valor esperado del error (*bias*) puede ser definido como la diferencia promedio entre el sistema real y el modelo estimado. Este término es afectado principalmente por la estructura elegida y por el número de parámetros usados (reduciéndose, a diferencia de la varianza, entre mayor número de parámetros se utilicen). Cuando la diferencia mencionada sea mínima (*bias* tendiente a cero), es posible efectuar el cómputo de la desviación estándar relativa, pues para garantizar la calidad de la estimación desarrollada de acuerdo al criterio dado en la ecuación (2.9), es indispensable tener una desviación estándar de ρ no-polarizada (*unbiased*) de acuerdo a [15] [24]:

$$\sigma_{\rho}^2 = \frac{\|Y - W\hat{X}\|^2}{(r - c)} \quad (2.14)$$

Donde r es el número total de ecuaciones y c es el número de parámetros.

A partir de la expresión anterior se determina la matriz de varianza-covarianza de la estimación del error:

$$C_{\hat{X}} = \sigma_{\rho}^2 (W^T W)^{-1} \quad (2.15)$$

Por último se calcula la desviación estándar de la estimación del error para el parámetro j , obtenida a partir de cada elemento (j, j) de $C_{\hat{X}}$:

$$\sigma_{\hat{X}_j} = \sqrt{C_{\hat{X}}(j, j)} \quad (2.16)$$

La varianza estará afectada por el número de parámetros del modelo (coeficientes estimados) y la duración de los experimentos de identificación [24] [64]. Del mismo modo, la desviación estándar relativa hace referencia al valor absoluto del coeficiente de variación expresado como un porcentaje, y está dada por:

$$\sigma_{\hat{X}_j} \% = 100 \frac{\sigma_{\hat{X}_j}}{|\hat{X}_j|} \quad (2.13)$$

Donde $\sigma_{\hat{X}_j}$ es la desviación estándar, indicando qué tanto los datos utilizados están apartados de su media \hat{X}_j .

El valor de desviación estándar relativa constituye una medida interesante, pues refleja la calidad de un estimador, teniendo en cuenta la interacción existente entre los diferentes parámetros del robot; es decir, para concluir que el proceso de identificación del sistema es exitoso, es necesario que los valores resultantes de desviación estándar relativa de cada parámetro, no sean superiores a cierto porcentaje deseado. Un valor recomendable para el

caso de robots como el Scorbot-ER 5plus, es de diez veces el valor de desviación estándar mínimo [15].

Los mejores resultados de identificación para el Scorbot-ER 5plus (conforme a los pasos descritos con base en la figura 2.1), se obtuvieron a partir de las trayectorias número 20, 21, 23 y 25 –por su menor tiempo de muestreo- referidas en el anexo D. Dichos resultados se utilizaron en conjunto en el procedimiento de concatenación [59] [60] [61] [62] [65], el cual consistió en realizar combinaciones con las trayectorias mencionadas, utilizando el archivo de concatenación del anexo E. Lo que se busca es conformar un nuevo movimiento que combine diferentes dinámicas, de modo que se relacionen los estimadores con desviación estándar relativa y número de condicionamiento más bajos, con el propósito de obtener una identificación de parámetros más acertada.

El resultado de la estimación de parámetros para el Scorbot-ER 5plus, concatenando las trayectorias mencionadas para 10 movimientos se muestra en la Tabla 2.1, en la cual se observa la conveniencia de utilizar el procedimiento descrito, pues de este modo se obtienen estimaciones más cercanas a la realidad (valores de desviación estándar relativa $\%sigxr$ más bajos) ya que se está utilizando mayor información del sistema, al tener gran cantidad de datos de diversos movimientos [59] [60] [61] [62].

CONCATENACIÓN		
Identificación Scorbot-ER 5plus		
Minimos cuadrados		
Parámetro	Estimación	Desv estándar relativa ($\%sigxr$)
XXR2	0.0393	41.3166
XXR3	-0.0303	41.4353
XXR4	-0.0372	25.2726
ZZR1	0.1097	11.8313
ZZR2	0.0887	4.4723
ZZR3	0.0131	35.3439
ZZR4	-0.0081	27.4997
MXR2	0.0416	4.7268
MXR3	-0.0096	24.5342
MYR3	0.0043	51.0884
MXR4	0.0080	20.2386
MYR4	-0.0047	34.9295
Ia3	0.0875	6.9414
Ia4	0.1233	3.8671
Promedio ($\%sigxr$) = 23.8213		
Núm condición de W = 35.4386		

Tabla 2.1. Resultados de la identificación concatenando 10 trayectorias.

Se puede observar que con la concatenación de trayectorias, haciendo combinaciones entre éstas para generar una nueva trayectoria con mayor cantidad de datos, se pueden obtener mejores resultados en cuanto a calidad de los estimadores, en comparación con la identificación de una sola trayectoria; este proceso de concatenación ha sido realizado y validado en diversos trabajos de identificación de robots, debido a la obtención de resultados satisfactorios entre los que se pueden citar [59] [60] [61] [62] [65].

La etapa final consistió en aplicar validación cruzada de acuerdo a lo explicado anteriormente, evaluando el seguimiento de trayectorias de las dinámicas estimadas con respecto a las reales, utilizando para ello el programa del anexo G. Un ejemplo de este procedimiento se muestra en la figura 2.10, en la que se aprecia para cada articulación, una gráfica de pares medidos del sistema real (trayectoria de identificación número 20 del anexo C) en comparación con la gráfica de pares estimados correspondiente.

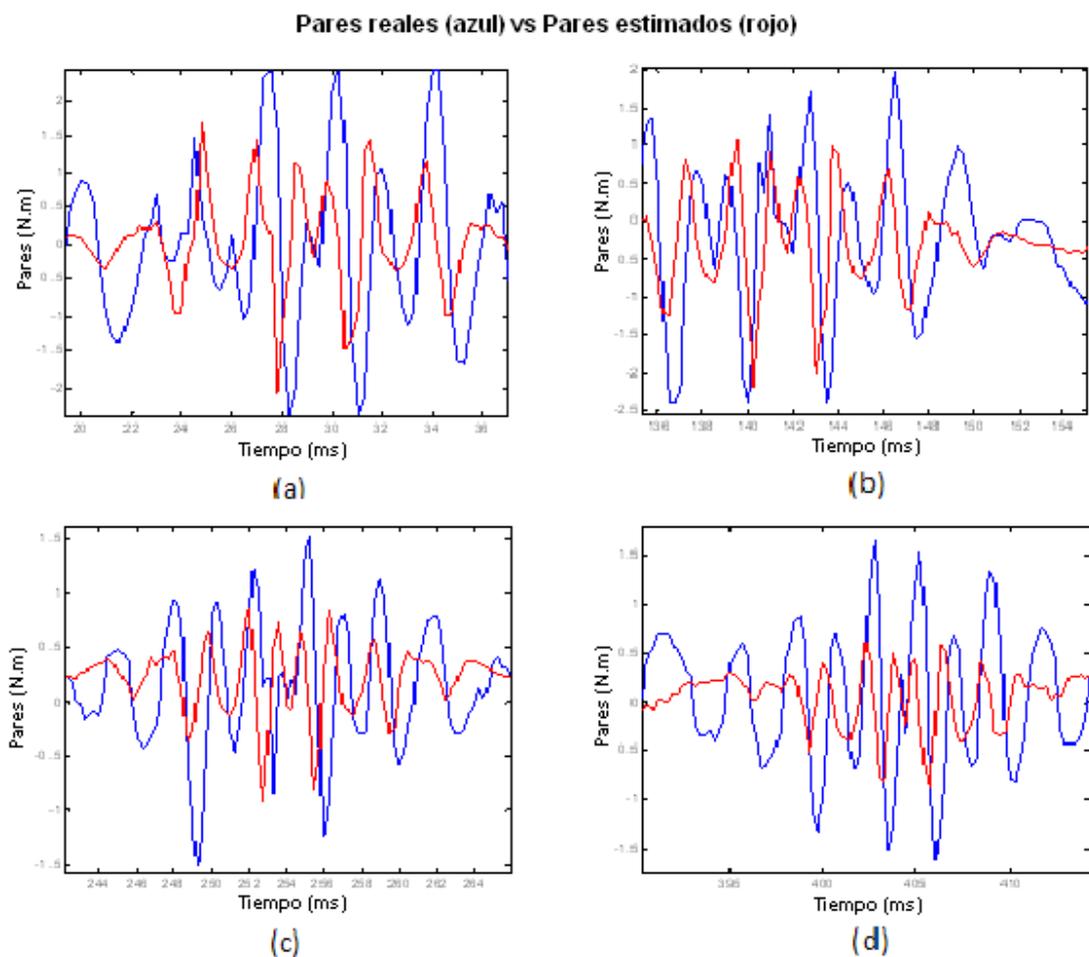


Figura 2.10. Gráfica de seguimiento de trayectoria 20. (a) articulación 1. (b) articulación 2. (c) articulación 3. (d) articulación 4.

Como se puede apreciar en las gráficas anteriores, la dinámica estimada (línea roja) se aproxima a la dinámica real (línea azul), lo cual es coherente con los bajos valores de desviación estándar relativa ($\% sigxr$) de los parámetros identificados.

Ahora, dado que todos los cuerpos del sistema interactúan entre sí -influyendo la dinámica del robot en su conjunto-, los valores estimados con desviación estándar relativa alta afectan el índice de desempeño del resto parámetros, provocando que el valor de determinado estimador pueda estar asociado a un alto porcentaje de $\% sigxr$, sin que dicho valor sea necesariamente erróneo, sin embargo, al no existir la manera de efectuar una comparación directa con el valor real, es conveniente probar los parámetros identificados en una aplicación como el control, lo cual se abordará en el siguiente capítulo.

