

ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES MEDIANTE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS, A TRAVÉS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE
UNA SECUENCIA DIDÁCTICA



EVER KITSON MALPUD TATICUAN
LUIS IGNACIO ARTEAGA BENÍTEZ

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACION
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICAS
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
VALLE DEL GUAMUEZ, ABRIL DE 2018

ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS NATURALES MEDIANTE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS, A TRAVÉS DE LA IMPLEMENTACIÓN DE
UNA SECUENCIA DIDÁCTICA

TRABAJO PARA OPTAR EL TÍTULO DE
MAGISTER EN EDUCACION

EVER KITSON MALPUD TATICUAN
LUIS IGNACIO ARTEAGA BENÍTEZ

DIRECTOR
MG. SANDRA MARCELA CHITO CERON

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
MAESTRIA EN EDUCACION
LÍNEA DE PROFUNDIZACIÓN EN MATEMÁTICAS
PROGRAMA BECAS PARA LA EXCELENCIA DOCENTE
MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL
VALLE DEL GUAMUEZ, ABRIL DE 2018

Agradecimientos

En primer lugar agradecemos a Dios por regalarnos esta nueva oportunidad de formación académica, también agradecemos a todas aquellas entidades gubernamentales que gestionaron y pusieron en marcha el Programa “Becas Para La Excelencia Docente” de igual manera, agradecemos al Alma mater Universidad del Cauca por facilitarnos el conocimiento a través de su excelente profesorado; un agradecimiento muy especial a las docentes Mg. Sandra Marcela Chito y Mg. Isabel Cristina Vasco, por sus valiosos aportes y colaboración en este proceso.

Finalmente agradecemos a nuestras esposas por apoyarnos incondicionalmente; las palabras no bastan para expresar lo que significan en nuestras vidas.

Dedicatoria

Con el amor más grande del mundo dedico este esfuerzo a mí linda esposa Viviana, a mi hija Dianita y a mis padres Leonardo y Juanita, por ser las personas más importantes en mi vida, ustedes son los pilares sobre los cuales se ha edificado mi vida, gracias por su paciencia, amor y comprensión durante este proceso; tal vez no sea el mejor hijo, esposo o padre, sin embargo, tengo la certeza de que a mi lado tengo a los mejores papás, esposa e hija ¡Con todo mi amor!
Luis Arteaga.

A mi esposa Leidy:

Por permitirme ser parte de su vida y brindarme todo su apoyo dentro de mi proceso de formación académica. Gracias por su paciencia, escucha y por estar pendiente de mí.

A mi madre María Graciela:

Aunque no está de cuerpo presente, pero sus consejos aún perduran. No hubiera sido posible cosechar los frutos que hoy estoy recogiendo sin su espíritu de lucha y amor. **Ever Malpud.**



Tabla de Contenido

CAPÍTULO I.....	9
ASPECTOS GENERALES DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN	9
1.1 Presentación.....	9
1.2 Justificación.....	11
1.3 Estado del Arte	13
1.4 Objetivos	14
1.4.1 Objetivo general	14
1.4.2 Objetivos específicos.....	14
1.5 Marco contextual	15
CAPÍTULO II	17
MARCO CONCEPTUAL	17
2.1 Secuencia Didáctica	17
2.2 Evaluación diagnóstica.....	17
2.3 Didáctica de las matemáticas.....	17
2.4 Enseñanza de la multiplicación de números naturales	18
2.5 La multiplicación de números naturales.....	21
2.6 Dificultades en el aprendizaje de la multiplicación de números naturales.....	22
2.7 Dificultades en la enseñanza de la multiplicación de números naturales.....	22
2.8 Números naturales	23
2.9 Resolución de problemas matemáticos	24
CAPÍTULO III.....	27
METODOLOGÍA DE LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA	27
3.1 Visión general:.....	27
3.2 Ruta de aprendizaje:.....	28
3.3 Descripción de actividades de aprendizaje	30
3.4 Instrumento de evaluación:	32
CAPÍTULO IV.....	33
DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA	33
CAPÍTULO V	67
RESULTADOS.....	67
5.1 Resultados semana 0	67
5.1.1 Primera sesión, actividad 1	67
5.1.2 Segunda sesión, actividad 1	70
5. 2 Resultados semana 1	70
5.2.1 Primera sesión, actividad 1	70

5.2.2 Segunda sesión, actividad 1	71
5.2.3 Segunda sesión, actividad 2	72
5.3 Resultados semana 2	73
5.3.1 Primera sesión, actividad 1	73
5.3.2 Segunda sesión, actividad 1	74
5.4 Resultados semana 3	75
5.4.1 Primera sesión, actividad 1	75
5.4.2 Primera sesión, actividad 2	75
5.4.3 Segunda sesión, actividad 1	76
5.4.4 Segunda sesión, actividad 2	77
5.5 Resultados semana 4	78
5.5.1 Primera sesión, actividad 1	78
5.5.2 Primera sesión, actividad 2	79
5.5.3 Segunda sesión, actividad 1	80
5.5.4 Segunda sesión, actividad 2	81
5.6 Resultados semana 5	82
5.6.1 Primera sesión, actividad 1	82
5.6.2 Segunda sesión, actividad 1	84
5.7 Resultados semana 6	85
5.7.1 Primera sesión, actividad 1	85
5.7.2 Segunda sesión, actividad 1	86
5.8 Resultados semana 7	88
5.8.1 Primera sesión, actividad 1	88
5.8.2 Segunda sesión, actividad 1	88
5.9 Resultados semana 8	89
5.9.1 Primera sesión, actividad 1	89
5.9.2 Segunda sesión, actividad 1	91
5.1 Los conocimientos previos, un puente al nuevo conocimiento	93
5.2 La resolución de problemas contextualizados un proceso dinamizador en la multiplicación.....	93
5.3 La planeación implica una buena reflexión	94
5.4 La secuencia didáctica como estrategia innovadora en el proceso de enseñanza	96
5.5 Conclusiones	98
5.6 Recomendaciones	99
5.7 Reflexiones	100
ANEXOS	104

Lista de figuras

<i>Figura 1.</i> Resultados de Pruebas Saber 3 (Fuente ICFES, 2017).....	12
<i>Figura 2.</i> Representación gráfica del modelo concreto factor multiplicante	19
<i>Figura 3.</i> Diagrama del modelo concreto factor multiplicante	20
<i>Figura 4.</i> Representación gráfica del modelo concreto adición repetida.....	20
<i>Figura 5.</i> Relación de proporcionalidad entre niños y carros	20
<i>Figura 6.</i> Representación del modelo concreto producto cartesiano.....	20
<i>Figura 7.</i> Estructura de la secuencia didáctica.....	27
<i>Figura 8.</i> Ejemplificación de problema propuesto	35
<i>Figura 9.</i> Organización de pasteles por cada división.....	36
<i>Figura 10.</i> Modelo para la decoración de una torta.....	36
<i>Figura 11.</i> Tabla para registro de información	37
<i>Figura 12.</i> Ejemplo de estrategia para calcular la cantidad de pastelillos	38
<i>Figura 13.</i> Ejercicios propuestos para los estudiantes	38
<i>Figura 14.</i> Cuadros de doble entrada	39
<i>Figura 15.</i> Tabla de multiplicar de doble entrada	39
<i>Figura 16.</i> Tabla de registro de ventas diarias	40
<i>Figura 17.</i> Representación gráfica de problema propuesto	41
<i>Figura 18.</i> Ejercicios propuestos para la actividad	42
<i>Figura 19.</i> Tablas de multiplicar de doble entrada.....	43
<i>Figura 20.</i> Primera tabla de registro.....	43
<i>Figura 21.</i> Segunda tabla de registro.....	43
<i>Figura 22.</i> Tercera tabla de registro	44
<i>Figura 23.</i> Tabla de registro de pedidos	45
<i>Figura 24.</i> Representación del problema planteado	46
<i>Figura 25.</i> Representación del conjunto de números naturales	46
<i>Figura 26.</i> Representación de pastelillos contenidos en una caja	47
<i>Figura 27.</i> “Molinillo multiplicador”	48
<i>Figura 28.</i> Ejercicio para estudiantes	49
<i>Figura 29.</i> Ejemplo de organización de mesas	50
<i>Figura 30.</i> Registro de posibles arreglos	50
<i>Figura 31.</i> Imagen de representación de una torta	51
<i>Figura 32.</i> Tabla para ser dibujada en el tablero.....	51
<i>Figura 33.</i> Tabla para agrupar multiplicaciones que cumplen la propiedad conmutativa	52
<i>Figura 34.</i> Estrategia propuesta para la actividad	52
<i>Figura 35.</i> Tabla de multiplicar de doble entrada	53
<i>Figura 36.</i> Esquema propuesto por Juan	53
<i>Figura 37.</i> Estrategia utilizada por Juan.....	54
<i>Figura 38.</i> Representación del contenido de una caja de uvas pasas	55
<i>Figura 39.</i> Tortas contenidas en un estante	56
<i>Figura 40.</i> Esquema propuesto por Juan.....	57
<i>Figura 41.</i> Estrategia utilizada por Juan.....	57
<i>Figura 42.</i> Agrupación de términos mediante el uso de paréntesis	58

<i>Figura 43.</i> Esquema de procedimientos relacionados a la propiedad distributiva	58
<i>Figura 44.</i> Esquema para refuerzo de la propiedad distributiva	59
<i>Figura 45.</i> Cuadros de doble entrada para registro de información	60
<i>Figura 46.</i> Tabla de doble entrada para ser diligenciada por los estudiantes	61
<i>Figura 47.</i> Ejemplo de planteamiento de expresiones multiplicativas	62
<i>Figura 48.</i> Ejercicios propuestos para estudiantes	63
<i>Figura 49.</i> Plantilla para organización de un estante.....	64
<i>Figura 50.</i> Ejemplo de factura de venta y listados de compras.....	66
<i>Figura 51.</i> Desarrollo del taller diagnóstico (Fuente: Est1.Jho)	67
<i>Figura 52.</i> Resolución de problema planteado (Fuente: Est1.Jho)	68
<i>Figura 53.</i> Identificación de números pares e impares (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	68
<i>Figura 54.</i> Pregunta relacionada al orden de números (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	69
<i>Figura 55.</i> Interpretación de series numéricas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	69
<i>Figura 56.</i> Respuestas de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	69
<i>Figura 57.</i> Actividades de refuerzo para estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	70
<i>Figura 58.</i> Construcción de estante; 4 columnas por 5 filas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan) .	71
<i>Figura 59.</i> Representación de estante (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	71
<i>Figura 60.</i> Realización de cálculos matemáticos (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	72
<i>Figura 61.</i> Cálculos matemáticos realizados por estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)	72
<i>Figura 62.</i> Representación gráfica del problema (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan).....	73
<i>Figura 63.</i> Problemas resueltos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)	73
<i>Figura 64.</i> Correcciones de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	74
<i>Figura 65.</i> Actividad extra clase (Fuente: Est1.Jho)	75
<i>Figura 66.</i> Tablas de registro (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)	75
<i>Figura 67.</i> Registro de información inicial (Fuente: Est1.Jho).....	76
<i>Figura 68.</i> Diligenciamiento de información (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	76
<i>Figura 69.</i> Representación del conjunto de números naturales (Fuente: Secuencia Didáctica)	77
<i>Figura 70.</i> Ejercicios resueltos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	78
<i>Figura 71.</i> Arreglos propuestos por los estudiante (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)	78
<i>Figura 72.</i> Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Est2.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	79
<i>Figura 73.</i> Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Sedes Villa de Leiva y Arauca).....	80
<i>Figura 74.</i> Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	80
<i>Figura 75.</i> Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)	82
<i>Figura 76.</i> Ejercicios resueltos (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	82
<i>Figura 77.</i> Esquemas planteados (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom).....	82
<i>Figura 78.</i> Ejercicio resuelto (Fuente: Est2.Jom y Est3.Tan)	83
<i>Figura 79.</i> Hojas de operaciones de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	84
<i>Figura 80.</i> Procedimientos realizados por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom).....	85
<i>Figura 81.</i> Tablas de registro diligenciadas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	86
<i>Figura 82.</i> Tablas de doble entrada diligenciadas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	86
<i>Figura 83.</i> Expresiones multiplicativas planteadas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	87
<i>Figura 84.</i> Planteamientos de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	87
<i>Figura 85.</i> Planteamientos de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	87
<i>Figura 86.</i> Elaboración del estante (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	88

<i>Figura 87.</i> Estantes elaborados (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	88
<i>Figura 88.</i> Estantes con los precios de cada división (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	89
<i>Figura 89.</i> Realización de multiplicaciones (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	89
<i>Figura 90.</i> Simulación de la pastelería (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan).....	90
<i>Figura 91.</i> Registro de facturas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	90
<i>Figura 92.</i> Errores de adición y multiplicación (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)	90
<i>Figura 93.</i> Relación de propiedades de la multiplicación (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)	92
<i>Figura 94.</i> Ejercicios resueltos (Fuente: Est1.Jho).....	92
<i>Figura 95.</i> Ejercicios resueltos (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)	92

Lista de tablas

<i>Tabla 1.</i> Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica	28
<i>Tabla 2.</i> Descripción de actividades de la secuencia didáctica	30
<i>Tabla 3.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana cero.....	33
<i>Tabla 4.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana uno.....	34
<i>Tabla 5.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana dos	37
<i>Tabla 6.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana tres	42
<i>Tabla 7.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana cuatro.....	49
<i>Tabla 8.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana cinco	56
<i>Tabla 9.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana seis.....	60
<i>Tabla 10.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana siete	63
<i>Tabla 11.</i> Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana ocho	65
<i>Tabla 12.</i> Resultados del taller diagnóstico	67

CAPÍTULO I

ASPECTOS GENERALES DE LA PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

1.1 Presentación

La propuesta de intervención en el aula titulada “Enseñanza de la multiplicación de números naturales mediante la resolución de problemas matemáticos, a través de la implementación de una secuencia didáctica” se desarrolló en la Institución Educativa Rural Nueva Bengala, en sus sedes Escuela Rural Mixta Arauca y Escuela Rural Mixta Villa de Leiva. Esta propuesta se llevó a cabo con los estudiantes del grado tercero, quienes conformaron un grupo integrado por un total de tres estudiantes; una niña de 8 años y dos niños con edades de 8 y 9 años, quienes a pesar de encontrarse en el mismo grado, presentaron diferentes ritmos de aprendizaje.

Esta propuesta se divide en 6 capítulos, en el primero se dan a conocer los aspectos generales de la intervención pedagógica. En los capítulos 2 y 3 se abordan tanto el marco teórico como la metodología utilizada. En el capítulo 4 se expone el diseño de la secuencia didáctica. Finalmente, en el capítulo 5 se da cuenta de los resultados, las conclusiones, recomendaciones y sugerencias a tener en cuenta para la ejecución de la misma u otras secuencias didácticas de intervención en el aula.

Las sedes intervenidas en el presente proyecto se encuentran a distancias considerables y de difícil acceso con respecto a su cabecera municipal, Orito. A consecuencia de ello, funcionan bajo el modelo pedagógico Escuela Nueva¹; metodología que permite atender las diversas necesidades educativas de los niños y niñas de primaria de las zonas rurales del país. A este tipo de escuelas se las ha denominado como escuelas unitarias, multigrado o unidocentes, en las cuales el profesor debe orientar clases de todas las asignaturas y con todos los grados.

A pesar de que este modelo educativo fue evaluado positivamente por organismos internacionales como: Banco Mundial², Unesco³ y Unicef⁴, como una importante innovación en la provisión de educación rural de

¹ La Escuela Nueva (E.N.) es un modelo de escuela rural colombiana, vigente desde 1975, que ofrece cinco (5) años de primaria con uno o dos maestros. Su propósito es ofrecer primaria rural completa, a bajo costo, mediante un sistema de autoaprendizaje activo y flexible, basado en un conjunto de Guías de Autoaprendizaje y procesos de promoción flexible del estudiante de un grado escolar a otro.

² El Banco Mundial (BM) es una organización internacional especializada en finanzas y que depende la Organización de las Naciones Unidas (ONU).

³ UNESCO es la sigla de United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura).

alta calidad y bajo costo, existen algunos detractores que no opinan igual. Por ejemplo, en Gómez (2010, pág. 282), se plantea que “La experiencia real de la mayoría de las escuelas nuevas en Colombia dista mucho del modelo formal y de los ideales esperados, y puede entonces constituir un modelo de educación rural de bajo costo, pero también de baja calidad”. Este planteamiento concuerda con la realidad que se vive en las sedes implicadas en la presente propuesta, dado que, a pesar de los esfuerzos realizados por parte del Ministerio de Educación Nacional por mejorar la calidad educativa, aún sigue habiendo necesidades sin ser resueltas; muchas instituciones carecen de capacitación docente, personal de apoyo, materiales didácticos y equipos educativos para dar cumplimiento a las políticas educativas del gobierno nacional.

Son varias las instituciones educativas de Colombia que funcionan con este modelo educativo, sin embargo, a nivel local no se evidencia una voluntad política que satisfaga totalmente la inversión que el modelo amerita como tal. En este sentido, es probable que la situación anteriormente nombrada incida en los resultados del índice sintético de calidad educativa⁵ (ISCE) de la Institución Educativa Rural Nueva Bengala.

Este panorama llevó a los docentes responsables a formular la siguiente pregunta: ¿Cómo diseñar e implementar una secuencia didáctica aplicada a la enseñanza de la multiplicación de números naturales mediante la resolución de problemas matemáticos, con estudiantes de grado tercero? Con la implementación de esta intervención pedagógica probablemente se logre subsanar de algún modo las falencias mencionadas anteriormente, permitiendo así que las sedes implicadas, mejoren su ISCE. Así mismo, se pretende que los docentes innoven su práctica pedagógica mediante el diseño y ejecución de secuencias didácticas como una herramienta indispensable en el cambio del paradigma educativo actual.

Para buscar respuesta a la anterior pregunta se planteó un objetivo general y cinco específicos, de los cuales emergieron las siguientes categorías conceptuales: secuencia didáctica, enseñanza de la multiplicación de números naturales, números naturales y resolución de problemas matemáticos.

Inicialmente, se indagó sobre los saberes previos de los estudiantes, a través de un taller diagnóstico, el cual dejó ver que la mayor dificultad se relacionaba con la resolución de problemas de tipo multiplicativo, estos datos sirvieron como punto de referencia para la estructuración de la secuencia didáctica, la cual se desarrolló

⁴ UNICEF es la sigla del Fondo de las Naciones Unidas para la Infancia, en Inglés United Nations Children's Fund, que tiene como objetivo promover la defensa de los derechos de los niños, suplir sus necesidades básicas y contribuir a su desarrollo.

⁵ El Índice Sintético de Calidad Educativa (ISCE) es la herramienta que apoya al seguimiento del progreso de todos los colegios. A través de ella, los miembros de la comunidad educativa podrán tener una manera objetiva de identificar cómo están y qué caminos pueden emprender para convertir a Colombia en el país mejor educado de Latinoamérica en el año 2025.

por un periodo de ocho semanas distribuidas en sesiones y actividades, con el objetivo de facilitar de forma gradual la enseñanza de la multiplicación de números naturales mediante la resolución de problemas, en concordancia con los siguientes ejes temáticos: términos de la multiplicación, propiedades y resolución de diferentes tipos de problemas asociados a esta operación.

Esta secuencia didáctica se elaboró teniendo en cuenta las actuales concepciones pedagógicas y normativas del país, como: Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) y Derechos Básicos de Aprendizaje (2016), las cuales sustentan que el docente debe orientar su práctica docente partiendo de los intereses y necesidades de los estudiantes, sin dejar de lado las realidades del contexto al cual pertenecen.

Este trabajo se organizó de acuerdo a la siguiente estructura: visión general, ruta de aprendizaje, descripción de actividades de aprendizaje e instrumento de evaluación.

Con la implementación de la secuencia didáctica se logró, en primera instancia, facilitar a los docentes la enseñanza de la multiplicación de números naturales mientras que a los estudiantes les permitió encontrar una mayor significación de lo que estaban aprendiendo. De este modo se corroboraron los diferentes aportes por parte de los autores que sustentan esta propuesta.

1.2 Justificación

Las matemáticas a lo largo de la historia han tomado una importancia indiscutible dentro de todos los ámbitos sociales, por consiguiente, los Lineamientos Curriculares de Matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (1998) presentan un enfoque orientado para que los estudiantes adquieran una mayor y mejor comprensión de los conceptos y temas que deben aprender para ser más competentes en su contexto, y de este modo poder “afrontar los retos actuales como son la complejidad de la vida y del trabajo, el tratamiento de conflictos, el manejo de la incertidumbre y el tratamiento de la cultura” (pág. 7) para mejorar las relaciones interpersonales y posiblemente la calidad de vida.

Por su parte, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) toman como parte fundamental la resolución de problemas como un proceso que debe estar presente a lo largo de todas las actividades curriculares de matemáticas y por tanto, no debe ser una actividad aislada y esporádica, ya que estos permiten en los estudiantes desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, pues les exige desplegar una serie de estrategias para resolverlos y encontrar resultados.

De igual manera, los Derechos Básicos de Aprendizaje⁶ (2016) de grado tercero en su primer enunciado hacen referencia a la interpretación, formulación y resolución de problemas de tipo multiplicativo en diferentes contextos. En concordancia con lo anterior, los desempeños obtenidos en los talleres, evaluaciones, prueba diagnóstica realizada de parte del Programa Todos a Aprender⁷ (PTA) y las pruebas externas, permitieron evidenciar una gran dificultad en el área de Matemáticas, en lo concerniente a la resolución de problemas multiplicativos dentro del conjunto de números naturales.

En la Figura 1 se muestra parte de los resultados de las Pruebas Saber⁸ de grado tercero del año 2016 a nivel institucional, estos dejan ver que el componente con mayor debilidad es el de resolución de problemas.

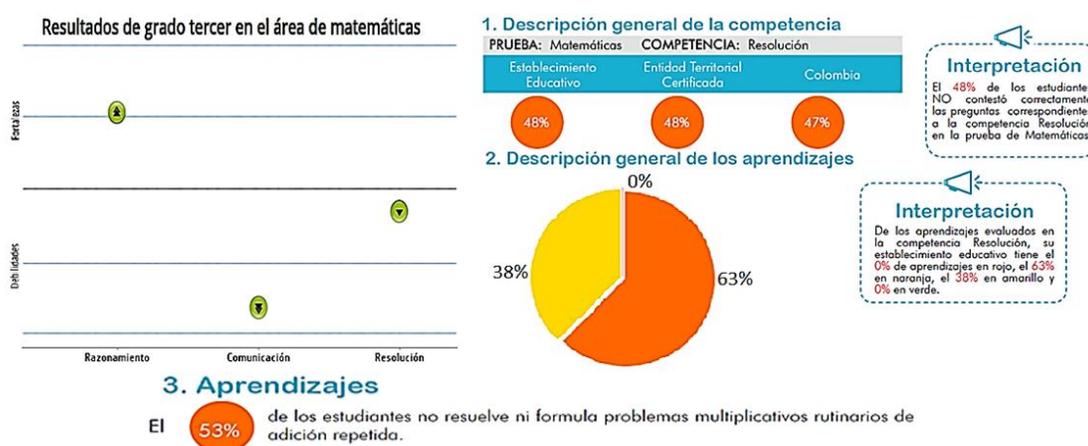


Figura 1. Resultados de Pruebas Saber 3 (Fuente ICFES⁹, 2017)

Por lo anterior, se vuelve imperante el diseño e implementación de una secuencia didáctica que, según Tobón, Pimienta y García (2010), es entendida como un conjunto de actividades articuladas las cuales, a través de la intervención del docente, se orientan hacia la búsqueda de determinadas metas educativas, en este caso en particular, la enseñanza de la multiplicación de números naturales. En este sentido, su puesta en práctica,

⁶Los DBA, en su conjunto, explicitan los aprendizajes estructurantes para un grado y un área particular. Se entienden los aprendizajes como la conjunción de unos conocimientos, habilidades y actitudes que otorgan un contexto cultural e histórico a quien aprende. Son estructurantes en tanto expresan las unidades básicas y fundamentales sobre las cuales se puede edificar el desarrollo futuro del individuo.

⁷ El PTA es un programa del gobierno nacional de Colombia, cuyo propósito es mejorar los aprendizajes de los estudiantes de básica primaria (de transición a quinto) en lenguaje y matemáticas del país, de establecimientos educativos que muestran desempeño insuficiente.

⁸ Las PRUEBAS SABER 3°, 5° y 9° son evaluaciones que se aplican periódicamente para monitorear el desarrollo de las competencias básicas en los estudiantes de educación básica, como seguimiento de calidad del sistema educativo, con el fin de contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación colombiana.

⁹ Son las siglas de Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. Este organismo es el encargado de promover la educación superior en Colombia. En sus inicios, fue creada para evaluar a los estudiantes cursando su último año de bachillerato y por lo tanto, muchas universidades desde entonces lo han tenido en cuenta para sus procesos de admisión.

implica mejoras sustanciales de los procesos de formación de los estudiantes, puesto que la educación se vuelve menos fragmenta y se enfoca en metas, en este orden de ideas las secuencias didácticas son una metodología relevante en la mediación de los procesos de enseñanza y aprendizaje.

1.3 Estado del Arte

Con el ánimo de tener un conocimiento más profundo en relación al objeto de estudio abordado en esta propuesta de intervención pedagógica; se realizó la lectura de algunas tesis e investigaciones, en las cuales se encontraron valiosos aportes conceptuales. A continuación, se expone algunos de estos estudios.

La tesis doctoral realizada por Gallardo (2004) en la Universidad de Málaga España, expone una propuesta teórico - metodológica útil y fiable para afrontar los problemas teórico-prácticos relacionados con la comprensión de conocimientos matemáticos específicos, más precisamente del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales. De este estudio se rescataron aspectos como el estudio del conjunto de situaciones, tareas y problemas asociados a un conocimiento matemático.

Por otro lado, la tesis de maestría realizada en la Universidad Pedagógica Nacional de México por parte del autor Flores (2012), permitió un acercamiento hacia las estructuras conceptuales en relación a la enseñanza – aprendizaje de la multiplicación en el nivel de educación primaria. Además, permitió corroborar que esta operación cuantitativa de significados va más allá de la realización de un simple cálculo algorítmico.

Como referentes nacionales se cita la tesis de maestría de la autora Marín (2016) de la Universidad Nacional de Colombia - sede Medellín, denominada Proyecto de Aula para Fortalecer la Comprensión del Esquema Multiplicativo en la Básica Primaria. El objetivo de esta intervención se centró en la elaboración de un proyecto de aula de enseñanza para la comprensión del esquema multiplicativo que fortalezca el componente numérico en el conjunto de los números naturales, desde el proceso de planteamiento y resolución de problemas, en los estudiantes del grado segundo de básica primaria de la institución educativa Fe y Alegría Santo Domingo Savio. Este trabajo permitió tener un mayor acercamiento y comprensión sobre los diferentes tipos de problemas asociados a la multiplicación en los números naturales. Como resultado de este proyecto, se observaron cambios en los estudiantes en la comprensión de situaciones problema, la conceptualización de las estructuras multiplicativas y la recurrencia al uso de este algoritmo para encontrar respuestas a los diferentes problemas planteados.

De otro lado, se tuvo como antecedente para este trabajo la propuesta metodológica para la enseñanza de la operación multiplicación mediante el proceso de resolución de problemas matemáticos en el conjunto de los números naturales, realizada por Olarte (2017) de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín. Este trabajo estuvo orientado al diseño de una propuesta metodológica de enseñanza de la multiplicación en los números naturales por medio de la resolución de problemas matemáticos y la utilización de la plataforma en Moodle para mejorar las habilidades de pensamiento en los estudiantes del grado cuarto de la Institución Educativa la Esperanza Sede Comuneros. Este trabajo sustenta la importancia de recurrir al uso de estrategias adecuadas mediadas por las TIC para permitir mejores niveles de comprensión en los estudiantes. Como resultado de este trabajo los estudiantes expresaron un mayor gusto por las clases de Matemáticas argumentando que les parecían más divertidas y amenas. De igual manera, los estudiantes demostraron adquirir bases más sólidas que les permitieron la identificación y resolución de problemas de carácter multiplicativo.

Una de las principales diferencias que se puede identificar entre los trabajos antes mencionados y el presente trabajo, es que ninguno de ellos consideró, en su desarrollo, ni el diseño ni la implementación de una secuencia didáctica tal y como se plantea en este trabajo. Además, estos no fueron desarrollados en escuela unidocente y multigrado. Por otro lado, las propiedades elemento neutro y clausurativa no fueron abordadas en dichas investigaciones. De igual manera, en ninguno de los trabajos se desarrollaron actividades vivenciales para que los estudiantes recurrieran al uso de la multiplicación poniendo en juego sus conocimientos y destrezas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Diseñar e implementar una secuencia didáctica aplicada a la enseñanza de la multiplicación de números naturales mediante la resolución de problemas matemáticos con estudiantes de grado tercero de las sedes Villa de Leiva y Arauca.

1.4.2 Objetivos específicos

Estructurar un diagnóstico con el fin de indagar los saberes previos que poseen los estudiantes con relación a la multiplicación de números naturales y su uso en la resolución de problemas matemáticos.

Construir problemas matemáticos contextualizados a situaciones cotidianas, relacionados con números naturales, los cuales puedan ser resueltos mediante la multiplicación.

Crear actividades como parte de la estructura de la secuencia didáctica, que conlleven a los estudiantes a resolver problemas matemáticos que requieran la multiplicación de números naturales.

Implementar y validar una secuencia didáctica aplicada a la enseñanza de la multiplicación de números naturales con estudiantes de grado tercero.

