

**ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE UNA TÉCNICA DE RECUPERACIÓN DE  
SINCRONISMO BASADA EN SECUENCIAS DE ENTRENAMIENTO PARA UN  
ENLACE DE COMUNICACIÓN DIGITAL DE ÚNICA PORTADORA**



**SANTIAGO JOSE MUÑOZ ORDOÑEZ  
CARLOS HEMANUEL VALENCIA LOPEZ**

**Universidad del Cauca  
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones  
Departamento de Telecomunicaciones  
Grupo de Radio e Inalámbricas - GRIAL  
Sistemas de Comunicaciones Móviles e Inalámbricas  
Popayán 2023**

**ANÁLISIS DE DESEMPEÑO DE UNA TÉCNICA DE RECUPERACIÓN DE  
SINCRONISMO BASADA EN SECUENCIAS DE ENTRENAMIENTO PARA UN  
ENLACE DE COMUNICACIÓN DIGITAL DE ÚNICA PORTADORA**



**Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de Ingeniero  
en Electrónica y Telecomunicaciones**

**SANTIAGO JOSE MUÑOZ ORDOÑEZ  
CARLOS HEMANUEL VALENCIA LOPEZ**

Director: Msc. Jesús Mauricio Ramírez Viafara

**Universidad del Cauca  
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones  
Departamento de Telecomunicaciones  
Grupo de Radio e Inalámbricas - GRIAL  
Sistemas de Comunicaciones Móviles e Inalámbricas  
Popayán 2023**



# LISTA DE ACRÓNIMOS

AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i> , Ruido Blanco Aditivo Gaussiano.
BER	<i>Bit Error Rate</i> , Tasa de Error de Bit.
DA	<i>Data Aided</i> , Asistido por Datos.
ISI	<i>Intersymbol Interference</i> , Interferencia Intersimbólica.
M-QAM	<i>M-ary Quadrature Amplitude Modulation</i> , Modulación por Amplitud en Cuadratura M-aria.
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i> , Estimación por Máxima Verosimilitud.
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i> , Relación Señal a Ruido.

# LISTA DE VARIABLES

$B$	Ancho de banda.
$\{b_i\}$	Secuencia de bits transmitida.
$\{b'_i\}$	Secuencia de bits estimada.
$d$	Distancia mínima de la constelación.
$E_b$	Energía de bit.
$E_b/N_0$	Relación de energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido.
$E_s$	Energía de símbolo.
$f_c$	Frecuencia portadora.
$p(t)$	Respuesta al impulso del filtro conformador.
$P(f)$	Espectro del filtro conformador $p(t)$ .
$p(-t)$	Filtro acoplado.
$Q(x)$	Función complementaria de distribución acumulativa normal.
$r$	Efecto de desincronismo.
$\hat{r}$	Parámetro $r$ estimado.
	estándar.
$s(t)$	Salida de la etapa banda base.
$\{s_k\}$	Secuencia de símbolos complejos.
$\{s'_k\}$	Componente real de la secuencia de símbolos complejos.
$\{s''_k\}$	Componente imaginaria de la secuencia de símbolos complejos.
$T$	Periodo de símbolo.
$t_0$	Instante óptimo muestreo.
$t'_0$	Instante de muestreo estimado.
$u(t)$	Señal filtrada en recepción.
$u'(t)$	Componente real de la señal filtrada en recepción.
$u''(t)$	Componente imaginaria de la señal filtrada en recepción.
$u_p(t)$	Señal piloto filtrada en recepción.

$\{u_k\}$	Secuencia de observaciones en el receptor.
$\{u_k^{\prime}\}$	Componente real de secuencia de observaciones en el receptor.
$\{u_k^{\prime\prime}\}$	Componente imaginaria de secuencia de observaciones en el receptor.
$\{w_k\}$	Secuencia de ruido equivalente en los instantes de muestreo.
$w(t)$	Ruido del canal AWGN.
$X(f)$	Espectro de la señal modulada.
$x(t)$	Señal modulada.
$y(t)$	Señal de salida del canal.
$z(t)$	Ruido filtrado en el receptor.
$\Delta$	Error de sincronismo de símbolo.
$\psi$	Fase inicial del oscilador local en recepción.
$\phi$	Fase de la señal transmitida.
$\theta_k$	Variable de decisión con sincronismo de portadora.

# TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN .....	1
<b>1. DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL SISTEMA .....</b>	<b>3</b>
1.1 ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS SISTEMAS DE COMUNICACIÓN DE ÚNICA PORTADORA .....	3
1.2 MODULACIÓN 4-QAM .....	4
1.3 TÉCNICA DE RECUPERACIÓN DE SINCRONISMO .....	11
1.3.1 Errores de sincronismo de símbolo y sus consecuencias .....	12
1.3.2 Errores de sincronismo de portadora y sus consecuencias .....	14
1.3.3 Módulo de recuperación de sincronismo de símbolo .....	18
1.3.4 Módulo de recuperación de sincronismo de portadora .....	20
<b>2. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DE LAS SIMULACIONES .....</b>	<b>23</b>
2.1 INCREMENTO 1 - SISTEMA DE COMUNICACIONES IDEAL .....	23
2.1.1 Listado de requerimientos .....	23
2.1.2 Diseño e implementación .....	24
2.1.3 Pruebas de validación .....	31
2.2 INCREMENTO 2 - SISTEMA DE COMUNICACIÓN CON RECEPTOR NO SINCRONIZADO .....	32
2.2.1 Listado de requerimientos .....	32
2.2.2 Diseño e implementación .....	32
2.3 INCREMENTO 3 - TÉCNICA DE RECUPERACIÓN DE SINCRONISMO .....	39
2.3.1 Listado de requerimientos .....	39
2.3.2 Diseño e implementación .....	39
2.3.3 Módulo de sincronismo de símbolo .....	40
2.3.4 Módulo de sincronismo de portadora .....	42
2.3.5 Recuperación de sincronismo conjunta .....	45
<b>3. RESULTADOS Y SU ANÁLISIS .....</b>	<b>47</b>
3.1 VARIACIÓN DE LA LONGITUD DE SÍMBOLOS PILOTO .....	47
3.1.1 Escenario 1 - Longitud de piloto = 1 .....	48
3.1.2 Escenario 2 - Longitud = 50 .....	49
3.1.3 Escenario 3 - Longitud 100 .....	51
3.1.4 Escenario 4 - Longitud = 1000 .....	52
3.2. ANÁLISIS DE DEPENDENCIA ENTRE SINCRONISMO DE PORTADORA Y SINCRONISMO DE SÍMBOLO .....	54
<b>4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>57</b>
4.1 CONCLUSIONES .....	57
4.2 TRABAJOS FUTUROS .....	58
<b>5. BIBLIOGRAFÍA .....</b>	<b>59</b>

# LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1.1. Diagrama de bloques sistema de comunicación digital . . . . .</i>	<i>3</i>
<i>Figura 1.2. Constelación 4QAM[2]. . . . .</i>	<i>4</i>
<i>Figura 1.3. Modulador M-QAM. . . . .</i>	<i>5</i>
<i>Figura 1.4. Demodulador M-QAM. . . . .</i>	<i>7</i>
<i>Figura 1.5. Curva de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> de la modulación 4-QAM. . . . .</i>	<i>11</i>
<i>Figura 1.6. Diagrama de señal recibida en el receptor. . . . .</i>	<i>12</i>
<i>Figura 1.7. Fasor Y con fase inicial a y desfase b. . . . .</i>	<i>15</i>
<i>Figura 1.8. Constelación 4QAM con desfase. . . . .</i>	<i>16</i>
<i>Figura 1.9. Módulo de recuperación de sincronismo de símbolo. . . . .</i>	<i>19</i>
<i>Figura 1.10. Diagramas de constelación de las observaciones de la señal para diferentes instantes de muestreo con 20000 símbolos complejos . . . . .</i>	<i>20</i>
<i>Figura 2.1 Diagrama de incrementos . . . . .</i>	<i>23</i>
<i>Figura 2.2 Diagrama de bloques sistema ideal . . . . .</i>	<i>25</i>
<i>Figura 2.3. Diagrama de constelación con modulación 4-QAM . . . . .</i>	<i>25</i>
<i>Figura 2.4 Espectro de la señal transmitida . . . . .</i>	<i>26</i>
<i>Figura 2.5 Diagramas de constelación 4-QAM con ruido y 20000 símbolos complejos . . . . .</i>	<i>29</i>
<i>Figura 2.6 Diagramas de Ojo 4-QAM . . . . .</i>	<i>30</i>
<i>Figura 2.7 Curva de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> . . . . .</i>	<i>32</i>
<i>Figura 2.8 Receptor no sincronizado . . . . .</i>	<i>33</i>
<i>Figura 2.9 Curva de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math>, <math>\phi=30^\circ</math> . . . . .</i>	<i>34</i>
<i>Figura 2.10 Diagrama de constelación <math>E_b/N_0=0,4,7,10</math> <math>\phi=-30^\circ</math> . . . . .</i>	<i>35</i>
<i>Figura 2.11 Diagrama de constelación <math>E_b/N_0=10</math> <math>\phi=45^\circ,60^\circ</math> . . . . .</i>	<i>36</i>
<i>Figura 2.12 Diagrama de ojo en fase y cuadratura <math>\phi=45^\circ</math> . . . . .</i>	<i>36</i>
<i>Figura 2.13 Curva de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math>, <math>q=3</math> . . . . .</i>	<i>37</i>
<i>Figura 2.14 Diagrama de constelación <math>E_b/N_0=10</math>, <math>q=3</math> . . . . .</i>	<i>37</i>
<i>Figura 2.15 Diagrama de ojo en fase y cuadratura <math>E_b/N_0=10</math>, <math>q=3</math> . . . . .</i>	<i>38</i>
<i>Figura 2.16 Diagrama de bloques del receptor con algoritmo de recuperación de sincronismo conjunta . . . . .</i>	<i>39</i>
<i>Figura 2.17 Señal enviada, fase y cuadratura . . . . .</i>	<i>40</i>
<i>Figura 2.18 Señal piloto <math>u_p(t)</math> en el dominio del tiempo . . . . .</i>	<i>41</i>
<i>Figura 2.19 Diagramas de constelación de las observaciones de la señal piloto <math>u_p(t)</math>. . . . .</i>	<i>42</i>
<i>Figura 2.20 Diagrama de bloques sincronismo de portadora . . . . .</i>	<i>43</i>



<i>Figura 2.21 Constelación con sincronismo de portadora</i> . . . . .	44
<i>Figura 2.22 Curva de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> con sincronismo de portadora</i> . . . .	44
<i>Figura 2.23 Constelaciones a través del sistema</i> . . . . .	45
<i>Figura 2.24 Diagrama de bloques del sistema completo</i> . . . . .	46
<i>Figura 2.25 Curva de desempeño sistema completo</i> . . . . .	47
<i>Figura 3.1 Diagramas de constelación <math>N=1</math></i> . . . . .	48
<i>Figura 3.2 Curvas comparativas de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> <math>N=1</math></i> . . . . .	49
<i>Figura 3.3 Diagramas de constelación <math>N=50</math></i> . . . . .	50
<i>Figura 3.4 Curvas comparativas de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> <math>N=50</math></i> . . . . .	50
<i>Figura 3.5 Diagramas de constelación <math>N=100</math></i> . . . . .	51
<i>Figura 3.6 Curvas comparativas de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> <math>N=100</math></i> . . . . .	51
<i>Figura 3.7 Diagramas de constelación <math>L=1000</math></i> . . . . .	52
<i>Figura 3.8 Curvas comparativas de desempeño BER vs <math>E_b/N_0</math> <math>N=1000</math></i> . . . . .	53
<i>Figura 3.9 Sobretrazado de curva de desempeño</i> . . . . .	54
<i>Figura 3.10 Diagramas de constelación con instante menos óptimo de muestreo</i> . . .	55
<i>Figura 3.11 Curva de desempeño de BER vs <math>E_b/N_0</math> con instante menos óptimo de muestreo</i> . . . . .	56

# LISTA DE ANEXOS

**ANEXO I:** Resultados de simulaciones para diferentes escenarios de desincronismo.

**ANEXO II:** Valores de BER para 100 iteraciones independientes aleatorias para longitud de piloto  $N=100$ .

# INTRODUCCIÓN

Los sistemas de telecomunicaciones tienen como propósito principal transmitir información de manera eficiente y confiable a través de un canal, garantizando una baja probabilidad de error, para ello cuentan con varias etapas que permiten su correcto funcionamiento. En esencia, se busca que el transmisor genere una señal acorde al contenido de información que se quiere enviar, de tal manera que el receptor sea capaz de reproducir dicha información con un nivel de exactitud que satisfaga las necesidades del usuario [1].

En un canal con Ruido Blanco Aditivo Gaussiano (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*), la única contaminación que afecta a la información transmitida es el ruido [2]. Ahora bien, cuando una señal viaja desde el transmisor hasta el receptor a través de un canal de comunicación, además de contaminarse con ruido, tarda un tiempo determinado en propagarse. Este tiempo, si bien no es aleatorio, es desconocido en la mayoría de los casos prácticos. Posteriormente, el receptor debe recuperar la secuencia de símbolos del mensaje, lo que implica demodular coherentemente la señal recibida, filtrar con un filtro acoplado, tomar muestras periódicas en los instantes óptimos y clasificar cada muestra dentro de los posibles valores del alfabeto de modulación (constelación). Para que este proceso sea exitoso se requiere, no solo que los niveles de ruido sean moderados, sino del conocimiento de la fase de la portadora y la determinación de los instantes óptimos de muestreo, lo cual, en la práctica, no es tan fácil de obtener, pues es función justamente del retardo que experimenta la señal en su viaje del transmisor al receptor. El problema de determinar la fase de la portadora y/o los instantes óptimos de muestreo se conoce de manera general como recuperación de sincronismo a nivel físico [3]. Específicamente, la obtención de la fase de la portadora se denomina sincronismo de portadora (*carrier recovery*) y consiste en calcular el corrimiento de fase de la señal generada por el oscilador local en el receptor con respecto a la fase de la señal recibida (asumiendo que se conoce la frecuencia de la portadora). Por otro lado, la determinación de los instantes óptimos de muestreo se denomina sincronismo de símbolo (*timing recovery*) y consiste en establecer el instante de tiempo a partir del cual se deben tomar las muestras periódicas de la señal recibida (asumiendo que se conoce la velocidad de símbolo). Si un receptor opera sin un proceso previo de recuperación de sincronismo, la tasa de errores puede ser muy alta, incluso en ausencia de ruido y distorsión. Esto hace que tal proceso sea fundamental para el correcto funcionamiento del sistema de comunicación [4].

Una de las técnicas propuestas para contrarrestar el efecto de desincronismo se basa en el conocimiento que se tiene a priori sobre los símbolos transmitidos, es decir una técnica de recuperación de sincronismo Asistida por Datos (DA, *Data Aided*) que usa una secuencia conocida de símbolos (secuencia de entrenamiento), la cual permite determinar la fase de la portadora y el mejor instante estimado de muestreo [5]. La razón de utilizar secuencias de entrenamiento para la sincronización radica en que, al tener conocimiento de los símbolos transmitidos, se logrará combatir y mitigar errores de fase y temporización de una mejor manera, obteniendo mejor desempeño evaluado por la Tasa de Error de Bit (BER, *Bit Error Rate*) en una Modulación por Amplitud en Cuadratura M-aria (M-QAM, *M-ary Quadrature Amplitude Modulation*).

El objetivo principal de este trabajo es analizar el desempeño de una técnica de recuperación de sincronismo, basada en secuencias de entrenamiento, para determinar la fase de la portadora y el mejor instante estimado de muestreo en el extremo receptor en un enlace de comunicación digital de única portadora.

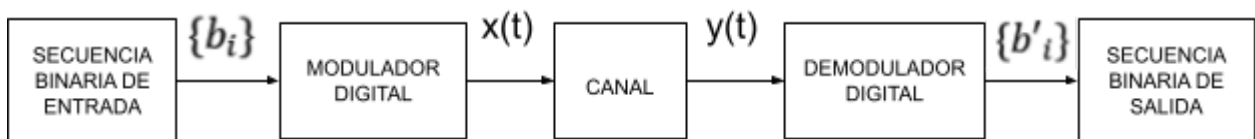
El presente trabajo está estructurado de la siguiente manera: en el Capítulo 1 se exponen los fundamentos teóricos del esquema de modulación digital 4-QAM que será implementado, adicional a ello se exponen las bases teóricas de la técnica de recuperación de sincronismo, analizando matemáticamente los fenómenos que ocurren en cada una de las etapas del proceso de comunicación. En el capítulo 2 se presenta el proceso de desarrollo basado en una metodología incremental, se divide el proceso en 3 etapas, en cada una de las cuales se plantea los requerimientos, diseño, implementación y se realizan las respectivas pruebas de validación. En el Capítulo 3 se muestran los resultados obtenidos, teniendo como premisa dos aspectos: el primero, el análisis de la señal transmitida sobre un canal AWGN con efectos de desincronismo tanto en símbolo como en portadora; y el segundo, el análisis del impacto de la técnica de recuperación de sincronismo propuesta sobre el desempeño del sistema. Para esto se realiza una variación del parámetro correspondiente a la longitud de los símbolos piloto. En el Capítulo 4 se muestran las conclusiones obtenidas en el trabajo de grado.

# CAPÍTULO 1: DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DEL SISTEMA

## 1.1. ELEMENTOS BÁSICOS DE LOS ENLACES DE COMUNICACIÓN DIGITAL DE ÚNICA PORTADORA

Un enlace de comunicación digital de única portadora es aquel que transmite mensajes binarios (secuencia de unos y ceros) entre dos puntos. Para lograr la transmisión, es necesario adaptar el mensaje binario al canal de comunicación, es decir, representar dicho mensaje mediante una forma de onda que se pueda propagar adecuadamente a través del canal. Este proceso se conoce como modulación digital [6].

El esquema básico de un enlace de comunicación digital se muestra en el diagrama en bloques de la Figura 1.1.



*Figura 1.1. Diagrama de bloques sistema de comunicación digital.*

El modulador digital cumple tres tareas esenciales: La primera, mapea la secuencia de bits  $\{b_i\}$  en una secuencia de símbolos complejos de valores de amplitud discretos, según el alfabeto de símbolos escogido para el modulador. La segunda, se encarga de transformar la secuencia de amplitud en una forma de onda adecuada para la transmisión; y la tercera, modula analógicamente una onda portadora con la señal de información para conformar la señal en pasa banda  $x(t)$  y entregarla al canal de comunicación.

El bloque del canal representa el medio físico que se emplea para enviar la señal  $x(t)$  desde el transmisor hasta el receptor. Aquí, este bloque representa el lugar donde la señal se contamina con ruido.

Finalmente, el demodulador digital, se encarga de convertir la señal recibida  $y(t)$  en una secuencia binaria de valores que constituyen el mensaje recibido  $\{b_i\}$ .

## 1.2. MODULACIÓN 4-QAM

La *modulación por amplitud en cuadratura M-aria (M-QAM)* es un esquema de modulación digital que representa el mensaje binario a través de combinaciones de amplitud y fase. Cada combinación de amplitud y fase se representa mediante un número complejo, que a su vez contiene la información de un bloque de  $\log_2 M$  bits, por lo tanto, el alfabeto  $A$  está compuesto por  $M$  números complejos, donde  $M$  es una potencia entera de 2 [2]. Particularmente, la modulación 4-QAM representa la información mediante 4 símbolos de igual amplitud y con diferencia de fase de 90 grados, en la Figura 1.2 se observa la constelación de una modulación 4-QAM.

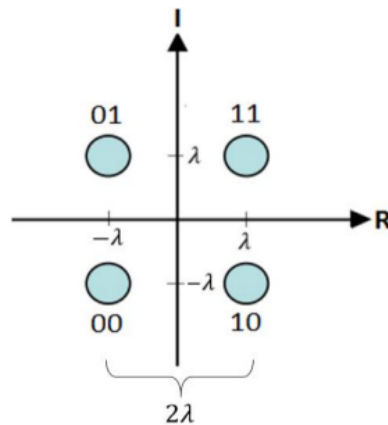


Figura 1.2. Constelación y mapeo 4-QAM [2].

La modulación M-QAM cuenta con dos etapas básicas, una etapa banda base y una etapa pasa banda, lo cual se puede apreciar en la Figura 1.3.

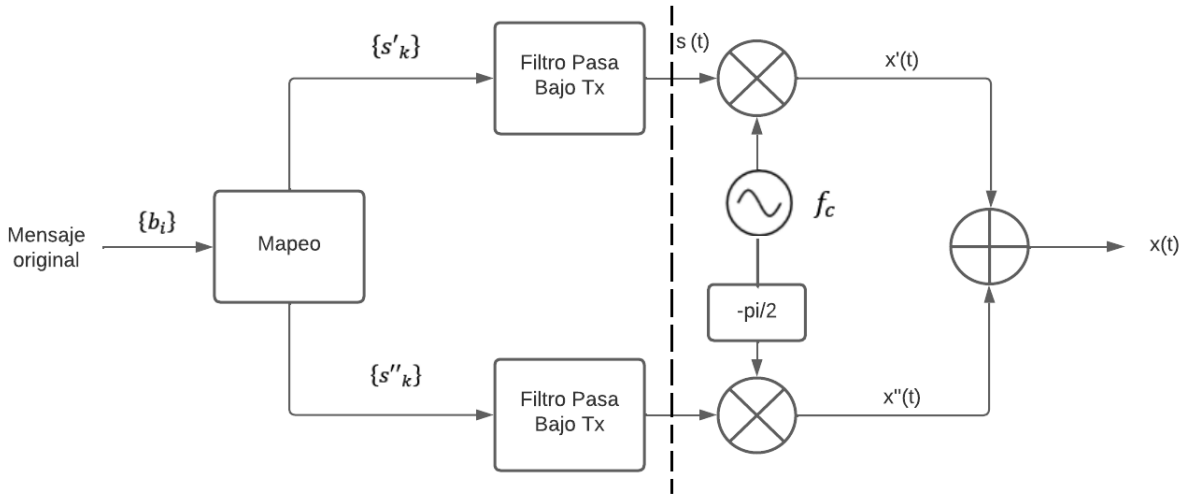


Figura 1.3. Modulador M-QAM.