Finalmente, de acuerdo a lo obtenido en identificación (anexo D), concatenación (tabla 2.3) (anexo E) y validación (figura 2.10) (anexo G), si se quiere mejorar aún más dichos resultados, se sugiere:

- Disminuir el tiempo de muestreo, con el fin de obtener mayor información durante la experimentación.
- Implementar hardware (tarjeta de adquisición de datos) y software adicional (programa de almacenamiento de datos) para la toma directa de datos, tanto en los encoders como en los motores (figura 2.11), que permita independizar ésta tarea de la programación de trayectorias.

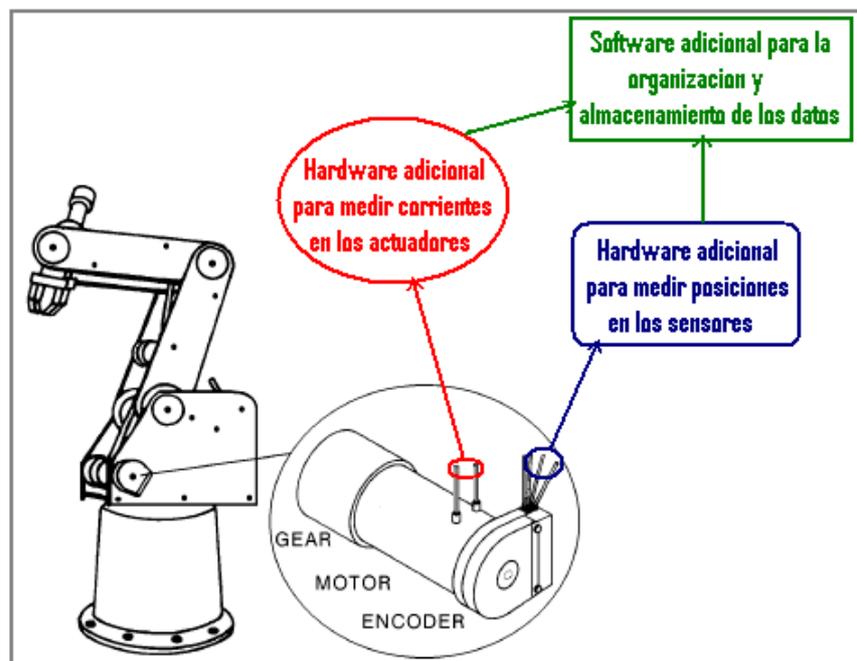


Figura 2.11. Implementación de Hardware y Software adicional para la adquisición de datos.

3. CONTROL DE ROBOTS

El control de robots consiste en estudiar el modo de lograr, que un manipulador realice de manera automática una determinada tarea deseada, para lo cual se diseñan controladores que típicamente corresponden a ecuaciones o algoritmos, los cuales forman parte del sistema de control de un robot, constituido a su vez físicamente por un elemento de cómputo, una unidad de adquisición de datos, actuadores (típicamente motores eléctricos), el manipulador propiamente dicho y cierta electrónica extra.

De acuerdo a la literatura relacionada con esta temática, el controlador más simple para los robots industriales es el Proporcional, Integral, derivativo (PID) [16] [24] [26]. Si bien este tipo de controladores son ampliamente usados en manipuladores industriales, su desempeño no siempre es el mejor, pues depende de las tareas específicas que requieran llevarse a cabo con el brazo robótico y es afectado además por la dinámica altamente no-lineal y el fuerte acoplamiento entre las articulaciones del robot controlado. Para mejorar lo anterior, se ha optado en los últimos años por diseñar controladores basados en el modelo del sistema, lo cual requiere del conocimiento del modelo dinámico, incluyendo el valor de los parámetros físicos involucrados [15] [16] [66].

El problema de controlar un manipulador, consiste en determinar las señales aplicadas a los actuadores de cada articulación (cálculo de pares), de modo que se garantice la ejecución de las consignas asignadas, mientras se satisfacen requerimientos de respuesta transitoria, optimización y estabilidad (figura 3.1). Dichas consignas pueden definirse tanto en el espacio articular como en el espacio cartesiano, y consisten en las trayectorias o caminos generados, que el manipulador debe seguir para cumplir con una tarea específica.

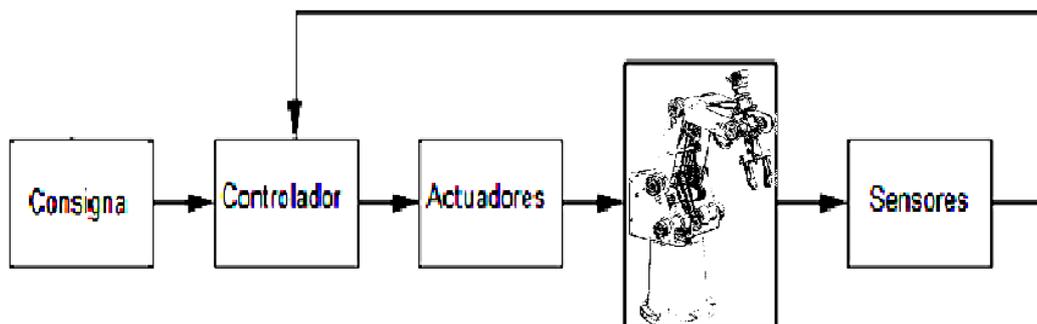


Figura 3.1. Esquema de control para el robot Scorbot-ER 5plus

3.1. TRAYECTORIAS DE REFERENCIA

La manera general de especificar el movimiento deseado del robot Scorbob-ER 5 plus, con el propósito de estructurar el lazo de control indicado en el diagrama anterior, consistió en definir perfiles de posición, tanto en el espacio articular como en el cartesiano, es decir, planear los movimientos del manipulador, ya sea en función de sus coordenadas articulares o en función de la posición espacial de su órgano terminal.

En el primer caso se especifica a los actuadores del sistema, el movimiento que cada junta asociada debe seguir con respecto al tiempo, con el fin de alcanzar, luego del movimiento simultáneo de todos los cuerpos del robot, el objetivo deseado. En el segundo caso –por facilidad de diseño- se programan las trayectorias deseadas en unidades cartesianas, lo que puede traducirse en una definición de perfiles geométricos en el espacio de trabajo.

3.1.1. Trayectoria Bang-Bang (espacio articular)

La generación de este tipo de consignas de control, consiste en especificar aspectos relacionados con la duración y distancia del recorrido, puntos de quiebre, velocidades, perfiles de aceleración y desaceleración al inicio y fin del movimiento, que a su vez deben coincidir preferiblemente, con los perfiles utilizados en los desempeños reales del robot y deben además ser acordes a las restricciones físicas del mismo [66].

La trayectoria bang-bang [15] [16] indicada en la figura 3.2, representa una consigna con las anteriores características; en ella se especifica una fase de aceleración constante (desde velocidad inicial cero) hasta un punto de quiebre $t_f/2$ (donde t_f es el mínimo tiempo de recorrido [15]), luego del cual se inicia una fase de desaceleración hasta llegar de nuevo a un estado de reposo (velocidad nula). Al integrar este perfil de velocidad, se obtiene una trayectoria de posición continua, que describe un movimiento suave en unidades cartesianas, apropiado para las características físicas de un manipulador.

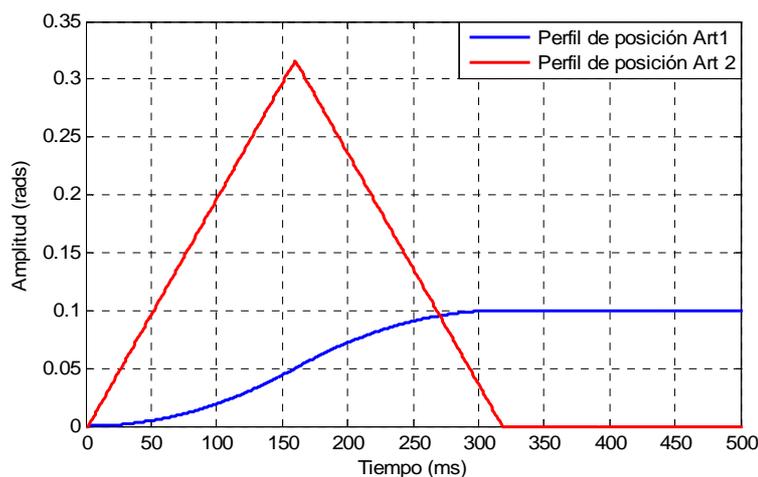


Figura 3.2. Consigna articular tipo Bang-bang

Si se desea utilizar control articular, es preciso definir perfiles similares al indicado en la figura anterior, los cuales representan las consignas que deben ser aplicadas a cada articulación del robot. En el caso del Scrobot-ER 5plus, los controladores utilizados (PID o CTC) deberán garantizar el seguimiento de estas trayectorias, con movimiento simultáneo de todos los ejes del robot, a las velocidades especificadas y procurando que cada error articular tienda a cero.

3.1.2. Trayectoria circular (espacio cartesiano)

La generación de consignas de tipo cartesiano (figura 3.3a) se realiza utilizando tres vectores, en los que se especifica para cada eje x, y, z (figura 3.3b), la posición que debe seguir el efector final del robot en su espacio de trabajo.

Adicionalmente es preciso definir ciertos parámetros, de acuerdo a la geometría de cada perfil en particular, por ejemplo, para trayectorias circulares se debe establecer tanto el centro como el radio de la figura, teniendo siempre presente que la consigna resultante no entre en conflicto con el espacio de trabajo efectivo del manipulador, es decir, se deben considerar las restricciones físicas y/o mecánicas del entorno y del robot.