1.5 Marco contextual

La presente intervención pedagógica se desarrolló en la Institución Educativa Rural Nueva Bengala, sedes: Escuela Rural Mixta Villa de Leiva y Escuela Rural Mixta Arauca, ubicadas a 45 km y 40 km del municipio de Orito en el departamento del Putumayo. La primera sede atiende a dos estudiantes de grado primero, uno de segundo, uno de tercero y dos de cuarto grado. La segunda sede cuenta con un estudiante de grado preescolar, dos de primero, dos de grado segundo, dos en tercero y uno de grado cuarto. Esta institución educativa ofrece educación preescolar, básica, media técnica con énfasis en proyectos pedagógicos productivos y educación formal para adultos.

La población de estas dos veredas en su gran mayoría son colonos provenientes de los departamentos de Nariño y Cauca, quienes llegaron al Putumayo en la llamada “bonanza cocalera”¹⁰, buscando nuevas oportunidades económicas. Estas comunidades están estratificadas en un nivel socioeconómico cero y existen familias en condición de desplazados.

Los ingresos económicos son adquiridos a través de actividades pecuarias y de agricultura, sin embargo, las ganancias por estos trabajos son mínimas y no alcanzan para solventar los diferentes gastos de estas familias. Esta realidad repercute negativamente en el proceso educativo, conllevando a que los estudiantes asistan a la escuela con necesidades como: vestido, alimentación y útiles escolares.

Las familias de esta comunidad cambian con frecuencia de lugar de domicilio debido a la inestabilidad laboral que se vive en la región, esta situación perjudica a la institución educativa, en el sentido que constantemente se dan cambios y reubicación de docentes y ello entorpece el proceso de enseñanza y aprendizaje.

¹⁰ Época en que los habitantes del Bajo Putumayo se dedicaron al cultivo y procesamiento de la mata de coca, convirtiéndose en la principal fuente de ingresos económicos de la región.

En relación al aspecto cultural, en estas veredas se celebran bazares de forma esporádica, estos eventos permiten la integración socio cultural de sus habitantes, además, estas festividades se realizan con el ánimo de recaudar recursos económicos, para suplir los diferentes gastos que demanda el funcionamiento de las Juntas de Acción Comunal¹¹ de las mismas.

Los estudiantes de las dos sedes, recorren grandes distancias por trochas en muy mal estado desde sus hogares hasta la escuela y cuentan con una única vía de acceso carretable que los comunica con su cabecera municipal. Por otra parte, estas comunidades carecen de servicios públicos, trayendo consigo diversas problemáticas como: una deficiente alfabetización digital, la exclusión de los diferentes canales de la información, falta de atención médica oportuna, carencia de profesionales de apoyo para la atención de estudiantes con dificultades de aprendizaje, entre otras. También se puede mencionar que se caracterizan por ser personas humildes, sencillas y tímidas, son niños que les apasionan actividades como el deporte, las artes plásticas y salir de paseo al sector urbano. En relación a sus desempeños¹² académicos la mayoría obtuvo niveles Básicos, principalmente en el área de Matemáticas, y solo en algunos casos obtuvieron niveles Alto o Superior. Esta situación afecta en primera instancia a los estudiantes y seguidamente la institución educativa, debido a la repercusión que trae consigo unos bajos resultados en el ISCE.

¹¹ Las Juntas de Acción Comunal (J.A.C) son organizaciones civiles que propenden a la participación ciudadana en el manejo de sus comunidades. A la vez, sirven como medio de interlocución con los entes gubernamentales.

¹² La escala de valoración nacional establece los siguientes desempeños: Superior, Alto, Básico y Bajo. La denominación desempeño Básico se entiende como la superación de los desempeños necesarios en relación con las áreas obligatorias y fundamentales, teniendo en cuenta los diferentes referentes de calidad y lo establecido en el Proyecto Educativo Institucional. El desempeño Bajo se entiende como la no superación de los mismos.

CAPÍTULO II

MARCO CONCEPTUAL

2.1 Secuencia Didáctica

Los cambios vertiginosos en la educación actual exigen que los docentes cambien sus estrategias didácticas al momento de abordar los diferentes temas contemplados en el plan de estudio. Esto se convierte en un reto en cuanto a la planificación de la enseñanza, para que los estudiantes puedan obtener mejores aprendizajes. En este orden de ideas, la presente propuesta se fundamenta en la implementación de una secuencia didáctica, entendida como “conjuntos articulados de actividades de aprendizaje y evaluación que, con la mediación de un docente, buscan el logro de determinadas metas educativas, considerando una serie de recursos” (Tobón, Pimienta, & García, 2010, pág. 20). De este modo, y teniendo en cuenta que el objeto de estudio del presente trabajo es la enseñanza de la multiplicación, la secuencia didáctica facilita al docente llevar a cabo un trabajo reflexivo y crítico, enriquecer los conocimientos didácticos del contenido matemático y, en cuanto al estudiante, encontrar una mayor significación de lo que está aprendiendo, un propósito que involucra tanto los contenidos a enseñar como la didáctica para hacerlo (Ministerio de Educación Nacional, 2013).

2.2 Evaluación diagnóstica

Este tipo de evaluación juega un papel fundamental dentro del proceso educativo, según Díaz (2002) “En la evaluación inicial se evalúan los conocimientos previos del alumno, para poder conocer las ideas, experiencias y valores ya adquiridos y tomar decisiones sobre el tipo y grado de intervención pedagógica que conviene aplicar” (pág. 297). Estos planteamientos dieron pie para que la presente propuesta de intervención pedagógica parta de un taller diagnóstico, cuyos resultados constituyeron la base de la estructuración de dicha propuesta.

2.3 Didáctica de las matemáticas

La escuela constituye una realidad compleja, dentro de la cual, la enseñanza de las matemáticas supone un reto para cualquier docente, por tal razón, el cómo abordar esta enseñanza, está ligado íntimamente con la didáctica. Chamorro (2005) en uno de sus escritos afirma que:

La Didáctica de las Matemáticas es, hoy en día, una disciplina científica que dispone de resultados sólidamente probados, de conceptos y herramientas de diagnóstico, análisis y tratamiento de los problemas que se presentan en el aprendizaje de las Matemáticas en el contexto escolar (pág. 41).

De este modo, es razonable afirmar que en los procesos de enseñanza y aprendizaje, se encuentran inmersos tres actores: el alumno, el saber y el profesor, que según Chamorro, en todo proceso de enseñanza se producen múltiples interacciones en el sistema didáctico entre estos tres polos, siendo la Didáctica de las Matemáticas la encargada de modelizar y estudiar las interacciones en los tres subsistemas: profesor-alumno, alumno-saber y profesor-saber.

Por lo anterior, todo futuro docente interesado en la enseñanza de las matemáticas, debe tener un manejo teórico pertinente, que le permita abordar dicha enseñanza con cierta garantía, haciendo uso de estrategias profesionales acomodadas a las necesidades de los estudiantes.

2.4 Enseñanza de la multiplicación de números naturales

Para llevar a cabo la enseñanza de las diferentes operaciones fundamentales del área de Matemáticas, es importante hacer hincapié en la comprensión del concepto de dichas operaciones. En este trabajo, se dan a conocer los aspectos básicos propuestos en el documento de los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, los cuales se deben tener presente para la construcción de los significados de dichas operaciones y, además, sirven como pautas para sus aprendizajes, así como se expone a continuación:

Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen, reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones, comprender las propiedades matemáticas de las operaciones, comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 48).

Lo anterior, se convierte en un punto de partida fundamental en la enseñanza de la multiplicación. En un inicio se debe presentar al estudiante el concepto de “veces” y no la palabra “por” que se utiliza para leer el signo \times puesto que no tiene ningún significado ni asociación con la realidad para los niños. Además, debe entenderse “que no existen símbolos matemáticos sino una interpretación matemática de los símbolos, es la palabra “veces” la que les acerca a una buena intuición del signo \times ” (Fernández, 2007, pág. 125). Una vez el estudiante logre hacer esta asociación, se podrá indicarle que, en matemáticas, la palabra “veces” puede ser reemplazada con la expresión “multiplicado por” y para abreviar, simplemente: “por”. En este orden de ideas, cuando los estudiantes comprendan el concepto matemático, se procede a la apropiación del algoritmo de la

multiplicación, entendido como “un método de cálculo paso por paso que sigue un proceso fijo” (Isoda & Olfos, 2009, pág. 151). Para el caso de esta operación aritmética se trabaja de derecha a izquierda, procesando dígitos, para alcanzar el producto final.

Posteriormente, es importante abordar el tema de las tablas de multiplicar, el cual ha generado discusiones en cuanto a la pertinencia de enseñar o no enseñar dichas tablas. Al respecto, Kamii citado por Broitman (1999) afirma que “es importante realizar en el aula actividades que tengan como objetivo la memorización de ciertos cálculos multiplicativos, precedidas o acompañadas por un fuerte trabajo de reflexión y análisis de las relaciones numéricas” (pág. 66). Este planteamiento permite inferir que la memorización de las tablas de multiplicar es importante, pero no significa que los estudiantes las aprendan de forma mecánica, sin darles un verdadero sentido, por tal razón, este tema se abordó gradualmente en el desarrollo de la secuencia didáctica pero de forma implícita y, posteriormente, se destinaron espacios específicos para estudiarlas con mayor detenimiento. Cabe resaltar que la memorización de las tablas de multiplicar no es la finalidad de esta secuencia didáctica, pues lo fundamental es que aprendan a utilizarlas en situaciones matemáticas cotidianas.

Por otra parte, en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 1998) se plantean los modelos concretos de la multiplicación o tipos de problemas asociados a esta operación de la siguiente forma:

Problemas asociados a la expresión $a \times b$.

a) Factor multiplicante.

Juan tiene 3 carritos. María tiene 4 veces más. ¿Cuántos carritos tiene María?, tal como se observa en la Figura 2.

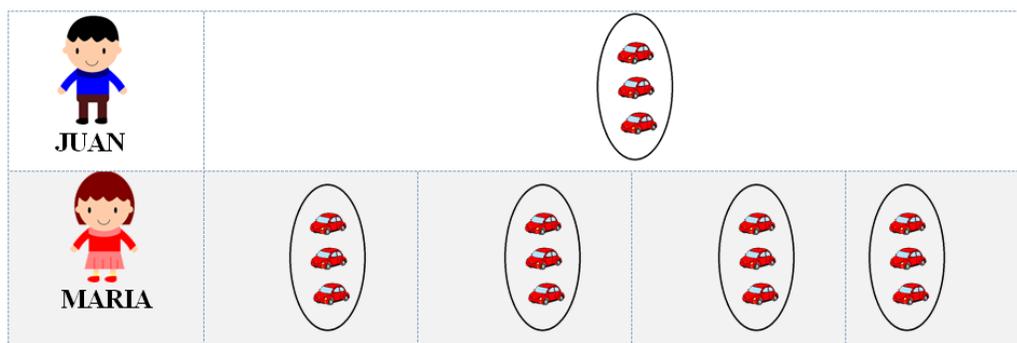


Figura 2. Representación gráfica del modelo concreto factor multiplicante

En la Figura 3 se puede apreciar un posible diagrama de representación.

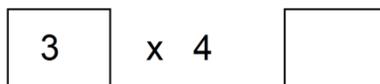


Figura 3. Diagrama del modelo concreto factor multiplicante

Para este caso, el número 3 representa la magnitud (Cantidad de objetos y/o eventos) y el número 4 se denomina cuantificador.

b) Adición repetida.

Juan compró 3 manzanas cada día durante 4 días. ¿Cuántas manzanas tiene en total?

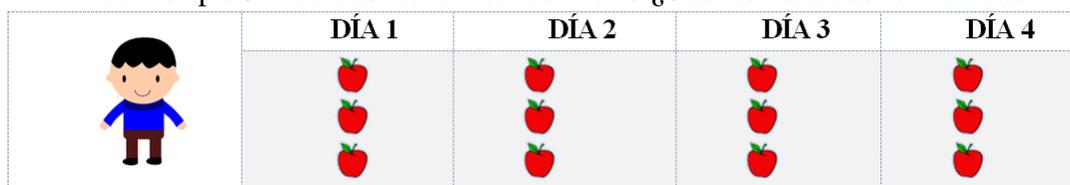


Figura 4. Representación gráfica del modelo concreto adición repetida

En la Figura 4 se muestra como este tipo de problema puede ser solucionado mediante una adición repetida de $3 + 3 + 3 + 3 = 12$, que, inicialmente, en el estudiante tiene mayor significado que enseñarle la solución a través de una multiplicación $3 \times 4 = 12$.

c) Razón.

Cuatro niños tenían 3 carritos cada uno. ¿Cuántos carritos tenían en total?

Número de niños	Número de carros
1	3
2	6
3	9
4	12

Figura 5. Relación de proporcionalidad entre niños y carros

En la Figura 5 se puede ver que en este tipo de problema se contempla una relación de proporcionalidad entre dos magnitudes, en el caso anterior el número de niños y el número de carros.

d) Producto cartesiano.

Un carrito de juguete se fabrica en 3 tamaños distintos (pequeño, mediano y grande) y en 4 colores diferentes (verde, rojo, azul y negro). ¿Cuántos carritos distintos se pueden comprar?

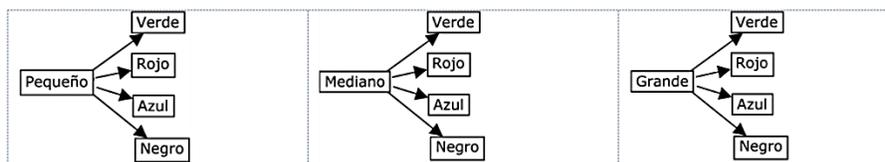


Figura 6. Representación del modelo concreto producto cartesiano

Como se puede observar en la Figura 6, la representación mediante un diagrama de árbol permite al estudiante contemplar el número total de combinaciones que se pueden realizar.

2.5 La multiplicación de números naturales

Contreras (1904) afirma que “la multiplicación, es la operación por medio de la cual se suma o se toma un número tantas veces como unidades hay en otro” (pág. 33). Estos planteamientos permiten inferir que la multiplicación de números naturales debe ser abordada como la continuidad de la adición y, por tal razón, no debe ser tratada como una operación totalmente diferente para el estudiante.

Además, según lo expuesto por Godino (2004), la multiplicación está ligada a verbos de acción tales como, “juntar tantas veces, repetir tantas veces, añadir tantas veces, reunir tantas veces, reiterar, etc.” (pág. 209). Por lo que señala este autor, es indispensable que los estudiantes antes de iniciarse en el proceso de la multiplicación, conozcan y dominen la adición, la cual les permitirá llevar a cabo un proceso mental eficiente, para la realización de cálculos y la obtención del producto buscado.

Continuando con este tema, comúnmente los términos asociados a la multiplicación son muy pocos; los factores y el producto conocido como resultado de la multiplicación.

Para este caso, se hace necesario precisar la terminología desde un lenguaje matemático. Godino (2004), refiriéndose a esta situación, lo determina de la siguiente manera:

Los dos términos de la multiplicación desempeñan funciones diferentes: uno de ellos es la cantidad que se repite (multiplicando). El otro factor nos dice las veces que se repite la cantidad inicial (el multiplicador); se refiere a un “objeto” (número de veces que se repite la acción) de naturaleza diferente que el multiplicando (págs. 209-210).

En la anterior afirmación, Godino expone que el multiplicador tiene que ver con las veces que se repite la cantidad inicial (multiplicando), sin embargo, es pertinente aclarar que la acción de repitencia debe ser vista como una repitencia de sumandos.

Por otra parte, este autor menciona las siguientes propiedades con relación a esta operación:

- ✓ Clausura: El producto de dos números naturales es otro número natural.
- ✓ Asociativa: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
- ✓ Conmutativa: $a \times b = b \times a$
- ✓ Existencia de elemento neutro: el natural 1; $a \times 1 = 1 \times a = a, \forall a \in \mathbb{N}$

- ✓ Distributiva respecto a la adición: $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ para cualquier número a , b y c .
(Godino, 2004, pág. 54).

2.6 Dificultades en el aprendizaje de la multiplicación de números naturales

Dentro del quehacer pedagógico se ha podido evidenciar que los estudiantes no comprenden el significado y sentido de la multiplicación; esto hace que, en un principio, confundan esta operación con la adición. Al respecto Fernández (2007) afirma que si a un estudiante se le plantea un ejemplo como el siguiente: “Tengo 3 estanterías y en cada estantería hay 5 libros, ¿cuántos libros tengo en total?”, responden: $3 + 5 = 8$. El niño ha hecho problemas de sumar pero no de multiplicar” (pág. 121), en este sentido, el estudiante aún no ha logrado comprender el concepto como tal de la multiplicación.

Otra de las dificultades radica en la ausencia de significado y asociación con la realidad de la palabra “por” identificada con el signo “ \times ”, ejemplo: si un estudiante muestra un resultado como este: $5 \times 3 = 12$ no debe ser interpretado como falta de ejercitación de las tablas de multiplicar, sino más bien entendido como la no interpretación del efecto del signo “ \times ”, al respecto Fernández (2007) expone que se debe asociar el concepto “veces” al signo “ \times ” de manera reiterada en la enseñanza de la multiplicación, para indicarle a los estudiantes que en matemáticas lo que se lee por “veces” se lee: “multiplicado por” y, para abreviar simplemente se dice: “por” (pág. 125).

Por otro lado, Cisternas, Gil, Sabater, Marí y Cano (2012) afirman que uno de los principales errores cometidos por los estudiantes en el contexto matemático, son “los errores por no saber qué operación utilizar y sobre todo los debidos a incorrecciones en el cálculo” (pág. 191). De este modo, muchos estudiantes suman o restan cuando tienen que multiplicar y ello se debe a que no existe un conocimiento profundo con relación a la operación de la multiplicación.

2.7 Dificultades en la enseñanza de la multiplicación de números naturales

Dentro de la práctica pedagógica, se ha podido evidenciar que de las cuatro operaciones básicas del área de Matemáticas, la multiplicación de números naturales genera en los estudiantes dificultad en su apropiación, al respecto Romberg y Carpenter citados por Hernández (1997), afirman que “la experiencia que se les proporcione a los estudiantes les ayuda de manera decisiva a comprender los conceptos matemáticos” (pág. 31). Teniendo en cuenta estos planteamientos, es importante que al interior del aula se generen espacios para tal fin.

Por otra parte, las guías de aprendizaje de Escuela Nueva, abordan la multiplicación directamente desde la utilización del signo “ \times ”, esto según Fernández (2007), “no tiene para el niño ningún significado ni asociación con la realidad” (pág. 125), para ello, en un comienzo se debe hacer uso de la palabra “veces” para hacer un acercamiento al signo “ \times ”. Además, Masami y Olfos (2009) plantean que los países que obtienen muy buenos resultados en mediciones de enseñanza y aprendizaje de estos tópicos inician tempranamente su tratamiento en el aula, por ejemplo, “en Singapur la enseñanza de la multiplicación se realiza en primer grado” (pág. 23). Los anteriores planteamientos permiten determinar que urge la necesidad de repensar las prácticas de aula y su didáctica al interior de esta, tomando al estudiante como el centro del proceso educativo.

2.8 Números naturales

La construcción del concepto de número natural como una de las primeras nociones matemáticas que se empiezan a desarrollar con los estudiantes en la escuela es la base de muchos conocimientos posteriores. El Instrumento Diagnóstico de Competencias Básicas en transición (2009) plantea lo siguiente:

La construcción de los números naturales es la base de la competencia numérica en la primera infancia y se logra por dos vías alternas y relacionadas: la significación de los elementos de la secuencia numérica verbal y la significación de las notaciones arábigas. A medida que avanzan en la significación de los sistemas numéricos arábigo y verbal, los niños empiezan a significar y construir otras propiedades abstractas de los números naturales tales como la cardinalidad y la ordinalidad (pág. 32).

Estos aportes son fundamentales dentro del desarrollo de la presente propuesta, en vista de que, si los estudiantes no cuentan con estos saberes previos, difícilmente comprenderán el concepto de multiplicación y más aún su utilización en el proceso de resolución de problemas matemáticos.

Para tener mayor claridad en lo que concierne a número natural es importante apoyarse en el axioma de Peano (citado por Godino, 2004), el cual plantea lo siguiente:

Consideramos como conjunto de los números naturales todo conjunto tal que cada elemento tiene un único siguiente, hay un primer elemento, y contiene todos los elementos siguientes de los anteriores. Los conjuntos que tienen estas propiedades se llaman conjuntos naturalmente ordenados o conjunto de números naturales (pág. 25).

En este sentido, es importante tener en cuenta que los estudiantes dominen el conteo, comparación de cantidades y resolución de problemas, como parte indisoluble de la construcción del concepto de número natural y, posteriormente, la construcción del sistema de numeración decimal.

2.9 Resolución de problemas matemáticos

Antes de empezar a hablar de resolución y planteamiento de problemas matemáticos, es pertinente aclarar lo que se entiende por problema matemático. House, Wallace y Johnson, (citado por Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015) definen un problema matemático de la siguiente manera:

Problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada donde existen obstáculos para alcanzar ese objetivo que requiere deliberación, y se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas Matemáticas para su solución, y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema (pág. 83).

De igual forma, en este mismo documento Carrillo (citado por Blanco, Cárdenas y Caballero, 2015), define:

El concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento (pág. 84).

Según Brousseau, define una situación como:

Un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. El recurso de que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable es una gama de decisiones que dependen del uso de un conocimiento preciso. Consideramos el medio como un subsistema autónomo, antagonista del sujeto. Al tomar como objeto de estudio las circunstancias que presiden la difusión y la adquisición de los conocimientos (2007, pág. 17).

De acuerdo al planteamiento hecho por Brousseau, se puede afirmar que la situación es una interacción que se presenta entre el sujeto y el medio, permitiendo que el estudiante ponga en juego sus saberes previos, como base fundamental hacia la asimilación de nuevos conocimientos.

En consecuencia, los problemas matemáticos deben ser vistos como una oportunidad para que los estudiantes pongan en juego sus destrezas y habilidades. El docente debe ser un facilitador dentro de este proceso, generando espacios que posibiliten mejores aprendizajes.

Por otra parte, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas (2006) define, la resolución de problemas como “un proceso presente en todas las actividades curriculares de Matemáticas y no una actividad aislada y esporádica” (pág. 52) por lo que lo convierte en el aspecto más importante dentro de esta área del conocimiento, pues la resolución de problemas es lo que da pie para desarrollar los demás procesos y contenidos implícitos de esta área. Además, en este mismo documento se afirman que la formulación, el tratamiento y resolución de problemas, permiten desarrollar en el estudiante una actitud mental perseverante e inquisitiva, también lo conlleva a desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar o plantear otros problemas. De igual forma, los DBA planteados por el MEN (2016) para grado tercero, en su primer enunciado hace referencia a la resolución de problemas multiplicativos en diferentes contextos.

Por lo anterior expuesto, la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. Por otra parte, se puede afirmar que para solucionar problemas matemáticos, es necesario cierto bagaje de información. Los contenidos conceptuales son imprescindibles, ya que sin la comprensión de la información básica es imposible hallar las estrategias apropiadas para resolverlos. Solucionar un problema implica poner en marcha habilidades y conocimientos.

Frente a la solución de problemas matemáticos, Schoenfeld (citado por Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998), destaca la importancia de la implementación de las actividades relacionadas con el proceso de resolver problemas en el aprendizaje de las matemáticas, fundamentándose en las siguientes ideas:

En el salón de clase hay que propiciar a los estudiantes condiciones similares a las que los matemáticos experimentan en el proceso de desarrollo de las matemáticas. Schoenfeld mencionó que los estudiantes necesitan aprender matemáticas en un salón de clase que represente un microcosmo de la cultura matemática. Esto significa, que dentro de las clases, debe abordarse las matemáticas como una disciplina con sentido, y que a su vez, sean reflejadas en la práctica cotidiana.

Para entender cómo los estudiantes intentan resolver problemas y, consecuentemente, para proponer actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar que en el proceso de resolver problemas influyen los siguientes factores:

El dominio del conocimiento, que son los recursos matemáticos con los que cuenta el estudiante y que pueden ser utilizados en el problema como intuiciones, definiciones, conocimiento informal del tema, hechos, procedimientos y concepción sobre las reglas para trabajar en el dominio.

Estrategias cognoscitivas que incluyen métodos heurísticos como descomponer el problema en simples casos, establecer metas relacionadas, invertir el problema, dibujar diagramas, el uso de material manipulable, el ensayo y el error, el uso de tablas y listas ordenadas, la búsqueda de patrones y la reconstrucción del problema.

Estrategias metacognitivas se relacionan con el monitoreo y el control. Están las decisiones globales con respecto a la selección e implementación de recursos y estrategias, acciones tales como planear, evaluar y decidir.

El sistema de creencias se compone de la visión que se tenga de las matemáticas y de sí mismo. Las creencias determinan la manera como se aproxima una persona al problema, las técnicas que usa o evita, el tiempo y el esfuerzo que le dedica, entre otras (pág. 76).

Por tal razón, todo proceso de planificación pedagógica que realice el docente, debe considerar en profundidad tres elementos: el contexto, los estudiantes y el contenido a enseñar. Según Tenutto, y otros (2005-2006) exponen que:

Pensar en el contexto se refiere a los contextos de aprendizaje, teniendo en cuenta las complejas interrelaciones que subyacen tras los distintos temas de enseñanza, tratando de ponerlas en evidencia en el planteamiento de problemas contextualizados. Pensar en los estudiantes significa conocer sus aptitudes, sus necesidades, sus preferencias, de modo que puedan ser tomadas como insumo a la hora de la planeación de una clase. Y finalmente, pensar en los contenidos a enseñar implica poder identificar cuáles son los temas más relevantes y qué se quiere enseñar con ellos (pág. 832).

Los anteriores planteamientos, permiten tener una visión más clara en relación a los aspectos que se deben tener en cuenta en la planeación y aplicación de actividades que involucran el proceso de resolución de problemas matemáticos, para lo cual se hace necesario que los docentes conozcan las particularidades de sus estudiantes y, con base a ellas, implementen estrategias adecuadas.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA

La presente propuesta de intervención pedagógica, titulada ‘Enseñanza de la multiplicación de números naturales mediante la resolución de problemas matemáticos’, se llevó a cabo a través de la implementación de una secuencia didáctica, cuya estructura se muestra en la Figura 7.

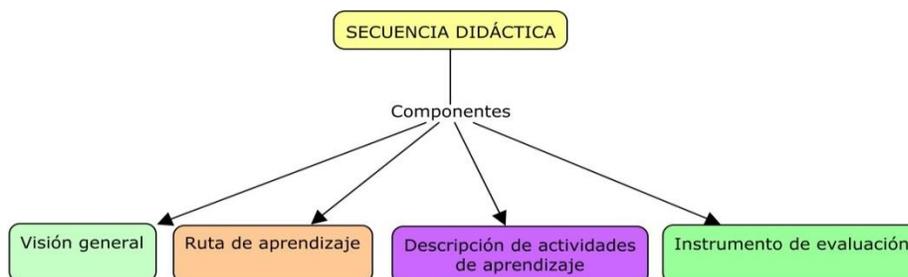


Figura 7. Estructura de la secuencia didáctica

3.1 Visión general: El propósito de esta secuencia didáctica fue facilitar la enseñanza de la multiplicación de números naturales en los estudiantes de grado tercero, mediante la resolución de problemas matemáticos. Los estudiantes desarrollaron actividades en torno a la situación de una pastelería, la cual fue denominada pastelería “Don Chucho”. En ella debieron resolver problemas relacionados con la multiplicación; es por esto que esta secuencia propuso acciones para resolver la pregunta ¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”? De esta manera se promovió el desarrollo de procesos del pensamiento matemático tales como, el razonamiento, la comunicación y la formulación y resolución de problemas que ameritaron el uso de la multiplicación de números naturales para su solución.

Esta secuencia didáctica inició en la semana 0, con el desarrollo de un taller diagnóstico, encaminado a determinar los saberes previos de los estudiantes con relación a la multiplicación, resolución de problemas matemáticos asociados a esta operación y algunos conocimientos básicos. En la semana 1, se buscó que los estudiantes formaran grupos de igual cantidad de elementos y que realizaran adiciones de sumandos iguales, como un acercamiento a la multiplicación, entendida como una forma abreviada de la suma de números naturales. En la semana 2, se desarrollaron actividades encaminadas a la comprensión de los términos de la multiplicación, en las cuales se plantearon problemas matemáticos relacionados con la pastelería. En las semanas 3, 4 y 5 los estudiantes trabajaron en actividades enfocadas al reconocimiento de las propiedades de la multiplicación, como aspecto fundamental dentro del proceso de resolución de problemas. En la semana 6, se buscó que los estudiantes comprendieran la estructura de las tablas de multiplicar para así, en la semana 7, las

aplicaran en la resolución de problemas multiplicativos, retomando la pregunta central de la secuencia didáctica.

Por último, en la semana 8 se hizo un proceso de evaluación y cierre, en este los estudiantes se enfrentaron a una situación vivencial en la cual estuvieron implícitas las acciones de comprar y vender, para lo cual debieron hacer uso de la multiplicación en la resolución de problemas multiplicativos, además, se desarrolló un taller evaluativo, el cual recogió diversos aspectos que fueron tratados a lo largo del desarrollo de la secuencia didáctica. Estos insumos permitieron evidenciar cuál fue el impacto generado en los estudiantes, como también determinar posibles oportunidades de mejoramiento. Así mismo, a lo largo de las actividades de aprendizaje se establecieron momentos de evaluación, para ello el docente invitó a los estudiantes a reflexionar acerca de la pertinencia de las diferentes sesiones de trabajo.

Teniendo en cuenta que “Los desempeños de grado son criterios que orientarán lo que deben saber hacer los estudiantes en el grado” (Ministerio de Educación Nacional, 2017, pág. 5), los desempeños propuestos para esta secuencia didáctica son:

- ✓ Reconozco los términos de la multiplicación de números naturales.
- ✓ Reconozco las propiedades de la multiplicación de números naturales.
- ✓ Utilizo las tablas de multiplicar para resolver problemas de carácter multiplicativo.
- ✓ Formulo y resuelvo problemas que requieren el uso de la multiplicación como procedimientos de cálculo.
- ✓ Participo activamente, asumiendo con responsabilidad diferentes roles dentro de un grupo de trabajo.

