



LA MATEMÁTICA RECREATIVA: UN CAMINO PARA FOMENTAR EL INTERÉS POR EL
APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Autoras:

YOLI FERNANDA MERA PAME
ELSY DEL SOCORRO PAGUAY TAIMAL

Programa: LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

Directora:

MARTHA LUCIA BOBADILLA

Documento de sistematización de intervención pedagógica en el aula

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
POPAYÁN-CAUCA
2022

I. Tabla de contenido

| | |
|--|----|
| Introducción: | 1 |
| 1 La planeación de la Práctica Docente | 3 |
| 1.1 Objetivos | 4 |
| 1.1.1 Objetivo general | 4 |
| 1.1.2 Objetivos específicos | 4 |
| 1.3 Antecedentes | 6 |
| 2 Marco teórico | 8 |
| 2.1 El aprendizaje significativo y la matemática recreativa | 8 |
| 2.2 El juego como recurso didáctico | 10 |
| 2.3 El juego y su relación con las matemáticas | 12 |
| 2.4 La motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. | 13 |
| 3 Metodología de la Práctica docente y de sistematización | 15 |
| 3.1 Metodología de la Práctica docente | 15 |
| 3.2 Metodología De Sistematización..... | 17 |
| 4 Descripción de la Práctica docente: descripción de la institución, del grupo de trabajo y la descripción de las sesiones. | 19 |
| 4.1 Descripción de la institución..... | 19 |
| 4.1.1 Misión | 19 |
| 4.1.2 Visión | 19 |
| 4.1.3 Referentes en la enseñanza de las matemáticas en la institución...20 | |
| 4.2 Descripción del grupo de trabajo | 20 |
| 4.3 Descripción de las sesiones..... | 21 |
| 5 Análisis Crítico de la Práctica Docente | 28 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.1 | Análisis e interpretación de resultados de la encuesta: actitudes hacia las matemáticas. | 28 |
| 5.2 | Resultados e interpretación de la rúbrica por cada sesión | 34 |
| 5.3 | Análisis e interpretación de resultados obtenidos durante la intervención pedagógica. | 42 |
| 5.4 | Análisis e interpretación de resultados de la encuesta final: actitudes hacia las matemáticas. | 48 |
| 6 | Conclusiones | 54 |
| 7 | Bibliografía | 57 |
| 8 | Anexos | 59 |
| 8.1. | Guía 1: Sucesiones..... | 59 |
| 8.2. | Guía 2: Sumas Geométricas y Sumas Aritméticas | 69 |
| 8.3. | Guía 3: Algoritmo de la División..... | 75 |
| 8.4. | Guía 4: Criterios de Divisibilidad | 86 |
| 8.5. | Guía 5: Números primos y Compuestos | 96 |
| 8.6. | Rubrica evaluativa | 112 |

Introducción:

La actitud, percepción, motivación y las concepciones y/o miedos que presentan los estudiantes frente a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas influye de manera significativa en el alcance de los objetivos propuestos por el currículo de cada institución; como alternativa para contrarrestar aspectos negativos que dificulten la enseñanza-aprendizaje de esta área queremos compartir los resultados obtenidos durante la implementación de la matemática recreativa.

La sistematización que a continuación presentamos corresponde a la experiencia vivida durante el desarrollo de la práctica docente en la etapa de inmersión, dicho proceso se realizó con 10 estudiantes de la Institución Educativa Antonio García Paredes, enmarcándose en la matemática recreativa y el constructivismo, mediante la implementación de guías y rubricas evaluativas.

Este proceso inició con la Practica II, pues fue en ese momento cuando optamos por investigar sobre: cómo la motivación y entusiasmo en el aula de clase influyen en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y encontramos que la matemática recreativa estimula de manera positiva las anteriores emociones, así pues, se fue estructurando este proyecto. Dando continuidad al programa de extensión de la Universidad del Cauca: Semillero Matemáticas y bajo la dirección de la profesora Martha Bobadilla, iniciamos el proceso de creación y revisión de las guías de manera conjunta con las dos compañeras que también hicieron parte del grupo de Teoría de Números, de tal manera que el contenido de estas fuese: creativo, llamativo y que correspondiera a las temáticas que se querían reforzar. De igual manera se elaboraron las rubricas evaluativas, que nos sirvieron de guía al momento de revisar si se alcanzaban los objetivos propuestos en cada actividad.

Como antecedentes a la metodología de nuestra práctica pedagógica tenemos la implementación del Semillero Matemáticas en su primera versión 2019-1, donde se obtuvieron excelentes resultados; además de las investigaciones hechas por grandes impulsores de la matemática recreativa que muestran los beneficios

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

alcanzados a través de esta. Con la confianza adquirida a través de esta teoría y observando la necesidad de cambiar las concepciones negativas hacia las matemáticas, nos trazamos como objetivo fomentar el interés por el aprendizaje de esta área mediante actividades lúdicas y recreativas que permitieran captar la atención del estudiante y los invitara a resolver cada una de las actividades de manera libre, espontánea y creativa, sin sentirse presionados por una nota, o por cumplir con un requisito académico.

Así pues, en este documento develaremos detalles de cómo se llevo a cabo la construcción de los elementos de apoyo para el desarrollo de la práctica, tales como las guías y sus respectivas rubricas evaluativas; cómo lograr un aprendizaje significativo a través de la matemática recreativa, los beneficios de la implementación de un buen juego en la clase de matemática y cómo la motivación de los alumnos favorece significativamente el aprendizaje de las matemáticas. También se abordará la metodología implementada durante la intervención pedagógica, como el diseño de las guías favoreció en gran manera el alcance de nuestro objetivo y además las herramientas extras que nos sirvieron de apoyo para potenciar el alcance del mismo.

Así mismo, incluimos las guías trabajadas en las diferentes sesiones, los resultados de las encuestas con su respectivo análisis, así como el análisis hecho a cada una de las sesiones y las recomendaciones pertinentes para contribuir a la mejora de futuras practicas pedagógicas que deseen seguir la línea de la matemática recreativa.

En ultimas, el material recopilado (evidencias y calificaciones mediante la rúbrica) después de la aplicación de estas actividades lo consideramos como una creación inédita de los estudiantes generada a partir de la curiosidad y motivación adquirida a través de las actividades propuestas, la metodología de desarrollo y acompañamiento brindado durante su aplicación. Estos buenos resultados se hicieron evidentes mediante el alcance de los objetivos propuestos de cada actividad, la evolución de notas obtenidas a través de la rúbrica evaluativa y al contrastar respuestas de la encuesta inicial y la encuesta final, con lo que

concluimos que la implementación de juegos y actividades lúdicas para reforzar temáticas de la teoría de números, cambió la actitud, despertó el interés, curiosidad y contribuyó a desarrollar las habilidades matemáticas de los estudiantes, reduciendo el temor de enfrentarse a los conceptos matemáticos.

1 La planeación de la Práctica Docente

La mayoría de estudiantes tienen concepciones negativas sobre la matemática lo que ocasiona desinterés por su aprendizaje; esto debido en gran medida a la enseñanza tradicional, donde simplemente el docente transmite una información y los estudiantes, mediante memorización, intentan reproducirla sin reconocer su significado. Por ello, planteamos en nuestro objetivo promover el interés por la matemática a través de actividades lúdicas, aplicando una propuesta metodológica de enseñanza-aprendizaje que se enmarca en la matemática recreativa y el constructivismo, permitiendo estructurar técnicas que incluyen la aplicación de juegos que fomentan el interés y motivación por el aprendizaje, generando la construcción de un conocimiento matemático significativo.

Siguiendo la línea de la institución, se trabajó desde la concepción constructivista para la enseñanza aprendizaje de la matemática, mediante la aplicación de actividades lúdicas relacionadas con algunos conceptos de los números naturales; estas actividades fueron tomadas como una herramienta pedagógica, que tienen como finalidad fomentar el aprecio de los estudiantes hacia la matemática, de tal manera que su estudio sea aceptado con agrado; permitiendo que el aprendizaje sea más dinámico y creativo, de tal manera que los estudiantes puedan cambiar esas concepciones negativas hacia la matemática (difícil, aburrida, abstracta). Además, resaltar la importancia de las matemáticas como un medio de comunicación que sirve para interpretar, modelar, explicar; en otras palabras, mostrar que la matemática hace parte de nuestra cultura y tiene un aporte significativo en la mayoría de las actividades humanas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo general

Fomentar el interés por el aprendizaje de las matemáticas mediante actividades lúdicas y recreativas, permitiendo al estudiante la construcción y el afianzamiento de su conocimiento de una manera más eficiente.

1.1.2 Objetivos específicos

- ✓ Identificar los aspectos positivos que se obtienen mediante la aplicación de actividades lúdicas en los alumnos.
- ✓ Analizar los resultados obtenidos por los estudiantes durante el desarrollo de las actividades lúdicas.
- ✓ Desarrollar en los estudiantes, habilidades y estrategias de una forma autónoma, para la solución a ejercicios matemáticos, mediante juegos y actividades lúdicas.

1.2 Justificación

Conforme a los estándares Básicos De Competencia En Matemática. Colombia (2003); sobre la enseñanza de las matemáticas se dice que:

La enseñanza de las matemáticas supone un conjunto de procesos mediante los cuales el docente planea, gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativo y comprensivo –y en particular situaciones problema– para sus alumnos y así permite que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros, profesores y materiales para reconstruir y validar personal y colectivamente el saber matemático (p. 72).

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Es decir que los docentes de matemáticas deben ser creativos al construir su clase.

Ahora bien, es claro ver que para la mayoría de estudiantes los procesos de construcción de conceptos matemáticos se consideran de difícil comprensión, categorizando la matemática como un área compleja durante su educación formal y manifestando quejas y mitos sobre esta. La razón de estas concepciones se explica por el carácter abstracto de su contenido y la forma o estrategia de enseñanza monótona y poco creativa, generando estrés y desinterés por la matemática, lo anterior conlleva a obstaculizar en el aprendiz el proceso de asimilación de los diferentes conceptos. Es por eso que las técnicas de enseñanza poco atractivas pueden ser la causa de actitudes negativas en los estudiantes, llevándolos a un fracaso en esta materia.

En este contexto, los docentes de matemáticas deben buscar estrategias para que los mitos y quejas en contra de la matemática vayan desapareciendo, por lo que es de gran importancia presentar a los estudiantes actividades que combinan lo lúdico con el conocimiento matemático, de tal manera, que se relacionen de manera positiva con su parte afectiva y así lograr un cambio de actitud respecto a la matemática; lo cual podría servir como punto de partida para enfrentarse de manera diferente la construcción de nuevos conceptos.

Es por esto que la finalidad de nuestra práctica docente fue motivar al estudiante para que con agrado construyera de manera significativa su conocimiento matemático y brindarle herramientas para que a futuro vaya superando sus dificultades de aprendizaje.

Por otra parte, se considera que la aplicación de diversas técnicas lúdicas posibilitará al docente mejorar el proceso de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, y además se considera que el docente de matemáticas debe tener deseos de innovar su forma de dar clases, pero, sobre todo, es de gran importancia que los docentes le den más espacio a su imaginación, a su creatividad, y a su ingenio al momento de enseñar; y como producto final, se obtendrá que los estudiantes adquieran un mejor aprendizaje y gusto por la matemática.

1.3 Antecedentes

Los siguientes informes de investigación están relacionados con la enseñanza y aprendizaje de la matemática mediante la implementación de las matemáticas recreativas en el aula, los cuales nos muestran sus beneficios.

