

**DISPOSITIVO ÓPTICO PARA LA RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL  
DE LA PIEL HUMANA POR EL MÉTODO DE PROYECCIÓN DE FRANJAS**

**DANIEL ALEXIS GÓMEZ TEJADA**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA  
INGENIERÍA FÍSICA  
POPAYÁN  
2009**

**DISPOSITIVO ÓPTICO PARA LA RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL  
DE LA PIEL HUMANA POR EL MÉTODO DE PROYECCIÓN DE FRANJAS**

**DANIEL ALEXIS GÓMEZ TEJADA**

**Trabajo de grado presentado para optar al título de Ingeniero Físico**

**DIRECTOR**

**Dr. Jaime Enrique Meneses**

**CODIRECTOR**

**MSc. Jauri León Téllez**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA**

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN**

**DEPARTAMENTO DE FÍSICA**

**INGENIERÍA FÍSICA**

**POPAYÁN**

**2009**

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

---

---

---

---

**Co-Director**

**MSc. Jauri León Téllez**

---

**Jurado**

**MSc. Jorge W. Coronel García**

---

**Jurado**

**Ing. Manuel Castrillón**

Fecha de sustentación: Popayán, Mayo 26 de 2009.

## AGRADECIMIENTOS

Manifiesto mis sinceros agradecimientos:

- A mis padres, por creer siempre en mí, por su apoyo constante e incondicional y por su dedicación y, empeño en mi formación personal y profesional.
- A Nana, por ser más que mi hermana, mí mejor amiga.
- A Natalith, por brindarme durante todos estos años su cariño, amor, paciencia y consejo.
- A todos mis amigos, los cuales me entregaron su respaldo y amistad a lo largo de la carrera.
- Al Dr. Jaime Enrique Meneses, por su orientación y apoyo incondicional al desarrollo del trabajo.
- Al MSc. Jauri León Téllez, por brindarme la oportunidad y entregar su entera confianza y colaboración al proyecto.
- A los miembros del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) de la Universidad Industrial de Santander (UIS), por el acompañamiento y cooperación al proyecto.
- A todos mis compañeros y profesores del Grupo de Óptica y Láser de la Universidad del Cauca, por desempeñar un papel importante en mi formación profesional.
- A los Profesores del Departamento de Física, por su guía, apoyo y compromiso en mi desarrollo profesional.

# TABLA DE CONTENIDOS

<b>ÍNDICE DE FIGURAS</b> .....	7
<b>ÍNDICE DE TABLAS</b> .....	11
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	12
<b>CAPÍTULO 1. PROYECCIÓN DE FRANJAS: CODIFICACIÓN DE LA ALTURA Z POR VARIACIÓN DE FASE.</b> .....	14
1.1. CONCEPTOS GENERALES .....	14
1.2. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS ...	17
1.2.1. CODIFICACIÓN DE LA INFORMACIÓN.....	19
1.2.2. OBTENCIÓN DE LA FASE DE UN SISTEMA DE FRANJAS.....	22
1.2.3 ALGORITMOS DE CORRECCION DE FASE.....	27
1.2.3.1. ALGORITMO CLÁSICO .....	27
1.2.3.2. ALGORITMO DE LA PRIMERA DERIVADA .....	28
1.3. ANALISIS FRECUENCIAL DEL SISTEMA PROYECTOR DE FRANJAS.....	30
1.3.1. FILTRADO PASABAJO A PARTIR DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA ÓPTICA (FTO).....	30
1.3.2. SISTEMA DE FRANJAS NO SENOSOIDALES.....	35
1.3.3. FILTRADO PASABAJO DIGITAL.....	37
<b>CAPÍTULO 2. PROYECCIÓN DE FRANJAS: SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN 3D</b> .....	42
2.1. SISTEMA ÓPTICO DE RECONSTRUCCIÓN 3D POR PROYECCIÓN DE FRANJAS .....	42
2.2. PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN EXPERIMENTAL DE LA COORDENADA Z. ....	44
2.3. CALIBRACIÓN DE LA COORDENADA Z POR TRIANGULACIÓN LINEAL .....	54

2.3.1. TRIANGULACIÓN LINEAL.....	54
2.4 PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS.....	59
2.5. RESULTADOS EXPERIMENTALES .....	67
2.5.1. ANÁLISIS METROLÓGICO DEL SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN 3D      68	
2.5.2. RECONTRUCCÓN TRIDIMENSIONAL DE OBJETOS.....	72
<b>CAPÍTULO 3. RECONSTRUCCIÓN 3D DE LA TEXTURA DE LA PIEL.....</b>	<b>81</b>
3.1. EFECTO DE LAS CARACTERISTICAS DE LA PIEL EN LA PROYECCIÓN DE FRANJAS.....	81
3.1.1. EFECTO EN EL CÁLCULO DE LA FASE DISCONTINUA .....	83
3.1.2. EFECTO DE LA RETRODIFUSIÓN DE LA PIEL EN LA ATENUACIÓN DE LOS ARMÓNICOS DE ORDEN SUPERIOR DEL SISTEMA DE FRANJAS. ....	84
3.2. PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS APLICADO EN LA EXTRACCIÓN DE LA TEXTURA DE LA PIEL .....	86
3.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES: RECONSTRUCCIÓN DE LA TEXTURA DE LA PIEL .....	90
<b>CONCLUSIONES .....</b>	<b>97</b>
<b>PERSPECTIVAS DE INVESTIGACIÓN.....</b>	<b>98</b>

# ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Visualización de un punto en diferentes sistemas coordenados que maneja un sistema de reconstrucción 3D.....	15
<b>Figura 2.</b> Sistema óptico de proyección de franjas. ....	17
<b>Figura 3.</b> Sistema de franjas proyectado (a) Sin objeto, (b) Sobre abdomen Humano. ....	18
<b>Figura 4.</b> Sistemas coordenados para un Sistema de Proyección de Franjas.....	19
<b>Figura 5.</b> Franjas senosoidales y su perfil de Intensidad representativo.....	20
<b>Figura 6.</b> Codificación de la altura Z en fase en un sistema de proyección de franjas telecéntrico.....	21
<b>Figura 7.</b> Imágenes de Corrimiento de Fase a cuatro imágenes.....	24
<b>Figura 8.</b> Fase discontinua hallada por Corrimiento de Fase.....	25
<b>Figura 9.</b> (a) Fase discontinua, (b) Fase continua, (c) Valores enteros adicionados para hallar la fase continua.....	26
<b>Figura 10.</b> (a) Fase continua hallada por el algoritmo clásico, (b) Fase continua hallada por el algoritmo de la primera derivada.....	29
<b>Figura 11.</b> Transformada de Fourier del sistema de franjas sobre un plano de referencia.....	31
<b>Figura 12.</b> Influencia del desenfoco del sistema proyector sobre el contenido frecuencial, fn: frecuencia normalizada. ....	34
<b>Figura 13.</b> Contenido frecuencial del error de fase.....	36
<b>Figura 14.</b> Variación de la desviación estándar del error de fase por efecto del desenfoco.....	37
<b>Figura 15.</b> (a) Imagen de las franjas proyectadas sobre un plano de referencia, (b) Transformada de Fourier de la imagen (a).....	38

<b>Figura 16.</b> Máscara para realizar el filtrado. ....	39
<b>Figura 17.</b> Resultado del filtrado de la imagen de la Figura 13 (a).....	40
<b>Figura 18.</b> (a) TF de la imagen de la figura 14. (b) Disminución del error dado por la ecuación (24), al utilizar filtrado por TF. ....	40
<b>Figura 19.</b> Esquema del Sistema Óptico de Reconstrucción 3D implementado.....	43
<b>Figura 20.</b> Disposición experimental para la calibración de la coordenada Z. ....	45
<b>Figura 21.</b> Corrimiento de la franja F1 por el desplazamiento, (a) $Z=0$ um (b) $Z=500$ um. ....	46
<b>Figura 22.</b> Desplazamiento del punto P1 de la fase discontinua debido al desplazamiento, (a) $Z=0$ um, (b) $Z=500$ um. ....	46
<b>Figura 23.</b> Cortes transversales de planos inclinados de fase continua debido al desplazamiento (a) $Z=0$ um, (b) $Z=500$ um. ....	47
<b>Figura 24.</b> Fase Continua para $Z=0$ um.....	48
<b>Figura 25.</b> Representación de la confusión en la fase por el desplazamiento Z, por la discontinuidad de la función arcotangente. (a) $Z=0$ um, (b) $Z=500$ um, (c) $Z=1000$ um. ....	49
<b>Figura 26.</b> Cortes transversales de algunos planos inclinados de fase continua corregidos, utilizados en el proceso de calibración.....	50
<b>Figura 27.</b> Perfil del plano de calibración $Z=500$ um, y su respectivo perfil del mejor plano para $Z=500$ um. ....	51
<b>Figura 28.</b> Planos de calibración. (a) Coeficiente a, (b) Coeficiente b, (c) Coeficiente c de la ecuación 27. ....	53
<b>Figura 29.</b> Patrón de proyección para la Triangulación Lineal.....	54
<b>Figura 30.</b> Deformación de la línea por la topografía de un objeto. ....	55
<b>Figura 31.</b> Desplazamiento de la línea proyectada por un desplazamiento desde $Z=0$ um, (a), hasta $Z$ igual a 4 mm, (b). ....	56
<b>Figura 32.</b> (a) Centro geométrico de la línea proyectada en la Figura 31(a), (b) líneas para todos los Z. ....	57



<b>Figura 33.</b> Matriz de calibración para la coordenada $Z$ por Triangulación Lineal. ....	58
<b>Figura 34.</b> Medalla a reconstruir. ....	59
<b>Figura 35.</b> Vista previa de la posición $Z=0$ mm. ....	60
<b>Figura 36.</b> (a) Centro geométrico de la línea de triangulación, (b) Perfil 3D de la topografía de la intersección entre la superficie de la medalla de la Figura 33 y la línea de triangulación (a). ....	61
<b>Figura 37.</b> (a) Fase discontinua del sistema de proyección de franjas proyectado sobre la medalla de la Figura 34, (b) Máscara de control para hallar la fase continua, (c) La fase desdoblada de (a). ....	63
<b>Figura 38.</b> Reconstrucción tridimensional de la medalla de la Figura 34: a) Imagen rango. b) Visualización 3D. ....	64
<b>Figura 39.</b> Imágenes de la grilla de ajedrez tomada como patrón de conversión. ....	65
<b>Figura 40.</b> Reconstrucciones Tridimensionales de: (a) Medalla, (b) Plano ubicado en $Z=100$ um. ....	67
<b>Figura 41.</b> Corte transversales de planos reconstruidos a diferentes $Z$ . ....	68
<b>Figura 42.</b> Variación de la desviación estándar de un plano ubicado a 200 um en función del contraste de la superficie. ....	70
<b>Figura 43.</b> Variación del valor medio (a) y la desviación estándar (b) de cuatro puntos de un plano ubicado a 200 um en función del tiempo. ....	71
<b>Figura 44.</b> Reconstrucción de un papel pegado uno sobre otro. ....	73
<b>Figura 45.</b> Reconstrucción de tres cubreobjetos uno sobre otro. ....	73
<b>Figura 46.</b> Reconstrucción Tridimensional de monedas acompañada de su fotografía de referencia. (a) Moneda de 5 Francos, (b) Moneda de 500 Pesos y (c) Moneda de 500 Bolívares ....	75
<b>Figura 47.</b> Muestra de Papel 1. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura. ....	76
<b>Figura 48.</b> Muestra de Papel 2. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura. ....	77

<b>Figura 49.</b> Muestra de Papel 3. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura.....	78
<b>Figura 50.</b> Muestra de Papel 4. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura.....	79
<b>Figura 51.</b> Franjas proyectadas sobre piel humana .....	82
<b>Figura 52.</b> Reconstrucción fallida debido al movimiento de la muestra.....	82
<b>Figura 53.</b> Fase Desdoblada de una zona de piel con presencia de alto ruido. ....	83
<b>Figura 54.</b> (a) Franjas proyectadas sobre piel humana, (b) Transformada de Fourier de (a), (c) Transformada de Fourier del Error de Fase (ecuación 24); para las Transformadas (b) y (c) atenúandose el orden central. ....	85
<b>Figura 55.</b> (a) Muestra de piel con problema de acné para la reconstrucción,(b) Reconstrucción de la piel de la zona marcada en (a), (c) Macro-detalle de la reconstrucción, (d) Micro-detalle o textura de la piel.....	88
<b>Figura 56.</b> Sistema de inmovilización parcial de la cara implementado.....	89
<b>Figura 57.</b> (a) Fotografía de la persona, (b) ampliación de la zona analizada, (c) Reconstrucción de la textura. ....	91
<b>Figura 58.</b> (a) Fotografía de la persona, (b) ampliación de la zona analizada, (c) Reconstrucción de la textura. ....	93
<b>Figura 59.</b> (a) Fotografía de la persona, (b) ampliación de la zona analizada, (c) Reconstrucción de la textura. ....	94
<b>Figura 60.</b> (a) Fotografía de la muestra, (b) Reconstrucción de la textura. ....	95

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Clasificación de los métodos ópticos usados comúnmente para el desarrollo de Sistemas de Reconstrucción 3D.....	16
<b>Tabla 2.</b> Características Principales de la Cámara CCD SONY XC-ST50 .....	43
<b>Tabla 3.</b> Valores medios y desviaciones estándar para cada plano de la Figura 41. ....	69

# INTRODUCCIÓN

En diferentes aplicaciones, es indispensable encontrar características del cuerpo basándose en la información tridimensional de la forma del mismo. Para realizar esto existen innumerables técnicas, entre estas las ópticas, que por ser no invasivas, y de resolución variable, son idóneas para cierto tipo de aplicaciones.

Entre las técnicas ópticas, la Reconstrucción Tridimensional por Proyección de Franjas se basa en el principio de codificar de forma indirecta la altura del cuerpo con la deformación de un sistema de franjas proyectadas sobre la superficie del mismo. Esta técnica tiene la capacidad de cuantificar pequeñas variaciones de altura, incluso cuando la deformación de la franjas por la forma del cuerpo no es significativa, lo que ofrece una alta resolución con la adecuada disposición experimental, una alta velocidad de adquisición y procesamiento de un amplio campo de observación.

Si se habla de Reconstrucción Tridimensional de piel humana, la técnica de Proyección de Franjas es factible debido a las características de la piel, a la exposición corta de la muestra necesaria y al área a reconstruir. Al lograr reconstruir la piel humana, se pueden obtener las pequeñas características de la piel como lo son: las leves variaciones de relieve por presencia de acné, cicatrices, arrugas, celulitis, entre otras, lo cual abre un panorama hacia posibles aplicaciones del sistema donde se podría apreciar claramente las variaciones de la textura de la piel por el efecto de tratamientos estéticos sobre zonas con presencia de celulitis, arrugas, etc.; de tal forma que se podría cuantificar la evolución y eficiencia de tratamientos médicos que actúen sobre partes del cuerpo afectadas con problemas de acné, cicatrices, entre otras.

En este trabajo se presenta la técnica de Reconstrucción Tridimensional por Proyección de Franjas con la aplicación final sobre la piel, con el fin de obtener la información de la topografía global y la topografía micro, es decir la textura de la piel. Este trabajo fue

realizado en su totalidad en las instalaciones del Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales (GOTS) de la Universidad Industrial de Santander.

En el primer capítulo se presenta los conceptos generales de un Sistema de Reconstrucción Tridimensional, los fundamentos de la Reconstrucción Tridimensional por Proyección de Franjas, junto con un análisis de algunos fenómenos presentes y la forma de disminuir su influencia en el Sistema de Reconstrucción.

El segundo capítulo contiene el diagrama del sistema óptico implementado, la calibración del sistema de observación por un factor constante, el procedimiento de calibración experimental de la coordenada Z y la utilización de la Triangulación Lineal como sistema de referencia absoluto para la Reconstrucción por Proyección de Franjas. De igual manera, se describe detalladamente el procedimiento de Reconstrucción Tridimensional y se presenta el análisis metrológico del sistema y se muestran algunas reconstrucciones realizadas sobre objetos conocidos.

El procedimiento para lograr la reconstrucción de la textura de la piel se encuentra en el capítulo tercero, junto con el efecto de la piel sobre el sistema de franjas, y ciertos resultados experimentales de la forma macro y la microtextura de algunas muestras de piel con presencia de acné, cicatrices y arrugas.

Para finalizar se presentan las conclusiones, y la perspectiva a futuro del trabajo, con un enfoque a aplicaciones en donde se necesite conocer la textura de la piel o el cambio que sufre la misma por efecto de diferentes tratamientos médicos o estéticos.

# **CAPÍTULO 1**

## **PROYECCIÓN DE FRANJAS: CODIFICACIÓN DE LA ALTURA Z POR VARIACIÓN DE FASE.**

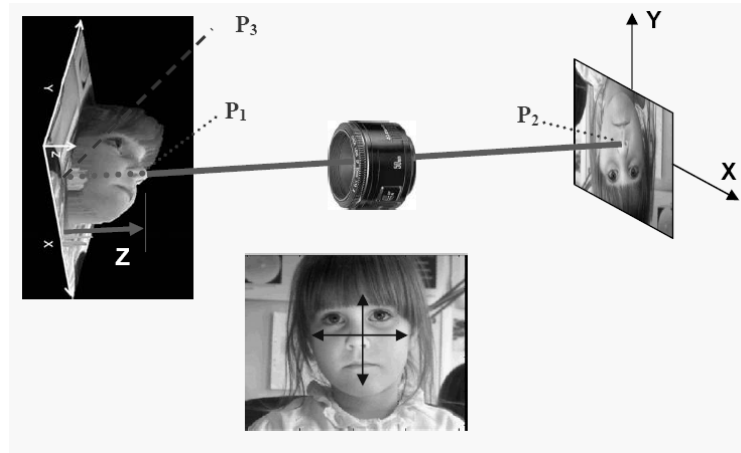
Los Sistemas de Reconstrucción Tridimensional son métodos que permiten extraer las coordenadas (X,Y,Z) de la topografía del cuerpo estudiado y formar una imagen tridimensional de la forma del mismo. Dicha información permite conocer características del objeto, lo que lleva a que, a partir de la reconstrucción, sean muchas las aplicaciones que se pueden desarrollar.

### **1.1. CONCEPTOS GENERALES**

En muchas aplicaciones es indispensable obtener la información topográfica del objeto permitiendo extraer características como área, volumen, entre otros. Esto hace necesario construir un sistema de medida capaz de recuperar la información tridimensional de la superficie del cuerpo de interés.

La imagen obtenida por este sistema, es comúnmente llamada Reconstrucción Tridimensional y el sistema que hace esto, es llamado Sistema de Reconstrucción Tridimensional [1].

En la Figura 1, se aprecia como un sistema formador de imágenes clásico no es capaz de obtener información de la coordenada Z del cuerpo observado. Aplicando las leyes de la óptica geométrica, un punto en el espacio P1 sobre el objeto, correspondiente al punto P2 en la imagen, se confunde con un punto P3 sobre el plano objeto, perdiéndose así la información de altura del objeto [1].



**Figura 1.** Visualización de un punto en diferentes sistemas coordenados que maneja un sistema de reconstrucción 3D [1].

Debido a esto, es conveniente buscar un sistema que permita codificar esta coordenada para ser utilizada en el proceso de reconstrucción 3D. Existen diversas alternativas que permiten codificar la altura de un punto en el objeto, pero debido a las características no invasivas, facilidad de automatización, amplio rango de exploración y resoluciones variables, los métodos ópticos han sido ampliamente utilizados en sistemas de Reconstrucción 3D.

La información de altura en estos métodos se codifica a partir de una variable óptica como la fase del frente de onda, retardo de los pulsos luminosos, variación bidimensional del paso y orientación de franjas proyectadas, corrimiento lateral de un spot láser, deformación de una línea de luz proyectada, etc.

El tratamiento digital para la reconstrucción 3D, permite calcular el valor de la variable óptica utilizada y obtener las alturas correspondientes, utilizando los parámetros del sistema óptico de codificación.

Los métodos ópticos pueden ser clasificados de distintas maneras, pero según la literatura, se clasifican como métodos pasivos y activos. En los pasivos no es necesario controlar la fuente de iluminación, pero el tratamiento para obtener la información

requiere un alto esfuerzo computacional. En los métodos activos el uso de un patrón de iluminación controlado simplifica grandemente el cálculo de la topografía del cuerpo. La Tabla 1 muestra una clasificación de los métodos ópticos usados más comúnmente [1].

Clasificación	Método	Principio de Codificación	
Luz Estructurada	Láser	El patrón puede ser un punto, una línea o un patrón definido	Se basa en triangulación, la altura para cada punto se codifica en el corrimiento del patrón con respecto a una referencia debido a la topografía del cuerpo.
	Binaria	Se utilizan patrones binarios bidimensionales que codifican la información en uno o en dos ejes	
	Nivel de Gris	Usa un patrón de iluminación en niveles de grises.	
	Cromática	El patrón de iluminación está asociado a una matriz de color.	
Métodos a medida de fase	Proyección de franjas	La altura del objeto se codifica en la deformación local del paso y orientación de las franjas proyectadas que están contenidas en un término de fase, que se debe recuperar.	
	Moire	La altura del cuerpo se codifica en curvas de nivel, obtenidas por efecto Moire debido a la proyección de sistemas de franjas de paso similar.	
	Interferometría	Consiste en variar el camino óptico y obtener información de fase de las franjas de interferencia. Puede ser a incidencia normal, oblicua o interferometría a luz blanca.	
Tiempo de Vuelo		Para calcular la distancia absoluta de un punto del objeto se envía un pulso de luz (usualmente láser), y se mide el retardo de tiempo del haz reflejado.	
Microscopía Confocal		El cuerpo se ubica en un sistema de desplazamiento axial y la altura se determina identificando la posición donde se encuentra el máximo de intensidad del sistema confocal.	
Visión estéreo		A partir de dos imágenes tomadas en diferentes ángulos, se busca la correspondencia entre características y se halla la profundidad, esto es semejante al modelo binocular humano.	

**Tabla 1.** Clasificación de los métodos ópticos usados comúnmente para el desarrollo de Sistemas de Reconstrucción 3D.



De las técnicas mencionadas, una técnica que se acopla muy bien a las necesidades de este proyecto es la técnica de reconstrucción 3D por proyección de franjas, debido a que su implementación es sencilla, posee una resolución apropiada, es rápida, en comparación con las técnicas de luz estructurada, en las que esencialmente es necesario realizar un barrido del cuerpo. Además, la aplicación es enfocada a la reconstrucción de la piel, posiblemente a zonas sensibles, por lo que la técnica es la indicada al no utilizar fuentes de luz laser.

## 1.2. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS

La técnica de proyección de franjas consiste en proyectar dichas franjas sobre la superficie de un objeto y observar su deformación. En esta deformación está de forma implícita la información de altura del objeto. En la Figura 2 se muestra el sistema óptico comúnmente utilizado para el método de proyección de franjas, siendo PR el plano de referencia.

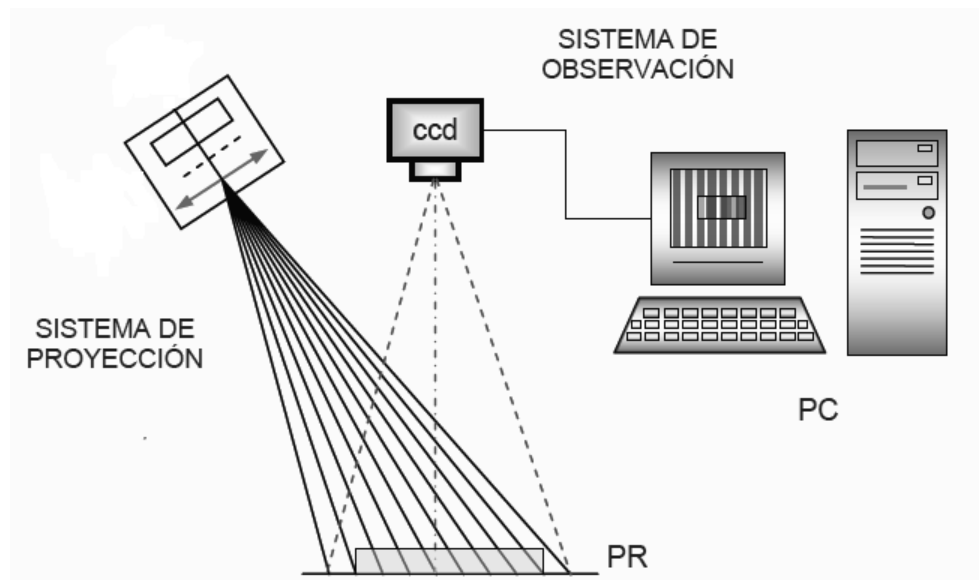
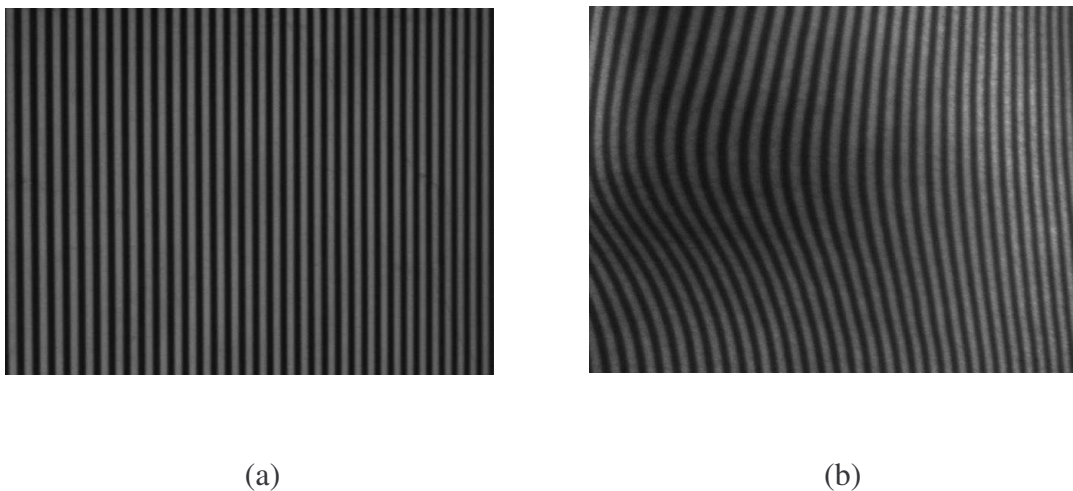


Figura 2. Sistema óptico de proyección de franjas [1].