3.2 Ruta de aprendizaje: ¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”?

Tabla 1. Ruta de aprendizaje de la secuencia didáctica

SEMANA	PREGUNTA GUÍA	IDEAS CLAVE	DESEMPEÑOS
0	¿Qué conocimientos tengo acerca de la multiplicación?	Los estudiantes cuentan con saberes previos adquiridos a través de la experiencia en el contexto.	a) Participo activamente de las actividades propuestas; b) manejo correctamente los números naturales en el sistema decimal; c) utilizo la adición para realizar cálculos matemáticos; d) realizo conteos de dos en dos, tres en tres, etc.; e) formo grupos de igual cantidad de elementos, teniendo en cuenta algunas

	Los saberes previos son el punto de partida en la planeación de clase.	características; f) hago uso de algunas estrategias para facilitar la resolución de problemas matemáticos; g) leo y escribo correctamente números hasta de cinco cifras.
1	¿Cómo podemos contar más rápido?	La multiplicación puede entenderse como una forma abreviada de la adición de números naturales.
		a) Formo grupos de igual cantidad de elementos, teniendo en cuenta características en común; b) calculo el total de una adición de dos o más sumandos iguales.
2	¿Cuáles son los términos de la multiplicación?	La multiplicación posee tres términos; multiplicando, multiplicador y producto.
		a) Reconozco el multiplicando, multiplicador y producto como términos de la multiplicación; b) comprendo que la adición y la multiplicación son operaciones que se relacionan entre sí.
	La adición y la multiplicación de números naturales son dos operaciones diferentes pero que se relacionan entre sí.	
3	¿Cuál es el elemento neutro de la multiplicación de números naturales y en qué consiste la propiedad Clausurativa de esta operación?	Las propiedades de la multiplicación son importantes dentro del proceso de resolución de problemas asociados a esta operación.
		a) Reconozco el elemento neutro como una de las propiedades de la multiplicación de los números naturales; b) reconozco la propiedad clausurativa de la multiplicación de números naturales, dentro del proceso de resolución de problemas multiplicativos; c) utilizo estas dos propiedades de la multiplicación para realizar cálculos matemáticos de manera eficiente.
4	¿En qué consisten	Las propiedades de la
		a) Reconozco la importancia de las propiedades

	las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación de números naturales?	multiplicación son importantes dentro del proceso de resolución de problemas asociados a esta operación.	conmutativa y asociativa de la multiplicación de números naturales, dentro del proceso de resolución de problemas multiplicativos; b) utilizo las propiedades conmutativa y asociativa para realizar cálculos matemáticos de manera eficiente.
5	¿Para qué me sirve la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales?	Las propiedades de la multiplicación son importantes dentro del proceso de resolución de problemas asociados a esta operación.	a) Reconozco la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales y su importancia dentro del proceso de resolución de problemas multiplicativos; b) utilizo la propiedad distributiva de la multiplicación para realizar eficazmente cálculos matemáticos.
6	¿Cómo comprendo las tablas de multiplicar?	Las tablas de multiplicar facilitan realizar los cálculos multiplicativos.	a) Comprendo la estructura de las tablas de multiplicar; b) utilizo las tablas de multiplicar para resolver problemas asociados a la multiplicación de números naturales.
7	¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”?	Utilizo la multiplicación para resolver situaciones cotidianas.	a) Resuelvo problemas que requieren del uso de la multiplicación como procedimientos de cálculo; b) planteo procedimientos de cálculo adecuados para la resolución de problemas multiplicativos.
8	A modo de cierre y evaluación	Utilizo multiplicación de números naturales en diferentes contextos.	a) Participo activamente, asumiendo con responsabilidad diferentes roles dentro de un grupo de trabajo; b) interactué en diferentes contextos matemáticos, que ameritan poner en juego la operación de la multiplicación de números naturales.

3.3 Descripción de actividades de aprendizaje

Tabla 2. Descripción de actividades de la secuencia didáctica

SEMANA	DESCRIPCIÓN DE ACTIVIDADES
--------	----------------------------

-
- 0** a) Se propone un taller diagnóstico para determinar los saberes previos de los estudiantes; b) se presentan actividades para minimizar las debilidades encontradas en el taller diagnóstico.
- 1** a) Planteamiento de un problema para que los estudiantes lo resuelvan haciendo uso de material concreto; b) preguntas orientadas para encontrar los productos esperados; c) registrar información en tablas de datos; d) generación de espacios de diálogo para socializar estrategias y resultados.
- 2** a) Entrega de materiales impresos con problemas a resolver; b) entrega de copias con estrategias utilizadas por “Don Chucho”, personaje de la secuencia didáctica; c) registros de tablas de doble entrada; d) entrega de tablas de doble entrada con los productos de las tablas de multiplicar; e) formulación de preguntas para generar espacios de participación en los estudiantes; f) diligenciamiento de tablas; g) planteamientos de ejercicios para ser resueltos en clase y extra clase.
- 3** a) Entrega de copias con los problemas propuestos; b) las actividades requieren el uso de tablas de doble entrada para el cálculo de diferentes productos; c) diligenciamiento de tablas de registro; d) los estudiantes responden preguntas de análisis sobre posibles resultados ante un problema propuesto; e) resolución de problemas a través de la propiedad del elemento neutro en la multiplicación de números naturales; f) presentación de esquemas para facilitar la comprensión de las propiedades del elemento neutro y clausurativa de la multiplicación de números naturales; g) planteamiento de problemas extra clase.
- 4** a) Se facilita material impreso con los problemas planteados; b) presentación de esquemas para facilitar la comprensión de las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación de números naturales; c) llenar datos en tablas de registro; d) preguntas orientadas a rescatar los puntos de vista y conclusiones de cada uno de los estudiantes; e) resolución de problemas relacionados con las propiedades conmutativa y asociativa; f) completar información en tablas de registro; g) creación de espacios de dialogo y socialización de respuestas para enriquecer los conocimientos; h) manejo de tabla de doble entrada con los productos de las tablas de multiplicar; i) planteamiento de ejercicios en clase extra clase, para favorecer la ejercitación de procedimientos.
- 5** a) Se facilita material impreso con los problemas propuestos; b) se facilitan esquemas de la propiedad distributiva y su procedimiento, para facilitar su comprensión; c) se plantean interrogantes para inducir el uso del paréntesis y reflexionar en cuanto a los planteamientos dados por cada estudiante; d) socialización, verificación y planteamiento de sugerencias en cuanto a resultados.
-

6 a) Las actividades se plantean buscando que los estudiantes comprendan la estructura de las tablas de multiplicar; b) diligenciamiento de tablas con los diferentes productos de las tablas de multiplicar; c) se plantean preguntas que inducen a los estudiantes a encontrar regularidades en los números; d) como actividad complementaria los estudiantes deben completar las tablas de multiplicar en un cuadro de doble entrada; e) las actividades promueven la memorización progresiva y el uso de las tablas de multiplicar; f) existen actividades de formulación de problemas de tipo multiplicativo; g) se plantean actividades extra clase.

7 a) La actividad busca que los estudiantes organicen un estante con materiales facilitados por el docente; b) se retoma la pregunta central con el fin de verificar qué tanto se ha avanzado en relación a su respuesta; c) se dan espacios para que los estudiantes dialoguen y seleccionen el modelo de estante adecuado; d) se facilita imágenes de pastelillos, panes, tortas, bizcochos y rosquillas para la adecuación del estante; e) los estudiantes recurren al uso de la multiplicación para encontrar el valor de los productos del estante; f) se plantean preguntas para indagar sobre la importancia del uso de la multiplicación.

8 a) Se realiza una situación vivencial en la cual los estudiantes experimentan las acciones de comprar y vender; b) los estudiantes deben hacer uso de facturas de venta; c) los estudiantes deben asumir diferentes roles en el desarrollo de la actividad; d) se realizan preguntas para evaluar el impacto de la actividad; e) los estudiantes desarrollan un taller evaluativo sobre los diferentes temas abordados en la secuencia didáctica.

3.4 Instrumento de evaluación: Para la evaluación de la presente secuencia didáctica, se tomó como referente el Sistema Institucional de Evaluación de Estudiantes (SIEE), el cual establece la evaluación como “un proceso permanente, descriptivo, cuantitativo y cualitativo, que permite dar razón de los aprendizajes adquiridos por los estudiantes” (2016, pág. 98).

Por otra parte, los docentes realizaron observaciones en relación a las actitudes manifestadas por los estudiantes en las diferentes sesiones de trabajo, su participación, manipulación de material y la integralidad con el grupo, además, estos debieron resolver un taller evaluativo (ver Anexo 1) en relación a los temas abordados en esta secuencia.

Este proceso evaluativo permitió a los docentes determinar las fortalezas y debilidades en cuanto al impacto de la presente propuesta de intervención pedagógica y de este modo asumir una postura reflexiva en cuanto al quehacer pedagógico dentro de las aulas de clase.

CAPÍTULO IV

DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”?

Tabla 3. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana cero

SEMANA 0	¿Qué conocimientos tengo acerca de la multiplicación?
Ideas clave	Desempeños esperados
Los estudiantes cuentan con saberes previos adquiridos a través de la experiencia en el contexto.	a) Participo activamente de las actividades propuestas; b) manejo correctamente los números naturales en el sistema decimal; c) utilizo la adición para realizar cálculos matemáticos; d) realizo conteos de dos en dos, tres en tres, etc.; e) formo grupos de igual cantidad de elementos, teniendo en cuenta algunas características; f) hago uso de algunas estrategias para facilitar la resolución de problemas matemáticos; g) leo y escribo correctamente números hasta de cinco cifras.
Los saberes previos son el punto de partida en la planeación de clase.	

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes desarrollen un taller diagnóstico, en donde pongan en juego sus conocimientos previos.

Materiales: material impreso, lápiz, lapiceros, sacapuntas y borrador.

Desarrollo propuesto: se presenta a los estudiantes la situación que se va a desarrollar a lo largo de la secuencia didáctica, esto se hace de la siguiente manera: En la vereda Villa de Leiva el señor Jesús ha inaugurado una pastelería con el nombre de “Pastelería Don Chucho”, como apenas está empezando en este negocio, se siente muy inseguro, luego ha solicitado a los estudiantes de grado tercero de las escuelas Escuela Rural Mixta Arauca y Escuela Rural Mixta Villa de Leiva del departamento del Putumayo, que le colaboren con la realización de los cálculos de diferentes pedidos; es por esto que esta secuencia propone acciones para resolver la pregunta ¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”? Posteriormente, se explica que para continuar con el desarrollo de la secuencia didáctica es indispensable partir de los conocimientos que ellos poseen, razón por la cual, deben desarrollar un taller diagnóstico (ver Anexo 2), con preguntas relacionadas con la resolución de problemas asociados a la multiplicación.

Una vez terminado el taller diagnóstico se pregunta a los estudiantes: ¿Cómo se sintieron?, ¿qué dificultades encontraron?, ¿qué les llamó más la atención? Se registra las respuestas de los estudiantes, con el fin de tenerlas en cuenta, en la estructuración y desarrollo de actividades posteriores.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se socializa los resultados del taller diagnóstico, con el ánimo de retroalimentar los diferentes aspectos en los cuales hayan presentado mayor dificultad.

Materiales: material impreso, lápiz, lapiceros, sacapuntas, borrador y tablero.

Desarrollo propuesto: se comparte con los estudiantes los resultados del taller diagnóstico, haciendo énfasis en las dificultades que pudo haberseles presentado. Se espera que los niños manifiesten sus diferentes puntos de vista, en cuanto a sus aciertos y desaciertos obtenidos, argumentando sus respuestas. Por su parte, el docente debe estar presto a clarificar las inquietudes planteadas, generando espacios de participación, puesto que lo que se pretende, es que los mismos estudiantes encuentren sus propias respuestas. Posteriormente, se entrega material impreso con actividades previamente estructuradas, atendiendo las particularidades de cada estudiante, para solventar las dificultades detectadas en el análisis del taller diagnóstico aplicado.

Tabla 4. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana uno

SEMANA 1	¿Cómo podemos contar más rápido?
Ideas clave	Desempeños esperados
La multiplicación puede entenderse como una forma abreviada de la adición de números naturales.	a) Formo grupos de igual cantidad de elementos, teniendo en cuenta características en común; b) calculo el total de una adición de dos o más sumandos iguales.

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes realicen conteos, formando grupos de igual cantidad de elementos, atendiendo a algunas características comunes e instrucciones para la organización de los estantes de una pastelería.

Materiales: fotocopia del problema, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja de papel, plastilina y palillos.

Desarrollo propuesto: se comenta a los estudiantes que “Don Chucho” ha solicitado la colaboración de los estudiantes del grado tercero para que le ayuden a organizar los estantes de su pastelería. Él quiere que cada estante cuente con 20 divisiones, de tal modo que en cada fila haya la misma cantidad de divisiones. ¿Cuál será

la cantidad de divisiones por cada fila? Ayuda a “Don Chucho” a resolver la situación. Guíate por el ejemplo de la Figura 8.

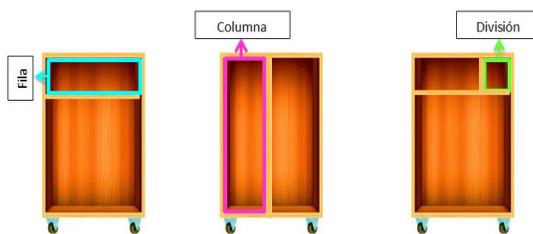


Figura 8. Ejemplificación de problema propuesto

Se entrega el material impreso a cada uno de los estudiantes, se da un tiempo para que respondan la pregunta de forma individual y posteriormente en equipo con el fin de que puedan compartir sus conocimientos y buscar algunas alternativas de solución. Posiblemente, los niños recurran al ensayo y error como alternativa de solución, por lo tanto el docente debe sugerir que hagan uso de gráficos o material manipulable como plastilina y palillos, permitiendo que ellos puedan imaginar la situación planteada. Se espera que alguno de los estudiantes plantee como solución; cuatro filas, cada una con cinco divisiones o viceversa; de presentarse esto, se aprovecha la situación para llevarlos hacia la comprensión de la propiedad conmutativa de la multiplicación, la que más adelante se aborda con mayor profundidad.

Se socializan los resultados, generando espacios de diálogo, en donde se comparta las estrategias utilizadas en la solución de dicha situación.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes realicen procedimientos de cálculo, mejorando cada vez sus destrezas y habilidades, para llevar acabo adiciones de grupos con igual cantidad de elementos.

Materiales: fotocopia del problema, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja para realizar operaciones, plastilina, palillos y tapas de pet.

Desarrollo propuesto: se les informa a los estudiantes que “Don Chucho” ahora desea organizar cuatro pasteles en cada división, si utiliza 2 estantes como los que se muestran en la Figura 9, ¿cuántos pasteles necesita hornear?

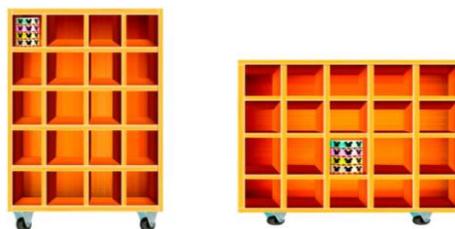


Figura 9. Organización de pasteles por cada división

Se espera que los estudiantes hagan uso de dibujos o utilicen palillos, plastilina y tapas de pet para representar la situación, y que posteriormente realicen procedimientos de cálculo con sumandos iguales, puede ser que algunos realicen adiciones mentales de cuatro en cuatro, hasta terminar con todos los pasteles; se aprovecha esta situación para plantearles otras series numéricas dentro de otros problemas matemáticos relacionados con la pastelería, esto les permite en un futuro una mayor comprensión de las tablas de multiplicar. Finalizada la actividad, se recolecta las hojas de operaciones de los estudiantes con el fin de analizar las estrategias utilizadas en cuanto a la resolución de problemas matemáticos.

Segunda sesión-Actividad 2

En qué consiste: se espera que los estudiantes logren tener mayor apropiación y dominio en la realización de cuentas con adiciones repetidas, dado que estos son conocimientos indispensables en la conceptualización de los términos de la multiplicación.

Materiales: fotocopia del problema, lápiz, borrador, sacapuntas y plastilina.

Desarrollo propuesto: se informa a los estudiantes que “Don Chucho” debe preparar 7 tortas para celebrar el día de la familia en la Institución Educativa Rural Nueva Bengala.

Para la decoración de cada torta se utiliza 6 cerezas y 4 fresas, como se muestra en la Figura 10.



Figura 10. Modelo para la decoración de una torta

“Don Chucho” quiere saber cuántas frutas de cada tipo necesita para hacer la decoración de las 7 tortas. Ayúdalo a resolver la situación.

Se entrega a los estudiantes en material impreso el problema a resolver, para que cada uno de ellos utilice las estrategias que considere pertinente. Se espera que los niños utilicen diferentes estrategias, como dibujos,

esquemas, plastilina y que además hagan cuentas, mediante adiciones repetidas, para dar respuesta al problema planteado. Puede ser que algún estudiante, después de cierto tiempo no logre comprender el problema, o que sus estrategias no sean las más pertinentes, de ser así, el docente les facilita una tabla como el de la Figura 11.

Nº DE TORTAS	Nº DE CEREZAS	Nº DE FRESAS
1	6	4
2	12	8
.	.	.
.	.	.

Figura 11. Tabla para registro de información

Para ello se realiza la siguiente pregunta: Si para decorar una torta se utilizan 6 cerezas, ¿cuántas cerezas se utiliza para decorar 3 tortas? Este interrogante permite a los estudiantes comprender que este tipo de problema involucra una relación de proporcionalidad entre el número de tortas y el número de frutas a utilizar.

Se invita a los niños a reflexionar sobre el comportamiento de los números; para ello se realiza la pregunta: ¿Qué sucede entre el número de una fila y la siguiente? Se espera que los estudiantes logren comprender que las magnitudes se incrementan en una relación “al doble de tortas, el doble de cerezas y fresas” “al triple de tortas, el triple de cerezas y fresas”, etcétera. Evidentemente, no es primordial que los estudiantes reconozcan las propiedades de la proporcionalidad, pero sí que empiecen a utilizarlas intuitivamente en la resolución de problemas, como en el caso anterior.

Finalmente, se genera espacios de socialización de resultados, con el fin de intercambiar ideas y enriquecer los saberes. Se registra los avances de los estudiantes en el desarrollo de la sesión.

Tabla 5. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana dos

SEMANA 2	¿Cuáles son los términos de la multiplicación?
Ideas clave	Desempeños esperados
La multiplicación posee tres términos; multiplicando, multiplicador y producto.	a) Reconozco el multiplicando, multiplicador y producto como términos de la multiplicación; b)
La adición y la multiplicación de números naturales son dos operaciones diferentes pero que se relacionan entre sí.	comprendo que la adición y la multiplicación son dos operaciones diferentes, pero que se relacionan entre sí.

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes tengan un acercamiento a los términos de la multiplicación; inicialmente se hará uso del término “veces” en lugar de utilizar la expresión “por”.

Materiales: Hoja para realizar operaciones, fotocopia del problema, lápiz y borrador, sacapuntas.

Desarrollo propuesto: se da a conocer a los estudiantes que con motivo de celebrar el día de los niños, a la pastelería “Don Chucho” le han solicitado un pedido de pastelillos. La sede Arauca ha solicitado pastelillos con sabor a chocolate y la sede Villa de Leiva con sabor a vainilla. En la Figura 12 se muestra un ejemplo de la estrategia que utiliza “Don Chucho” para calcular la cantidad exacta de pasteles a entregar.

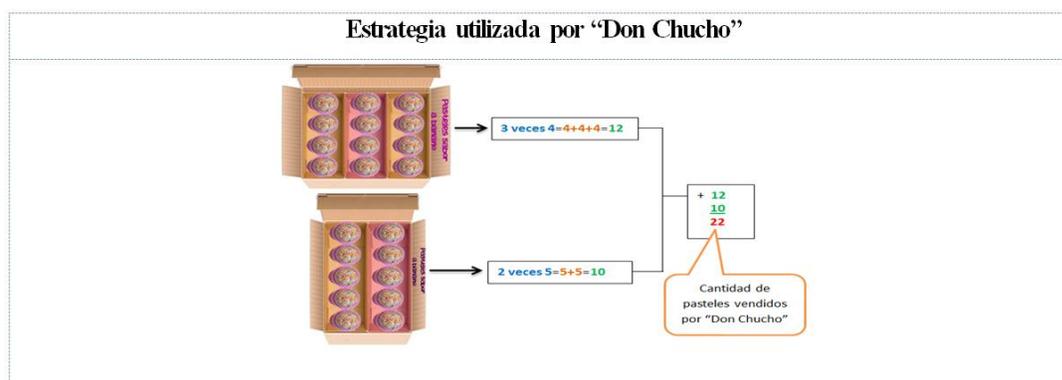


Figura 12. Ejemplo de estrategia para calcular la cantidad de pastelillos

Encuentra el total de pastelillos solicitados por cada sede educativa; para ello utiliza la misma estrategia que emplea “Don Chucho” tal como se muestra en la Figura 13.

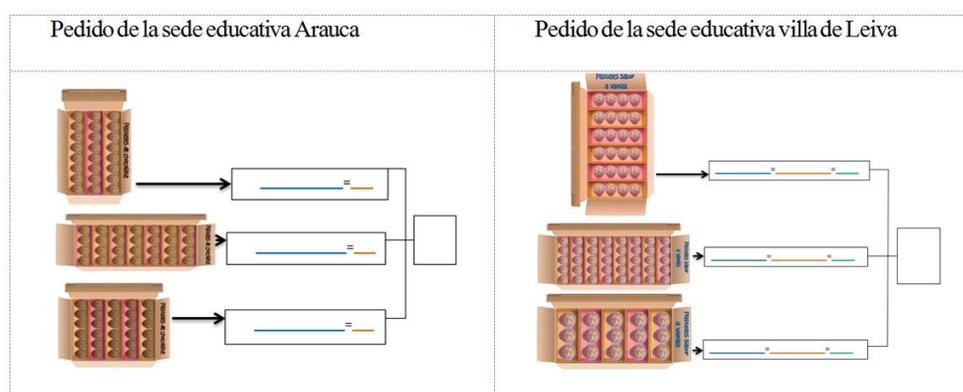


Figura 13. Ejercicios propuestos para los estudiantes

Se entrega el material impreso a los estudiantes para que hagan uso de la estrategia utilizada por “Don Chucho”, la cual se estructuró haciendo énfasis en la expresión “veces” como un acercamiento a los términos de la multiplicación. Esto tiene un mayor significado para ellos, que si se utilizara la expresión “por”. Se espera que los niños hagan uso del procedimiento de cálculo para encontrar resultados. En esta etapa del desarrollo de la secuencia didáctica, posiblemente los estudiantes estén en condiciones de realizar adiciones de forma rápida

y segura. De detectar alguna dificultad, se orienta el uso de gráficas o manejo de cuadros de doble entrada como se observa en la Figura 14, con el fin de facilitar la resolución de la situación planteada.

Número de cajas	Cantidad de pastelillos
1	4
2	8
.	.

Figura 14. Cuadros de doble entrada

Se recolecta evidencias del trabajo realizado y de los avances alcanzados hasta el momento.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes reconozcan los términos de la multiplicación y su función dentro de esta.

Materiales: fotocopia del problema, lápiz, borrador, sacapuntas y hoja para realizar operaciones.

Desarrollo propuesto: se da a conocer a los estudiantes que por motivo de viaje “Don Chucho” debe ausentarse cinco días de la pastelería, y ha dejado como encargado de las ventas a su sobrino Juan. Como él es una persona de poca experiencia, “Don Chucho” le ha diseñado una tabla con el fin de facilitar las cuentas, además le ha dado un ejemplo de cómo utilizarla. Dicha tabla se muestra a continuación.

Ejemplo dado por “Don Chucho.

Si se vende 3 cajas de 4 pastelillos cada una, ¿cuántos pastelillos se habrá vendido en total? Observa en la Figura 15 que la intersección entre el número de cajas y el número de pastelillos corresponde al número 12, el cual representa el total de pastelillos vendidos.

Nº de pastelillos Nº de cajas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figura 15. Tabla de multiplicar de doble entrada

Antes de continuar con el desarrollo de esta actividad, el docente plantea las siguientes preguntas: ¿Qué opinan de la estrategia utilizada por “Don Chucho”? ¿conoces otra manera para obtener el mismo resultado?, ¿cuál? Se espera que los estudiantes se motiven al ver que existen estrategias que facilitan la realización de cálculos, y que además propongan que para dar solución al problema planteado, se puede utilizar adiciones repetidas que hasta este momento deben calcular con mucha fluidez.

Juan como es un niño muy creativo diseña una tabla la cual se muestra en la Figura 16 con el fin de registrar las ventas diarias, pero debido a su poca experiencia, no sabe si ha cometido errores en sus cálculos.

Verifica sus cuentas utilizando la tabla de “Don Chucho” y corrige de ser necesario.

VENTAS DIARIAS		Nº. de pastelillos	Casillas para correcciones
LUNES	5 cajas de 6 pastelillos cada una	30	
MARTES	3 cajas de 8 pastelillos cada una	22	
MIÉRCOLES	4 cajas de 5 pastelillos cada una	20	
JUEVES	7 cajas de 2 pastelillos cada una	18	
VIERNES	9 cajas de 4 pastelillos cada una	35	
Total de pastelillos		125	

Figura 16. Tabla de registro de ventas diarias

Se explica a los estudiantes el manejo de la “Tabla de doble entrada”, la cual permite realizar cálculos. La primera columna indica el número de cajas que se empacaron y la primera fila el número de pastelillos que contiene cada una de ellas; de este modo si se venden tres cajas de cuatro pastelillos cada una, basta con ubicar la intersección del número 3 correspondiente al número de cajas y el número 4 correspondiente al número de pastelillos, dando como resultado 12 pastelillos. Hasta este momento, el estudiante hace uso de expresiones como, “5 cajas de 6 pastelillos cada una”. Una vez que los estudiantes hayan verificado los resultados escritos por Juan en la tabla, el docente escribe en el tablero una de las expresiones, por ejemplo, “**3 cajas de 8 pastelillos cada una**” y les formula la siguiente pregunta: ¿Cómo se podría expresar esta afirmación de una manera más corta? Independientemente de las respuestas dadas por los estudiantes, se sugiere que utilicen expresiones cortas como 5×6 .

Una vez los estudiantes hayan comprendido el manejo de la “Tabla de doble entrada” y verificado las cuentas hechas por Juan, el docente les explica que el número de cajas representa uno de los términos de la multiplicación denominado multiplicando, el número de pastelillos representa un segundo término llamado multiplicador, los cuales también se los conoce como factores, y el resultado corresponde al total de pastelillos que se denomina producto.

Posteriormente, se propone a los niños el siguiente ejercicio sobre un pedido en la pastelería; el señor Pedro, presidente de la Junta de Acción Comunal de la vereda Montebello, ha realizado un pedido de 6 cajas de pastelillos. Si cada caja contiene 10 unidades, ¿cuántos pastelillos se comprarán? En esta ocasión se propone un número de dos cifras, sin embargo, se espera que no cause dificultades puesto que este número hace parte de la “Tabla de doble entrada”. Aquí se les pide que identifiquen el multiplicando, el multiplicador y el producto. El docente da las respectivas orientaciones para que los estudiantes puedan realizar multiplicaciones de este tipo.

Con el propósito de que el estudiante adquiera destreza en este tema, se proponen ejercicios extra clase como se ilustra en la Figura 18, los cuales consisten en expresar matemáticamente afirmaciones como “4 cajas de 6 pastelillos” de la forma $a \times b = c$ encontrando el respectivo producto en cada caso.

Ejemplo:

Don Chucho necesita despachar un pedido de 4 cajas, las cuales contienen 6 pastelillos cada una como se indica en la Figura 17. ¿De cuántos pastelillos consta dicho pedido? Indica el producto, el multiplicando y el multiplicador.



Figura 17. Representación gráfica de problema propuesto

“4 cajas de 6 pastelillos” $\longrightarrow 4 \times 6 = 24$

Respuesta: El pedido de “Don Chucho” consta de 24 pastelillos. El producto es 24, el multiplicando 4 y el multiplicador 6.

Ejercicios propuestos.

En un estante de 8 filas “Don Chucho” ha ubicado cierto número de cajas con sus respectivos pastelillos. Reemplaza de la forma $a \times b = c$ cada una de las afirmaciones dadas, respondiendo a la pregunta ¿de cuántos pastelillos consta cada fila? Indica el producto, el multiplicando y el multiplicador.

- Fila 1: 3 cajas de 8 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 2: 5 cajas de 6 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 3: 8 cajas de 4 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 4: 9 cajas de 5 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 5: 4 cajas de 12 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 6: 6 cajas de 24 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 7: 7 cajas de 35 pastelillos. → Respuesta: _____
- Fila 8: 9 cajas de 20 pastelillos. → Respuesta: _____

Figura 18. Ejercicios propuestos para la actividad

Tabla 6. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana tres

SEMANA 3		¿Cuál es el elemento neutro de la multiplicación de números naturales y en que consiste la propiedad Clausurativa de esta operación?
Ideas clave	Desempeños esperados	
Las propiedades de la multiplicación son importantes dentro del proceso de resolución de problemas asociados a esta operación.	a) Reconozco el elemento neutro como una de las propiedades de la multiplicación de los números naturales; b) reconozco la propiedad clausurativa de la multiplicación de números naturales, dentro del proceso de resolución de problemas multiplicativos; c) utilizo estas dos propiedades de la multiplicación para realizar cálculos matemáticos de manera eficiente.	

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes reconozcan la propiedad elemento neutro de la multiplicación.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja de papel en blanco y “Tabla de doble entrada”.