Solís (2013) desarrolló su investigación elaborando y aplicando una prueba inicial, prueba intermedia y prueba final; éstas fueron aplicadas a los alumnos del instituto Nacional Mixto Nocturno de Educación Básica INMNEB Totoncapán, como pruebas objetivas antes y durante el desarrollo de las clases, las cuales consistían en juegos educativos con el objetivo de determinar el progreso en el nivel de conocimientos de los estudiantes al utilizar juegos educativos para el aprendizaje de la matemática.

La autora también afirma que el uso de la lúdica en la educación matemática permite ampliar la atención, la memoria y demás habilidades del pensamiento; se cataloga también como una técnica participativa en la enseñanza, que permite el desarrollo de métodos de dirección y conducta correcta para estimular la disciplina y contribuye al logro de la motivación por la asignatura, fortaleciendo de esta manera el aprendizaje.

En sus conclusiones, menciona que en los resultados obtenidos se evidencian, en el grupo experimental, que los juegos educativos son funcionales para el aprendizaje de la matemática, puesto que generan motivación y mayor disponibilidad para aprender contenidos de esta área, catalogada como memorística y difícil. Por lo cual la autora propone que los juegos sean un recurso metodológico para la enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Por otra parte, Vergara et al. (2015) en su investigación aplicaron talleres lúdicos basados en la operatividad didáctica del juego de dominó, que además de ser practicado en forma común; se adapta al desarrollo de las clases de matemáticas, sobre todo en el planteamiento y desarrollo de situaciones problemas específicas, para el estudio de las operaciones básicas de la matemática, dentro y fuera del aula de clases. A través de la utilización de fichas del juego del dominó, cantos, concursos, olimpiadas y encuentros Inter cursos e inter institucionales, se deja

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

entrever todo lo que en materia educativa se puede hacer con el uso de las fichas de dominó y con el ingrediente lúdico y así los estudiantes logran alcanzar un aprendizaje de una manera significativa, cooperativa y divertida.

Finalmente, estos autores en sus conclusiones mencionan que:

- ✓ El diseño de juegos lúdicos favoreció el desarrollo de habilidades lógico matemáticas en los estudiantes.
- ✓ La estrategia didáctica del juego del dominó contribuye al mejoramiento académico y mejoramiento continuo en el desarrollo de los estándares de competencias que los estudiantes socializan y comparten a diario, dentro y fuera de aula de clases.
- ✓ La participación activa de todos los sujetos involucrados en el desarrollo de este proyecto y con ello las calificaciones, reflejaron un avanzado mejoramiento en sus pensamientos cuantitativos.

También, se tiene en cuenta el informe de investigación realizado por Arias (2016) en donde se llevó a cabo la enseñanza de resolución de ecuaciones de primer grado, mediante la aplicación de un pre test, ejecución de los juegos y posteriormente la aplicación de post test; se implementaron los juegos como: Chichón Algebraico, Carreras Algebraicas, Lotería Algebraica, Memórame Algebraico y lo tuyo y lo mío. Al final de la unidad didáctica, aplicó la prueba de evaluación, con las cuales se obtuvieron buenas calificaciones de los estudiantes.

En sus conclusiones menciona que logró comprobar, que la implementación de juegos y actividades lúdicas como estrategia didáctica en el proceso de enseñanza-aprendizaje:

- ✓ Contribuye en el desarrollo de habilidades de los estudiantes para la resolución de ejercicios matemáticos a partir de problemas literales.
- ✓ Desarrolla la destreza con la que el estudiante elabora y resuelve problemas matemáticos.
- ✓ Tiene efectos relevantes con respecto a las estrategias tradicionales.
- ✓ Atrae la atención y logra un mejor aprendizaje del estudiante hacia la asignatura.

Finalmente, Este autor plantea que la implementación de juegos y actividades lúdicas como estrategia de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en educación superior, promueve el interés y el desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes.

2 Marco teórico

2.1 El aprendizaje significativo y la matemática recreativa

La matemática recreativa está estrechamente relacionada con el aprendizaje significativo, a continuación, se exponen algunos aspectos teóricos esenciales relacionados con dichas temáticas.

El origen de la teoría del aprendizaje significativo está en el interés que tiene Ausubel, por conocer y explicar las condiciones y propiedades del aprendizaje, que se pueden relacionar con formas efectivas y eficaces de provocar de manera deliberada cambios cognitivos estables, susceptibles a ser dotados de significado individual y social. Lo que se quiere conseguir es que los aprendizajes que se producen en la escuela sean significativos. Ausubel entiende que una teoría del aprendizaje escolar que sea realista y científicamente viable debe ocuparse del carácter complejo y significativo que tiene el aprendizaje verbal y simbólico (este referente inicialmente se llamó teoría del aprendizaje verbal significativo). Además, afirma que el conocimiento no se inicia de ceros, es decir, de una mente en blanco, sino que tiene en cuenta el conocimiento anteriormente adquirido y las experiencias vividas, estos al ser manipulados e implementados de forma adecuada contribuyen al proceso de aprendizaje significativo. De esta manera, los conocimientos ya adquiridos funcionan como anclajes a los nuevos, generando una construcción significativa de su proceso cognitivo y brindándole una clara estabilidad.

En el mismo sentido Ausubel¹ establece que la atribución de significados sólo es posible por medio de un aprendizaje significativo, para ello se dice que el estudiante aprende, cuando lo hace significativamente, a partir su conocimiento. Para lograr un aprendizaje significativo se hace necesario dos condiciones:

¹ citado por (Caballero, Rodríguez, & Moreira, 2011)

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

1. Que la actitud de aprendizaje del alumno sea potencialmente significativa, es decir, que haya interés y motivación por aprender.
2. La presentación de un material potencialmente significativo, es decir, que el material tenga significado lógico, esto es, que sea relacionado con la estructura cognitiva del estudiante y que existan ideas de anclaje adecuados en el sujeto que permitan la interacción con el nuevo material.

De esta manera, el peso del aprendizaje significativo no recae meramente sobre el estudiante, aquí también tiene parte el docente, este, está llamado a indagar que conocimiento nuevo se puede anclar al conocimiento ya establecido; además de la búsqueda de herramientas que fomenten o favorezca un ambiente propicio para que dicho aprendizaje se pueda dar, por lo tanto, el material presentado no puede estar desconectado de la realidad del alumno.

Así mismo, es importante conocer el origen de la palabra recreativa, por lo general se suele entender por recrear o recreativa, según el diccionario, 'diversión, alegría'. Por otra parte, de acuerdo con Corbalan (2000) hay que tener en cuenta que *recrear*, también significa 'crear de nuevo, volver a producir algo. Si se toma el aprendizaje como un descubrimiento, como una exploración hasta llegar al nuevo conocimiento que progresivamente hay que ir construyendo y la búsqueda del conocimiento como la invención de mundos desconocidos, conlleva al disfrute y al deslumbramiento de un explorador.

Por lo anterior, una de las herramientas que genera buena disposición y una actitud favorable que contribuye al alcance del aprendizaje significativo, es la matemática recreativa, pues mediante la implementación de las actividades lúdicas de la matemática recreativa se pueden conseguir las condiciones necesarias que menciona Ausubel para lograr un aprendizaje significativo (el material potencialmente significativo y la disposición favorable para aprender del sujeto). En este sentido Arias (2016) describe que el carácter lúdico de la matemática recreativa, permite a los alumnos aumentar su motivación e interés por el aprendizaje de la matemática, ya que de esta forma lo ven como un desafío a su inteligencia y un reto a la imaginación; permitiéndoles desarrollar sus conocimientos,

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

capacidades y habilidades, mediante la construcción de nuevos conocimientos y estructuras cognitivas reflejadas como aprendizaje significativo.

Por su parte Ozejo² afirma que la matemática recreativa es un área de las matemáticas, concentrada en la obtención de un aprendizaje mediante actividades lúdicas y dedicada a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos, ideas o problemas matemáticos.

Por otro parte, haciendo referencia al constructivismo y matemática recreativa, Castillo (2008) dice que el individuo que aprende matemáticas desde un punto de vista constructivista construye conceptos a través de la interacción que tiene con los objetos y con otros sujetos. Tal parece que para que el alumno pueda construir su conocimiento y llevar a cabo la interacción activa con los objetos matemáticos es preciso que dichos objetos se presenten inmersos en un problema, no en un ejercicio. Lo anterior se logra con la matemática recreativa, pues esta permite relacionar el juego o actividad lúdica con los objetos matemáticos. Casany (2002)³, menciona que la matemática recreativa consiste en presentar actividades en forma de pequeños retos, que por su carácter lúdico se muestran atractivos a los estudiantes; quienes podrán buscar una solución, de una manera más fácil, haciendo uso de sus conocimientos, que pueden ser la base del desarrollo de habilidades y estructurar su nuevo conocimiento.

2.2 El juego como recurso didáctico

El juego con fin pedagógico, es una herramienta muy valiosa que sirve de apoyo para llamar la atención del alumno. El planteamiento de un juego dentro del aula, que genere curiosidad, incentiva a pensar en cómo desarrollar la actividad para alcanzar el objetivo propuesto y encontrar en medio de lo que ya sabe, lo que le puede servir como base para dicho propósito.

Con lo anterior, el juego como recurso didáctico se articula a la teoría constructivista, pues Waldegg (1998), plantea que:

² Citado en citado en (Mayuri, 2015)

³ Citado en (Arias, 2016)

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

La teoría constructivista exige el papel activo del estudiante en la construcción de su conocimiento, esto no significa que se deje solo al estudiante, al contrario, se debe formar un espacio de activismo físico, rodeado de materiales didácticos para que la “construcción” se diera de manera automática enmarcada en un desarrollo cognitivo predeterminado. (p.23)

La teoría constructivista, moviliza al sujeto y al objeto, lo que resulta en una interacción entre ellos, donde el sujeto parte de sus experiencias vividas y hace una modelación de cómo y qué aspectos puntuales de su experiencia le ayudarán o servirán de base para alcanzar un aprendizaje, lo anterior se puede asemejar con el accionar del juego, para su desarrollo se hace necesario retomar los conocimientos establecidos y buscar entre ellos lo que servirá para lograr el objetivo del juego.

Es por ello, que se torna fundamental la implementación del juego como recurso didáctico dentro del aula; al respecto Idrogo Ortiz⁴, afirma que la utilidad de los recursos didácticos dentro del aula, permite que el educando acceda al conocimiento de una manera más propicia, creando en él expectativas positivas frente al proceso de aprendizaje, facilitando el emprendimiento de retos y tareas, poniendo a prueba su inteligencia y capacidad de resolver situaciones; lo que a futuro le permitirá enfrentarse con éxito a problemas reales.

Por lo anterior, podemos decir que el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas será mucho más satisfactorio si se hace a través del juego. Ya que permite desarrollar el pensamiento creativo y crítico de los alumnos para la elaboración propia de caminos alternativos ante determinadas situaciones, también se insta a los estudiantes a tomar de sus conocimientos previos y usarlos como base para el desarrollo de la actividad propuesta, lo que desemboca en la construcción de nuevos conocimientos, demostrando que el estudiante es un sujeto activo con capacidad de generar sus propios planes y estrategias para la resolución

⁴ citado en (García, 2017)

de problemas, lo que hace alusión a lo planteado por Ausubel, quien expresa que el aprendizaje significativo tiene lugar cuando se relaciona el nuevo conocimiento de forma no literal, con la estructura cognitiva del aprendiz.