El sistema óptico consta principalmente de dos partes: un sistema de proyección, el cual proyecta el patrón de franjas, y un sistema de observación que captura el patrón de franjas proyectado sobre el cuerpo. Diferentes estrategias permiten proyectar franjas sobre el cuerpo: Proyección de una red de difracción, efecto Talbet, interferometría monocromática, etc. El sistema de proyección empleado en este trabajo fue implementado usando una pantalla de cristal líquido (LCD), interfazada a la tarjeta grafica de un computador. Franjas de igual espesor, negras y blancas son pintadas por la tarjeta de video del computador y proyectadas por el sistema óptico de la LCD. El eje óptico de los sistemas de proyección y observación forman un ángulo  $\theta$ . La principal ventaja de este sistema de proyección es que permite desplazar regularmente las franjas sobre la superficie del objeto

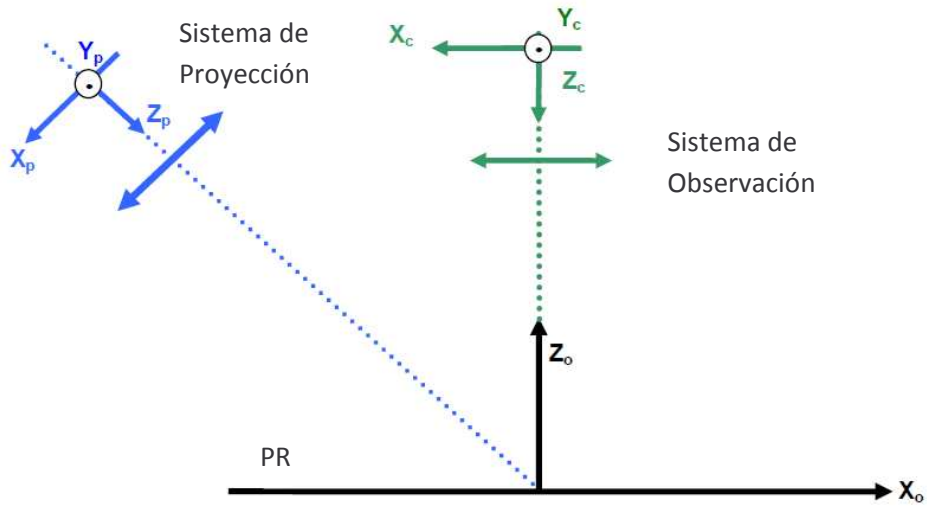
Si la superficie del objeto es plana, las franjas permanecen paralelas entre si y a una separación constante a lo largo de la misma (Figura 3.a); si el objeto no es plano las franjas se deformaran por la topografía del cuerpo (Figura 3.b). La deformación de las franjas depende de la topografía del cuerpo y del ángulo  $\theta$ .



**Figura 3.** Sistema de franjas proyectado (a) Sin objeto, (b) Sobre abdomen humano.

### 1.2.1. CODIFICACIÓN DE LA INFORMACIÓN

La Figura 4 muestra la disposición de los ejes coordenados para un sistema de proyección de franjas. PR corresponde generalmente al plano objeto del sistema de observación.

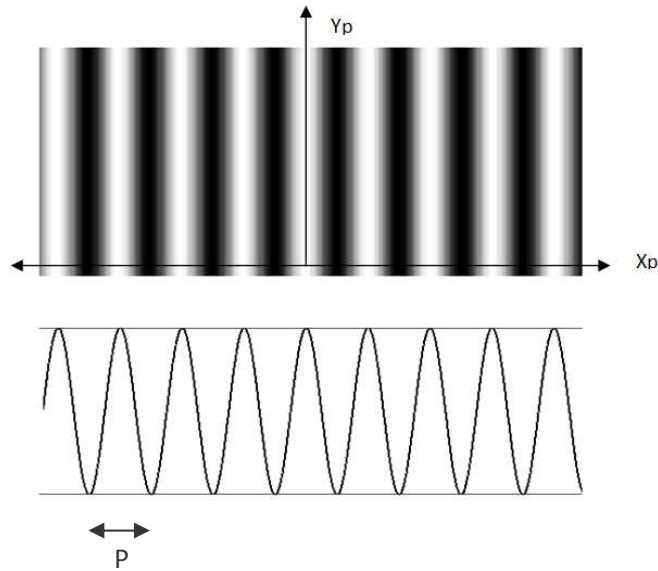


**Figura 4.** Sistemas coordenados para un Sistema de Proyección de Franjas.

$(x_p, y_p, z_p)$  es el sistema coordenado sobre el plano objeto del sistema de proyección. Asumiendo que las franjas son senosoidales y son proyectadas paralelas al eje  $Y_p$ , la función de transmitancia de la matriz LCD, se puede especificar como,

$$T(x_p, y_p) = \frac{1}{2} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi x_p}{P} \right) \right) \quad (1)$$

siendo  $P$  es el paso de la proyección como se muestra en la Figura 5



**Figura 5.** Franjas senosoidales y su perfil de Intensidad representativo.

Sobre el plano de referencia se define el sistema coordenado  $(x_0, y_0, z_0)$ , y en el plano imagen de la cámara CCD se define el plano  $(x_c, y_c, z_c)$ . Debido a la no telecentricidad de los sistemas y al ángulo entre ejes de proyección y observación, la distribución de intensidad del sistema de franjas adquirido por la cámara CCD tiene la forma,

$$I(x_0, y_0) = I_0(x_0, y_0) + A(x_0, y_0)\text{Cos}(2\pi f_0 x_0 + \phi_0) \quad (2)$$

donde  $I_0$  es la intensidad base,  $A$  es el contraste del sistema de franjas,  $f_0$  es la frecuencia espacial media de las franjas y  $\phi_0$  es la fase inicial que define la deformación inicial de las franjas. Si se coloca un objeto en el plano de referencia, la ecuación 2 se altera así,

$$I(x_0, y_0) = I_0(x_0, y_0) + A(x_0, y_0)\text{Cos}(2\pi f_0 x_0 + \phi_0 + \Delta\phi) \quad (3)$$

siendo  $\Delta\phi$  es la fase introducida exclusivamente por la topografía del objeto.

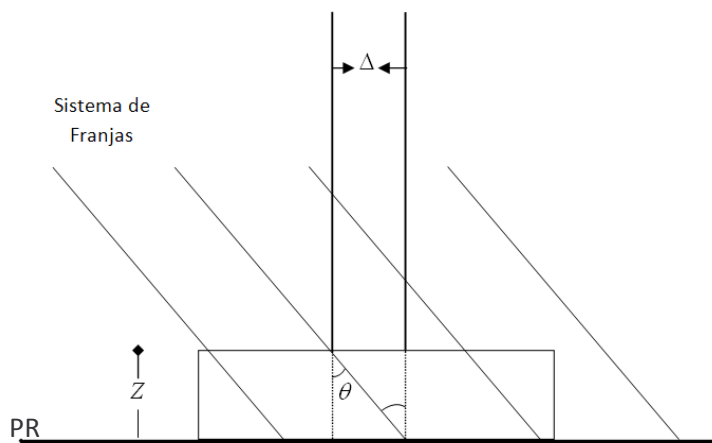
Esta ecuación puede ser escrita, así,

$$I(x_0, y_0) = I_0(x_0, y_0) + A(x_0, y_0)\text{Cos}(\phi) \quad (4)$$

Ahora  $\phi$  es la fase del sistema de franjas, cualquier punto  $(x_0, y_0)$  ha sufrido un desplazamiento en el plano  $(x_0, y_0)$  debido a la altura del cuerpo. Por tanto, la codificación de la información de la topografía del cuerpo está en la función  $\phi$ , y el objetivo del Sistema de Reconstrucción 3D es recuperar dicha función. La Figura 6 muestra como la altura es codificada en las variaciones de la fase para un sistema telecéntrico, debido a la altura  $Z$ , una franja se desplaza  $\Delta = Z \tan \theta$  en el plano del sistema de observación. El valor de la fase se calcula de manera lineal, así,

$$\phi = 2\pi\Delta/P \text{ (rad)}. \quad (5)$$

en situaciones No Telecéntricas la relación entre la fase  $\phi$  y la deformación  $\Delta$  tiene un comportamiento no lineal, dependiendo de la posición del plano.



**Figura 6.** Codificación de la altura  $Z$  en fase en un sistema de proyección de franjas telecéntrico.

### 1.2.2. OBTENCIÓN DE LA FASE DE UN SISTEMA DE FRANJAS

En el sistema de reconstrucción tridimensional de proyección de franjas, es fundamental calcular la fase. Las técnicas más usadas son el método de Transformada de Fourier [2] y el de Corrimiento de Fase (Phase Shifting) [3]. El método de Corrimiento de Fase se basa en determinar la fase partiendo de  $N$  imágenes de franjas a las cuales se les ha introducido un corrimiento constante en un periodo de  $2\pi$ .

La ecuación (4) indica que existen 3 incógnitas:  $I(x_0, y_0)$ ,  $A(x_0, y_0)$  y  $\phi(x_0, y_0)$ . Para calcular la fase  $\phi(x_0, y_0)$  en cada punto de la imagen se requieren por lo menos tres datos en intensidad linealmente independientes. Estos datos se obtienen experimentalmente desplazando las franjas con respecto al cuerpo en una fase adicional  $\phi_i$  en un rango de 0 y  $2\pi$ , definido por,

$$\phi_i = \left( \frac{2\pi}{N} \right) (i-1) \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (6)$$

por tanto, la ecuación (4), puede ser reescrita así,

$$I(x_0, y_0) = I_0(x_0, y_0) + A_0(x_0, y_0) \cos(\phi - \phi_i) \quad (7)$$

utilizando las propiedades ortogonales de las funciones senosoidales, se tiene,

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N I_i \cos(\phi_i) &= \frac{NA}{2} \cos(\phi) \\ \sum_{i=1}^N I_i \sin(\phi_i) &= \frac{NA}{2} \sin(\phi) \\ \sum_{i=1}^N I_i &= NI_0 \end{aligned} \quad (8)$$

donde fácilmente se puede llegar a,

$$\tan(\phi) = \frac{\sum_{i=1}^N I_i \sin(\phi_i)}{\sum_{i=1}^N I_i \cos(\phi_i)} \quad (9)$$

$$\frac{NA}{2} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N I_i \sin(\phi_i)\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N I_i \cos(\phi_i)\right)^2}$$

de esta manera adquiriendo las N imágenes y usando las anteriores ecuaciones se calcula A y  $\phi$  para cada punto  $(x_0, y_0)$ . El procedimiento más utilizado, se realiza con N=4 imágenes, lo cual implica un desplazamiento de franjas de  $\pi/2$  [3], equivalente a  $1/4$  de la separación entre franjas,  $P_0 = 1/f_0$ .

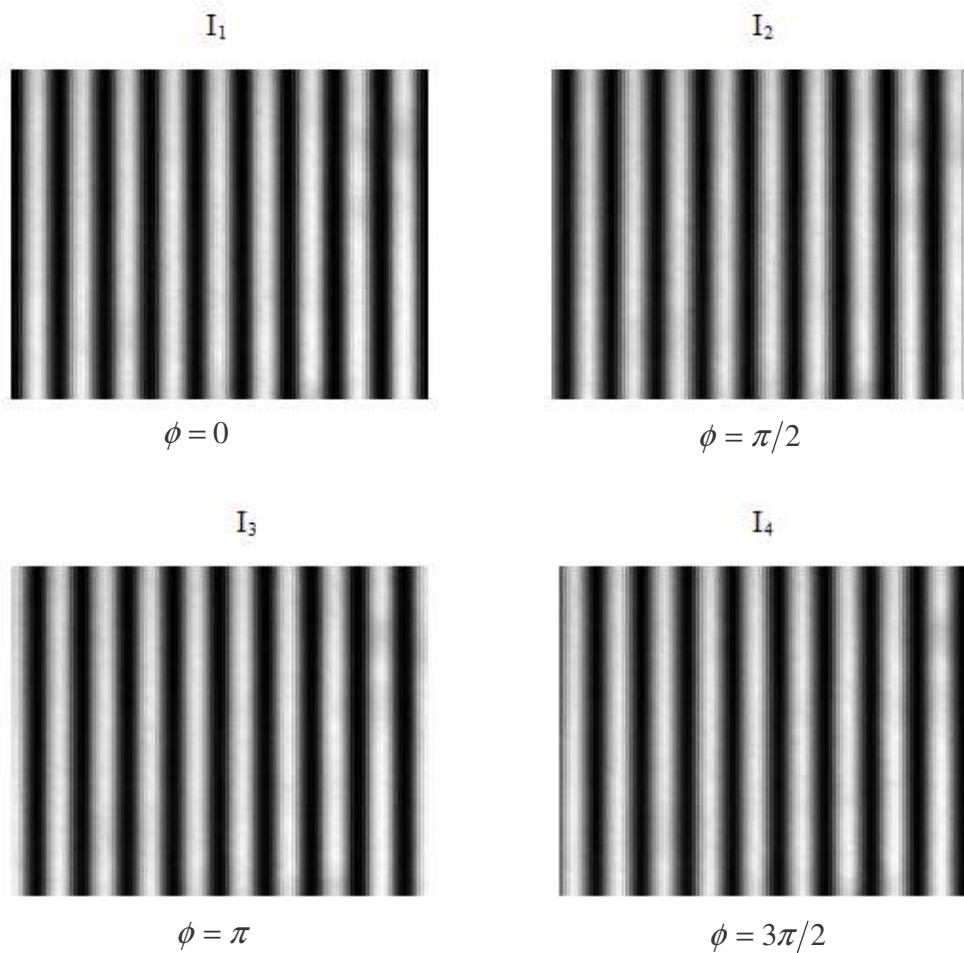
De (9), se puede escribir,

$$\phi = \text{tg}^{-1} \frac{I_4 - I_2}{I_3 - I_1} \quad (10)$$

y el contraste de las franjas sería,

$$2A(x, y) = \sqrt{(I_4 - I_2)^2 + (I_3 - I_1)^2} \quad (11)$$

donde  $I_1$  es la imagen correspondiente para un  $\phi_1 = 0$ ;  $I_2$  a  $\phi_2 = \pi/2$ ,  $I_3$  a  $\phi_3 = \pi$  y  $I_4$  a  $\phi_4 = 3\pi/2$ . Un ejemplo de estas imágenes se puede observar en la Figura 7.

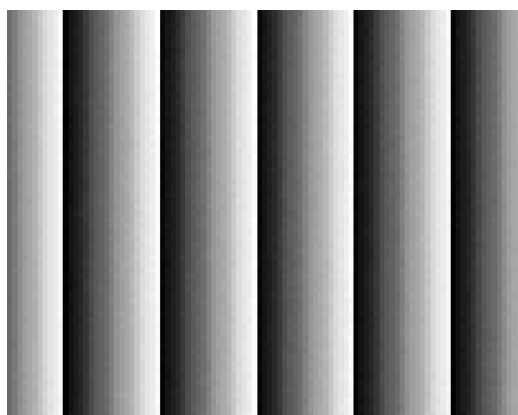


**Figura 7.** Imágenes de Corrimiento de Fase a cuatro Imágenes.

La técnica de Corrimiento de Fase posee una gran ventaja en comparación con el método de Transformada de Fourier debido a que su tratamiento es independiente a la información de los vecinos.

Según la ecuación 10 la fase es calculada usando la función arcotangente la cual es limitada en el rango de  $-\pi$  a  $\pi$ . Esto impone la necesidad de realizar un procedimiento que elimine los puntos de discontinuidad, con el fin de obtener la fase  $\phi(x, y)$  continua. La Figura 8 muestra una fase discontinua obtenida usando la ecuación 10.

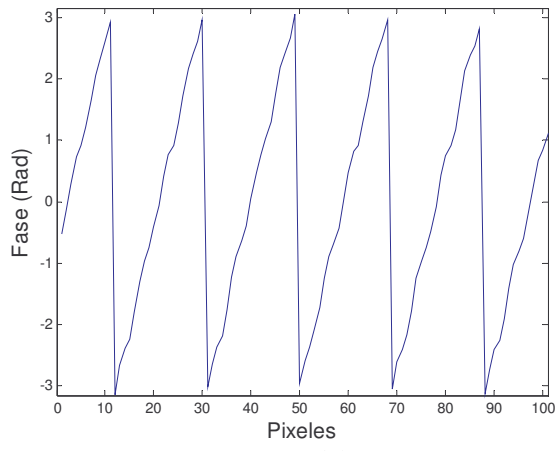




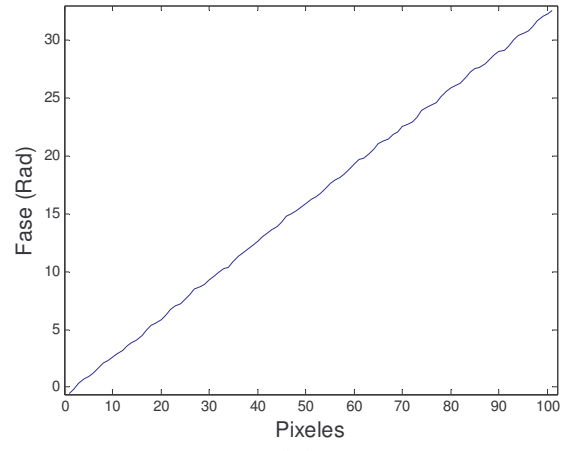
**Figura 8.** Fase discontinua hallada por Corrimiento de Fase.

Como es claro, las discontinuidades de la fase dependen solamente de la función arcotangente y no de la forma del cuerpo (siempre y cuando este sea continuo y no presente zonas de ruido fuertes). Por tanto, es necesario corregir estos saltos de  $\pm 2\pi$  con un método de conversión a fase continua comúnmente llamado “Unwrapping”. Este método consiste en adicionar o restar valores apropiados de  $2\pi$  necesarios para corregir la fase. En la Figura 9(a), se muestra un corte horizontal de la fase discontinua mostrada en la Figura 8, su respectiva fase continua 9(b) y el numero de N veces  $2\pi$  necesarios que fueron sumados para obtenerla, Figura 9(c).

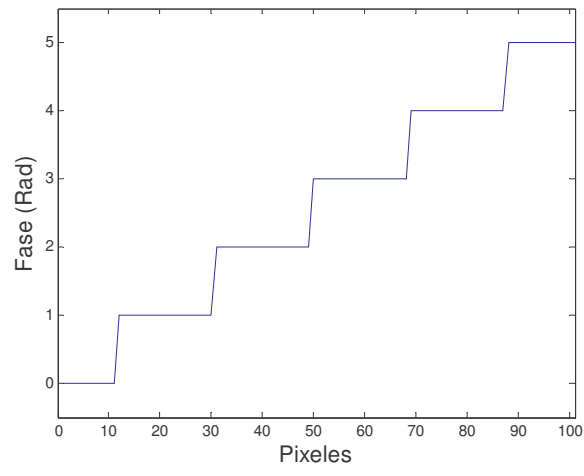
Lógicamente, para el proceso de corrección de fase es necesaria la comparación de vecinos para obtener la fase continua. En situaciones experimentales, la influencia de ruido, bajo contraste y la presencia de discontinuidades en el objeto pueden generar alteraciones en la fase continua que afectarán la reconstrucción tridimensional. Para enfrentar esto, varios autores han desarrollado algoritmos que sean inmunes a diversos tipos de influencias en la corrección [4].



(a)



(b)



(c)

**Figura 9.** (a) Fase Discontinua, (b) Fase continua, (c) Valores enteros adicionados para hallar la fase continua.

### 1.2.3 ALGORITMOS DE CORRECCIÓN DE FASE

Los algoritmos de corrección de fase utilizados en este proyecto fueron los algoritmos clásicos y los que usan como criterio de desdoblamiento la primera derivada.

#### 1.2.3.1. ALGORITMO CLÁSICO

En este algoritmo los puntos de discontinuidad son identificados y corregidos a partir de valores de la fase discontinua  $\phi_d$  de puntos vecinos. Así, para una imagen de MxN pixeles, se puede obtener la fase continua  $\phi_c$  en dos etapas. Una primera corrección en la dirección de las columnas,

$$\begin{aligned} si \quad & |\phi_d(i, j+1) - \phi_d(i, j)| \geq 2\pi D \\ & \phi_c(i, j+1) = \phi_d(i, j+1) + 2\pi s \end{aligned} \quad (12)$$

donde D es definido experimentalmente y es usado como criterio para detectar saltos de fase originados por la función arcotangente y evitar saltos de fase causados por ruidos en la fase o discontinuidades del objeto. La variable s puede tomar valores de 1 o -1 dependiendo del sentido de la discontinuidad.

Posteriormente es necesario realizar una segunda corrección en dirección de las filas,

$$\begin{aligned} si \quad & |\phi_d(i+1, j) - \phi_d(i, j)| \geq 2\pi D \\ & \phi_c(i+1, j) = \phi_d(i+1, j) + 2\pi s \end{aligned} \quad (13)$$

Cuando el contraste A del sistema de franjas, ecuación 11, es pequeño, es bastante probable que se presenten errores en la corrección de la fase, por tanto es conveniente utilizarla como criterio de selección de áreas para realizar la corrección de la fase. Así,

calculando el contraste de la fase  $A(x_0, y_0)$  es posible obtener una máscara con valores binarios 1 o 0 dependiendo del valor del contraste, comparado con un umbral, valores más bajos o iguales al umbral son considerados no validos (valor 0). De esta manera el procedimiento descrito en las ecuaciones 12 y 13 se realiza al interior de la máscara con pixeles validos (valor 1).

### 1.2.3.2. ALGORITMO DE LA PRIMERA DERIVADA

El algoritmo de la primera derivada corrige la fase discontinua de un sistema de franjas que presenta cierto nivel de ruido y un contraste bajo. Igualmente, una máscara de validación indica las regiones de interés. Como en la sección anterior, la fase es relativa a un punto dado. Así los puntos vecinos van a ser corregidos a partir de este y estos se convierten en puntos fuentes. Es decir, si un punto  $p_1$  es el punto fuente y el punto actual es  $p_2$ , al cual se desea hallar la fase continua  $\phi_c(p_2)$ , esta dependerá del valor de la fase discontinua tanto en  $p_1$  como en  $p_2$  y de la fase continua en  $p_2$  [5]. Es decir,

$$\begin{aligned}\phi_c(p_2) &= \phi_c(p_1) + G(p_2 - p_1) \\ G(p_2 - p_1) &= W\{\phi_d(p_2) - \phi_d(p_1)\}\end{aligned}\tag{14}$$

siendo  $G(p_2 - p_1)$  es el gradiente local de módulo  $2\pi$  y  $W$  es el operador de fase discontinua, tal que  $W\{\phi_c\} = \phi_d$ . Este procedimiento se aplica para cada punto de la región de interés.

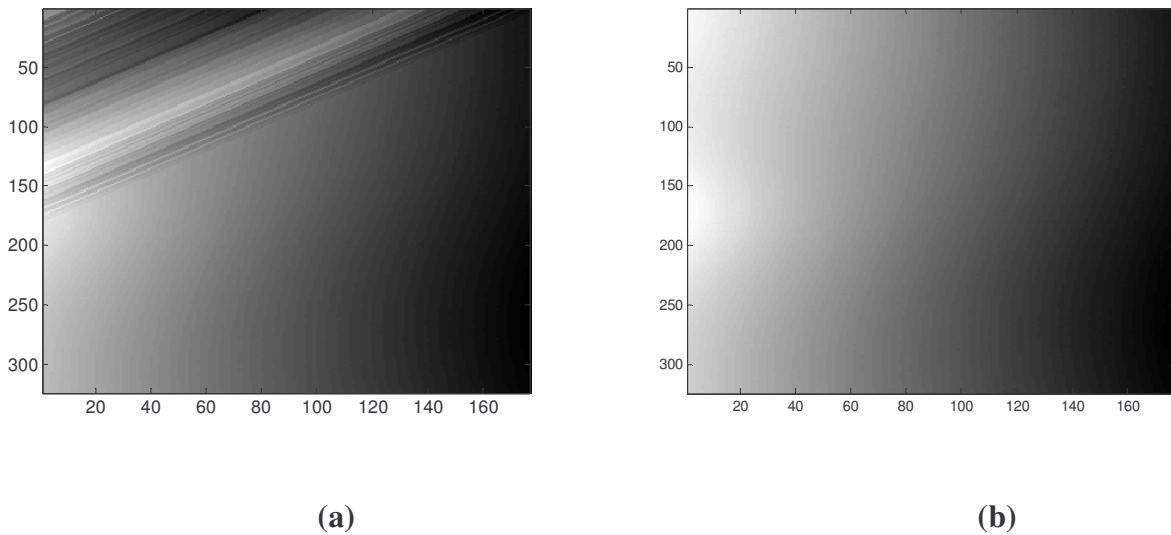
El algoritmo funciona de la siguiente forma [5]:

1. Selección de un punto inicial
2. Los N puntos vecinos no corregidos de la región de interés son ordenados en función del gradiente local de módulo  $2\pi$ . Los M primeros son corregidos y añadidos a una lista de control.

3. El primer punto de la lista de control se extrae. Si este es tratado, el se convierte en un punto fuente, hasta que encuentre un punto no tratado, así hasta llegar al final de la lista. Al llegar al último elemento, se salta al ítem 5.
4. Volver al ítem 2.
5. Terminar

$N$  representa el número de vecinos y  $M$  un valor entre 1 y  $N$ . [5]

En la Figura 10, se observa el desempeño de los dos métodos de desdoblado de fase mencionados anteriormente. La fase continua hallada corresponde a la proyección de franjas sobre la piel humana.