Desarrollo propuesto: el docente facilita una fotocopia a cada uno de los estudiantes, en la cual se plantea el siguiente problema: “Don Chucho” en su receta utiliza un huevo por cada pastelillo a preparar, y lo decora con una cereza.

Haciendo uso de las siguientes tablas de doble entrada, las cuales se pueden observar en la Figura 19, calcula la cantidad de huevos y cerezas en cada una de las tablas de registro, de acuerdo al número de pastelillos.

Nº de pastelillos \ Nº de huevos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Nº de pastelillos \ Nº de cerezas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figura 19. Tablas de multiplicar de doble entrada

Número de pastelillos	Nº de huevos a utilizar
1	
2	
4	
6	
8	
10	

Figura 20. Primera tabla de registro

Una vez que los estudiantes hayan completado la primera tabla de registro indicada en la Figura 20, se les pide que observen sus respectivas columnas, planteándoles la siguiente pregunta: ¿Por qué en todos los casos, la cantidad de pastelillos es igual a la cantidad de huevos? Con esta pregunta se busca que los estudiantes puedan determinar que en todos los casos, independientemente de la cantidad de pastelillos, se multiplicó por el número 1.

Seguidamente, se les pide que completen otra tabla de registro como la indicada en la Figura 21 considerando en este nuevo caso las cerezas.

Número de pastelillos	Nº de cerezas a utilizar
1	
2	
4	
6	
8	
10	

Figura 21. Segunda tabla de registro

Posteriormente, se les entrega una tercera tabla de registro, como la que se expone en la Figura 22, en donde deben colocar los resultados anteriores, para ello se les pide que completen la siguiente información.

Número de pastelillos	Nº de huevos a utilizar	Nº de cerezas a utilizar
1		
2		
4		
6		
8		
10		

Figura 22. Tercera tabla de registro

Una vez hayan completado la tabla anterior, se plantea el siguiente interrogante: Al multiplicar los diferentes números por el uno, ¿cuál es el producto? Se espera que los estudiantes afirmen que da como resultado el mismo número que se multiplica por el uno, además, para que comprueben si la propiedad se cumple para todos los números, se les pregunta: ¿Crees que sucederá lo mismo con otros números? Independientemente de sus respuestas, se les solicita que hagan uso de la “Tabla de doble entrada” y así comprueben sus afirmaciones. Aprovechando esta situación se orienta la propiedad elemento neutro, la cual dice que el producto de cualquier número por uno es el mismo número.

El docente debe estar atento a resolver las diferentes inquietudes y registrar los avances alcanzados por los estudiantes.

Primera sesión-Actividad 2

En qué consiste: se espera que los estudiantes pongan en práctica los conocimientos adquiridos con respecto a la propiedad elemento neutro de la multiplicación.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja de papel en blanco y tabla de doble entrada.

Desarrollo propuesto: el docente informa que por vísperas al día de las madres, “Don Chucho” ha decidido que por cada torta vendida se obsequiará una rosa y una tarjeta. Él ha solicitado a su sobrino Juan que utilice el registro de los pedidos, para saber cuántas rosas y tarjetas se deben comprar. Ayuda a Juan a encontrar los totales de dicho pedido, para ello utiliza la tabla indicada en la Figura 23.

 Registro De Pedidos Pastelería “Don Chucho” 			
Cliente	Pedidos de tortas	Número de rosas	Número de tarjetas
Familia Caro	3		
Familia Torres	7		
Familia Montes	4		
Familia Jaramillo	2		
Familia Morales	5		
Totales			

Figura 23. Tabla de registro de pedidos

Se espera que los estudiantes logren resolver el problema aplicando la propiedad del elemento neutro abordada en la sesión anterior. De presentarse alguna dificultad pueden recurrir al uso de la “Tabla de doble entrada”. El docente realiza las siguientes preguntas con el fin de determinar la apropiación de los niños con respecto a esta propiedad; teniendo en cuenta los diferentes registros de la tabla ¿qué se puede afirmar al respecto? De igual forma se les pregunta, ¿qué propiedad de la multiplicación se cumple en este problema? Se espera que los estudiantes, afirmen que en el problema planteado se cumple la propiedad del elemento neutro de la multiplicación, de presentarse algún caso distinto al esperado, se hace la respectiva retroalimentación con el fin de que los conceptos vayan quedando claros. Por último, se recogen evidencias y se registran los avances de los estudiantes.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes reconozcan la propiedad clausurativa de la multiplicación.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja de papel en blanco y tabla de doble entrada.

Desarrollo propuesto: Se da a conocer a los estudiantes que “Don Chucho” ha comprado una caja de fresas y pide el favor a su sobrino Juan que las coloque en platos, para luego utilizarlas en la decoración de tortas. Esto le permitirá a “Don Chucho” saber con exactitud cuántas fresas va utilizando en las diferentes decoraciones y cuántas le quedan. Una vez que Juan ha colocado las fresas en los respectivos platos, “Don Chucho” realiza sus cuentas para saber de cuántas fresas dispone. La Figura 24 muestra la situación.

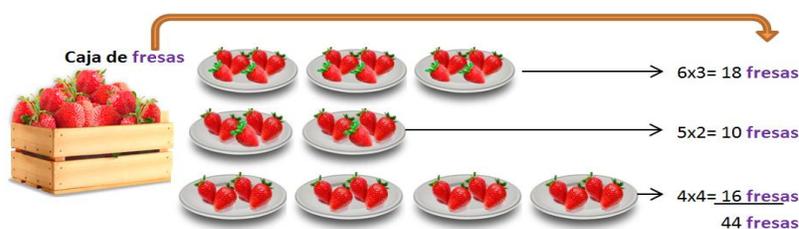


Figura 24. Representación del problema planteado

Seguidamente, el docente realiza la siguiente pregunta: ¿Cuál es el tipo de fruta que tiene que colocar Juan en los diferentes platos? Aparentemente, esta respuesta es obvia, pero lo que se pretende es que los estudiantes tengan claro que se está trabajando con fresas. Se continúa con otra pregunta; ¿los productos de las multiplicaciones obtenidos por “Don Chucho” a qué tipo de fruta se refieren? Se espera que los estudiantes afirmen que los resultados expresan la cantidad de fresas. Se aprovecha esta situación para hacer una explicación de los números naturales y se les presenta el esquema de la Figura 25.

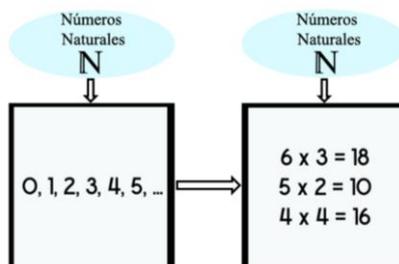


Figura 25. Representación del conjunto de números naturales

Se pide que observen la ilustración, y se les orienta que al igual que las fresas estaban contenidas en una caja, los números naturales hacen parte de un conjunto infinito de números, el cual se podría asemejar a una caja. Además, que al realizar las cuentas, los resultados de “Don Chucho” expresan cantidades de fresas y que de forma similar, si realizamos operaciones con números naturales, en este caso la multiplicación, los diferentes productos van a ser parte de los números naturales.

Aprovechando esta comparación se induce a la comprensión de la propiedad clausurativa de la multiplicación, la cual dice que si se multiplican dos números naturales, el producto va a ser otro número natural.

Como actividad extra clase, se plantea un problema de tipo factor multiplicante asociados a la multiplicación, buscando que los estudiantes adquieran el significado de esta operación, tal como lo plantean los Lineamientos Curriculares de Matemáticas.

Planteamiento: Para empaquetar pastelillos “Don Chucho” utiliza dos tipos de cajas; una pequeña y otra grande. En la caja pequeña se empaquetan 8 pastelillos y en la caja grande tres veces más esta cantidad. ¿Cuántos pastelillos alcanzan en la caja grande?

Segunda sesión-Actividad 2

En qué consiste: se espera que los estudiantes hagan uso de la propiedad clausurativa de la multiplicación en la resolución de problemas matemáticos.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja de papel en blanco y “Tabla de doble entrada”.

Desarrollo propuesto: el docente retoma algunos aspectos importantes de la sesión anterior, para ello plantea el siguiente interrogante: ¿En qué consiste la propiedad clausurativa? Para complementar las respuestas dadas por los estudiantes, se abordan otros ejemplos, que permitan ejemplificar y dar una mayor comprensión de dicha propiedad. Ejemplo: “Don Chucho” tiene varios pastelillos en una caja y los empaqueta en bolsas de igual cantidad, como se muestra en la Figura 26.



Figura 26. Representación de pastelillos contenidos en una caja

Seguidamente se les pregunta: ¿Cuántos pastelillos contenía la caja? Se brinda un tiempo prudente para que los estudiantes realicen este cálculo y una vez socializadas sus respuestas, se les formula otro interrogante: ¿qué contenía la caja que tenía “Don Chucho”?, ¿qué contienen cada una de las bolsas que empacó “Don Chucho”? Se espera que los estudiantes determinen que como la caja contenía pastelillos, las bolsas seguirán conteniendo pastelillos, es decir que su naturaleza sigue siendo la misma, el docente aprovecha esta situación para explicarles que análogamente sucede en el conjunto de los números naturales; si se multiplican dos o más números naturales, el producto sigue siendo otro número natural. Seguidamente, se les solicita que propongan otros ejemplos, los cuales evidencien el grado de apropiación que tienen los estudiantes con respecto a esta

propiedad. Se generan espacios de reflexión para establecer si los aportes son correctos; en caso contrario se hace una respectiva retroalimentación, buscando que haya claridad en el tema abordado.

Posteriormente, el docente plantea el siguiente problema, haciendo énfasis en todo momento que se está trabajando con números naturales. Por motivo de remodelación “Don Chucho” ha cerrado temporalmente la pastelería, y como Juan está de vacaciones se siente muy aburrido, por tal razón su tío le ha diseñado un juego para que se divierta y al mismo tiempo haga uso de la multiplicación de números naturales.

A continuación se dan a conocer las instrucciones del juego.

Existe un “Molinillo multiplicador” como el que se observa en la Figura 27, el cual consta de 2 tolvas¹³ por las que ingresan números naturales, en su interior se realiza el proceso de multiplicación y posteriormente arroja los productos correspondientes. El reto consiste en encontrar el factor o producto que se ha perdido y que hace posible la igualdad. Juega y aprende con Juan.



Figura 27. “Molinillo multiplicador”

El docente entrega una fotocopia de la Figura 28 a cada estudiante y les solicita que la completen. Les orienta que pueden hacer uso de la “Tabla de doble entrada” si ellos lo consideran pertinente.

¹³ Caja en forma de tronco de pirámide o de cono invertido y abierta por debajo, dentro de la cual se echan granos u otros cuerpos para que caigan poco a poco entre las piezas del mecanismo destinado a triturarlos, molerlos, limpiarlos, clasificarlos o para facilitar su descarga (RAE).

TOLVA A		TOLVA B		PRODUCTO
<input type="text"/>	×	2	=	8
3	×	<input type="text"/>	=	12
5	×	<input type="text"/>	=	10
<input type="text"/>	×	7	=	21
3	×	8	=	<input type="text"/>
<input type="text"/>	×	9	=	36
<input type="text"/>	×	<input type="text"/>	=	42
5	×	<input type="text"/>	=	25
6	×	9	=	<input type="text"/>
<input type="text"/>	×	<input type="text"/>	=	40

Figura 28. Ejercicio para estudiantes

El docente monitorea continuamente el trabajo realizado por los estudiantes con el fin de poder determinar posibles dificultades. Una vez hayan finalizado la actividad, se socializa los resultados y se comparan los diferentes resultados. Se toman evidencias y se registran los avances de los estudiantes.

Tabla 7. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana cuatro

SEMANA 4		¿En qué consisten las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación de números naturales?
Ideas clave	Desempeños esperados	
Las propiedades de la multiplicación son importantes dentro del proceso de resolución de problemas asociados a esta operación.	a) Reconozco la importancia de las propiedades conmutativa y asociativa de la multiplicación de números naturales, dentro del proceso de resolución de problemas multiplicativos; b) utilizo las propiedades conmutativa y asociativa para realizar cálculos matemáticos de manera eficiente.	

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes reconozcan la propiedad conmutativa de la multiplicación.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja para realizar operaciones y tapas de gaseosa.

Desarrollo propuesto: Se da a conocer a los estudiantes que con el objetivo de celebrar el día de los niños, las sedes Nuevo Horizonte, Don Quijote, Arauca y Villa de Leiva, han acordado reunirse en esta última sede para celebrar esta fecha. El rector ha contratado a “Don Chucho” para que se encargue de la logística, organice

mesas, sillas y pasteles de la manera más correcta, de tal modo que alcancen todos los estudiantes y docentes sin que se quede ninguno sin un lugar en la mesa. El rector le ha dicho a “Don Chucho” que para organizar el salón múltiple puede disponer de un total de 20 mesas, además le ha solicitado que las mesas deben quedar organizadas en columnas y filas completas.

Para tener una idea de la forma como quedarían organizadas las mesas en el salón, “Don Chucho” ha realizado el esquema que se muestra en la Figura 29, indicando dicha situación en forma de multiplicación.

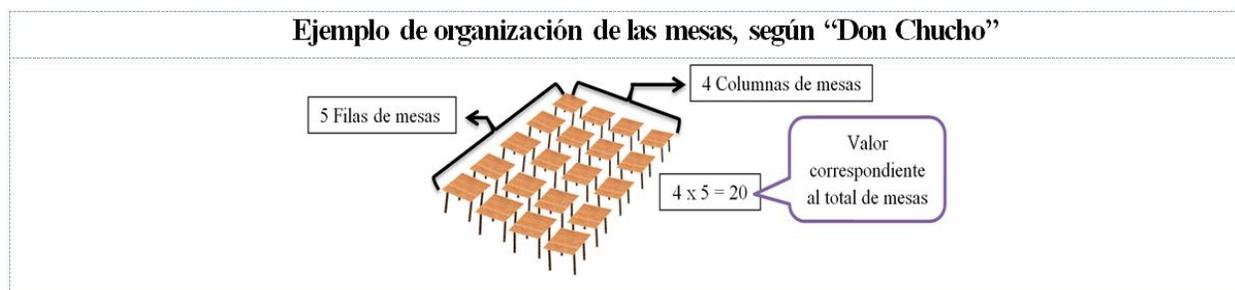


Figura 29. Ejemplo de organización de mesas

Don Chucho le ha encargado a su sobrino Juan que busque otras formas para poder organizar dichas mesas siguiendo el ejemplo propuesto; ayuda a Juan a realizar esta tarea.

Para el desarrollo de esta actividad se entrega a cada estudiante una fotocopia con el problema planteado solicitándoles que lo lean e interpreten. Posteriormente, estos pueden recurrir al uso de las estrategias que crean más convenientes, como dibujos, esquemas, o tapas de gaseosa, para que puedan tener una idea más clara de la situación. Una vez que los estudiantes tengan sus respuestas deben socializarlas ante sus compañeros y docente, argumentando sus opiniones. Se espera que los educandos indiquen diferentes arreglos teniendo en cuenta las indicaciones dadas. Para ello, se registran en el tablero sus respuestas haciendo uso de una tabla tal como se indica en la Figura 30.

Ejemplos arreglos con 20 mesas	
Nº de columnas	Nº de filas
5	4
4	5
2	10
10	2

Figura 30. Registro de posibles arreglos

El docente aprovecha los argumentos y respuestas dadas por sus estudiantes, planteándoles las siguientes preguntas: ¿Qué se puede concluir teniendo en cuenta los arreglos encontrados? Se espera que los estudiantes afirmen que existen diferentes formas para organizar las 20 mesas, así como también varias formas de

expresarlo en forma de multiplicación. Para inducirlos a la comprensión de la propiedad conmutativa, se plantea la siguiente pregunta: ¿En qué casos el multiplicando y el multiplicador son los mismos? y ¿qué conclusión podemos dar? Se espera que los estudiantes logren establecer que al cambiar el orden del multiplicando y el multiplicador, siempre se va a obtener el mismo producto.

Teniendo en cuenta sus conclusiones, se les indica que en la multiplicación se cumple una propiedad llamada propiedad conmutativa, la cual dice que el orden de los factores no altera el producto, haciendo énfasis que los factores en este caso corresponden al número de columnas y al número de filas.

Primera sesión-Actividad 2

En qué consiste: se espera que los estudiantes utilicen la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales, para resolver problemas matemáticos.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja para realizar operaciones y plastilina.

Desarrollo propuesto: el docente presenta el siguiente problema para que los estudiantes lo resuelvan de manera individual: tus papás, le han pedido a “Don Chucho” que les elabore una torta para celebrar tu cumpleaños. Esta debe tener forma rectangular y estar decorada con 24 fresas. “Don Chucho” le pide a su sobrino Juan que le colabore encontrando las posibles formas de organizar las fresas en filas y columnas completas. Ayuda a Juan con esta situación.



Figura 31. Imagen de representación de una torta

El docente entrega una fotocopia con imágenes de varias tortas como la que se indica en la Figura 31, a fin de que los estudiantes utilicen plastilina y hagan los respectivos arreglos. Una vez manifiesten que han terminado, se dibuja en el tablero una tabla similar a la de la Figura 32 y se llena con las diferentes respuestas planteadas por los estudiantes.

Nº de filas	Nº de columnas	Cantidad de fresas

Figura 32. Tabla para ser dibujada en el tablero

Posteriormente, se les solicita que agrupen las multiplicaciones en las cuales se cumple la propiedad conmutativa, para ello se les facilita una fotocopia con la tabla que se muestra en la Figura 33.

Ejemplo: $5 \times 4 = 20$ $4 \times 5 = 20$		

Figura 33. Tabla para agrupar multiplicaciones que cumplen la propiedad conmutativa

Para finalizar, se socializan las respuestas de los estudiantes con el fin de enriquecer sus conocimientos y aclarar algunas dudas que puedan generarse. Se toman evidencias y se hace el respectivo registro de los avances alcanzados en la sesión.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes reconozcan la propiedad asociativa de la multiplicación.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja para realizar operaciones y fotocopia de ejercicios.

Desarrollo propuesto: se informa a los estudiantes que “Don Chucho” necesita comprar huevos para preparar pasteles y tortas. Su proveedor le hace entrega de 2 cajas, las cuales contienen 4 cubetas de 30 huevos cada una. “Don Chucho” le pide el favor a su sobrino Juan que contabilice la cantidad de huevos recibida. Analiza la estrategia de cálculo que utilizó Juan con la ayuda de la Figura 34.

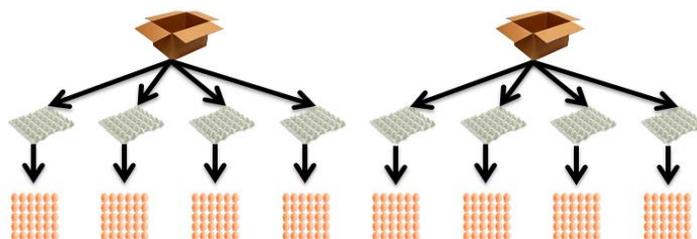


Figura 34. Estrategia propuesta para la actividad

En primer lugar, él calculó el número de cubetas contenidas en las dos cajas, haciendo uso de la “Tabla de doble entrada”, como se indica en la Figura 35.

PASTELERIA "DON CHUCHO"

Nº de cajas \ Nº de cubetas Por caja	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figura 35. Tabla de multiplicar de doble entrada

Posteriormente, realiza el mismo procedimiento para encontrar el total de huevos que contienen las 8 cubetas así: $30 \times 8 = 240$

Con el fin de fomentar el diálogo y el intercambio de ideas se les pregunta: ¿De qué otra manera se podría organizar los factores para obtener el mismo producto? Es posible que los estudiantes no den una respuesta acertada, o a lo sumo se aproximen a ella. Lo importante es que sean propositivos y hagan uso de sus saberes en el planteamiento de posibles respuestas.

Seguidamente, en medio impreso se les presenta los esquemas de las Figuras 36 y 37 propuestos por Juan para que los analicen, confronten ideas con sus compañeros, e inducirlos al reconocimiento de la propiedad asociativa.

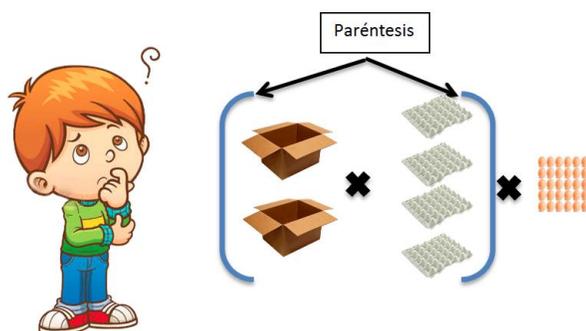


Figura 36. Esquema propuesto por Juan

Estrategia utilizada por Juan

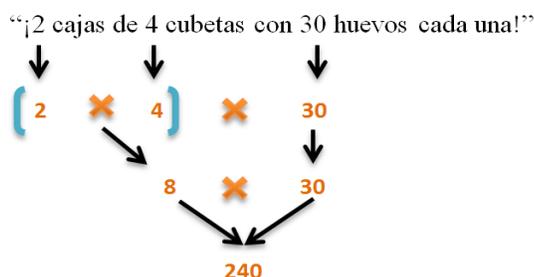


Figura 37. Estrategia utilizada por Juan

Una vez los estudiantes hayan observado la ilustración, se les plantea las siguientes preguntas: ¿Qué estrategia utilizó Juan para resolver dicho problema?, ¿para qué utilizó los paréntesis? Se espera que los estudiantes manifiesten que Juan utilizó los paréntesis para agrupar dos factores y de esta manera facilitar la multiplicación. Con el ánimo de profundizar en el tema se les preguntará, ¿qué pasaría si en lugar de asociar el 2 con el 4, se asocia el 4 con el 30?, ¿se obtendrá el mismo resultado? Es probable que los estudiantes manifiesten que el resultado va a ser diferente; independientemente de sus respuestas, se pide que comprueben dicho planteamiento. Una vez hecho la comprobación, se les plantea el siguiente interrogante; ¿a qué conclusión podemos llegar? Aprovechando las respuestas de los estudiantes, se les explica que lo anterior corresponde a la propiedad asociativa de la multiplicación, la cual dice que cuando se multiplican tres o más números, el producto es el mismo sin importar cómo se agrupan los factores. Como cierre de esta actividad, se recogen evidencias y se registran los avances alcanzados por los estudiantes con el desarrollo de la sesión.

Como actividad extra clase, se plantea un problema multiplicativo de acuerdo al modelo concreto “producto cartesiano”, el estudiante puede recurrir al uso de estrategias que considere pertinente.

Planteamiento: “Don Chucho” prepara tortas en los tamaños: pequeña, mediana y grande, en los sabores a vainilla, chocolate y mandarina. ¿Cuántas tortas de diferentes tamaños y sabores podrá preparar “Don Chucho”?

Segunda sesión-Actividad 2

En qué consiste: se espera que los estudiantes utilicen la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales, para resolver problemas matemáticos.

Materiales: fotocopia con las situaciones, lápiz, borrador, sacapuntas y hoja para realizar operaciones.

Desarrollo propuesto: se informa a los estudiantes que “Don Chucho” compró 3 cajas de uvas pasas, para la preparación de tortas; cada caja contiene 5 sobres y en cada sobre hay 10 unidades. Él quiere saber de cuantas uvas pasas dispone para la preparación de tortas, ayuda a “Don Chucho” a hallar esta respuesta.

En la Figura 38 se muestra el contenido de una caja.



Figura 38. Representación del contenido de una caja de uvas pasas

Una vez se les haya presentado a los estudiantes la situación, se les plantea la siguiente pregunta: ¿Cuál es el total de uvas pasas que ha comprado “Don Chucho”? Se espera que en la resolución del problema los estudiantes hagan uso de la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales, teniendo en cuenta que en la anterior sesión se dio tratamiento a esta propiedad. En caso de que sus respuestas no la incluyan, se indica las respectivas operaciones, con el fin de que los estudiantes hagan sus respectivas comprobaciones, y posteriormente sean socializadas y así poder determinar su validez.

Posterior a este primer problema, se plantea un segundo, con el ánimo de que los estudiantes logren una mayor ejercitación de procedimientos y posiblemente mejoren sus habilidades en cuanto a resolución de problemas matemáticos.

Se informa a los estudiantes que en la pastelería “Don Chucho” hay 4 estantes, cada estante cuenta con 6 divisiones y en cada una de estas hay 2 tortas, “Don Chucho” desea saber ¿cuántos pasteles hay en total en su pastelería?, ayúdalo a realizar este cálculo. En este caso se les solicita que hagan uso de la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales.

En la Figura 39 se puede ver el contenido que hay en un estante.



Figura 39. Tortas contenidas en un estante

Se espera que los estudiantes a través del uso de la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales, puedan resolver este problema.

El docente debe estar atento a recibir las inquietudes de parte de los estudiantes, además registra los diferentes aspectos y avances de sus estudiantes, de igual manera recoge las diferentes evidencias.

Tabla 8. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana cinco

SEMANA 5	
¿Para qué me sirve la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales?	
Ideas clave	Desempeños esperados
Las propiedades de la multiplicación son importantes dentro del proceso de resolución de problemas asociados a esta operación.	a) Reconozco la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales y su importancia dentro del proceso de resolución de problemas multiplicativos; b) utilizo la propiedad distributiva de la multiplicación para realizar eficazmente cálculos matemáticos.

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes reconozcan la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas y hoja para realizar operaciones.

Desarrollo propuesto: por aniversario de la pastelería, “Don Chucho” ha decidido regalar a su mejor cliente 3 cajas de pastelillos; cada caja contiene 4 pastelillos de sabor a fresa y 5 pastelillos de sabor a chocolate. Juan por curiosidad quiso averiguar cuantos pastelillos iba a regalar en total su tío, para ello realizó el esquema de la Figura 40.

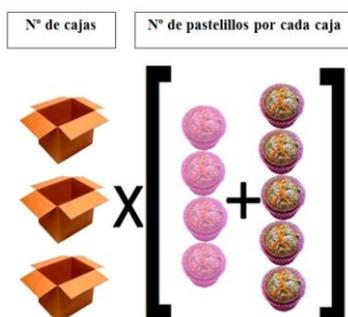


Figura 40. Esquema propuesto por Juan

Juan haciendo uso de la tabla de doble entrada, en primer lugar averiguó el número de pastillos de sabor a fresa y posteriormente los de sabor a chocolate, así como se observa en la Figura 41.

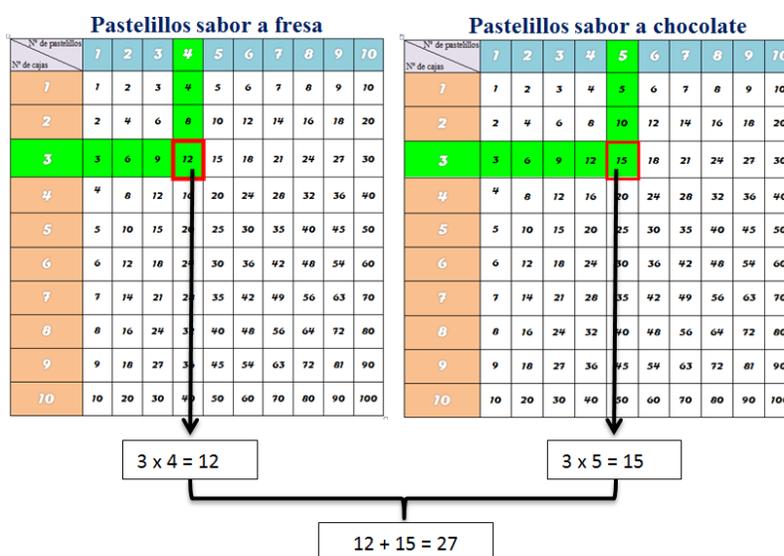


Figura 41. Estrategia utilizada por Juan

Una vez los estudiantes hayan comprendido la estrategia utilizada por Juan, se retoma el problema planteado en la sesión anterior correspondiente a la propiedad asociativa de la multiplicación y se hace énfasis en la importancia del uso de paréntesis. Posteriormente, se les pregunta ¿cómo podrías utilizar los paréntesis para representar matemáticamente el anterior problema? Con esta pregunta se busca que los estudiantes planteen diferentes formas para calcular el resultado, además se espera que ellos hagan uso de los paréntesis para asociar la adición y posteriormente multipliquen la suma por el número de cajas, tal como se puede ver en la Figura 42.

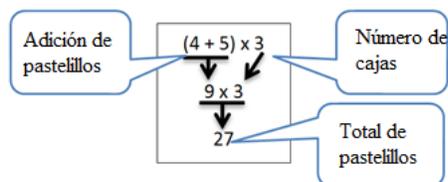


Figura 42. Agrupación de términos mediante el uso de paréntesis

Posiblemente, los estudiantes no apliquen la propiedad distributiva como tal para resolver este problema, puesto que es un tema nuevo para ellos. En este caso, se propone la siguiente pregunta: ¿Cuál es el resultado que se obtiene al operar $(4 + 5) \times 3$? Independientemente de las respuestas que den los estudiantes, el docente les indica a través de una copia el esquema de la Figura 43, donde se muestra el procedimiento en relación a la propiedad distributiva.

El esquema muestra la ecuación $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5$. Se calcula $3 \times 4 = 12$ y $3 \times 5 = 15$, lo que se suma para obtener el resultado final de 27.

Figura 43. Esquema de procedimientos relacionados a la propiedad distributiva

Se les pide que comparen el esquema de la cartelera con las soluciones indicadas por ellos, además, se los orienta con las siguientes preguntas: ¿Qué similitud hay entre sus respuestas y el esquema planteado?, ¿en qué se diferencian? Una vez los estudiantes hayan dado respuesta a estos interrogantes, se les da a conocer que el esquema anterior representa la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición; en esta propiedad se expone, que la multiplicación de un número por una suma, es igual a la suma de las multiplicaciones de dicho número por cada uno de los sumandos.