En el mismo sentido Hernández y Cruz (2021) observan que el juego parte de conocimientos previos, genera interacción entre sujetos y les permite reorganizar sus conocimientos, con nuevas dimensiones y estructuras. De esta manera, el sujeto desarrolla la capacidad de transferir el juego a otras realidades, describiendo los procesos y principios explicativos que afectan a tales realidades con significatividad lógica y mejorando su capacidad de organización comprensiva en relación a otras experiencias de aprendizaje.

2.3 El juego y su relación con las matemáticas

Santos (2006) considera que las matemáticas hacen parte de los elementos esenciales del conocimiento científico y tal vez por ese grado de importancia es que muchos tienden a catalogarla como un conocimiento inalcanzable; por tal motivo, el objetivo principal de la educación matemática debería ser la búsqueda de medios que permitan generar una relación fluida entre las matemáticas y la sociedad.

El juego dentro de la clase de matemáticas es un medio adecuado para transmitir a los alumnos motivación e interés por el aprendizaje de esta área y para familiarizarlos con los procesos comunes de la actividad matemática.

Se considera que el juego y la matemática, en su naturaleza misma, tienen rasgos comunes. De acuerdo con Figueroa (2010), un juego inicia con la introducción de una serie de reglas y una determinada cantidad de objetos o piezas, cuya función en el juego está definida por esas reglas, de igual forma que se puede proceder en el establecimiento de los conceptos de una teoría matemática por definición implícita, donde los axiomas juegan el mismo papel que las reglas del juego.

Se puede determinar que, para iniciar la práctica de un juego, se hace necesario la comprensión o familiarización con sus reglas para relacionar unas piezas con otras, de la misma manera, el aprendiz en matemáticas compara y hace interaccionar los primeros elementos de la teoría. Estos son los ejercicios básicos

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

de un juego o de una teoría matemática. Figueroa (2010) sostiene que, en el proceso de dominio del juego se van adquiriendo técnicas simples, que por repetición conducen al éxito. Estos son los hechos básicos que hacen fácilmente accesibles en una primera familiarización durante el desarrollo de los problemas matemáticos. El beneficio fundamental del juego radica, en su potencial para transmitir al estudiante la forma correcta de colocarse en su enfrentamiento con problemas matemáticos.

Así, los juegos planteados deben ser con intencionalidad educativa; es decir, que el estudiante durante el desarrollo del juego, sienta la necesidad de pensar para resolverlo, que le permita juzgar sus aciertos y desaciertos, ejercitar su inteligencia en la construcción de relaciones y que permita la participación activa de cada estudiante.

Por otra parte, sabemos que, a lo largo de la historia, el desarrollo de las matemáticas se ha dado por problemas que se convirtieron en retos, cuya solución produce satisfacción por el logro alcanzado. De igual manera, las actividades lúdicas que involucran: acertijos, problemas ingeniosos, rompecabezas geométricos y los cuadrados mágicos, hacen que el estudiante experimente sensaciones similares a las que experimentan los matemáticos creativos.

Siguiendo la misma línea Bermúdez (2006) sostiene que las matemáticas siempre han tenido un sentido lúdico, las reflexiones alrededor de los problemas matemáticos han estado regidas por una motivación y un reto apasionante que produce gusto y placer. Las matemáticas, están en todo lo que conocemos, se encuentran claramente dibujadas en los juegos y acertijos.

2.4 La motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas.

La motivación en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas es importante para fomentar en los alumnos el interés, impulso y/o necesidad por aprender. Fernadez (2011) resalta la importancia de la motivación durante el desarrollo de una actividad, cuanto mayor sea la motivación, entusiasmo y esfuerzo

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

realizado, mayor será la capacidad para superar las dificultades que aparezcan durante el desarrollo de la tarea.

Contextualizando al proceso educativo, es lógico deducir que la motivación será un factor de enorme relevancia a considerar. En general, a mayor motivación del alumno, tendrá más interés y entusiasmo e intentará superar las barreras y dificultades que se encuentren en su aprendizaje. A mayor motivación, más lucha por alcanzar el objetivo.

Motivar al alumno no es una tarea fácil, por ello, el docente debe ser creativo para el desarrollo de la clase de matemáticas, la inclusión de actividades recreativas es un buen estimulante para la motivación, propiciando en su ambiente la necesidad de socialización y la discusión de temas matemáticos aun por fuera del aula. Paul Ernesto, citado en Torres (2021), afirma que la implementación de la matemática recreativa durante la clase tiene como principal ventaja la motivación, dado que los alumnos se sumergen en la actividad recreativa propuesta, dejando de lado la monotonía de las clases magistrales y proponiendo variedad en las mismas lo que provoca en los alumnos una mejoría en sus actitudes en torno a la materia.

Otra investigación que ratifica lo anterior es la de Vankus,⁵ la cual se realizó con 103 estudiantes de 11 y 12 años, donde se observó que el juego es un motivador empírico para los estudiantes, esto se daba por el ambiente divertido que se generaba durante el desarrollo de la actividad creando la necesidad de pensar en las posibles estrategias ganadoras; además que los juegos permiten el desarrollo de habilidades de socialización, comunicación, argumentación y el uso de razonamiento lógico. De esta manera la matemática recreativa juega un papel muy importante para la motivación de los estudiantes permitiendo un aprendizaje significativo de las matemáticas.

Por otra parte, la actitud con la que el docente se presenta o maneja el aula de clase, juega un papel importante, pues, el estudiante mira al profesor como un ejemplo a seguir. Por ende, es primordial la motivación que él presente frente a los estudiantes. Tanto el entusiasmo como la falta del mismo se transmiten de unos a

⁵ Mencionado en (Torres, 2021).

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

otros. De ese modo los alumnos incrementan su entusiasmo al comprobar el entusiasmo y la motivación de su profesor; por el contrario, un profesor desmotivado influiría negativamente en sus alumnos, transmitiéndoles desmotivación por el aprendizaje de la asignatura.

Ahora bien, contextualizando la motivación dentro del aula de matemáticas, se recalca que es una base fundamental del alumno en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, puesto que para un buen aprendizaje de las mismas debe de tratarse de un aprendizaje significativo y para lograr dicho aprendizaje la motivación es crucial.

El alumno, al estar motivado tendrá interés en aprender significativamente, es decir, en comprender los nuevos conceptos, relacionarlos con los anteriores y saber utilizarlos a posteriori en nuevas situaciones. El alumno con motivación por aprender matemáticas y perseverancia durante el desarrollo del proceso, sentirá realización personal y alegría al comprobar que es capaz de aprender de modo significativo.

3 Metodología de la Práctica docente y de sistematización

3.1 Metodología de la Práctica docente

A continuación, se explicita de manera detallada la metodología implementada durante el desarrollo de nuestra práctica docente, la cual se enfoca en fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática. La reflexión se hizo respecto a algunos conceptos de números naturales mediante la implementación de guías que involucran la matemática recreativa con enfoque constructivista. Se optó por este enfoque pues permite al estudiante describir el objeto matemático con palabras propias, mediante la participación activa (oral), la escritura y el lenguaje gestual.

El desarrollo de este trabajo, dio continuidad y aportó al Programa de extensión del Departamento de Matemáticas de la Universidad del Cauca “Semillero de Matemáticas” que inició en 2019-I. Este Programa busca participar activamente en la transformación de las prácticas matemáticas mediante la creación de una sociedad de conocimiento que contribuya con el mejoramiento de la formación matemática, a nivel básico y medio del sistema educativo en el Departamento del

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Cauca. La creación de este programa de interacción social sin ánimo de lucro contribuye a cerrar la brecha entre las matemáticas que se desarrollan en las instituciones de educación básica y media y la Universidad del Cauca.

Durante la etapa de planeación (práctica II) se elaboraron 10 guías, este trabajo se realizó de forma conjunta al otro par de estudiantes (Karla Quilindo y Maribel Jiménez), estas para el proceso de intervención, que por cuestiones de tiempo y respetando el ritmo de cada estudiante, se aplicaron 5 guías de las 10, puesto que para el desarrollo de cada guía se invirtió varias sesiones. Su diseño fue lúdico, implementando la matemática recreativa como principal recurso, estos temas fueron transmitidos por medio de estrategias didácticas apoyadas con material manipulativo, con juegos interactivos y videos con los siguientes temas:

1. Sucesiones
2. Suma de sucesiones
3. Algoritmo de la división
4. Criterios de divisibilidad
5. Factorización en factores primos

Cada una de estas ha sido diseñada teniendo en cuenta el enfoque constructivista y la matemática recreativa, son guías que buscan algo más que solo exponer la definición de un determinado concepto, es decir, en lo que queremos enfatizar es en despertar y/o fomentar en los estudiantes el interés hacia la matemática mediante actividades lúdicas, acertijos y algunos trucos matemáticos para llamar la atención de los alumnos y así direccionarlos y/o acompañarlos en la construcción del conocimiento matemático de cada uno de ellos.

Adicionalmente, se realizaron dos encuestas con el fin de observar la actitud de los estudiantes frente a la matemática antes y después de la intervención pedagógica.

Lo anterior se desarrolló en 12 sesiones, los días sábados en un horario de 10:00 am a 12:00 pm y de 3:00 pm a 5:00 pm que se distribuyeron así:

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- ✓ **Sesión 1:** bienvenida y presentación de las docentes que integran el semillero de matemáticas además de las directoras de dicho semillero.
- ✓ **Desde la sesión 2 hasta la sesión 11,** fueron sesiones de desarrollo de las guías.
- ✓ **Sesión 12:** clausura.

El encuentro para el desarrollo de estas sesiones tuvo lugar de manera virtual, mediante la aplicación meet, esto debido a la crisis sanitaria generada por el covid-19 con afección a nivel mundial, y con el fin de no pasar por alto las recomendaciones del gobierno nacional de evitar en mayor medida el encuentro y/o reunión de personas evitando un posible contagio.

Cada guía se desarrolló en dos sesiones, con el fin de no agobiar al estudiante, buscando la construcción de un conocimiento significativo y utilizando la siguiente metodología para cada clase:

- Dar solución a cada una de las actividades individuales y grupales planteadas en la guía.
- Socialización de la solución de cada actividad.
- Aclaración de inquietudes.

Las personas que participaron de las actividades fueron 10 estudiantes de grado noveno y décimo de la institución educativa García Paredes. El ambiente que rodea la institución comprende una diversidad de condiciones económicas y sociales las cuales son muy importantes; pues el estudiante es un producto social y su desarrollo mental y su flexibilidad cognitiva están muy ligadas a sus condiciones vitales.