En la etapa banda base el mensaje binario es convertido en una secuencia de números complejos y la secuencia de números complejos es transformada en una forma de onda adecuada a las características del canal de comunicaciones [7]. La salida de la etapa banda base está dada por:

$$s(t) = \sum_k s_k p(t - kT), \quad (1.1)$$

donde,  $s(t)$  es la salida de la etapa banda base,  $\{s_k; k \in \mathbb{Z}\}$  es la secuencia de símbolos complejos, y  $p(t - kT)$  pulsos desplazados entre sí  $T$  segundos, que permiten generar la forma de onda.

Finalmente, la forma de onda  $s(t)$  es trasladada en frecuencia hasta la portadora  $f_c$ , convirtiéndose en una señal pasa banda. La señal modulada está dada por:

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re} \left[ \sqrt{2} e^{j2\pi f_c t} s(t) \right] = \sqrt{2} \text{Re} [s(t)] \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2} \text{Im} [s(t)] \sin(2\pi f_c t) \\ &= \sqrt{2} \cos(2\pi f_c t) \sum_k s'_k p(t - kT) - \sqrt{2} \sin(2\pi f_c t) \sum_k s''_k p(t - kT) \\ &= x'(t) - x''(t). \end{aligned} \quad (1.2)$$

donde  $x'(t)$  y  $x''(t)$  transmiten respectivamente las partes real e imaginaria de los símbolos de la constelación, y las componentes  $\{s'_k\}$  y  $\{s''_k\}$  representan la parte real e imaginaria de la secuencia de símbolos  $\{s_k\}$ , respectivamente. Las señales  $x'(t)$  y  $x''(t)$  pueden mezclarse sin temor a perder la capacidad de distinguir entre una y otra.

El espectro de la señal modulada en M-QAM está dada por:

$$X(f) = F \{x(t)\} = F \left\{ \text{Re}[\sqrt{2}e^{j2\pi f_c t} s(t)] \right\}, \quad (1.3)$$

donde,  $F \{ \cdot \}$  es el operador de la transformada de Fourier y  $X(f)$  es la transformada de Fourier de  $x(t)$ .

Para cualquier número complejo  $w$ , se tiene:  $\text{Re}[w] = \frac{w + w^*}{2}$ .

Luego:

$$x(t) = \frac{s(t)e^{j2\pi f_c t} + s^*(t)e^{-j2\pi f_c t}}{\sqrt{2}}, \quad (1.4)$$

Es decir, para facilitar el cálculo de  $X(f)$ , es conveniente expresar  $x(t)$  mediante exponenciales complejas de la forma:

$$\begin{aligned} x(t) &= \text{Re} \left[ \sqrt{2}e^{j2\pi f_c t} \sum_k s_k p(t - kT) \right] = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{2}e^{j2\pi f_c t} \sum_k s_k p(t - kT) \right] \\ &+ \frac{1}{2} \left[ \sqrt{2}e^{-j2\pi f_c t} \sum_k s_k^* p(t - kT) \right]. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Luego, al aplicar las propiedades de traslación en frecuencia y linealidad, se llega a:

$$\begin{aligned} X(f) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \sum_k s_k P(f - f_c) e^{-j2\pi kT(f - f_c)} \right] + \frac{\sqrt{2}}{2} \left[ \sum_k s_k^* P(f + f_c) e^{-j2\pi kT(f + f_c)} \right] \\ X(f) &= \frac{\sqrt{2}}{2} P(f - f_c) \left[ \sum_k s_k e^{-j2\pi kT(f - f_c)} \right] + \frac{\sqrt{2}}{2} P(f + f_c) \left[ \sum_k s_k^* e^{-j2\pi kT(f + f_c)} \right], \end{aligned} \quad (1.6)$$



donde,  $P(f)$  es el espectro de la función pulso conformador, y el superíndice \* indica el conjugado complejo.

Por lo tanto, el espectro de la señal modulada en M-QAM, contiene dos señales, centradas en  $f_c$  y  $-f_c$ , lo que duplica el consumo de ancho de banda de la señal pasa banda respecto a su equivalente banda base, así:

$$B = \text{Bw} \{x(t)\} = 2 \times \text{Bw} \{p(t)\}, \quad (1.7)$$

donde,  $\text{Bw}\{\cdot\}$  es el operador de ancho de banda.

El demodulador correlaciona la señal recibida con la función ortonormal respectiva, es decir se toman por separado las componentes real e imaginaria de la señal, teniendo en cuenta, que en el transmisor se realizó una traslación en frecuencia, por lo tanto, se debe trasladar la señal de pasa banda a banda base nuevamente y extraer de la señal entrante,  $y(t)$ , las componentes reales e imaginarias de los símbolos, para ello, se utiliza la técnica de detección coherente, la cual consiste en multiplicar la señal entrante por un tono de la misma frecuencia y fase que la señal portadora utilizada en el modulador para cada una de las componentes, y obtener la señal en banda base resultante por medio del filtraje individual de cada una de las señales que representa las componentes real e imaginaria del símbolo, tal como se muestra en la Figura 1.4 [2],[7].

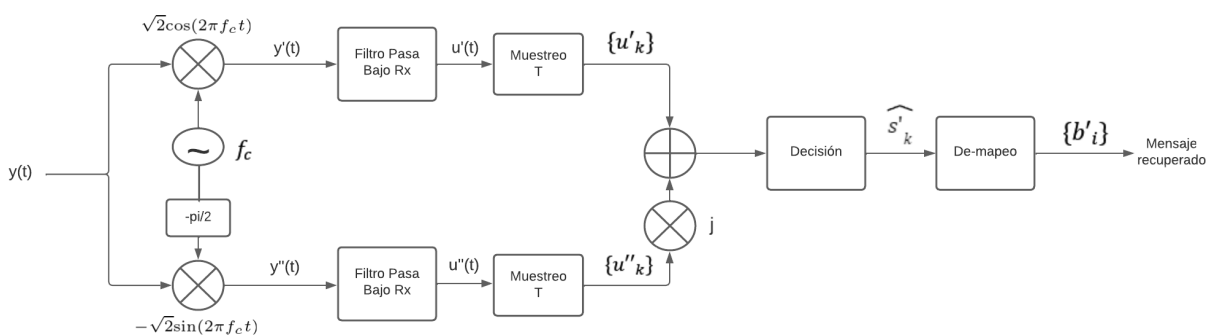


Figura 1.4. Demodulador M-QAM.

Matemáticamente, la técnica de detección coherente se demuestra a continuación, las señales banda base  $u'(t)$  y  $u''(t)$  están dadas por:

$$u'(t) = \left[ \sqrt{2}y(t)\cos(2\pi f_c t) \right] * p(-t),$$

$$u''(t) = \left[ -\sqrt{2}y(t)\sin(2\pi f_c t) \right] * p(-t), \quad (1.8)$$

donde,  $p(-t)$  es el filtro acoplado del receptor.

Suponiendo que el canal no introduce distorsión ni ruido, entonces se tiene que la señal modulada del transmisor  $x(t)$  es igual a la señal entrante en el receptor, por ende se obtiene:

$$y(t) = x(t) = \sqrt{2}\text{Re}[s(t)]\cos(2\pi f_c t) - \sqrt{2}\text{Im}[s(t)]\sin(2\pi f_c t) \quad (1.9)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} u'(t) &= \{2\text{Re}[s(t)]\cos^2(2\pi f_c t) + 2\text{Im}[s(t)]\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c t)p(-t)\} \\ &= \{\text{Re}[s(t)] + \text{Re}[s(t)]\cos(4\pi f_c t) + \text{Im}[s(t)]\sin(4\pi f_c t)\} * p(-t) \\ &= \text{Re}[s(t)] * p(-t) = \left[ \sum_k s'_k p(t - kT) \right] * p(-t) = \sum_k s_k g(t - kT), \end{aligned} \quad (1.10)$$

donde,  $g(t) = p(t) * p(-t)$ , así mismo:

$$\begin{aligned} u''(t) &= \left[ -2\text{Re}[s(t)]\cos(2\pi f_c t)\sin(2\pi f_c t) \right. \\ &\quad \left. + 2\text{Im}[s(t)]\sin^2(2\pi f_c t) \right] * p(-t) \\ &= \text{Im}[s(t)] * p(-t) = \left[ \sum_k s''_k p(t - kT) \right] * p(-t) = \sum_k s''_k g(t - kT). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Luego, muestreando cada  $T$  unidades de tiempo y asumiendo que  $g(t)$  satisface el criterio de Nyquist para evitar ISI:

$$u'_k = u'(kT) = \sum_n s'_n g(kT - nT) = s'_k \quad (1.12)$$

$$u''_k = u''(kT) = \sum_n s''_n g(kT - nT) = s''_k \quad (1.13)$$

donde  $u'_k$  y  $u''_k$  hacen referencia a las componentes real e imaginaria de la observación disponible en el receptor, la cual se describe como [2]:

$$u_k = u'_k + ju''_k = s'_k + js''_k = s_k \quad (1.14)$$

Esto demuestra que en ausencia de ruido, es posible recuperar perfectamente la secuencia de símbolos transmitidos.

Cuando no se emplea codificación de canal, no existe esquema de modulación alguno que alcance una probabilidad de error en la detección inferior a  $Q\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right)$ , donde  $E_b/N_0$  es la relación energía de bit a densidad espectral de potencia de ruido y  $Q(\cdot)$  es la función complementaria de distribución acumulativa normal estándar. Al considerar un canal cuyo único efecto degradante es el ruido, la modulación 4-QAM logra ese valor mínimo de probabilidad de error. Desde el punto de vista del espacio de señal, la principal razón que evita que se supere dicho umbral de desempeño es la relación que existe entre la distancia mínima Euclidiana de la constelación y la energía promedio de bit, la cual, para constelaciones en una y dos dimensiones, está acotada por  $d \leq 2\sqrt{E_b}$ , donde  $d$  es la distancia mínima de la constelación y  $E_b$  es la energía promedio de bit [8].

En ese sentido, la probabilidad de error teórica de la modulación 4-QAM, se define de la siguiente manera:

$$\Pr\{\varepsilon_s\} \approx K(A)Q\left(\frac{d(A)}{2\sigma}\right), \quad (1.15)$$

donde  $K(A)$  representa el número promedio de vecinos de cada elemento del alfabeto  $A$  de la modulación M-QAM y  $d(A)$  hace referencia a la distancia mínima Euclidiana entre dos puntos de la constelación  $A$ , y  $\varepsilon_s$  es el evento "error en la detección de un símbolo".

La distancia mínima Euclidiana para la modulación 4-QAM está dada por (1.16) y se puede apreciar en la Figura 1.2.

$$d(A) = 2\lambda. \quad (1.16)$$

Por ende el valor de  $\lambda$  se obtiene de acuerdo a la energía de símbolo de la constelación, dada por:

$$\begin{aligned} E_s &= \mathbb{E} [|s_k|^2] \\ &= \sum_{s \in A} |s|^2 \Pr \{s_k = s\}, \end{aligned} \quad (1.17)$$

donde  $E_s$  es la energía promedio de símbolo y  $\mathbb{E}[\cdot]$  es el operador de valor esperado.

Partiendo que  $K(A)$  representa el número promedio de vecinos de cada elemento del alfabeto y analizando su constelación, se tiene para una modulación 4-QAM lo siguiente:

$$\begin{aligned} K(A) &= (2)\frac{1}{4} + (2)\frac{1}{4} + (2)\frac{1}{4} + (2)\frac{1}{4} \\ &= 2. \end{aligned} \quad (1.18)$$

La energía de símbolo para 4-QAM es:

$$E_s = \frac{1}{4} [|\lambda + j\lambda|^2 + |\lambda - j\lambda|^2 + |-\lambda + j\lambda|^2 + |-\lambda - j\lambda|^2] = 2\lambda^2$$

Así:

$$\Pr \{\varepsilon_s\} \approx 2Q \left( \frac{\sqrt{\frac{E_s}{2}}}{\sigma} \right). \quad (1.19)$$

Teniendo en cuenta que:

$$E_s = E_b \log_2(M), \quad (1.20)$$

y

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2}. \quad (1.21)$$

Finalmente se tiene que [2]:

$$\Pr \{\varepsilon_s\} \approx 2Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (1.22)$$

Luego

$$\text{BER} \approx \frac{\Pr(\varepsilon_s)}{\log_2 M} = \frac{2Q(\sqrt{2E_b/N_0})}{\log_2 4} = Q \left( \sqrt{2 \frac{E_b}{N_0}} \right). \quad (1.23)$$

Por lo tanto, los valores teóricos de la tasa de error de bit (BER) vs  $E_b/N_0$  está dado por (1.23) y se puede apreciar gráficamente su desempeño para una modulación 4-QAM, tal y como se ilustra en la Figura 1.5.

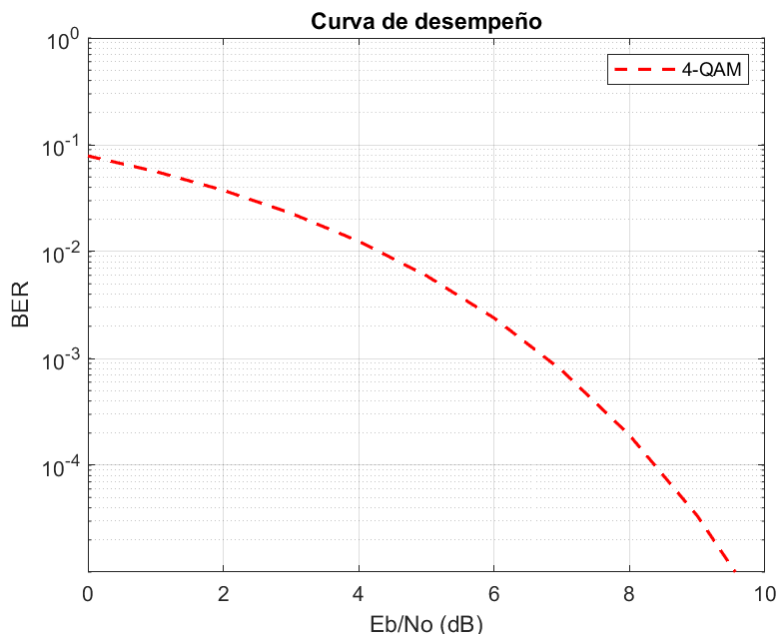


Figura 1.5. Curva de desempeño BER vs  $E_b/N_0$  de la modulación 4-QAM.

### 1.3. TÉCNICA DE RECUPERACIÓN DE SINCRONISMO

En un sistema de telecomunicaciones se busca realizar una comunicación de la forma más eficiente y confiable posible, es decir, transmitir la información a la mayor velocidad de transmisión de datos y con la mínima probabilidad de error. Una de las principales limitantes que afectan negativamente esta búsqueda se presenta en el receptor, el cual debe recuperar la secuencia de símbolos del mensaje, lo que implica demodular coherentemente la señal recibida, filtrar, tomar muestras periódicas en los instantes óptimos y clasificar cada muestra dentro de los posibles valores del alfabeto de modulación (constelación). Para que este proceso sea exitoso, se requiere no solo que los niveles de ruido y distorsión sean moderados, sino del conocimiento previo de la fase de la portadora y de los instantes óptimos de muestreo, lo cual en la práctica no es tan fácil de obtener y depende justamente del retardo que experimenta la señal en su viaje hasta el receptor. Para lograr superar estas condiciones desfavorables es necesario un diseño apropiado del transmisor y receptor, y una relación  $E_b/N_0$  admisible para los requerimientos de la comunicación. Una de las posibles soluciones

para obtener la  $E_b/N_0$  requerida y minimizar probabilidad de error, es el uso de secuencias de entrenamiento para la sincronización.

### 1.3.1. ERRORES DE SINCRONISMO DE SÍMBOLO Y SUS CONSECUENCIAS

Debido al ruido inherente a los sistemas de comunicaciones, la forma de onda obtenida después de la demodulación sufre deformaciones. Además, los relojes de los extremos del sistema son difíciles de sincronizar, aun cuando se tenga conocimiento exacto de la frecuencia de portadora y de la tasa de transmisión. Por tanto, se hace necesario crear un mecanismo para muestrear cada pulso en el punto de mayor energía. Este proceso se conoce como sincronización de reloj o sincronización de símbolos [9].

La señal  $y(t)$  es la superposición de la señal transmitida con el ruido del canal, tal y como se ilustra en la Figura 1.6.

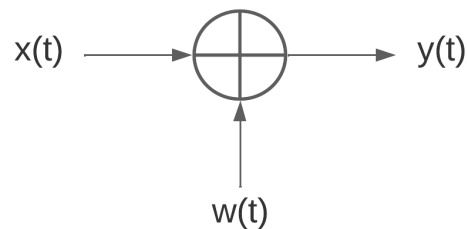


Figura 1.6. Diagrama de señal recibida en el receptor.

Y ésta señal está definida de la siguiente manera:

$$y(t) = x(t) + w(t), \quad (1.24)$$

donde,  $w(t)$  es ruido del canal y  $x(t)$  la señal transmitida.

Despreciando el efecto del ruido, se tiene que:

$$y(t) = x(t) = \text{Re} \left[ \sqrt{2} e^{j(2\pi f_c t)} \sum_k s_k p(t - kT) \right] \quad (1.25)$$

Suponiendo que hay perfecto sincronismo de portadora, la señal que sale del filtro acoplado en el receptor, tal y como se aprecia en la Figura 1.4, está dada por:

$$\begin{aligned}
u(t) &= u'(t) + ju''(t) \\
&= \left[ y(t)\sqrt{2}e^{-j(2\pi f_c t)} \right] * p(-t) \\
&= \left[ \frac{e^{j2\pi f_c t} \sum_k s_k p(t - kT) + e^{-j2\pi f_c t} \sum_k s_k^* p(t - kT)}{\sqrt{2}} \sqrt{2}e^{-j2\pi f_c t} \right] * p(-t) \\
&= \sum_k s_k g(t - kT). \tag{1.26}
\end{aligned}$$

donde  $g(t) = p(t) * p(-t)$ , como ya se había mencionado antes.

Sea  $t_0$  el mejor instante de muestreo, el cual es desconocido por el receptor, y sea  $t'_0$  el instante de muestreo que decide usar el receptor, entonces, teniendo en cuenta que  $u(t)$  también se puede escribir como  $u(t) = \sum_n s_n g(t - nT)$ , se tiene que:

$$\begin{aligned}
u_k &= u(t'_0 + kT) \\
&= \sum_n s_n g(t'_0 + kT - nT) \\
&= \sum_n s_n g(t'_0 + (k - n)T), \tag{1.27}
\end{aligned}$$

donde,  $\{s_n; n \in \mathbb{Z}\}$  representa la secuencia de símbolos complejos.

Si  $t'_0 = t_0$  se tiene que:

$$g(t'_0 + (k - n)T) = g(t_0 + (k - n)T) = \delta[k - n], \tag{1.28}$$

donde  $\delta[\cdot]$  es la función delta kronecker.

De (1.28) se tiene:  $u_k = \sum_n s_n \delta[k - n] = s_k$ .