Con el ánimo de que los estudiantes pongan en práctica los conocimientos adquiridos en relación a esta propiedad, el docente plantea algunos ejercicios que considere necesarios. Por último, el docente hace un registro de los avances y toma las evidencias del desarrollo de esta actividad.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes utilicen la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición, para resolver problemas multiplicativos.

Materiales: fotocopia de la situación, lápiz, borrador, sacapuntas y hoja para realizar operaciones.

Desarrollo propuesto: Para el desarrollo de esta sesión, el docente presenta a sus estudiantes el siguiente problema: a “Don Chucho” le han pedido que prepare 5 deliciosas tortas, las cuales deben estar decoradas con 6 fresas y 7 cerezas cada una. “Don Chucho” le ha pedido a su sobrino Juan que calcule cuantas frutas se deben comprar de cada tipo y que además calcule el total de ambas frutas. Una vez se haya dado a conocer este problema se les solicita que ayuden a Juan a encontrar dichos resultados planteándoles las siguientes preguntas: ¿Cuál es la cantidad de fresas que debe comprar Juan?, ¿cuál es la cantidad de cerezas que deben ser compradas? y finalmente, los estudiantes deben responder sobre ¿cuál es la cantidad total de frutas que se deben comprar?

Se espera que los estudiantes hagan uso de la propiedad distributiva para calcular tanto el número de frutas por cada tipo, así como también el número total de estas.

Si los estudiantes no hacen uso de la propiedad distributiva, se les plantea la pregunta ¿para determinar el total de frutas que necesita “Don Chucho” se puede aplicar la propiedad distributiva? Si la respuesta es negativa, se les indica el esquema propuesto en la Figura 44, el cual ilustra dicha propiedad.

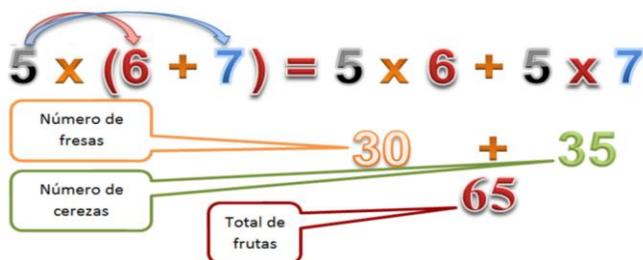


Figura 44. Esquema para refuerzo de la propiedad distributiva

Con el ánimo de verificar si los estudiantes comprendieron la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales, se les propone el siguiente problema: doña Margarita, vecina de “Don Chucho” ha solicitado un pedido de 6 bolsas y cada una debe contener 8 panes de sal y 7 de dulce. Aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales, encuentra cuántos panes de cada tipo se empacaron en las seis bolsas y cuál es el total de panes que comprará doña Margarita.

Una vez los estudiantes hayan finalizado, se socializan sus respuestas con el ánimo de realizar la respectiva verificación y plantear algunas sugerencias de ser necesario. Para finalizar, se recogen las evidencias de las actividades desarrolladas en esta sesión.

Tabla 9. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana seis

SEMANA 6		¿Cómo comprendo las tablas de multiplicar?
Ideas clave	Desempeños esperados	
Las tablas de multiplicar facilitan realizar los cálculos multiplicativos.	a) Comprendo la estructura de las tablas de multiplicar; b) utilizo las tablas de multiplicar para resolver problemas asociados a la multiplicación de números naturales.	

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes comprendan la estructura de las tablas de multiplicar y las apliquen dentro de la resolución de problemas multiplicativos.

Materiales: fotocopia de la situación, fotocopia con cuadros de doble entrada vacíos, lápiz, borrador y sacapuntas.

Desarrollo propuesto: se informa que “Don Chucho” debido a las fiestas de fin de año, debe entregar un gran pedido de tortas, las cuales debe decorar con una cierta cantidad de fresas. Debido a que él se encuentra muy ocupado con todo lo relacionado a dicho pedido, le ha solicitado a su sobrino Juan que encuentre la cantidad de fresas que se utilizan en un determinado número de tortas. Cabe anotar que cada tipo de torta lleva una cantidad diferente de fresas. Observa el ejemplo de la Figura 45 y ayuda a Juan a realizar su tarea.

Torta tipo a, 2 fresas cada una	
Cantidad de tortas	Cantidad de fresas
1	2
2	4
3	6
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

Figura 45. Cuadros de doble entrada para registro de información

Seguidamente, el docente plantea la siguiente pregunta: ¿Cuántas fresas se deben colocar en cada torta? Luego, se les interroga: Al aumentar el número de tortas ¿qué sucede con el número de fresas?, ¿cuántas fresas se debe ir aumentando por cada torta? Estos interrogantes pretenden inducir a los estudiantes a encontrar regularidades en los números, en este caso que se pueden sumar de dos en dos. Con el fin de comprobar si los

estudiantes comprendieron la relación, se les formula la pregunta, ¿cuántas fresas se utilizan en 4 tortas, en 5, en 6, en 7? y así sucesivamente hasta llegar a 10.

Una vez hayan finalizado el registro de la tabla se les entregan copias con las demás tablas que tiene que llenar Juan, las cuales son similares al ejemplo y van desde tortas de 3 fresas, hasta tortas de 10. El docente monitorea continuamente el trabajo de los estudiantes, reiterándoles que pueden hacer uso de elementos manipulativos como tapas, palillos, entre otros, si así lo consideran prudente. Cuando los estudiantes hayan finalizado, se les explica que lo que desarrollaron corresponde a los productos de las tablas de multiplicar.

Como actividad complementaria, se entrega a los estudiantes la tabla de doble entrada de la Figura 46, la cual utiliza Juan para hacer sus cálculos, pero esta vez vacía, para de que los estudiantes se ejerciten y vayan memorizando dichos productos progresivamente. Cabe aclarar, que la memorización de las tablas de multiplicar no es la finalidad de esta secuencia didáctica, pues lo fundamental es que aprendan a utilizarlas en situaciones matemáticas cotidianas.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Figura 46. Tabla de doble entrada para ser diligenciada por los estudiantes

Al finalizar la actividad, se recogen evidencias y se hace el registro de los avances alcanzados por los estudiantes.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: se espera que los estudiantes practiquen las tablas de multiplicar en situaciones matemáticas contextualizadas.

Materiales: fotocopia de la situación, fotocopia con cuadros de doble entrada, lápiz, borrador y sacapuntas.

Desarrollo propuesto: se les da a conocer a los estudiantes que las diferentes sedes de la Institución Educativa Rural Nueva Bengala, han solicitado a “Don Chucho” la elaboración de varias tortas para un

compartir que se llevará a cabo el día de las clausuras. Cada sede ha pedido que se divida la torta en porciones diferentes, de acuerdo al número de asistentes como se observa en la Figura 48.

Encuentra el número de porciones que se consume en cada sede. Para cada caso, plantea una expresión multiplicativa y encuentra su producto; guíate por el ejemplo de la Figura 47.

A modo de ejemplo

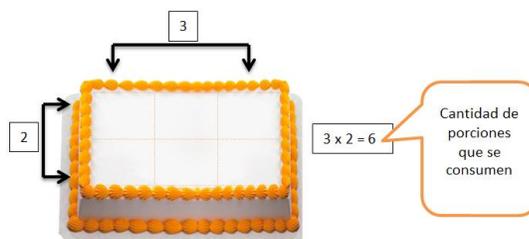


Figura 47. Ejemplo de planteamiento de expresiones multiplicativas

Ejercicios propuestos.

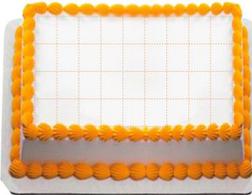
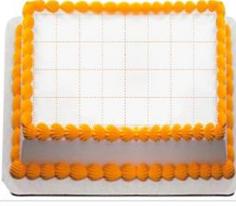
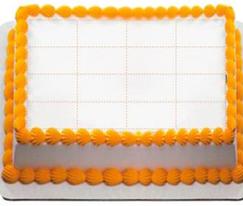
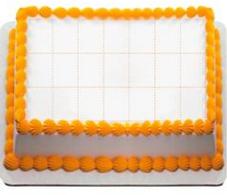
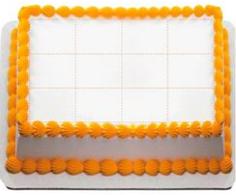
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Palestina</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede El Jordán</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Nuevo Horizonte</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Arauca</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Don Quijote</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Montebello</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Osiris</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Los Andes</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>
<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Las Américas</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Sede Llano Verde</div>  <div style="border: 1px solid black; width: 60px; height: 20px; margin: 10px auto;"></div>		

Figura 48. Ejercicios propuestos para estudiantes

Una vez los estudiantes manifiesten haber terminado la actividad, se les pregunta, ¿qué cálculos multiplicativos de la tabla de doble entrada recuerdan? Este interrogante permite saber si los estudiantes están memorizando algunos cálculos multiplicativos, posiblemente mencionen los más utilizados por ellos.

Posteriormente, se socializa las respuestas, generando espacios de diálogo y confrontación, además, se les pide que propongan algunos problemas matemáticos relacionados con la pastelería; esto les permite a los docentes determinar el grado de apropiación que tienen los niños hasta el momento. Como cierre, el docente recoge las respectivas evidencias de la actividad.

Como actividad extra clase, se plantea un problema de los modelos concretos de la multiplicación denominado “razón”, con el ánimo de abordar los diferentes tipos de problemas asociados a esta operación.

Planteamiento: a la pastelería “Don Chucho” llegaron 3 clientes, los cuales compraron 5 pastelillos cada uno. ¿Cuántos pastelillos compraron en total?

Tabla 10. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana siete

SEMANA 7		¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”
Ideas clave	Desempeños esperados	
Utilizo la multiplicación para resolver situaciones cotidianas.	a) Resuelvo problemas, los cuales requieren del uso de la multiplicación como procedimientos de cálculo; b) planteo procedimientos de cálculo adecuados para la resolución de problemas multiplicativos.	

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: en esta sesión, los estudiantes deben organizar un estante con los materiales facilitados por el docente.

Materiales: cartulina rotulada con el nombre “Pastelería Don Chucho”, imágenes con productos de una pastelería, colbón o silicona, cinta de enmascarar, tijera, cinta métrica, lápiz, borrador y tajalápiz

Desarrollo propuesto: para el desarrollo de esta sesión se retoma la pregunta central de la secuencia didáctica ¿Cómo contar más rápido en la pastelería “Don Chucho”? para ello, se explica a los estudiantes que deben organizar un estante para dicha pastelería, el cual debe constar de 20 divisiones, invitándolos a plantear procedimientos de cálculo que permitan hallar la solución, seguidamente se les pregunta, ¿qué operación te

permite resolver la situación? Independientemente, de sus respuestas se les pide que comprueben sus planteamientos y posteriormente se la socializa con todos los estudiantes. Seguidamente, se da un espacio con el fin de que los estudiantes dialoguen y escojan el modelo del estante que crean adecuado utilizando la plantilla de la Figura 49, en este sentido, el docente les facilita los materiales para que puedan elaborarlo.

Plantilla para organizar el estante con 20 divisiones

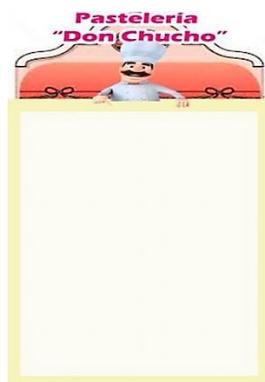


Figura 49. Plantilla para organización de un estante

Una vez diseñada la estantería con las 20 divisiones, se les facilita imágenes de pastelillos, bizcochos, tortas, panes y rosquillas, los niños las deben recortar y las pegar teniendo en cuenta que en cada división debe haber productos de un mismo tipo. Esta cartelera será utilizada como insumo para la siguiente sesión.

Segunda sesión-Actividad 1

En qué consiste: los estudiantes deben hacer uso de la multiplicación para encontrar el valor total de los productos exhibidos en un estante.

Materiales: cartelera trabajada en la sesión anterior, lápiz, borrador, sacapuntas, hoja de papel y fotocopia con los precios de los diferentes productos.

Desarrollo propuesto: los estudiantes deben hacer uso de la cartelera elaborada en la sesión anterior, la cual consta de 20 divisiones con diferentes productos, los cuales fueron organizados al gusto de los estudiantes. El docente inicialmente hace entrega de una copia con los precios de cada producto de la pastelería, los cuales deben ser utilizados por los estudiantes para encontrar el valor total en cada división.

Posteriormente, se plantea el siguiente interrogante: ¿Cómo se puede calcular de forma más rápida el valor de los productos de cada una de las divisiones del estante? Se espera que los estudiantes afirmen que la multiplicación; independientemente de cuáles sean sus respuestas, se les invita a comprobar sus

planteamientos. De igual forma, se resalta las ideas más relevantes que hayan tenido los estudiantes, invitándolos a reflexionar sobre el uso de la multiplicación en la solución de diversos problemas multiplicativos. Se hace el respectivo cierre con las conclusiones planteadas por los niños. Por último, se recogen las evidencias de la actividad desarrollada.

Tabla 11. Descripción de ideas clave y desempeños esperados semana ocho

SEMANA 8		A modo de cierre y evaluación
Ideas clave	Desempeños esperados	
Utilicemos la multiplicación de números naturales en diferentes contextos.	a) Participo activamente, asumiendo con responsabilidad diferentes roles dentro de un grupo de trabajo; b) interactuó en diferentes contextos matemáticos, que ameritan poner en juego la operación de la multiplicación de números naturales.	

Primera sesión-Actividad 1

En qué consiste: los estudiantes tienen la oportunidad de vivir una situación en la cual están implícitas las acciones de comprar y vender, para lo cual deben hacer uso de la operación de la multiplicación en la resolución de problemas matemáticos.

Materiales: pastelillos, panes, billetes didácticos, monedas didácticas, fotocopias de facturas de ventas, tarjetas con listado de compras, hojas para realizar operaciones, lápiz, borrador y sacapuntas.

Desarrollo propuesto: a modo de cierre, el docente explica a sus estudiantes que se va a llevar a cabo la simulación de una pastelería. Para ello se adecua un lugar con pastelillos y panes reales, en donde los estudiantes de grado tercero tienen que desempeñar el papel de vendedores; por su parte los estudiantes de los demás grados¹⁴ deben hacer de compradores. Además, se les facilita billetes y monedas didácticas para que puedan desempeñar sus funciones de una manera casi real. Una vez se hayan asignado los roles, se entregan los listados de compras y las facturas de ventas que se observan en la Figura 50, con el fin de que sean diligenciadas en el momento indicado.

Ejemplos de factura de ventas y tarjetas con listado de compras

¹⁴ La presente secuencia didáctica se desarrolla con estudiantes de grado tercero, en aulas unidocente y multigrado. La estructura de esta actividad amerita ser ejecutada con la participación de todos los grados.

CAPÍTULO V

RESULTADOS

5.1 Resultados semana 0

5.1.1 Primera sesión, actividad 1

En la actividad uno de la primera sesión se presentó a los estudiantes la situación que fue abordada a lo largo de la secuencia didáctica y se prosiguió con el desarrollo del taller diagnóstico tal como se observa en la Figura 51.



Figura 51. Desarrollo del taller diagnóstico (Fuente: Est1.Jho)

La Tabla 12 muestra los resultados obtenidos en la aplicación del taller.

Tabla 12. Resultados del taller diagnóstico

TEMAS	N° DE PREGUNTAS POR TEMA	ACIERTOS		
		Est1.Jho	Est2.Jom	Est3.Tan
Resolución de problemas de tipo multiplicativo.	3	0	1	0
Números pares e impares.	1	1	1	0
Orden de números.	2	1	1	0
Series numéricas.	1	0	1	0
Lectura y escritura de números naturales.	1	1	1	1
Antecesor y sucesor de un número.	1	1	1	0
Total de preguntas	9	4	6	1

En cuanto a la resolución de problemas matemáticos que ameritaban la adición repetida, los estudiantes Est1.Jho y Est3.Tan no resolvieron ninguno de los problemas propuestos, mientras que el estudiante Est2.Jom resolvió correctamente uno de los problemas dados, además, algunos presentaron dificultad en su comprensión y por tanto no hicieron uso de procedimientos matemáticos adecuados impidiéndoles obtener resultados

correctos, posiblemente, por falta de dominio del conocimiento matemático. La Figura 52 muestra los procedimientos utilizados por un estudiante.

6. A Pedro le gusta leer muchos cuentos infantiles. Si diariamente lee 3 páginas, ¿Cuántas páginas habrá leído en 5 días?

Realiza aquí tus operaciones.

Bi A Pedro habra leído 8 paginas

7. Don Toño vende frutas y verduras. A continuación se muestra el precio de algunas de ellas.

La mamá de Antonio le pide comprar algunos productos.

a) ¿Cuánto pagará Antonio si compra 4 zanahorias y 3 bananos?
Utiliza los recuadros para realizar tus operaciones

a) ¿Cuánto pagará Antonio si compra 4 zanahorias y 3 bananos?
Utiliza los recuadros para realizar tus operaciones

Realiza aquí tus operaciones.

*4
+ 4
+ 4
+ 4
+ 3
20 Bi Don Antonio pagara 20 \$*

Figura 52. Resolución de problema planteado (Fuente: Est1.Jho)

Como se pudo observar, el estudiante sí logró realizar el procedimiento de la adición de forma correcta, pero en el primer problema sumó el número de páginas con el número de días y en el segundo, en lugar de sumar los precios, sumó las cantidades de las compras. La evidencia anterior dejó entrever la importancia de abordar el proceso de resolución de problemas como un aspecto fundamental en la estructuración de la propuesta pedagógica.

Con relación al segundo tema, los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom resolvieron correctamente el ejercicio propuesto, mientras la estudiante Est3.Tan cometió errores en la identificación de números pares e impares.

En la Figura 53 se puede observar los ejercicios que fueron resueltos por los estudiantes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50				

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50				

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50				

Figura 53. Identificación de números pares e impares (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Respecto al tercer tema, los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom respondieron de forma correcta únicamente una pregunta y Est3.Tan respondió las dos preguntas de forma incorrecta, en algunos casos confundieron las expresiones “de menor a mayor” con “de mayor a menor”. En la Figura 54 se evidencian los planteamientos anteriores.

A: 12, 16, 9, 24, 45, 38	A: 12, 16, 9, 24, 45, 38	<input checked="" type="radio"/> A) 12, 16, 9, 24, 45, 38
B: 9, 24, 16, 12, 38, 45	B: 9, 24, 16, 12, 38, 45	B: 9, 24, 16, 12, 38, 45
C: 9, 12, 16, 24, 38, 45	C: 9, 12, 16, 24, 38, 45	C: 9, 12, 16, 24, 38, 45
<input checked="" type="radio"/> D) 45, 38, 24, 16, 12, 9	<input checked="" type="radio"/> D: 45, 38, 24, 16, 12, 9	D: 45, 38, 24, 16, 12, 9

Figura 54. Pregunta relacionada al orden de números (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

En el cuarto tema, los estudiantes Est1.Jho y Est3.Tan no lograron realizar conteos siguiendo un patrón determinado, por el contrario, el estudiante Est2.Jom siguió el patrón correcto, pero cometió errores de redacción al momento de contestar la pregunta.

En la Figura 55 se puede observar el desarrollo de los ejercicios.

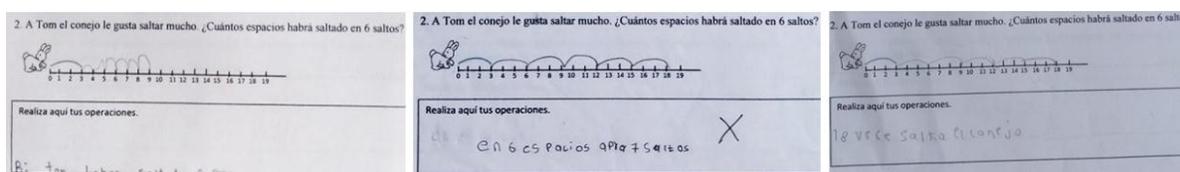


Figura 55. Interpretación de series numéricas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Con respecto al quinto tema, los estudiantes de estas dos sedes lograron responder de forma correcta la pregunta propuesta. Finalmente, en relación al último tema, los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom demostraron dominio de estos conceptos, mientras que el estudiante Est3.Tan evidenció dificultades tal como se muestra en la figura 56.

4. Escribe el antecesor y sucesor que hace falta en cada caso. 46 56 <u>57</u> 78 <u>79</u> 80 65 <u>66</u> 67	4. Escribe el antecesor y sucesor que hace falta en cada caso. 46 / 56 <u>57</u> / 78 <u>79</u> 80 / 65 <u>66</u> 67	4. Escribe el antecesor y sucesor que hace falta en cada caso. 44 46 X 56 58 X 78 80 X 65 66 67
---	--	---

Figura 56. Respuestas de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Una vez finalizado el taller diagnóstico se les preguntó sobre ¿cómo se sintieron?, ¿qué dificultades encontraron?, y ¿qué les llamó más la atención? Respecto a las preguntas, manifestaron que se sintieron bien, que tuvieron dificultad en cuanto a la resolución de problemas, y lo que más les gustó fueron los dibujos presentes en el taller.

El respectivo análisis del taller diagnóstico permitió concluir que los estudiantes presentaron mayor dificultad en el proceso de resolución de problemas matemáticos asociados a la multiplicación de números naturales. Así mismo, se resalta que algunos de ellos evidenciaron debilidades en cuanto al manejo de conceptos básicos dentro del conjunto de números naturales.

Con base en estos resultados se estructuraron actividades de retroalimentación encaminadas a minimizar las dificultades encontradas, para que no se conviertan a futuro en un obstáculo, además, es importante señalar que dichos resultados obtenidos en el taller diagnóstico se convirtieron en un punto de partida para la estructuración de la secuencia didáctica.

5.1.2 Segunda sesión, actividad 1

Los docentes presentaron los resultados del taller diagnóstico, haciendo énfasis en las dificultades que fueron encontradas. Los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom manifestaron haberse confundido al momento de leer los enunciados, por su parte la estudiante Est3.Tan afirmó no haber entendido nada.

Una vez desarrolladas las actividades de retroalimentación, a nivel general se evidenció que los estudiantes de las dos sedes resolvieron correctamente el taller de refuerzo, aunque en varias oportunidades solicitaron la orientación del docente. La Figura 57 evidencia los planteamientos anteriores.

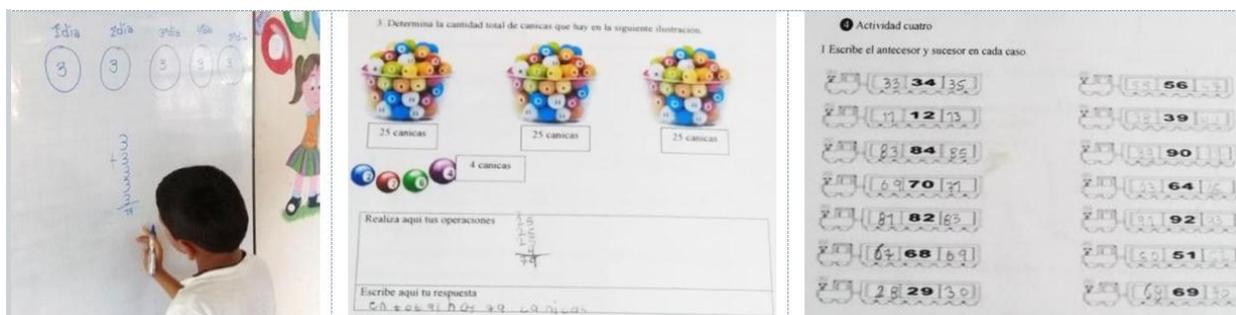


Figura 57. Actividades de refuerzo para estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5. 2 Resultados semana 1

5.2.1 Primera sesión, actividad 1

El propósito de esta actividad fue lograr que los estudiantes formaran grupos de igual cantidad de elementos, teniendo en cuenta algunas características en común.

Una vez leído el problema, los estudiantes dibujaron el estante en la hoja de operaciones y posteriormente lo representaron haciendo uso de plastilina y palillos, recurrieron al método de ensayo y error como estrategia cognoscitiva, por lo que tuvieron que hacer varias correcciones en sus planteamientos hasta llegar a la respuesta correcta. La Figura 58 evidencia lo planteado.

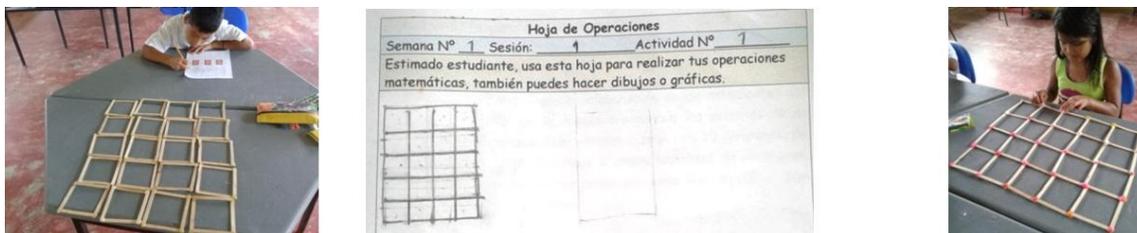


Figura 58. Construcción de estante; 4 columnas por 5 filas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Finalizado sus trabajos, los estudiantes explicaron las estrategias utilizadas, manifestando que en primer lugar dibujaron el estante y luego lo representaron con los palillos y plastilina. En vista de que en ningún momento hicieron uso de operaciones matemáticas, se les planteó otros ejercicios que inicialmente no estuvieron propuestos. En este sentido, realizaron adiciones de dos en dos, de cinco en cinco, etc.

5.2.2 Segunda sesión, actividad 1

La actividad se estructuró con el objeto de que los estudiantes realizaran procedimientos de cálculo y mejoren cada vez sus destrezas y habilidades para llevar a cabo adiciones repetidas. En su desarrollo todos los estudiantes coincidieron en la estrategia utilizada para resolver el problema, la Figura 59 indica que los estudiantes representaron cuatro pasteles por cada división en los dos estantes, utilizando lápiz y plastilina.



Figura 59. Representación de estante (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Posteriormente, para calcular el total de pastelillos de un estante los estudiantes hicieron uso de adiciones repetidas, aunque Est3.Tan manejó el conteo. A continuación, por deducción, determinaron que para el otro se necesitaba la misma cantidad, y realizaron la respectiva adición tal como se muestra en la Figura 60.

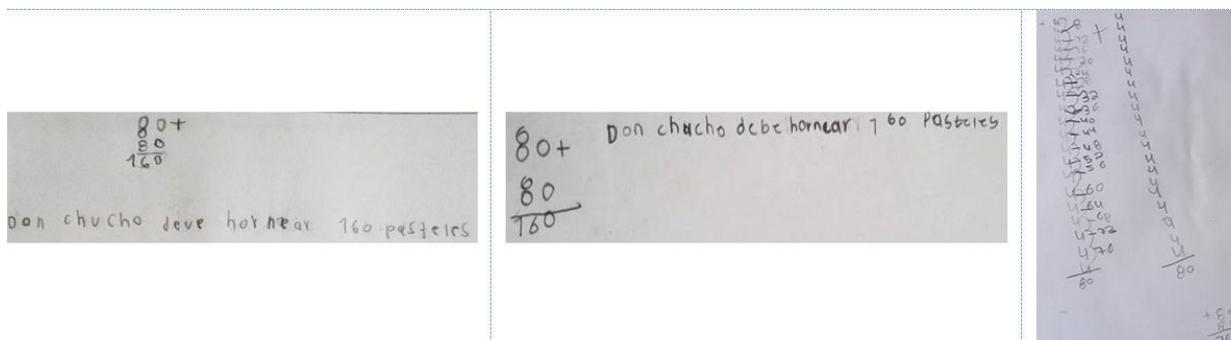


Figura 60. Realización de cálculos matemáticos (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Las diferentes evidencias permitieron determinar que los estudiantes hicieron uso adecuado de la adición repetida para resolver problemas asociados a la multiplicación, además, la utilización de elementos gráficos y concretos les permitieron tener una mejor comprensión de las situaciones planteadas.

5.2.3 Segunda sesión, actividad 2

El propósito de la actividad fue lograr que los estudiantes tuvieran una mayor apropiación y dominio en la realización de cuentas con adiciones repetidas como conocimientos indispensables en la conceptualización de la multiplicación.

En un inicio los estudiantes Est1.Jho y Est3.Tan para resolver el problema propuesto recurrieron al uso de dibujos, pero su primer planteamiento no fue acertado y, a consecuencia de ello, sus cálculos matemáticos no fueron coherentes y por tanto el valor encontrado no correspondió al esperado. La Figura 61 evidencia lo expuesto.

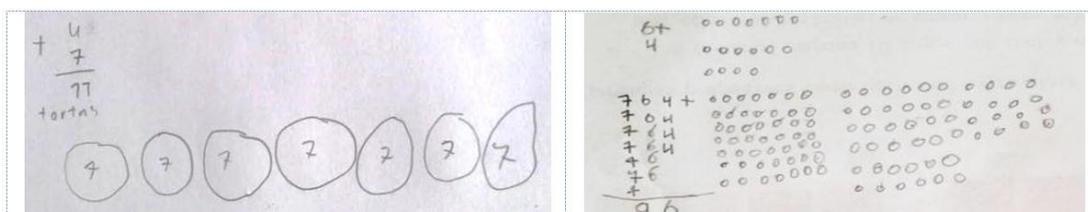


Figura 61. Cálculos matemáticos realizados por estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)

Posteriormente, en vista de que no hicieron uso de procedimientos adecuados, se les sugirió usar plastilina de colores para representar gráficamente la situación. Esta vez lograron resolverlo de manera eficaz haciendo uso de adiciones repetidas, razón por la cual no se hizo uso de una tabla de registro de datos que debió ser utilizada en caso de que los estudiantes no logran resolver el problema. A continuación, en la Figura 62, se muestra los procedimientos utilizados por los estudiantes.