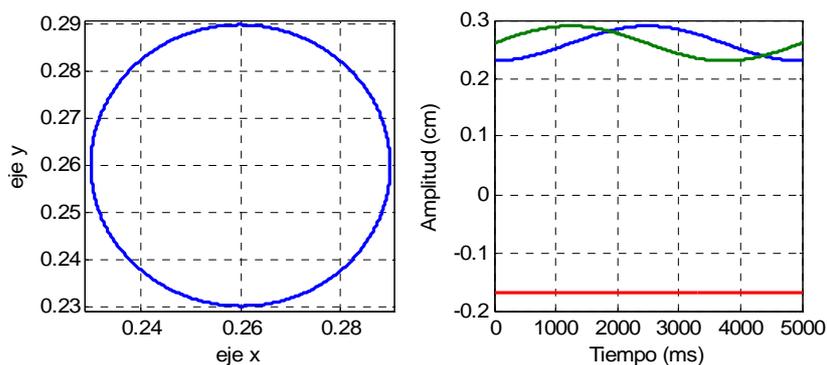


Figura 3.3. Consigna Circular (a) y Componentes Cartesianos (b)

Las trayectorias articulares y cartesianas para la simulación de los lazos de control (tanto con controlador PID como CTC) del robot estudiado, serán generadas de acuerdo a los algoritmos desarrollados en Matlab incluidos en el anexo H.

En este orden de ideas, al definir perfiles cartesianos como consignas, deberá utilizarse el modelo geométrico inverso del manipulador desarrollado en el capítulo uno (anexo A), con el objetivo de obtener las coordenadas articulares correspondientes a dicho perfil. Este aspecto indica el grado de flexibilidad que se tiene, para estructurar el lazo de control del sistema robótico, al no tener restricciones respecto al espacio en que se defina la consigna de control.

Por ejemplo, si se grafica la salida del bloque MGI del esquema en Simulink del anexo A (figura 1.6), al utilizar como entrada el círculo de 3 centímetros de radio mostrado en la figura 3.3a, se obtienen consignas articulares para cada actuador del robot (figura 3.4). La tarea del

controlador será entonces, hacer que la diferencia entre dichas consignas y las respectivas posiciones articulares medidas sea mínima, sin que esto implique demasiado esfuerzo para los motores del manipulador, evitando de este modo movimientos inapropiados que deterioren los diferentes componentes del sistema.

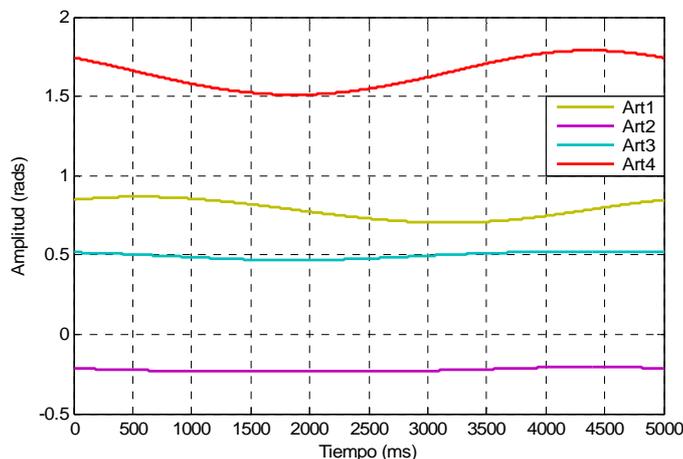


Figura 3.4. Transformación de consigna cartesiana a consigna articular

3.2. CONTROLADORES APLICADOS AL SCORBOT-ER 5PLUS

Una vez definida la consigna, la unidad de control se encarga de asegurar que el manipulador ejecute la trayectoria especificada, calculando para ello las señales que se aplican a cada uno de los motores de las diferentes articulaciones (de modo que estos desarrollen el par necesario para que el efector final alcance una ubicación deseada).

Existen diversas técnicas y metodologías utilizadas en el control de manipuladores, la implementación de una u otra tendrá un impacto significativo sobre el desempeño del robot y consecuentemente sobre el rango de posibles aplicaciones del mismo. La ley de control seleccionada deberá responder satisfactoriamente en lo referente al seguimiento de la trayectoria fijada en la consigna, las variaciones en el espacio de trabajo, las posibles inconsistencias del modelo identificado, y a las pruebas de robustez y desempeño impuestas en cada caso [24].

Entre la gran variedad de estrategias propuestas en la literatura para control de robots, históricamente la más común corresponde al controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID) [67] [68], el cual es aún utilizado ampliamente en diversas aplicaciones de carácter industrial. No obstante, las características de un robot complican la tarea de un controlador PID, especialmente si el desempeño del manipulador requiere altas velocidades y aceleraciones.

Teniendo en cuenta los anteriores aspectos, en muchos casos se ha optado por implementar técnicas fundamentadas en el modelo, es decir, controladores que contrarresten las dificultades mencionadas, cancelando las no-linealidades en las dinámicas del robot y

compensando incluso posibles errores en el modelo. Entre estos sofisticados esquemas se incluye la técnica del Par Calculado [15] [69], la cual linealiza y desacopla la ecuación de movimiento del sistema robótico, siendo considerada teóricamente una de las mejores soluciones para el control de robots [21].

En este capítulo se aplicará el modelo identificado en el capítulo anterior, en dos lazos de control: el clásico controlador PID y el control por modelo de referencia CTC. Se analizarán los resultados obtenidos en simulación, comparando las respectivas respuestas con el fin de evaluar su desempeño en seguimiento de trayectorias cartesianas y articulares, pretendiendo establecer, con base en el caso práctico desarrollado, consideraciones a tener en cuenta respecto a la conveniencia (o inconveniencia) de aplicar técnicas basadas en el modelo para manipuladores similares al estudiado.

3.2.1. Controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID)

En la actualidad, una de las estrategias más usadas en el control de los sistemas robóticos presentes en una aplicación industrial es el controlador Proporcional, Integral, Derivativo (PID) [26] [70] [51], especialmente debido a que esta técnica tiene ciertas ventajas, representadas en la facilidad de implementación, la sintonización de sólo tres parámetros, la amplia teoría desarrollada al respecto y la baja carga computacional requerida en su funcionamiento. Sin embargo, las características propias de un manipulador (no-linealidad, dinámicas acopladas) representan el mayor obstáculo para un controlador PID, ya que estos aspectos dificultan que el lazo de control garantice el desempeño del robot acorde a lo especificado, principalmente por la variabilidad del desempeño dinámico según la configuración del manipulador y la poca exactitud en el seguimiento de trayectorias a velocidades elevadas [15] [26].

El esquema de control PID para el robot serial Scorbot-ER 5plus se estructurará de la forma indicada en la figura 3.5 [15] [16], donde la ley de control está dada por la ecuación (3.1).

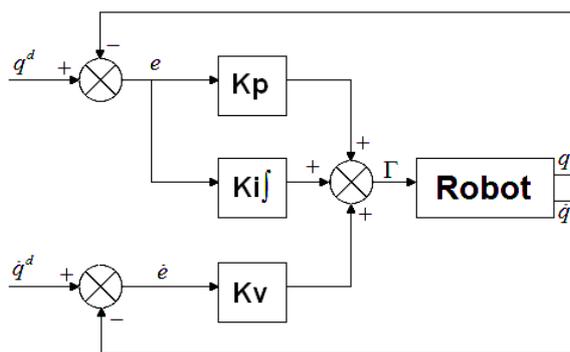


Figura 3.5. Esquema de control PID en el espacio articular

$$\Gamma = K_p (q^d - q) + K_i \int_{t_0}^t (q^d - q) d\tau + K_v (\dot{q}^d - \dot{q}) \quad (3.1)$$

Los términos $q^d(t)$ y $\dot{q}^d(t)$ son respectivamente, la posición y velocidad deseada, expresados directamente en unidades articulares u obtenidos del modelo geométrico inverso, cuando la trayectoria de referencia ha sido especificada en el espacio cartesiano (como se indica en la figura 3.3).

Los elementos K_p , K_i y K_v de otro lado son matrices $(n \times n)$ diagonales y definidas positivas, cuyos elementos son respectivamente las ganancias proporcional (K_{pj}), integral (K_{ij}) y derivativa (K_{vj}) para cada articulación j del robot estudiado [15]. Para efectos de simulación, estas matrices deben definirse y organizarse en un archivo de Matlab (anexo I), donde se especifique el valor de los respectivos términos del PID para cada articulación; dicho archivo será utilizado para el cálculo de la ley de control necesaria para el funcionamiento del esquema de control en Simulink (anexo J) para el caso de estudio.

La teoría respecto a la técnica de control PID constituye un amplio campo de investigación, que puede citarse en la literatura desarrollada al respecto [51] [70] [74]; por lo tanto, es este documento tan solo se consideran los aspectos de interés para el desarrollo de este trabajo, de acuerdo a lo necesario para la simulación de los lazos de control en el espacio articular y cartesiano para Scorbot-ER 5plus.

3.2.1.1. Lazo de control de posición PID en el espacio articular

El lazo de control para el Scorbot-ER 5plus utilizando la técnica PID, se estructuró con base en el diagrama de la figura 3.5, empleando la herramienta Matlab/Simulink tal como se muestra en la figura (3.6) (anexo J).

Para realizar la simulación del esquema de control, utilizando consignas como las indicadas en las figuras (3.2) (espacio articular) y (3.3) (espacio cartesiano), se debe recurrir además al Modelo Dinámico Directo, para simular el comportamiento del robot real ante las señales de control aplicadas, de modo que sea posible analizar el desempeño del sistema, con base tanto en las posiciones y velocidades articulares desarrolladas, como en el error o diferencia con respecto a los valores deseados.