Por otro lado, si  $t'_0 \neq t_0$  se tiene que  $t'_0 = t_0 + \Delta$ , donde  $\Delta$  es el error de sincronismo de símbolo, luego, reemplazando en (1.27), se tiene:

$$u_k = \sum_n s_n g(t_0 + \Delta + (k - n)T) \quad (1.29)$$

Usando la propiedad conmutativa de la convolución discreta, se tiene:

$$u_k = \sum_n s_{k-n} g(t_0 + \Delta + nT) \quad (1.30)$$

Como  $g(t_0 + \Delta + nT) \neq \delta[n]$ , se tiene que:

$$u_k = \dots + g(t_0 + \Delta - T)s_{k+1} + g(t_0 + \Delta)s_k + g(t_0 + \Delta + T)s_{k-1} + g(t_0 + \Delta + 2T)s_{k-2}\dots \quad (1.31)$$

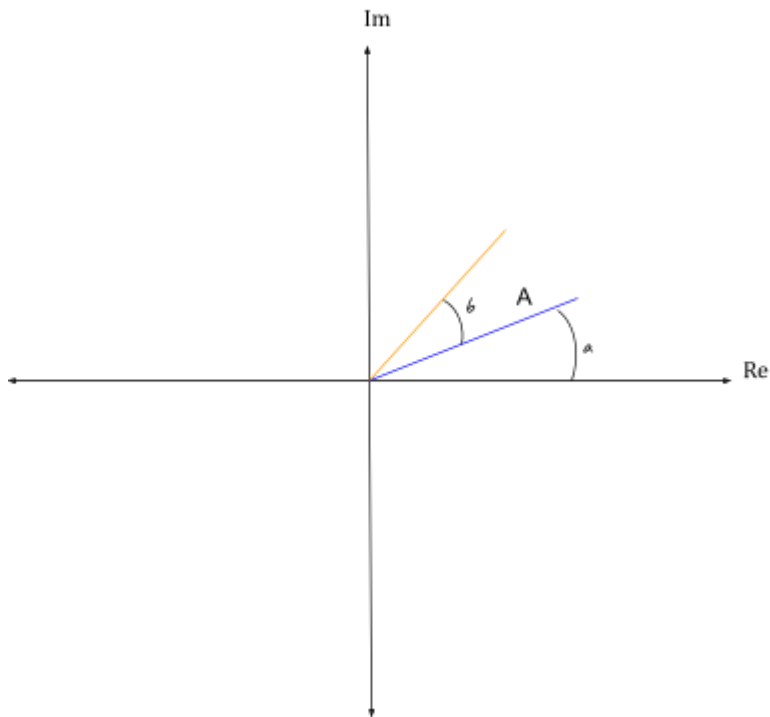
De (1.31) se tiene que  $g(t_0 + \Delta)s_k$  contiene la intensidad de símbolo deseada, los demás términos son aquellos que generan Interferencia Inter-Símbolo (ISI, *Inter-Symbol Interference*). De este modo, la variable de decisión se verá afectada por la intervención de otros símbolos ajenos al símbolo de interés, es decir, queda afectada por ISI, lo cual incrementa la probabilidad de error. Cabe resaltar que el efecto degradante de la ISI no se corrige aumentando la relación  $E_b/N_0$ , ya que esto también aumenta la intensidad de la ISI.

Por último, si se consideran los efectos del ruido y del desincronismo de portadora, el efecto de desincronismo de símbolo puede ser peor.

### 1.3.2. ERRORES DE SINCRONISMO DE PORTADORA Y SUS CONSECUENCIAS

Para entender cómo el desfase afecta la estimación de símbolo, se pueden ver los símbolos complejos como fasores, donde la fase representa una rotación en el plano de coordenadas de la siguiente manera:





*Figura 1.7. Fasor  $Y$  con fase inicial  $\alpha$  y desfase  $b$*

Siendo  $Y$  el número complejo  $a + jb$ , con amplitud  $A$  y ángulo  $\alpha$ , tal que: el fasor es  $Y = A\angle\alpha$ .

El símbolo representado como número complejo  $Y$  es enviado con fase  $\alpha$ , pero al pasar por el canal su desfase es  $b$ , esto se cumple para todos los símbolos en la misma comunicación, por lo tanto la constelación completa sufre un giro, el cual puede llevar algunos símbolos a otro cuadrante y generar errores de estimación. Por ejemplo, la constelación azul correspondiente a 4-QAM, se puede convertir en la naranja, si tiene un desfase de 30 grados.

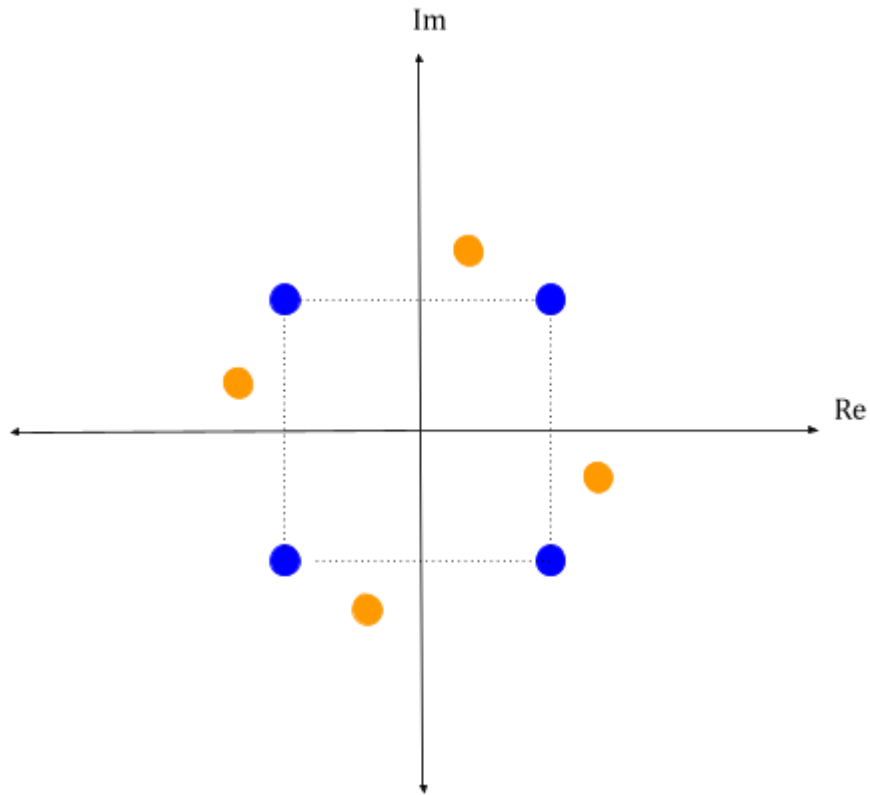


Figura 1.8. Constelación 4QAM con desfase

Entonces algunos símbolos serán detectados erróneamente, y por eso se hace necesario un método que permita calcular el desfase y corregirlo.

La señal llega con un retardo en general desconocido, por lo que la fase de la señal que llega al receptor no coincide con la fase del oscilador local. La señal pasa al filtro y toma muestras en instantes que no necesariamente coinciden con  $t_0 - kT$ , entonces se tiene doble fuente de error, de tiempo y de fase. Se debe calcular una fase para el oscilador local que sea aproximadamente igual al desfase de transmisión.

La señal transmitida 4-QAM que llega al receptor es  $y(t)$ , además está retardada un tiempo  $\tau$  desconocido por el receptor, entonces:

$$y(t) = x(t - \tau) = \text{Re} \left[ \sqrt{2} e^{j2\pi f_c(t-\tau)} \sum_k s_k p((t - \tau) - kT) \right]. \quad (1.32)$$

Sea  $-2\pi f_c \tau = \phi$ , entonces:

$$y(t) = \text{Re} \left[ \sqrt{2} e^{j(2\pi f_c t + \phi)} \sum_k s_k p(t - kT - \tau) \right]. \quad (1.33)$$

El receptor utiliza un oscilador local que genera una senoide de la siguiente forma

$$osc(t) = \sqrt{2} e^{-j(2\pi f_c t + \psi)} = \sqrt{2} e^{-j(2\pi f_c t)} e^{-j\psi}, \quad (1.34)$$

y para recuperar correctamente la información, la fase del oscilador debe ser  $\psi = \phi$ .

Ahora bien, ignorando el ruido se tiene:

$$\begin{aligned} u(t) &= [y(t) \times \sqrt{2} e^{-j(2\pi f_c t + \psi)}] * p(-t) \\ &= \left[ \text{Re} \left[ \sqrt{2} e^{-j(2\pi f_c t + \phi)} \sum_k s_k p(t - kT - \tau) \right] \times \sqrt{2} e^{-j(2\pi f_c t + \phi)} \right] * p(-t) \\ &= \left[ \frac{e^{j2\pi f_c t} e^{j\phi} \sum_k s_k p(t - kT - \tau) + e^{-j2\pi f_c t} e^{j\phi} \sum_k s_k p(t - kT - \tau)}{\sqrt{2}} \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{2} e^{-j2\pi f_c t} e^{-j\psi} \right] * p(-t) \\ &= e^{j(\phi - \psi)} \sum_k s_k p(t - kT - \tau). \end{aligned} \quad (1.35)$$

Suponiendo que existe perfecto sincronismo de símbolo, esto es,  $t'_0 = t_0$ , al tomar muestras cada  $T$  unidades de tiempo, resulta:

$$u_k = e^{j(\phi - \psi)} s_k. \quad (1.36)$$

Esto quiere decir que la constelación sufre una rotación de un ángulo  $\phi - \psi$ , lo que aumenta la probabilidad de error.

### 1.3.3. Módulo de recuperación de sincronismo de símbolo

Se tiene como premisa que el receptor tiene previa certeza de los valores de la frecuencia portadora de la señal  $f_c$ , el filtro  $p(t)$ , el periodo de la señal  $T$  y la secuencia de símbolos piloto  $\{s_k^{(p)}\}$ .

Ahora, reemplazando los valores de la señal piloto  $x_p(t)$  en (1.24), se tiene:

$$y_p(t) = x_p(t) + w(t). \quad (1.37)$$

Después del proceso de filtrado se obtiene la siguiente expresión de la señal recibida:

$$\begin{aligned} u_p(t) &= \left[ y_p(t) \sqrt{2} e^{-j(2\pi f_c t + \psi)} \right] * p(-t) \\ &= \text{Re} \left[ \sqrt{2} e^{j(2\pi f_c t + \phi)} \sum_k s_k^{(p)} p(t - kT) \right] * \sqrt{2} e^{-j2\pi f_c t} e^{-\psi} * p(-t) + w(t) * p(-t) \\ &= \left[ \frac{e^{j2\pi f_c t} e^{\phi} \sum_k s_k^{(p)} p(t - kT) + e^{-j2\pi f_c t} e^{-\phi} \sum_k s_k^{(p)} p(t - kT)}{\sqrt{2}} * \sqrt{2} e^{-j2\pi f_c t} e^{-\psi} \right] \\ &\quad * p(-t) + w(t) * p(-t) \\ &= e^{j(\phi - \psi)} \sum_k s_k^{(p)} g(t - kT) + z(t), \end{aligned} \quad (1.38)$$

donde,  $z(t) = w(t) * p(-t)$  es el ruido filtrado en el receptor.

De la Figura 1.4 se obtiene lo siguiente:

$$u_p'(t) = \cos(\phi - \psi) \sum_k s_k^{(p)} g(t - kT) + z'(t), \quad (1.39)$$

$$u_p''(t) = \sin(\phi - \psi) \sum_k s_k^{(p)} g(t - kT) + z''(t), \quad (1.40)$$

$$u_p(t) = u_p'(t) + j u_p''(t). \quad (1.41)$$

Para tratar de encontrar el mejor instante estimado de muestreo, se plantea tomar  $N$  observaciones de la señal  $u_p(t)$  por cada periodo de símbolo, donde cada una representa un corrimiento temporal diferente, siendo  $u_k^0$  la observación sin corrimiento, aumentado  $1/N$  del periodo de símbolo hasta  $u_k^{N-1}$ , que es un corrimiento de un periodo completo menos  $\frac{T}{n}$ . Luego, obtener y analizar los respectivos valores de varianza, tal y como se ilustra en la Figura 1.9.

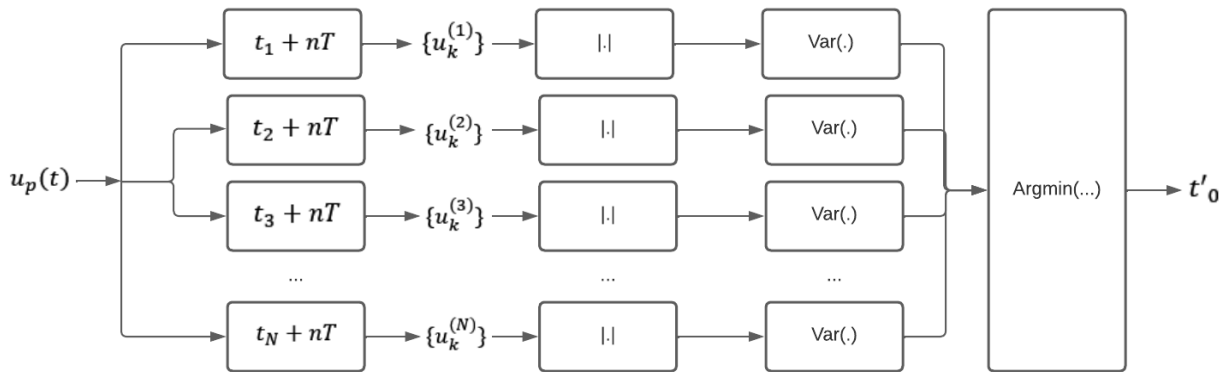
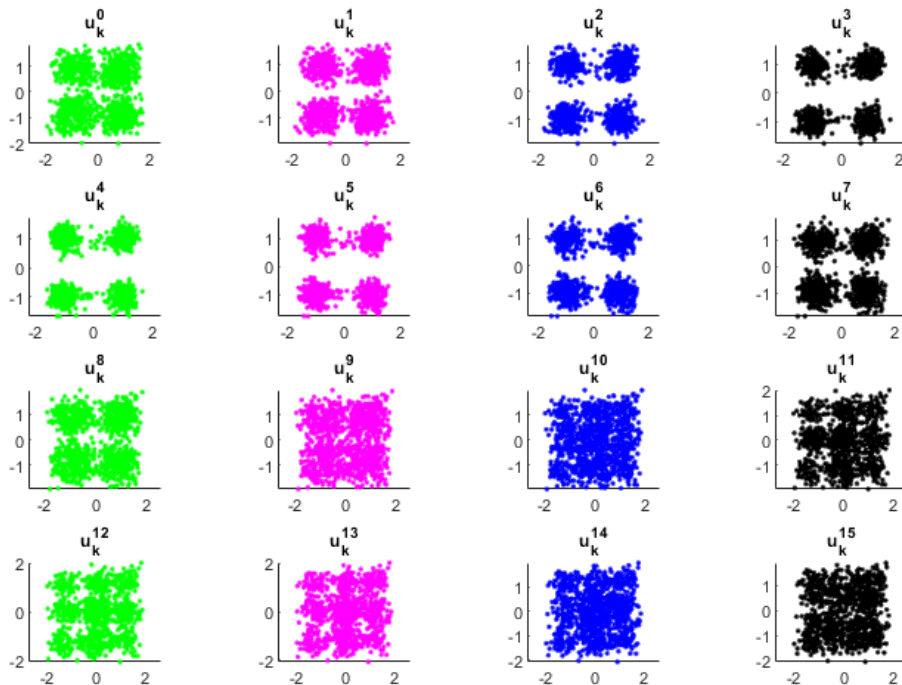


Figura 1.9. Módulo de recuperación de sincronismo de símbolo

En la Figura 1.10 se presentan los diagramas de constelación de una señal modulada en 4-QAM con presencia de ruido, donde  $N = 16$ , es decir, se analiza la señal en 16 diferentes instantes de muestreo, donde se observa que algunas constelaciones tienen valores más dispersos respecto a otros, lo cual indica que existen mejores instantes de estimación que otros para el muestreo de la señal en el receptor. Así, el mejor instante de muestreo de los  $N$  examinados, será aquel donde el módulo de las observaciones tenga la menor dispersión, es decir, donde se minimice la cantidad  $\text{Var}|u_k^i|$ , con  $i = 0, 1, \dots, N - 1$ .



*Figura 1.10 Diagramas de constelación de las observaciones de la señal para diferentes instantes de muestreo con 20000 símbolos complejos*

En resumen, en el módulo de recuperación de sincronismo de símbolo, el algoritmo toma 16 observaciones o instantes de muestreo en el receptor por cada periodo de símbolo, específicamente después del filtro acoplado, posteriormente se obtiene el valor absoluto de cada secuencia de observaciones por separado, y se calcula la varianza muestral de la secuencia resultante, esto con el fin de comparar cada resultado obtenido y así definir el argumento mínimo, es decir la observación con la menor varianza, la cual corresponde al mejor instante estimado de muestreo para el sistema.

### 1.3.4. Módulo de recuperación de sincronismo de portadora

En este trabajo se utiliza el método de Estimación por Máxima Verosimilitud (MLE, *Maximum Likelihood Estimation*), expresado en (1.42), el cual consiste en buscar el valor del parámetro desconocido que maximice la probabilidad de obtener la secuencia de observaciones disponibles, esto a través de maximizar la función de verosimilitud de las observaciones respecto al parámetro desconocido  $\phi$ , lo cual es igual a maximizar el logaritmo natural de dicha función, pues el logaritmo es una

función monótona creciente. El superíndice (p) denota la secuencia piloto conocida por el receptor ( $u_k^{(p)}$ ;  $k = 0, 1, \dots, L - 1$ ), donde  $L$  es la longitud del piloto.

Como  $u_k^{(p)} = e^{(\phi-\psi)} s_k + w_k$ , con  $w_k \sim N(0, \sigma^2)$ , entonces la función de verosimilitud:

$$L(x; \phi) = \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^L e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{L-1} \left\{ \left[ x'_k - s_k^{(p)} \cos(\phi-\psi) \right]^2 + \left[ x''_k - s_k^{(p)} \sin(\phi-\psi) \right]^2 \right\}}, \quad (1.42)$$

donde,  $L$  denota la función de máxima verosimilitud.

Luego, sacando logaritmo natural:

$$\begin{aligned} \ln L(x; \phi) &= \ln \left[ \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right)^L e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{L-1} \left\{ \left[ x'_k - s_k^{(p)} \cos(\phi-\psi) \right]^2 + \left[ x''_k - s_k^{(p)} \sin(\phi-\psi) \right]^2 \right\}} \right] \\ &= L \ln \left( \frac{1}{2\pi\sigma^2} \right) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{L-1} \left\{ \left[ x'_k - s_k^{(p)} \cos(\phi-\psi) \right]^2 \right. \\ &\quad \left. + \left[ x''_k - s_k^{(p)} \sin(\phi-\psi) \right]^2 \right\}. \end{aligned} \quad (1.43)$$

Derivando e igualando a cero:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial \ln(L(x; \phi))}{\partial \phi} \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{k=0}^{L-1} \left\{ 2 \left[ x'_k - s_k^{(p)} \cos(\phi-\psi) \right] \left( s_k^{(p)} \sin(\phi-\psi) \right) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left[ x''_k - s_k^{(p)} \sin(\phi-\psi) \right] \left( -s_k^{(p)} \cos(\phi-\psi) \right) \right\} \\ &= \sum_{k=0}^{L-1} \left\{ \left[ x'_k - s_k^{(p)} \cos(\phi-\psi) \right] \left( s_k^{(p)} \sin(\phi-\psi) \right) \right. \end{aligned}$$

$$- \left[ x_k'' - s_k^{(p)} \sin(\phi - \psi) \right] \left( s_k^{(p)} \cos(\phi - \psi) \right) \}, \quad (1.44)$$

Despejando  $\phi$  de  $\frac{\partial}{\partial \phi} \ln L(x; \phi) = 0$  :

$$\sin(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)} - \cos(\phi - \psi) \sin(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} \left( s_k^{(p)} \right)^2 = \cos(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)} - \sin(\phi - \psi) \cos(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} \left( s_k^{(p)} \right)^2$$

$$\sin(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)} = \cos(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}$$

$$\frac{\sin(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)}}{\cos(\phi - \psi) \sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}} = 1$$

$$\tan(\phi - \psi) \frac{\sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)}}{\sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}} = 1$$

$$\tan(\phi - \psi) = \frac{\sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)}}{\sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}} \quad (1.45)$$

$$\phi - \psi = \arctan \left( \frac{\sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)}}{\sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}} \right)$$

$$\phi = \psi + \arctan \left( \frac{\sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)}}{\sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}} \right),$$

el estimador máximo verosímil para  $\phi$ , basado en las observaciones  $\{u_k^{(p)}; k = 0, 1, \dots, L - 1\}$ , está dado por (1.46).

$$\hat{\phi} = \psi + \arctan \left( \frac{\sum_{k=0}^{L-1} x_k' s_k^{(p)}}{\sum_{k=0}^{L-1} x_k'' s_k^{(p)}} \right). \quad (1.46)$$

donde,  $\psi$  es la fase inicial del oscilador, y  $\hat{\phi}$ , es la fase estimada, la cual debe ser calculada para minimizar errores.



## 2. IMPLEMENTACIÓN COMPUTACIONAL DE LAS SIMULACIONES

El desarrollo del modelo de simulación se llevará a cabo a través de la metodología de modelo incremental, el cual propone dividir el proyecto en partes las cuales se trabajan una a la vez, tienen objetivos específicos y presentan un avance tangible respecto a la anterior [11].

Los incrementos en este caso serán tres, como se muestra en la Figura 2.1.

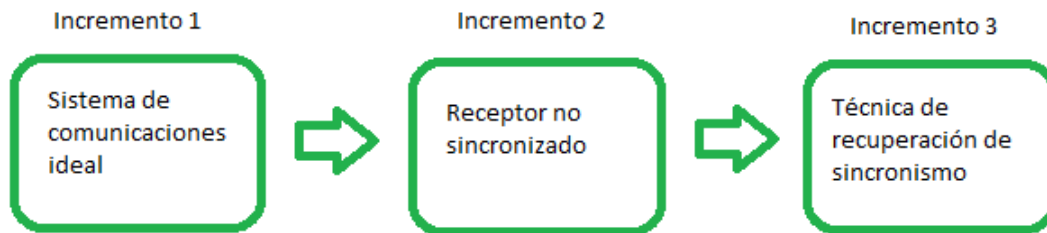


Figura 2.1 Diagrama de incrementos

Las tareas a realizar en cada incremento son: Listado de requerimientos, diseño e implementación, y pruebas de funcionamiento.