3.2 Metodología De Sistematización

Para llegar a la sistematización de la práctica pedagógica, fue necesario recurrir a procedimientos que posibilitaron la obtención de información, y a herramientas que permitieron recoger, generar, organizar y analizar la información. Entre ellas estuvieron:

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- Encuestas sobre las actitudes hacia la matemática: Permitió conocer y examinar diferentes concepciones que tenían los estudiantes antes y después de la intervención la práctica docente. Estas encuestas se elaboraron con el mínimo de preguntas posibles con la finalidad de no agobiar al estudiante al momento de responderlas, pero que a su vez dichas encuestas nos permitiera recoger la máxima información sobre las percepciones que se tenían acerca de las matemáticas y cómo el desarrollo del semillero había afectado tales concepciones.
- Diario de campo: recopilar la descripción de cada una de las sesiones. Al finalizar cada una de las sesiones se hacía registro de los hechos más relevantes, ahí se plasmaba el comportamiento de cada uno de los estudiantes frente al desarrollo de cada actividad, se recopilaban los resultados obtenidos en dichas sesiones; además de que se plasmaban las sugerencias a tener en cuenta para mejorar en los próximos encuentros virtuales y se resaltaban aquellas actividades que habían resultado bastante efectivas, además que esto nos evitaba repetir actividades extras.
- Evidencias del desarrollo de las actividades: permitió conocer la evolución de los estudiantes respecto a su aprendizaje. Al finalizar cada una de actividades se les solicitaba a los estudiantes que nos compartieran el desarrollo de estas por medio de fotografías lo que nos permitía evaluar si el diseño de la actividad había cumplido con el objetivo, además que nos servía de apoyo al momento de contrastar la información con lo requerido en la rúbrica.
- Rubrica evaluativa: Nos permitió evaluar aspectos importantes como: el trabajo en grupo, la participación, motivación y evaluación de los aprendizajes, entre otros. La elaboración de esta herramienta se llevó a cabo con la participación de las 4 practicantes pertenecientes al módulo de teoría de números y bajo la dirección de la profesora Martha Bobadilla (directora de la práctica pedagógica); la construcción de estas se ponía a prueba a la hora de evaluar cada una de las sesiones, dado que después de la implementación de esta herramienta se hacía

evidente que alguno de los ítems propuestos sobran o en algunos casos faltaba algún aspecto por evaluar, por lo que en sus primeras aplicaciones estuvo sujeta a constantes ajustes.

4 Descripción de la Práctica docente: descripción de la institución, del grupo de trabajo y la descripción de las sesiones.

4.1 Descripción de la institución

La ejecución de la práctica pedagógica se realizó en la Institución Educativa Antonio García Paredes, en la sede principal La Ladera, ubicada en la zona urbana del municipio de Popayán, esta sede es denominada como “La Casona” y es considerada como parte histórica de Popayán. Esta institución pertenece al sector oficial, con modalidad académica, presta sus servicios académicos en la jornada de la mañana y la tarde, cuenta con 1542 estudiantes de género mixto y un total de 79 funcionarios entre docentes y administrativos, distribuidos en sus 5 sedes ubicadas así: Los Dos Brazos, ubicada en la vereda del mismo nombre; San Gabriel Arcángel, ubicada en la vereda Puelenje; El túnel, ubicada en la vereda de igual denominación; Manuel José Mosquera, ubicada en el barrio Las Américas y su sede principal ubicada en la Ladera Piedra Sur.

4.1.1 Misión

La Institución Educativa Antonio García Paredes de Popayán es una entidad oficial, que forma educandos integrales con un enfoque humanista constructivista en los niveles de preescolar, básica y media, en la modalidad académica, potenciando talentos con procesos de calidad, que les permita enfrentar los retos de un mundo en evolución.

4.1.2 Visión

Al 2020 la Institución Educativa Antonio García Paredes, será certificada bajo estándares de calidad en la educación y reconocida por su alto rendimiento académico, formación humanista, sensibilidad científica, habilidades y destrezas

comunicativas del egresado(a), que influyen en el desarrollo social, económico, político y cultural de la región y el país.

4.1.3 Referentes en la enseñanza de las matemáticas en la institución

Para la enseñanza y aprendizaje de la matemática, la institución cuenta con un proyecto en esta área, el cual está fundamentado en la modalidad de aula invertida, en este caso se entiende por aula invertida el proceso de “intercambiar” las actividades académicas del estudiante, es decir, que las tareas y los talleres los resuelva en clase y la parte teórica la desarrolle en casa. Además, este proyecto pretende que los estudiantes generen material educativo que puedan compartir con sus mismos compañeros.

Una de las metodologías para desarrollar las pretensiones del proyecto es la presentación de un reto, que consiste en aprender temáticas desde cero sin la ayuda del docente y luego explicarlo a sus compañeros, bajo la premisa, “cuando he aprendido muy bien algo, sé enseñarlo”. Lo anterior con la intención de motivar al estudiante de una manera distinta a lo cotidiano, lo que permite hacer una clase más activa y participativa.

4.2 Descripción del grupo de trabajo

El grupo de trabajo que hizo parte de nuestra intervención pedagógica pertenecía a la Institución Educativa Antonio García Paredes, de donde se tomó como referencia a una población mixta conformada por 20 estudiantes de grado noveno y décimo, estos se dividieron en grupos de 10 estudiantes, a cada grupo se le asignó dos docentes; en el transcurso de las sesiones algunos alumnos se retiraron del programa por cuestiones familiares, de este modo contamos con 6 alumnos pertenecientes a nuestro grupo que participaron hasta el final de las sesiones.

El ambiente que rodea a la institución comprende una diversidad de condiciones económicas y sociales las cuales son muy importantes; pues el estudiante es un producto social y su desarrollo mental y su flexibilidad cognitiva están muy ligadas

a sus condiciones vitales. Por lo pronto se puede decir que la población escolar gira en torno al estrato socioeconómico 1 y 2.

4.3 Descripción de las sesiones

Sesión 1

Se desarrolló la guía 1 “Sucesiones⁶, en donde se observa que los estudiantes tuvieron poca participación, consideramos que esto se debe a que era nuestra primera sesión y aún no existía confianza, cada que se solicitaba la opinión o respuesta a las preguntas la participación voluntaria era nula, se recurrió a llamarlos con nombre propio para poder escuchar sus aportes, después de escuchar las respuestas, buscamos algunas alternativas diferentes a las planeadas para aclarar el tema a aquellos estudiantes que aún no estaban familiarizados con el concepto de sucesiones, entre estas alternativas optamos por proyectar un corto video sobre sucesiones y crear un documento donde pudiéramos aclarar con más detalle e ir respondiendo las preguntas que fuesen surgiendo en el momento. Durante la sesión los estudiantes enviaron fotografías del desarrollo de las actividades, donde se notó que aunque de manera oral había poca participación y algunos erraban en sus opiniones, en las evidencias se observó que todos las enviaron y lo hicieron de una manera ordenada y clara, a pesar de la poca participación oral durante la socialización, los estudiantes se tomaban el tiempo necesario para enviar sus trabajos con muy buena presentación y en su gran mayoría con las respuestas correctas.

Sesión 2

Se realizaron actividades en grupos, para observar la actitud de cada estudiante al trabajar en grupo, así se identificó que hubo estudiantes con el liderazgo dentro del grupo, colaborando con explicaciones a los compañeros que no comprendían el ejercicio o la temática, procurando dar las soluciones y que todos los integrantes del grupo estuvieran de acuerdo. En otros grupos, se observó que no había trabajo grupal para dar solución a la actividad, simplemente se preguntaban “ya terminaron”

⁶ Ver anexo 1, guía 1 “sucesiones” elaborada por Karla Alexandra Quilindo y Maribel Jiménez

o “lo pudieron hacer”, ósea, no se realizaba dialogo ni debate sobre posibles soluciones. Por otra parte, en la socialización de la actividad se identifica la participación voluntaria de algunos estudiantes, aportando posibles soluciones del ejercicio y otros exponiendo algunas inquietudes, así observamos que la mayoría de los estudiantes se equivocaron en las respuestas, por lo que se procedió a dar las aclaraciones e interpretaciones de la gráfica que se mostraba en la actividad. Finalmente, esta actividad grupal nos permitió identificar que en la mayoría de los grupos había un líder o uno de los estudiantes que estaba pendiente, haciendo preguntas a las profesoras, explicando a sus compañeros y procurando que en las respuestas dadas todos los participantes estuvieran de acuerdo.

Sesión 3

Se desarrolló la segunda guía: Sumas de Sucesiones⁷, utilizando la misma metodología de trabajo, entrega de evidencias y socialización de respuestas. En esta ocasión se sigue presentado la misma situación respecto a la participación, activa por parte de algunos estudiantes y el llamado por nombre propio a otros para escuchar sus opiniones, también nos encontramos con estudiantes que a pesar de que se les nombre no hay participación alguna. Después de escuchar las respuestas, se vio la necesidad de dar algunas aclaraciones sobre los elementos de las fórmulas generales de sucesiones y suma de sucesiones. En esta ocasión ocurrió algo curioso, durante la socialización en la siguiente actividad “*A cada estudiante se le entrega 200 vasos, con los cuales se pretende organizar una pirámide de tal manera que se ocupen todos los vasos, ubicando 20 vasos en la primera fila, 19 sobre ella en una segunda fila, y así sucesivamente. ¿cuántos vasos habrá en total?*” Correspondiente a la guía 2⁸. En la socialización de las respuestas a dicha pregunta, uno de los estudiantes propuso que la respuesta estaba también relacionada con la suma de Gauss, afirmando que a la cantidad de vasos de la primera fila (20 vasos) se le suma la cantidad de vasos de la última fila, de ese modo

⁷ Ver anexo 2 Guía 2 “sumas geométricas y sumas aritméticas” elaborada por Elsy Paguay Taimal y Yoli Mera Pame.

⁸ Ver anexo 2, Guía 2 “sumas geométricas y sumas aritméticas” elaborada por Elsy Paguay Taimal y Yoli Mera Pame.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

se sigue la suma con la cantidad de vasos de la segunda fila con la cantidad de la penúltima fila, hasta agotar todas las filas sumadas con su respectiva pareja, luego procedió a multiplicar la cantidad de vasos obtenida en cada una de esas sumas por la cantidad de parejas que se formaron. Fue muy curioso y gratificante que este estudiante lograra este tipo de relaciones sin ayuda de las docentes.

La puntualidad de los estudiantes que asistieron a la clase sigue siendo igual a las anteriores, hubo estudiantes que no asistieron, pero solicitaron permiso; se puede decir que para ellos era importante la clase, pero por cuestiones personales no pudieron conectarse. Además, se presentó la participación por parte de algunos estudiantes que en sesiones anteriores no lo hacían, esto quizá se debió a que ya existía confianza y que las actividades les eran interesantes y llamativas, aunque sigue la no participación de otros alumnos. Respecto a las evidencias de la solución de las actividades solicitadas, se verificó puntualidad y responsabilidad a la hora de entrega, con presentación organizada y escritura clara, con esto podemos ver que, a pesar de la poca participación durante la socialización de las respuestas a las actividades, los estudiantes estaban muy atentos a redactar y organizar sus respuestas. Lo anterior justifica el entusiasmo que tienen los estudiantes frente a los talleres.

Sesión 4

Al inicio de la sesión se realiza un diálogo con preguntas personales, esto con el fin de adquirir confianza entre las docentes y alumnos, y, entre los mismos alumnos. En esta ocasión se finaliza el desarrollo de la segunda guía: Sumas de Sucesiones y se procede a la socialización de las respuestas, donde se observa la participación de estudiantes que en ocasiones anteriores no lo hacían, compartiendo sus respuestas y planteando inquietudes que les surgieron durante la realización de la actividad. Posteriormente se presentó un juego que no estaba propuesto en la guía, pero si tiene un objetivo matemático, este es conocido como: SET, durante su desarrollo, los estudiantes participaron con mayor frecuencia sin temor a equivocarse logrando conseguir el objetivo del juego.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Con lo anterior se puede afirmar que resulta muy satisfactorio trabajar con juegos matemáticos, puesto que esto no solo rompe con la rutina, sino que, además, moviliza el pensamiento, la habilidad y curiosidad de los estudiantes, adquiriendo interés por saber más sobre temas matemáticos y así se puede justificar la efectividad de la implementación de la parte lúdica.