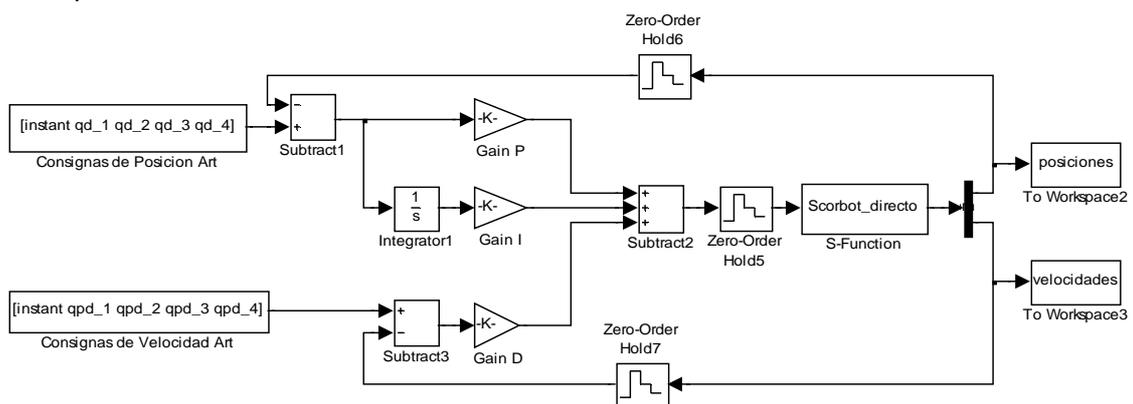


Figura 3.6. Esquema en Simulink para control PID: espacio articular

La consigna articular para este esquema está constituida por 8 valores (una consigna de posición y velocidad articular para cada articulación del robot), definidos por el algoritmo generador de trayectoria bang-bang del anexo H (figura 3.2).

Los valores de las respectivas constantes del controlador se definen en el archivo de inicio incluido en el anexo I, en el cual se especifica igualmente el tiempo de muestreo del esquema de control y la posición inicial de cada articulación del robot.

Para la sintonización de las ganancias del PID se optó por encontrar una aproximación a los mejores valores utilizando el bloque "Signal Constrain" de Matlab/Simulink [71]. Este bloque permite elegir, dentro del lazo de control, una variable cuyo valor se espera optimizar (por ejemplo el error articular), con base en la sintonización de ciertos parámetros que influyen en dicho valor. Para ello se deben ajustar algunos aspectos del bloque, como la selección de los parámetros a sintonizar (para este caso las ganancias del controlador), el rango en el que se desea la variable de interés (restricciones o límites), el algoritmo de optimización, el tipo de solucionador para encontrar el mínimo, entre otros. A partir de las constantes encontradas, se inició una sintonización "fina" por medio de ensayo y error [72].

Las ganancias Proporcional, Integral y Derivativa, obtenidas del proceso de sintonización descrito anteriormente, se agrupan en la tabla 3.1. Con estos valores se produce el error articular mostrado en la figura (3.7) al utilizar una consigna definida en el espacio articular (trayectoria bang-bang).

	K_p	K_i	K_v
Art 1	100	1e-4	50
Art 2	700	800	70
Art 3	200	100	50
Art 4	300	400	50

Tabla 3.1. Ganancias del controlador PID en el espacio articular

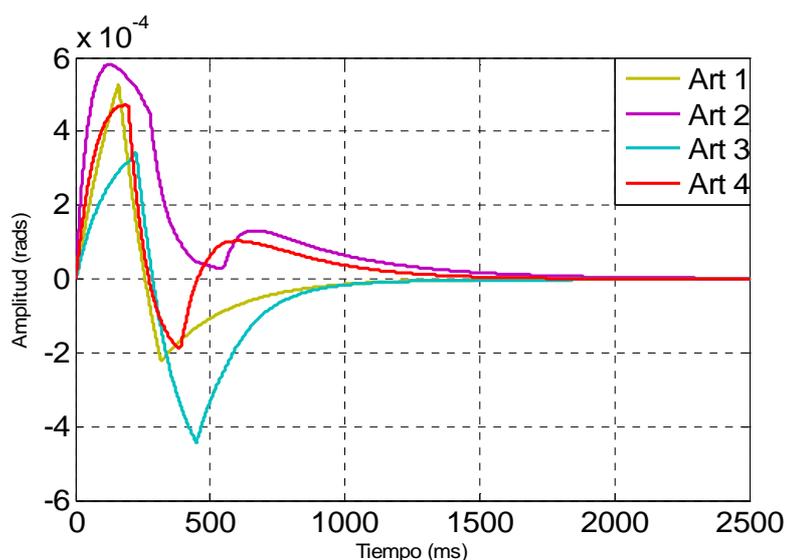


Figura 3.7. Error articular del lazo de control PID (trayectoria bang-bang)

Luego de obtener el error articular indicado en la figura anterior, se puede afirmar que el modelo desarrollado para el Scorbot-ER 5plus es cercano al sistema real (modelado e identificación aceptable), pues aun con las limitaciones de un controlador PID mencionadas previamente, el seguimiento de trayectorias articulares como la bang-bang es correcto, no obstante es preciso corroborar lo anterior utilizando una consigna definida en el espacio cartesiano, pues esto representa una prueba más exigente para el controlador y permite concluir con mayor fundamento sobre la bondad del modelo desarrollado en los capítulos anteriores para el caso de estudio.

3.2.1.2. Lazo de control de posición PID en el espacio cartesiano

Para estructurar el lazo de control PID, utilizando una trayectoria definida en el espacio cartesiano (figura 3.8), se ha optado en este trabajo por transformar la consigna circular especificada (figura 3.3), en trayectorias de referencia articulares para cada junta del robot (utilizando el modelo geométrico inverso).

La simulación en Matlab/Simulink se efectuó utilizando el siguiente esquema, donde se observa que, a diferencia del lazo de control en el espacio articular de la figura (3.6), es preciso computar en línea la derivada de la señal de referencia (para calcular el error de velocidad), pues en este caso no se especifican directamente las consignas de velocidad como se hace en la trayectoria bang-bang.

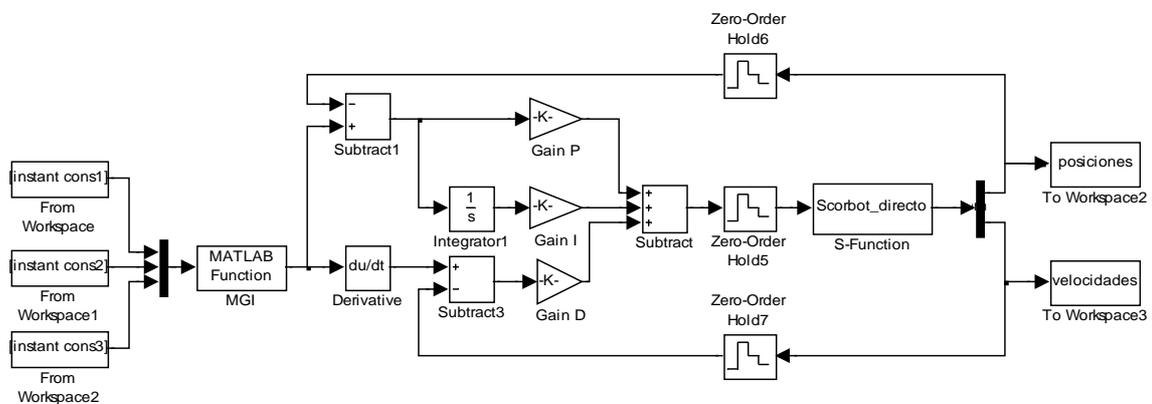


Figura 3.8. Esquema en Simulink para control PID: espacio cartesiano

Para el funcionamiento del esquema anterior se utilizaron las ganancias del PID agrupadas en la tabla 3.2, obtenidas a partir de un procedimiento de sintonización similar al descrito para el caso articular.

	K_p	K_i	K_v
Art 1	200	100	10
Art 2	1000	500	90
Art 3	700	300	50

Art 4	500	500	50
-------	-----	-----	----

Tabla 3.2. Ganancias del controlador PID en el espacio cartesiano

El resultado de la simulación produjo un error cartesiano bastante bajo (figura 3.9), confirmando que el modelo dinámico desarrollado para el Scorbot-ER 5plus y los parámetros dinámicos obtenidos del proceso de identificación, cumplen apropiadamente su objetivo de simular el robot real como parte de un lazo de control PID.

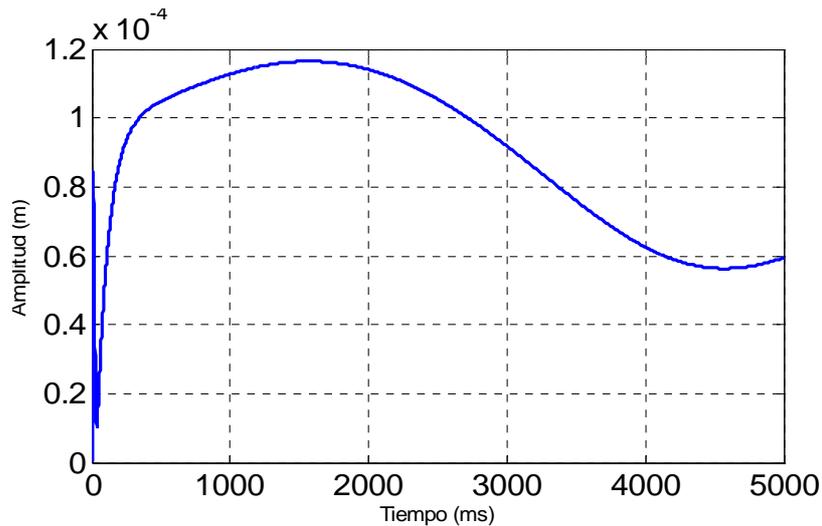


Figura 3.9. Error cartesiano del lazo de control PID (trayectoria cartesiana)