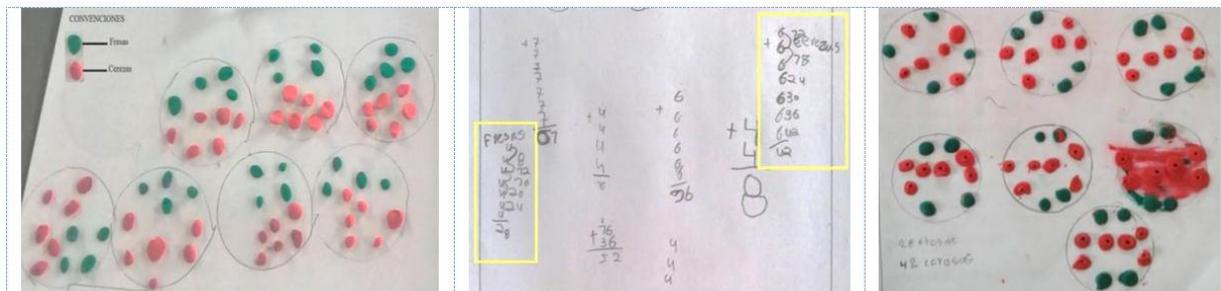


Figura 62. Representación gráfica del problema (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)

5.3 Resultados semana 2

5.3.1 Primera sesión, actividad 1

Con esta actividad se pretendió que los estudiantes tuvieran un acercamiento a los términos de la multiplicación haciendo uso del término “veces” en lugar de utilizar la expresión “por”.

En el desarrollo de esta actividad los estudiantes no presentaron dificultades y no tardaron mucho tiempo en resolver el problema planteado. Además, el uso del término “veces” tuvo un mayor significado para ellos.

Por otra parte, las hojas de operaciones permitieron evidenciar que los estudiantes hicieron uso de adiciones repetidas de forma correcta, como se observa en la Figura 63.

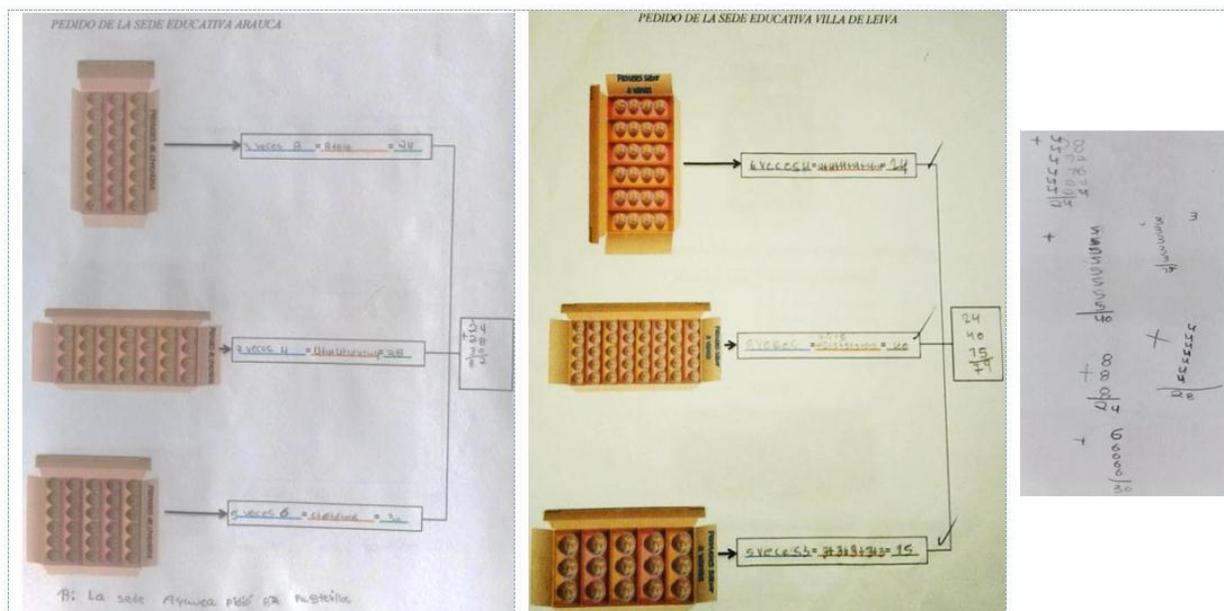


Figura 63. Problemas resueltos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)

5.3.2 Segunda sesión, actividad 1

Esta actividad se estructuró con el ánimo de permitir a los estudiantes reconocer los términos de la multiplicación y su función dentro de esta. Una vez que se les presentó la “Tabla de doble entrada” utilizada por “Don Chucho” dentro de un ejemplo, se les preguntó: ¿Qué opinan de la estrategia utilizada por “Don Chucho”? ¿conoces otra manera para obtener el mismo resultado?, ¿cuál? Las respuestas a las anteriores preguntas fueron: “¡Fácil!”, “¡Buena!”, notando una evidente motivación, y que otra manera de obtener el mismo resultado sería través de adiciones. Cabe resaltar que la estudiante Est3.Tan no dio respuesta a ninguno de los interrogantes planteados.

Posteriormente, con el manejo de la “Tabla de doble entrada” todos los estudiantes lograron identificar los errores presentes en los registros de información e hicieron las respectivas correcciones, como se observa en la Figura 64.

VENTAS DIARIAS		NO. de pastillitos	Casillas para correcciones
LUNES	5 cajas de 6 pastillitos cada una	30	30
MARTES	3 cajas de 8 pastillitos cada una	22	24
MIÉRCOLES	4 cajas de 5 pastillitos cada una	20	20
JUEVES	7 cajas de 2 pastillitos cada una	18	14
VIERNES	9 cajas de 4 pastillitos cada una	35	36
Total de pastillitos		125	124

VENTAS DIARIAS		NO. de pastillitos	Casillas para correcciones
LUNES	5 cajas de 6 pastillitos cada una	30	30
MARTES	3 cajas de 8 pastillitos cada una	22	24
MIÉRCOLES	4 cajas de 5 pastillitos cada una	20	20
JUEVES	7 cajas de 2 pastillitos cada una	18	14
VIERNES	9 cajas de 4 pastillitos cada una	35	36
Total de pastillitos		125	124

VENTAS DIARIAS		NO. de pastillitos	Casillas para correcciones
LUNES	5 cajas de 6 pastillitos cada una	30	30
MARTES	3 cajas de 8 pastillitos cada una	22	24
MIÉRCOLES	4 cajas de 5 pastillitos cada una	20	20
JUEVES	7 cajas de 2 pastillitos cada una	18	14
VIERNES	9 cajas de 4 pastillitos cada una	35	36
Total de pastillitos		125	124

Figura 64. Correcciones de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Seguidamente, se escribió en el tablero expresiones como “3 cajas de 8 pastillitos cada una” y se les formuló la siguiente pregunta: ¿Cómo se podría expresar esta afirmación de una manera más corta? Los estudiantes propusieron “3 cajas de 8 pastillitos”, luego, “3 cajas de 8”, y en vista de que no encontraron otra forma de expresar la situación, se les sugirió usar la expresión “ 3×8 ”. Se aprovechó la situación para explicar los términos de la multiplicación, los cuales fueron asimilados fácilmente, esto se evidenció en el desarrollo de actividades posteriores.

El taller extra clase permitió evidenciar que los estudiantes llegan solo hasta donde la tabla de multiplicar les permite, más no deducen la multiplicación por dos cifras, tal como se indica en la Figura 65, por lo cual se debió considerar la importancia de abordarla como parte del proceso de la conceptualización de la multiplicación de números naturales.

Fila 1: 3 cajas de 8 pastillos. →	Respuesta: $3 \times 8 = 24$
Fila 2: 5 cajas de 6 pastillos. →	Respuesta: $5 \times 6 = 30$
Fila 3: 8 cajas de 4 pastillos. →	Respuesta: $8 \times 4 = 32$
Fila 4: 9 cajas de 5 pastillos. →	Respuesta: $9 \times 5 = 45$
Fila 5: 4 cajas de 12 pastillos. →	Respuesta: $4 \times 12 =$
Fila 6: 6 cajas de 24 pastillos. →	Respuesta: $6 \times 24 =$
Fila 7: 7 cajas de 35 pastillos. →	Respuesta: $7 \times 35 =$
Fila 8: 9 cajas de 20 pastillos. →	Respuesta: $9 \times 20 =$

Figura 65. Actividad extra clase (Fuente: Est1.Jho)

5.4 Resultados semana 3

5.4.1 Primera sesión, actividad 1

La actividad se enfocó al reconocimiento de la propiedad elemento neutro de la multiplicación. Los estudiantes Est1.Jho y Est3.Tan presentaron dificultades en la comprensión del problema planteado y lograron resolverlo después de brindarles las respectivas orientaciones, por su parte Est2.Jom no tuvo dificultad alguna en la realización de la actividad. A continuación, en la Figura 66 se muestran algunos ejercicios resueltos.

Tabla de registro 1		Tabla de registro 2	
Número de pastillos	Nº de huevos a utilizar	Número de pastillos	Nº de cerezas a utilizar
1	1	1	1
2	2	2	2
4	4	4	4
6	6	6	6
8	8	8	8
10	10	10	10

Figura 66. Tablas de registro (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)

Posteriormente, se les plantearon las siguientes preguntas: Al multiplicar los diferentes números por el uno, ¿cuál es el producto? Los estudiantes de ambas sedes manifestaron “el mismo” refiriéndose al primer término de la multiplicación, luego se les preguntó, ¿crees que sucederá lo mismo con otros números? El estudiante Est1.Jho manifiesta que “no” por lo que se le sugirió comprobar su respuesta; haciendo uso de la “Tabla de doble entrada” llegó a la conclusión de que cualquier número al multiplicarlo por uno da como producto el mismo número. Respecto a los estudiantes Est2.Jom y Est3.Tan, no hubo la necesidad de realizarles esta pregunta puesto que lograron deducir la respuesta antes de su formulación.

Como resultado de esta actividad se pudo concluir que los estudiantes lograron comprender la propiedad elemento neutro de la multiplicación de números naturales.

5.4.2 Primera sesión, actividad 2

Los docentes orientaron esta actividad con el propósito de que los estudiantes practicasen los conocimientos adquiridos con respecto a la propiedad elemento neutro de la multiplicación. El estudiante Est1.Jho en un

principio presentó dificultades en el registro de la información, en la Figura 67 se puede observar las inconsistencias.

Registro De Pedidos Pastelería "Don Chucho"			
CLIENTE	PEDIDOS DE TORTAS	NÚMERO DE ROSAS	NÚMERO DE TARJETAS
Familia Caro	3	3	
Familia Torres	7	4	
Familia Montes	4	7	
Familia Jaramillo	2	4	
Familia Morales	5	25	
Totales			

Figura 67. Registro de información inicial (Fuente: Est1.Jho)

En la Figura 67 se puede observar que el estudiante, a pesar de haber recibido orientaciones en la actividad anterior con relación a este tema, olvidó la propiedad abordada y la afirmación “no me acuerdo profe” permitió corroborarlo. En vista de lo anterior se le propuso hacer uso de la “Tabla de doble entrada” con la que pudo identificar los errores cometidos y realizar las correcciones pertinentes en la misma tabla, los demás no presentaron ninguna dificultad, la Figura 68 es evidencia de ello.

Registro De Pedidos Pastelería "Don Chucho"			
CLIENTE	PEDIDOS DE TORTAS	NÚMERO DE ROSAS	NÚMERO DE TARJETAS
Familia Caro	3	3	3
Familia Torres	7	7	7
Familia Montes	4	4	4
Familia Jaramillo	2	2	2
Familia Morales	5	5	5
Totales			

Registro De Pedidos Pastelería "Don Chucho"			
CLIENTE	PEDIDOS DE TORTAS	NÚMERO DE ROSAS	NÚMERO DE TARJETAS
Familia Caro	3	3	3 ✓
Familia Torres	7	7	7 ✓
Familia Montes	4	4	4 ✓
Familia Jaramillo	2	2	2 ✓
Familia Morales	5	5	5 ✓
Totales	21	21	21 ✓

Registro De Pedidos Pastelería "Don Chucho"			
CLIENTE	PEDIDOS DE TORTAS	NÚMERO DE ROSAS	NÚMERO DE TARJETAS
Familia Caro	3	3	3 ✓
Familia Torres	7	7	7 ✓
Familia Montes	4	4	4 ✓
Familia Jaramillo	2	2	2 ✓
Familia Morales	5	5	5 ✓
Totales	21	21	21 ✓

Figura 68. Diligenciamiento de información (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5.4.3 Segunda sesión, actividad 1

Esta actividad tuvo como finalidad que los estudiantes reconocieran la propiedad clausurativa de la multiplicación de números naturales. Una vez dada lectura al problema se les preguntó: ¿Cuál es el tipo de fruta que tiene que colocar “Juan” en los diferentes platos?, ¿los productos de las multiplicaciones obtenidas por “Don Chucho” a qué tipo de fruta se refieren? Los estudiantes de ambas sedes coincidieron respondiendo que “fresas”.

Continuando con la explicación de la propiedad clausurativa, se les facilitó una copia como la indicada en la Figura 69.

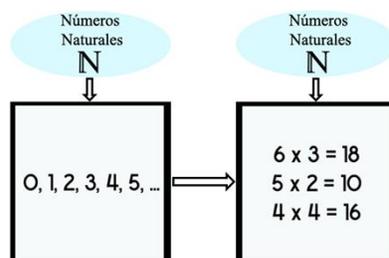


Figura 69. Representación del conjunto de números naturales (Fuente: Secuencia Didáctica)

Con ella se orientó dicha propiedad, la cual fue asimilada por los estudiantes, sin embargo, se les realizó la pregunta, ¿si se multiplican números naturales, cuál va a ser su producto? Los estudiantes respondieron “¡naturales!” para referirse al conjunto de los números naturales. Este interrogante no estuvo propuesto dentro del desarrollo de la secuencia didáctica, pero se vio la necesidad de plantearlo para comprobar si los estudiantes lograron comprender esta propiedad.

5.4.4 Segunda sesión, actividad 2

Con el desarrollo de esta actividad se buscó que los estudiantes hicieran uso de la propiedad clausurativa de la multiplicación de números naturales, para la resolución de problemas multiplicativos. Previamente se planteó el interrogante ¿en qué consiste la propiedad clausurativa? Ante esta pregunta los estudiantes difícilmente lograron dar una definición coherente, por lo que hubo la necesidad de hacer la respectiva retroalimentación, esta situación dejó ver la importancia de reforzar un tema, pues el hecho de que el estudiante responda bien al aplicar una actividad no garantiza un aprendizaje, por lo tanto se debe evitar hacer suposiciones a priori.

Posteriormente, se les presentó una copia con un problema a modo de ejemplo con el fin de dar una mayor comprensión a esta propiedad. Una vez realizada la lectura se les interrogó: ¿Cuántos pastelillos contenía la caja? Los estudiantes respondieron “20 pastelillos”, luego se les hizo las preguntas, ¿qué contenía la caja que tenía “Don Chucho”?, ¿qué contienen cada una de las bolsas que empacó “Don Chucho”? Los estudiantes de ambas sedes coincidieron en la respuesta “pastelillos”, por su parte la Est3. Tan se abstuvo de dar respuesta alguna. Se aprovechó esta situación para reforzarles la propiedad clausurativa de la multiplicación de los números naturales. También se les solicitó que propusieran un ejemplo que permitiera evidenciar el grado de apropiación que estos tuvieron con respecto a la propiedad, sin embargo ningún estudiante logró proponer un ejemplo, en vista de ello se dio el respectivo acompañamiento, con el que se pudo lograr algunos planteamientos.

Posteriormente se les presentó el juego denominado “Molinillo Multiplicador” el cual fue entregado a “Juan” el personaje de la secuencia didáctica. La estudiante Est3.Tan cometió un error al realizar una de las multiplicaciones, mientras que Est1.Jho y Est2.Jom no cometieron ninguno. La Figura 70 muestra los ejercicios desarrollados por los estudiantes.

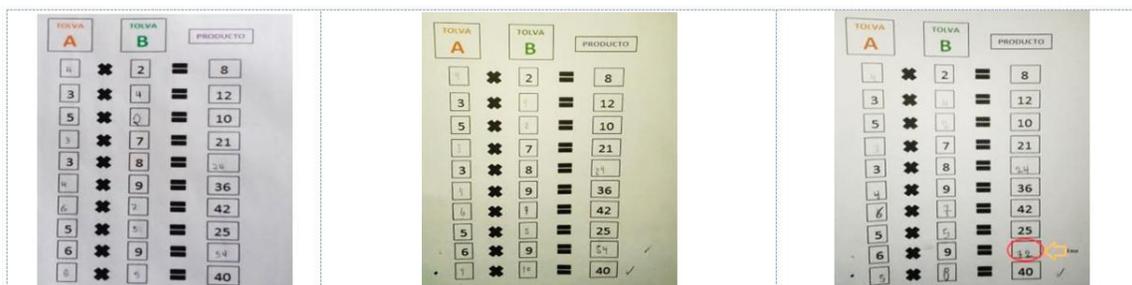


Figura 70. Ejercicios resueltos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5.5 Resultados semana 4

5.5.1 Primera sesión, actividad 1

Con el desarrollo de esta actividad se pretendió que los estudiantes reconocieran la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales. En el desarrollo, el estudiante Est1.Jho realizó esquemas de los posibles arreglos en la hoja de operaciones y Est2.Jom optó por el uso de plastilina, tal como se observa en la Figura 71.

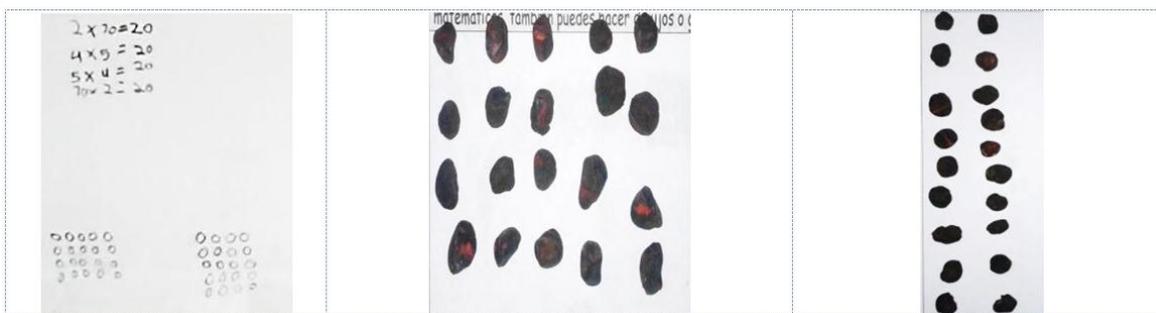


Figura 71. Arreglos propuestos por los estudiante (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)

La estudiante Est3.Tan se mostró indispuesta a realizar esta actividad, en vista de ello el docente le preguntó, ¿por qué no quieres desarrollar la actividad?, ¿qué te sucede?, ¿tienes algún problema? ¡Cuéntame! Estas preguntas no hicieron parte de la secuencia didáctica, sino que emergieron durante el desarrollo de esta actividad. A pesar del esfuerzo realizado no se logró persuadir a la estudiante a realizar la actividad, quizá se debió a su sistema de creencias con respecto a las matemáticas.

Posteriormente, los docentes haciendo uso de una tabla registraron en el tablero los arreglos propuestos por los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom, a quienes se les preguntó, ¿qué se puede concluir teniendo en cuenta los arreglos encontrados? Los estudiantes respondieron: “Se puede ordenar en grupos, en cada persona”, “que son las tablas de multiplicar”. A nivel general se pudo evidenciar que los estudiantes fueron capaces de determinar posibles arreglos con 20 mesas, pero presentaron dificultad al momento de generar una conclusión, debido a que los argumentos dados fueron totalmente diferentes a los esperados.

Con el fin de inducirlos a la comprensión de la propiedad conmutativa se les planteó la siguiente pregunta, ¿en qué casos el multiplicando y el multiplicador son los mismos?, ¿qué conclusión podemos dar? el estudiante Est1.Jho no dio ninguna respuesta, mientras que Est2.Jom respondió “ni uno”, esta situación dejó ver que la pregunta no estuvo bien formulada, por lo que hubo la necesidad de replantearla utilizando el término “factores”. Esta vez, los estudiantes fueron capaces de identificar los factores comunes, manifestando que en “diez por dos y dos por diez”, de esta manera continuaron con los demás arreglos. Sin embargo, con relación al segundo interrogante, no lograron establecer que al cambiar el orden del multiplicando y el multiplicador siempre se va a obtener el mismo producto, por lo que se prosiguió a orientarles la propiedad conmutativa, evidenciando su respectiva comprensión.

5.5.2 Primera sesión, actividad 2

Esta actividad se orientó con la finalidad de que los estudiantes hicieran uso de la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales para resolver problemas matemáticos.

En esta actividad, los estudiantes, haciendo uso de las imágenes de tortas y de la plastilina, propusieron diferentes tipos de arreglos en columnas y filas completas, tales como 12×2 , 6×4 , 4×6 , 8×3 , 3×8 . La Figura 72 permite ver algunas formas propuestas por los estudiantes.



Figura 72. Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Est2.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Una vez los estudiantes manifestaron haber terminado con la actividad, se escribió en el tablero los diferentes arreglos propuestos (Figura 73), para luego ser socializados y comprobar si estuvieron realizados de forma adecuada.

Número de filas	Número de Columnas	Cantidad de fresas
4	6	24
6	4	24
3	8	24
2	12	24
8	3	24
12	2	24

Número de Columnas	Número de filas	Cantidad de fresas
6	4	24
4	6	24
8	3	24
3	8	24
12	2	24
2	12	24
1	24	24
24	1	24

Figura 73. Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Sedes Villa de Leiva y Arauca)

Posteriormente, se entregó a los estudiantes la copia de una tabla de registros, solicitándoles que escriban los factores con los cuales se cumple la propiedad conmutativa. Los resultados indicaron que los estudiantes comprendieron la actividad y, por consiguiente, hicieron uso de la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales.

En la Figura 74 se observa el trabajo realizado por los estudiantes.

<p>Ejemplo: $5 \times 4 = 20$ $4 \times 5 = 20$</p> <p>$6 \times 4 = 24$ $4 \times 6 = 24$</p> <p>$8 \times 3 = 24$ $3 \times 8 = 24$</p>	<p>$12 \times 2 = 24$ $2 \times 12 = 24$</p> <p>$4 \times 6 = 24$ $6 \times 4 = 24$</p>	<p>Ejemplo: $5 \times 4 = 20$ $4 \times 5 = 20$</p> <p>$6 \times 4 = 24$ $4 \times 6 = 24$</p> <p>$8 \times 3 = 24$ $3 \times 8 = 24$</p> <p>$12 \times 2 = 24$ $2 \times 12 = 24$</p> <p>$1 \times 24 = 24$ $24 \times 1 = 24$</p>	<p>Ejemplo: $5 \times 4 = 20$ $4 \times 5 = 20$</p> <p>$4 \times 6 = 24$ $6 \times 4 = 24$</p> <p>$2 \times 12 = 24$ $12 \times 2 = 24$</p>
---	---	---	---

Figura 74. Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Como cierre de esta actividad, se hizo la socialización de las respuestas de los estudiantes, siempre haciendo énfasis en la propiedad conmutativa de números naturales.

5.5.3 Segunda sesión, actividad 1

Esta actividad se orientó con el fin de que los estudiantes reconocieran la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales.

Una vez que los estudiantes leyeron el problema, se les realizó la siguiente pregunta, ¿de qué otra manera se podría organizar los factores para obtener el mismo producto? Ellos propusieron ordenar los factores así: $4 \times 2 \times 30$, $30 \times 4 \times 2$ y $30 \times 2 \times 4$, y Est1.Jho respondió “ocho por treinta”. Este ejercicio dejó ver que los estudiantes tuvieron en cuenta la propiedad conmutativa de la multiplicación, aunque sin hacer uso de los paréntesis.

Seguidamente, se les presentó el esquema utilizado por “Juan” el personaje de esta secuencia didáctica con el fin de inducirlos al reconocimiento de la propiedad asociativa, por tanto, se les preguntó ¿qué estrategia utilizó Juan para resolver dicho problema? Los estudiantes afirmaron, “la multiplicación”, “multiplicó el 2 con 4 y con el 30”, “lo hizo en dibujos”, por su parte Est3.Tan no respondió nada. Posteriormente se les planteó el siguiente interrogante: ¿Para qué utilizó los paréntesis? El estudiante Est2.Jom respondió “porque esos son los que multiplican”, entre tanto Est1.Jho y Est3.Tan no dieron ninguna respuesta. Independientemente de las respuestas, se les orientó el uso de los paréntesis preguntándoles, ¿qué pasaría si en lugar de asociar el 2 con el 4, se asocia el 4 con el 30?, ¿se obtendrá el mismo resultado? Los estudiantes contestaron “lo mismo”, “queda lo mismo” y Est1.Jho afirmó “no”; se brindó un espacio para que pudieran hacer sus respectivas comprobaciones, concluyendo que en los dos casos se obtiene el mismo producto.

Finalmente, se les preguntó ¿a qué conclusión podemos llegar? Ante este interrogante afirmaron “que si se cambian los números el resultado es el mismo”, por su parte el Est1.Jho no dio ninguna respuesta. Con base en esto, los docentes explicaron que en el ejercicio anterior se utilizó la propiedad asociativa de la multiplicación.

Haciendo un análisis a los resultados de la actividad, se pudo concluir que a los estudiantes se les dificultó plantear conclusiones coherentes respecto a las temáticas abordadas, por lo cual es fundamental que los docentes hagan una retroalimentación constante en cada una de las temáticas desarrolladas.

5.5.4 Segunda sesión, actividad 2

La actividad se desarrolló con el propósito de que los estudiantes utilizaran la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales, para resolver problemas matemáticos. Una vez los estudiantes hicieron lectura del problema, se les preguntó ¿cuál es el total de uvas pasas que ha comprado “Don Chucho”? Transcurrido un tiempo respondieron “ciento cincuenta” y Est1.Jho contestó “treinta” por lo que el docente le solicitó comprobar su respuesta haciendo uso de la hoja de operaciones, permitiéndole corregir sus planteamientos. Para este caso utilizaron procedimientos de adición repetida y multiplicación, pero en ningún momento recurrieron al uso de la propiedad asociativa, por lo que los docentes les solicitaron que encontrarán el resultado pero haciendo uso de esta propiedad.

La Figura 75 proporciona una evidencia de los planteamientos iniciales y finales de los estudiantes.

Figura 75. Arreglos propuestos por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)

Respecto al segundo problema, todos los estudiantes aplicaron la propiedad asociativa de la multiplicación de forma correcta (Figura 76).

Figura 76. Ejercicios resueltos (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

El desarrollo de esta actividad permitió corroborar que la retroalimentación es fundamental dentro el proceso de enseñanza, para este caso el de la enseñanza de la propiedad asociativa de la multiplicación de números naturales.

5.6 Resultados semana 5

5.6.1 Primera sesión, actividad 1

La actividad buscó que los estudiantes reconocieran la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales con respecto a la adición. Inicialmente, se presentó la estrategia utilizada por “Juan”, el personaje de la secuencia didáctica. Seguidamente se les preguntó ¿cómo podrías utilizar los paréntesis para representar matemáticamente el anterior problema? Haciendo uso de la hoja de operaciones los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom propusieron los siguientes esquemas:

Figura 77. Esquemas planteados (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)

La Figura 77 permite ver que los estudiantes hicieron uso de los paréntesis a pesar de que no encontraron el producto deseado. Además, se pudo evidenciar que tienen un dominio para realizar multiplicaciones de una

cifra, a excepción de Est3. Tan quien no realizó ningún procedimiento y simplemente se limitó a escuchar a su compañero.

En vista de que los estudiantes no lograron resolver el problema haciendo uso de la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales, se les propuso la siguiente pregunta, ¿cuál es el resultado que se obtiene al operar $(4 + 5) \times 3$? Ante este interrogante afirmaron “doce” y “nueve”, evidenciando que unos sumaron los tres números y otro operó únicamente los dos dígitos contenidos en el paréntesis.

Posteriormente, se les entregó una copia con un esquema que permitió visualizar el procedimiento en relación a la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales con respecto a la adición, además se les pidió que lo compararan con sus planteamientos y que dieran respuesta a las preguntas: ¿qué similitud hay entre tus respuestas y el esquema planteado?, ¿en qué se diferencian? Es2.Jom afirmó “se diferencia porque tiene un más y yo no lo puse”, por su parte Est1.Jho y Est3.Tan no contestaron a pesar de que los docentes replantearon las preguntas de diferentes formas. Seguidamente, se hizo saber que el esquema planteado representaba la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la adición en el conjunto de los números naturales.

Con el ánimo de que los estudiantes practicaran la propiedad abordada, se planteó el siguiente problema: “Don Chucho” vende 5 bolsas de arepas. En cada bolsa hay 3 arepas de queso y 2 de maíz. ¿Cuántas arepas de queso vendió en total? ¿Cuántas arepas de maíz vendió? ¿Cuántas arepas vendió en total? Este no hizo parte de la secuencia didáctica, puesto que se formuló atendiendo a las necesidades de cada estudiante para que fuera resuelto en clase. Los estudiantes Est1.Jho y Est2.Jom lo resolvieron de forma correcta pero sin recurrir al uso de la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales, por su parte Est3.Tan no logró resolver dicho problema.