### 2.1. Incremento 1 - SISTEMA DE COMUNICACIONES IDEAL

#### 2.1.1 LISTADO DE REQUERIMIENTOS

Este sistema simula un sistema de comunicaciones afectado por ruido, sin errores de sincronismo, entonces, los requerimientos son:

- El sistema debe tener una fuente de señal digital, capaz de generar un tren de bits aleatorios.
- Debe contar con bloques modulador y demodulador 4-QAM.
- Debe contar con un filtro conformador y un filtro acoplado.
- Debe simular un canal de ruido para diferentes valores de  $E_b/N_0$ .
- Debe ser capaz de evaluar el desempeño del sistema respecto a la BER en términos de la relación  $E_b/N_0$ .

## 2.1.2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

Variables de entrada:

- Alfabeto: conjunto finito discreto que define los posibles valores de símbolos a transmitir.
- Relación energía de bit a densidad espectral de ruido  $E_b/N_0$ .
- Características del pulso conformador tales como el factor de roll-off y el factor de sobre muestreo.

Variables de salida:

- Tasa de error de bit (BER): proporción de errores que se cometen en la comunicación.

En la Figura 2.2. se puede apreciar el diagrama general del sistema de comunicaciones ideal con presencia de ruido, el cual será desarrollado e implementado en la herramienta MATLAB. Ahora bien, se tiene una cantidad fija de bits que genera la fuente, estos pasan por un mapeo de símbolos 4-QAM, siendo el alfabeto  $A = \{1 + j, 1 - j, -1 + j, -1 - j\}$ . En seguida se genera la señal modulada y se pasa por el canal AWGN. Luego llega al demodulador y se obtiene finalmente un tren de bits de la misma longitud respecto a la entrada, con el cual se compara para ver la cantidad de errores.

Los bits son generados de forma aleatoria y luego son mapeados según el alfabeto de entrada correspondiente a la modulación 4-QAM. En la Figura 2.3. se muestra la constelación de 4-QAM que será simulada, y en la Figura 2.4. el espectro de la señal transmitida.

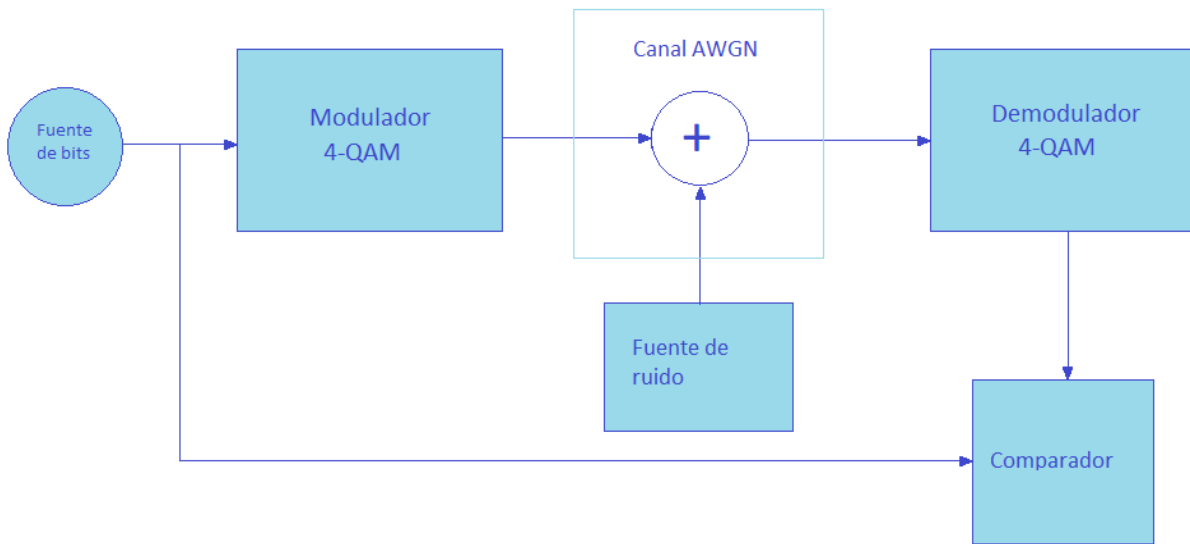


Figura 2.2 Diagrama de bloques sistema ideal

### Fuente de bits:

Los bits son generados aleatoriamente, esta secuencia de bits se mapea teniendo como premisa el alfabeto  $A = \{1 + j, 1 - j, -1 + j, -1 - j\}$  correspondiente a la modulación 4-QAM. La secuencia de símbolos transmitida es  $\{s_k; k \in Z, s_k \in A\}$ .

En la Figura 2.3. se observa la constelación 4-QAM que será simulada.

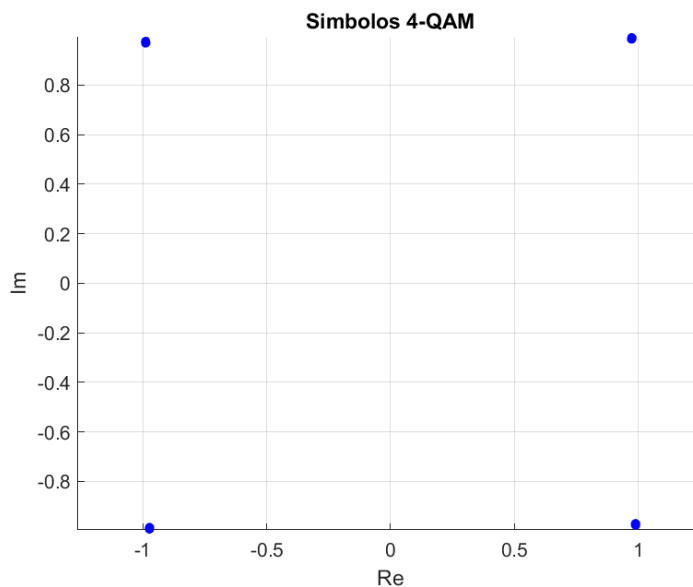


Figura 2.3. Diagrama de constelación con modulación 4-QAM.

### Modulador 4-QAM:

En el bloque modulador, primero se mapea el tren de bits en una secuencia de símbolos, posteriormente se convierten los símbolos a impulsos, luego se transforma la secuencia de amplitud en una forma de onda adecuada para la transmisión, es decir, se pasa por un filtro conformador de pulsos tipo raíz cuadrada de coseno alzado, con un factor de roll-off de  $\alpha = 0.5$ , y por último se modula analógicamente una onda portadora con la señal de información para conformar la señal pasa banda, que consiste en la multiplicación de la señal resultante con una portadora sinusoidal.

Asumiendo un periodo de símbolo  $T = 1$  y que la tasa de símbolo  $R$  es el inverso del periodo, se puede apreciar el ancho de banda ocupado por la modulación 4-QAM en la siguiente ecuación.

$$\begin{aligned} B &= R(1 + \alpha) \\ &= 1(1 + 0.5) \\ &= 1.5. \end{aligned} \tag{2.1}$$

El espectro de la señal transmitida se puede observar en la Figura 2.4, donde también se denota la frecuencia portadora  $f_c = 1$ .

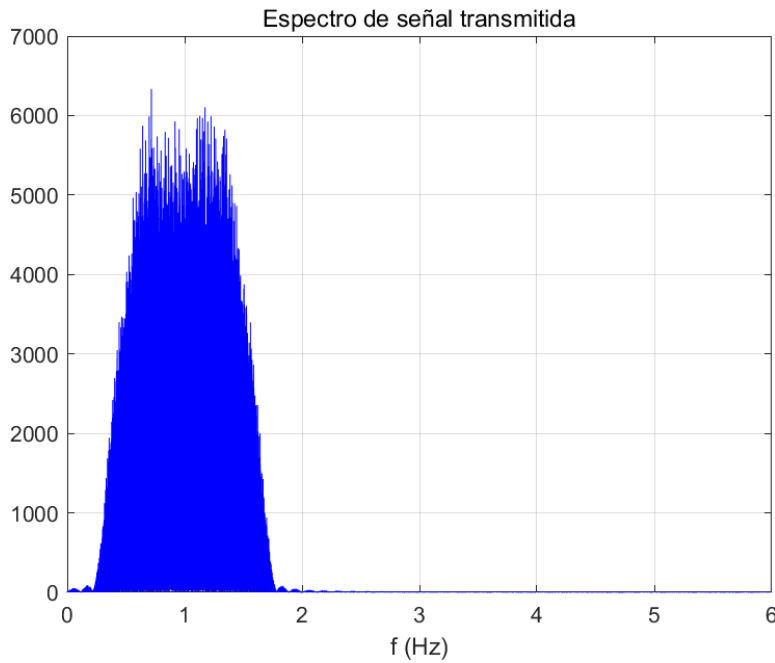


Figura 2.4 Espectro de la señal transmitida.

### Fuente de ruido:

En este bloque, primero se debe generar una señal de números aleatorios con distribución normal estándar que tengan la misma longitud que la señal de información del sistema. Luego se debe garantizar que el ruido tenga una varianza acorde a la  $E_b/N_0$  del sistema. Por lo anterior se define la desviación estándar de ruido de la siguiente forma [6]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{E_s}{2(\log_2 M) \left(\frac{E_b}{N_0}\right)}}, \quad (2.2)$$

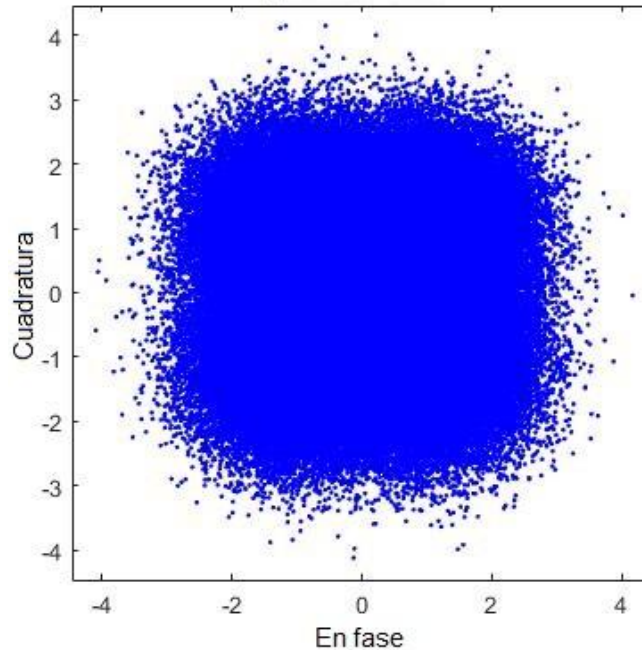
donde  $E_s$  es la energía de símbolo,  $M$  es el tamaño de la constelación y  $E_b/N_0$  está expresada en unidades lineales.

### Demodulador:

En este caso, dado que la modulación usada es 4-QAM, el demodulador consiste en desplazar a banda base la señal recibida, filtrarla con un filtro acoplado, muestrear una vez cada  $T$  segundos, y clasificar cada número complejo resultante dentro de uno de los cuatro cuadrantes del plano complejo, para finalmente hacer el proceso de de-mapeo de acuerdo a la pareja de bits asignada a cada número complejo del alfabeto [6].

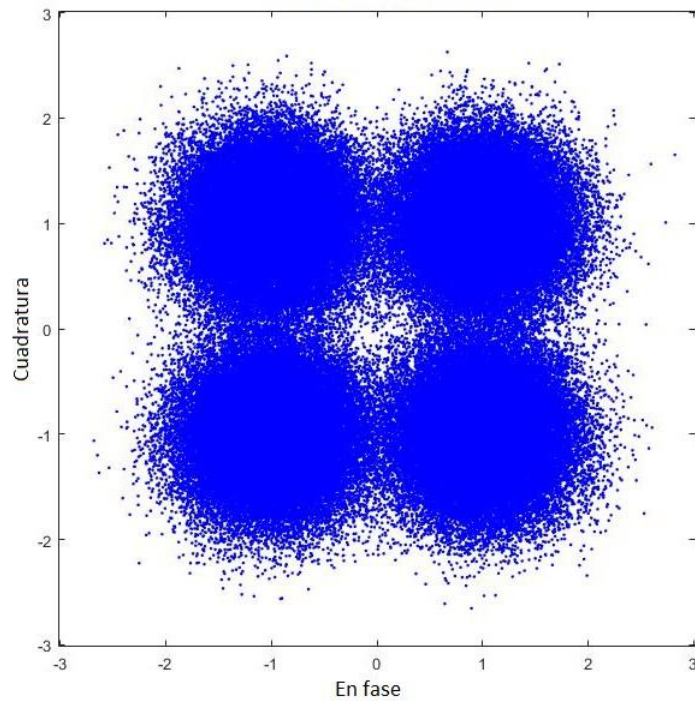
En la Figura 2.5. se puede observar gráficamente el efecto del ruido sobre una señal modulada con 4-QAM, donde se verifica que entre mayor sea la relación  $E_b/N_0$ , menor dispersión se presenta en los símbolos recibidos, lo que genera una reducción en la BER.

Diagrama de constelación

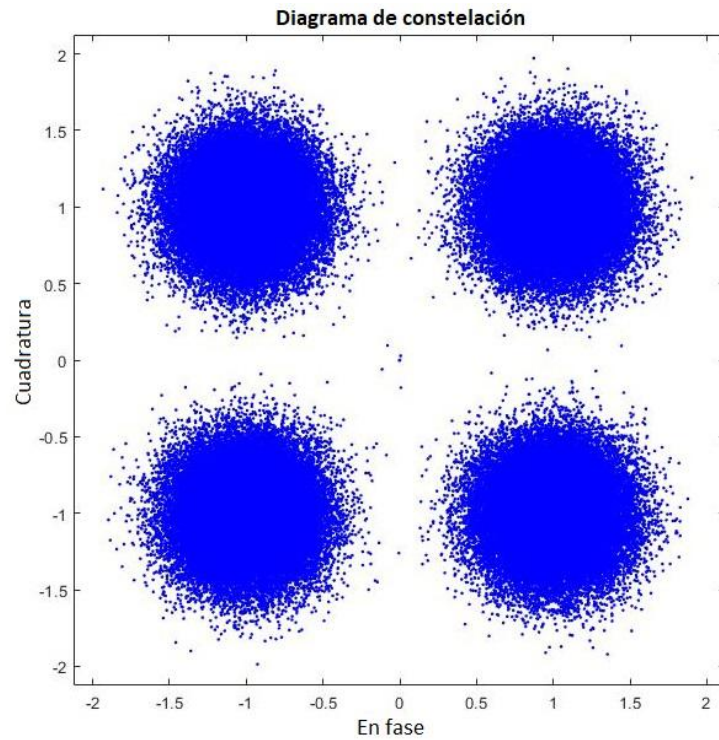


(a)  $E_b/N_0 = 1$

Diagrama de constelación



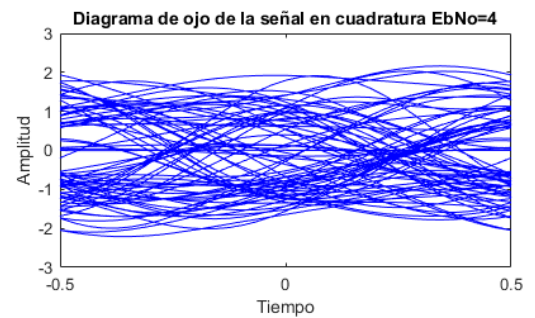
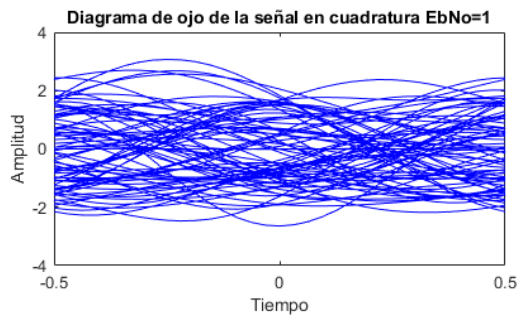
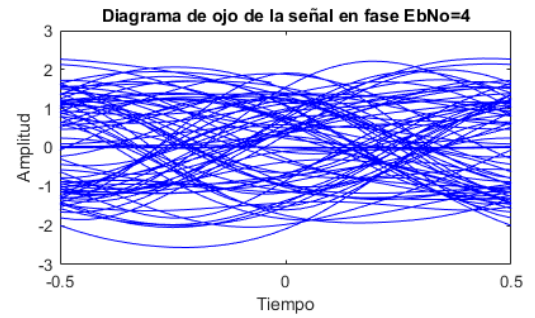
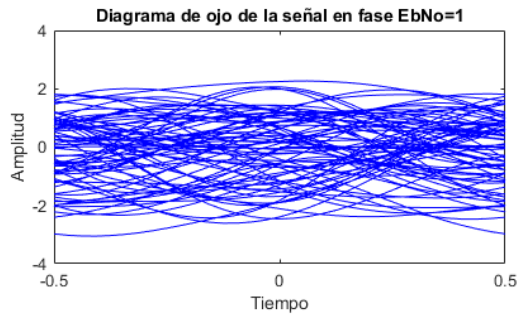
(b)  $E_b/N_0 = 4$



(c)  $E_b/N_0 = 10$

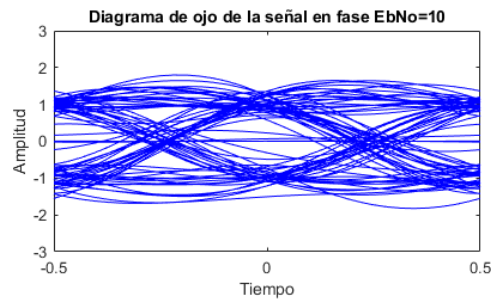
*Figura 2.5 Diagramas de constelación 4-QAM con ruido y 20000 símbolos complejos.*

Por otro lado, se analiza los diagramas de ojo en diferentes valores de  $E_b/N_0$ . En la Figura 2.6 se aprecia que a valores menores, la apertura vertical se minimiza generando señales de interferencia entre símbolos, lo cual genera una mayor probabilidad de error al tratar de recuperar la señal original.



(a)  $E_b/N_0 = 1$

(b)  $E_b/N_0 = 4$



(c)  $E_b/N_0 = 10$

Figura 2.6 Diagramas de Ojo 4-QAM.



Finalmente, en la etapa de decisión se obtiene una versión reconstruida de los símbolos originales teniendo como principio el criterio de decisión de mínima distancia.

### **Comparador:**

En este bloque se calcula la tasa de error de bit (BER), comparando el vector de bits recibidos respecto al vector de bits transmitidos. Esta comparación se hace posición a posición para obtener el número de bits erróneos causados por la presencia de ruido.

### **2.1.3. PRUEBAS DE VALIDACIÓN**

Se procede a realizar pruebas del sistema de comunicación. Primero se comprueba que no se generen errores, es decir  $BER=0$ , sin la presencia de ruido. Luego se corrobora que la fuente de ruido se encuentre implementada de forma correcta. Para lo anterior se realiza un gráfico de desempeño BER vs  $E_b/N_0$  y se compara con el gráfico de la probabilidad de error teórica para la modulación 4-QAM.

Para la realización de la curva de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ , se lleva a cabo un número determinado de simulaciones independientes donde cada uno de los puntos de la gráfica corresponde al promedio de todos los valores arrojados en cada una de las simulaciones, teniendo en cuenta lo siguiente:

- Número de símbolos complejos = 20000.
- Periodo de símbolo = 1.
- Frecuencia portadora = 1.
- Energía de símbolo = 1.
- Factor de sobre-muestreo = 16.
- Factor de roll-off = 0.5.

Por último, la curva de desempeño BER vs  $E_b/N_0$  se puede apreciar en la Figura 2.7. donde se muestra la curva de la simulación en color azul y la curva teórica para 4-QAM en color rojo.

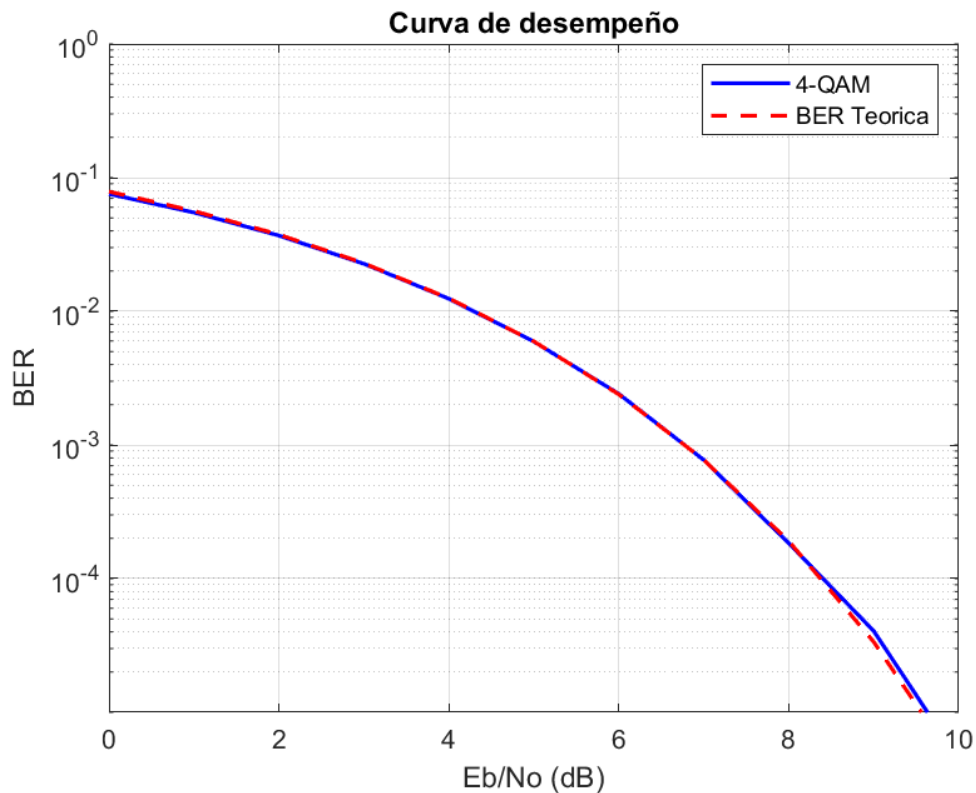


Figura 2.7 Curva de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ .

## 2.2 INCREMENTO 2 - SISTEMA DE COMUNICACIÓN CON RECEPTOR NO SINCRONIZADO

### 2.2.1 LISTADO DE REQUERIMIENTOS

Incluyendo los requerimientos iniciales del sistema descritos anteriormente, se requiere introducir un error de sincronismo a la señal y ver los resultados en términos de BER al final del sistema.

### 2.2.2 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

Para este incremento se modifican en recepción gradualmente los valores de desfase en la señal portadora como se muestra en (2.3) para representar el error de sincronismo de fase, y para el error de sincronismo de símbolo se añade una cantidad aleatoria de muestras que oscila entre 0 y 15 al inicio de la señal, lo cual representa el corrimiento temporal del instante de muestreo respecto al instante ideal.

La Figura 2.8. ilustra cómo se lleva a cabo. En este caso la cantidad de muestras se debe a que se realiza la simulación con un sobremuestreo de 16, como se ilustra en la Figura 1.9.

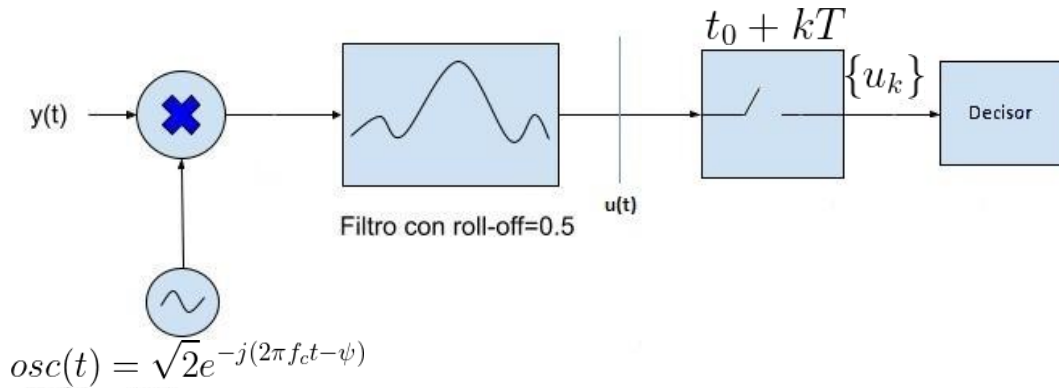


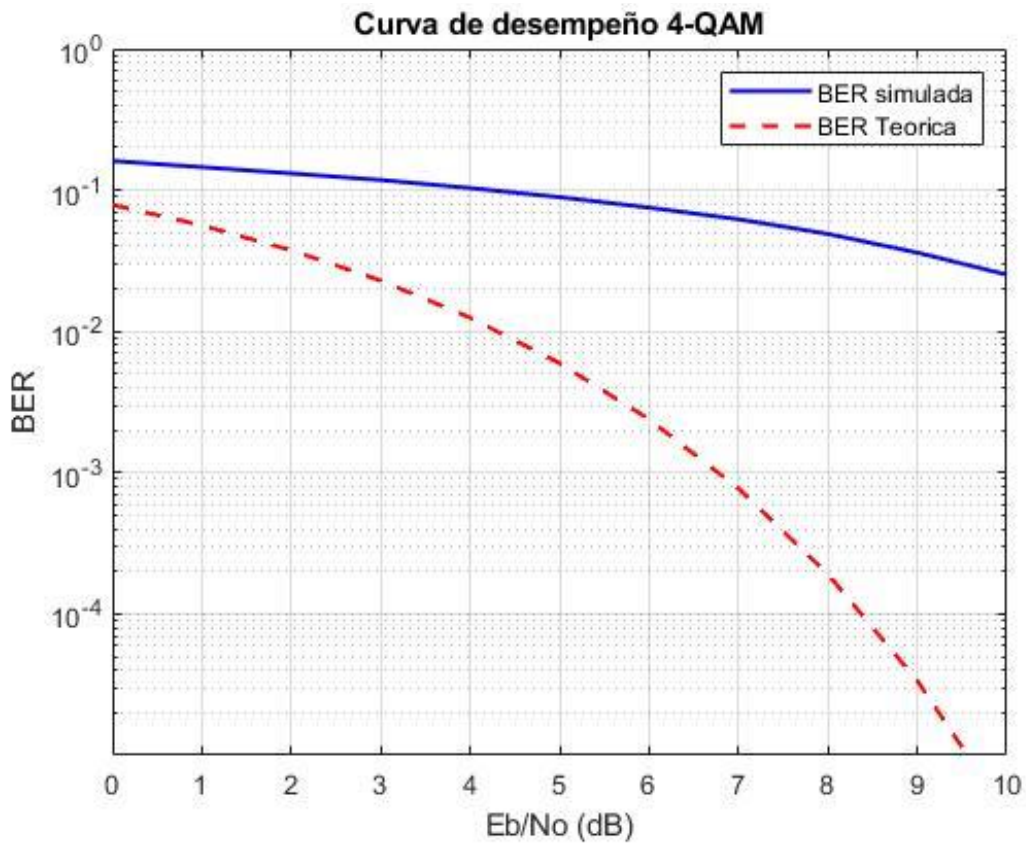
Figura 2.8 Receptor no sincronizado.

El desfase de portadora se da en el oscilador local del receptor. Dado que  $y(t)$  es la señal después del canal AWGN, con  $w(t)$  representando el ruido y  $x(t)$  la señal enviada, se tiene que  $y(t) = x(t) + w(t)$ , entonces:

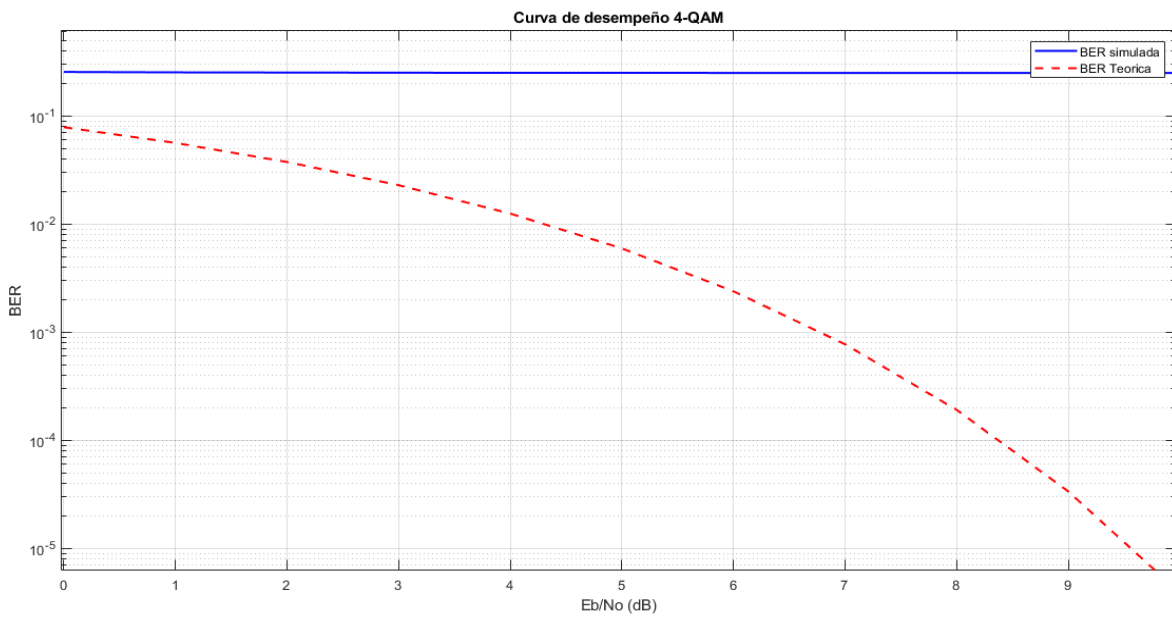
$$osc(t) = \sqrt{2} \times e^{-j(2\pi f_c t + \psi)}. \quad (2.3)$$

La variable  $\phi$  representa el corrimiento en fase entre la portadora y el receptor. En un sistema ideal su valor sería cero, pero en este caso se modifica su valor gradualmente para ver cómo afecta la señal, mientras se mantiene el instante de muestreo en su valor ideal.

Como una primera prueba se tiene  $\phi=30^\circ$  en la Figura 2.10. La línea punteada roja representa la BER teórica, y la línea azul es la BER simulada según el anterior enunciado.



(a)



(b)

Figura 2.9 Curva de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ ,  $\phi=30^\circ$ (a) y  $\phi=45^\circ$ (b).

Además de representar una clara afectación a la BER, es posible notar con más claridad los efectos que el desfase produce al ver el diagrama de constelación en la Figura 2.11, donde el diagrama de constelación ha experimentado una rotación respecto al diagrama original, tal como se presenta en la Figura 2.10.

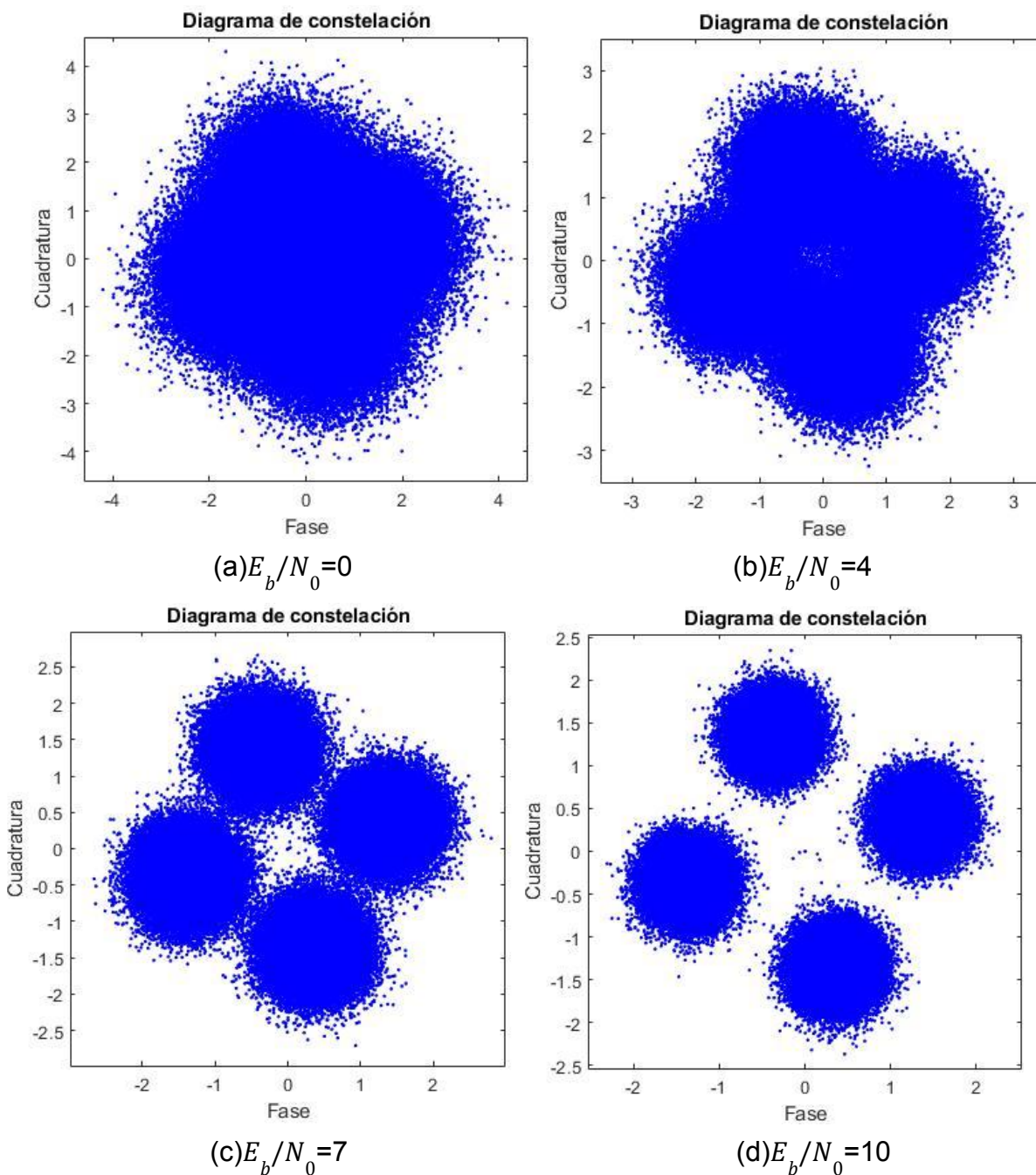


Figura 2.10 Diagrama de constelación  $E_b/N_0=0,4,7,10$   $\phi=-30^\circ$ .

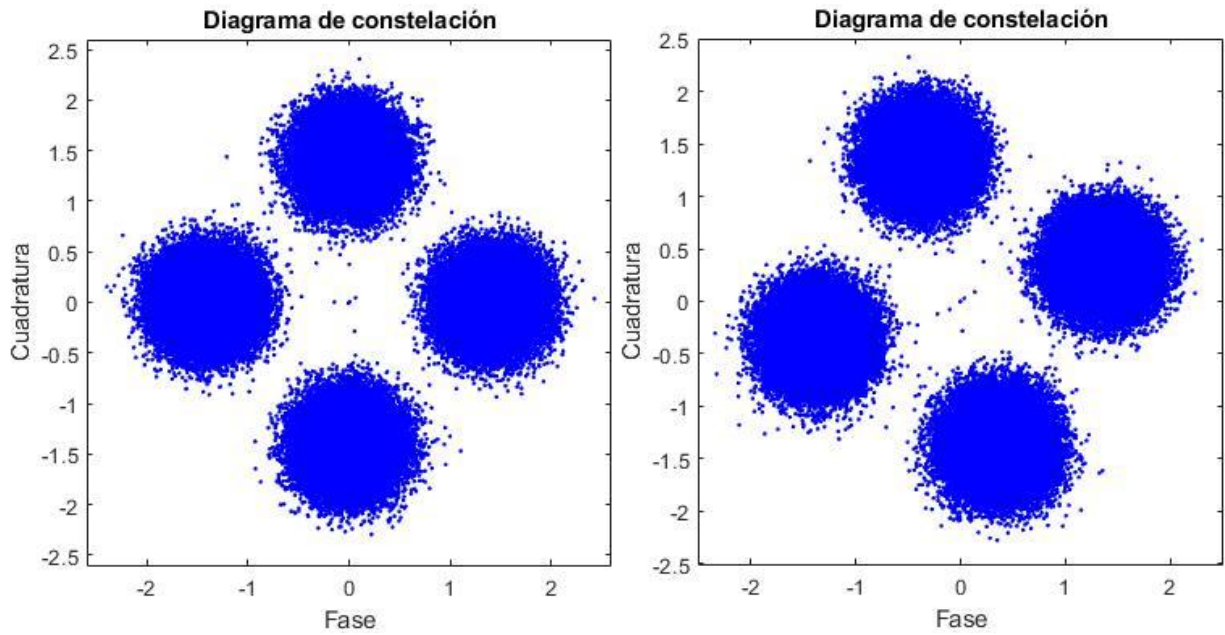


Figura 2.11 Diagrama de constelación  $E_b/N_0 = 10$ ,  $\phi = 45^\circ, 60^\circ$ .

Además de esto, el diagrama de ojo de la Figura 2.12. dificilmente permite observar el mejor instante estimado de muestreo, ya que resulta una superposición de trazos muy congestionada y una apertura vertical casi cerrada.

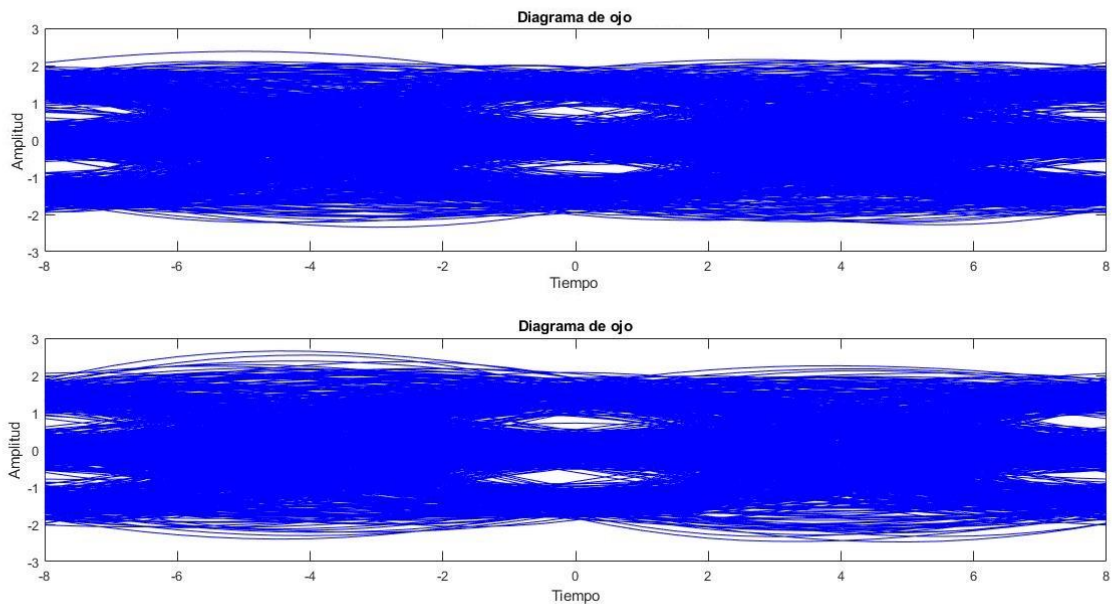


Figura 2.12 Diagrama de ojo en fase y cuadratura  $\phi = 45^\circ$ .

Por otro lado, si se varía el corrimiento temporal en la señal que llega al receptor, se tiene que  $q$  representa el corrimiento en fracciones del periodo de símbolo, es decir  $\Delta = \frac{T}{16}q$ , y siendo  $q=3$ , manteniendo el desfase del oscilador local del receptor en 0, en otras palabras, sin uso de alguna técnica de sincronización, se obtienen los resultados mostrados en las Figuras 2.13, 2.14 y 2.15.

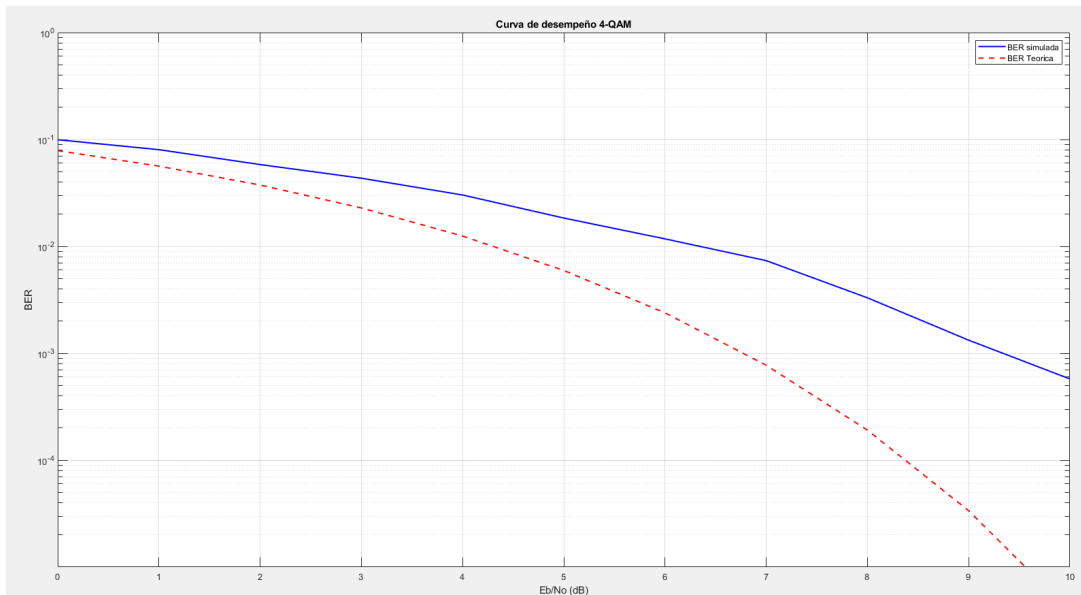


Figura 2.13 Curva de desempeño  $E_b/N_0$  vs BER,  $q=3$ .