**Figura 10.** (a) Fase continua hallada por el algoritmo clásico, (b) Fase continua hallada por el algoritmo de la primera derivada.

El criterio para definir que algoritmo utilizar depende del tipo de objeto que se quiera reconstruir, si es un cuerpo con una topografía suave es conveniente usar el algoritmo clásico, debido a que su eficiencia en tiempo de procesamiento es superior; pero si el

cuerpo posee posibles fuentes de error en el desdoblamiento, como es el caso de la piel, es conveniente utilizar el algoritmo basado en la primera derivada.

### **1.3. ANÁLISIS FRECUENCIAL DEL SISTEMA PROYECTOR DE FRANJAS**

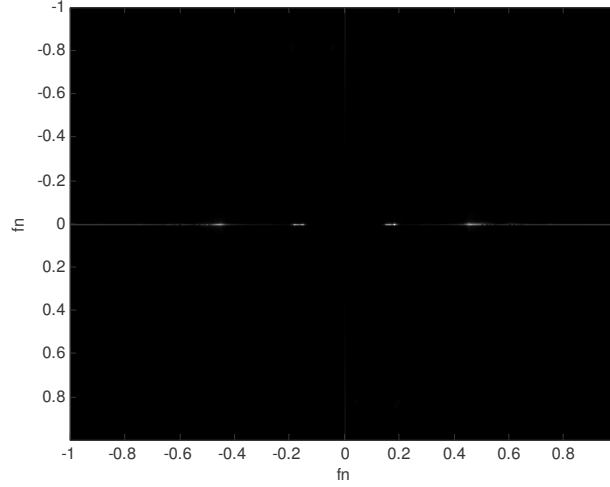
Al utilizar un sistema de proyección de franjas que no son perfectamente senosoidales, como es el caso de la proyección utilizando una LCD, la fase recuperada tiene influencia de los armónicos debido a que el modelado matemático del sistema se basa en funciones senosoidales perfectas. Dichos armónicos se propagan a lo largo del proceso de reconstrucción.

A continuación se explica de donde se originan y se presentan dos métodos comúnmente utilizados para disminuir su efecto.

#### **1.3.1. FILTRADO PASABAJO A PARTIR DE LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA ÓPTICA (FTO)**

Al analizar el contenido frecuencial de un sistema de franjas sobre un plano de referencia, tal como se ve en la Figura 11, en donde se muestra la transformada de Fourier de una imagen de franjas, es clara la presencia de armónicos diferentes a la frecuencia de proyección. Estas frecuencias corresponden principalmente a armónicos provenientes de la red rectangular que proyecta la matriz LCD del Video Beam, que no son filtradas por la función de transferencia óptica del sistema de proyección y de observación [5].

A continuación, se presenta la influencia de los componentes frecuenciales y la posibilidad de reducirlos.



**Figura 11.** Transformada de Fourier del sistema de franjas sobre un plano de referencia.

Utilizando el desarrollo de series de Fourier, la función de transferencia del patrón rectangular producido por la matriz LCD del Video Beam dada por la ecuación 1, puede ser escrita como,

$$T(x_p, y_p) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{2\pi n x_p}{P}\right) \quad (15)$$

donde

$$A_n = \frac{\sin\left(n \frac{\pi}{2}\right)}{n \frac{\pi}{2}} \quad (16)$$

De la misma manera, la intensidad luminosa reflejada por el objeto en el plano imagen de la cámara será [5]:

$$I(x, y) = I_0(x, y) + A(x, y) \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\phi(x, y)) + I_p(x, y) \quad (17)$$

siendo  $I_p(x, y)$  la intensidad del ruido aditivo.

Es claro que el método de recuperación de fase se ha desarrollado para sistema de franjas senosoidales. Así, las frecuencias diferentes a la frecuencia central del sistema de proyección introducen errores en el cálculo de la fase. La reducción de la amplitud de estos componentes, se puede lograr cambiando la función de transferencia del sistema óptico y/o utilizando un filtrado digital sobre las imágenes.

Como los sistemas ópticos iluminados con luz incoherente son lineales en intensidad, se puede variar la función de transferencia óptica (FTO) para realizar un filtrado adicional selectivo al contenido frecuencial del sistema de franjas. Una manera simple de cambiar la FTO, es modificar la abertura del diafragma del sistema, que introduce una pérdida de focalización. Así, el plano de observación es desplazado a una distancia  $\Delta z$  de su plano conjugado [5]. Utilizando la teoría de difracción se puede calcular la FTO en función de  $\Delta z$  y demostrando que cuando la longitud de desenfoque es muy grande ( $\Delta z \gg \lambda$ ), los valores de la FTO se reducen a los valores que prevee la óptica geométrica, [6]. Para este caso, la respuesta al impulso del sistema es un disco de diámetro,

$$d = \Delta z \frac{D}{d_i} \quad (18)$$

donde  $D$  es el diámetro de la abertura del diafragma, y  $d_i$  es la distancia a la imagen.

La FTO está definida como la transformada de Fourier de la respuesta al impulso,

$$\overline{H(f)} = \frac{2J_1(\pi d f)}{\pi d f} \quad (19)$$

siendo  $J_1$  es la función de Bessel de orden 1, su primer cero se encuentra en  $1,22/d$ , donde  $d$  está en función de  $\Delta z$ .

Utilizando las ecuaciones anteriores, la distribución de intensidad del sistema de franjas para el sistema de observación, se escribe,



$$I(x, y) = I_0(x, y) + A(x, y) \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\phi(x, y)) \quad (20)$$

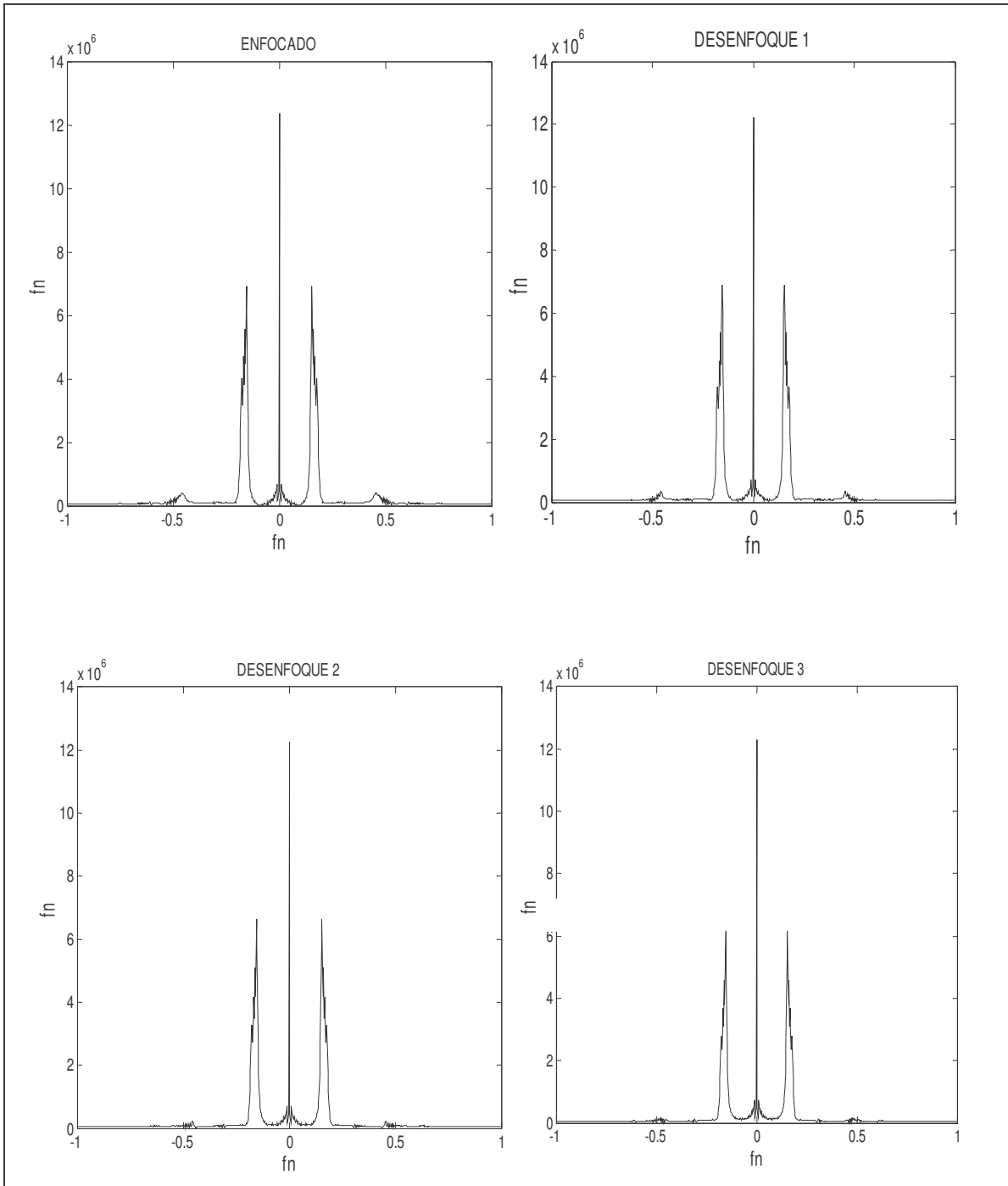
siendo,

$$C_n = 2A_n \frac{J_1(\pi n f_0)}{\pi n f_0} ; f_0 = 1/P \quad (21)$$

Con el fin de ilustrar la influencia del desenfoque de la proyección de la LCD, la Figura 12 muestra el perfil central de la Transformada de Fourier del sistema de franjas para diferentes posiciones del plano de enfoque del proyector; donde en términos de desenfoque se cumple:

$$DESENFOQUE3 > DESENFOQUE2 > DESENFOQUE1$$

De la Figura 12, se observa que cuando no existe  $\Delta z$  en el proyector, es decir “el sistema está enfocado”, son visibles la frecuencia central y el tercer armónico de este. Se nota que a medida que aumenta el desenfoque, la amplitud de este componente frecuencial disminuye. Por lo que se demuestra que cierto desenfoque, reduce la amplitud de los armónicos del perfil de intensidad de las franjas.



**Figura 12.** Influencia del desenfoco del sistema proyector sobre el contenido frecuencial,  $f_n$ : frecuencia normalizada.

### 1.3.2. SISTEMA DE FRANJAS NO SENOSIDALES

A partir de la ecuación (20) se puede escribir la intensidad del sistema de franjas sobre el plano de referencia como,

$$I_i(x, y) = I_0(x, y) + A(x, y) \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(\phi_n(x, y) + 2\pi n/N) \quad (22)$$

donde  $\phi_n = n\phi_1$ ,  $\phi_1 = \phi$ . Utilizando la ecuación (9) se puede demostrar que,

$$\tan(\phi') = \frac{B_1 \sin(\phi_1) - \sum_{m=1}^{\infty} B_{mN-1} \sin(\phi_{mN-1}) + \sum_{m=1}^{\infty} B_{mN+1} \sin(\phi_{mN+1})}{B_1 \cos(\phi_1) - \sum_{m=1}^{\infty} B_{mN-1} \cos(\phi_{mN-1}) + \sum_{m=1}^{\infty} B_{mN+1} \cos(\phi_{mN+1})} \quad (23)$$

siendo  $\phi'$  es la fase del sistema de franjas,  $\phi_1$  es la fase de la frecuencia central y  $\phi_{mN-1}$  es la fase de la componente  $mN - 1$ .

Por consecuencia, los errores son introducidos por las frecuencias armónicas  $mN \pm 1$ . Para  $N=4$  los armónicos 3, 5, 7, 9,... son responsables de los errores en la fase [5]. Debido a que los componentes de orden superior a 5 son despreciables en comparación con el orden central, la ecuación (23) se convierte en,

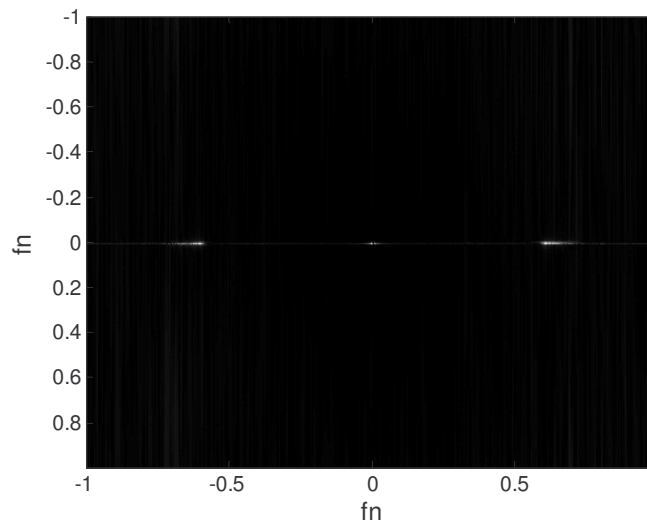
$$\tan(\phi') \cong \tan(\phi_1) \left( 1 - \frac{B_3 \sin(\phi_1 + \phi_3)}{B_1 \sin(\phi_1) \cos(\phi_1)} \right) \quad (24)$$

si se define el error, como

$$\delta\phi \cong \sin(\phi' - \phi_1) = \frac{B_3}{B_1} \sin(4\phi_1) \quad (25)$$

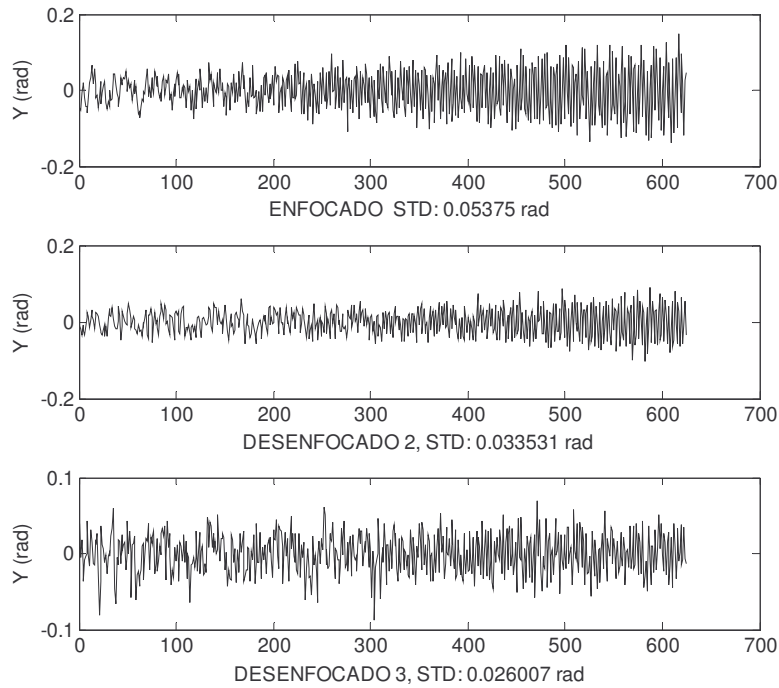
el tercer armónico introduce un error de fase,  $\delta\phi$ , senosoidal equivalente a cuatro veces la frecuencia del sistema de franjas. Así, que si las franjas de paso P son proyectadas sobre el plano de referencia, el error será de forma senosoidal de paso medio P/4, y su amplitud de  $B_3/B_1$ .

Este error se puede observar cualitativamente en la Figura 13, la cual presenta la transformada de Fourier de la diferencia entre la fase continua de un sistema de franjas no filtradas proyectadas sobre un plano y la fase ideal para el mismo.



**Figura 13.** Contenido frecuencial del error de fase.

El error de la fase puede verse también en función del desenfoque del sistema de proyección. En la Figura 14 se presenta el error de la fase para tres enfoques de la Figura 12, este error es la variación de la fase continua para las franjas proyectadas sobre el plano de referencia con respecto al comportamiento ideal de la fase de un plano. Es evidente como la desviación estándar de este error disminuye a medida que el desenfoque aumenta.



**Figura 14.** Variación de la desviación estándar del error de fase por efecto del desenfoque.

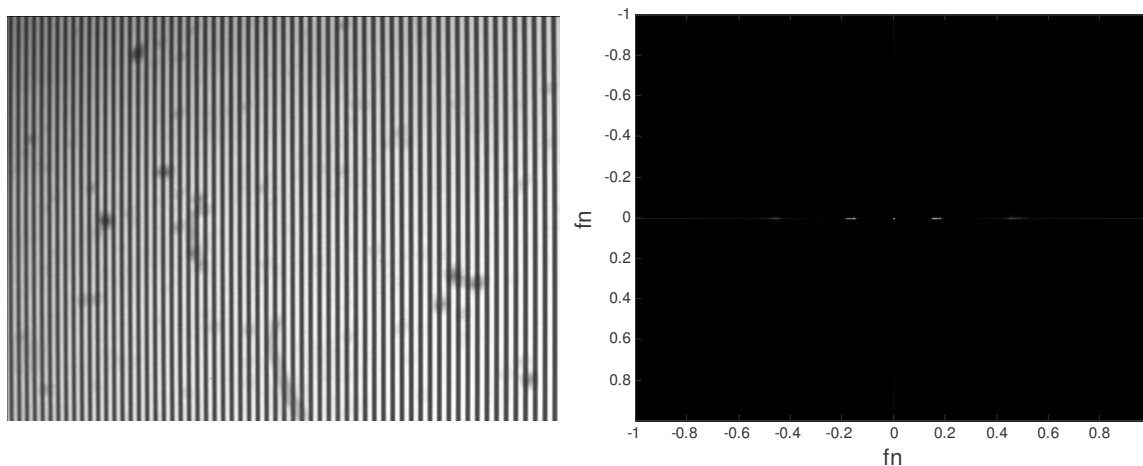
### 1.3.3. FILTRADO PASABAJO DIGITAL

Las frecuencias que no pueden ser eliminadas por ayuda de la FTO, pueden ser reducidas por procedimientos digitales. Un procedimiento bastante usado en el procesamiento digital de imágenes es el filtrado en el dominio frecuencia comúnmente conocido como “Filtrado por Transformada de Fourier”.

Este filtrado se relaciona directamente con la frecuencia espacial de la imagen, al presentarse cambios suaves se presentan frecuencias espaciales bajas y si existen cambios bruscos existirán frecuencias espaciales altas [7]. Debido a que las franjas

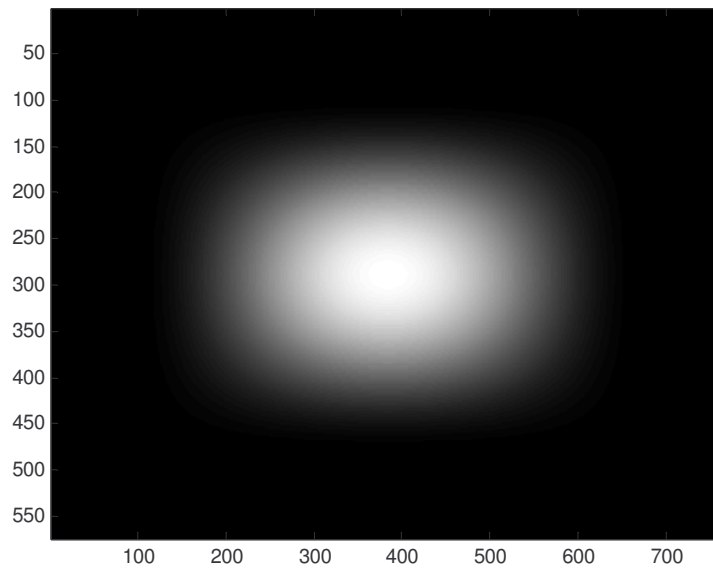
proyectadas por nuestro sistema no son senosoidales, ellas presentan frecuencias espaciales altas que en correspondencia con la sección 1.3.2, es el tercer armónico.

Como es bien conocido, la Transformada de Fourier de una imagen visualiza cuantitativamente las frecuencias espaciales. Una imagen de la proyección del sistema de franjas y su respectiva Transformada de Fourier (TF) se muestra en la Figura 15; donde se ven claramente el orden central, el armónico correspondientes a la frecuencia espacial de las franjas y el tercer armónico proveniente de la forma no senoidal de las franjas, (Figura 15.b). Para visualizar estos armónicos de orden superior se atenuaron levemente los ordenes dominantes.



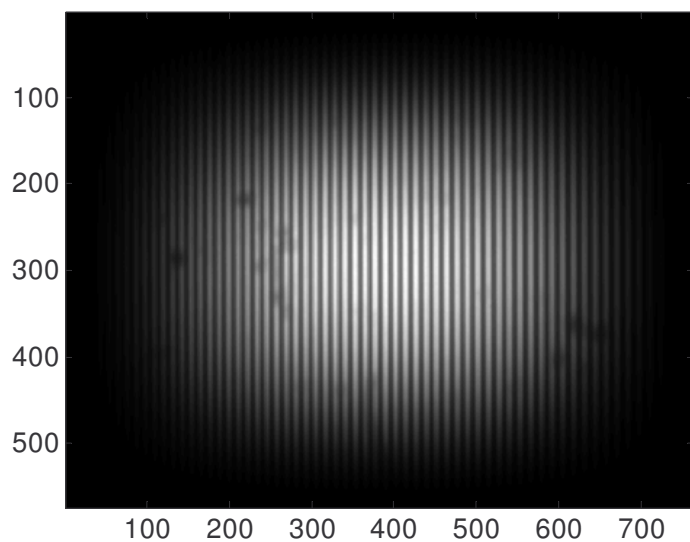
**Figura 15. (a)** Imagen de las franjas proyectadas sobre un plano de referencia, **(b)** Transformada de Fourier de la imagen (a).

Si se atenúan los órdenes superiores de la TF de la Figura 15 (b), se disminuye así la presencia del cuarto armónico en el error de fase (ecuación 25). La forma tradicional de realizar el filtrado, es utilizar una máscara que al multiplicarse con la TF y realizar la TF inversa logre atenuar los armónicos deseados; un ejemplo de esta máscara se presenta en la Figura 16.



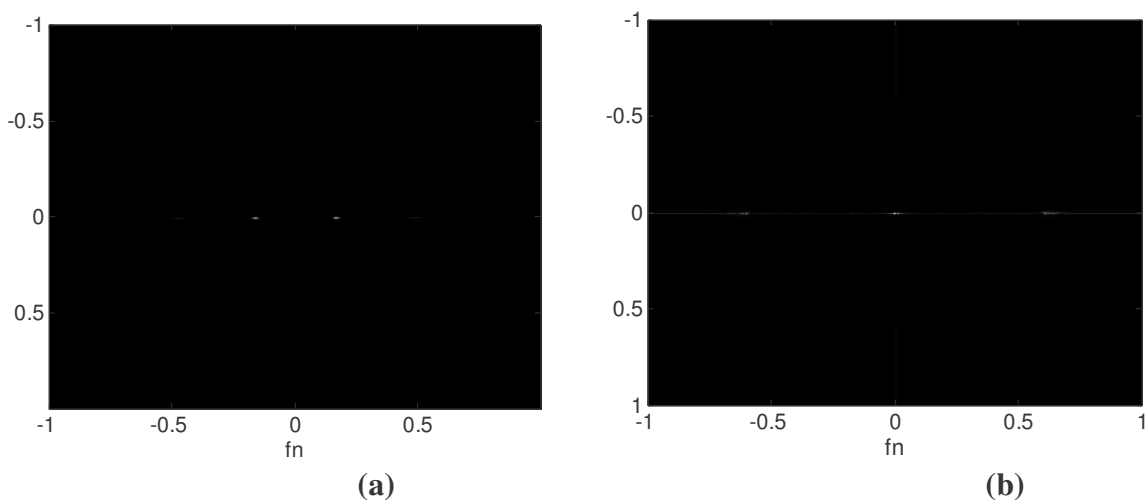
**Figura 16.** Máscara para realizar el filtrado.

El paso siguiente es pasar del dominio de la frecuencia al dominio del espacio recuperando así la imagen filtrada, tal como se muestra en la Figura 17 donde se realizó un filtrado de la imagen de las franjas de la Figura 15.a, utilizando la máscara de la Figura 16 y se aplicó también una atenuación de la información encontrada en los extremos de la imagen con el fin de disminuir errores por efecto de borde y por el hecho mismo de pasar por un algoritmo bidimensional de TF.



**Figura 17.** Resultado del filtrado de la imagen de la Figura 13.a

Si se realiza este mismo filtrado sobre las imágenes de corrimiento de fase que dieron como resultado la Figura 11, se obtiene una disminución en el tercer armónico de la TF de la imagen y por ende una atenuación en el error de fase, es decir, la presencia del cuarto armónico (Figura 18).



**Figura 18.** (a) TF de la imagen de la figura 14. (b) Disminución del error dado por la ecuación (24), al utilizar filtrado por TF.



El análisis anterior permite tener claro el funcionamiento de ciertos fenómenos presentes en el Sistema de Reconstrucción 3D por Proyección de Franjas, y así trazar el camino hacia un procedimiento con parámetros adecuados para un óptimo desempeño del sistema tanto en la configuración de los elementos como en el tratamiento de las imágenes adquiridas.

## CAPÍTULO 2

### PROYECCIÓN DE FRANJAS: SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN 3D

En el capítulo anterior se revisaron los fundamentos en los que se basa el método de proyección de franjas, la obtención de la fase continua, y la influencia de los armónicos de orden superior en un sistema de franjas rectangular. En este capítulo se presentará el esquema del sistema de reconstrucción implementado, el proceso de calibración experimental y el procedimiento completo de Reconstrucción Tridimensional de un objeto. De igual forma, se realizará el análisis metrológico del Sistema de Reconstrucción acompañado de algunos resultados que muestran el desempeño del sistema.