Sesión 5

Los estudiantes que asistieron, se conectaron con puntualidad y con ellos se procedió al desarrollo de la Guía 3: Algoritmo de la División⁹. La primera actividad se resolvió conjuntamente, donde se notó que todos los estudiantes estaban muy animados en compartir voluntariamente sus aportes para dar solución a los ejercicios planteados. Consideramos que esto se dio por ser un tema (divisiones) que todos ya conocían y estaban familiarizados. Cabe resaltar que la actividad no fue tan elemental como para aburrirlos, pero tampoco tan difícil que los frustrara. También se observó la parte colaborativa en el grupo, cuando un alumno no comprendía un ejercicio, voluntariamente sus compañeros pedían la palabra para colaborarle.

Sesión 6

Se continúa trabajando con la guía de la sesión anterior, la dinámica para desarrollar la actividad es de competencia, ganando el alumno que más propone y resuelve divisiones en el menor tiempo posible. Esta dinámica ayudó con el desarrollo de la agilidad y habilidad mental de los estudiantes; además creó un ambiente de aprendizaje, de emociones positivas y concentración; al finalizar la actividad se realizó la socialización verificando los resultados de cada división realizada por los estudiantes explicando el proceso que realizaron y si estaba bien o mal. En esta ocasión, algunos alumnos a pesar de que tuvieron alguna dificultad para encontrar la respuesta correcta su participación fue activa.

Al finalizar esta sesión se verifica la puntualidad de alumnos que en anteriores clases no era tan evidente, se comprueba que el compañerismo ha mejorado, en el desarrollo de las actividades se colaboraban con aclaraciones de dudas y con el

⁹ Ver anexo 3 guía 3 “Algoritmo de la División” Elaborada por Karla Alexandra Quilindo y Maribel Jiménez

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

desarrollo de las actividades individuales se comprobó que todos los alumnos desarrollaron en su totalidad todas las actividades con mucha disponibilidad y entusiasmo.

Sesión 7

Se dio continuidad al desarrollo de las actividades planeadas en la guía 3: “algoritmo de la división”, las actividades eran competitivas lo que fomentaba la agilidad de los estudiantes para resolver los ejercicios que se le asignaban a cada uno, además de que cada uno de ellos debía justificar las respuestas que enviaban como evidencias. Estas actividades fueron muy dinámicas, consiguiendo participación por parte de los alumnos. En esta sesión se resalta que para los estudiantes las actividades más motivantes, son las que involucran temas conocidos, En la segunda parte de la sesión se dio inicio a la guía 4: “Criterios De Divisibilidad¹⁰”, para el desarrollo de la primera actividad fue necesario preguntar sobre la temática de sucesiones, y mediante las respuestas obtenidas se comprobó que sí tenían claro estos temas, con este resultado se deduce que las actividades lúdicas planteadas para esta temática sirvieron para un buen aprendizaje. En la socialización de la primera actividad, con la opinión de todos los estudiantes se fue construyendo de manera conjunta los criterios de divisibilidad para el número 2. Seguido de esta actividad de manera complementaria se presentó un juego que estaba relacionado con la temática, con el fin de observar si los conceptos estudiados en esta sesión habían quedado comprendidos. Durante el juego algunos de los estudiantes se equivocaron en las respuestas, lo que se deduce que no se había interiorizado los conceptos vistos en esta sesión.

En síntesis, hubo participación por parte de la mayoría de alumnos, a medida que pasaba el tiempo interactuando en los juegos, los participantes iban mejorando de manera significativa sus conocimientos esto se justifica por la cantidad de respuestas correctas que expresaban. De lo anterior se deduce que los juegos

¹⁰ Ver anexo 4 Guía 4” Criterios de Divisibilidad” Elaborada por Karla Alexandra Quilindo y Maribel Jiménez

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

servieron para motivar de manera significativa, logrando la atención y participación activa de los estudiantes.

Sesión 8

Se inició hablando sobre la problemática que atravesaba Colombia en ese momento, la pretensión de la aplicación de una reforma tributaria por parte del gobierno durante el año 2021 había desencadenado un ambiente caótico entre la sociedad y más aún en la sección cercana al colegio García Paredes y por ende los sitios de residencia de algunos alumnos, en las inmediaciones de este sector tenía lugar las confrontaciones nocturnas entre los manifestantes y los miembros de la fuerza pública, causando mucha zozobra entre los habitantes. Situación a la que no fueron ajenos los estudiantes, pues muchos manifestaron el dolor, tristeza y repudio por los atropellos que se presentaban en las marchas, esto afectó la actitud y los sentimientos de los estudiantes, demostrando que las condiciones de esta época incidieron en cada uno de los estudiantes y como docentes estas emociones se tornaban cruciales durante el desarrollo de nuestra intervención pedagógica; ya que el aprendizaje depende de la actitud con la que dispone cada alumno.

Posteriormente se dio continuidad al desarrollo de la guía N 4: Criterios De Divisibilidad, implementando la dinámica de asignación de un tiempo de 10 min para dar respuesta a cada una de las preguntas; al finalizar, todos los alumnos entregaron las evidencias que se les solicitaron, ordenadamente y con la solución completa, en consecuencia, se puede decir que ellos están muy atentos e interesados en la solución de los talleres y que las actividades fueron adecuadas para esta temática, logrando una cierta afectividad por la clase de matemáticas.

La sesión finalizó con una reflexión sobre “¿cómo les había parecido las actividades?”, las respuestas fueron: “que eran muy interesantes, muy bonitas, muy dinámicas y que con las explicaciones que se habían complementado, la temática quedó clara”. Lo anterior valida lo planteado en el constructivismo, que no se debe abandonar completamente al estudiante, sino guiarlos o hacer complementos que permitan corregir los errores.

Sesión 9

Se desarrolló la actividad “el gato”, con ficha parqués, correspondiente a la guía 4¹¹ observamos que la redacción en los enunciados generaban confusión, por ejemplo el enunciado: “di un número divisible **para 2**”, la preposición “para” dio cabida a varias interpretaciones, algunos entendieron que se debían enunciar los números que eran divisibles entre dos y para otros indicaba que eran los números que dividen al dos; esta dificultad que se presentó nos muestra la importancia de la clara redacción que se debe usar al momento de escribir las preguntas para no generar confusiones a los estudiantes.

Se realizó una síntesis con todos los participantes, para dejar claro los criterios de divisibilidad que se habían estudiado en esa guía, en este espacio la participación se dio mediante inquietudes, aporte de definiciones y resolución de algunos ejemplos que se plantearon; se puede decir que este fue un espacio de dialogo y construcción de conocimiento. Posteriormente, se desarrolló la guía 5: “Números Primos y Compuestos¹²”, se inició mostrando la importancia de estos números primos, pues gracias a ellos se logra la confidencialidad en todas la redes sociales y demás aplicaciones interactivas que emplean el cifrado de información, luego procedimos a escuchar las opiniones de los participantes sobre lo que ellos conciben como algoritmo, a lo que expusieron varias ideas, todas ellas muy acertadas, lo que fue muy satisfactorio, pues el desarrollo de las actividades están muy relacionadas con los algoritmos que nos permiten cifrar y descifrar mensajes. Durante el desarrollo de las actividades los estudiantes tuvieron varias inquietudes para poder dar solución a lo solicitado. En la socialización participaron todos los alumnos, fue evidente el compañerismo y todos terminaron las actividades en su totalidad entregando evidencias.

Finalmente, es importante hacer una comparación entre las primeras sesiones y la última, podemos decir que en las últimas sesiones hubo evolución, puesto que la participación voluntaria y activa se dio en la mayoría de los asistentes, la

¹¹ Guía 4” algoritmo de la división” elaborada por Karla Quilindo y Maribel Jiménez.

¹² Ver anexo 5 Guía 5 “números primos y compuestos” elaborada por Elsy Paguay y Yoli Mera

responsabilidad, la buena presentación en la entrega de evidencias se puede validar gracias a la rúbrica, esta nos permitió determinar que la mayoría de los estudiantes estaban en un nivel alto respecto a los parámetros asignados para cada caso (Presentación de las actividades solicitadas y puntualidad).

5 Análisis Crítico de la Práctica Docente

En este apartado daremos a conocer datos e información que obtuvimos durante la experiencia de inmersión de la práctica pedagógica y presentaremos un análisis y reflexión de dicha experiencia; contribuyendo al mejoramiento del proceso de enseñanza de la matemática, más específicamente fomentando el interés de los estudiantes por la matemática, que fue en todo momento nuestro punto central. Para el alcance de este objetivo se hizo uso de varias herramientas para realizar nuestra práctica docente y avanzar hacia lo propuesto.

5.1 Análisis e interpretación de resultados de la encuesta: actitudes hacia las matemáticas.

Las respuestas para la encuesta fueron de selección múltiple, de las cuales dichos resultados se presentan de manera porcentual, en gráficos con las respectivas interpretaciones.

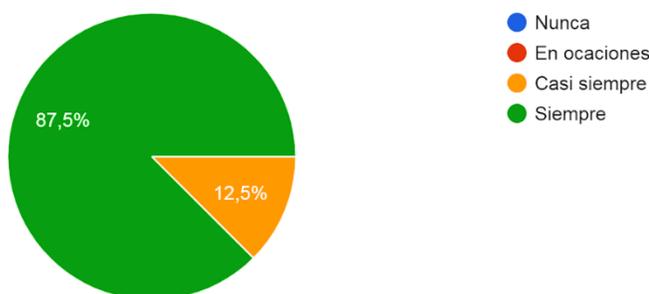


Imagen 1: Las matemáticas son útiles y necesarias para la vida diaria

Interpretación: En los resultados obtenidos, se puede observar que las respuestas proporcionadas por los estudiantes, el 87.5% consideran que las matemáticas siempre son útiles y necesarias para la vida diaria, un 12.5%

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

consideran que casi siempre, con los resultados obtenidos se puede decir que la mayor parte de los estudiantes otorgan una alta relevancia a la utilidad de las matemáticas en su vida cotidiana.

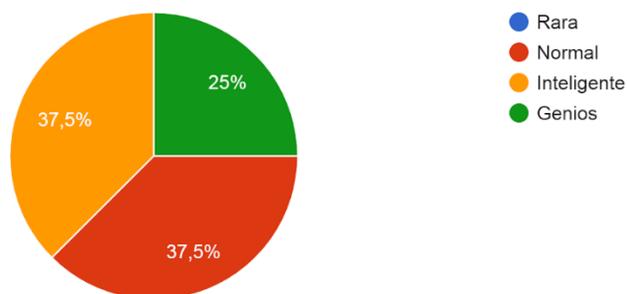


Imagen 2: La gente a la que le gusta las matemáticas es

Interpretación: De acuerdo al análisis registrado, puede observarse que existe una igualdad de frecuencias, notamos que en un 37.5% de los estudiantes consideran que la gente a la que le gusta la matemática es inteligente, el 37.5% considera que son personas normales, mientras que en un 25% consideran que son personas genios; con estos resultados evidenciamos que una baja cantidad de estudiantes considera que quienes gustan de las matemáticas son genios; y en su mayoría catalogan a las personas a las que gustan las matemáticas como normales e inteligentes.