Una mejor interpretación del error cartesiano de la figura anterior, se realiza al analizar qué tanto difiere la trayectoria desarrollada por el efector final del robot, con respecto a la consigna cartesiana utilizada; para ello se grafica entonces el círculo deseado y el obtenido de la siguiente manera:

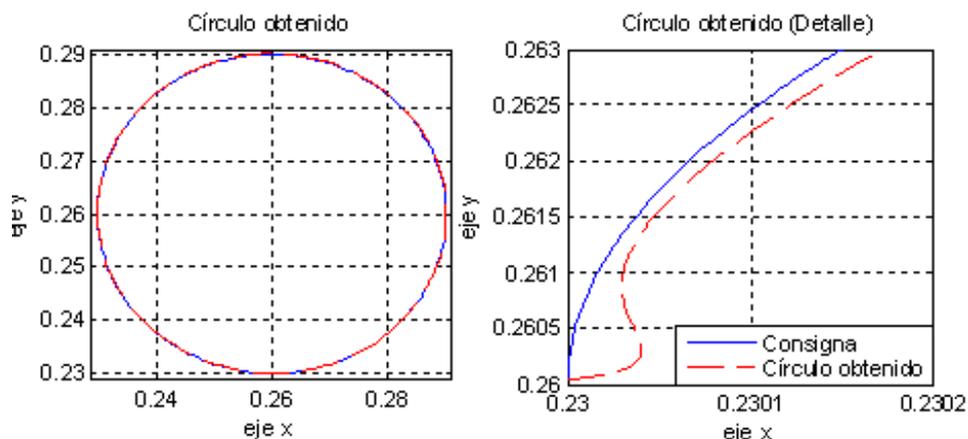


Figura 3.10. Círculo obtenido utilizando un controlador PID cartesiano

Como se puede apreciar en las figuras (3.9) y (3.10), el error cartesiano obtenido inferior a 0.00012 centímetros es bastante bueno para este tipo de aplicaciones, considerando la

influencia que el acoplamiento del sistema tiene en la sintonización del PID, pues cada cambio en el valor de una ganancia afecta el estado de todas las variables articulares del robot. El error cartesiano se refleja en la desviación resultante, al sobreponer los círculos deseado y obtenido, como se indica en la figura anterior.

3.2.2. Técnica del par calculado

Un manipulador es un sistema multivariable con n entradas (pares articulares Γ) y n salidas (posiciones articulares q) interactuando entre ellas por medio de relaciones no-lineales (donde $n=5$ para el caso del robot Scorbot-ER 5plus) como se aprecia en el modelo dinámico inverso de la ecuación (2.1) [15].

Este aspecto conlleva a la necesidad de aplicar estrategias que desacoplen el sistema, de modo que cada articulación sólo se vea afectada por sus propias características dinámicas. Por esta razón se ha optado por utilizar un vector de control u (ecuación 3.3) que sea función del estado del sistema y que sea capaz de efectuar una relación entrada/salida de manera lineal; es decir, lo que se pretende es desarrollar una linealización global de las dinámicas del sistema, por medio de una realimentación no-lineal de los estados [9] [16].

$$u * M = \Gamma \quad (3.3)$$

Donde:

M : Modelo de los actuadores

Γ : Par aplicado a las juntas del robot, desarrollado por los respectivos actuadores ante un voltaje u .

Para desacoplar este sistema puede utilizarse el esquema de la figura (3.11) (ecuación 3.4) en el que la tensión de mando de los actuadores u , se obtiene a partir del modelo dinámico constituido por \hat{A} y \hat{Q} (estimaciones de las matrices y vectores correspondientes) así como de la señal y , la cual –como se verá más adelante- es una función del error del lazo de control, que depende de los estados del sistema [73]:

$$\Gamma = u * M = \hat{A}(q)y + \hat{Q}(q) \quad (3.4)$$

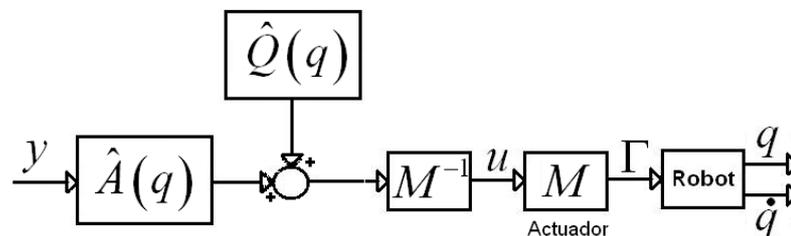


Figura 3.11. Desacoplamiento por inversión del modelo: linealización global (a)

Al igualar las ecuaciones (3.2) y (3.4) (modelo real y modelo estimado) se tiene una expresión para la señal y que, si el modelado es perfecto ($\hat{A} = A$ y $\hat{Q} = Q$), está dada por:

$$y = \ddot{q} \quad (3.5)$$

Resultando que el esquema de la figura (3.11) equivale al de la figura (3.12), en el que se observa que la relación entre y y q es desacoplada y lineal, lo que indica que el sistema a controlar de la ecuación (3.4) es lineal y desacoplado con respecto a y ; es decir, el componente y_i influencia con una relación de doble integrador sólo a la variable articular q_i , independientemente de la dinámica de las otras juntas [16] [20] [73].

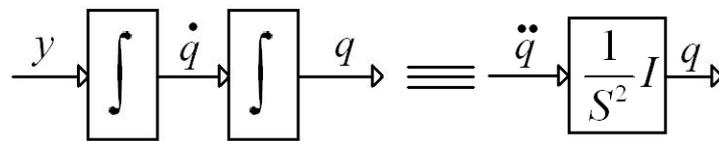


Figura 3.12. Desacoplamiento por inversión del modelo: linealización global (b)

Una vez desacoplado el sistema robótico de acuerdo al esquema anterior, como se desea que la salida del sistema sea igual a la consigna ($q_d = q$) (error articular cero), se requiere entonces, de acuerdo a la figura anterior, que la señal y sea:

$$y = S^2 I q_d \quad (3.6)$$

Con base en lo anterior, si se considera el valor deseado de posición q_d en el diagrama de la figura (3.11), se obtiene la siguiente aproximación para estructurar el esquema de control del robot desacoplado:

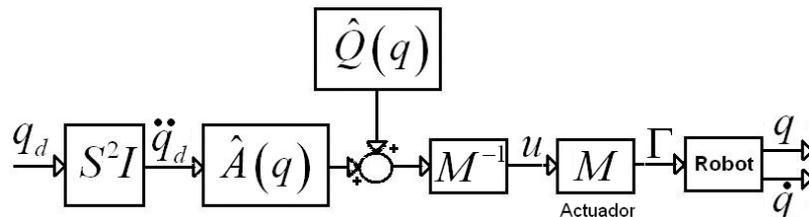


Figura 3.13. Aproximación del esquema de control basado en desacoplamiento por inversión del modelo.

Ahora que se ha independizado el movimiento de las articulaciones del robot, se debe escoger una expresión apropiada para y , con el objetivo de completar el lazo de control basado en el desacoplamiento del robot estudiado. Para el caso del Scorbot-ER 5plus se empleará la estrategia Proporcional-Derivativa (PD) dada por:

$$y = \ddot{q}_d + K_v \dot{e} + K_p e \quad (3.7)$$

Donde:

K_p y K_v son matrices diagonales que agrupan las ganancias proporcionales y derivativas respectivamente.

A partir de las expresiones (3.5) y (3.7), y considerando que el error articular está dado por $e = q_d - q$, se tiene la siguiente ecuación en lazo cerrado para el sistema, utilizando control Proporcional-Derivativo:

$$\ddot{e} + K_v \dot{e} + K_p e = 0 \quad (3.8)$$

Al incluir la ley de control PD dada en la expresión anterior, en el esquema indicado en la figura (3.13) se obtiene:

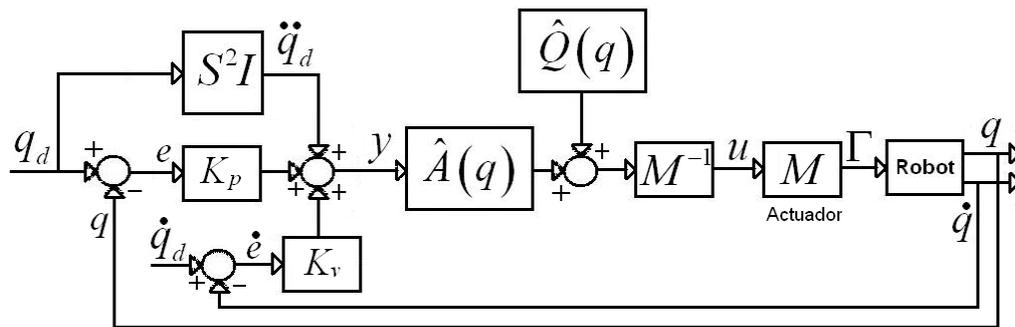


Figura 3.14. Esquema del algoritmo de control PD basado en desacoplamiento por inversión del modelo.

El anterior diagrama presenta dos lazos de realimentación: Un lazo interior basado en el modelo dinámico del robot (realimentación de q hacia las matrices \hat{A} y \hat{Q}), cuya función es obtener una relación entrada/salida desacoplada y lineal; y un lazo exterior basado en el error, encargado de estabilizar todo el sistema con base en la estrategia Proporcional-Derivativa [15] [20].

3.2.2.1. Lazo de control de posición CTC en el espacio articular

Con base en la figura (3.14) se realizó la implementación de la técnica del par calculado CTC (control basado en el modelo) para el robot caso de estudio, la cual se desarrolló en Matlab/Simulink estructurando los esquemas de control de las figuras (3.15) (espacio articular) y (3.16) (espacio cartesiano) (anexo J), utilizando los archivos del anexo K (correspondientes a los modelos dinámicos directo e inverso del Scorbot-ER 5plus) y demás

programas necesarios para el funcionamiento de la ley de control estudiada, entre los que se incluyen los generadores de trayectorias y los documentos de inicio (donde se especifica tanto la posición inicial de las juntas del robot, como el valor de las constantes del controlador propiamente dicho).