#### 2.1. SISTEMA ÓPTICO DE RECONSTRUCCIÓN 3D POR PROYECCIÓN DE FRANJAS

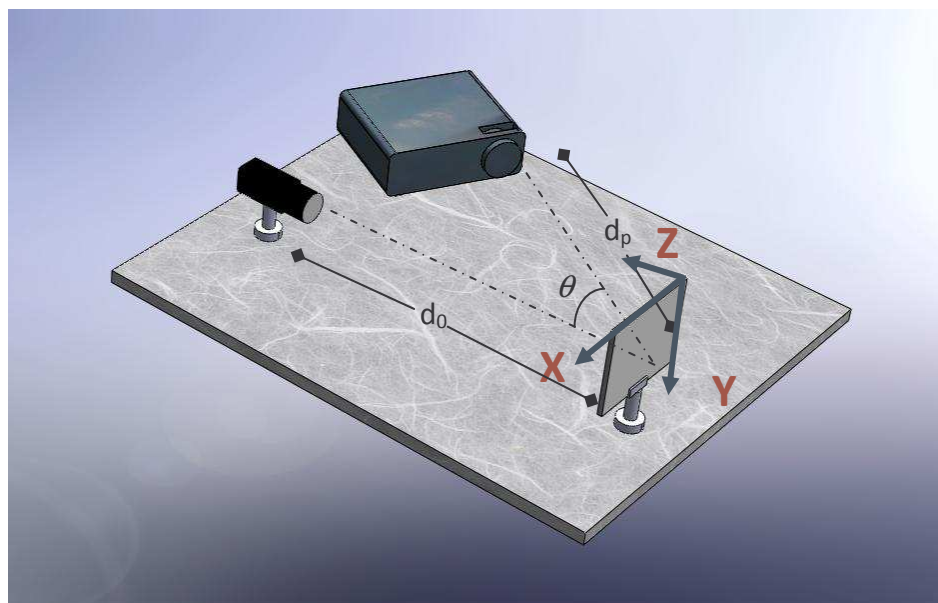
El Sistema Óptico de Reconstrucción 3D (Figura 19), está conformado por un sistema de proyección y un sistema de observación. El sistema de observación es una cámara CCD SONY XC-ST50 con un objetivo de focal 16 mm, ubicada a una distancia  $do=370mm$ , obteniendo un campo de observación de 125.45x94.48 mm. Las características principales de la cámara se encuentran en la Tabla 2. El plano de focalización de la CCD es llamado plano de referencia. El sistema de proyección es un Video Beam Mitsubishi SL4U con una pantalla de cristal líquido de 800x600 pixeles y un objetivo de proyección de focal  $f = 23 - 27$  mm. Buscando el paso de proyección más pequeño, la distancia de proyección  $dp$  es de 570 mm. El ángulo entre los ejes ópticos de los sistemas formadores de imágenes es  $\theta$  y su valor aproximado es de 45 grados. Con la

configuración indicada se induce el desenfoque al proyector a un valor empírico llamado en la sección 1.3.1 como “DESENFQUE2”, el cual generó las imágenes de proyección de franjas que produjeron la Figura 15.b. Este desenfoque es suficiente y necesario para modificar la FTO y obtener los efectos mencionados en dicha sección.

No. PIXELES EFECTIVOS	768(H)x494(V)
TAMAÑO DE PIXEL	8.4(H)x9.8(V)
MONTURA DELENTE	Montura C

**Tabla 2.** Características Principales de la Cámara CCD SONY XC-ST50

Un programa desarrollado en Matlab genera y desplaza controladamente el sistema de franjas de Corrimiento de Fase a cuatro imágenes (Figura 7).



**Figura 19.** Esquema del Sistema Óptico de Reconstrucción 3D implementado.

## 2.2. PROCEDIMIENTO DE CALIBRACIÓN EXPERIMENTAL DE LA COORDENADA Z.

Generalmente, para obtener la altura de un punto de la superficie del cuerpo, coordenada Z (Figura 19), se utiliza la ecuación de codificación de la altura en la fase. Esta ecuación depende de los parámetros del sistema óptico, tales como: el paso de proyección, ángulo entre ejes ópticos de proyección y observación, y el factor de ampliación del sistema de observación. Estos datos se relacionan entre sí partiendo de las ecuaciones básicas de formación de imágenes de la óptica geométrica, obteniendo una ecuación no lineal que asocia la fase introducida por la topografía del cuerpo y su distribución de alturas [1]. El error en la medida de la altura depende, principalmente, del error al medir los parámetros del montaje y del modelo matemático utilizado. Cuando la precisión que se busca no es fuertemente considerable, se puede simplificar la ecuación y utilizar la aproximación lineal, obteniendo:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \tan \theta}{P} Z \quad (26)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo entre ejes ópticos, P es el paso promedio medido sobre el plano de referencia y Z es la altura del punto. Esta ecuación es conocida como Aproximación Telecéntrica, debido al modelo telecéntrico utilizado [1] (Figura 6).

En el caso del Sistema de Reconstrucción 3D implementado, las condiciones de telecentricidad y el error que se tendría al medir los parámetros del montaje ( $\theta$  y P), hacen que la ecuación (26) sea inviable para relacionar la fase y la altura Z en el sistema. Por tanto, se hace necesario realizar un procedimiento de calibración experimental que relacione la fase  $\phi$  en función de la altura Z.

La disposición experimental para realizar la calibración de la coordenada Z consiste en ubicar un plano en el plano de referencia. Este montaje posee un sistema de desplazamiento de dos motores computarizados en la dirección del eje Xc y Zc (Figura

20), con una resolución de  $1\ \mu\text{m}$ , para un rango de trabajo máximo de 37 cm en ambas direcciones, de los cuales se utilizaron solamente 6 cm en el eje  $Z_c$ , definiendo así el rango de medida en  $Z$  para el Sistema de Reconstrucción.

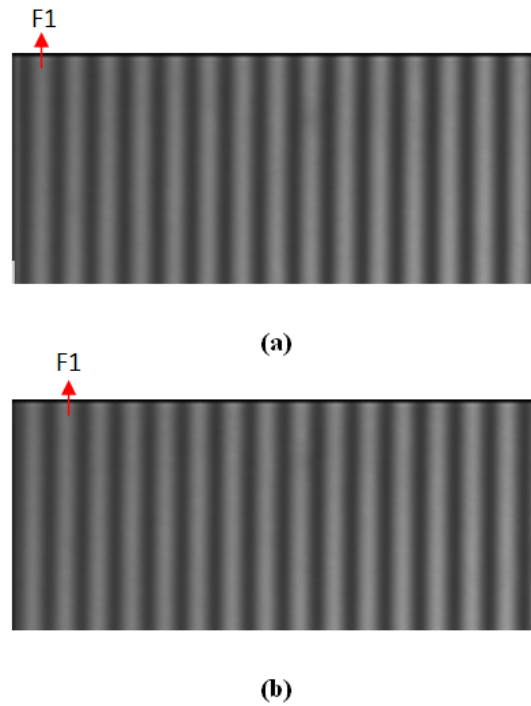
Para el control automático de los motores se utilizó un protocolo de comunicación RS232 entre el computador y el sistema de control del motor (Unidad controladora de movimiento MM3000 de Newport), con el fin de transmitir los datos necesarios para su configuración, como: la velocidad, aceleración, unidades de posicionamiento y el valor del desplazamiento que se deseó efectuar.



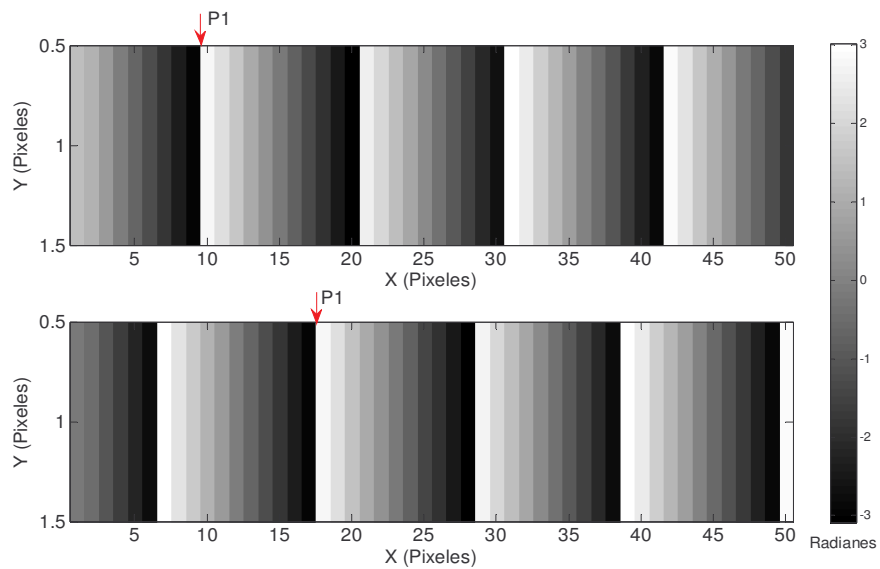
**Figura 20.** Disposición experimental para la calibración de la coordenada  $Z$ .

El proceso de calibración de la altura  $Z$ , consiste en desplazar el plano de referencia a intervalos  $\Delta Z$  conocidos, generando que cada punto del sistema de franjas se traslade de forma horizontal debido al movimiento del plano (Figura 21). Si se calcula la fase de este plano y se compara con la fase del mismo en el origen  $Z$  (Figura 22), se nota claramente que cada punto de la fase también ha sufrido desplazamientos en el plano de la imagen por el efecto del desplazamiento  $Z$ . Estos desplazamientos en el plano también se irradian a la fase continua en incrementos constantes de fase (Figura 23). De

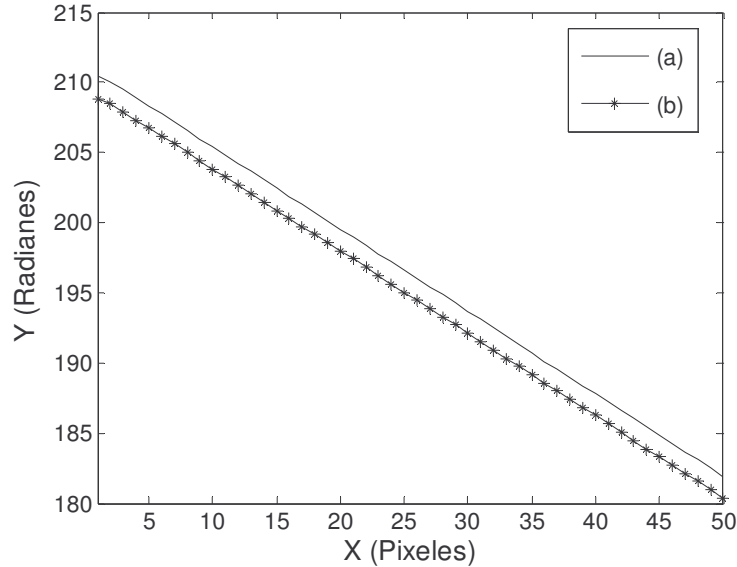
esta manera, es posible relacionar las variaciones de fase con la altura introducida en términos de  $\Delta Z$ . Esta relación es llamada curva experimental de calibración.



**Figura 21.** Corrimiento de la franja F1 por el desplazamiento, (a)  $Z=0\mu\text{m}$  (b)  $Z=500\mu\text{m}$ .



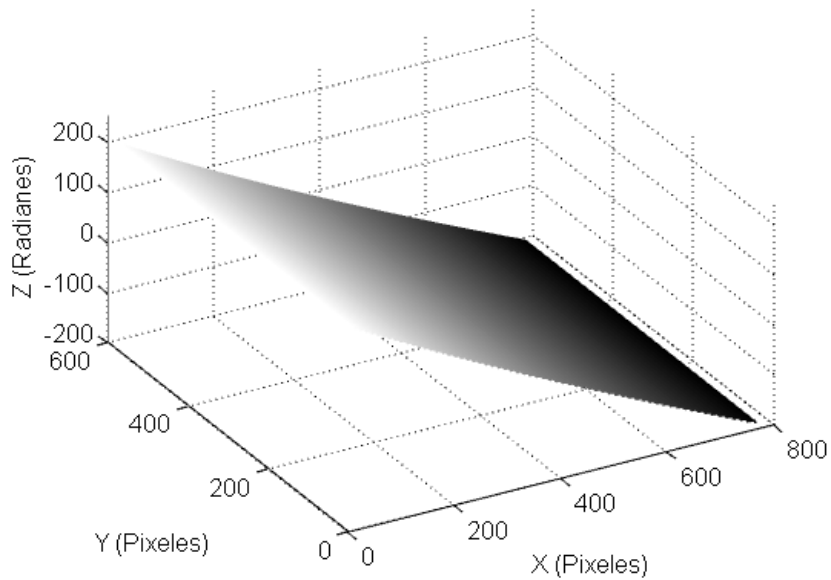
**Figura 22.** Desplazamiento del punto P1 de la fase discontinua debido al desplazamiento, (a)  $Z=0\text{ um}$ , (b)  $Z=500\text{ um}$ .



**Figura 23.** Cortes transversales de planos inclinados de fase continua debido al desplazamiento **(a)**  $Z=0$   $\mu\text{m}$ , **(b)**  $Z=500$   $\mu\text{m}$ .

Para la calibración se efectúan desplazamientos controlados del plano de referencia a valores  $\Delta Z = 500 \mu\text{m}$ , haciendo un recorrido total desde  $-3$  cm hasta  $3$  cm, tomando como origen la posición de máximo enfoque de la cámara. Para cada  $\Delta Z$  se proyectan y se almacenan las cuatro imágenes de franjas sobre el plano, desfasadas un valor  $\pi/2$ . Las imágenes se filtran en el dominio frecuencial, tal como se explica en la sección 1.3.3. Para cada desplazamiento  $\Delta Z$  se recupera la fase y su respectiva fase continua que tiene forma de plano inclinado, como se puede apreciar en las Figuras 9(b) y 24. Estas fases continuas se obtienen aplicando el algoritmo clásico de desdoblamiento, partiendo de un punto fijo de referencia para todas las fases. En el proceso de calibración realizado se escogió el píxel central de la imagen como punto de referencia.

Como la fase inicia su desdoblamiento siempre desde el mismo punto, el desplazamiento  $\Delta Z$  hace que este punto tenga un valor mayor o menor (dependiendo de la dirección del desplazamiento) a medida que se modifica el valor  $Z$ , esto se refleja en un cambio de altura del plano inclinado (Figura 23).

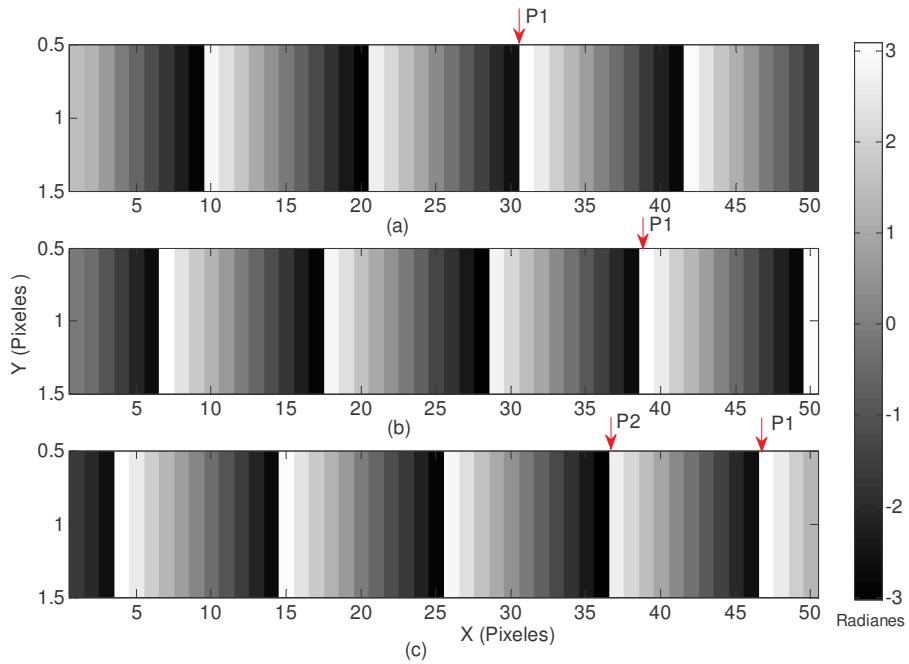


**Figura 24.** Fase Continua para  $Z=0$  um.

A medida que se van realizando los corrimientos  $\Delta Z$ , las franjas se van desplazando en el plano hasta un punto donde este desplazamiento es mayor que el paso  $P$  del sistema de franjas, ocasionando un salto de  $2\pi$ . La Figura 25 representa claramente la confusión que tendrá el sistema en la fase por efecto de la discontinuidad de la función cotangente. Las Figuras 25 (a), (b) y (c) muestran la fase discontinua para tres desplazamientos en  $Z$ . Se evidencia el desplazamiento en el plano de las franjas al observar la franja  $P1$  en las tres imágenes, pero el desplazamiento en  $Z$  que causa el cambio de la figura (b) a (c), podría confundir  $P2$  en (c) con  $P1$  en (b). Esta confusión es causada por la presencia de saltos de discontinuidad de la fase inducidos por los desplazamientos en  $Z$  del plano de referencia.

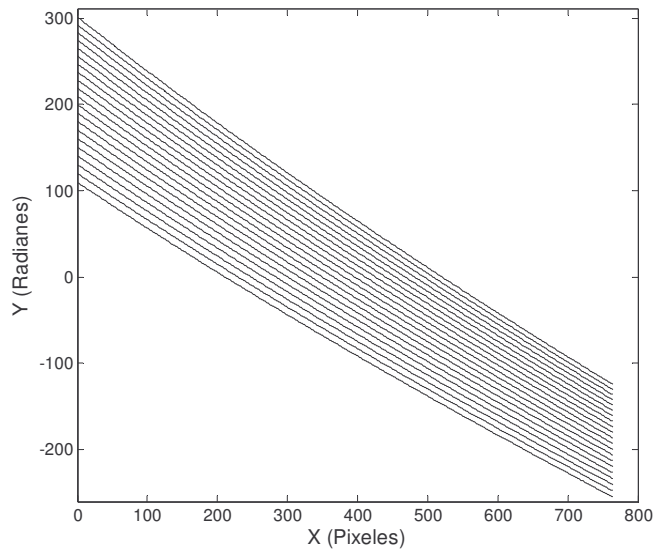
Dicha confusión también es propagada en forma de saltos a los planos inclinados de fase continua.





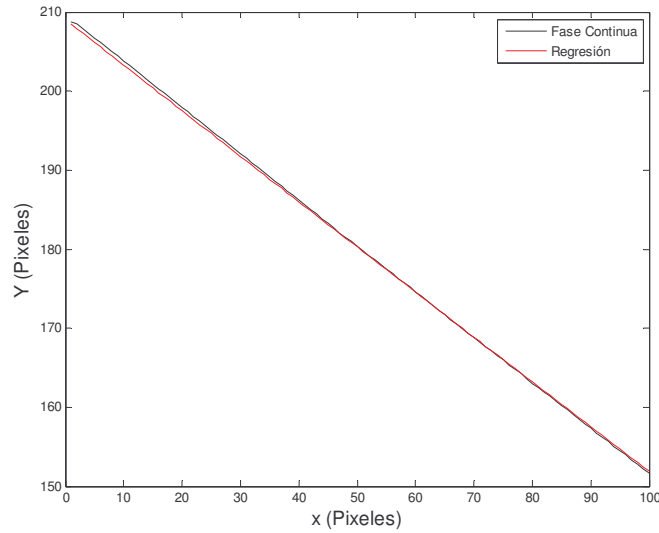
**Figura 25.** Representación de la confusión en la fase por el desplazamiento Z, por la discontinuidad de la función cotangente. (a) Z=0 um, (b) Z=500 um, (c) Z=1000 um

Para corregir este inconveniente, se aprovecha los puntos de referencia de todas las fases continuas halladas y se detectan los saltos para hacer la debida corrección sumando a todo el plano inclinado un valor de  $\pm N2\pi$ , de tal forma que los planos tengan una tendencia creciente en función del incremento de Z. En la Figura 26 se presentan cortes transversales de algunos planos inclinados de fase continua utilizados en el proceso de calibración.



**Figura 26.** Cortes transversales de algunos planos inclinados de fase continua corregidos, utilizados en el proceso de calibración.

Por otra parte, al ver detalladamente el perfil de un plano de calibración para un valor  $Z$  (Figura 27), se observa claramente la presencia de ondulaciones debido al efecto de las franjas no perfectamente senosoidales. Por tanto, haciendo una aproximación cuadrática bidimensional, se tiene un plano perfecto que posee la tendencia de la fase (Figura 27). Esto es posible porque se conoce la forma de la fase de una superficie plana.



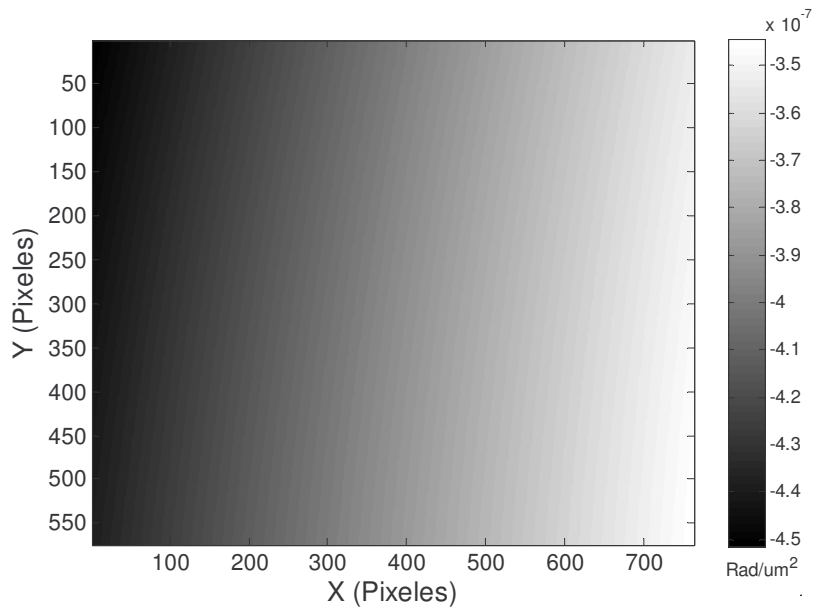
**Figura 27.** Perfil del plano de calibración  $Z=500$  um, y su respectivo perfil del mejor plano para  $Z=500$  um.

Como se ha mencionado a lo largo de este capítulo, la fase es una variable relativa y para la calibración de esta se debe tener siempre en cuenta una fase de referencia, en este caso es la fase del sistema de franjas del plano ubicado en  $Z=0$  um. Restando esta fase a cada plano de calibración y relacionándola con su respectivo valor de  $Z$ , se tendría:

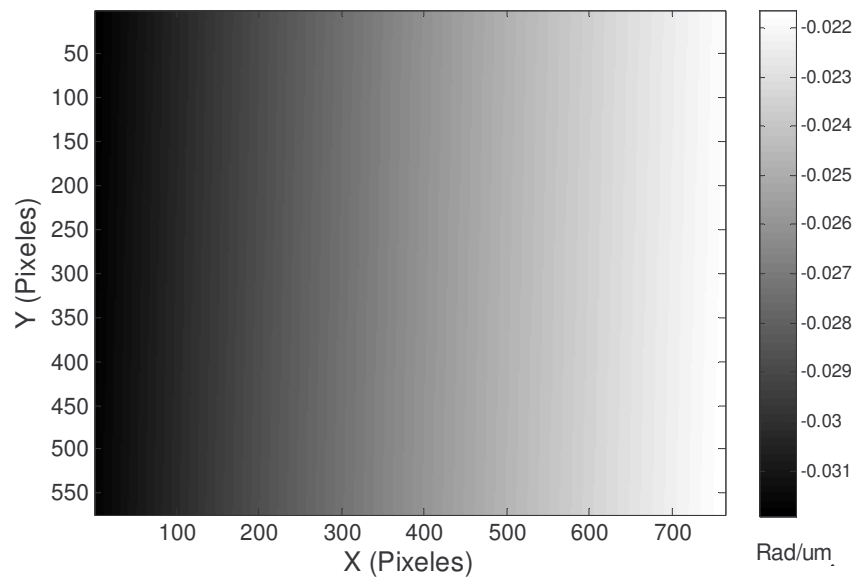
$$\Delta\phi(x, y) = \phi_z(x, y) - \phi_0(x, y) = a(x, y)Z^2 + b(x, y)Z + c(x, y) \quad (27)$$

Donde  $\phi_z(x, y)$  es la fase continua para cada  $Z$  y  $\phi_0(x, y)$  es la fase continua del plano  $Z=0$  um. En resumen se puede afirmar que con la ecuación 27 se puede calcular la altura  $Z$  que posee un punto si se conoce cuanto ha cambiado la fase en el mismo punto con respecto a su correspondiente valor en la fase  $\phi_0(x, y)$ .

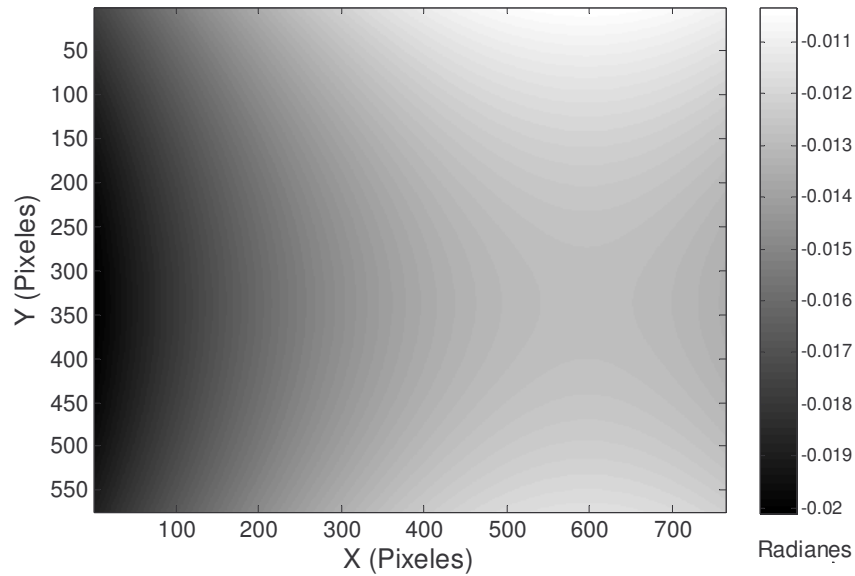
Los coeficientes **a**, **b**, **c** de la ecuación 27, son tres matrices del mismo tamaño de la imagen de fase, y se hallan realizando una regresión polinomial cuadrática por mínimos cuadrados pixel por pixel. Estas matrices se pueden apreciar en la Figura 28.