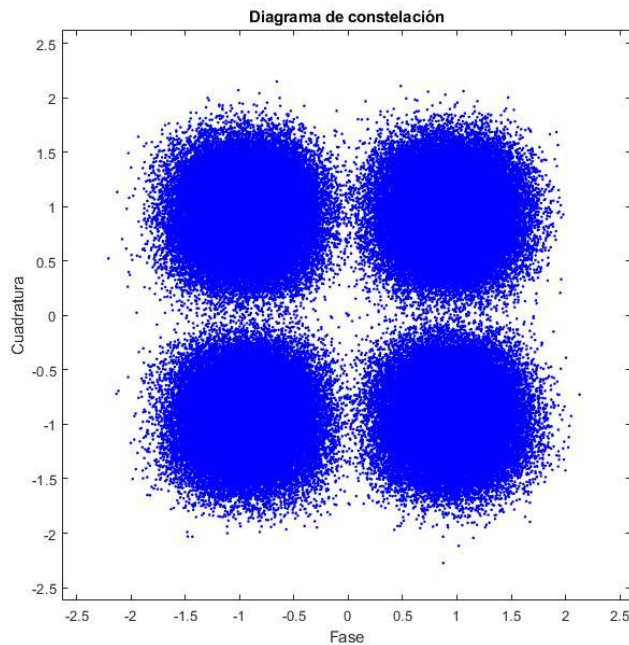


Figura 2.14 Diagrama de constelación  $E_b/N_0=10$ ,  $q=3$ .

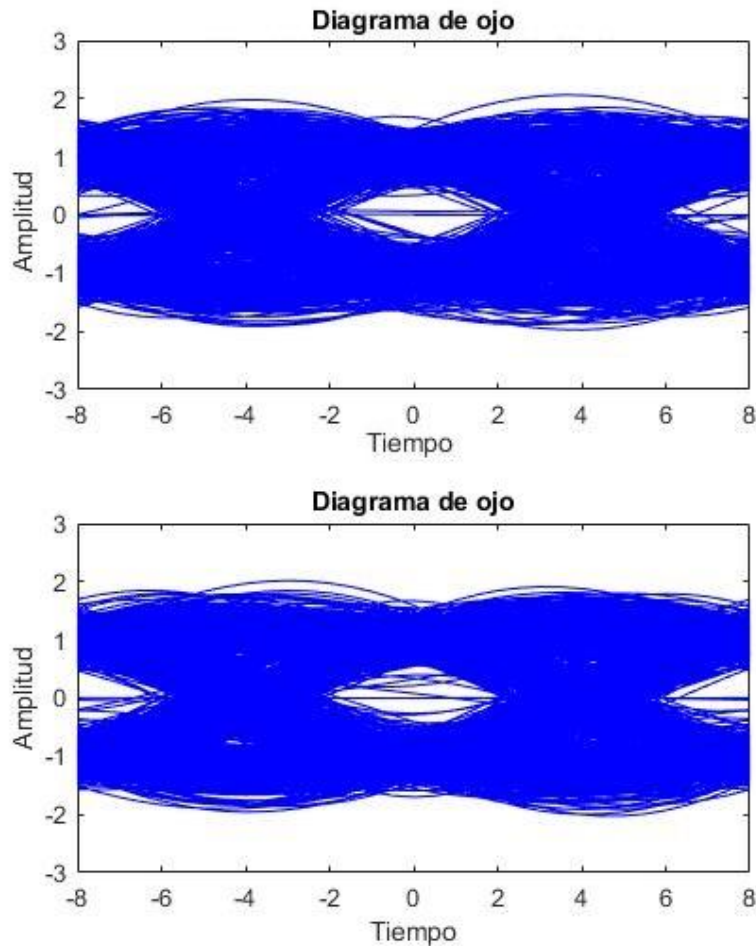


Figura 2.15 Diagrama de ojo en fase y cuadratura  $E_b/N_0=10$ ,  $q=3$ .

Para este caso en particular, la BER aumenta en menor medida respecto al desfase, se observa la constelación más dispersa que la ideal, pero esta vez sin rotación. Por último el diagrama de ojo es muy similar al sistema ideal, con una apertura vertical pequeña. En el Anexo I se muestran los valores de BER para diferentes escenarios con Relación Señal a Ruido (SNR, *Signal to Noise Ratio*) variable, con error de sincronismo de símbolo y portadora, donde se puede corroborar que a medida que SNR aumenta, la BER disminuye, es decir, son inversamente proporcionales, y cuando se aumentan los valores del corrimiento temporal y/o el valor de desfase del oscilador local del receptor, la BER aumenta.



## 2.3. INCREMENTO 3 - TÉCNICA DE RECUPERACIÓN DE SINCRONISMO

### 2.3.1. LISTADO DE REQUERIMIENTOS

Los requerimientos funcionales del simulador de esta etapa incluyen los requerimientos descritos en las etapas anteriores, adicionando:

- Algoritmo de recuperación de sincronismo de símbolo y portadora.
- Obtención de curvas de desempeño de BER vs  $E_b/N_0$  con y sin algoritmo.

### 2.3.2. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

En este incremento se implementa el algoritmo de recuperación de símbolo y portadora sobre un canal AWGN.

En la Figura 2.16. se puede apreciar el receptor con la integración del algoritmo de recuperación conjunta de sincronismo de portadora y símbolo planteado en este trabajo de grado.

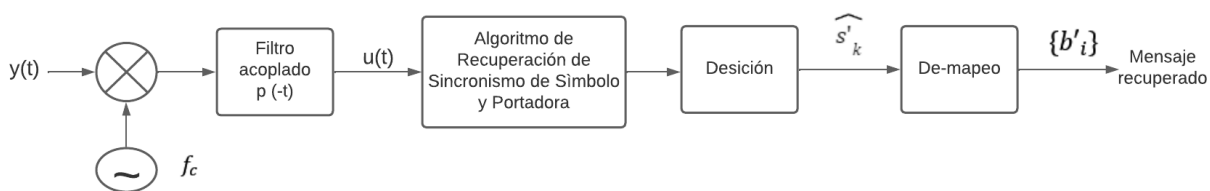


Figura 2.16 Diagrama de bloques del receptor con algoritmo de recuperación de sincronismo conjunta.

Variables de entrada:

Las variables de entrada de éste incremento corresponden a las mencionadas en el incremento 2, añadiendo:

- Secuencia piloto de  $N$  símbolos con alfabeto real  $A_p = \{-1, 1\}$ .

Se genera una secuencia piloto de símbolos con parte imaginaria igual a cero, como preámbulo de la señal mensaje. Se puede apreciar en la Figura 2.17 el trazado de las señales en fase  $I(t)$  y cuadratura  $Q(t)$  donde la señal  $Q(t)$  en su inicio es igual a cero, esto indica que se trata de la señal piloto hasta la aparición de la componente imaginaria. Su modulación es 4-QAM y se somete a las degradaciones de un canal AWGN que a su vez inserta un retardo de propagación aleatorio a la señal.

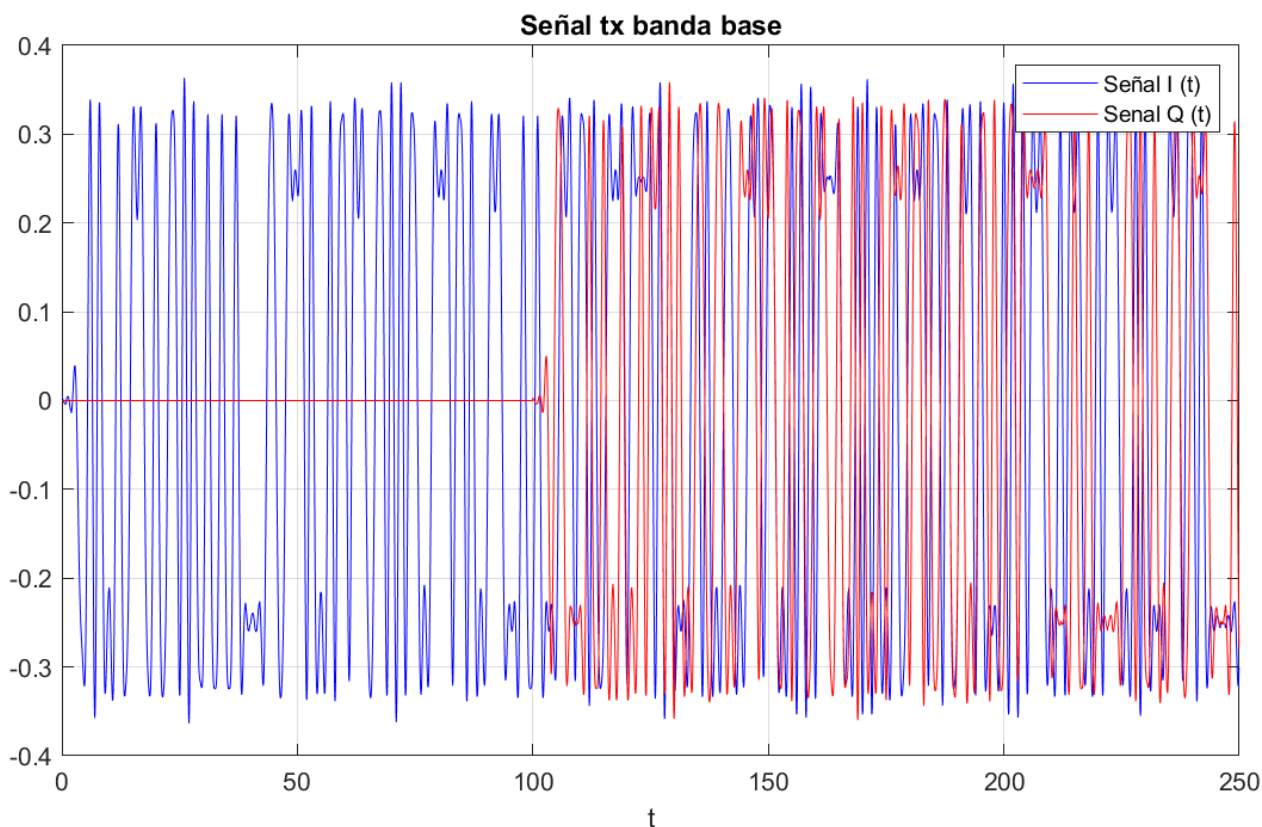


Figura 2.17 Señal enviada, fase y cuadratura.

Considerando lo explicado en la fase anterior, se presentan los módulos del algoritmo de recuperación sincronismo de símbolo y de portadora respectivamente.

### 2.3.3 MÓDULO DE SINCRONISMO DE SÍMBOLO

Se toman las muestras de la señal piloto recibida de acuerdo a la Figura 1.9. para encontrar el mejor instante de muestreo según el argumento mínimo de cada varianza muestral medida en cada observación, donde cada una representa un corrimiento temporal diferente.

En la Figura 2.18. se tiene la señal  $u_p(t)$  vista desde diferentes secuencias de observaciones, donde cada instante de muestreo es espaciado por el periodo  $T$  de la señal, de la siguiente manera:  $t_1 + nT$ ,  $t_2 + nT$ ,  $t_3 + nT$ ,  $t_4 + nT$ . A partir de lo anterior, se obtienen los diagramas de constelación acordes a cada instante de muestreo seleccionado.

En la Figura 2.19. se aprecia que algunas constelaciones tienen valores más dispersos, lo cual indica que existen instantes mejores que otros para el muestreo de la señal en el receptor. En este caso particular se ilustra que el mejor instante estimado de muestreo es la observación  $u_k^{(14)}$  y al realizar la comparación entre el corrimiento temporal que se inserta de forma aleatoria, se tiene que coinciden, corroborando el buen funcionamiento del algoritmo de sincronismo de símbolo, el cual está representado en muestras, no en tiempo absoluto ni en función del periodo de símbolo, además también se observa una rotación de la constelación, la cuál es producto del desfase de portadora.

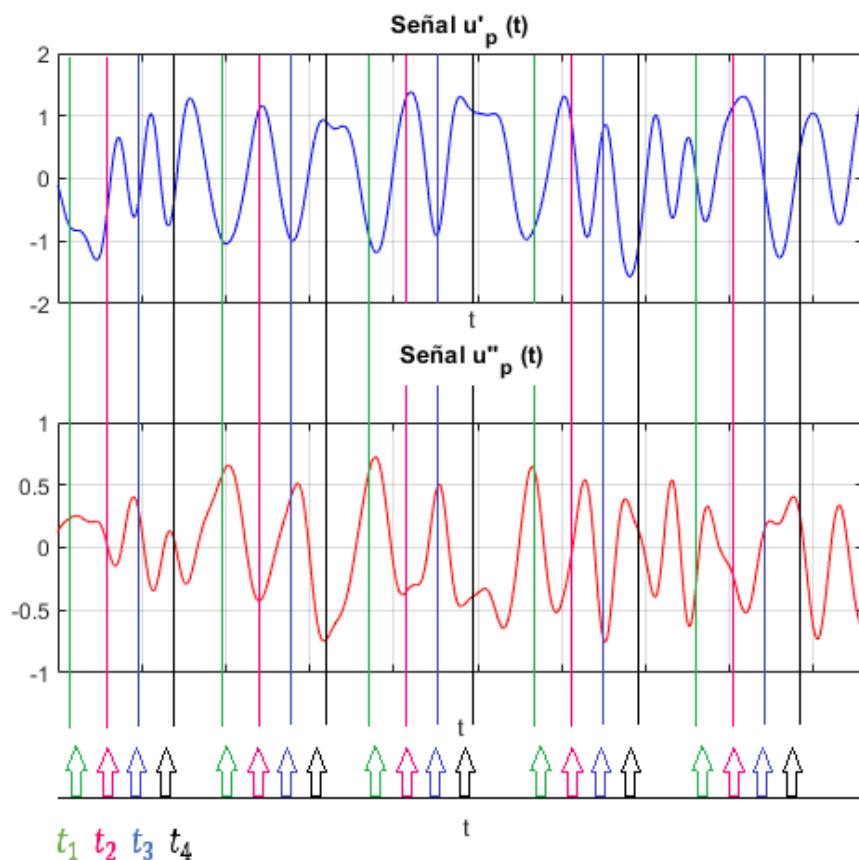


Figura 2.18 Señal piloto  $u_p(t)$  en el dominio del tiempo.

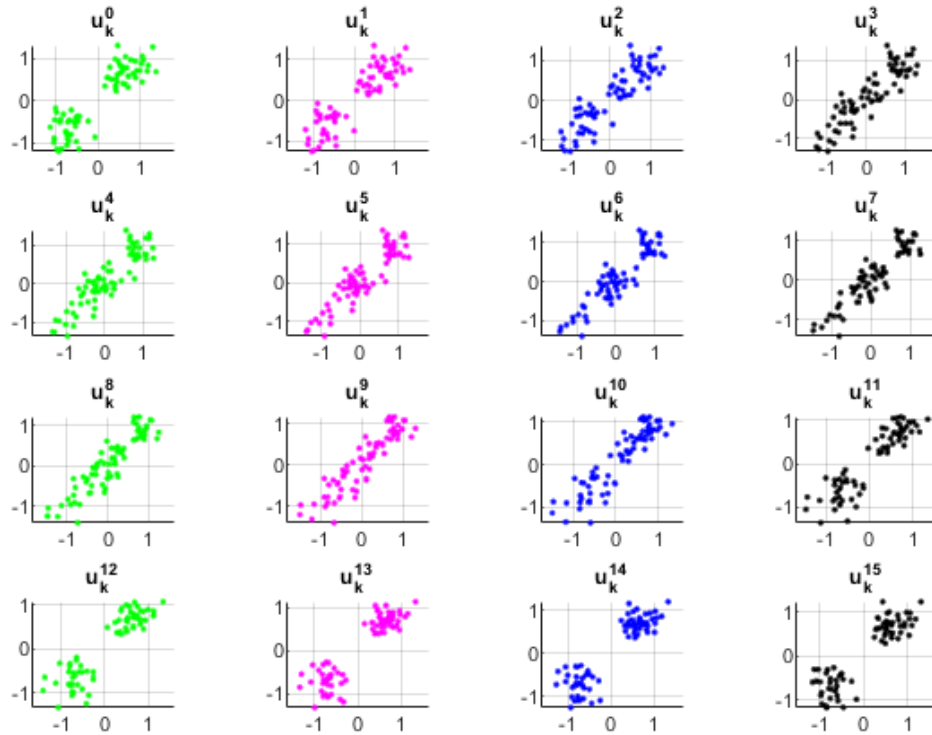


Figura 2.19 Diagramas de constelación de las observaciones de la señal piloto  $u_p(t)$ .

### 2.3.4 MÓDULO DE SINCRONISMO DE PORTADORA

Tras aplicar la etapa de recuperación de sincronismo de símbolo, la señal es tratada según el análisis matemático planteado en (2.4), para ecualizar el efecto del canal  $r$  que se desconoce y se traduce como desincronismo.

$$r = e^{-j2\pi f_c \tau}, \quad (2.4)$$

donde,  $\mathcal{T}$  es un desfase aleatorio también desconocido.

Luego se define una nueva variable de decisión  $\theta_k$ , la cual tiene la siguiente forma:

$$\theta_k = \frac{u_k}{\hat{r}}, \quad (2.5)$$

donde,  $u_k$  es la secuencia de observaciones obtenida en el mejor instante de muestreo estimado por el módulo de sincronismo de símbolo, definido en (2.6) y  $\hat{r}$  es la estimación por máxima verosimilitud del parámetro desconocido  $r$ , como se aprecia en (2.7).

$$u_k = r s_k^{(p)} + w_k, \quad (2.6)$$

donde,  $r$  es una constante compleja que depende tanto del canal como de la secuencia piloto y  $w_k$  hace referencia al ruido equivalente en el instante  $k$ . La estimación ML de  $r$  es la siguiente:

$$\hat{r} = \frac{\sum_{k=0}^{l-1} u_k s_k^{(p)}}{\sum_{k=0}^{l-1} [s_k^{(p)}]^2}. \quad (2.7)$$

El módulo de recuperación de sincronismo de portadora se muestra como diagrama de bloques en la Figura 2.20.



Figura 2.20 Diagrama de bloques sincronismo de portadora.

Básicamente, el módulo de sincronismo de portadora funciona como un ecualizador simple, el cual consiste en dividir la observación  $u_k$  por un número complejo. A partir de la nueva variable de decisión  $\theta_k$  resultan los símbolos transmitidos más una variable de ruido  $\frac{w_k}{\hat{r}}$ , donde ya estaría lista la señal para pasar al bloque de decisión.

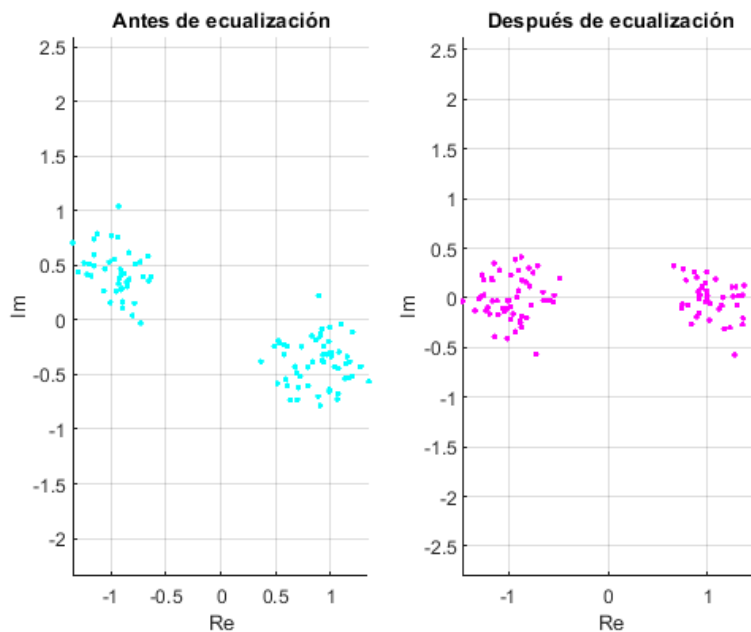


Figura 2.21 Constelación con sincronismo de portadora.

La corrección del error de fase presentado en la Figura 2.21 da como resultado una constelación muy similar a la enviada, y por lo tanto el error disminuye significativamente como se aprecia en la Figura 2.22.