Las ganancias de los actuadores (M_i), fueron estimadas y aplicadas en el proceso de identificación desarrollado en el capítulo 2, por lo tanto –al estar incluido su efecto en los modelos del robot- no se incluirá en los respectivos lazos de control.

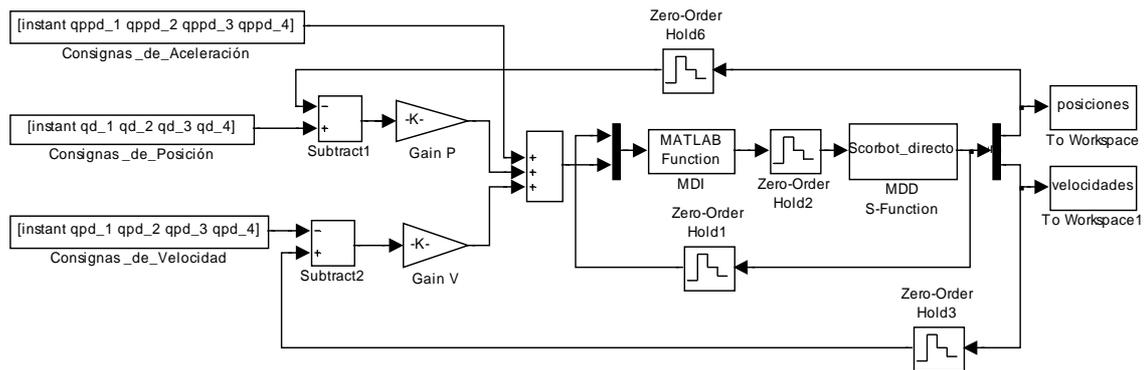


Figura 3.15. Esquema en Simulink para control CTC: espacio articular.

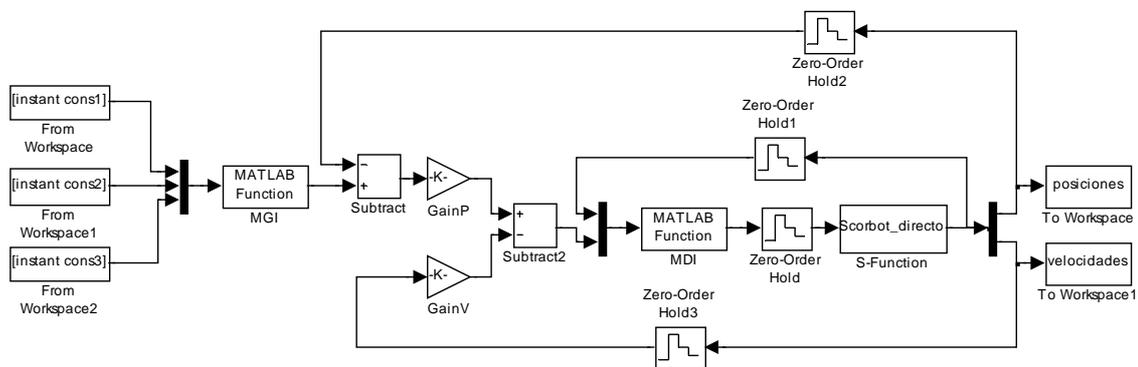


Figura 3.16. Esquema en Simulink para control CTC: espacio cartesiano.

La consigna utilizada en el lazo de control de la figura (3.15) fue una trayectoria de tipo bang-bang (generada por el archivo incluido en el (anexo H)), cuya gráfica se presentó en la figura (3.2), la cual está constituida por un perfil discontinuo para aceleración y perfiles continuos para posición y velocidad [15].

En este tipo de trayectorias se especifica el valor de las respectivas consignas de posición, velocidad y aceleración para cada articulación, las cuales se organizaron en tres vectores, de modo que fuera posible calcular la señal de control y y de acuerdo a la ecuación (3.7) y determinar de esta manera el par de control Γ como se ha explicado previamente.

El resultado correspondiente al error articular, obtenido al simular el esquema de control de la figura (3.15), utilizando las constantes de control agrupadas en la tabla 3.3, se aprecia en la figura (3.17). Estas ganancias se obtuvieron aplicando un procedimiento similar al empleado en la sintonización del PID, iniciando con el bloque “Signal Constrain” de Matlab/Simulink [71] para llegar a una aproximación aceptable que establezca el lazo, y utilizando posteriormente pruebas de ensayo y error para un sintonizado “fino” [72].

	K_p	K_v
Art 1	300000	500
Art 2	400000	450
Art 3	250000	300
Art 4	300000	400

Tabla 3.3. Ganancias del controlador CTC en el espacio articular

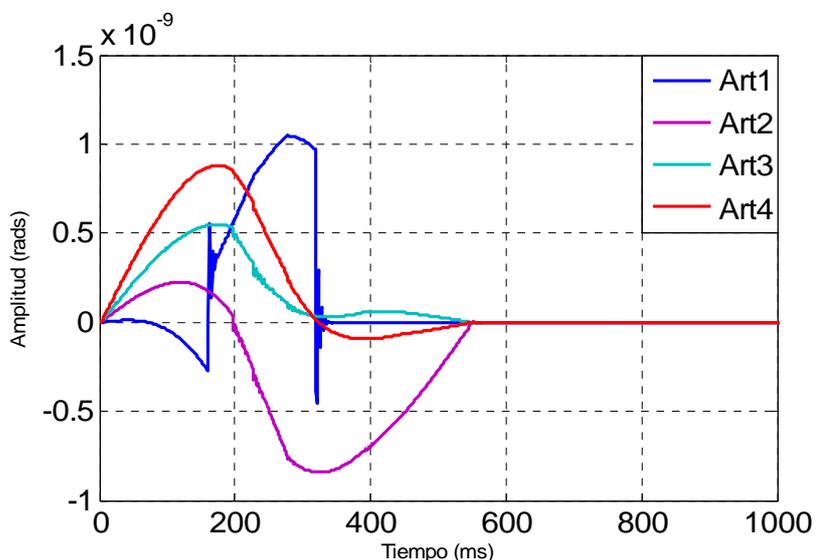


Figura 3.17. Error articular del lazo de control CTC (trayectoria bang-bang)

Como se muestra en la figura anterior, con el controlador CTC se mejoró la respuesta en el espacio articular con respecto al error obtenido con el PID, lo cual confirma las ventajas de utilizar estrategias basadas en el modelo, en el cálculo del par de control requerido para estabilizar el sistema, de acuerdo a la consigna especificada.

3.2.2.2. Lazo de control de posición CTC en el espacio cartesiano

La consigna aplicada en este caso será la misma que se utilizó en el caso del PID (figura 3.3). Considerando lo anterior, se observa que para el esquema de control CTC cartesiano (figuras 3.16 y 3.18) sólo se ha especificado el valor deseado de posición (a diferencia del caso articular), en este caso se escogerá la siguiente expresión para la señal y :

$$y = K_p (q_d - q) - K_v \dot{q} \quad (3.9)$$

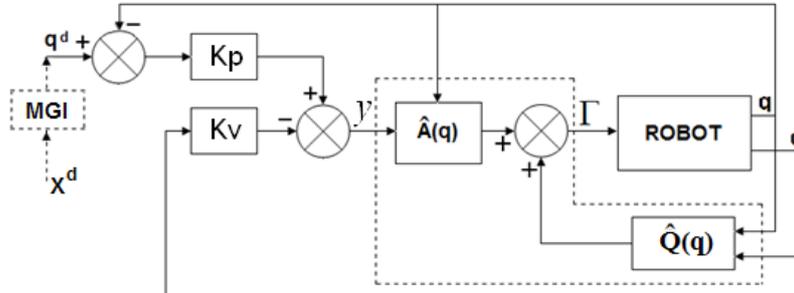


Figura 3.18. Esquema de control CTC con consigna cartesiana.

Con base en lo anterior, se obtiene la ecuación en lazo cerrado de los sistemas de control mostrados en las figuras (3.16) y (3.18) de la siguiente manera:

$$\ddot{q} + K_v \dot{q} + K_p q = K_p q_d \quad (3.10)$$

La respuesta del esquema CTC simulado de acuerdo a figura 3.16, utilizando las ganancias del controlador PD agrupadas en la tabla 3.4, se aprecian en las figuras (3.19) (error cartesiano) y (3.20) (círculo obtenido).

	K_p	K_v
Art 1	300000	550
Art 2	250000	700
Art 3	50000	200
Art 4	330000	400

Tabla 3.4. Ganancias del controlador CTC en el espacio cartesiano.