(a)



(b)



(c)

**Figura 28.** Planos de calibración. (a) Coeficiente a, (b) Coeficiente b, (c) Coeficiente c de la ecuación 27.

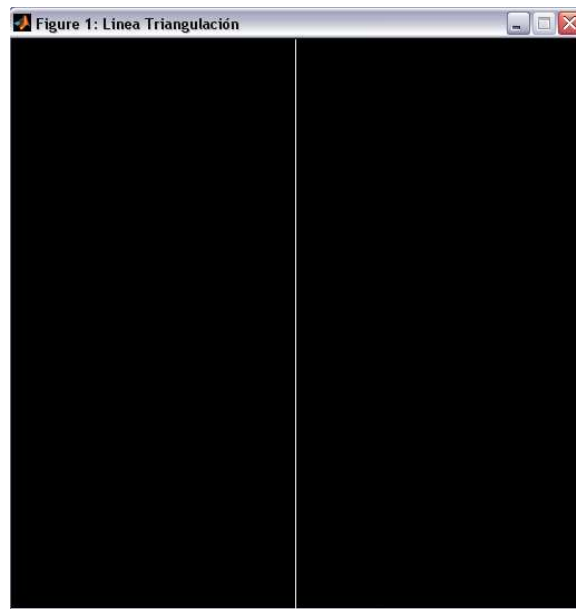
Un aspecto importante para tener en cuenta de ahora en adelante, se presenta cuando se introduce un valor de cambio de fase a la ecuación (27), obligatoriamente este posee un error de  $\pm N2\pi$  debido a que la fase es relativa y no absoluta. Por esta razón, es necesario incluir un sistema adicional a la proyección de franjas que permita conocer la posición Z de por lo menos un punto del objeto, y usarlo como referencia para ubicar la fase en el rango  $2\pi$  adecuado.

### 2.3. CALIBRACIÓN DE LA COORDENADA Z POR TRIANGULACIÓN LINEAL

Como se mencionó en la parte final de la sección anterior, es necesario incluir un sistema de calibración de la coordenada Z que sirva como posicionamiento para poder utilizar la curva de calibración, ecuación 27. Un sistema de posicionamiento que funciona satisfactoriamente para este objetivo es la Triangulación Lineal.

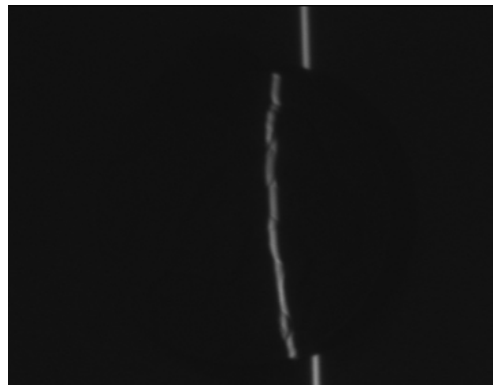
#### 2.3.1. TRIANGULACIÓN LINEAL

La técnica de triangulación lineal tiene los mismos principios básicos que la Triangulación Láser Lineal, lo que la diferencia es que esta, en lugar de utilizar como fuente de luz estructurada un láser, utiliza otra fuente que en este caso es el mismo proyector; en vez de proyectar franjas se proyecta una línea blanca de ancho de un pixel de la LCD del proyector enmarcada en un fondo negro (Figura 29).



**Figura 29.** Patrón de proyección para la Triangulación Lineal.

Al proyectar la línea generada por el proyector sobre la superficie de un cuerpo, esta se deforma por efecto de la topografía del mismo (Figura 30), permitiendo codificar de manera absoluta la altura de los puntos que generan el corrimiento de la línea. Por lo tanto, un desplazamiento de la línea en el plano imagen del sistema de observación, permite recuperar la altura  $Z$  de los puntos de la superficie en los cuales se proyecta la línea generada por el proyector.



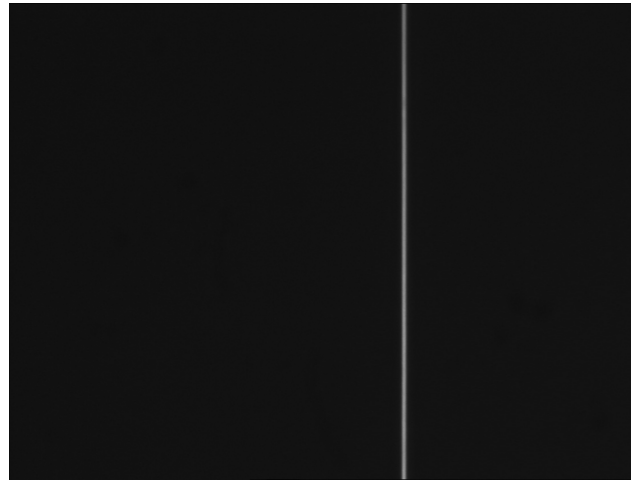
**Figura 30.** Deformación de la línea por la topografía de un objeto.

Según Contreras, “conociendo los parámetros del sistema de triangulación, se pueden obtener la altura de cada punto de la superficie que haya sido interceptada por la línea proyectada” [8]. Debido a la dificultad para medir estos valores en el sistema implementado, se puede establecer un procedimiento experimental que permita relacionar los píxeles  $(X_c, Y_c)$  del sistema de observación con la coordenada  $Z$  en micras.

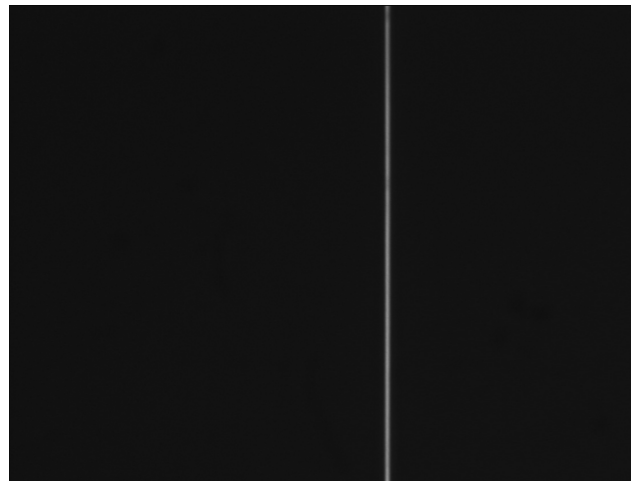
El proceso de calibración experimental se efectúa al mismo tiempo que la calibración de fase con la altura  $Z$ , explicada en la sección anterior. Sobre el mismo plano de referencia se proyecta la línea generada por la LCD, para cada desplazamiento  $\Delta Z$ , la imagen de la línea se desliza como se aprecia en la Figura 31. Para cada línea se extrae su centro geométrico (Figura 32.a). En la Figura 32.b se presentan las líneas extraídas para todas las posiciones  $Z$ . La matriz de calibración consiste en asociar un valor  $Z$  correspondiente para cada línea, según los desplazamientos; si se realiza un ajuste cuadrático

bidimensional sobre esta matriz, se encuentra la matriz óptima para relacionar cada posición ( $X_c, Y_c$ ) en pixeles, con su respectivo valor único en altura  $Z$ . En la Figura 33, se encuentra la matriz de calibración hallada para la triangulación lineal. La ecuación de calibración que se encontró es:

$$Z = -0.0014X^2 - 4.1e^{-5}XY - 7.3e^{-6}Y^2 - 0.69X + 0.024Y + 645.03 \quad (28)$$



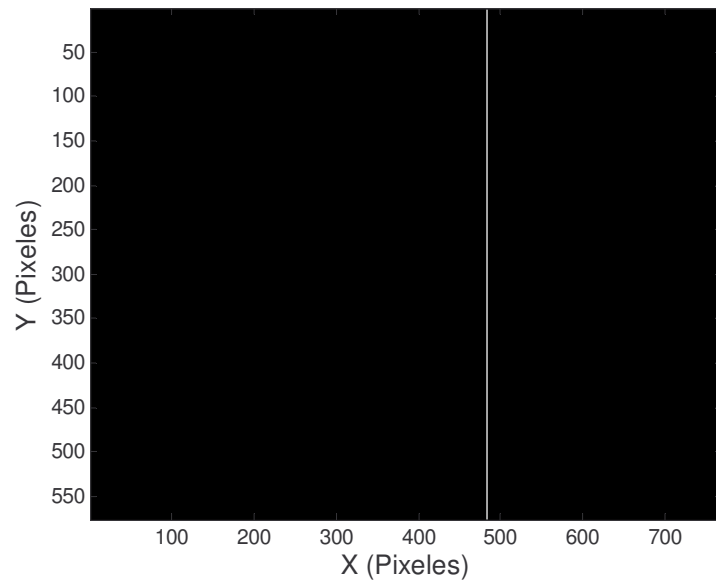
(a)



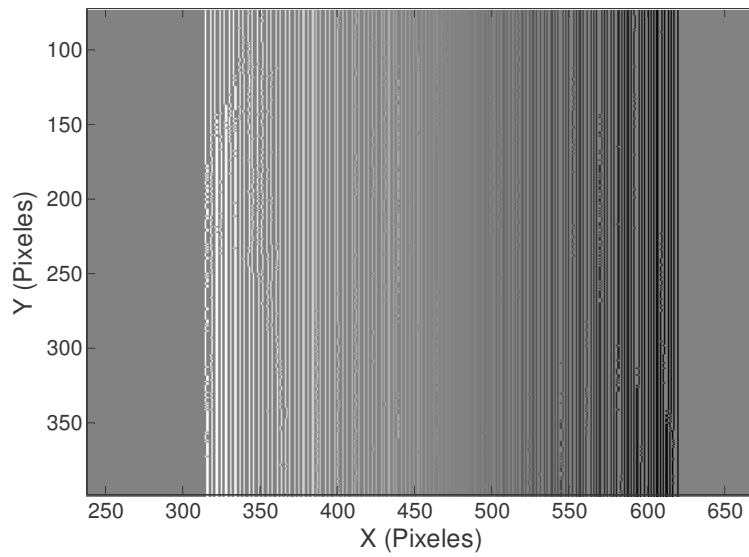
(b)

**Figura 31.** Desplazamiento de la línea proyectada por un desplazamiento desde  $Z=0\text{mm}$ , (a), hasta  $Z$  igual a  $4\text{ mm}$ , (b).



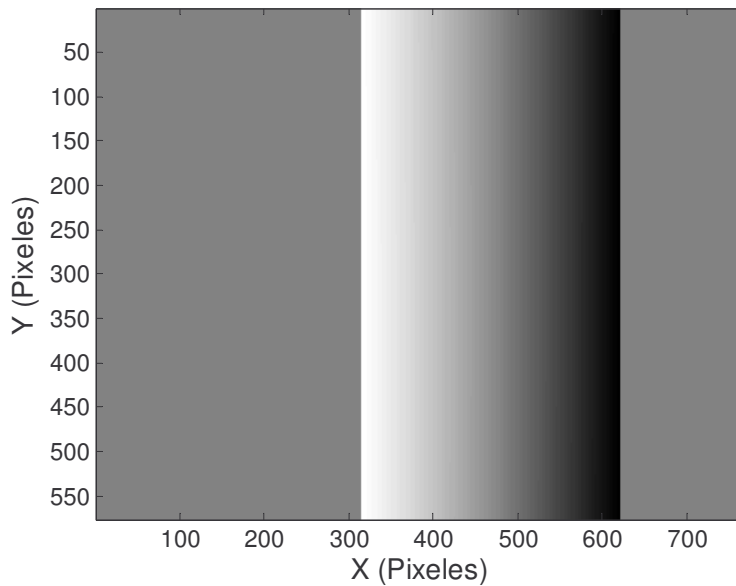


(a)



(b)

**Figura 32.** (a) Centro geométrico de la línea proyectada en la Figura 31 (a), (b) líneas para todos los Z.



**Figura 33.** Matriz de calibración para la coordenada Z por Triangulación Lineal.

La ecuación (28) permite calcular la distribución de alturas de un corte del objeto de manera absoluta.

Ahora bien, el sistema de reconstrucción debe proyectar una línea sobre el cuerpo y adquirirla; hallar su centro geométrico y pasarla por la matriz de calibración obteniendo así la información de la topografía de la superficie que fue interceptada por la línea. Esta información de altura Z es la referencia necesaria para poder realizar la reconstrucción basándose en la calibración de la coordenada Z por el cambio de fase.

## 2.4 PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS

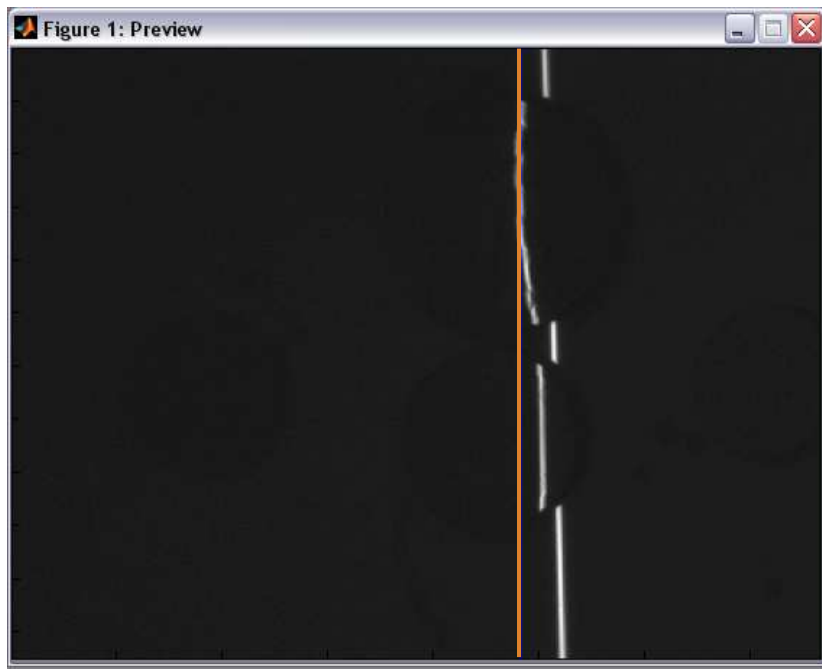
Basándose en la información expresada en las secciones anteriores, el procedimiento de reconstrucción consta de varias etapas principales: ubicar el cuerpo a reconstruir de tal forma que al menos un punto del cuerpo pase por la posición en donde  $Z=0\text{mm}$ , adquirir las imágenes y procesarlas.

Para entender claramente el funcionamiento del proceso de reconstrucción se explicará paso a paso el procedimiento, tomando como ejemplo la reconstrucción de la medalla de la Figura 34.



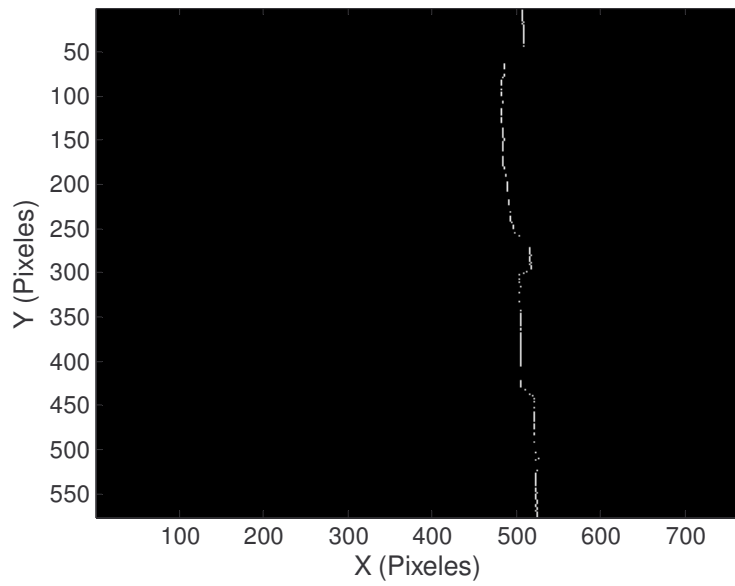
**Figura 34.** Medalla a reconstruir.

La ubicación del cuerpo en la posición deseada se realiza proyectando la línea de triangulación sobre el objeto y visualizando una vista previa de la cámara; la posición donde se ubica  $Z=0\text{um}$  (Figura 35), es calculada por la inversa de la ecuación (28).

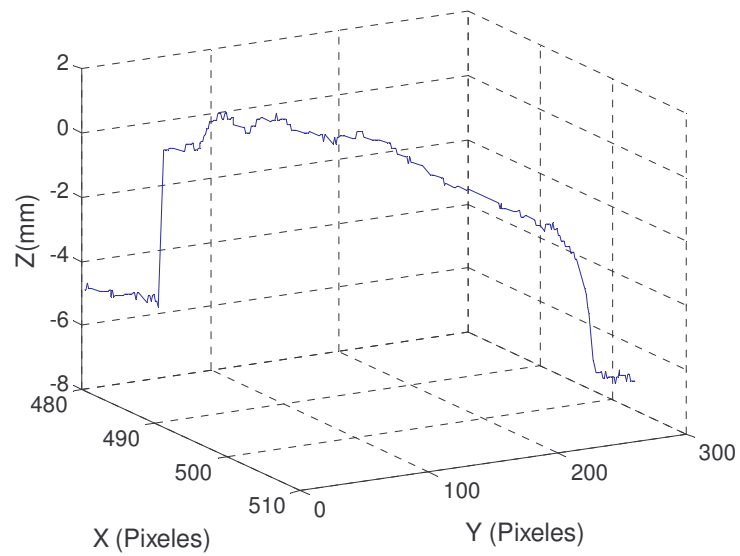


**Figura 35.** Vista previa de la posición  $Z=0\text{mm}$ .

Luego de tener el cuerpo fijo, se procede a capturar la imagen de triangulación y las cuatro imágenes del sistema de franjas necesarias para el Corrimiento de Fase. A la imagen de triangulación se le extrae su centro geométrico (Figura 36.a), y a partir de ella se hace pasar por la curva de calibración de la coordenada  $Z$  por triangulación, ecuación 28, obteniéndose un perfil en altura de la topografía del cuerpo. En este perfil se encuentra(n) la(s) posición(es) donde  $Z=0$  mm (Figura 36.b). Esta(s) posición(es) se empleará(n) como punto de referencia para la reconstrucción por proyección de franjas.



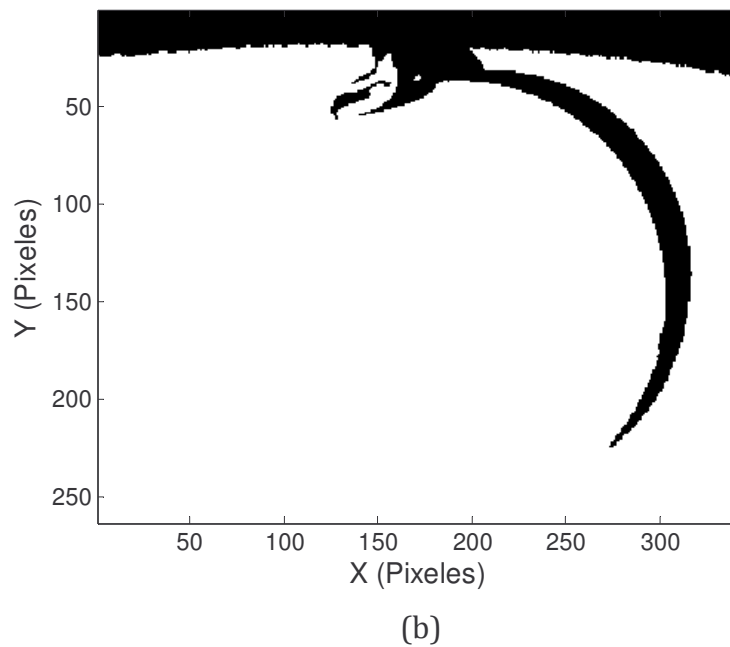
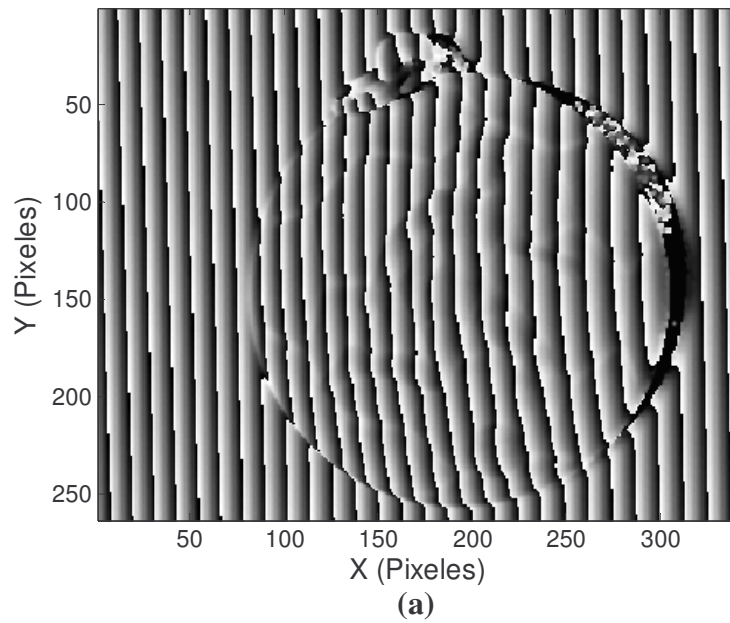
(a)

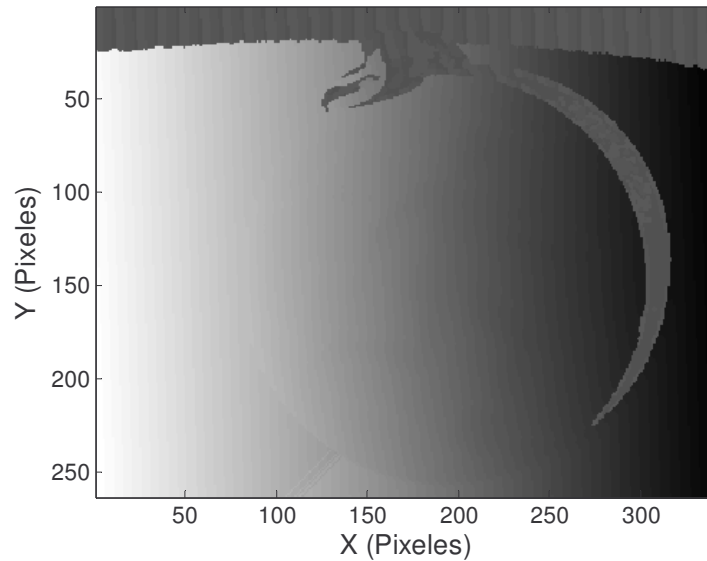


(b)

**Figura 36.** (a) Centro geométrico de la línea de triangulación, (b) Perfil 3D de la topografía de la intersección entre la superficie de la medalla de la Figura 33 y la línea de triangulación (a).

Por otra parte, a las 4 imágenes del sistema de franjas se les realiza un filtrado de Transformada de Fourier como se mencionó en la sección 1.3.3, se recupera la fase discontinua (Figura 37.a), y su respectiva fase continua, (Figura 37.c), que es hallada por el algoritmo de desdoblamiento de fase basado en la primera derivada (sección 1.2.3.2), utilizando una máscara de control que evita zonas de bajo contraste (Figura 37.b).



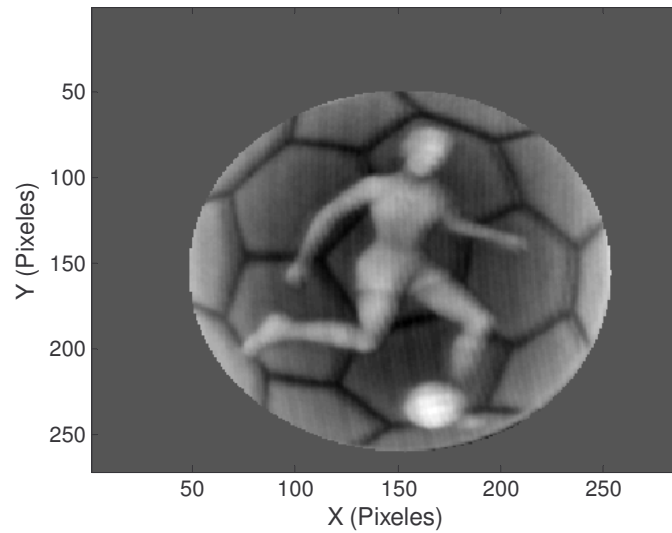


(c)

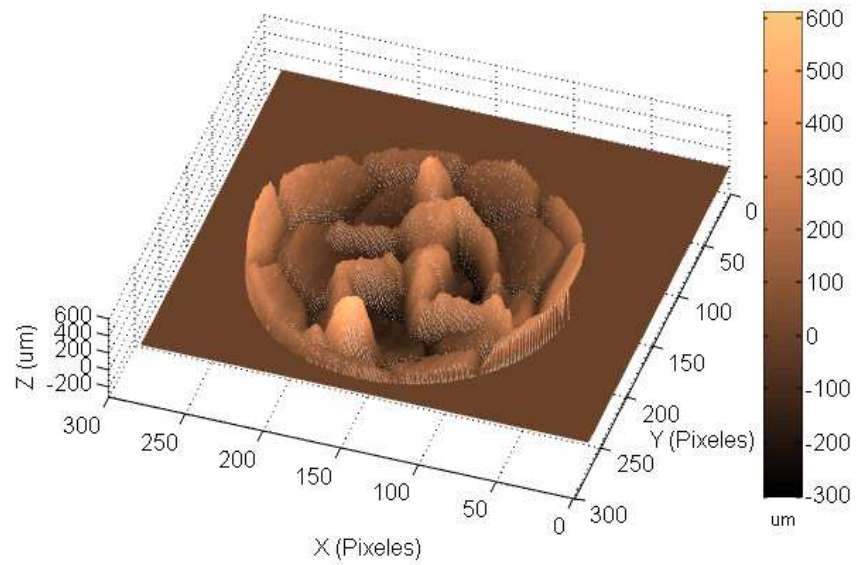
**Figura 37.** (a) Fase discontinua del sistema de proyección de franjas proyectado sobre la medalla de la Figura 34, (b) Máscara de control para hallar la fase continua, (c) La fase desdoblada de (a).