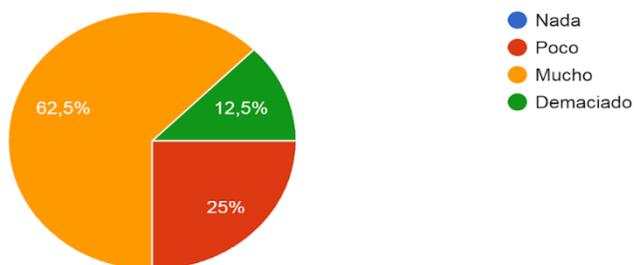


Imagen 3: Te gustan las matemáticas

Interpretación: La imagen 3 resume las opciones en lo referente al gusto por las matemáticas. Puede notarse que en una minoría 12,5% manifiestan su alto gusto por las matemáticas, un 25% expresa que es poco su gusto por las matemáticas, mientras que en un 62.5% es decir la mayoría, siente mucho gusto por las matemáticas.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

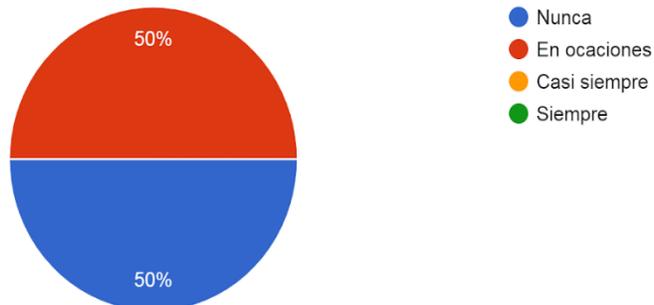


Imagen 4: faltas a clase de matemáticas

Interpretación: En la imagen 4, se evidencia que los estudiantes en pocas ocasiones faltan a la clase de matemáticas, pues el 50% respondió que nunca falta a las clases y el otro 50% respondió que solo en ocasiones falta a las clases de esta asignatura, quedando totalmente descartadas las posibilidades de faltar casi siempre y siempre.

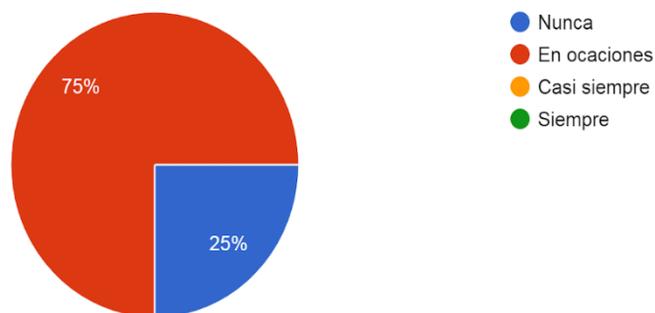
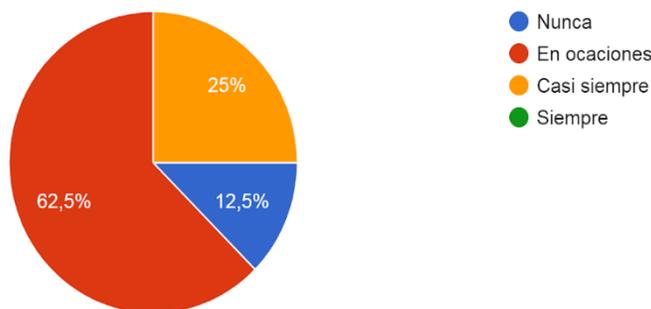


Imagen 5: sales con dudas de la clase de matemáticas.

Interpretación: En la imagen 5 podemos evidenciar que más de la mitad de los alumnos encuestados han salido con dudas de la clase de matemáticas por lo menos una vez, y solo 2 estudiantes manifestaron que nunca han salido con dudas después de la clase.



La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Imagen 6: en tus clases de matemáticas se usan juegos o actividades recreativas.

Interpretación: En la siguiente gráfica vemos que la aplicación de juegos o actividades recreativas en la clase de matemáticas no es el común denominador de estas, pues el 12.5% dijo que nunca se hace uso de estas herramientas, y el 62.5% afirmaron que sólo en algunas ocasiones se implementan dichas actividades, es decir que la implementación de estas actividades es en su mayoría muy baja e incluso nula, mientras que un 25% de los estudiantes manifestó que en su clase de matemáticas se implementan dichas actividades casi siempre.

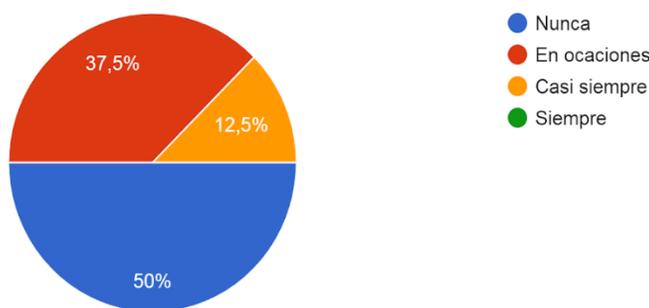


Imagen 7: tu actitud hacia las matemáticas depende de quién sea el profesor.

Interpretación: La imagen 7 representa que el 50% de los estudiantes por lo menos en una ocasión su actitud hacia las matemáticas ha dependido de quien sea su profesor, y el otro 50% de estudiantes manifestaron que su actitud hacia esta área no tiene ninguna relación con el docente que esté impartiendo las clases de dicha asignatura.

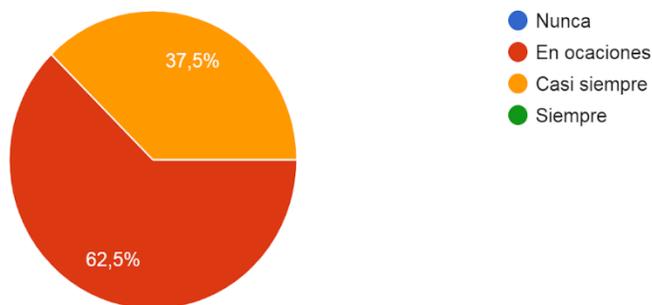


Imagen 8: puedes resolver problemas matemáticos con rapidez y facilidad.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Interpretación: Para la siguiente gráfica encontramos que el 100% de los encuestados ha resuelto por lo menos alguna vez un problema del área de matemáticas con rapidez y facilidad, lo que evidencia el potencial de esta población además de la motivación que este resultado implica para cada uno de ellos, mostrándoles que ellos son capaces de resolver problemas en esta área.

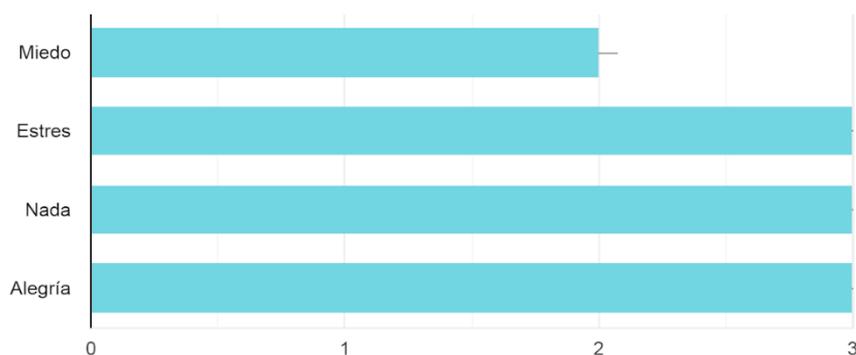


Imagen 9: los exámenes de matemáticas te causan.

Interpretación: Esta grafica nos muestra que existe una misma cantidad de estudiantes, de los cuales respondieron que los exámenes de matemáticas les causan estrés, nada y alegría y en un bajo porcentaje tienen miedo a una prueba de esta área. Con lo anterior se puede decir que para la mayoría de estudiantes la prueba de matemáticas es algo normal.

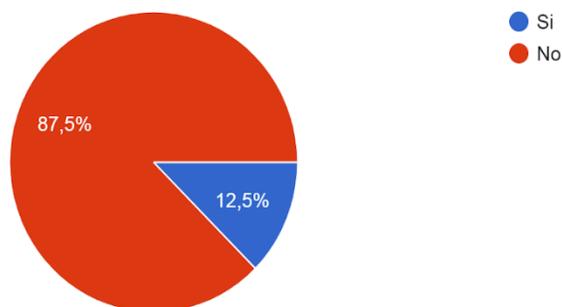


Imagen 10: te sientes inseguro o nervioso en clase de matemáticas.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Interpretación: la gráfica nos permite validar que en un bajo porcentaje los estudiantes manifiestan sentirse inseguro o nervioso en la clase de matemáticas y que esto se debía al sentimiento del temor a equivocarse en las respuestas y el 87.5% pertenece a los estudiantes que no se sienten inseguros o nerviosos en la clase de matemáticas

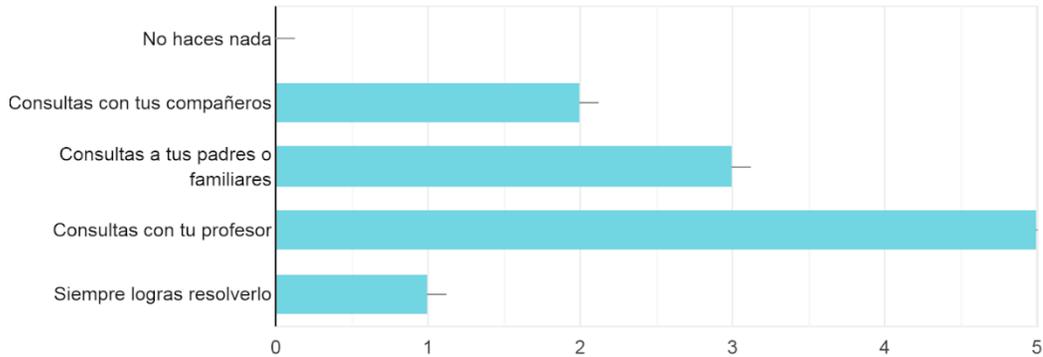


Imagen 11: cuando no logras resolver los ejercicios de matemáticas a quien consultas.

Interpretación: esta grafica nos permite mostrar que la mayoría de los estudiantes cuando no logran resolver un ejercicio acuden a su profesor, pocos son los estudiantes que buscan otras formas de consulta para lograr resolver el ejercicio. Con lo anterior se puede decir que para los estudiantes la única persona que los puede ayudar es el mismo profesor de matemáticas, para ellos no hay otra alternativa.

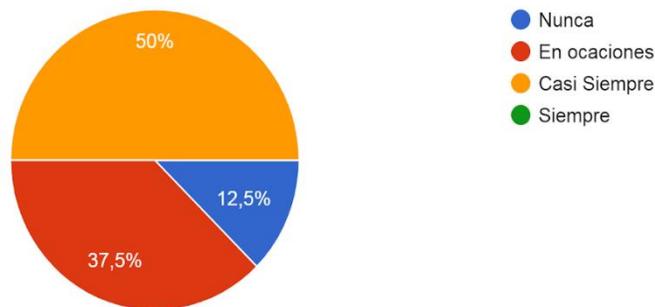


Imagen 12: te sientes más seguro trabajando en equipo.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Interpretación: La gráfica expuesta evidencia que solo un 12.5 manifiesta que no siente mayor seguridad trabajando en equipo, mientras que con un mayor porcentaje 87.5% afirma que por lo menos en alguna ocasión ha sentido mayor seguridad al trabajar en equipo.

Lo anterior nos permite concluir que los y las estudiantes con los que se desarrollara la práctica pedagógica en su mayoría tienen concepciones positivas hacia las matemáticas, con alta conciencia de la importancia de las mismas en la vida cotidiana. También en esta encuesta se evidenció que el uso de actividades lúdicas en la clase de matemáticas del colegio no era el común denominador y que la actitud de los estudiantes frente a esta área tenía alguna relación con el docente. Además, que los miedos en esta asignatura se relacionan en gran medida con el temor a dar respuestas incorrectas. Con todo lo anterior concluimos que dichos estudiantes conformaban un grupo con buena disposición para la ejecución de nuestra práctica pedagógica, que nos planteó el reto de disminuir su temor a las respuestas incorrectas, fomentando la participación de los estudiantes y la libre expresión que les permitiera la aclaración de cualquier duda.