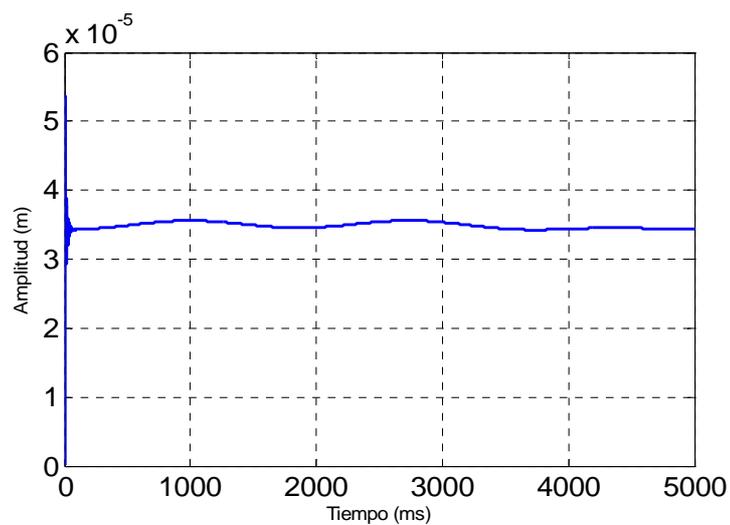


Figura 3.19. Error cartesiano del lazo de control CTC (trayectoria cartesiana)

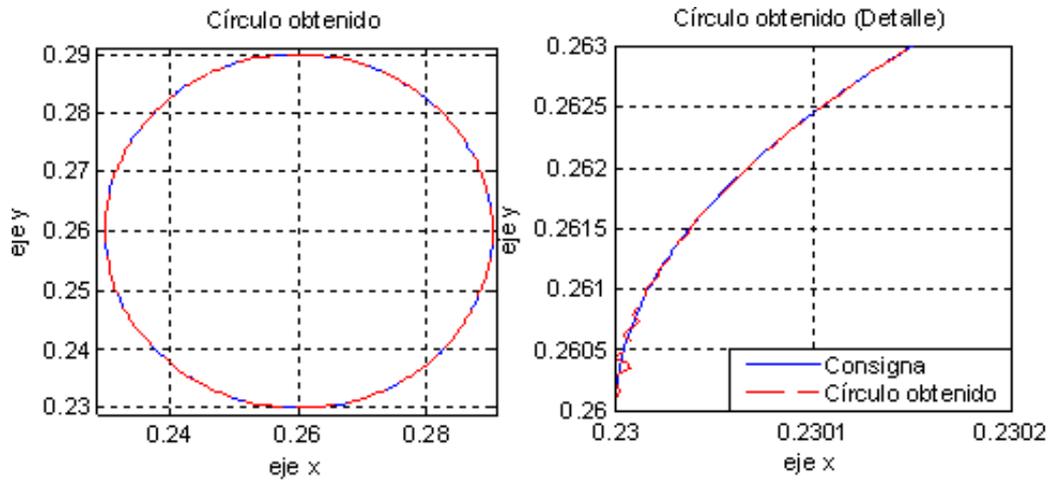


Figura 3.20. Círculo obtenido utilizando un controlador CTC cartesiano

Al comparar los errores cartesianos obtenidos con los dos controladores estudiados (figuras 3.9 y 3.19), al igual que los respectivos detalles extraídos de los círculos obtenidos (figuras 3.10 y 3.20), se puede concluir que el desempeño del robot, en el seguimiento de consignas circulares, es mejor al usar estrategias de control basadas en el modelo, como lo es el Control por Par Calculado (CTC), pues luego de simular el esquema de Simulink correspondiente, se obtiene una desviación con respecto a la consigna circular menor que la resultante en la simulación del PID.

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- En general, el procedimiento empleado en el desarrollo de los diferentes modelos (geométrico y dinámico) para el caso de estudio, resulta ser una metodología bastante conveniente para robots seriales de varios grados de libertad como el Scorbot-ER 5plus, dada la formulación clara de reglas que resultan ser fácilmente aplicables.
- Se debe tener un conocimiento claro de la estructura física del robot que se está estudiando, con el fin de no cometer errores en el modelado que afectaría directamente tanto la etapa de identificación como la de control y simulación, lo que conllevaría a obtener resultados no deseados o erróneos, debido a que se estaría trabajando con un modelo que no refleja el comportamiento del sistema real.
- Cuando se realizan experimentos de identificación paramétrica de robots, es fundamental obtener los datos de trayectorias dinámicas, ricas en frecuencias. Esto se puede corroborar con la matriz de observación W , que al no cumplir con dichos requerimientos, se traduce en una matriz mal condicionada produciendo resultados no deseados, independientemente del método de identificación que se utilice para tal fin.
- Las trayectorias suficientemente dinámicas dependen, no sólo de los cambios bruscos de dirección, formas y tamaño de ondas, sino también de la velocidad con que se realicen dichos movimientos, sin que estos sobrepasen los límites mecánicos y de programación del robot.
- Adicional a lo anterior, cuanto mayor sea el tamaño de la muestra y menor el tiempo de muestreo, es posible obtener trayectorias que satisfagan los requerimientos de la identificación paramétrica, para obtener así una estimación de parámetros que puedan describir en gran medida la dinámica del sistema real.
- Se debe tener presente en el diseño de los experimentos, la estructura del modelo del robot y el método de identificación que se va a emplear, con el fin de aplicar al sistema trayectorias adecuadas que exciten las características requeridas y no las que afecten de forma negativa el experimento que se está realizando.
- La compleja estructura del robot Scorbot-ER 5plus y las condiciones actuales de experimentación, constituyen restricciones a tener en cuenta en la identificación. Por lo tanto, si se desea obtener desviaciones estándar menores, se debe empezar por disminuir la tasa de muestreo, con el fin de tener mayor información de la dinámica del sistema.
- La importancia de la concatenación en la identificación de un robot como el Scorbot-ER 5plus –desempeño del robot en varias secuencias o trayectorias en un sólo experimento de estimación-, radica en que, con dicho procedimiento, se busca obtener los mejores

resultados respecto a las trayectorias concatenadas, lo cual se traduce en parámetros mejor estimados y por lo tanto, en un modelo más acorde al sistema real.

- Una prueba conveniente para un modelo estimado, es utilizarlo en un esquema de control de acuerdo a ciertas consignas, con el fin de evaluar su desempeño en una aplicación real.
- La utilización de un modelo con ciertas inconsistencias en sus parámetros (debido a una inadecuada identificación o a la introducción de errores) en un lazo de control, constituye una interesante prueba para medir la robustez de los controladores involucrados.
- Respecto a lo anterior, al estructurar lazos de control aplicando el modelo del Scrobot-ER 5plus desarrollado, se puede concluir que dicho modelo es suficiente para el buen funcionamiento de un controlador PID (como en el caso del sistema real).
- Un controlador como el CTC tolera inexactitudes en los modelos usados, desde el punto de vista de facilidad de sintonización y buen seguimiento de trayectorias cartesianas. De otro lado, el controlador PID, al no considerar el modelo del robot en el cálculo de la ley de control, arroja resultados aceptables, en comparación con los del CTC, corroborándose la conveniencia de utilizar controladores basados en el modelo, dada la robustez que este hecho implica.

5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] La I+D+i en la robótica. 2006.
www.disam.upm.es/.../documentos/WS1%20Libro%20Blanco/La%20I+D+i%20en%20la%20rob%F3tica%20libroblanco.pdf
- [2] Morales, L. Optimización de trayectorias de puntos múltiples para un robot industrial. Universidad de las Américas, Puebla, 1999.
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lis/lezama_m_r/capitulo1.pdf
- [3] De la Hoz, A. Robotica Industrial: una buena pieza. 2006.
<http://www.mecalux.es/external/magazine/41754.pdf>
- [4] General Motors Colmotores.
http://www.chevrolet.com.co/content_data/LAAM/CO/es/GBPCO/001/BRANDSITE/default.html
- [5] Metrex S.A.
<http://www.metrex.com.co/contenidos/cast/contenido.php?tema=principal&contenido=inicial&msg>
- [6] Babaria, S.A.
http://www.grupobavaria.com/espanol/queesbavaria/plantas_cerv_bogota.php
- [7] ROBOTICAID Ltda.
<http://www.roboticaid.com/web/>
- [8] Robotek Ltda. Mecatrónica y sistemas inteligentes.
www.robotekltda.com
- [9] Kurfess T. Robotics And Automation Handbook. International Journal of Engineering Education. Washington, D.C. 2005.
- [10] van der Linden G.W. High Performance Robust Manipulator Motion Control Theory, Tools, and Experimental Implementation. Netherlands, 1997.
<http://www.dcsc.tudelft.nl/Research/PublicationFiles/publication-5754.pdf>
- [11] INTELITEK.
<http://www.intelitek.com/>
- [12] Syd, C. Informe: IACI00-01 Tema: Scorbot ER-Vplus y Scorbot ER-IX. Universidad Nacional de Quilmes, 2000.
www.iaci.unq.edu.ar/publicaciones/archivos/InformeIACI00_01.prn.pdf

- [13] Soluciones Tecnológicas Integradas: SCORBOR-ER 5plus. 2004.
<http://www.sti-sl.es/scorboterVplus.htm>
- [14] SCORBOT-ER 5plus User's Manual. 3rd Edition. Eshed Robotec. 1998.
- [15] Khalil, W; Dombre, E. Modeling identification and control of robots. Hermes Penton Science, 2002.
- [16] Sciavicco, L; Siciliano, B. Modeling and Control of Robot Manipulators. Edit McGraw Hill, 1996.
- [17] Castillo S; Caberta R. Caracterización de un robot manipulador articulado. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico. Cuernavaca, Mexico, 2003.
www.mecamex.net/docs/art12.pdf
- [18] Sabater J. Control de Robots y Sistemas Sensoriales TEMA 7: CONTROL DINÁMICO ISA.- Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad Miguel Hernández, España, 2007.
www.lsa.umh.es/asignaturas/crss/tema7.pdf
- [19] Paul, R. Robot Manipulators: mathematics, programming and control. MIT Press, Cambridge, USA, 1981.
www.repository.upenn.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1112&context=ircs_reports
- [20] Barrientos, A; Aracil, R; Peñil, L; Balaguer, C. Fundamentos de Robótica. Edit. Mc. Graw Hill, 2ª Edición, Madrid, 2007.
- [21] Vivas, A; Mosquera, V. Predictive functional control of a PUMA robot. Universidad del Cauca, Popayán, Cauca, 2005.
www.icgst.com/ACSE05/papers/P1110523120.pdf
- [22] Vivas, A. Predictive control of a Scara robot. Universidad del Cauca, Popayán, Cauca, 2006.
www.redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/772/77214208.pdf
- [23] Chong-Ho, C; Nojun, K. Robust control of robot manipulator by model-based disturbance attenuation. Mechatronics, IEEE/ASME, 2003.
www.ieeexplore.ieee.org/iel5/3516/28076/01255405.pdf
- [24] Wernholt, E. On Multivariable and Nonlinear Identification of Industrial Robots. Linköping University, Linköping, Sweden, 2004.
www.control.isy.liu.se/research/reports/LicentiateThesis/Lic1131.pdf
- [25] Bona, B; Curatella, A. Identification of industrial robot parameters for advanced model-based controllers design. Robotics and Automation, 2005. ICRA, 2005.
- [26] Mendoza J. Diseño del control de un robot de 2dof para aplicaciones de seguimiento de objetos. Instituto Nacional de astro física, Tonantzintla, Mexico, 2003.