Como se mencionó en la sección 1.2.2, por efecto de que la fase es relativa, se asume que la fase continua en el punto de referencia hallado por triangulación debe tener el mismo valor que  $\phi_0(x, y)$  en dicho punto. Es decir, se asume este punto como  $Z=0$  um y por ende a todo el plano se le debe sumar o restar la cantidad necesaria para que el punto de referencia tome ese valor. Ahora, si a esta fase se le resta el valor de la fase en el plano de calibración  $Z=0$  um, es decir  $\phi_0(x, y)$ , se halla  $\Delta\phi$  para poder utilizar la ecuación 27 y obtener así la reconstrucción tridimensional de la medalla, escogiéndose un área de interés de la reconstrucción total para ignorar las zonas evitadas por la máscara de control. En la Figura 38, se aprecian dichas reconstrucciones, la Figura 38(a), es una imagen en intensidad donde el nivel de gris codifica la altura de la reconstrucción, este tipo de imágenes son llamadas imágenes rango ó imágenes dos y

medio. En la Figura 38(b) se muestra la visualización tridimensional de la reconstrucción de la medalla.



(a)



(b)

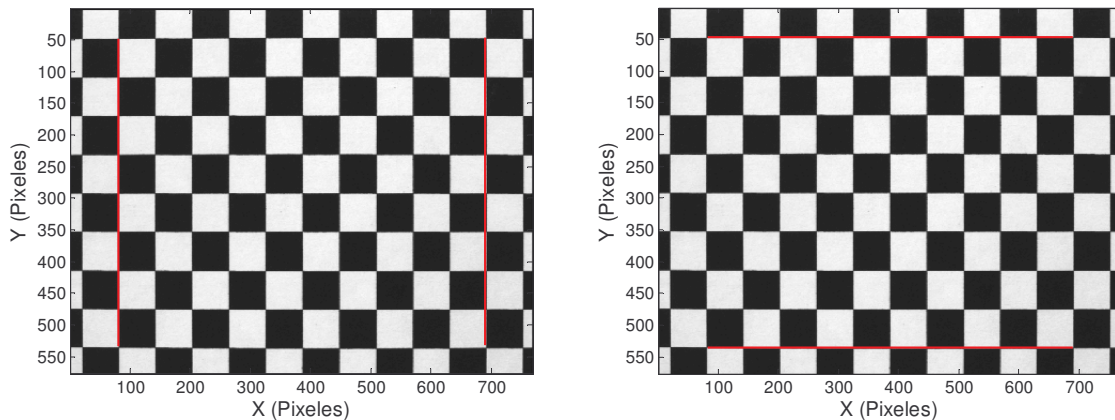
**Figura 38.** Reconstrucción tridimensional de la medalla de la Figura 34: a) Imagen rango. b) Visualización 3D.



Todo el procedimiento de calibración y reconstrucción hasta ahora mencionado se ha referenciado a un sistema coordenado (X,Y,Z) donde (X,Y) tiene como unidades pixeles y Z en micras. Para la reconstrucción tridimensional es necesario también convertir las unidades de pixeles a milímetros, utilizando un patrón de dimensiones conocidas ubicado en el plano de referencia. En la Figura 39 se observa una grilla de ajedrez cuyos cuadrados tienen aristas de 1 cm, que fue utilizada como patrón conversión.

De estas imágenes se puede apreciar claramente que no existe una alta influencia de las aberraciones geométricas en el objetivo de la cámara, para ver esto, se ubican las líneas rectas en los extremos de las imágenes, donde se puede apreciar que no existen deformaciones superiores a un pixel de la linealidad de la grilla de ajedrez. Por tanto, se puede aplicar un factor de conversión de pixeles a milímetros directamente; de la imagen se encontró que estos factores, son:

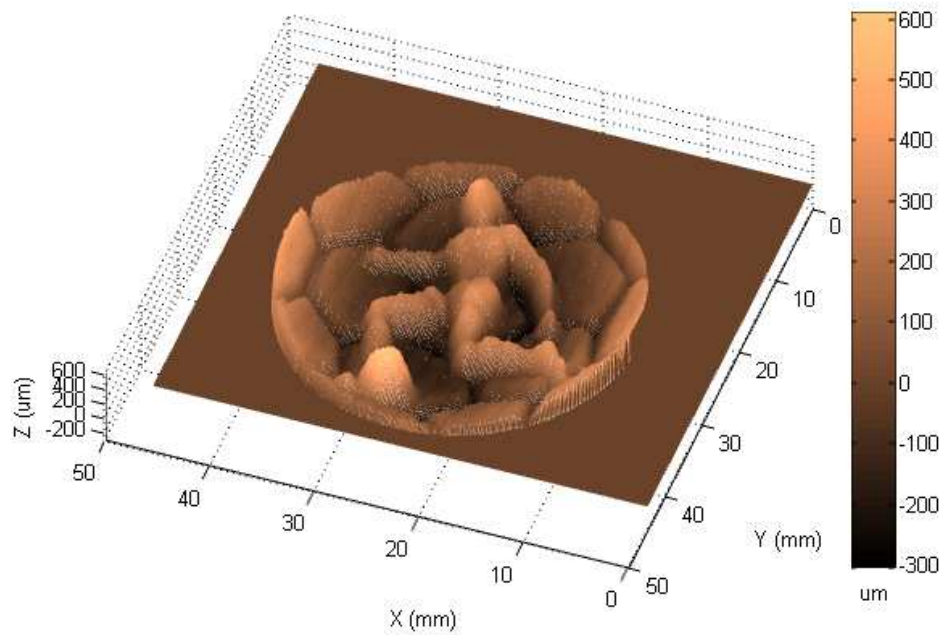
$$\begin{aligned} F_x &= 0.1642 \text{ mm/pixel} \\ F_y &= 0.1646 \text{ mm/pixel} \end{aligned} \quad (29)$$



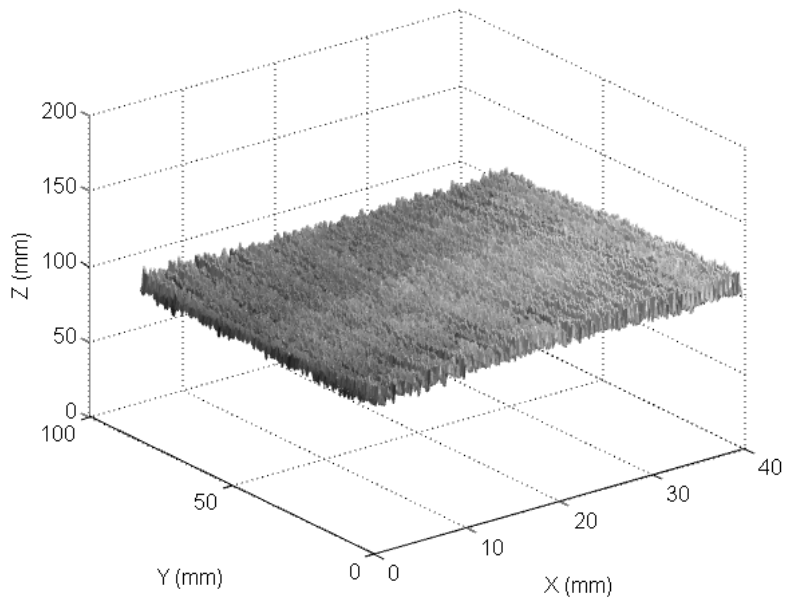
**Figura 39.** Imágenes de la grilla de ajedrez tomada como patrón de conversión.

En la Figura 40(a), se muestra la visualización 3D de la reconstrucción de la medalla previamente presentada y en la Figura 40(b) se presenta la reconstrucción de un plano ubicado en  $Z=100 \mu\text{m}$ ; a ambas figuras se le aplicó el procedimiento anterior.

En este punto, se tiene claro el procedimiento a seguir para emplear el Sistema de Reconstrucción Tridimensional por Proyección de Franjas. A continuación, se presentan resultados experimentales, incluyendo el análisis metrológico del sistema, en donde se analiza la resolución, la repetitividad y el efecto del contraste de las franjas sobre las medidas del mismo.



(a)



(b)

**Figura 40.** Reconstrucciones Tridimensionales de: (a) Medalla, (b) Plano ubicado en  $Z=100 \text{ um}$ .

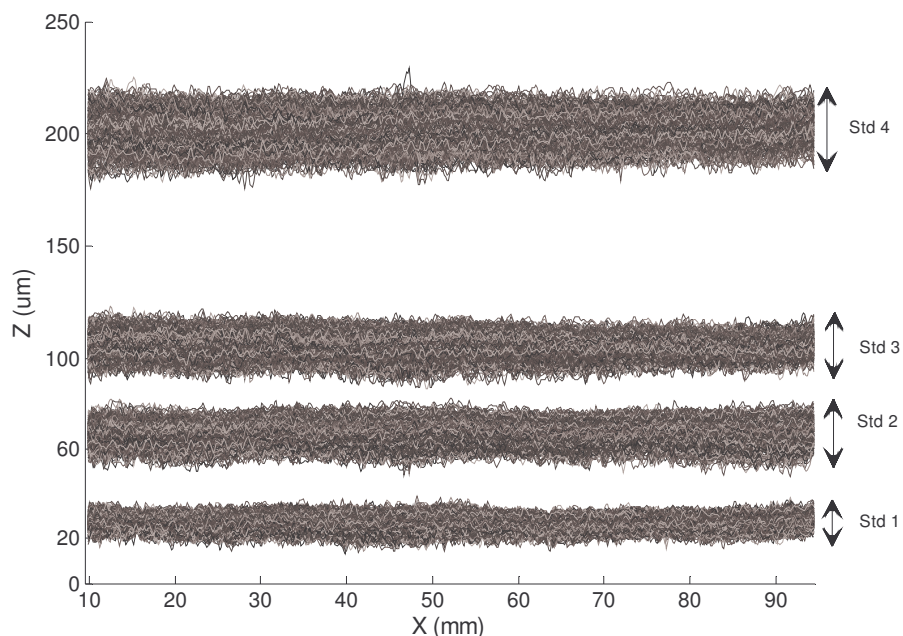
## 2.5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

En esta sección se presentan resultados experimentales del Sistema de Reconstrucción 3D por Proyección de Franjas, donde inicialmente se hace énfasis en el análisis metrológico, mostrando la capacidad real del sistema y las consideraciones que se deben tener para realizar las medidas. Seguido a esto, se presentan algunas reconstrucciones de diferentes objetos: monedas, papel, entre otros.

### 2.5.1. ANALISIS METROLÓGICO DEL SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN 3D

En la Figura 41, con fin de visualizar la resolución del sistema, se muestra el corte transversal de planos ubicados a 20, 60, 100 y 200  $\mu\text{m}$ . En la Tabla 3 se encuentran los valores medios y desviaciones estándar para cada plano. Se aprecia claramente que el límite de la resolución del sistema está en el orden de las 20  $\mu\text{m}$ .

Para reconstruir planos, se debe ubicar el plano de referencia en la posición Z deseada y realizar la reconstrucción de este plano, pero como el sistema es sensible, se reconstruye la forma del plano como tal, con sus defectos y alteraciones de forma, por tanto es necesario también reconstruir el plano en la posición  $Z=0 \mu\text{m}$ , al restar ambas reconstrucciones se obtiene la reconstrucción que representa el desplazamiento real de cada punto del plano. El desplazamiento se realizó de manera controlada utilizando el sistema de desplazamiento utilizado para la calibración.



**Figura 41.** Corte Transversales de Planos Reconstruidos a diferentes Z.

Plano	Z (um)	Media (um)	Desviación Estándar (um)
1	20	27.0179	3.1187
2	60	66.9759	4.6406
3	100	104.9706	4.8591
4	200	201.6448	6.9184

**Tabla 3.** Valores medios y desviaciones estándar para cada plano de la Figura 41.

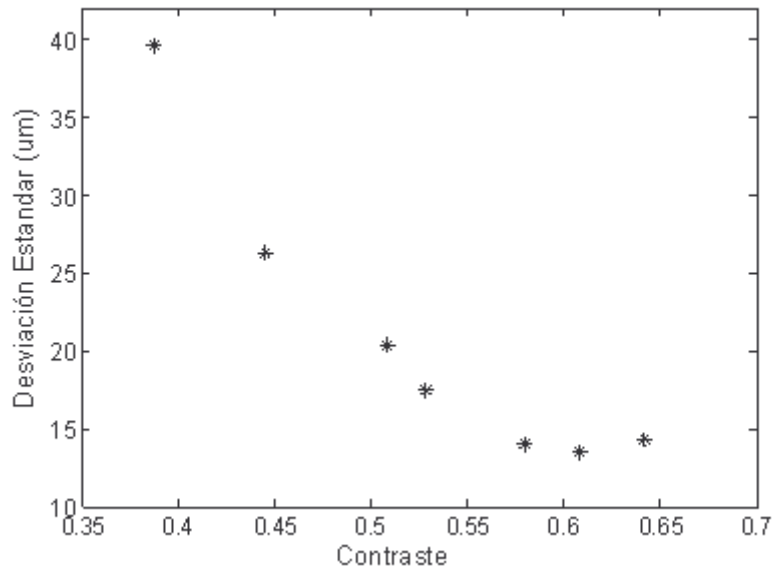
Una variable indispensable de analizar, es la capacidad del sistema de medida en función de la variación del contraste de las franjas (ecuación (30)). Desde el punto de vista óptico, es bastante claro que no es lo mismo proyectar franjas sobre una superficie clara que sobre una oscura. Este es un factor muy importante, debido a que esta aplicación es enfocada hacia la reconstrucción de la textura de la piel y por las características de ella, el contraste juega un rol destacado por motivo de la variación del color de la piel en diferentes personas.

$$Contraste = \frac{I_{m\acute{a}x} - I_{m\acute{i}n}}{I_{m\acute{a}x} + I_{m\acute{i}n}} \quad (30)$$

Para evidenciar este efecto, se reconstruyeron planos con un desplazamiento de 200 um de la misma forma en la que se hallaron para generar la Figura 41, pero en este caso se varió el contraste de las franjas, disponiendo sobre el plano de referencia papeles de diferentes colores, donde dependiendo del color de los mismos el contraste decaía o aumentaba.

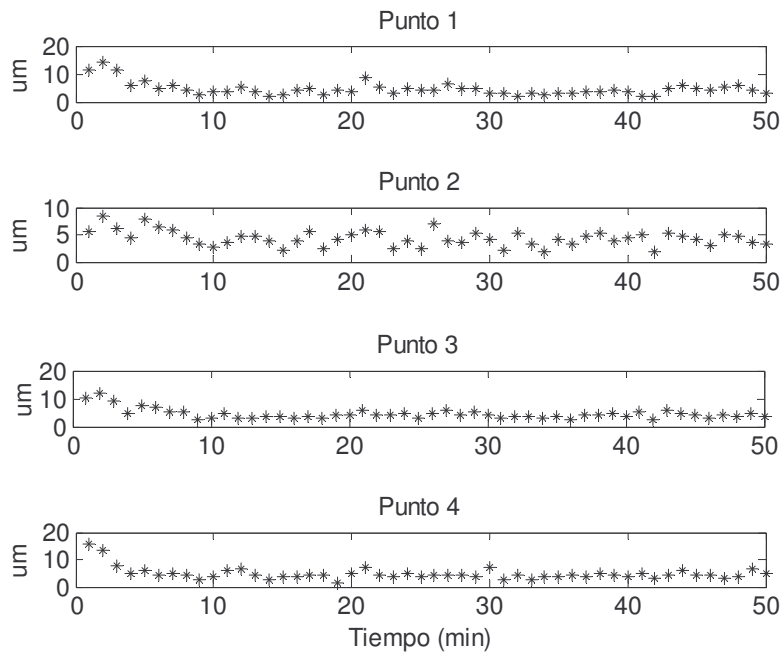
En la Figura 42, se observa el resultado de este procedimiento en donde se aprecia como la desviación estándar de la medida del plano cambia en función del contraste. Este contraste se calculó hallando el valor promedio de aplicar la ecuación 30 a ventanas de

50x50 pixeles sobre una imagen de franjas. De la Figura 42 se puede apreciar, que, si se tiene un color de piel oscuro la resolución del sistema se degrada, pero si el contraste aumenta por un tono de piel claro, se tiene el efecto contrario. Esta evidencia es de gran importancia, porque dependiendo del contraste de las franjas en la piel a reconstruir se puede estimar que resolución se podrá conseguir.

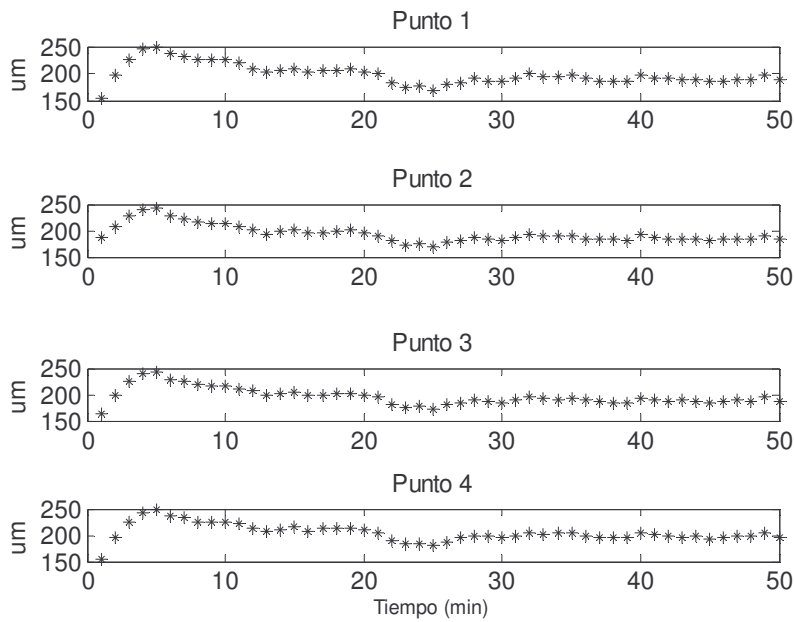


**Figura 42.** Variación de la desviación estándar de un plano ubicado a 200 um en función del contraste de la superficie

Otro análisis de vital importancia en cualquier sistema metrológico es la repetitividad, porque con este parámetro se conoce que tan confiable es el sistema y como es su comportamiento a medida que pasa el tiempo. La prueba de repetitividad consistió en reconstruir un plano ubicado en 200 um en repetidas ocasiones, desde el momento que se encendió el proyector hasta 50 minutos después, tomando un total de 500 muestras. El resultado de esta prueba se aprecia en la Figura 43, donde se muestra el cambio del valor medio y de la desviación estándar en función del tiempo en cuatro puntos del plano.



(a)



(b)

**Figura 43.** Variación de la desviación estándar (a) y el valor medio (b) de cuatro puntos de un plano ubicado a 200  $\mu\text{m}$  en función del tiempo.

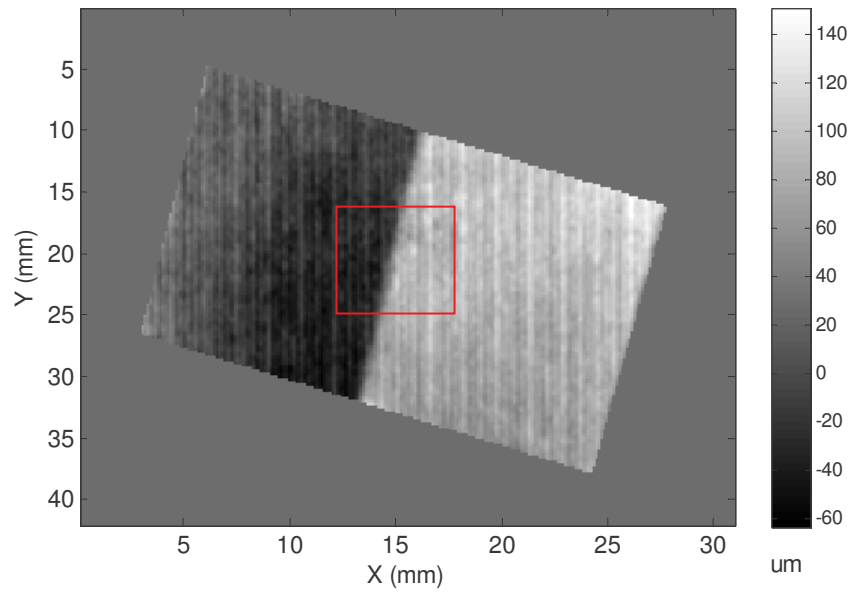
De la Figura 43 se puede observar la inestabilidad existente en el sistema cuando se inicia. Esto se presenta porque la fuente de luz del proyector tarda en estabilizarse, generando pequeñas variaciones de intensidades que el ojo humano no es capaz de detectar; pero la fase calculada con la ecuación 10 si la registra. De aquí se concluye que el sistema para poder funcionar adecuadamente se debe empezar a usar aproximadamente 10 minutos después de haber sido encendido. De igual forma, para una superficie blanca difusora como una hoja de papel se espera resolver detalles en Z del orden de 20 micras.

### **2.5.2. RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL DE OBJETOS**

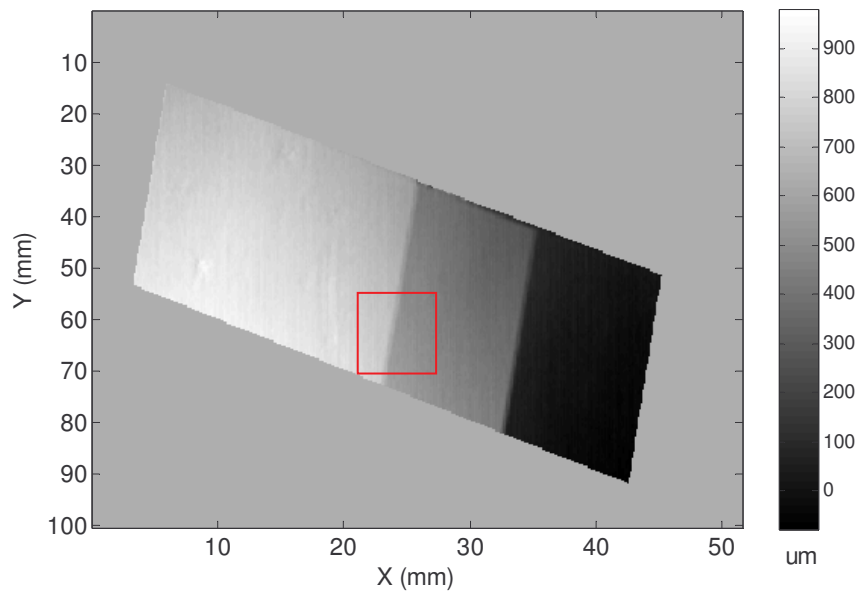
Para concluir esta sección se presentan algunas reconstrucciones que evidencian la resolución del sistema.

En la Figura 44 se muestra la reconstrucción de un papel pegado sobre otro, dicho escalón o borde en el área resaltada tiene una medida de  $121.15 \pm 7.54 \text{ } \mu\text{m}$  según el Sistema de Reconstrucción, que se compara con la medida de un micrómetro,  $110 \pm 10 \text{ } \mu\text{m}$ , encontrando un error relativo de aproximadamente 10%. En la Figura 45 en vez de papel se dispuso de cubreobjetos de laboratorio uno sobre otro; este escalon tiene un espesor de  $200 \pm 10 \text{ } \mu\text{m}$ , que en comparación con el medido por el Sistema de Reconstrucción tiene un valor de  $213.24 \pm 8.04 \text{ } \mu\text{m}$ , dando un error relativo de 6.6%. Estas figuras dejan clara la resolución del sistema.