5.2 Resultados e interpretación de la rúbrica por cada sesión

La valoración y la interpretación de la siguiente información, tomó como base los indicadores y criterios de aprendizaje establecidos en la rúbrica designada para cada sesión. Esta valoración de los resultados representa lo alcanzado por los estudiantes frente a lo que fueron capaces de realizar en cada clase.

Las siguientes tablas corresponden a los criterios que se tuvieron en cuenta para valorar cada sesión.

| |
|-----------------------------|
| Rúbrica Evaluativa 1 |
| Eje Actitudinal |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| Compañerismo | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en todas las actividades. | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en la mayoría de actividades. | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en pocas actividades. | No aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en las actividades. |
| Desarrolla actividades individuales | Desarrolla el 100 % de las actividades propuestas. | Desarrolla más del 70% de las actividades propuestas. | Desarrolla más del 50% de las actividades propuestas. | Desarrolla menos del 50% de las actividades propuestas. |
| Participación (opina, pregunta) | Participa activamente en todas las actividades. | Participa en la mayoría de las actividades. | Participa en pocas actividades. | No participa en las actividades. |
| Asistencia | Durante el desarrollo de la guía asiste a todas las sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 70% o más de sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 50% o más de sesiones. | Durante todo el desarrollo de la guía asiste a menos del 50% de sesiones. |
| Puntualidad | Durante el desarrollo de la guía asiste con puntualidad a todas las sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 70% o más de sesiones con puntualidad. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 50% o más de sesiones con puntualidad. | Durante el desarrollo de la guía asiste a menos del 50% de sesiones con puntualidad. |
| Presentación de las actividades solicitadas. | El trabajo se presenta de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer. | El trabajo se presenta de una manera ordenada pero la escritura es difícil de leer. | El trabajo presenta poca organización, con escritura difícil de leer. | El trabajo parece descuidado y desorganizado, es difícil saber qué información va junta. |
| Entusiasmo | Demuestra entusiasmo durante el desarrollo todas las actividades. | | Demuestra entusiasmo durante el desarrollo de algunas actividades. | No demuestra entusiasmo durante el desarrollo de las actividades. |

Tabla 1

| Rúbrica Evaluativa 2 | | | | |
|-----------------------------|---|---|---|--|
| Eje Actitudinal | | | | |
| Compañerismo | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en todas las actividades. | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en la mayoría de actividades. | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en pocas actividades. | No aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en las actividades. |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

| | | | | |
|--|--|---|--|---|
| | | mayoría de actividades. | | |
| Participación (opina, pregunta) | Participa activamente en todas las actividades. | Participa en la mayoría de las actividades. | Participa en pocas actividades. | No participa en las actividades. |
| Desarrolla actividades grupales | Participa activamente durante el desarrollo de las actividades grupales. | Participa en la mayoría de actividades grupales. | Participa en pocas actividades grupales. | No participa en las actividades grupales. |
| Asistencia | Durante el desarrollo de la guía asiste a todas las sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 70% o más de sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 50% o más de sesiones. | Durante todo el desarrollo de la guía asiste a menos del 50% de sesiones. |
| Puntualidad | Durante el desarrollo de la guía asiste con puntualidad a todas las sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 70% o más de sesiones con puntualidad. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 50% o más de sesiones con puntualidad. | Durante el desarrollo de la guía asiste a menos del 50% de sesiones con puntualidad. |
| Presentación de las actividades solicitadas. | El trabajo se presenta de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer. | El trabajo se presenta de una manera ordenada pero la escritura es difícil de leer. | El trabajo presenta poca organización, con escritura difícil de leer. | El trabajo parece descuidado y desorganizado, es difícil saber qué información va junta. |
| Responsabilidad compartida. | Asume responsabilidades en todas las actividades grupales. | Asume responsabilidades en la mayoría de las actividades grupales. | Asume responsabilidades en pocas actividades grupales. | No asume responsabilidades en las actividades grupales. |
| Realiza de manera colaborativa las actividades grupales | Realiza todas las actividades colaborativas con responsabilidad. | Realiza la mayoría de actividades colaborativas con responsabilidad. | Realiza pocas actividades colaborativas con responsabilidad. | No realiza actividades colaborativas. |
| Liderazgo | Motiva al grupo con palabras, acciones o decisiones en pro del buen desarrollo de las actividades en todo momento. | | Motiva al grupo con palabras, acciones o decisiones en pro del buen desarrollo de actividades, dependiendo de la actividad | Debe ser motivado con acciones, decisiones o palabras para el buen desarrollo de las actividades. |
| Entusiasmo | Demuestra entusiasmo durante el | | Demuestra entusiasmo durante el desarrollo de | No demuestra entusiasmo durante el |

| | | | | |
|--|-----------------------------------|--|----------------------|--------------------------------|
| | desarrollo todas las actividades. | | algunas actividades. | desarrollo de las actividades. |
|--|-----------------------------------|--|----------------------|--------------------------------|

Tabla 2

Valoración Correspondiente Sesión 1

Se estimaron los siguientes criterios

- La “Participación”, dependiendo de la escala de valoración se obtuvo un promedio de 3.2 entre todos los asistentes.
- “Puntualidad” se obtuvo un promedio de 4 entre todos los estudiantes.
- “Presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 3.9.

De lo anterior, se puede concluir que los estudiantes se encuentran en un nivel bajo en todos los criterios de evaluación asignados para esta sesión. Teniendo en cuenta nuestro objetivo, como docentes debemos hacer que estos promedios aumenten.

Valoración Correspondiente Sesión 2

Para esta sesión se evaluaron los criterios:

- la “Participación”, dependiendo de la escala de valoración se obtuvo un promedio de 3.2 entre todos los asistentes.
- el criterio “Asistencia”, alcanzando un promedio de 3.7
- Respecto a la “Puntualidad” se obtuvo un promedio de 4 entre todos los estudiantes.
- “Presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 3.8.
- “Entusiasmo” los estudiantes alcanzaron un promedio de 3.8.
- Para esta sesión se tuvo en cuenta la “Responsabilidad compartida” Para lo cual los estudiantes alcanzaron una valoración de 3.5.
- Puesto que se realizaron talleres en grupo se evaluó el criterio denominado “Realiza de manera colaborativa las actividades grupales” para este los alumnos alcanzaron un promedio de 3.5.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- “Liderazgo” que toma cada estudiante en la solución de las actividades grupales, obteniendo una media de 3.2

Teniendo en cuenta las anteriores valoraciones, en esta sesión se concluye que los estudiantes siguen en una misma valoración respecto a los criterios que se valoraron en la anterior sesión, por el momento no existe evolución alguna. Respecto a los criterios que se incrementaron están en un nivel de desempeño bajo.

Valoración Correspondiente Sesión 3

Los aspectos y sus respectivos promedios para esta sesión fueron:

- La “Participación”, de los estudiantes en esta sesión alcanzaron un promedio de 3.4
- Respecto a la “Puntualidad” se obtuvo un promedio de 3.8 entre todos los estudiantes.
- Respecto a la “Presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 4.
- En relación al criterio designado “entusiasmo” los estudiantes alcanzaron un promedio de 3.8.
- Respecto al “desarrolla actividades individuales” los alumnos tuvieron un promedio de 4

En conclusión, según estos resultados de evaluación, quizá no hay un avance favorable, pero se nota que existe un cierto entusiasmo, con el que se pueden modificar estos promedios.

Valoración Correspondiente Sesión 4

Para la evaluación de esta clase, los criterios que se valoraron y sus resultados fueron:

- La “participación” de los estudiantes, según la escala de estimación, alcanzaron una media de 3.5

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- La “asistencia” de los mismos se logra una media de 4
- En “puntualidad” se obtuvo un promedio de 4 entre todos los estudiantes.
- La “presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 3.8 entre todos los alumnos
- En relación al criterio “entusiasmo” los estudiantes alcanzaron un promedio de 3.8.
- Respecto al “desarrolla actividades individuales” los alumnos tuvieron un promedio de 4
- En “compañerismo”, teniendo en cuenta la escala de valoración, los estudiantes alcanzaron un promedio de 3.8.

Como se puede observar los promedios de las anteriores sesiones en comparación con esta, existe una cierta modificación que es favorable para alcanzar nuestro objetivo.

Valoración Correspondiente Sesión 5

Los Criterios de evaluación y sus respectivos promedios para esta sesión fueron:

- La “participación” de los estudiantes, según la escala de estimación alcanzaron una media de 3.8.
- EN “puntualidad” de los asistentes, alcanzo un promedio de 3.7.
- En la “presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 4 entre todos los alumnos
- El “entusiasmo” de los estudiantes, según escala de valoración alcanzaron un promedio de 4.
- Para el criterio “desarrolla actividades individuales” los alumnos tuvieron un promedio de 3.7
- En “compañerismo”, según escala de valoración, los estudiantes alcanzaron un promedio de 4.

Finalizando la evaluación para esta clase, se puede deducir que estos criterios han tenido un cierto avance. Se deduce que nuestro trabajo como docentes está siendo propicio para nuestro objetivo.

Valoración Correspondiente Sesión 6

Siguiendo con el análisis de la rúbrica, para esta sesión correspondió:

- En “participación”, para esta sesión se obtuvo un promedio de 4.3
- En “puntualidad” se logró un promedio de 4.
- En “presentación de las actividades solicitadas” se obtuvo una media de 4.2.
- Así mismo, para el criterio “entusiasmo”, según escala de valoración alcanzaron un promedio de 4.
- Para el criterio “desarrolla actividades individuales” correspondió a un promedio de 3.9
- Finalmente, para el criterio “compañerismo”, los estudiantes alcanzaron un promedio de 4.

Con estos resultados podemos ir observando ciertos cambios que se ha obtenido respecto algunos criterios.

Valoración Correspondiente Sesión 7

Promedios proporcionados a cada criterio asignado para esta sesión:

- La “participación” de los estudiantes, lograron alcanzar un promedio de 4.
- Respecto a la “asistencia” de los mismos se logra un promedio de 4.3
- La “puntualidad” de los asistentes, alcanzo un promedio de 3.9.
- En la “presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 4 entre todos los alumnos
- El “entusiasmo” de los estudiantes, según escala de valoración alcanzaron un promedio de 4.5.
- Para el criterio de evaluación denominado “desarrolla actividades individuales” los alumnos tuvieron un promedio de 4
- Además, para el criterio “compañerismo”, según escala de valoración, los estudiantes alcanzaron un promedio de 4.

Valoración Correspondiente Sesión 8

- La “Participación” de los estudiantes, según la escala de estimación alcanzaron una media de 4.6
- La “Puntualidad” de los asistentes, alcanzo un promedio de 4.1.
- En la “Presentación De Las Actividades Solicitadas” se logró obtener un puntaje de 4.5 entre todos los alumnos
- El “Entusiasmo” de los estudiantes, según escala de valoración alcanzaron un promedio de 4.3.
- Para el criterio “desarrolla actividades individuales” los alumnos tuvieron un promedio de 4.3
- En “compañerismo”, según escala de valoración, los estudiantes alcanzaron un promedio de 4.

Valoración Correspondiente Sesión 9

- La “participación” de los estudiantes, según la escala de estimación alcanzaron una media de 4.8
- Respecto a la “asistencia” de los mismos se logra un promedio de 4.5
- La “puntualidad” de los asistentes, alcanzo un promedio de 4.3.
- En la “presentación de las actividades solicitadas” se logró obtener un puntaje de 4.6 entre todos los alumnos
- El “entusiasmo” de los estudiantes, según escala de valoración alcanzaron un promedio de 4.6.
- Para el “desarrolla actividades individuales” los alumnos tuvieron un promedio de 4.5
- En “compañerismo”, según escala de valoración, los estudiantes alcanzaron un promedio de 4.3.