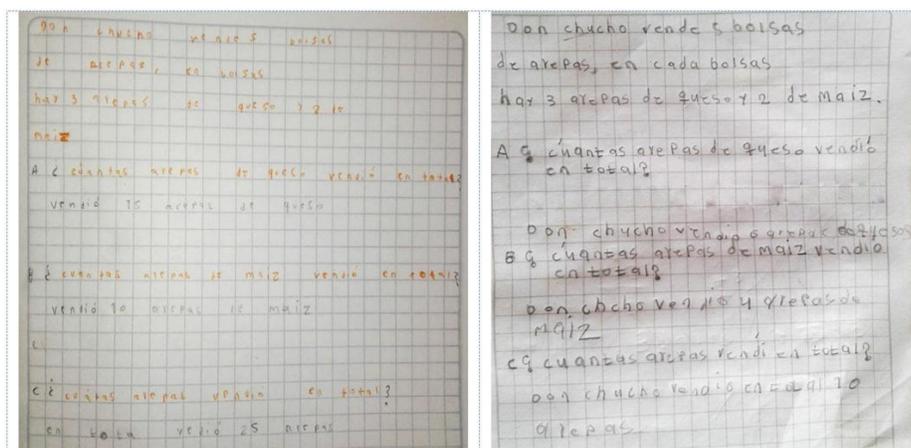


Figura 78. Ejercicio resuelto (Fuente: Est2.Jom y Est3.Tan)

La Figura 78 es evidencia de que la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales generó gran dificultad en su apropiación, pues algunos estudiantes resolvieron correctamente los problemas planteados haciendo uso de otros procedimientos diferentes a esta propiedad.

5.6.2 Segunda sesión, actividad 1

Con el desarrollo de esta actividad se pretendió que los estudiantes utilizaran la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales con respecto a la adición en la resolución de problemas multiplicativos. Una vez los estudiantes dieron lectura al enunciado, se les planteó las siguientes preguntas: ¿Cuál es la cantidad de fresas que debe comprar Juan?, ¿cuál es la cantidad de cerezas que deben ser compradas? y ¿cuál es la cantidad total de frutas que se deben comprar? Después de transcurridos unos minutos, en las dos sedes, todos los estudiantes respondieron correctamente a estas estas preguntas. Cabe resaltar que la estudiante Est3.Tan en esta actividad, a pesar de que tardó un poco más de tiempo que su compañero, participó activamente.

Verificado las hojas de operaciones de los estudiantes, se pudo evidenciar que Est1.Jho utilizó correctamente la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales, Est2.Jom resolvió el problema usando otros procedimientos, mientras que Est3.Tan realizó los cálculos de forma incorrecta. A continuación, la Figura 79 se convierte en una evidencia de lo expuesto.

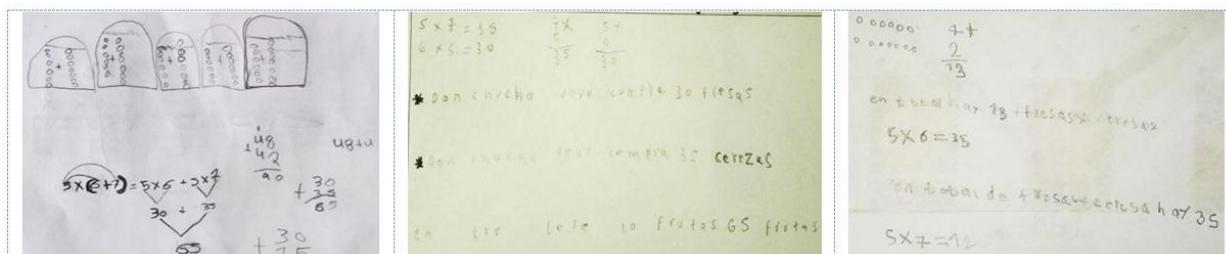


Figura 79. Hojas de operaciones de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

En vista de que algunos estudiantes no hicieron uso de la propiedad distributiva de la multiplicación de números naturales, se los invitó a reflexionar con el siguiente interrogante: Para determinar el total de frutas que necesita “Don Chucho” ¿se puede aplicar la propiedad distributiva? Al respecto los estudiantes Est2.Jom y Est3 respondieron “sí”, por lo que se les facilitó una copia con el esquema de esta propiedad para que lo aplicaran en la resolución de otro problema multiplicativo. En la Figura 80 se observa los procedimientos realizados por los estudiantes después de haber analizado el esquema de la propiedad.

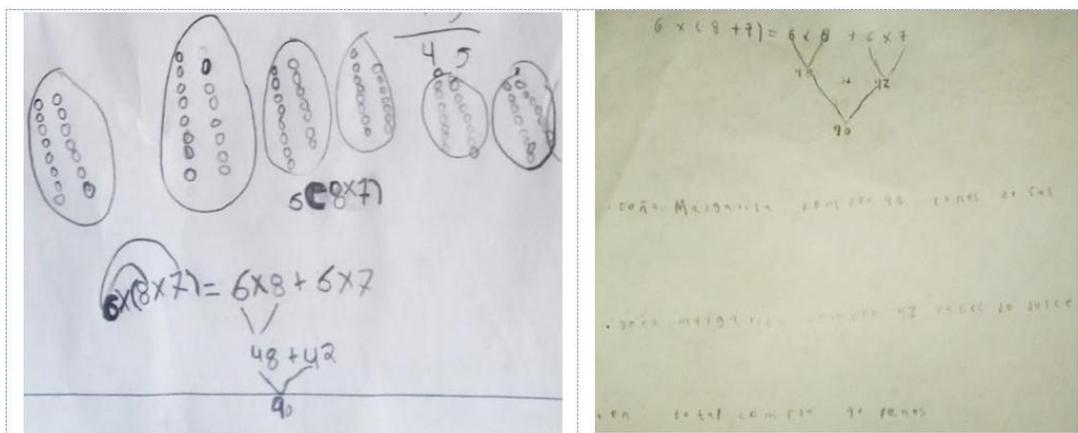


Figura 80. Procedimientos realizados por los estudiantes (Fuente: Est1.Jho y Est2.Jom)

Con el desarrollo de las diferentes actividades relacionadas con la propiedad distributiva de la multiplicación, se logró evidenciar que esta generó dificultad en su apropiación, por lo que hubo la necesidad de realizar una retroalimentación más prolongada en comparación con las otras propiedades. Cabe resaltar una vez más que la estudiante Est3.Tan no realizó ningún procedimiento, sino que se limitó a observar a su compañero.

5.7 Resultados semana 6

5.7.1 Primera sesión, actividad 1

La actividad se desarrolló con el propósito de que los estudiantes comprendieran la estructura de las tablas de multiplicar y las apliquen dentro de la resolución de problemas multiplicativos. Una vez que los estudiantes observaron una tabla propuesta para esta actividad, se les preguntó, ¿cuántas fresas se deben colocar en cada torta?, ¿qué sucede con el número de fresas?, ¿cuántas fresas se debe ir aumentando por cada torta? Ellos respondieron que debían colocarse dos fresas. A la segunda pregunta respondieron: “va aumentando”, “sube, el número de fresas va a ser más alto que el de las tortas” y “se van aumentando más”. Por último, en el tercer interrogante, todos coincidieron en la respuesta “dos”. Con el fin de comprobar si los estudiantes comprendieron la relación entre la cantidad de tortas y la cantidad de fresas, se les preguntó, ¿cuántas fresas se utilizan en 4 tortas, en 5, en 6, en 7? y así sucesivamente hasta llegar a 10. Una vez más todos los estudiantes coincidieron en sus respuestas afirmando que se debían colocar “ocho, diez, doce, catorce... veinte”. Estas respuestas permitieron evidenciar que los estudiantes sí lograron establecer la relación de proporcionalidad entre la cantidad de tortas y fresas.

Posteriormente, se hizo entrega de tablas de registro con cantidades comprendidas entre tres y diez fresas, cuyos resultados se pueden ver en la Figura 81. Con estas, los estudiantes empezaron a encontrar patrones entre los números, por ejemplo, que se puede ir sumando de dos en dos, de tres en tres, etc.

TORTA TIPO C, 4 FRESAS CADA UNA	
CANTIDAD DE TORTAS	CANTIDAD DE FRESAS
1	4
2	8
3	12
4	16
5	20
6	24
7	28
8	32
9	36
10	40

TORTA TIPO F, 7 FRESAS CADA UNA	
CANTIDAD DE TORTAS	CANTIDAD DE FRESAS
1	7
2	14
3	21
4	28
5	35
6	42
7	49
8	56
9	63
10	70

TORTA TIPO H, 9 FRESAS CADA UNA	
CANTIDAD DE TORTAS	CANTIDAD DE FRESAS
1	9
2	18
3	27
4	36
5	45
6	54
7	63
8	72
9	81
10	90

Figura 81. Tablas de registro diligenciadas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Todos los estudiantes diligenciaron de forma correcta todas las tablas propuestas, sin embargo, es pertinente resaltar que Est1.Jho y Est3.Tan hicieron uso de tapas y fichas del ábaco, mientras que Est2.Jom lo realizó sin recurrir a dichos elementos. Seguidamente, se les dio a conocer que los resultados encontrados correspondían a los productos de las tablas de multiplicar, permitiéndoles tener un acercamiento a estas.

Como actividad complementaria, se les entregó una tabla de doble entrada vacía, la cual fue diligenciada de forma correcta, tal como puede apreciar la Figura 82.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Figura 82. Tablas de doble entrada diligenciadas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5.7.2 Segunda sesión, actividad 1

Esta actividad buscó que los estudiantes pusieran en práctica las tablas de multiplicar en situaciones matemáticas contextualizadas. Una vez manifestaron haber terminado la actividad, se les preguntó ¿qué cálculos multiplicativos de la tabla de doble entrada recuerdan? Al respecto todos manifestaron que no recordaban ninguno. Esto dejó ver que se hace necesario realizar en el aula actividades que tengan como objetivo la memorización de ciertos cálculos multiplicativos.

Posteriormente, los estudiantes socializaron las expresiones multiplicativas, las cuales fueron planteadas correctamente (Figura 83).



Figura 83. Expresiones multiplicativas planteadas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Seguidamente se les pidió que propusieran algunos problemas matemáticos relacionados con la pastelería, uno de ellos formuló un problema de carácter aditivo y otros procedieron a encontrar el total de cuadrados de la hoja de sus cuadernos utilizando la multiplicación (Figura 84).

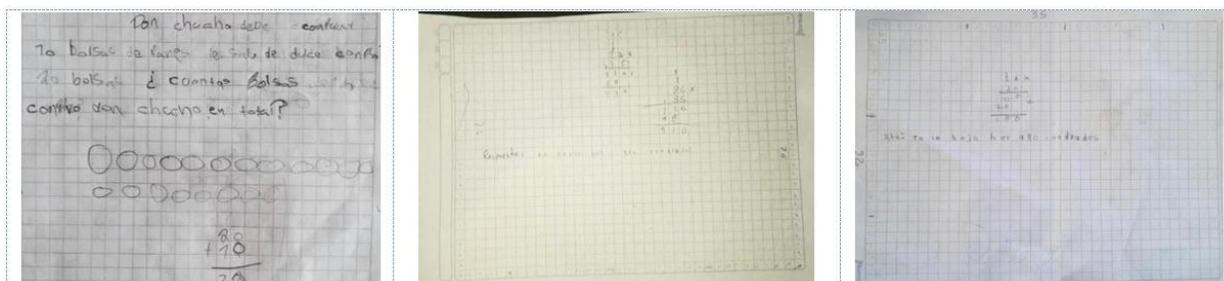


Figura 84. Planteamientos de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Para concluir, como actividad extra se propuso un problema de los modelos concretos de la multiplicación de números naturales denominado “razón”, el cual fue resuelto de forma correcta. Para ello, los estudiantes recurrieron al uso de esquemas (Figura 85). En este punto de la intervención pedagógica se evidenció el uso de estrategias metacognitivas, pues tuvieron que planear la solución y escoger la alternativa más pertinente para ellos.

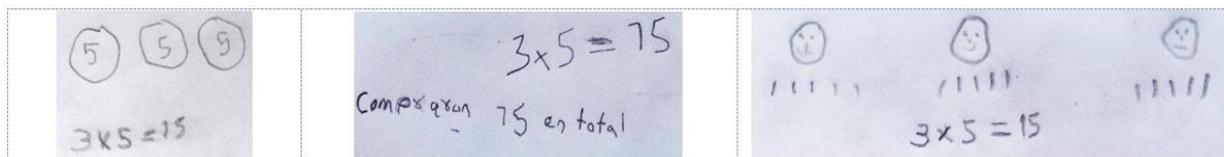


Figura 85. Planteamientos de los estudiantes (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5.8 Resultados semana 7

5.8.1 Primera sesión, actividad 1

Esta actividad se planteó con el propósito de que los estudiantes resolvieran problemas asociados a la multiplicación. En primer lugar se retomó la pregunta central de la secuencia didáctica y se les planteó el problema a resolver. Seguidamente, se les preguntó ¿qué operación te permite resolver la situación? Ante este interrogante todos concordaron en sus respuestas “la multiplicación”. Para la comprobación de sus planteamientos, hicieron uso de fichas y hojas de operaciones, sin embargo, en ellas no se observó ninguna expresión multiplicativa, además, todos coincidieron en el arreglo de cuatro columnas por cinco filas, el cual fue representado con los materiales provistos. A continuación, en la Figura 86 se puede apreciar a los estudiantes elaborando el estante.



Figura 86. Elaboración del estante (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Una vez diseñada la estantería con las 20 divisiones, recortaron imágenes de pastelillos, bizcochos, tortas, panes y rosquillas, las que fueron pegadas de acuerdo a lo solicitado, como se observa en la Figura 87.



Figura 87. Estantes elaborados (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5.8.2 Segunda sesión, actividad 1

Esta actividad buscó que los estudiantes hicieran uso de la multiplicación, para ello se entregó una copia con los diferentes precios de varios productos. Posteriormente, se les hizo la siguiente pregunta: ¿Cómo se puede calcular de forma más rápida el valor de los productos de cada una de las divisiones del estante? Todos

los estudiantes coincidieron en sus respuestas “con la multiplicación”. Teniendo en cuenta sus respuestas, se los invitó a encontrar el valor total de los productos de cada división, como se evidencia en la Figura 88.



Figura 88. Estantes con los precios de cada división (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

La anterior actividad permitió comprobar que los estudiantes hicieron multiplicaciones a través del algoritmo de esta operación matemática, sin embargo, cometieron errores en los procedimientos algorítmicos o relacionados con el dominio de las tablas de multiplicar (Figura 89).

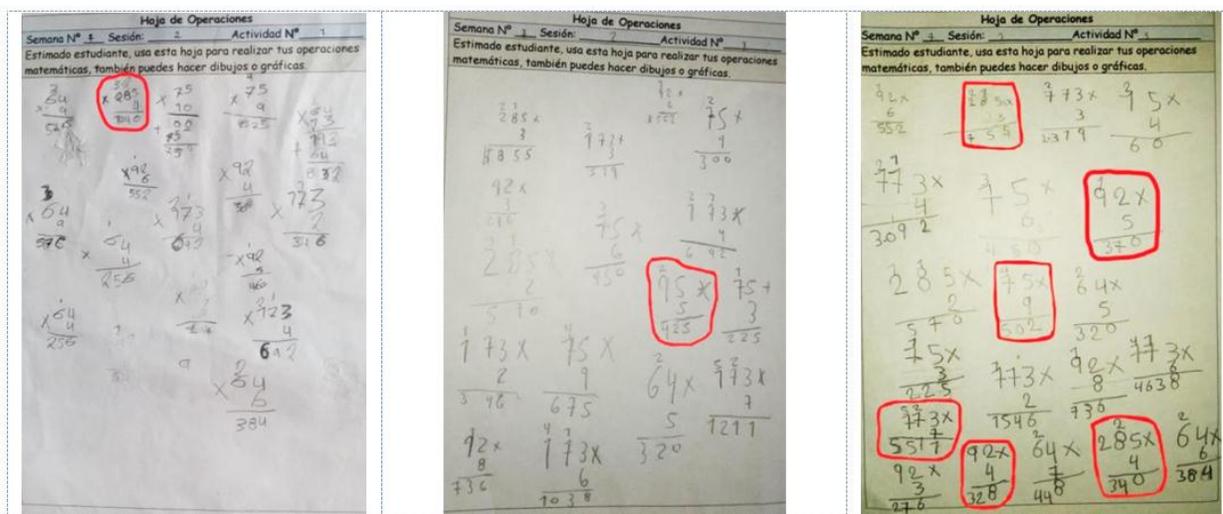


Figura 89. Realización de multiplicaciones (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

5.9 Resultados semana 8

5.9.1 Primera sesión, actividad 1

Esta actividad pretendió que los estudiantes vivieran una situación en la cual estuvieran implícitas las acciones de comprar y vender, para ello se adecuó un lugar con pastelillos y panes reales. En esta ocasión se dio participación a los estudiantes de todos los grados. Los niños de tercero desempeñaron el papel de vendedores y los demás de compradores. Para esto se les facilitaron billetes y monedas didácticas para que pudieran desempeñar las diferentes funciones (Figura 90).



Figura 90. Simulación de la pastelería (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

En el transcurso de la sesión, los estudiantes de grado tercero fueron registrando una factura. Esta factura contenía, además de los datos personales del cliente, el valor total de la venta (Figura 91).



Figura 91. Registro de facturas (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

Paralelamente al registro de una factura, los estudiantes que cumplieron el papel de vendedores hicieron uso de una hoja de operaciones.

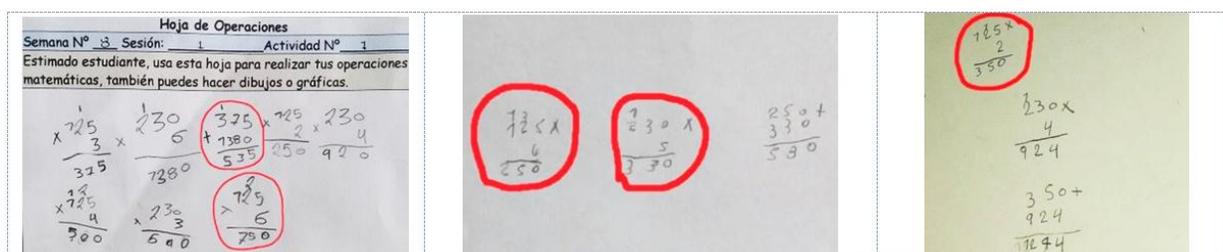


Figura 92. Errores de adición y multiplicación (Fuente: Est1.Jho, Est2.Jom y Est3.Tan)

La Figura 92 permite ver que los estudiantes cometieron errores en la multiplicación, en la primer imagen se puede ver que al operar 6×5 se obtuvo como producto 20, y además, el primer error es de carácter aditivo.

Por otra parte, se pidió a los estudiantes que desempeñaron la función de compradores, que previamente realizaran sus respectivas cuentas haciendo uso de la calculadora, con el fin de que pudieran saber con exactitud cuánto debían pagar y cuánto debían recibir de cambio. En las dos sedes, fue común escuchar a los participantes que les cobraron más y en otras ocasiones menos de lo que debían pagar; esto se debió a que los estudiantes de estas poblaciones están poco familiarizados con el manejo de dinero.

Para finalizar, los docentes plantearon las siguientes preguntas: ¿Cómo se sintieron durante el desarrollo de la actividad?, ¿por qué? Algunos estudiantes respondieron “bien”, “no tan bonita”, “a mí también no tan bonita”. Uno de ellos argumentó “porque no pude dar bien la devuelta”. Los demás no dieron explicaciones.

Como respuestas a la pregunta ¿considera importante saber multiplicar?, Est1.Jho y Est2.Jom, afirmaron que “sí”, y en el ¿por qué?, las respuestas fueron, “porque se soluciona más ligero”, y “porque se puede multiplicar el precio de varias cosas y para saber los resultados”, respectivamente. Por su parte Est3.Tan, no respondió.

Continuando, se prosiguió a preguntarles, ¿son importantes las tablas de multiplicar? Ante esto afirmaron que “sí”, porque “ayuda agilizar ligero” y “para multiplicar dinero y precios de frutas”. Est3.Tan se abstuvo de responder.

Finalmente, se les preguntó, ¿es necesario memorizar las tablas de multiplicar para resolver problemas? Dos estudiantes dijeron que “sí”, argumenta que “porque no hay que estar viendo en el cuaderno” y “porque queda más fácil para multiplicar”. En cuanto a Est3.Tan, nuevamente no dio ninguna respuesta. Cabe destacar que la estudiante a lo largo del desarrollo de la secuencia didáctica tuvo poca participación, a pesar de ofrecerle un ambiente de confianza.

5.9.2 Segunda sesión, actividad 1

Con el desarrollo de esta actividad se trató que los estudiantes pusieran en práctica los conocimientos adquiridos en el desarrollo de la secuencia didáctica para resolver un taller evaluativo. En primer lugar, se recordó a los estudiantes la pregunta central de la secuencia para que cada uno de ellos analice qué tanto han logrado hasta el momento.

El estudiante Est1.Jho y Est3.Tan, presentaron dificultades en cuanto a las propiedades de la multiplicación, pues no lograron relacionar la propiedad con su respectiva representación (Figura 93).

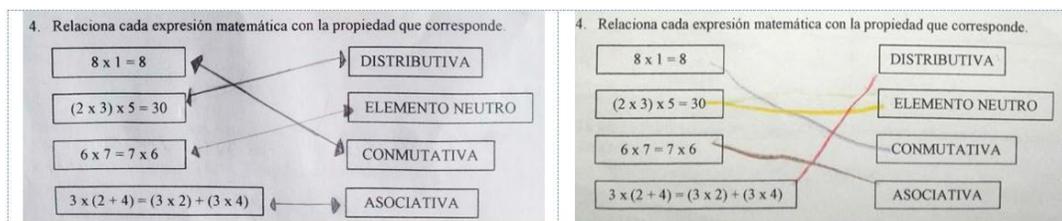


Figura 93. Relación de propiedades de la multiplicación (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)

Además, Est1.Jho y Est3.Tan, no consiguieron solucionar de forma correcta los problemas planteados presentando dificultades en la interpretación (Figura 94).

DÍAS	VENTAS DIARIAS	TOTAL DE LA VENTA DIARIA
Lunes	8 Pastelillos	760
Martes	6 Bizcochos	750
Miércoles	3 Rosquillas	970
	2 Pastelillos	300
Jueves	2 Tortas pequeñas	10000
Viernes	12 Panes	20000
	3 Bizcochos	101000

> La señora María compró hoy 5 pastelillos y 3 bizcochos. ¿Cuánto debe cancelarle a "Don Chucho"? *doña maria debe pagar 12,50*
 > Si ella lleva 10 monedas de \$200, ¿le sobra o le falta dinero? ¿Cuánto? *R. A doña maria le falta para pagar completa solo le falta 7,700*

DÍAS	VENTAS DIARIAS	TOTAL DE LA VENTA DIARIA
Lunes	8 Pastelillos	
Martes	6 Bizcochos	
Miércoles	3 Rosquillas	
	2 Pastelillos	
Jueves	2 Tortas pequeñas	
Viernes	12 Panes	
	3 Bizcochos	

> La señora María compró hoy 5 pastelillos y 3 bizcochos. ¿Cuánto debe cancelarle a "Don Chucho"? *le debe cancelar \$800*
 > Si ella lleva 10 monedas de \$200, ¿le sobra o le falta dinero? ¿Cuánto? *le sobra 200*

Figura 94. Ejercicios resueltos (Fuente: Est1.Jho)

El planteamiento anterior se pudo inferir, pues cuando tuvieron que hacer multiplicaciones que podrían ser resueltas con adiciones repetidas o encontrar un factor perdido, no presentaron mayor dificultad.

>	3	x	6	=	18
>	7	x	3	=	21
>	8	x	5	=	40
>	5	x	9	=	45

>	3	x	6	=	18
>	7	x	3	=	21
>	8	x	5	=	40
>		x		=	45

Figura 95. Ejercicios resueltos (Fuente: Est1.Jho y Est3.Tan)

La Figura 95, al igual que las hojas de operaciones, permite evidenciar que los estudiantes ejecutaron multiplicaciones sencillas, pero presentaron dificultades para resolver problemas que involucraron la multiplicación.

Es pertinente mencionar que el estudiante Est2.Jom fue el único que resolvió de forma correcta todas las preguntas del taller evaluativo, demostrando apropiación de los diferentes temas abordados a lo largo del desarrollo de la secuencia didáctica.

Teniendo en cuenta el objetivo general de la presente propuesta de intervención, los resultados se agruparon de acuerdo a las siguientes categorías conceptuales: Los conocimientos previos, un puente al nuevo conocimiento; la resolución de problemas contextualizados, un proceso dinamizador en la enseñanza de la multiplicación; la planeación implica una buena reflexión y la secuencia didáctica como estrategia innovadora en el proceso de enseñanza.

5.1 Los conocimientos previos, un puente al nuevo conocimiento

En concordancia con el primer objetivo específico, se presentó a los estudiantes un taller diagnóstico como parte fundamental del proceso educativo. La evaluación diagnóstica cumplió un papel fundamental, pues como lo afirma Díaz (2002) esta “evalúa los conocimientos previos del alumno, para poder conocer las ideas, experiencias y valores ya adquiridos y tomar decisiones sobre el tipo y grado de intervención pedagógica que conviene aplicar” (pág. 297), de esta manera permitió determinar el punto de partida de los estudiantes constituyéndose en la base de la estructuración de la propuesta de intervención, que para este caso fue una secuencia didáctica.

Los resultados de este instrumento permitieron evidenciar que los estudiantes de las dos sedes implicadas presentaron gran dificultad en la resolución de problemas de tipo multiplicativo, los cuales pudieron haber sido resueltos mediante adiciones repetidas, puesto que de tres preguntas, únicamente un estudiante resolvió de forma correcta un problema de los propuestos. Además, se logró determinar que presentaban dificultades en el manejo de algunos conceptos básicos como números pares e impares, orden de números, entre otros. Debido a lo anterior, hubo la necesidad de elaborar actividades de refuerzo con las que se logró subsanar algunas de las debilidades encontradas.

5.2 La resolución de problemas contextualizados un proceso dinamizador en la enseñanza de la multiplicación

Con relación al segundo objetivo específico, se construyeron treinta problemas, evidenciando que la enseñanza de la multiplicación de números naturales, abordada desde la resolución de problemas, facilitó en los estudiantes la comprensión de esta operación matemática, permitiéndoles la aplicación significativa y no

mecánica de los conocimientos matemáticos, tal como lo manifiesta Blanco, Cárdenas y Caballero (2015). Además, los problemas contaron con algunas características, como poseer un lenguaje apropiado para los niños, tener enunciados cortos y estar relacionados con la situación de la pastelería, lo que fue muy llamativo para ellos. En este sentido, se tuvieron en cuenta los aportes hechos por Schoenfeld (citado por Lineamientos Curriculares de Matemáticas, 1998), quien afirma que en el proceso de resolución de problemas influyen factores como el dominio del conocimiento, estrategias cognoscitivas, estrategias metacognitivas y el sistema de creencias. Por tal razón se consideraron tres elementos: El contexto, los estudiantes y el contenido a enseñar.

Se logró evidenciar, como lo expone el Ministerio de Educación Nacional (2006), que en la medida que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza, desarrollan una mente inquisitiva, perseverante, aumentan la capacidad de comunicarse matemáticamente y utilizan procesos de pensamiento de más alto nivel. Inicialmente los estudiantes implicados presentaron una mínima participación y sus estrategias utilizadas en la resolución de problemas de tipo multiplicativo no fueron pertinentes, sin embargo, a medida que se avanzó con el desarrollo de la secuencia, dicha situación mejoró considerablemente.

5.3 La planeación implica una buena reflexión

Teniendo en cuenta el tercer objetivo específico, se estructuraron veintitrés actividades atendiendo a los intereses de los estudiantes, el contenido a abordar y la parte didáctica implementada por el docente, partiendo de que en todo proceso de enseñanza se producen múltiples interacciones entre estos tres componentes, a lo que Chamorro (2005) denomina polos.

En las actividades mencionadas se abordaron los siguientes temas: Saberes previos de los estudiantes, la multiplicación entendida como una forma abreviada de la adición de números naturales, términos de la multiplicación de números naturales, propiedades de la multiplicación, tablas de multiplicar y resolución de problemas de tipo multiplicativo.

En el desarrollo de las actividades se pudo observar que al comienzo los estudiantes resolvieron problemas de tipo multiplicativo haciendo uso de adiciones repetidas, ya que como lo afirma Godino (2004), la multiplicación está ligada a verbos de acción tales como, “juntar tantas veces, repetir tantas veces, añadir tantas veces, reunir tantas veces, reiterar, etc.” (pág. 209), por tal motivo, antes de abordar el signo " \times " se utilizó el término “veces”, en este sentido, los estudiantes no tardaron mucho tiempo en resolver los problemas propuestos, permitiendo comprobar el planteamiento hecho por Fernández (2007), quien afirma que esta expresión tiene un mayor significado y asociación con la realidad, que el uso del signo " \times ".

En cuanto al manejo de los términos de la multiplicación, se pudo evidenciar que los estudiantes lograron comprender la función que cumple cada uno de ellos, sin embargo, es fundamental una continua retroalimentación en el manejo de sus respectivos nombres, con el fin de garantizar su memorización. Aprovechando esta situación, se explicó que la expresión $a \times b = c$, también puede ubicarse en forma vertical para hallar su respectivo producto. Haciendo uso de una tabla de doble entrada fueron capaces de realizar multiplicaciones de una cifra, pero los estudiantes llegaron solo hasta donde la tabla de multiplicar les permitió, más no lograron deducir la multiplicación por dos cifras, por lo cual se debió considerar la importancia de abordarla como parte del proceso de la conceptualización de la multiplicación de números naturales, sin descuidar la parte algorítmica. Es importante aclarar que su tratamiento se realizó en espacios diferentes (actividades extra clase) a los destinados para el desarrollo de la secuencia didáctica, el cual fue asimilado por los estudiantes como un método de cálculo paso a paso que sigue un proceso fijo, así como lo expone Isoda y Olfos (2009).