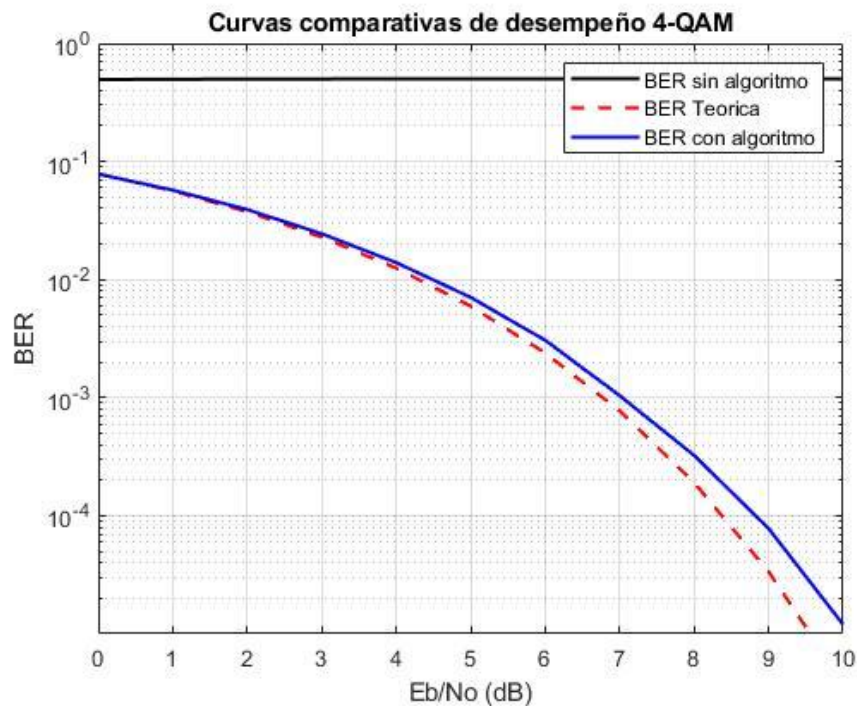


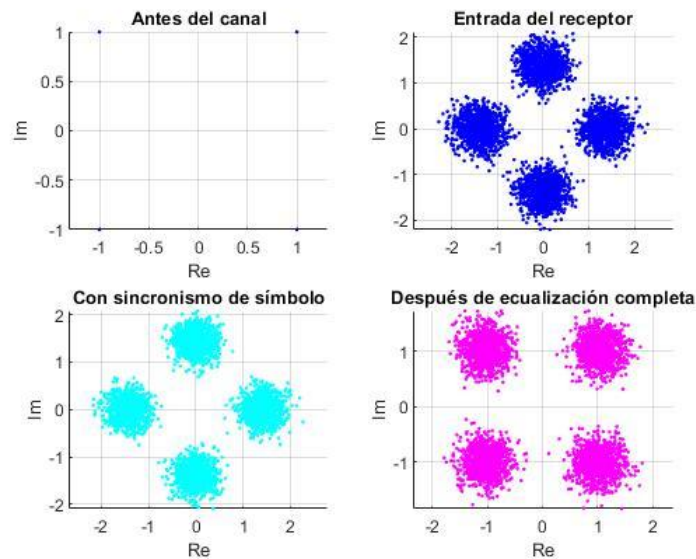
Figura 2.22 Curva de desempeño BER vs  $E_b/N_0$  con sincronismo de portadora.

### 2.3.5 Recuperación de sincronismo conjunta

Para un sistema con errores de sincronismo de símbolo y portadora, se utiliza conjuntamente la técnica de recuperación propuesta para obtener la secuencia más cercana posible a la enviada y así minimizar la BER.

La Figura 2.23 muestra la comparativa entre constelaciones, desde la secuencia enviada hasta la resultante tras aplicar los módulos de recuperación de sincronismo de símbolo y portadora. El diagrama de bloques del sistema se presenta en la Figura 2.24.

Correspondiente a las anteriores constelaciones, la Figura 2.25 presenta la curva de desempeño resultante promedio obtenida a partir de 100 iteraciones del sistema simulado.



*Figura 2.23 Constelaciones a través del sistema*

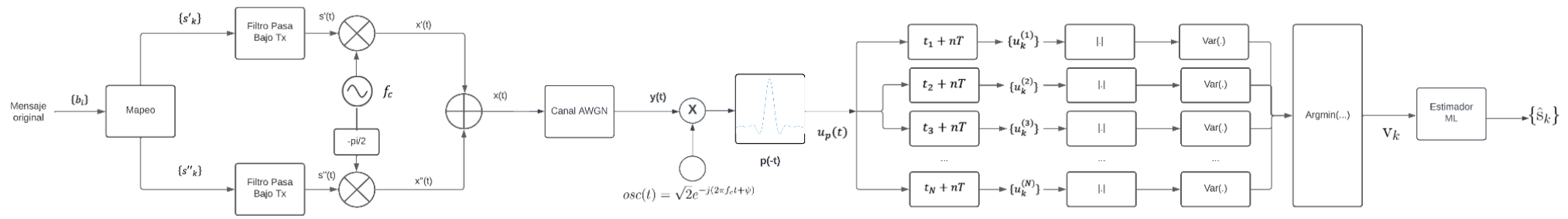


Figura 2.24 Diagrama de bloques del sistema completo.

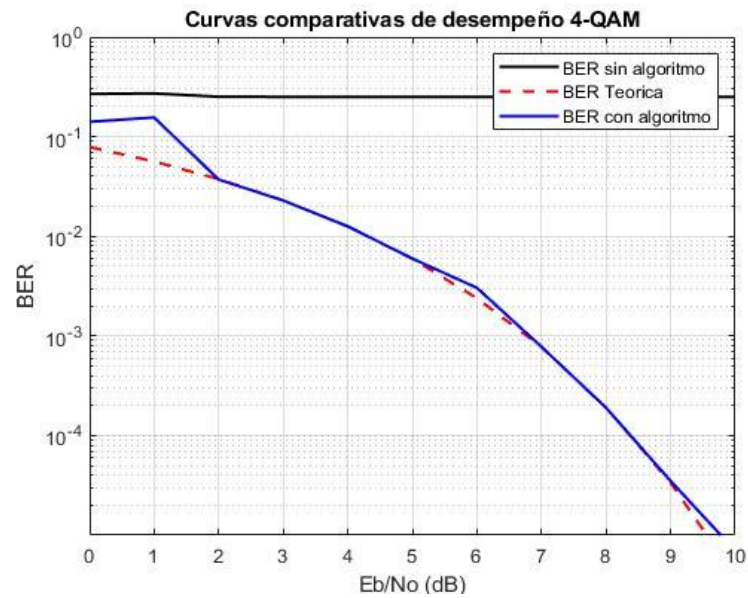


Figura 2.25 Curva de desempeño sistema completo



# CAPÍTULO 3

## RESULTADOS Y SU ANÁLISIS

En este capítulo se estudia el desempeño del sistema de comunicación al introducir el algoritmo de recuperación de sincronismo de símbolo y portadora diseñado. El estudio comprende dos aspectos: el primero, el análisis del impacto de la longitud de los símbolos piloto transmitidos sobre el desempeño del sistema, y el segundo, el análisis de la dependencia entre los módulos de recuperación de sincronismo de símbolo y portadora. Para esto se realiza la variación de la cantidad de símbolos piloto transmitidos, donde, se lleva a cabo cuatro diferentes escenarios ( $N=1$ ,  $N=50$ ,  $N=100$  y  $N=1000$ ), donde,  $N$  es la longitud de símbolos piloto. Por otro lado, se realiza un cambio en el módulo de recuperación de sincronismo de símbolo, es decir, además de obtener el mínimo argumento de las varianzas de las observaciones obtenidas del sistema, se obtiene el máximo argumento de las varianzas, para así obtener el instante menos óptimo estimado de muestreo y analizar la dependencia de los módulos del algoritmo.

El objetivo de estos escenarios es analizar el desempeño, al introducir el algoritmo de recuperación de sincronismo diseñado en un sistema de comunicación digital que emplea una modulación digital 4-QAM, con un filtro conformador de pulsos tipo raíz cuadrada de coseno alzado, con un factor de roll-off de  $\alpha = 0.5$ , y por último se modula analógicamente una onda portadora con la señal de información para conformar la señal en pasa banda, que consiste en la multiplicación de la señal resultante con una portadora sinusoidal  $f_c = 1$ , sobre un canal que introduce ruido AWGN y una cantidad variable de símbolos piloto.

### 3.1 VARIACIÓN DE LA LONGITUD DE SÍMBOLOS PILOTO

Se presentan diferentes escenarios con sus diagramas de constelación para cuatro diferentes momentos de la siguiente manera:

- Constelación de la señal que se desea transmitir.
- Constelación de la señal en la entrada del receptor.
- Constelación de la señal con sincronismo de símbolo, según el mejor instante estimado de muestreo.
- Constelación de la señal tras aplicar la corrección completa de sincronismo.

### 3.1.1 Escenario 1 - Longitud de piloto = 1

En la Figura 3.1 se indican los diagramas de constelación obtenidos de la señal en diferentes partes del sistema de comunicación, con una longitud de símbolos piloto como preámbulo de la señal de información  $N = 1$ . Se observa que al entrar al receptor, la constelación ha sufrido un cierto desfase respecto a la constelación original, lo cual no se compensa después de haber pasado por la etapa de recuperación de sincronismo propuesta, además de no obtener el mejor instante estimado de muestreo, se tiene un aumento de la BER como se aprecia en la Figura 3.2.

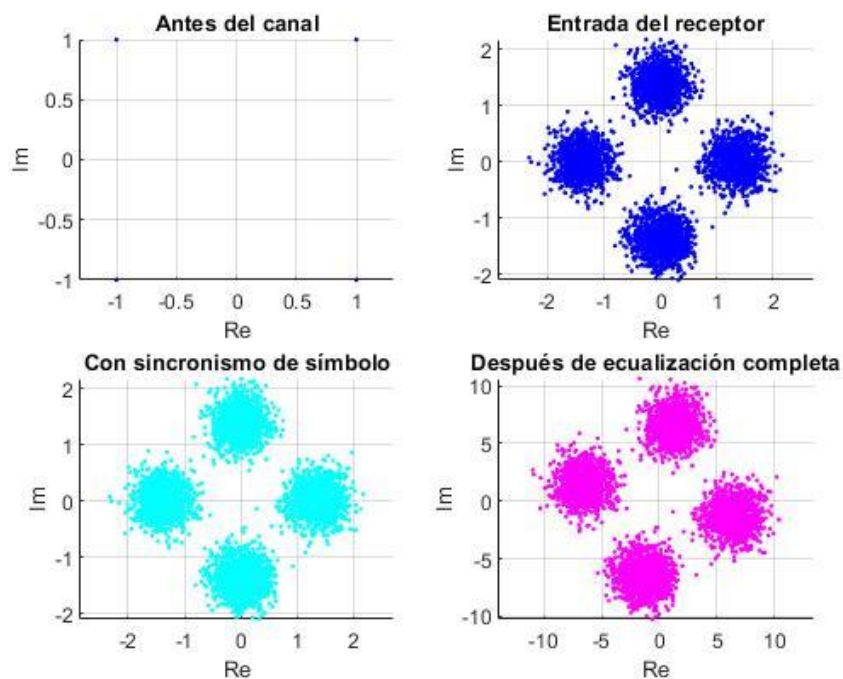


Figura 3.1 Diagramas de constelación  $N=1$ .

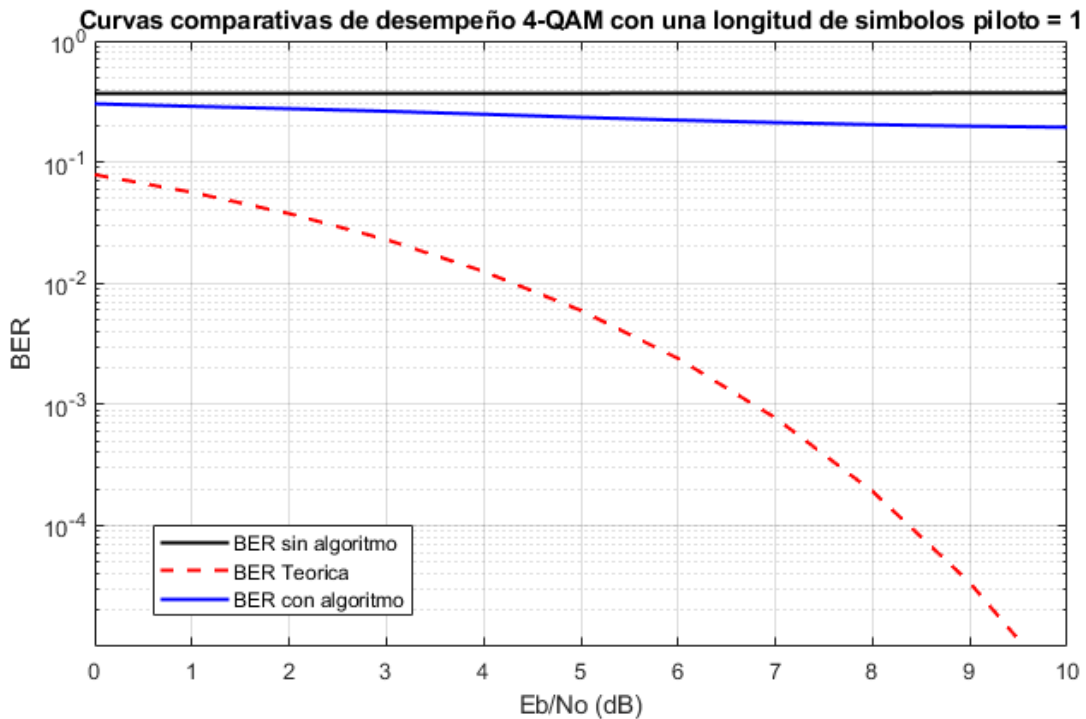


Figura 3.2 Curvas comparativas de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ ,  $N=1$ .

### 3.1.2 Escenario 2 - Longitud = 50

Para este escenario, el efecto de desincronismo da como resultado una constelación extremadamente ruidosa y muy diferente a la ideal. De las Figuras 3.3 y 3.4. indican que la técnica de recuperación de sincronismo es capaz de contrarrestar este efecto en buena medida con una longitud de piloto de solo 50 símbolos. En este caso el corrimiento temporal es  $q=7$ , y el instante óptimo estimado es correcto, por lo que se logra corregir efectivamente el error de sincronismo.

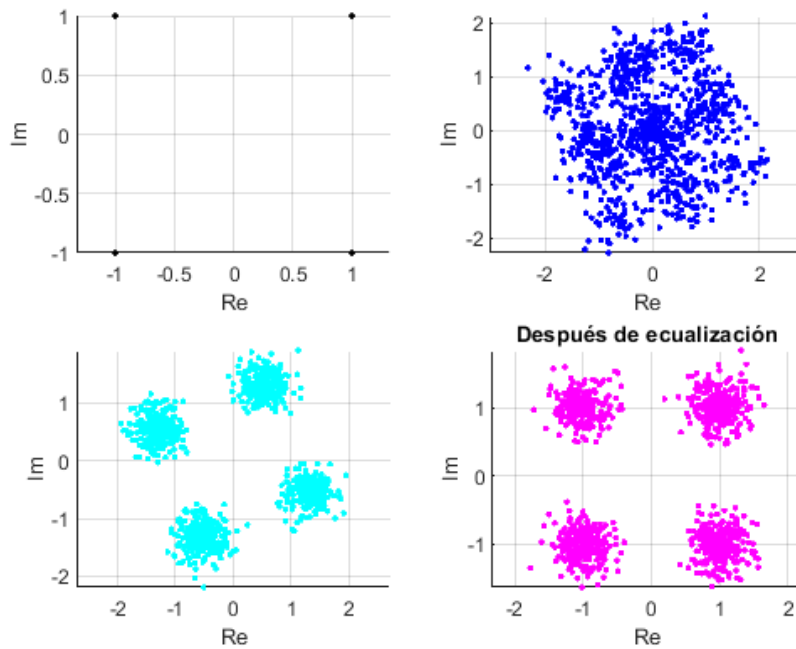


Figura 3.3 Diagramas de constelación  $N=50$ .

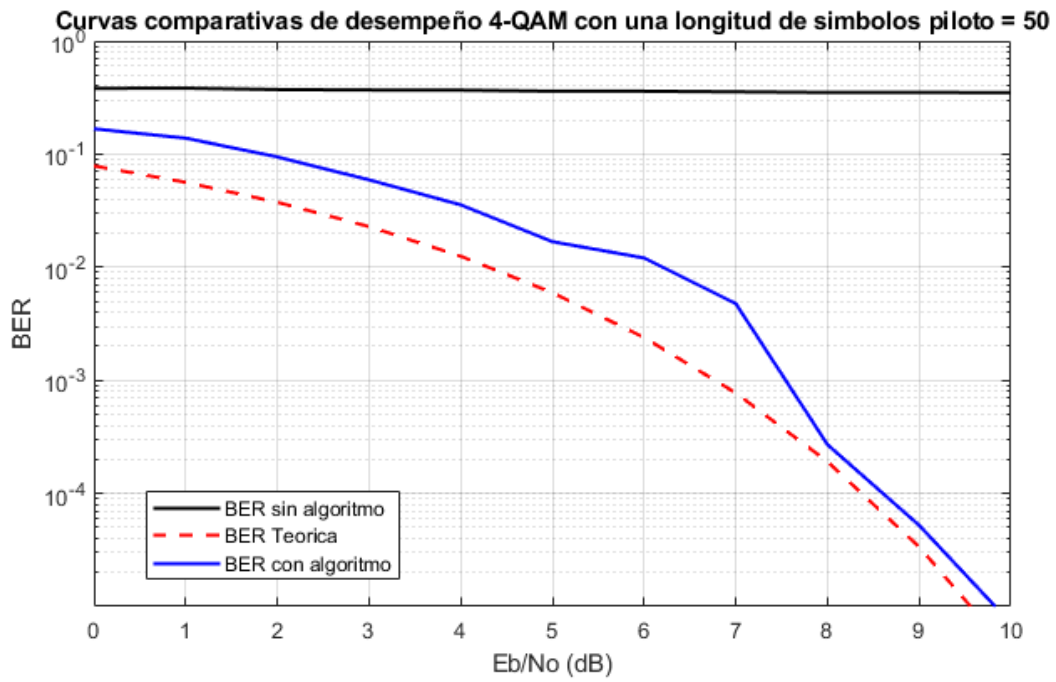


Figura 3.4 Curvas comparativas de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ ,  $N=50$ .

### 3.1.3 Escenario 3 - Longitud 100

De las Figuras 3.5 y 3.6. se tiene que la curva de desempeño es más cercana a la ideal en contraste a los escenarios anteriores, especialmente cuando  $E_b/N_0$  es mayor a 6 dB.

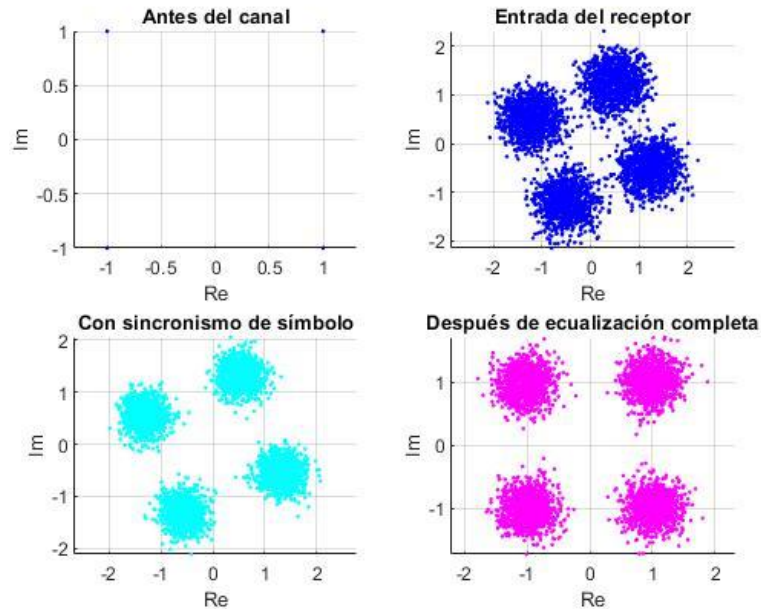


Figura 3.5 Diagramas de constelación  $N=100$ .

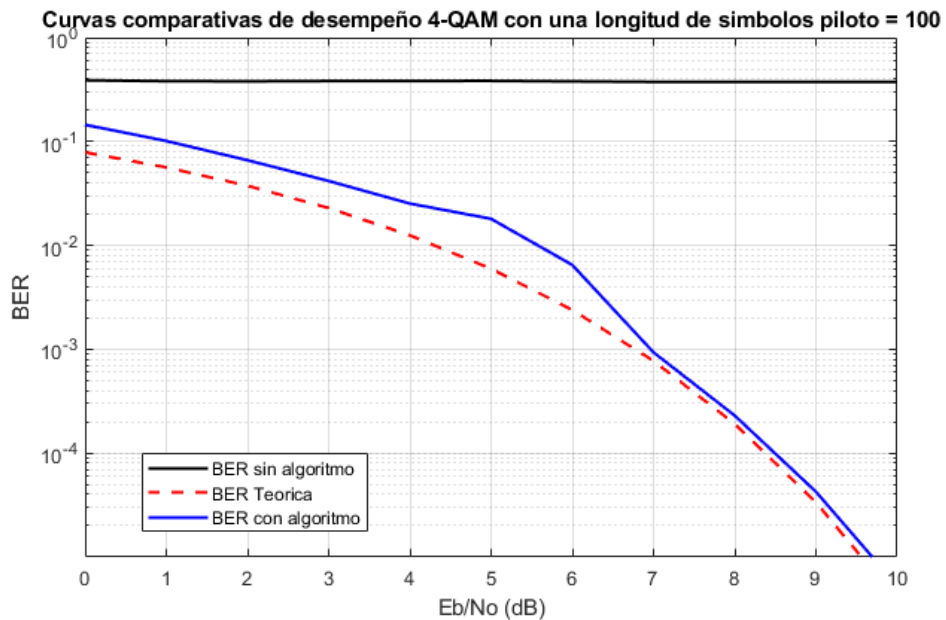


Figura 3.6 Curvas comparativas de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ ,  $N=100$ .