- [27] An introduction to control theory for Lagrangian systems. 2004.
www.penelope.mast.queensu.ca/math439/ps/chapter4.pdf
- [28] Acosta, L; Sigut, M. *Matemáticas Y Robótica*. Universidad de la Laguna, La Laguna, 2005.
www.webpages.ull.es/users/imarrero/sctm05/modulo2lp/1/msigut.pdf
- [29] Escrig, A. Control de movimiento de robots en presencia de incertidumbre: un enfoque adaptativo. 2006.
www.coitt.es/antena/pdf/163/06A_Control_movimiento.pdf
- [30] <http://www.ControlSystems.net>
- [31] Gautier, M; Khalil, W. Direct calculation of minimum set of inertial parameters of serial robots. IEEE transactions on robotics and automation, vol. 6, pp. 368–373, 1990.
[www.M_Gautier, W_Khalil - Robotics and Automation, IEEE Transactions on, 1990 - ieeexplore.ieee.org](http://www.M_Gautier,_W_Khalil_-_Robotics_and_Automation,_IEEE_Transactions_on,_1990_-_ieeexplore.ieee.org)
- [32] Software SYMORO.
www.irccyn.ec-nantes.fr/.../Valorisation&sr=Documents/SYMORO.php&retour=Valorisation
- [33] Drasco, S. The inertia tensor and after dinner tricks.1998.
www.baba.astro.cornell.edu/inertiatensor.pdf
- [34] Morris, D. What the Hell is the Inertia Tensor? An introduction for non-physicists. 2004.
www.techhouse.brown.edu/~dmorris/projects/tutorials/inertia.tensor.summary.pdf
- [35] EG1527 Dynamics: Note 10, Moments of inertia. 2002.
www.maths.abdn.ac.uk/courses/eg1527/site/pdf/notes/notes10.pdf
- [36] Hall, C. Rigid body dynamics. 2003.
www.aoe.vt.edu/~cdhall/courses/aoe4140/rigid.pdf
- [37] <http://www.mathwotks.com>
- [38] Gil, P; Paracuellos, S. Coriolis Control y Programación de Robots. 2005.
www.sergio.rastafurbi.org/PRACTICAS/ROBOTICA/D4.pdf
- [39] J. Swevers; et al. Experimental identification of robot dynamics for control. Univ. Catholique de Louvain, Belgium. 2000.
- [40] Calafiore, G;Indri, M; Bona, B. Robot Dynamic Calibration: Optimal Excitation Trajectories and Experimental Parameter Estimation. Politecnico di Torino, Torino, Italy, 2000.
- [41] Mendoza, J. Diseño del control de un robot de dos grados de libertad para aplicaciones de seguimiento de objetos. Instituto Nacional de astrofísica, Óptica y Electrónica, Tonantzintla, Pue. 2003.

<http://ccc.inaoep.mx/~labvision/tesis/Diseno%20de%20control%20de%20un%20robot%20de%20GDL%20para%20seguir%20objetos%20-%20Mendoza.pdf>

[42] Cominoli, P. Development of a physical simulation of a real humanoid robot. Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne 2004.

www.birg.epfl.ch/webdav/site/birg/shared/import/migration/hoap2_report_1.pdf

[43] Vélez, C. Identificación En Línea Y Simulación De Sistemas Dinámicos. II Congreso de la Asociación Colombiana de Automatica, pp. 69-73, Bucaramanga, 1997.

www.control-systems.net/grupo/info/paper_aca97.pdf

[44] Andersson, L; Jönsson, U; Henrik, K; Johansson, U. A Manual For System Identification. 1994.

www.control.lth.se/~FRT041/lab/manuallab.pdf

[45] Babuska, R; De Schutter, R. Control Systems Lab (Sc4070) Lecture 2, 2006

www.dcsc.tudelft.nl/~sc4070/transp/csl06-2.pdf

[46] Fernández, R; Bustos, M; Estrada, J. Modelación e Identificación de un Motor de C.C. de excitación Independiente, Universidad de Chile, 2002.

<http://automatica.li2.uchile.cl/motorcc/modelomotor.pdf>

[47] Diaz J. Identificación de Sistemas. Universidad del Cauca, Popayán, Cauca, 2008.

[48] Acosta, L; Sigut, M. Sociedad, Ciencia, Tecnología y Matemáticas, 2005 Matemáticas y Robótica. 2005.

www.webpages.ull.es/users/imarrero/sctm05/modulo2lp1/msigut.pdf

[49] IEE 2682 Laboratorio De Control Automático Apuntes Experiencia Control De Sistema Robotico Pontificia Universidad Católica de Chile. 2006.

www.ing.puc.cl/iee2682/biblio/GUIA_ROBOTICA_PRACTICA_0601.pdf

[50] Andersson L; Jönsson U; Johansson K; Bengtsson J. A manual for System Identification. Dept. of Automatic Control, Lund University, Sweden, 1996.

[51] Gómez, J; Dreoni, F; Ortega, M; Rubio, F. Identificación y Control de un Robot Manipulador, *XXIV Jornadas de Automática de CEA-IFAC*, Universidad de León, España, 2003.

www.cea-ifac.es/actividades/jornadas/XXIV/documentos/ro/51.pdf

[52] Bona, B; Curatella A. Closed-Loop Rigid Model Identification of an Industrial Robot. Politecnico di Torino, Torino, Italy, 2005.

[53] Waiboer, R; Aarts, R. Robot Identification for Accurate Dynamic Simulation. University of Twente, condición matriz.

[54] Vicente, R. R.. Plataforma de Experimentación de Controladores para Robots Industriales. Escuela superior de Ingenieros, Universidad de Sevilla, 2001.

- [55] http://www.alliedelec.com/Images/Products/Datasheets/BM/AMETEK_PITTMAN/388-0002.pdf
- [56] Ljung, L. System Identification: theory for the user, 2nd edition, Edit Pretince Hall, 1999.
- [57] Boyd, S. Lecture 5: Least-squares methods. 2007.
www.stanford.edu/class/ee263/lectures/ls.pdf
- [58] Lawson, C; Hanson, R. Chapter 7 Least Squares Estimation, 2004.
www.mahi.ucsd.edu/cathy/Classes/SIO223/Part1/sio223.chap7.pdf
- [59] Gautier, M; et all. Modeling and Identification of a 3 DOF Haptic Inteface. Institut de Recherche en Communication et en Cybernétique de Nantes, Francia, 2006.
- [60] Vivas, A. Contribution à l'identification et à la commande des robots parallèles. Universite Montpellier II, Francia, 2004.
- [61] Guegan, S. Contribution a la Modelisation et L'identification Dynamique des Robots Paralleles. Universite Montpellier II, Francia, 2003.
- [62] Renaud, P; et all. Kinematic and dynamic identification of parallel mechanisms. Universite Montpellier II, Universite Blaise Pascal, Francia, 2005.
- [63] System Identification Lecture 1. 2006.
www.cs.aau.dk/contribution/courses/fall2006/IRS7/SI/lecture1.beamer.pdf
- [64] Rivera, D. Introduction to System Identification, 2004
www.eas.asu.edu/~cse1/Publications/SysID%20Course/ChE494-98introspr04handout.pdf
- [65] Richalet J. Pratique de L'identification 2ème édition revue et corrigée. Hermes Science Publications, Francia, 1998.
- [66] Kelly, R; Santibáñez, V; Loría, A. Control of Robot Manipulators in Joint space, 2005.
<http://books.google.com.co/books?hl=es&lr=&id=jfhy4ZUPuhYC&oi=fnd&pg=PR25&dq=%22Kelly%22+%22Control+of+Robot+Manipulators+in+Joint+Space>
- [67] Alfaro, V. Ecuaciones para controladores PID universales. San José, Costa Rica. 2002.
www.eie.ucr.ac.cr/uploads/file/documentos/pub_inv/articulos/valfaro02A.pdf
- [68] LI, Y; Heong ang, K; Chong, G. PID control system analysis and design. IEEE control systems magazine, 2006.
www.ieeexplore.ieee.org/iel5/37/33354/01580152.pdf
- [69] Levine, W. Motion control of robot manipulator, in Handbook Control. CRC Press, 1996.
www.icgst.com/ACSE05/papers/P1110523120.pdf

[70] Hasana, E. Experimental investigation of the boundary layer-based sliding mode control and single-input model-based sliding mode fuzzy logic control with applications to robot manipulators. Universidad de Toronto, 2000.

www.collectionscanada.ca/obj/s4/f2/dsk1/tape4/PQDD_0019/MQ54109.pdf

[71] www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/sloptim/ug/signalconstraint.html

[72] Jantzen J. Tuning Of Fuzzy PID Controllers. Technical University of Denmark, Lyngby, DENMARK, 1999.

www.iau.dtu.dk/~jj/pubs/fpid.pdf

[73] Ollero, A. Robotica; Manipuladores y Robots Móviles. Marcombo, 1ª Edicion, España, 2001.

[74] Saxton, C; Saxton, T. PID (Proportional - Integral - Derivative) Control. 2000.

www.issaquahrobotics.org/resources/PID.pdf