Con respecto a las propiedades de la multiplicación de números naturales, se pudo concluir que su apropiación depende del tiempo que se dedique para su tratamiento. Los estudiantes presentaron algunas dificultades en el desarrollo de las diferentes actividades destinadas para este fin, surgiendo la necesidad de hacer una retroalimentación para la mayoría de ellas. Cabe destacar, que la propiedad que generó mayor dificultad para su apropiación fue la distributiva con respecto a la adición de números naturales, en este sentido, hubo la necesidad de realizar una retroalimentación más prolongada en comparación con las otras propiedades. Por su parte la propiedad que presentó menos dificultad en su apropiación fue la conmutativa.

En el transcurso del desarrollo de las anteriores actividades se hizo un continuo énfasis en el conjunto de los números naturales. Los estudiantes, aunque no hicieron definiciones muy claras, utilizaron expresiones como: “Son infinitos”, “sirven para contar”, “se usan para contar diferentes elementos”, “para contar el tiempo”, “sirven para medir distancias”, entre otros, permitiendo inferir que este conjunto de números es tomado como parte fundamental de sus actividades cotidianas.

Pasando al tema de las tablas de multiplicar, se evidenció que los estudiantes cometieron algunos errores con respecto a su uso. En las hojas de operaciones fue común encontrar expresiones como $6 \times 5 = 20$ debido a que no lograron memorizar los diferentes productos, esto permitió corroborar lo expuesto por Broitman (1999) quien afirma que “es importante realizar en el aula actividades que tengan como objetivo la memorización de ciertos cálculos multiplicativos, precedidas o acompañadas por un fuerte trabajo de reflexión y análisis de las relaciones numéricas” (pág. 66).

Por otra parte, se puede mencionar que en lo relacionado a la resolución de problemas de tipo multiplicativo, la gran mayoría fueron resueltos por los estudiantes, aunque al principio cometieron algunos errores, no de multiplicación sino de carácter aditivo, razón por la cual es importante tener en cuenta lo expuesto por Godino (2004), quien afirma que es indispensable que los estudiantes antes de iniciarse en el proceso de la multiplicación, conozcan y dominen la adición, la cual les permita llevar a cabo un proceso mental eficiente, para la realización de cálculos y la obtención del producto buscado. También, en problemas como “A Pedro le gusta leer muchos cuentos infantiles. Si diariamente lee 3 páginas, ¿cuántas páginas habrá leído en 5 días?”, sumaron $3 + 5 = 8$. Al respecto Fernández (2007) afirma que los estudiantes, inicialmente, no comprenden el significado y sentido de la multiplicación haciendo que ellos confundan esta operación con la adición. Además, fue común encontrar incoherencias en la realización de multiplicaciones agrupando, por ejemplo, en la multiplicación $45 \times 5 = 205$ se evidenció que el estudiante no sumó las dos decenas que resultan de la multiplicación de los cincos, permitiendo ratificar lo expuesto por Cisternas, Gil, Sabater, Marí y Cano (2012) quienes afirman que esto es uno de los principales errores cometidos por los estudiantes en el contexto matemático.

En cuanto a los tipos de problemas asociados a la multiplicación de números naturales expuestos en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas (1998), se puede destacar que su tratamiento fue reforzado en actividades extra clase, en especial los de factor multiplicante, razón y producto cartesiano. Este último generó algunas dificultades en su apropiación, por lo que se les recomendó la utilización de representaciones gráficas en su resolución, evidenciando una disminución en los errores cometidos.

A nivel general se evidenció que los estudiantes asumieron las diferentes situaciones propuestas como problemas, a las que Brousseau (2007) define como un modelo de interacción entre un sujeto y un medio determinado. Siempre estuvieron a la expectativa, haciendo preguntas como, “profe, ¿mañana me va a traer otro problema?” y lo que más le llamó la atención fue aquellos donde debieron utilizar materiales como plastilina, palillos, fichas, entre otros.

5.4 La secuencia didáctica como estrategia innovadora en el proceso de enseñanza

Con respecto al cuarto y último objetivo específico se pudo concluir que su ejecución ayudó a los docentes a tomar una postura crítica y reflexiva en cuanto a su quehacer pedagógico. En cuanto a los estudiantes, les permitió encontrar una mayor significación de lo que estaban aprendiendo, tal cual como lo afirma el Ministerio de Educación Nacional (2013). Además, estuvieron motivados durante el desarrollo de las

diferentes actividades con una participación activa, a excepción de la estudiante Est3.Tan quien en repetidas ocasiones se mostró indispuesta. Es importante aclarar que esta actitud fue una constante en su proceso educativo, por lo que se les solicitó a sus padres remitirla a una valoración médica profesional con el fin de poder determinar sus posibles causas.

Se debe resaltar que en el desarrollo de la secuencia didáctica los contratiempos fueron mínimos, aunque hubo la necesidad de plantear ejercicios extra clase para los estudiantes con el fin de reforzar algunos conceptos; con la ejecución de esta secuencia se logró la enseñanza de la multiplicación de números naturales, pues se contó con un conjunto articulado de actividades de aprendizaje y evaluación que facilitaron dicha implementación, tal como lo afirman Tobón, Pimienta y García (2010).

En las diferentes multiplicaciones que realizaron los estudiantes presentes en sus hojas de operaciones, se pudo evidenciar que fue asimilada según lo planteado por Contreras (1904), quien afirma que “la multiplicación, es la operación por medio de la cual se suma o se toma un número tantas veces como unidades hay en otro” (pág. 33), ya que ellos, en su gran mayoría, optaron por resolver los diferentes problemas haciendo uso de adiciones repetidas, además, en sus conversaciones se detectaron comentarios como, “¿Cuántas veces es que tengo que sumar este número?”, “Profe, ¿aquí tengo que sumar cinco veces cuatro, no?”, entre otras.

Por otra parte, para la validación de la propuesta se destinó una sesión para la aplicación de una situación vivencial con la participación de los estudiantes de los demás grados, con la que se pudo evidenciar que reforzaron sus conocimientos en cuanto al manejo de la multiplicación de números naturales, permitiendo comprobar lo expuesto por Hernández (1997), quien afirma que la experiencia que se les proporcione a los estudiantes les ayuda de manera decisiva a comprender los conceptos matemáticos, aunque se debe resaltar que todos presentaron dificultades en el manejo del sistema monetario, pues en su diario vivir son pocos los espacios que se les ofrece para el manejo de dinero. Finalmente, se desarrolló un taller evaluativo en el cual el estudiante Est2.Jom logró resolver de forma correcta todas las preguntas propuestas, entre tanto, Est1.Jho y Est3.Tan, presentaron algunas dificultades en relación a los ejercicios que involucraron la resolución de problemas. Lo anterior permitió validar la secuencia didáctica, en este sentido, esta puede ser implementada dentro del proceso educativo, para la enseñanza de la multiplicación de números naturales. Cabe destacar que su diseño es susceptible a cambios cuando el docente lo considere necesario.

5.5 Conclusiones

Las secuencias didácticas son una estrategia metodológica dentro del proceso de enseñanza, que permiten al docente profundizar en relación al conocimiento didáctico del área y de este modo poder llevar a cabo un trabajo más crítico y reflexivo, permitiéndoles a los estudiantes encontrar una mayor significación en sus aprendizajes.

Para llevar a cabo la enseñanza de la multiplicación de números naturales es fundamental que el docente le permita al estudiante comprender el concepto de dicha operación, para lo cual se debe hacer hincapié en el reconocimiento y comprensión del significado, los diferentes modelos de esta operación, sus propiedades y su efecto. De esta manera se previene la génesis de dificultades por insuficiencia de significado y sentido.

Es importante involucrar el proceso de la resolución de problemas en la enseñanza de la multiplicación, dado que este es un eje transversal en todas las actividades curriculares del área de matemáticas, de este modo esta operación adquiere una mayor significación para el estudiante, por tanto, es indispensable que el docente dentro de su planificación de área considere abordar problemas multiplicativos contextualizados para facilitarles a sus estudiantes la comprensión y uso de esta operación.

En el marco de las aulas multigrado y unidocente, las secuencias didácticas deben estructurarse para ser abordadas con todos los grados, puesto que de lo contrario estas no causan el impacto esperado, teniendo en cuenta que el docente que labora bajo la metodología Escuela Nueva, debe orientar a todos los grados y todas las asignaturas en una misma aula de clase, respetando los diferentes ritmos de aprendizaje de los estudiantes, lo que de algún modo impide brindar un acompañamiento permanente a un grado en particular y profundizar en el objeto de estudio deseado.

Por otro lado, es importante tener en cuenta que, si un estudiante está desinteresado en realizar las actividades propuestas en una secuencia didáctica no se debe recurrir a forzarlo u obligarlo para que este las ejecute, porque puede tratarse de un caso que amerite un tratamiento profesional diferente al proporcionado por el docente. En este caso, es pertinente desarrollar futuros trabajos relacionados con el tratamiento de la desmotivación escolar y su incidencia en el proceso educativo.

Dentro del proceso de la enseñanza de la multiplicación, se hace necesario realizar en el aula actividades que tengan como objetivo la memorización de ciertos cálculos multiplicativos acompañados de un trabajo reflexivo y analítico en cuanto a las relaciones numéricas, por tanto, el docente debe ser estratégico y recursivo

para dinamizar los procesos de enseñanza, facilitándoles a sus estudiantes una mejor asimilación y comprensión de dichas relaciones matemáticas.

Dentro de las estrategias cognoscitivas de los estudiantes de tercer grado, se resaltan el uso de materiales manipulativos como tapas, palillos, fichas, piedras, entre otros, para facilitar la resolución de los problemas planteados.

Las secuencias didácticas por si solas, no deben considerarse como instrumentos suficientes para permitir los aprendizajes de determinados contenidos, la acción del docente es imprescindible para permitir la mediación entre el saber y el estudiante, por tanto, el docente de matemáticas debe conocer y manejar en profundidad el saber disciplinar de esta área para garantizar el uso adecuado de estrategias profesionales y así lograr disminuir las necesidades de los estudiantes.

5.6 Recomendaciones

Los procesos de enseñanza y aprendizaje en las escuelas unidocentes y multigrado son complejas, por lo tanto, es pertinente que se realicen propuestas de intervención en el aula de clases que den respuestas a interrogantes como los siguientes: ¿Cómo diseñar e implementar una secuencia didáctica para la enseñanza de la multiplicación de números naturales en aulas unidocentes y multigrado?, y ¿de qué manera el uso de material manipulativo facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de la multiplicación en el conjunto de números naturales?

Para abordar la enseñanza de la propiedad conmutativa de la multiplicación de números naturales, se sugiere no utilizar los términos multiplicando y multiplicador, debido a que estos generan confusión en los estudiantes, para este caso es pertinente hacer uso del término factores. De igual manera, se propone que los diferentes ejercicios se planteen de la manera más clara posible, con la intención de que los estudiantes los puedan comprender, no se debe dar por hecho que ellos van a ser capaces de deducir o comprender un vocabulario con el cual no están familiarizados.

Por otro lado, es importante tener en cuenta que el diseño de una secuencia didáctica debe ser flexible, lo que significa que esta puede enriquecerse en su aspecto didáctico y temático en el transcurso de su ejecución, por tanto, esta debe ser entendida como un proceso susceptible a cambios cuando el docente lo considere pertinente.

También es fundamental que se refuercen las temáticas abordadas en la secuencia didáctica, dado que el hecho que los estudiantes respondan bien al desarrollo de una actividad no garantiza que la hayan comprendido o aprendido correctamente, solo con el transcurso del tiempo se puede confirmar esto, de este modo, si se dejan de lado las temáticas abordadas, estas pueden quedar en el olvido.

Se resalta que el uso de imágenes y material manipulativo facilitó en los estudiantes la comprensión de los diferentes temas, por esta razón el aula de clases debe estar dotada de estos materiales; sin embargo, no todos se motivaron a pesar del esfuerzo de los docentes, razón por la cual se recomienda tener en cuenta este aspecto para futuros trabajos.

Para finalizar, se sugiere que quien diseñe e implemente una secuencia didáctica debe profundizar en el estudio del objeto matemático.

5.7 Reflexiones

La estructuración e implementación de esta propuesta de intervención pedagógica fue un pretexto de reflexión en cuanto al quehacer pedagógico y la pertinencia de aplicar estrategias innovadoras en la enseñanza del objeto matemático, para este caso la multiplicación de números naturales. En este sentido, se considera pertinente listar algunas reflexiones que emergen como fruto de este trabajo, y que se consideran más importantes.

La experiencia adquirida con el desarrollo de esta propuesta, permite afirmar que todo proceso de planeación debe partir de los conocimientos previos de los estudiantes y tener relación directa con sus intereses, de este modo la participación se vuelve más activa y permite adquirir los nuevos conocimientos con un verdadero sentido.

Al hacer un paralelo entre la postura del docente antes y después de la ejecución de la presente propuesta, se puede ver que existe una gran diferencia; inicialmente, las estrategias de enseñanza utilizadas al interior del aula de clase, al igual que el dominio del objeto matemático, posiblemente no hayan sido los más pertinentes, pero el camino recorrido permitió al docente convertirse en una persona autocrítica y reflexiva en relación a los procesos de enseñanza y aprendizaje que se presentan dentro del contexto escolar.

El uso de material manipulable juega un papel importante al momento de abordar las diferentes temáticas, pues las actividades que fueron desarrolladas con el uso de estos elementos, despertaron mayor interés y motivación en los estudiantes, considerando, además, que se trataban de estudiantes de Básica Primaria.

No toda planeación puede ejecutarse en el tiempo planeado, ni generar los resultados esperados. Para este caso, debido al cese de actividades a raíz del paro nacional del magisterio colombiano, hubo la necesidad de modificar el cronograma de actividades, y algunas sesiones de trabajo fueron aplazadas a causa de factores climáticos (temporada de lluvia). Por otra parte, en la actividad 1 de la segunda sesión planeada en la semana 5, se esperaba que todos los estudiantes resolvieran un problema haciendo uso de la propiedad distributiva, pero verificando las hojas de operaciones se pudo evidenciar que utilizaron otros procedimientos.

Bibliografía

- Blanco, L., Cárdenas, J., & Caballero, A. (2015). *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación inicial de profesores de Primaria*. Obtenido de http://mascvuex.unex.es/ebooks/sites/mascvuex.unex.es/mascvuex.ebooks/files/files/file/Matematicas_9788460697602.pdf
- Broitman, C. (1999). *Las operaciones en el primer ciclo: aportes para el trabajo en el aula*. Buenos Aires: Novedades Educativas.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Chamorro, M. (2005). *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil*. Madrid, España: Pearson.
- Cisternas, Y., Sabater, P., Marí, M., Gil, M., & Cano, M. (2012). LA EVALUACIÓN DE LOS ERRORES CONCEPTUALES EN LA MULTIPLICACIÓN EN ESCOLARES CHILENOS. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 183-192. Obtenido de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=349832338018>
- Contreras, M. (1904). *Elementos de Aritmética Razonada*. México, México: Antigua Imprenta de Eduardo Murguía.
- Díaz, F. (2002). *Didáctica y currículo: un enfoque constructivista*. Cuenca: Ediciones de la Universidad de Castilla-La Mancha.
- Fernández, J. (2007). La Enseñanza de la Multiplicación Aritmética: Una Barrera Epistemológica. *Revista Iberoamericana de Educación*(43), 119-130.
- Flores, P. (2012). *Cuando el orden de los factores sí importa: una introducción al mundo de la multiplicación con maestros de Educación Primaria*, (Tesis de maestría). Obtenido de <http://200.23.113.51/pdf/28921.pdf>
- Gallardo, J. (2004). *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la multiplicación de números naturales*, (Tesis doctoral). Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/625/2/Gallardo2004Diagnostico.pdf>
- Godino, J. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Obtenido de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Godino, J. (2004). *Matemáticas para maestros*. Obtenido de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Gómez, V. (2010). Visión crítica sobre la Escuela Nueva en Colombia. *Educación y pedagogía*, 280-306.
- Hernández, F. (1997). *La enseñanza de las matemáticas en el primer ciclo de la educación primaria: una experiencia didáctica*. Obtenido de https://books.google.com.co/books?id=p61_cd3RvzIC&dq=dificultades+para+la+ense%C3%B1anza+de+la+multiplicaci%C3%B3n+en+primaria&hl=es&source=gbs_navlinks_s

- I.E.R. NUEVA BENGALA. (2016). Proyecto Educativo Institucional. Orito.
- Isoda, M., & Olfos, R. (2009). *La enseñanza de la multiplicación: el estudio de clases y las demandas curriculares*. Valparaíso: Ediciones Universitarias de Valparaíso.
- Marín, M. (2016). *Proyecto de aula para fortalecer la comprensión del esquema multiplicativo en la básica primaria*, (Tesis de maestría). Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/55966/1/43455621.2017.pdf>
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas. Santa Fe de Bogotá D.C.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá, Colombia: Delfín Ltda.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas* (Primera ed.). (M. d. Nacional, Ed.) Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Imprenta Nacional de Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2009). *Instrumento Diagnóstico de Competencias Básicas en Transición*. Obtenido de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/competencias/1746/articulos-292347_recurso_1.pdf
- Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Secuencias Didácticas en Matemáticas para Educación Básica Primaria*. Bogotá, Colombia: Sanmartín Obregón & Cía. Ltda.
- Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Bogotá: Panamericana Formas e Impresos S.A.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Cartilla de planificación curricular para Educación Primaria*. Obtenido de <http://www.minedu.gob.pe/curriculo/pdf/cartilla-planificacion-curricular.pdf>
- Olarte, M. (2017). *Propuesta metodológica para la enseñanza de la operación multiplicación mediante el proceso de resolución de problemas matemáticos en el conjunto de los números naturales*, (Tesis de maestría). Obtenido de <http://www.bdigital.unal.edu.co/58495/1/43271733.2017.pdf>
- Tenutto, M., Klinoff, A., Boan, S., Redak, S., Antolín, M., Sipes, M., . . . Cappelletti, G. (2005-2006). *Escuela Para Maestros Enciclopedia de Pedagogía Práctica*. Bogotá, Colombia: Editora Cultural Internacional.
- Tobón, S., Pimienta, J., & García, J. (2010). *Secuencias Didácticas: Aprendizaje y Evaluación de Competencias*. Mexico, Mexico: Pearson Educación.

ANEXOS

Anexo 1

Taller evaluativo

Pongo en práctica mis conocimientos

1. Copia y completa teniendo en cuenta el ejemplo.

➤ $5 + 5 + 5$ El 5 sumado 3 veces $5 \times 3 = 15$

➤ $2 + 2 + 2 + 2 + 2$ _____

➤ $4 + 4 + 4 + 4$ _____

➤ $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3$ _____

2. Pinta de color amarillo el multiplicando, de verde el multiplicador y de rojo el producto.

$5 \times 6 = 30$

3. Completa en cada caso el factor que hace falta para que se cumpla la igualdad.

➤ $3 \times \square = 18$

➤ $\square \times 3 = 21$

➤ $8 \times \square = 40$

➤ $\square \times \square = 45$

4. Relaciona cada expresión matemática con la propiedad que corresponde.

$8 \times 1 = 8$

DISTRIBUTIVA

$(2 \times 3) \times 5 =$

ELEMENTO NEUTRO

$6 \times 7 = 7 \times 6$

CONMUTATIVA

$3 \times (2 + 4) = (3 \times 2) + (3 \times 4)$

ASOCIATIVA

5. Lee, analiza y resuelve, de acuerdo a la información que hay en la ilustración.



En la siguiente tabla se muestra las ventas hechas por “Don Chucho”. Registra el total de la venta diaria.

DÍAS	VENTAS DIARIAS	TOTAL DE LA VENTA DIARIA
Lunes	8 Pastelillos	
Martes	6 Bizcochos	
Miércoles	3 Rosquillas	
Jueves	2 Tortas pequeñas	
Viernes	12 Panes	

- La señora María compró hoy 5 pastelillos y 3 bizcochos. ¿Cuánto debe cancelarle a “Don Chucho”?
- Si ella lleva 10 monedas de \$200, ¿le sobra o le falta dinero?, ¿cuánto?

Anexo 2

Taller diagnóstico de matemáticas

Nombres y apellidos:

Grado:

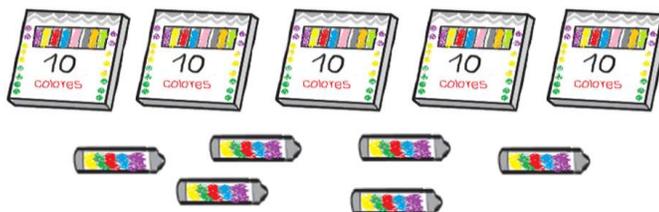
Institución Educativa:

Sede:

Fecha:

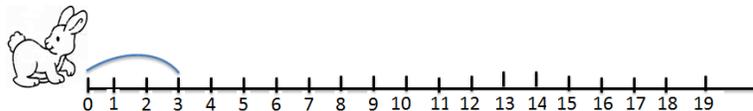
1. Observa la imagen y responde.

¿Cuántos colores hay en total, considerando los colores de las cajas y fuera de ellas?



Realiza aquí tus operaciones.

2. A Tom el conejo le gusta saltar mucho. ¿Cuántos espacios habrá saltado en 6 saltos?



Realiza aquí tus operaciones.

3. Se quiere ordenar los siguientes números de menor a mayor: 45, 12, 38, 16, 9, 24.

¿Cuál de las siguientes opciones es la correcta?

A: 12, 16, 9, 24, 45, 38

B: 9, 24, 16, 12, 38, 45

C: 9, 12, 16, 24, 38, 45

D: 45, 38, 24, 16, 12, 9

4. Escribe el antecesor y sucesor que hace falta en cada caso.

___46 56___ 78___80 65___67

5. En el siguiente cuadro colorea de color amarillo los números pares y de color azul los impares.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45
46	47	48	49	50				

6. A Pedro le gusta leer muchos cuentos infantiles. Si diariamente lee 3 páginas, ¿cuántas páginas habrá leído en 5 días?

Realiza aquí tus operaciones.

7. Don Toño vende frutas y verduras. A continuación se muestra el precio de algunas de ellas.



La mamá de Juan le pide comprar algunos productos.

A) ¿Cuánto pagará Juan si compra 4 zanahorias y 3 bananos?

Utiliza los recuadros para realizar tus operaciones

Realiza aquí tus operaciones.

B) ¿Cuánto pagará si Juan compra un repollo y tres naranjas?

Realiza aquí tus operaciones.

8. El número *novecientos noventa y siete* se escribe de la siguiente manera:

A: 790

B: 997

C: 97

D: 897

9. El número 778 se lee de la siguiente forma.

A: Ochocientos setenta y siete

B: Setecientos ochenta y siete

C: Setecientos setenta y ocho

D: Setecientossetentaiocho

Anexo 3

Cronograma de actividades

DESARROLLO DE ACTIVIDADES			
			FECHA
SEMANA 0	1ra SESIÓN	Actividad 1	19/09/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	21/09/17
SEMANA 1	1ra SESIÓN	Actividad 1	26/09/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	28/09/17
		Actividad 2	03/10/17
SEMANA 2	1ra SESIÓN	Actividad 1	05/10/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	10/10/17
SEMANA 3	1ra SESIÓN	Actividad 1	12/10/17

		Actividad 2	17/10/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	19/10/17
		Actividad 2	24/10/17
SEMANA 4	1ra SESIÓN	Actividad 1	26/10/17
		Actividad 2	31/10/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	02/11/17
		Actividad 2	07/11/17
SEMANA 5	1ra SESIÓN	Actividad 1	09/11/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	14/11/17
SEMANA 6	1ra SESIÓN	Actividad 1	16/11/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	21/11/17
SEMANA 7	1ra SESIÓN	Actividad 1	23/11/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	28/11/17
SEMANA 8	1ra SESIÓN	Actividad 1	30/11/17
	2da SESIÓN	Actividad 1	05/12/17

Anexo 3

Consentimientos informados a padres de familia

INSTITUCION EDUCATIVA RURAL NUEVA BENGALA**(PROGRAMAS, ESCUELA NUEVA, POSTPRIMARIA RURAL Y MEMA RURAL)**

Reconocimiento oficial del servicio público educativo mediante Resolución No. 1492 de noviembre 16 de 2007 Y 2313 de mayo 26 de 2011 de secretaria de Educación y Cultura Departamental

NIT: 846'003.597-8 CODIGO DANE: 28632000883

CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES O ACUDIENDES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa Rural Nueva Bengala

Código DANE: 28632000883 Municipio: Orito

Docente Maestrante: Luis Ignacio Arteaga Benítez CC N°: 1.123.321.684 de Orito (Ptyo.)

El (los) abajo firmante(s), mayor(es) de edad y padres de familia perteneciente(s) a la Escuela Rural Mixta Arauca, de la vereda Arauca, manifiesto (manifestamos) haber sido informado(s) acerca de los estudios de Maestría en educación, que adelanta el docente de mi hijo(a), a través del programa de becas condonables para la excelencia docente.

De igual forma el docente me (nos) ha hecho saber que llevará a cabo una práctica investigativa en esta sede educativa, con los estudiantes de grado tercero, razón por la cual nos ha solicitado la autorización para poder hacer la toma de evidencias fotográficas o videos a este grupo de estudiantes, los cuales posteriormente los utilizará para demostrar su proyecto investigativo.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mí (nuestro) hijo(a) en este proceso, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en este proceso no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mí (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes o videos, se utilizarán únicamente para los propósitos de practica pedagógica como evidencia del docente.
- Las entidades a cargo de realizar este proceso y el docente encargado garantizarán la protección de las imágenes de mi (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de formación del docente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

[] DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO [] NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en el proceso de la práctica investigativa del docente en las instalaciones de esta Institución Educativa.

Lugar y Fecha: Escuela Rural Mixta Arauca, Septiembre 15 de 2017.

Omaria Lopez

FIRMA MADRE DE FAMILIA

CC: 25546951DE Morales Cavea

FIRMA PADRE DE FAMILIA

CC: _____ DE: _____

INSTITUCION EDUCATIVA RURAL NUEVA BENGALA**(PROGRAMAS, ESCUELA NUEVA, POSTPRIMARIA RURAL Y MEMA RURAL)**

Reconocimiento oficial del servicio público educativo mediante Resolución No. 1492 de noviembre 16 de 2007 Y 2313 de mayo 26 de 2011 de secretaria de Educación y Cultura Departamental

NIT: 846'003.597-8

CODIGO DANE: 286320000883

CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa Rural Nueva Bengala

Código DANE: 286320000883 Municipio: Orito

Docente Maestrante: Luis Ignacio Arteaga Benítez CC N°: 1.123.321.684 de Orito (Ptyo.)

El (los) abajo firmante(s), mayor(es) de edad y padres de familia perteneciente(s) a la Escuela Rural Mixta Arauca, de la vereda Arauca, manifiesto (manifestamos) haber sido informado(s) acerca de los estudios de Maestría en educación, que adelanta el docente de mi hijo(a), a través del programa de becas condonables para la excelencia docente.

De igual forma el docente me (nos) ha hecho saber que llevará a cabo una práctica investigativa en esta sede educativa, con los estudiantes de grado tercero, razón por la cual nos ha solicitado la autorización para poder hacer la toma de evidencias fotográficas o videos a este grupo de estudiantes, los cuales posteriormente los utilizará para demostrar su proyecto investigativo.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mí (nuestro) hijo(a) en este proceso, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo (entendemos) que:

- La participación de mí (nuestro) hijo(a) en este proceso no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mí (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mí (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes o videos, se utilizarán únicamente para los propósitos de practica pedagógica como evidencia del docente.
- Las entidades a cargo de realizar este proceso y el docente encargado garantizarán la protección de las imágenes de mí (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de formación del docente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO [] NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

para la participación de mí (nuestro) hijo (a) en el proceso de la práctica investigativa del docente en las instalaciones de esta Institución Educativa.

Lugar y Fecha: Escuela Rural Mixta Arauca, Septiembre 15 de 2017.

raimón morales

FIRMA MADRE DE FAMILIA

CC: 41 108 691 DE: _____

FIRMA PADRE DE FAMILIA

CC: _____ DE: _____

INSTITUCION EDUCATIVA RURAL NUEVA BENGALA**(PROGRAMAS, ESCUELA NUEVA, POSTPRIMARIA RURAL Y MEMA RURAL)**

Reconocimiento oficial del servicio público educativo mediante Resolución No. 1492 de noviembre 16 de 2007 Y 2313 de mayo 26 de 2011 de secretaria de Educación y Cultura Departamental

NIT: 846*003.597-8

CODIGO DANE: 286320000883

CONSENTIMIENTO INFORMADO A PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Institución Educativa Rural Nueva Bengala

Código DANE: 286320000883 Municipio: Orito

Docente Maestrante: Ever Kitson Malpud Taticuan CC N°: 87.103.101 de Ipiales (Nariño).

El (los) abajo firmante(s), mayor(es) de edad y padres de familia perteneciente(s) a la Escuela Rural Mixta Villa de Leiva, de la vereda Villa de Leiva, manifiesto (manifestamos) haber sido informado(s) acerca de los estudios de Maestría en educación, que adelanta el docente de mi hijo(a), a través del programa de Becas Condonables para la Excelencia Docente.

De igual forma el docente me (nos) ha hecho saber que llevará a cabo una práctica investigativa en esta sede educativa, con los estudiantes de grado tercero, razón por la cual nos ha solicitado la autorización para poder hacer la toma de material fotográfico o videos a este grupo de estudiantes, los cuales posteriormente los utilizará para evidenciar su proyecto investigativo.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mí (nuestro) hijo(a) en este proceso, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en este proceso no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mí (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes o videos, se utilizarán únicamente para los propósitos de practica investigativa como evidencia del docente.
- Las entidades a cargo de realizar este proceso y el docente encargado garantizarán la protección de las imágenes de mi (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de formación del docente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

[] DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO [] NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en el proceso de la práctica investigativa del docente en las instalaciones de esta Institución Educativa.

Lugar y Fecha: Villa de Leiva, 15 de Septiembre de 2017.

Mary Cruz

FIRMA MADRE DE FAMILIA

CC: 27-433-557 DE: Sandoná - Nariño.

FIRMA PADRE DE FAMILIA

CC: _____ DE: _____