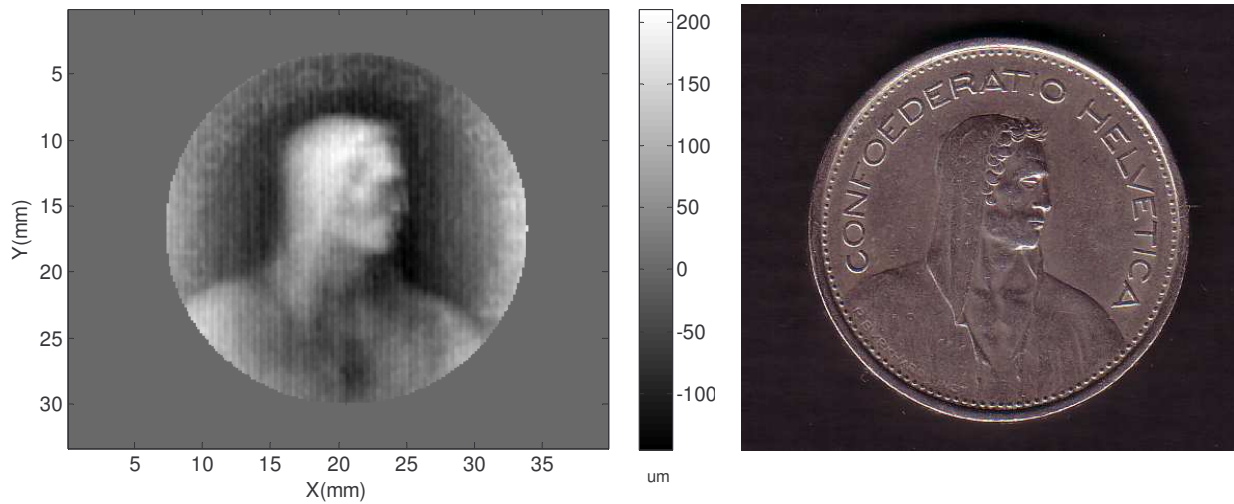


**Figura 44.** Reconstrucción de un Papel pegado uno sobre otro.

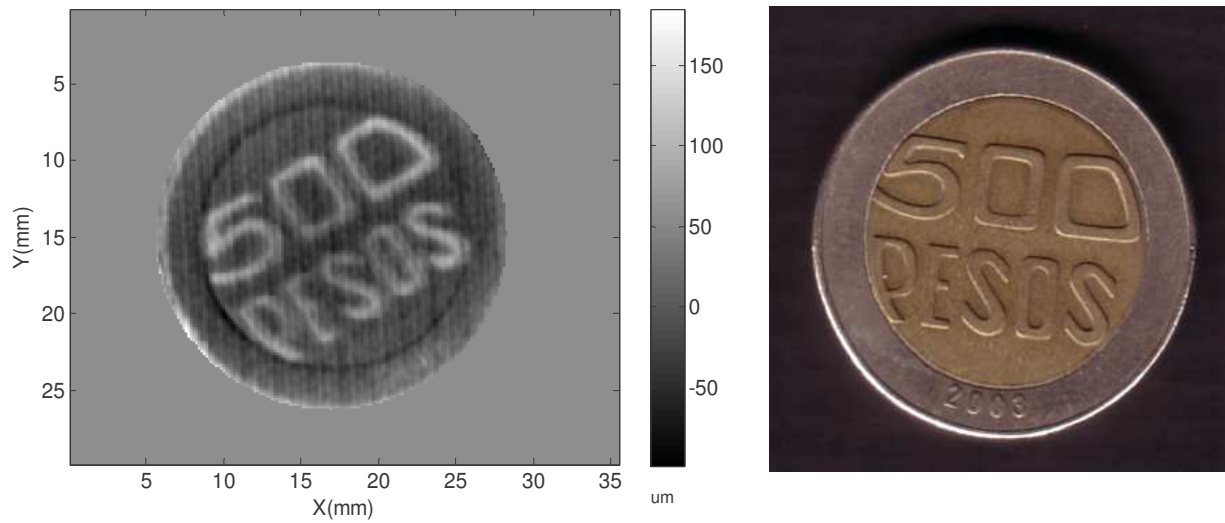


**Figura 45.** Reconstrucción de tres cubreobjetos uno sobre otro.

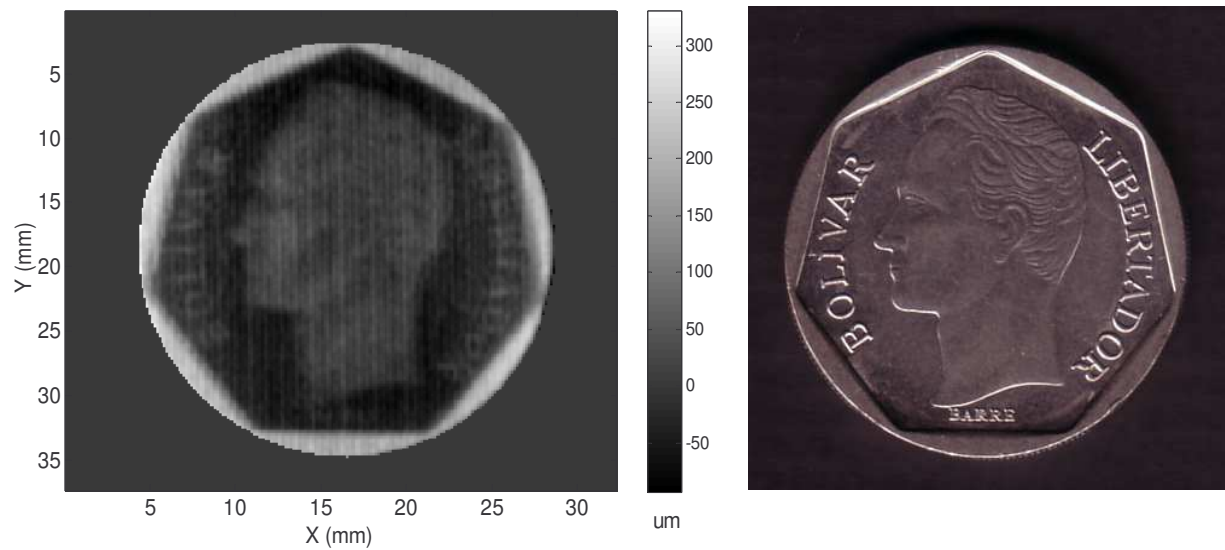
En la reconstrucción de monedas (Figura 46), se aprecia que los detalles grandes, espacialmente hablando, son resueltos claramente por el sistema de reconstrucción, tal como se esperaba, pero los pequeños detalles no son posibles de reconstruir debido al sub-muestreo espacial presente, esto se debe a las características de la disposición experimental, que obliga a tener una distancia de aproximadamente 37 cm entre la cámara y la muestra; por tanto en el caso de las monedas, la cámara captura las imágenes de las franjas proyectadas sobre estas en una pequeña área aproximada de 100x100 píxeles.



(a)



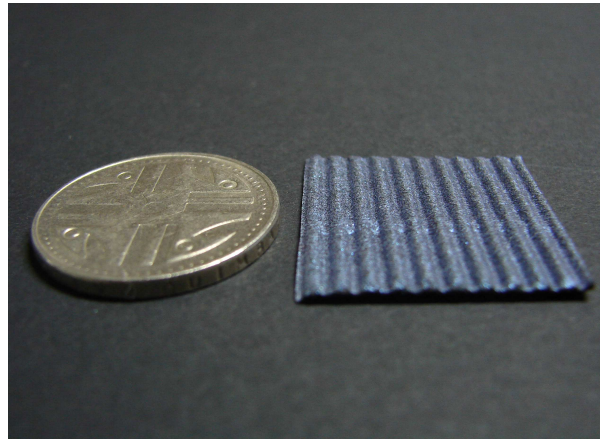
(b)



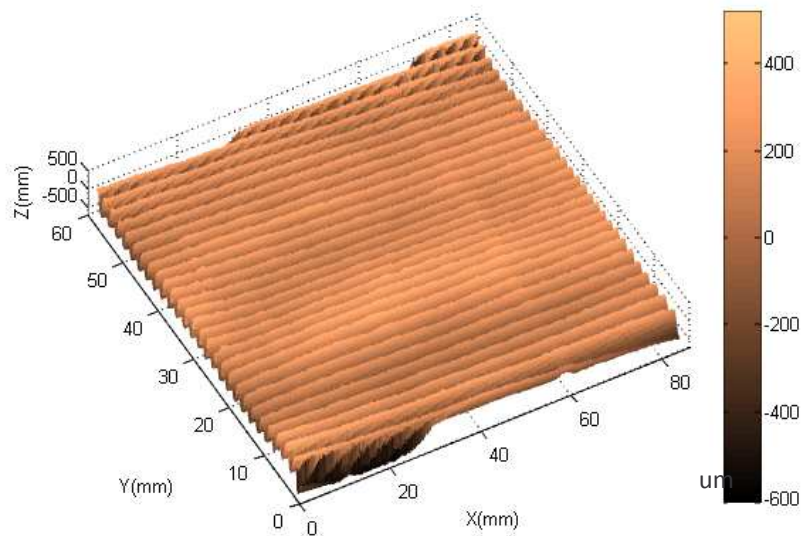
(c)

**Figura 46.** Reconstrucción Tridimensional de monedas acompañada de su fotografía de referencia. (a) Moneda de 5 Francos, (b) Moneda de 500 Pesos y (c) Moneda de 500 Bolívars

Para apreciar la reconstrucción de texturas, las Figuras 47-50 presentan texturas de diferentes papeles reconstruidas por el sistema; junto a cada reconstrucción se encuentra su respectiva fotografía de comparación.

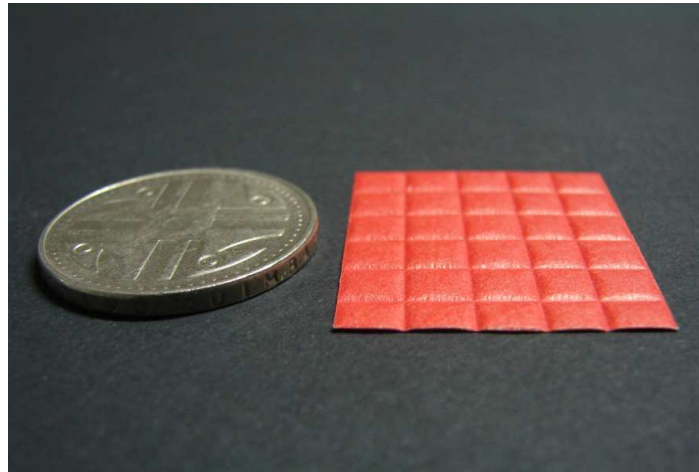


(a)

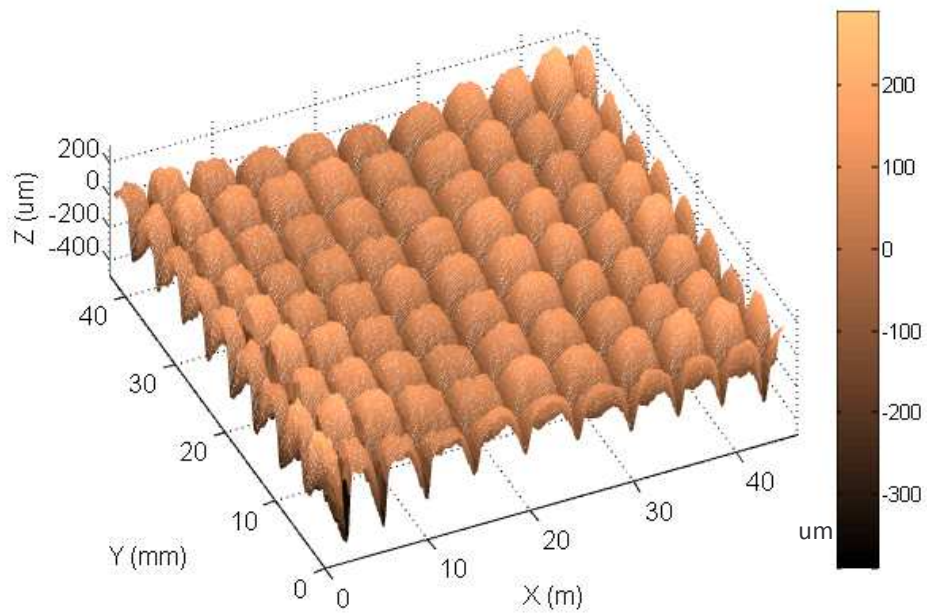


(b)

**Figura 47.** Muestra de Papel 1. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura

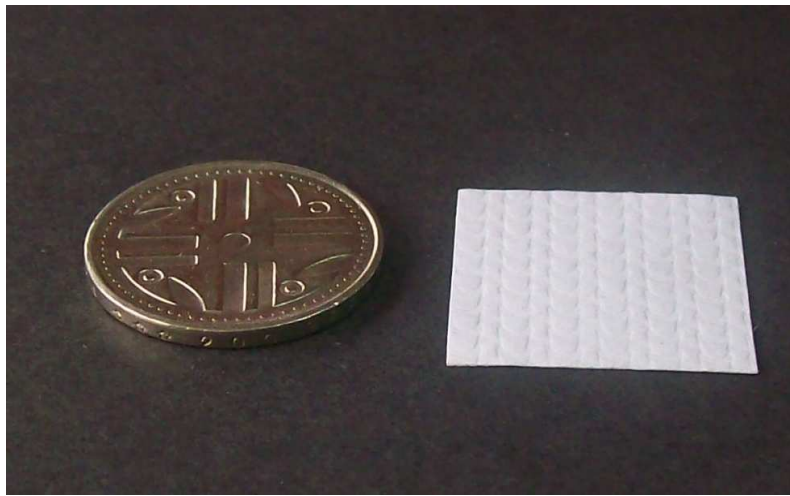


(a)

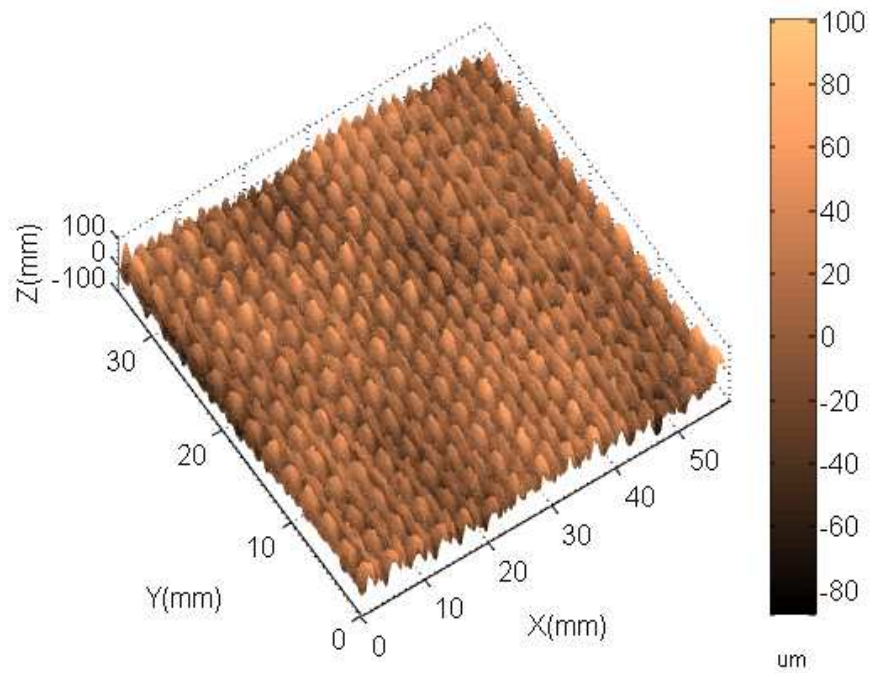


(b)

**Figura 48.** Muestra de Papel 2. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura

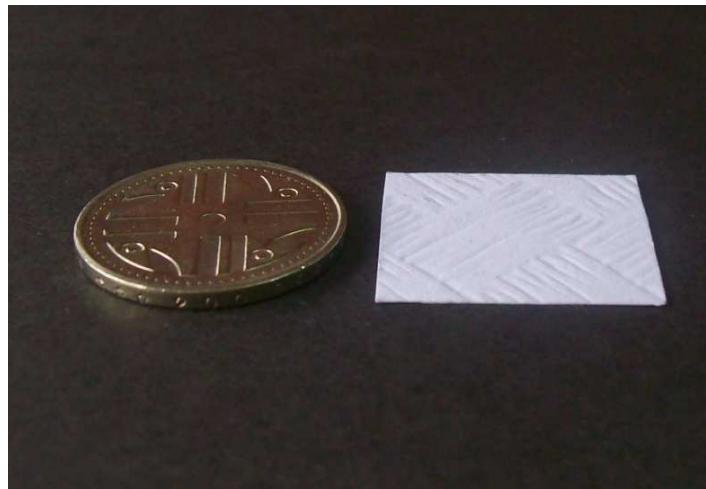


(a)

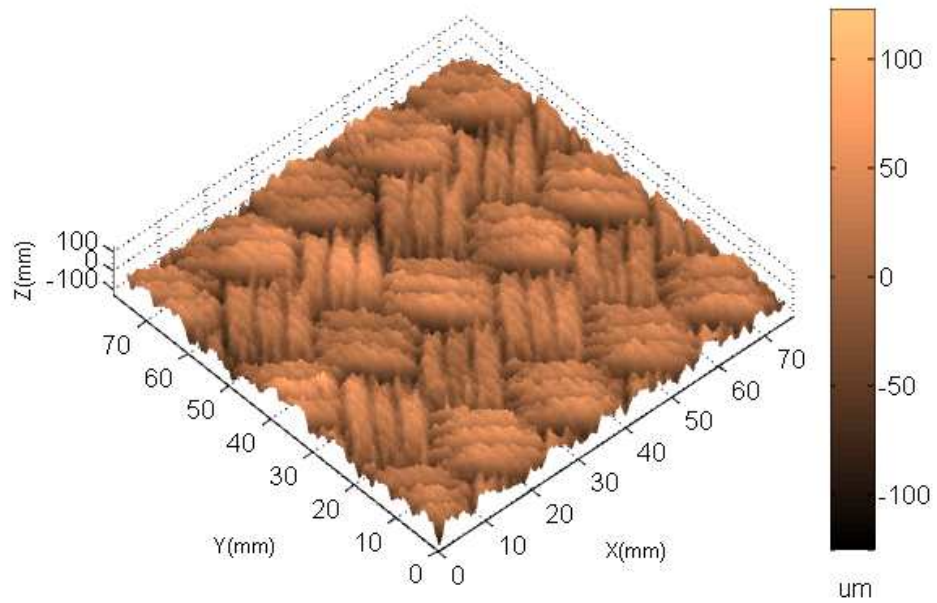


(b)

**Figura 49.** Muestra de Papel 3. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura



(a)



(b)

**Figura 50.** Muestra de Papel 4. (a) Fotografía comparativa, (b) Reconstrucción de la textura

En las Figuras 47-50 se observa la factibilidad que el sistema posee para reconstruir texturas, sobretodo pequeñas como se aprecia en la Figura 49, esto recalca la capacidad que tiene el sistema en busca de cumplir el objetivo de reconstruir texturas de la piel.



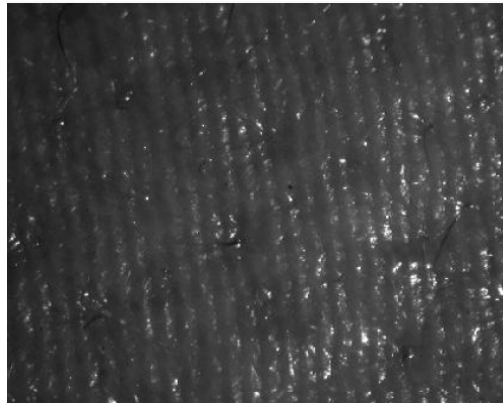
# **CAPÍTULO 3**

## **RECONSTRUCCIÓN 3D DE LA TEXTURA DE LA PIEL.**

En el anterior capitulo se observó claramente la posibilidad de reconstruir textura basándose en las reconstrucciones de las superficies de papel. En este capítulo se presenta el efecto que tiene la piel sobre las franjas proyectadas, el procedimiento para reconstruir la piel humana y extraer de ella la textura, las dificultades de hacer reconstrucciones de estas superficies, las soluciones implementadas y los resultados obtenidos.

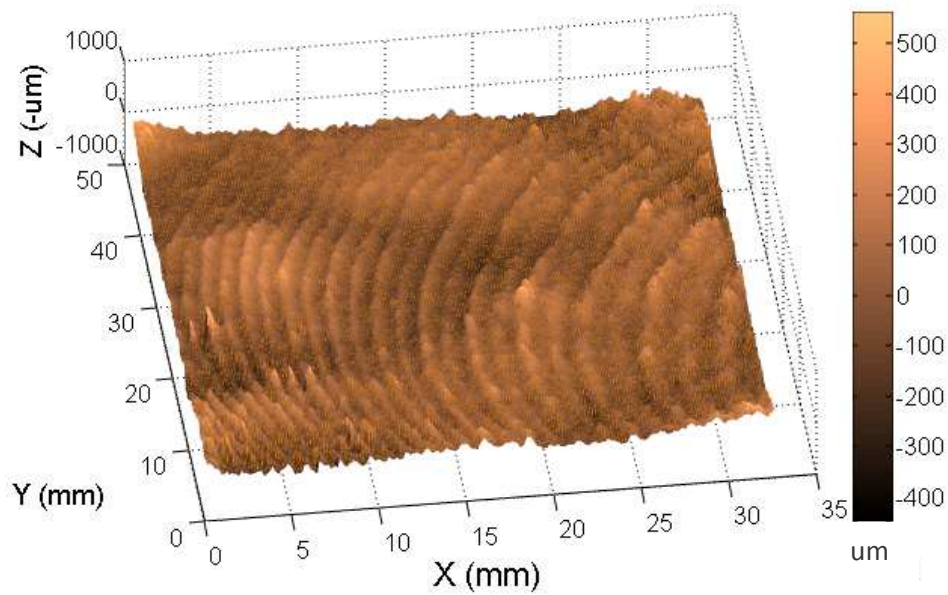
### **3.1. EFECTO DE LAS CARACTERISTICAS DE LA PIEL EN LA PROYECCIÓN DE FRANJAS**

Para reconstruir la textura de la piel basándose en la proyección de franjas, se encuentran varios inconvenientes, entre ellos: la retrodifusión de la luz en las capas internas de la piel, obteniendo franjas de bajo contraste que afectan principalmente la resolución del sistema, la alta reflectividad en ciertos puntos por la presencia de grasa, discontinuidad en regiones por presencia de vellosidades, manchas cutáneas, etc.[1, 9]. Un ejemplo claro de algunas de estas características son mostradas en la Figura 51.



**Figura 51.** Franjas proyectadas sobre piel humana. [1]

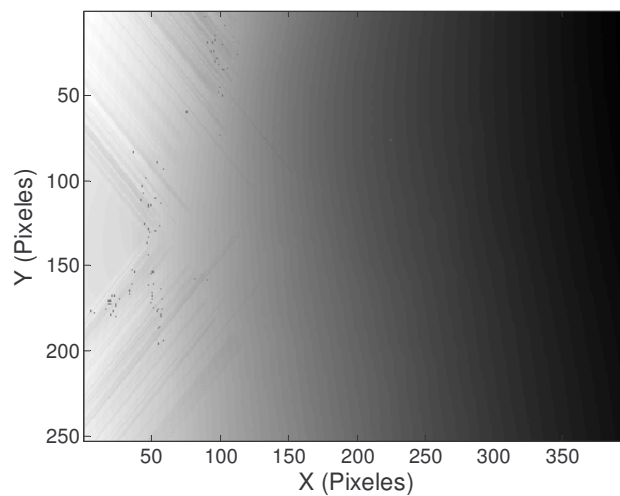
Las características mencionadas de cualquier forma pueden ser evitadas, pero el movimiento del objeto a estudiar, es un factor altamente probable, que, de presentarse, hace imposible la reconstrucción. Una muestra del efecto que tiene el movimiento de la persona se aprecia en la Figura 52. Para evitar esto, se diseñan dispositivos que limiten o anulen el movimiento de la persona. Otra alternativa es utilizar sistemas de proyección y adquisición de imágenes más veloces, como los que existen actualmente.



**Figura 52.** Reconstrucción fallida debido al movimiento de la muestra.

### 3.1.1. EFECTO EN EL CÁLCULO DE LA FASE CONTINUA

Durante el desarrollo del proyecto, al aplicar el Sistema de Reconstrucción en Piel, se utilizó el algoritmo de desdoblamiento basado en la primera derivada, este evita zonas con presencia de ruidos que puedan afectar el desdoblamiento. Aunque el algoritmo es efectivo, en ocasiones no es posible evitar el ruido, incluso aislarlo con una máscara de control se convierte en una tarea tediosa. Esto se ve claramente en la fase que se muestra en la Figura 53, donde se aplicó el algoritmo de desdoblamiento de la fase recuperada de una zona de piel con presencia de ruido.



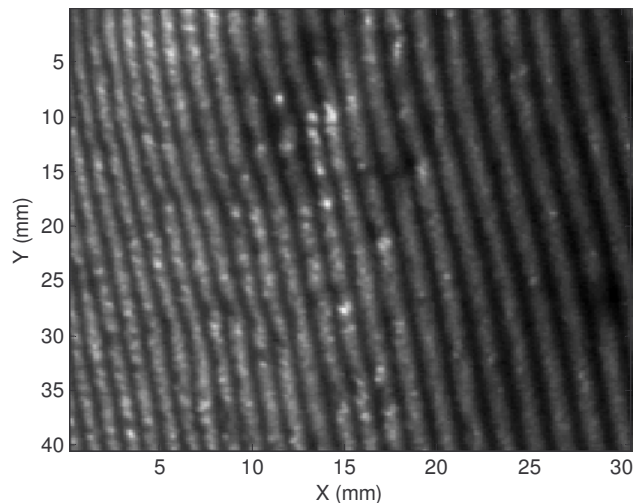
**Figura 53.** Fase Desdoblada de una zona de piel con presencia de alto ruido.

Una opción para evitar estos inconvenientes, es adecuar la muestra aplicando una limpieza profunda a la piel, y de ser necesario aplicar bases que atenúen el brillo de la piel evitando ocultar detalles importantes para la reconstrucción. Otra estrategia, es intentar modificar la máscara de control de tal forma que se eviten dichos puntos y sea mayor la zona donde se logre recuperar información. Pero en caso de presentarse demasiado ruido, es conveniente aplicar algoritmos más efectivos que se encuentran en

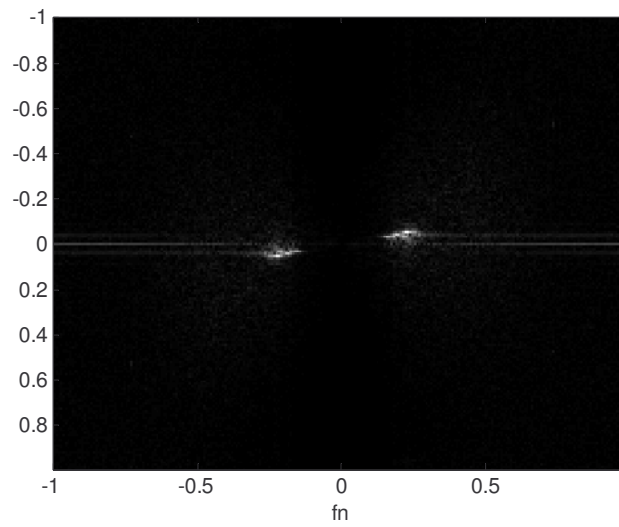
revistas especializados. Implementaciones futuras de este trabajo incluirán en primera instancia algoritmos más robustos para el desdoblamiento de la fase.