### 3.1.4 Escenario 4 - Longitud = 1000

En este último escenario planteado, se puede apreciar en la Figura 3.7. que la compensación del efecto de sincronismo de portadora se corrige satisfactoriamente. También se observa en la Figura 3.8 una curva de desempeño muy idéntica a la probabilidad de error teórica para una modulación 4-QAM, demostrando que al tener una longitud de símbolos piloto apropiada, se obtiene una mayor precisión en la detección del mensaje.

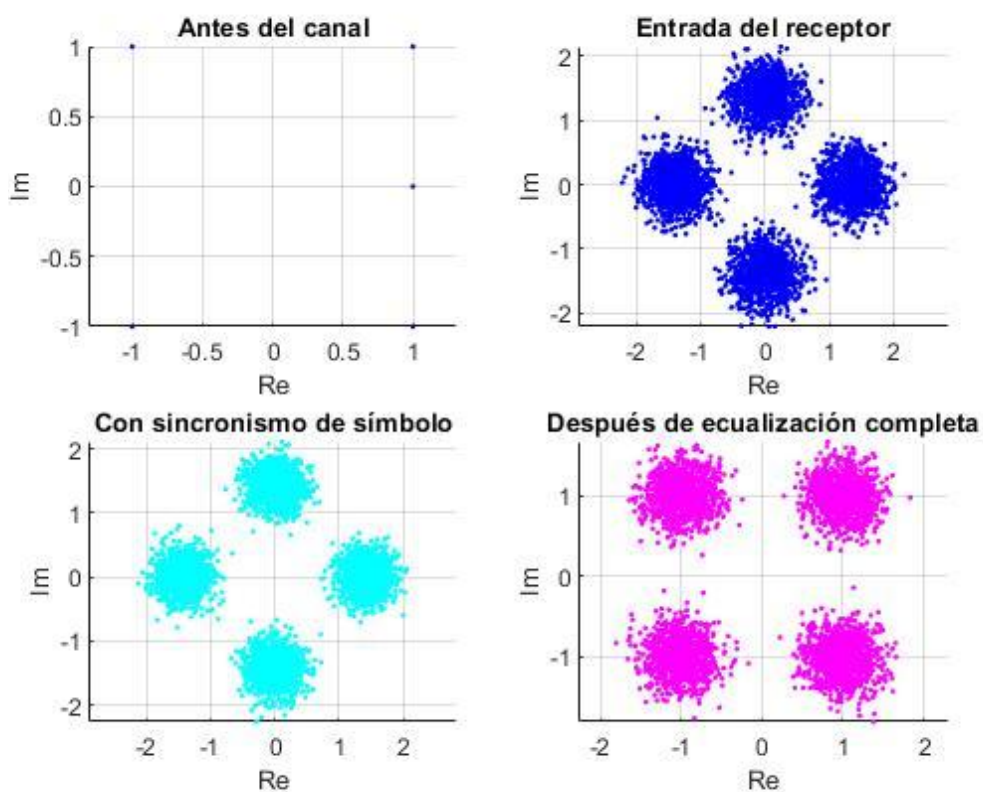
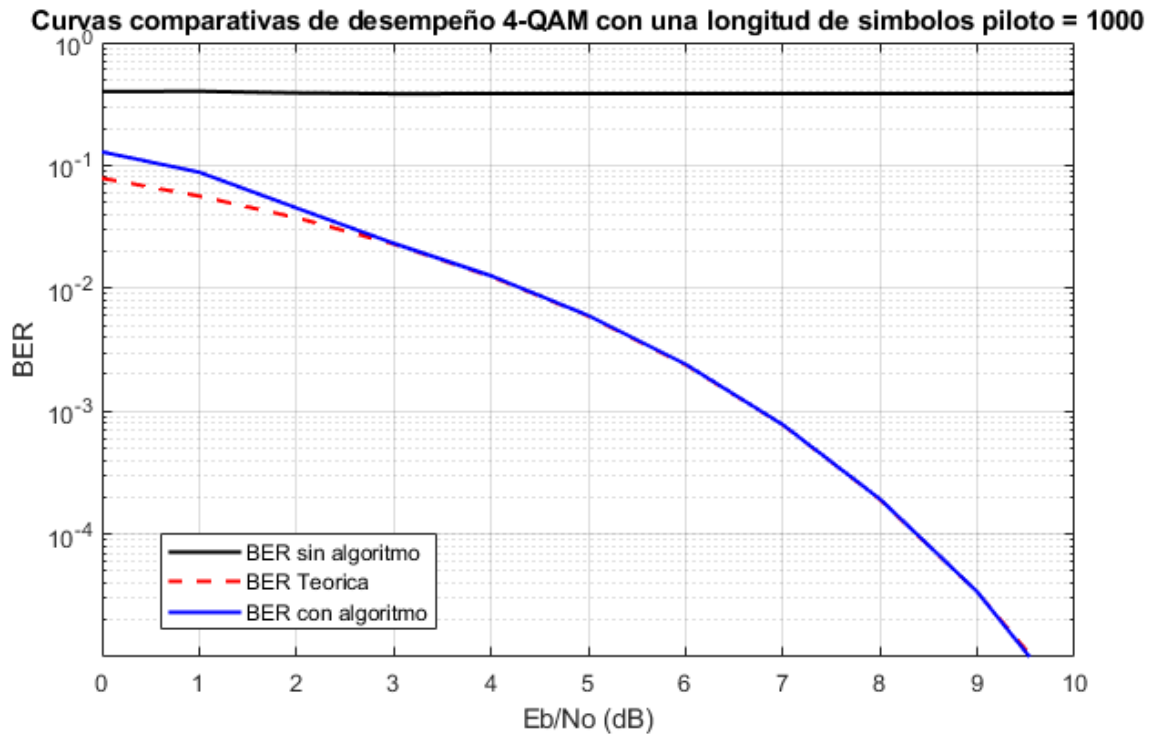


Figura 3.7 Diagramas de constelación  $N=1000$ .



*Figura 3.8 Curvas comparativas de desempeño BER vs  $E_b/N_0$ ,  $N=1000$ .*

Verificando el impacto de la longitud de símbolos piloto, se encuentra una mejora de desempeño asintótica de BER vs  $E_b/N_0$  comparado con la probabilidad de error teórica, como se aprecia al observar las Figuras 3.2, 3.4, 3.6 y 3.8. Cabe resaltar que al aumentar la longitud de símbolos piloto se tiene una mayor precisión en la detección sacrificando la eficiencia del sistema de comunicaciones.

Para finalizar, con el propósito de demostrar la efectividad de la técnica utilizada para recuperación de sincronismo, se generaron 100 pruebas independientes aleatorias para longitud de piloto  $N=100$  y los resultados se registraron en el Anexo II, además de la Figura 3.9.

En general se nota el funcionamiento del algoritmo de recuperación de sincronismo de símbolo y portadora, donde todas las curvas de desempeño corregidas (en azul), se comportan similar a lo ideal, y son mucho mejores que las curvas sin sincronismo (en negro).

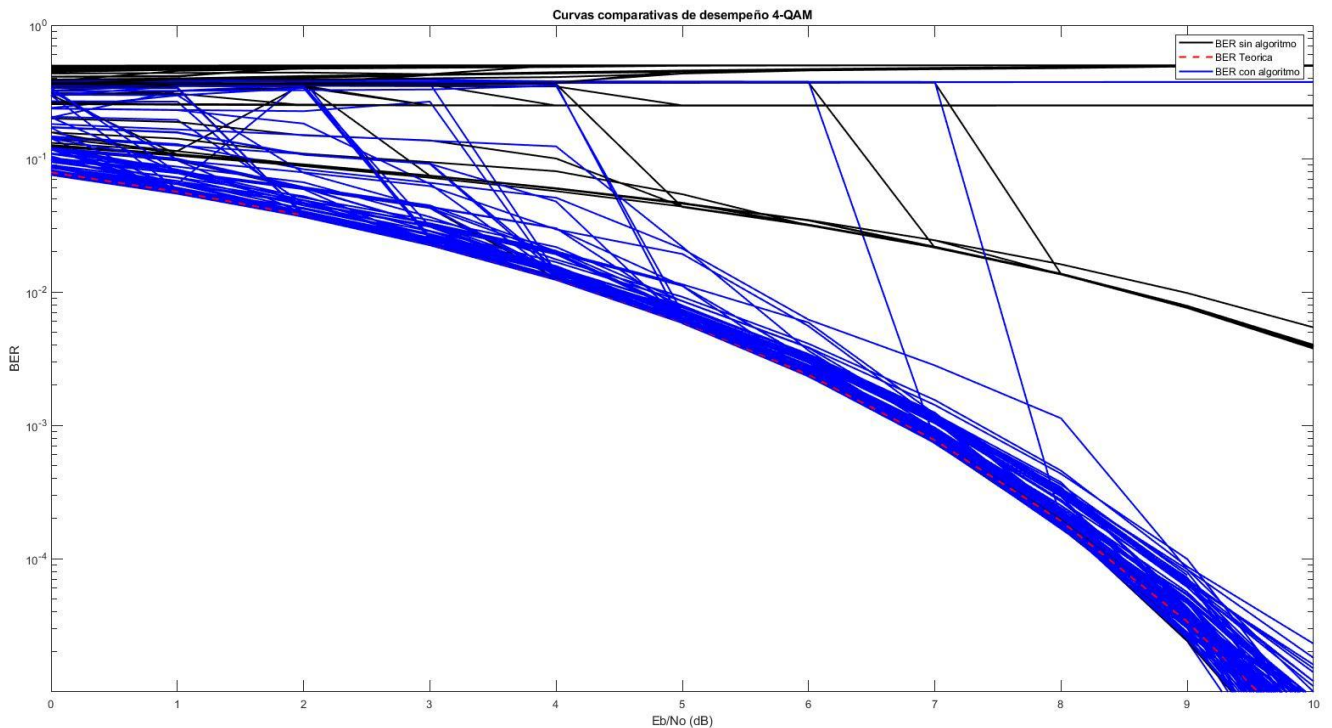


Figura 3.9 Sobretrazado de curva de desempeño

### 3.2. ANÁLISIS DE DEPENDENCIA ENTRE SINCRONISMO DE PORTADORA Y SINCRONISMO DE SÍMBOLO.

En la Figura 3.10. se ilustran los diagramas de constelación del antes y después al usar la técnica de recuperación de sincronismo propuesta. La simulación del sistema utiliza la observación con mayor dispersión de símbolos, es decir se cambia el cálculo de varianza mínima por varianza máxima en el algoritmo de recuperación de sincronismo de símbolo, con la finalidad de verificar el funcionamiento del sistema en las peores condiciones y analizar la dependencia entre el algoritmo de sincronismo de portadora y el algoritmo de sincronismo de símbolo.

Por lo anterior, se tiene que al emplear sincronismo de símbolo con el instante menos óptimo de muestreo, el desempeño de BER vs  $E_b/N_0$  se ve muy comprometido, es decir aumenta significativamente la probabilidad de error del sistema como se ilustra en la Figura 3.10, pero se puede rescatar que el algoritmo de recuperación de sincronismo de portadora cumple con su función, no de la manera más precisa, pero



se puede verificar una compensación aceptable del efecto de desincronismo de portadora como se aprecia en la Figura 3.10, donde se evidencia una rotación de la constelación acorde a lo esperado.

Finalmente, de las Figuras 3.10 y 3.11. se puede decir que el desempeño del módulo de recuperación de sincronismo de símbolo no depende del módulo de recuperación de portadora, pero el módulo de sincronismo de portadora proporciona una mayor precisión en la compensación del efecto de desincronismo al utilizar la secuencia de observación de la señal,  $u_k$ , con el mejor instante estimado de muestreo.

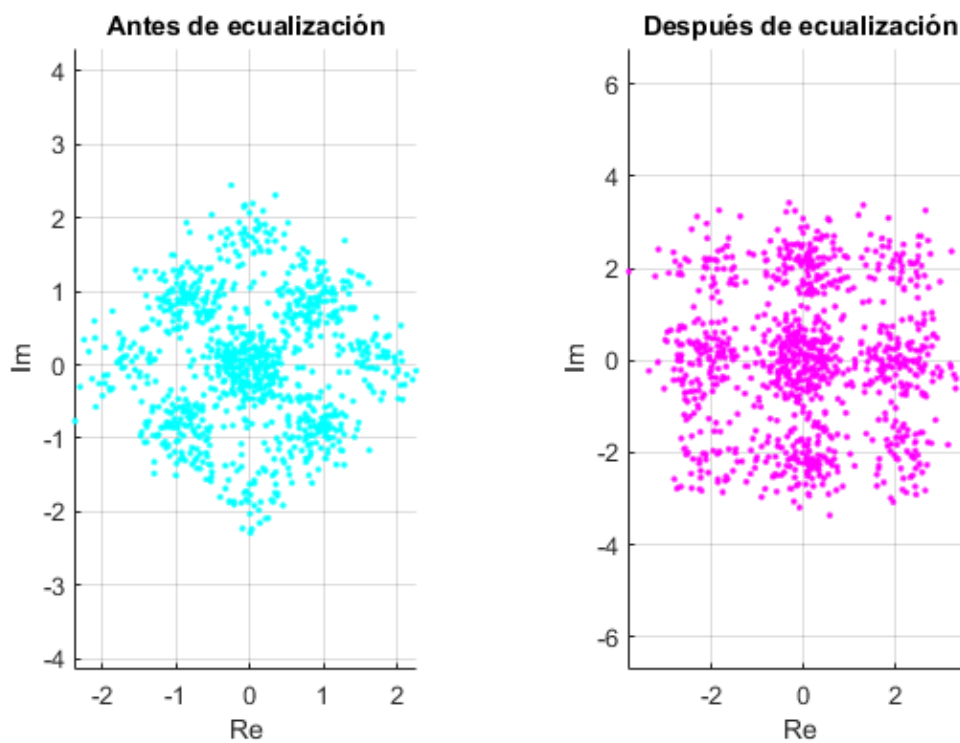


Figura 3.10 Diagramas de constelación con instante menos óptimo de muestreo.

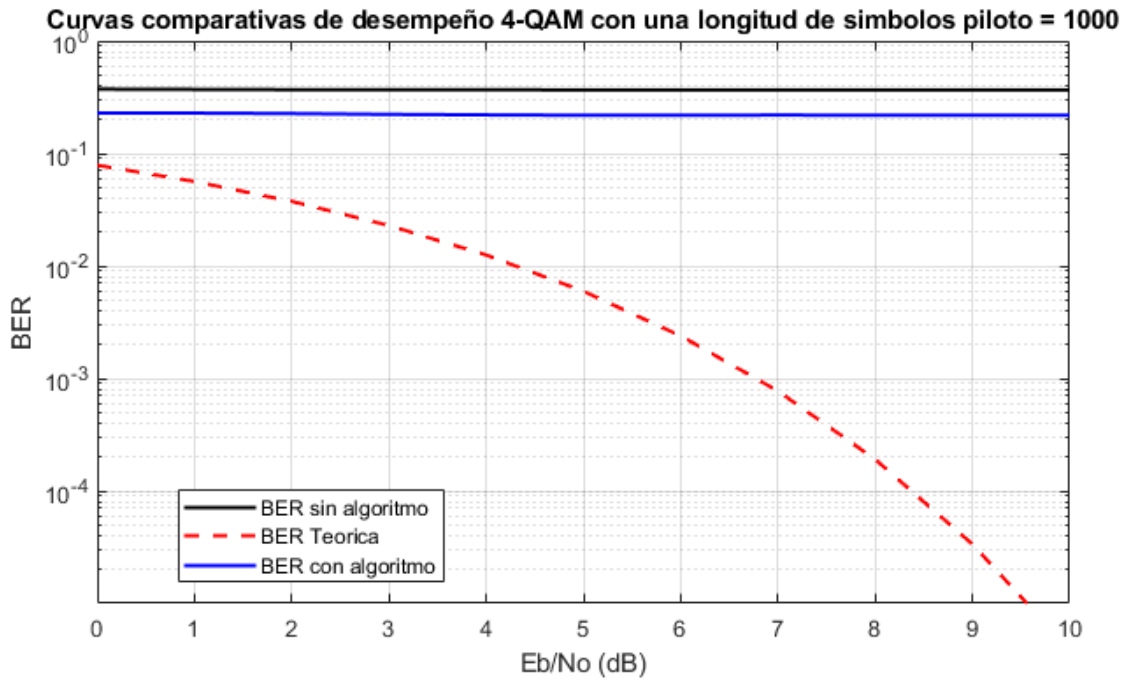


Figura 3.11 Curva de desempeño de BER vs  $E_b/N_0$  con un instante menos óptimo de muestreo.

## 4. CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

### 4.1 CONCLUSIONES

1. El desempeño del sistema de comunicación sobre un canal AWGN mejora considerablemente al emplear la técnica de recuperación de sincronismo basada en secuencias de entrenamiento, respecto a un sistema que no realice sincronismo de símbolo y portadora.
2. El aumento de la longitud de la secuencia de entrenamiento proporciona un desempeño asintótico de BER vs  $E_b/N_0$ , comparado con la probabilidad de error teórica para la modulación 4-QAM, es decir, mientras más grande es su tamaño, se obtiene una mayor cercanía entre la BER y la curva de probabilidad de error teórica para todos los valores de  $E_b/N_0$ , pero se sacrifica eficiencia del sistema de comunicaciones, ya que se inserta una mayor cantidad de símbolos en la señal transmitida, aumentando el tiempo de procesamiento y/o disminuyendo la carga útil de la señal transmitida.
3. El módulo de sincronismo de símbolo no depende del módulo de sincronismo de portadora para lograr su objetivo principal, pero cabe resaltar, que módulo de sincronismo de portadora proporciona una mayor precisión cuando el módulo de sincronismo de símbolo funciona de la mejor manera, ya que al calcular el efecto de sincronismo, teniendo como premisa la secuencia de observación con el mejor instante estimado de muestreo, se obtiene una compensación más acorde al efecto de desincronismo insertado al sistema. Por lo anterior se recomienda configurar el sistema de la forma en que se presenta, es decir, primero se realice el sincronismo de símbolo y luego el sincronismo de portadora.
4. Corregir el error de sincronismo de símbolo resulta más sencillo y entrega un resultado mucho más exacto que el sincronismo de portadora, esto gracias a que es un error de temporización medido en fracciones del periodo de símbolo, el cuál es un valor conocido y esto simplifica el procesamiento al tomar las observaciones, y comparar sus varianzas.
5. Si el error de sincronismo de símbolo es igual a un periodo de símbolo, es lo mismo que no hubiese error gracias al uso de la secuencia piloto, porque no se pierde ni un símbolo de información.

## 4.2 TRABAJOS FUTUROS

Los trabajos de futuros que se podrían elaborar teniendo como base el presente trabajo de grado son los nombrados a continuación:

- Evaluar el desempeño de la técnica de recuperación de sincronismo basada en secuencias de entrenamiento utilizando distintas modulaciones digitales.
- Realizar la implementación del sistema con la técnica de recuperación de sincronismo basada en secuencias de entrenamiento sobre un hardware reconfigurable para así evaluar el desempeño de esta técnica en un escenario físico.
- Analizar el desempeño de un sistema de comunicación digital que transmite información sobre un canal inalámbrico con efectos de multitrayecto utilizando la técnica de recuperación de sincronismo basada en secuencias de entrenamiento.

## 5.BIBLIOGRAFÍA

- [1] Simon Haykin, Digital Communication systems, Wiley & sons, 2014.
- [2] S. A. Molano López y A. Serna Herrera, “Análisis de desempeño de la técnica de transmisión multitono sobre un canal dispersivo Gaussiano”, Universidad del Cauca, 2019.
- [3] A.B. Carlson, Communication Systems, McGraw-Hill, 2002.
- [4] W. Tomasi, Advanced Electronic Communications Systems, Pearson, 2014.
- [5] F. R.Micolau y N. J. Villares Piera, Sincronización. Universitat Oberta Catalunya, España, 2014.
- [6] A. Artés Rodríguez, F. Pérez González, J. Cid Sueiro, R. López Valcarce, C. Mosquera Nartallo, F. Pérez Cruz, “Comunicaciones digitales”, Universidad Carlos III de Madrid y Universidad de Vigo, 2012.
- [7] J. C. Z. Zuñiga, J. A. M. Hidalgo, y V. M. Q. Flórez, “Análisis del desempeño de un sistema de comunicaciones con modulación 16/64 QAM basado en hardware reconfigurable: Desempeño de un sistema de comunicaciones sobre hardware reconfigurable”, Rev. Investig. Univ. Quindío, vol. 25, n.º 1, Art. n.º 1, mar. 2014, doi: 10.33975/riuq.vol25n1.159.
- [8] J. M. R. Viáfara y H. A. R. Romero, “Digital modulation scheme in four dimensions based on wavelets”, Sist. Telemática, vol. 12, n.º 31, Art. n.º 31, dic. 2014, doi: 10.18046/syt.v12i31.1912.
- [9] C.M. García y V. A. Reguera, “Radio Definido por Software usando MATLAB”, Universidad Central “Marta Abreu” de Las Villas, 2011.
- [10] A. J. Coulson, “Maximum likelihood synchronization for OFDM using a pilot symbol: algorithms”, IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 19, n.o 12, pp. 2486-2494, dic. 2001, doi: 10.1109/49.974613.
- [11] OBS business school, Características y fases del modelo incremental.