### **3.1.2. EFECTO DE LA RETRODIFUSIÓN DE LA PIEL EN LA ATENUACIÓN DE LOS ARMÓNICOS DE ORDEN SUPERIOR DEL SISTEMA DE FRANJAS.**

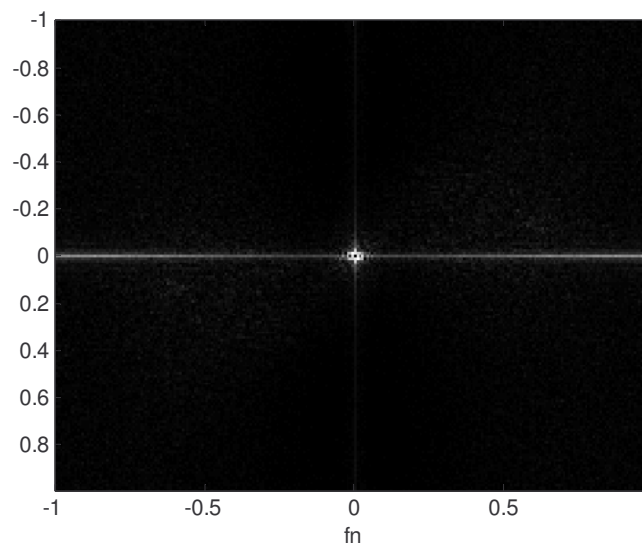
Como se mencionó anteriormente, son muchos los inconvenientes a los que se enfrenta el Sistema de Reconstrucción al aplicarse en la piel, pero un beneficio que se logra con el efecto de la retrodifusión de la luz es la absorción y atenuación de los armónicos de orden superior existentes en el sistema no senoidal de proyección de franjas implementado. Este efecto se ve claramente en la Figura 54; en (a) se presenta un Sistema de Franjas proyectado sobre piel humana, en (b) se muestra la Transformada de Fourier de (a), en ella se evidencia la atenuación del tercer armónicos, en (c), se observa la Transformada de Fourier del Error de Fase (ecuación 1-25) donde por efecto de la piel, no se observa la influencia del cuarto armónico.



**(a)**



(b)



(c)

**Figura 54.** (a) Franjas proyectadas sobre piel humana, (b) Transformada de Fourier de (a), (c) Transformada de Fourier del Error de Fase (ecuación 24); para las Transformadas (b) y (c) atenuándose el orden central.

El efecto aquí mencionado hace que no sea necesario realizar el Filtrado por Transformada de Fourier (sección 1.3.3), lo que origina una definición del procedimiento de Reconstrucción aplicado en la Piel.

### **3.2. PROCEDIMIENTO DE RECONSTRUCCIÓN TRIDIMENSIONAL POR PROYECCIÓN DE FRANJAS APLICADO EN LA EXTRACCIÓN DE LA TEXTURA DE LA PIEL**

Debido a las características descritas de la piel, se hace necesario realizar ciertas alteraciones al procedimiento descrito en la sección 2.4. Así:

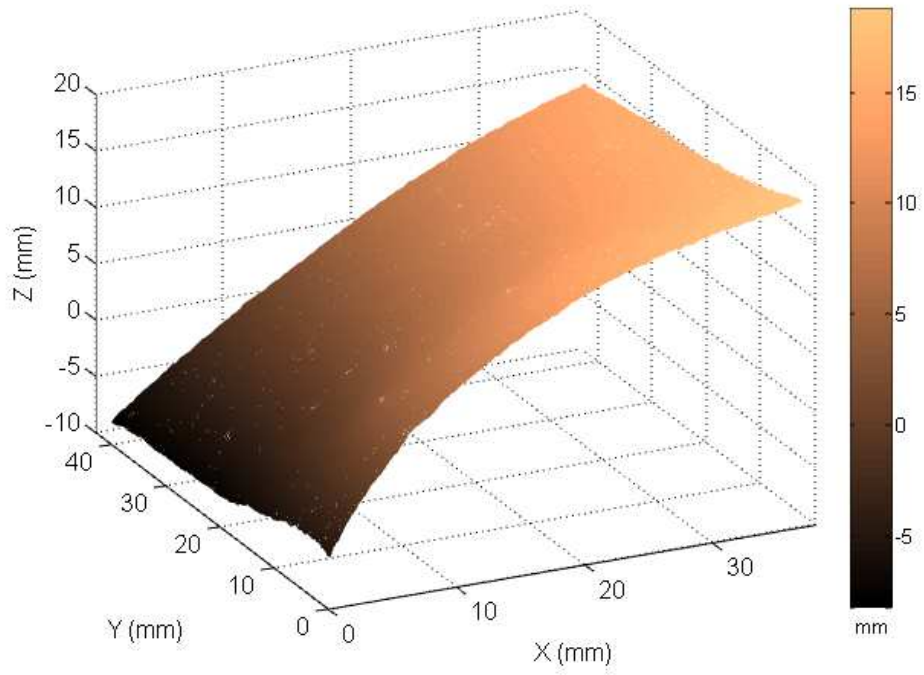
- El filtrado de los armónicos superiores es redundante por lo tanto, no es necesario, esta función la realiza la piel de forma natural.
- Para evitar el ruido se abre la posibilidad de tener una intervención manual que permita la libre manipulación de la máscara de control.
- Fue necesaria la implementación de un sistema de inmovilización parcial para disminuir el movimiento de la persona.

Los siguientes pasos planteados en la sección 2.4 permanecen sin modificaciones para este procedimiento.

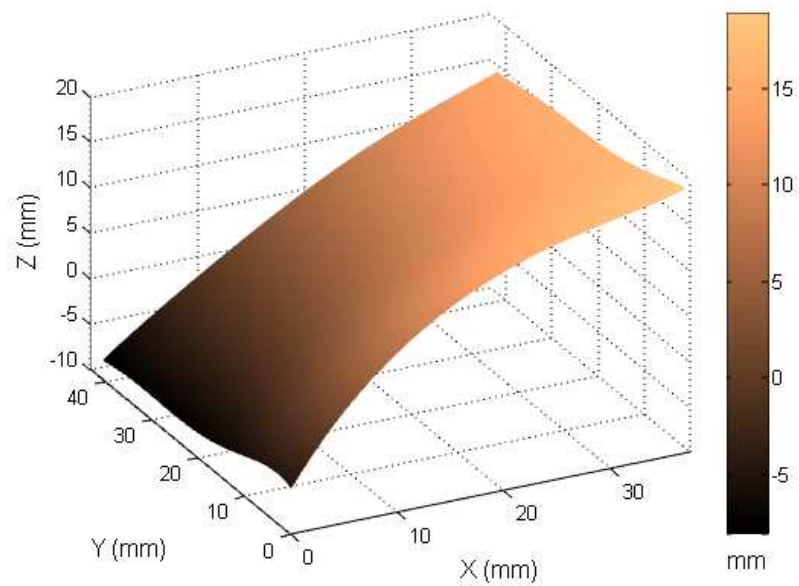
Como ejemplo de este procedimiento, en la Figura 55(b) se presenta la reconstrucción global del área resaltada en la Figura 55(a). De esta reconstrucción es posible extraer la forma global de la reconstrucción y la textura de la piel, también conocidos como macro y micro detalle, respectivamente. El macro-detalle se consigue realizando una regresión generalmente de un orden mayor a 2 dependiendo de la forma de la muestra, esta regresión entrega una curva suave de la forma global de la reconstrucción (Figura 55.c); el micro-detalle, se logra restando la reconstrucción con el macro-detalle (Figura 55.d).



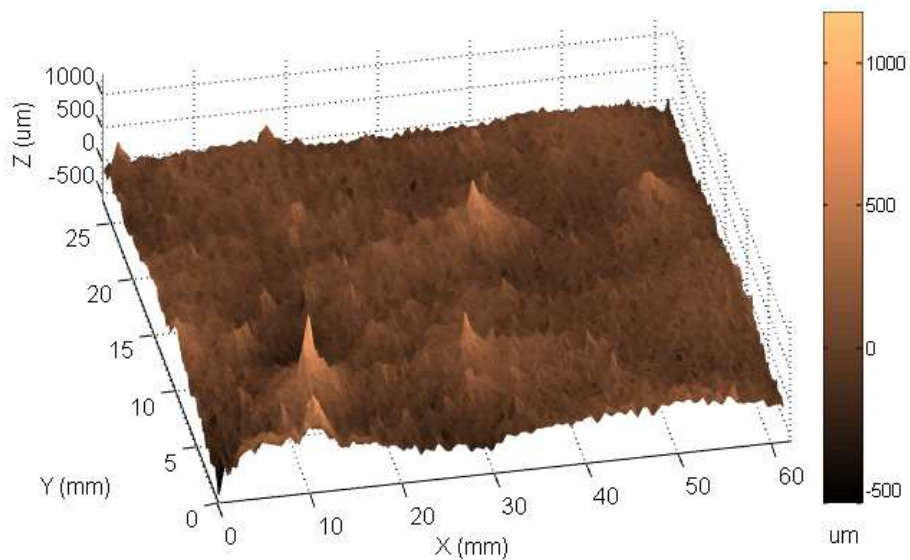
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura 55.** (a) Muestra de piel con problema de acné para la reconstrucción, (b) Reconstrucción de la piel de la zona marcada en (a), (c) Macro-detalle de la reconstrucción, (d) Micro-detalle o textura de la piel.



Las reconstrucciones que serán mostradas en la siguiente sección son el resultado de este procedimiento de extracción del micro-detalle de cada reconstrucción. Las áreas escogidas como muestras son zonas de piel de la cara de distintas personas. Esta parte del cuerpo fue escogida por la facilidad de encontrar textura con detalles, tales como: arrugas, acné y cicatrices, principalmente.

Al escoger la cara como muestra, se diseñó un sistema de inmovilización que es presentado en la Figura 56, este principalmente consta de dos soportes para la parte frontal y occipital de la cabeza, que junto con un soporte de quijada logró reducir notablemente el movimiento y por ende las reconstrucciones fueron satisfactorias. Es importante destacar que en muchos análisis médicos, especialmente en oftalmología se utilizan inmovilizadores sofisticados, que podrían adaptarse a una futura aplicación.



**Figura 56.** Sistema de inmovilización parcial de la cara implementado.

### 3.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES: RECONSTRUCCIÓN DE LA TEXTURA DE LA PIEL

Utilizando el sistema de inmovilización de la cara de la Figura 56, se presentan a continuación algunas reconstrucciones obtenidas de regiones de la cara de diferentes personas. Para cada reconstrucción se presenta una fotografía de la persona, la respectiva ampliación de la zona reconstruida y su respectivo micro-detalle o textura.

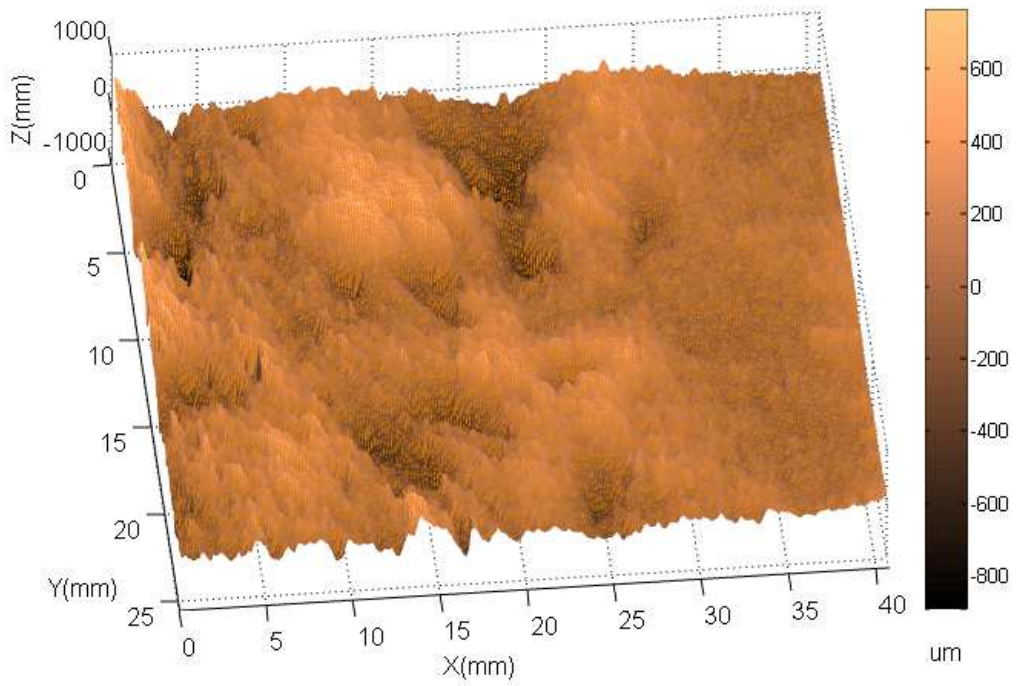
- **Muestra Uno**



(a)



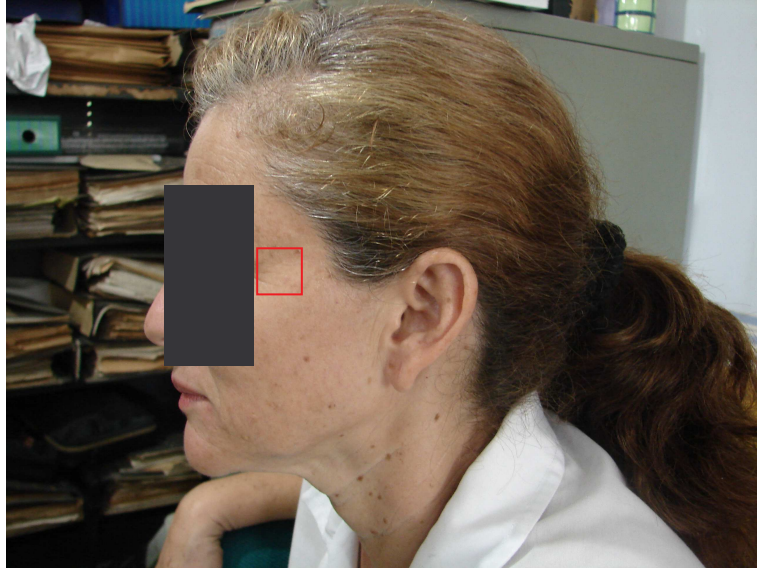
(b)



(c)

**Figura 57.** (a) Fotografía de la persona, (b) Ampliación de la zona analizada, (c) Reconstrucción de la textura.

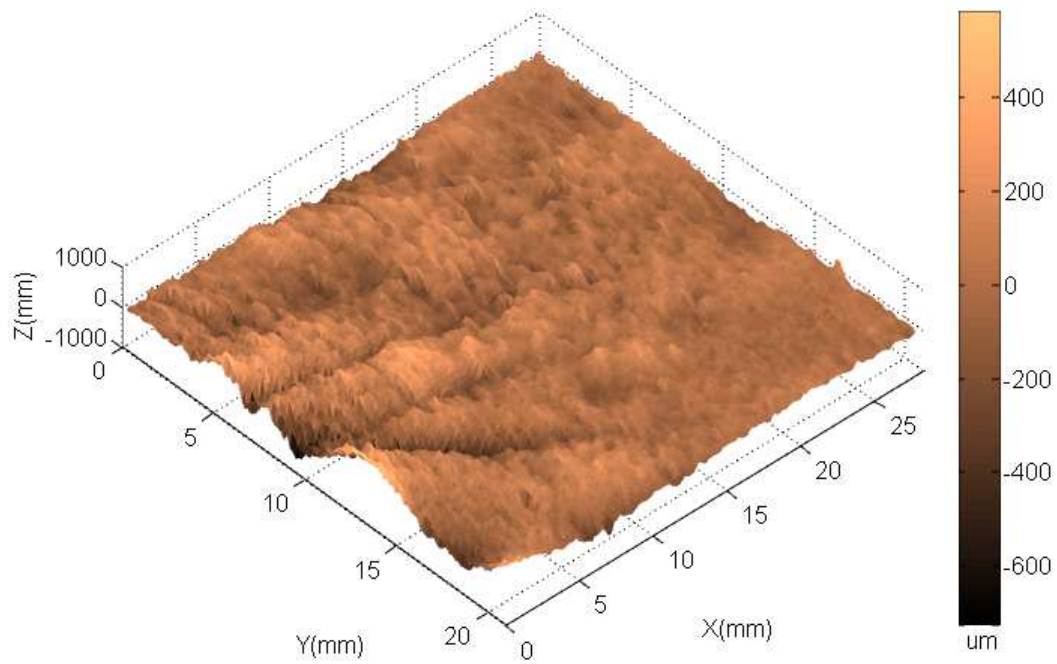
- **Muestra Dos**



(a)



(b)



(c)

**Figura 58.** (a) Fotografía de la persona, (b) Ampliación de la zona analizada, (c) Reconstrucción de la textura.

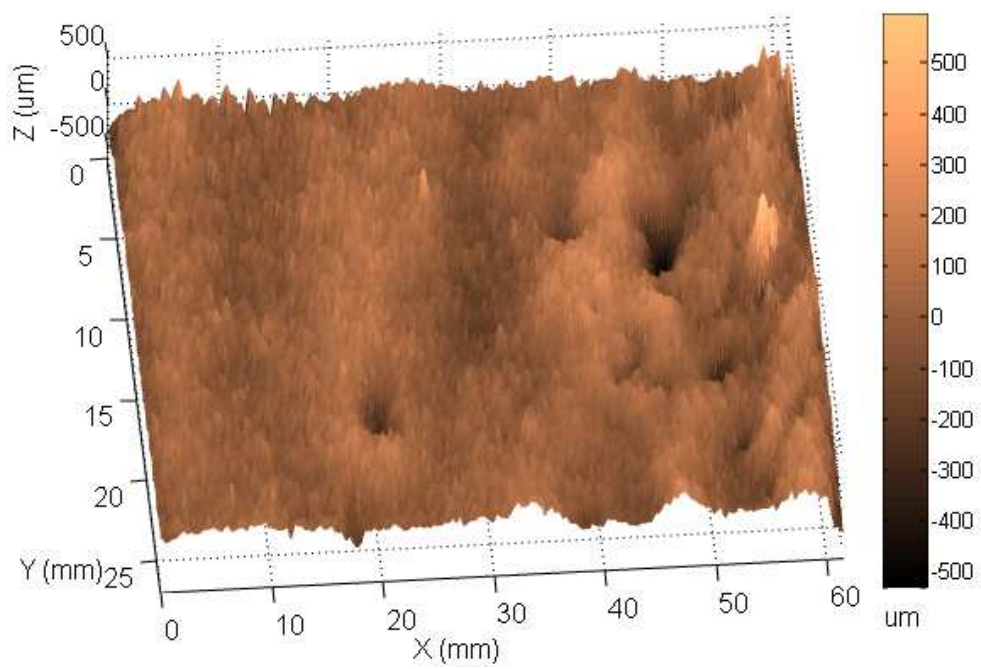
- **Muestra Tres**



(a)



(b)



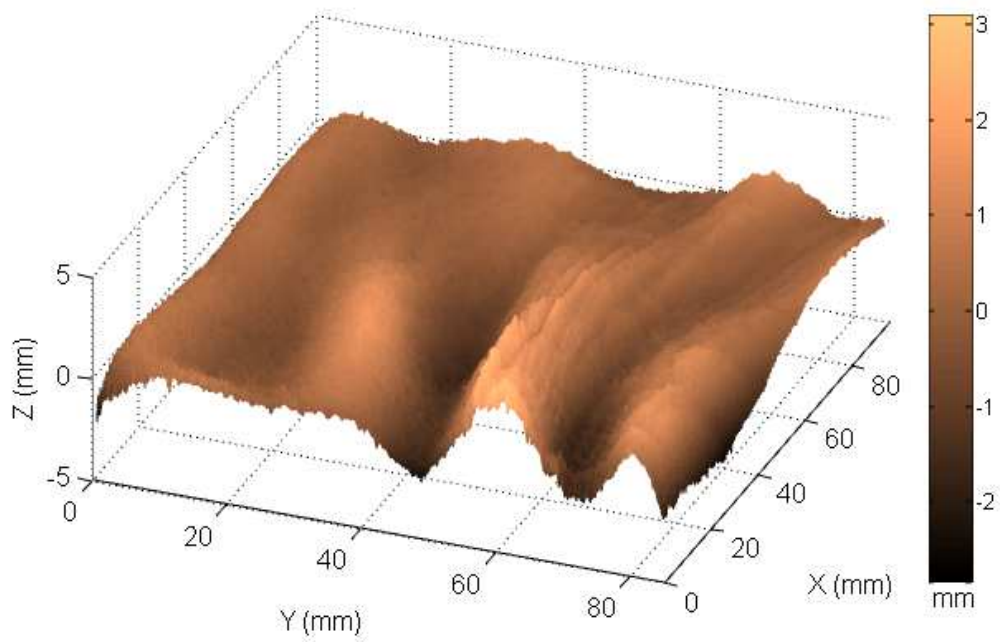
(c)

**Figura 59.** (a) Fotografía de la persona, (b) Ampliación de la zona analizada, (c) Reconstrucción de la textura.

- **Muestra Cuatro**



(a)



(b)

**Figura 60.** (a) Fotografía de la muestra, (b) Reconstrucción de la textura.

Como se pudo apreciar a lo largo del capítulo, el sistema tiene la capacidad de resolver detalles en la textura de piel, lo cual lo hace idóneo en aplicaciones donde se requieran destacar propiedades de la piel, como acné, cicatrices, marcas de la edad, entre otras, incluso validar tratamientos estéticos que modifiquen dichas características.



## CONCLUSIONES

- Se construyó un Sistema de Reconstrucción Tridimensional por el Método de Proyección de Franjas con una resolución del orden de las  $20\mu\text{m}$ .
- Por el efecto del sistema de franjas rectangulares proyectadas, se evidenció la presencia del cuarto armónico en la fase continua y por ende en la reconstrucción final, la cual fue atenuada modificando la Función de Transferencia Óptica variando el desenfoque del proyector y realizando un filtrado pasabajo digital.
- Para el Sistema de Reconstrucción Tridimensional, se realizó la calibración experimental de la coordenada Z para relacionar las variaciones de fase con el cambio de altura del cuerpo.
- Del análisis metrológico del sistema se concluye:
  - A medida que disminuye el contraste de las franjas aumenta la desviación estándar de la medida del sistema, es decir la resolución disminuye.
  - Se hace evidente la inestabilidad inicial del sistema, lo que requiere que sea utilizado confiablemente solamente después de 10 minutos de su encendido.
- Se implementó la Triangulación Lineal con el fin de ofrecer puntos de referencia para poder ubicar los valores de  $\Delta\phi$  en el rango  $2\pi$  adecuado para poder aplicar las curvas de calibración experimental de la coordenada Z.
- Se cumplió el objetivo principal del proyecto, el cual era diseñar y construir un sistema de reconstrucción 3D para el análisis metrológico de la piel humana, aplicando el Sistema de Reconstrucción desarrollado para obtener la macro y micro topografía de muestras de piel con presencia de acné, cicatrices y arrugas.

## **PERSPECTIVAS DE INVESTIGACIÓN**

Con los resultados plasmados en este proyecto, se observa la viabilidad de realizar aplicaciones que permitan visualizar la evolución de tratamientos médicos y estéticos, basados en la cuantificación de la variación de la macro y microtextura de las reconstrucciones de la piel a medida que avanza el tratamiento. Si la aplicación lo requiere, es posible aumentar la resolución del sistema solamente reemplazando el objetivo de la cámara CCD por uno telescópico que permita apreciar los leves desplazamientos de las franjas por pequeñas alturas, sin necesidad de modificar el sistema de proyección, es decir el mismo paso P en el sistema de franjas.

## BIBLIOGRAFÍA

1. Perez G. Z. Aproximación Espacio-Temporal para la medida absoluta de la forma 3D de un objeto por proyección de franjas. Trabajo de Grado. Escuela de Física. Universidad Industrial de Santander, 2006.
2. Kaufmann G. H. and Galizzi G. E. Phase measurement in temporal speckle pattern interferometry: comparison between the phase-shifting and the Fourier transform methods. *Applied Optics*. Vol. 41, No. 34, 2002, pp. 7254-7263.
3. Hariharan P. *Optical Interferometry*. School of Physics, University of Sydney, Australia, 2003.
4. Egidi N. and Maponi P. A comparative study of two fast unwrapping algorithms, *Appl. Math. Comp.* 148,599-629, 2004.
5. Meneses J. *Système Optique Pour La Mesure des Dèformations De la Voûte Plantaire Sous Charge Statique*, Thèse. L'U.F.R Des Sciences Et Techniques De L'Université De Franche-Comté. 22 Septembre, 1998.
6. Goodman J. *Introduction to Fourier Optics*. Masson & Cie Paris, 1972, pp. 115.
7. Lira Ch. J. *Introducción al Tratamiento Digital de Imágenes*. Universidad Nacional Autonoma de Mexico, 2002.

8. Contreras P. C, Dispositivo Óptico de Medida 3-D con Simetría Cilíndrica: Aplicaciones en Balística. Trabajo de grado. Escuela de Física. Universidad Industrial de Santander, 2006.
  
9. Meneses J, Gharbi T, and Humbert P. Phase-unwrapping algorithm for images with high noise content based on a local histogram. *Applied Optics*, Vol. 44, No. 7, 2005, pp. 1207-1215.
  
10. Windecker R, Franz S. and Tiziani J. Optical roughness measurements with fringe projection, *Applied Optics* 38, No.13, 1999, pp. 2837-2842.