Finalmente, podemos decir que, de acuerdo con los promedios obtenidos según la escala de valoración en cada uno de los criterios asignados, favorecieron el cumplimiento de nuestro objetivo puesto que hubo variación de promedios en cada

sesión y haciendo una comparación entre las primeras clases y últimas, se observa evolución de promedios en algunos aspectos.

5.3 Análisis e interpretación de resultados obtenidos durante la intervención pedagógica.

El estudio experimental, que a continuación presentamos, se basa en: los resultados de la encuesta expuesta en el ítem 5.2; donde concluimos que los estudiantes en su mayoría tenían concepciones positivas hacia la matemática, la descripción de cada sesión con los resultados obtenidos al aplicar una estrategia metodológica de enseñanza aprendizaje de la matemática a partir de la lúdica y las valoraciones obtenidas por cada estudiante mediante la rúbrica evaluativa.

La lúdica es una estrategia fundamental para la enseñanza de las matemáticas, por ello los juegos deben ser considerados como una actividad importante dentro del aula, ya que la presentación de estos brinda una forma diferente de enseñar y aprender. Muchos expertos en educación matemática afirman que el uso de juegos didácticos en la clase de matemáticas, logra desarrollar hábitos de trabajo, fomenta motivación e interés por el aprendizaje de esta área, hace que los estudiantes comprendan la aplicabilidad que tiene la matemática dentro de la sociedad y se alcanza un aprendizaje significativo.

Corroborando lo anterior, la práctica pedagógica se enmarca en la forma como el estudiante cambia o mejora su propio criterio acerca de la matemática mediante los juegos y las actividades lúdicas. La estrategia de enseñanza tuvo un enfoque constructivista puesto que este, conlleva a facilitar el proceso de aprendizaje; integrando la teoría en la práctica; potencializando en los y las estudiantes la autonomía, la creatividad, las habilidades del pensamiento y la construcción de su propio conocimiento. Esta metodología incluyó las formas de trabajo individual y colectivo, conjuntamente con la socialización de cada solución de las actividades,

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

lo anterior posibilitó el desarrollo de las diferentes actividades en cada sesión, logrando alcanzar el objetivo propuesto.

Posterior a la aplicación de juegos para el aprendizaje de la matemática, se comprueba que esto favoreció el ambiente de participación en el aula, pues se observó que los estudiantes perdieron ese miedo a dar respuestas equivocadas que inicialmente tuvieron y la participación activa durante la clase. Podemos ejemplificar un caso especial de una estudiante que durante las primeras sesiones su participación era casi nula, a pesar de que se le solicitara su opinión no se conseguía participación alguna, pero en la sesión que se presentó el juego virtual llamado "juego set", su actitud y participación durante esta actividad mejoró significativamente, pues sin miedo a dar respuestas incorrectas aportaba con sus opiniones, además de que interactuaba con los demás participantes haciéndoles notar cuáles eran sus errores y cómo podían corregirse; al final de la sesión todos los participantes resaltaron lo divertido, entretenido y el aprendizaje que se consiguió con la actividad; tal y como lo dice Salvador (2010) el juego es una herramienta didáctica para la enseñanza que puede ayudarnos a enseñar activamente, "hacer matemáticas en la clase de matemáticas", a enfrentar el aprendizaje pasivo y del lenguaje; considerar los procesos intelectuales y emocionales, intercambiar actitudes y opiniones, participar activamente, trabajar colectivamente y promover la creatividad e imaginación.

Podemos deducir que con esta metodología se despertó en los y las estudiantes el gusto y el interés hacia la matemática, resaltando que cuando el estudiante juega no experimenta el miedo a ser sancionado, se siente libre, sin temor a cometer errores, sus reacciones son de manera espontánea.

Con la metodología e instrumentos utilizados (actividades lúdicas) se identificó que los estudiantes tenían un cierto interés por asistir a cada sesión, para ellos no existía obligación (notas) la asistencia era voluntaria, a pesar de esto se contó con gran participación en la mayoría de sesiones, algunas inasistencias se dieron por

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

motivos externos, como: fallas en la conexión a internet, problemas familiares, etc. Cuando se presentaban estas situaciones los estudiantes solicitaban permiso y la grabación de la sesión con el fin de conocer y desarrollar las actividades expuestas en clase. Con ello se puede decir que les era interesante asistir a las sesiones para desarrollar los talleres planteados. En este sentido la autora anteriormente mencionada sostiene que la realización de actividades de carácter lúdico, y que generen emociones positivas son una fuente de motivación, es una forma distinta de adquirir conocimientos, que es muy diferente a lo que ocurre en un entorno de aprendizaje tradicional.

Así mismo, fue notorio el entusiasmo que presentaban los estudiantes durante el desarrollo de las actividades, la creatividad y la buena disposición por parte de ellos; mediante sus reportes observamos, la presentación del desarrollo de cada actividad era organizada, con escritura clara, buena redacción de las respuestas, el adecuado uso la simbología y el proceso de solución se acercaba a la respuesta correcta, esto corrobora lo descrito por Córdoba & Martínez (2006):

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, mediado por el trabajo lúdico y recreativo, contribuye al conocimiento significativo del área, al tiempo que estimula el gusto y la motivación por este campo del conocimiento. Transforma la clase de matemáticas en una actividad placentera y divertida en la práctica de aula diaria, es decir, despierta el interés, el disfrute y provoca un reto donde pueden aplicar sus conocimientos previos, con una actitud que les permite tener disposición para investigar, recabar información, analizar, crear y reflexionar para la resolución de problemas.

Por otra parte, Lev Vygotsky sostiene que el juego cumple un papel importante en el aprendizaje del estudiante, ya que permite la socialización a través de la interacción que se establece con su medio. La aplicación de las actividades lúdicas en el aula de matemática favorece este proceso de socialización, al permitir compartir y cooperar en equipo, y a su vez fortalece el aprendizaje significativo.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Lo anterior se logró corroborar en el momento que aplicamos actividades con método colectivo, puesto que en los grupos organizados algunos estudiantes tomaron liderazgo, hubo compañerismo y en la socialización dieron respuesta a toda la actividad aproximándose a la respuesta correcta, con ello verificamos que estaban obteniendo un aprendizaje significativo.

En la intervención pedagógica, se pudo determinar que los estudiantes mostraron motivación por el área. También, los resultados obtenidos mediante la rúbrica evaluativa mostraron el progreso en aspectos como la participación, asistencia, disposición, creatividad en la solución de las actividades y la cooperación en el trabajo grupal, esto, favoreciendo el cumplimiento de nuestro objetivo principal.

Permitir que los estudiantes interactúen con elementos lúdicos y didácticos, facilita su aprendizaje, fomenta el gusto por esta área, pues les permite asociar elementos matemáticos con su entorno, demostrando así que el trabajo matemático no es aburrido, no es mecánico, sino interesante y divertido. Durante nuestra práctica pedagógica verificamos que por la edad de los estudiantes también se hace necesario aplicar elementos lúdicos para apoyar el proceso de aprendizaje; iniciando por comprender los elementos a partir de su propio conocimiento, consiguiendo que el aprendizaje sea significativo y relevante, no obsesionado con conceptos, sino que prefiere procedimientos y actitudes.

En cuanto al papel del docente en la metodología constructivista, de acuerdo con Waldegg (1998) es una labor más ardua, porque lejos de disponer fórmulas para su actividad docente cotidiana, el maestro debe tener una actitud positiva que le permita proporcionar los elementos necesarios para promover la actividad cognitiva de sus estudiantes, respetando las diferencias individuales y, al mismo tiempo, fomentando las actividades en grupo. En nuestra experiencia docente corroboramos que la actitud que los estudiantes muestren hacia la matemática depende de la forma o metodología que se use para la clase de matemáticas. Además, verificamos que el enfoque constructivista hizo que nos propongamos retos (preparar otras

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

actividades complementarias para que la clase no sea monótona) para que la clase sea más activa y creativa.

Por otra parte, es importante mencionar que, así como hubo aspectos positivos, también se presentaron otros que no fueron del todo favorables para el desarrollo de nuestra práctica pedagógica.

Uno de esos retos a los que nos vimos enfrentadas, de manera general, fue la virtualidad, un aspecto negativo. Inicialmente esto se dio porque el diseño de las actividades fue hecho para desarrollarse de manera presencial y para su desarrollo se hacía necesario el uso de material manipulativo, de un espacio adecuado que permitiera el buen desarrollo de cada una de las actividades y de un acompañamiento, dialogo docente -alumno, para garantizar el buen desarrollo de las mismas, logrando el objetivo propuesto en cada una de ellas; esto nos condujo a la modificación de varias actividades, de tal forma que se pudiesen realizar de manera virtual (dados y ruletas virtuales) o cambiar los objetos físicos por otros, esto sin perder la esencia del objetivo con el cual se planteaba cada actividad; además, el desarrollo de juegos interactivos con los que se buscaba reforzar algunos conceptos también tuvieron que ser replanteados para desarrollarse de manera virtual, lo que nos enfrentó al reto de lograr que todos los alumnos pudiesen interactuar sincrónicamente, pero frente a esto nos encontramos que varios juegos no permitían tal interacción y junto a esto, algunos estudiantes se conectaban a las clases con un dispositivo celular lo que no les permitía ejecutar el juego de manera óptima generando en los estudiantes frustración al quedar en desventaja con los alumnos que se conectaban con computador.

Otros aspectos negativos que se presentaron por la virtualidad fueron: la inasistencia por motivo de la mala conexión a internet y la falta de interacción física entre compañeros y docente (el aprendizaje es más viable con interacción física). En este sentido estamos de acuerdo con Domínguez y Pérez¹³ quienes afirman que la educación virtual no hay manera segura y confiable de regularla, no es accesible a toda la población estudiantil, ya que no todos los estudiantes cuentan con una

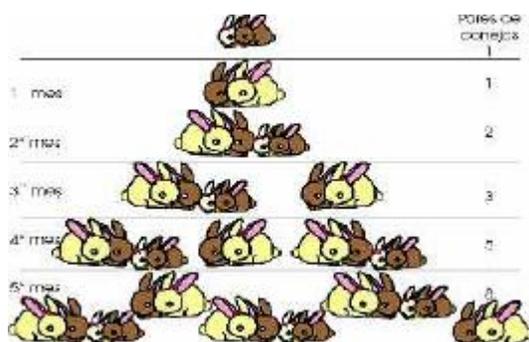
¹³ citadas en (Velásquez & Espartaco, 2021, pág. 575)

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

computadora, no se puede observar el lenguaje corporal del estudiante e Indicar si hay o no atención a las actividades académicas, malos hábitos de estudio: por no tener la presencia del docente, el no contar con un ambiente adecuado de estudio y la falta de compromiso por parte del alumno, aprendizajes incompletos y superficiales la libre interacción de los alumnos/as con estos materiales hace que lleguen a confundir el conocimiento con la acumulación de datos.

Para finalizar estos aspectos no tan favorables, mencionaremos el diseño de algunas actividades dentro de las guías. Nos encontramos que una de las actividades propuestas no era del todo clara o las imágenes que se adjuntaban para explicar mejor la actividad no cumplían con su propósito; fue este el caso de la actividad 3.1 Correspondiente a la Guía 1¹⁴, denominando: *el problema los conejos de Fibonacci*.

Partiendo de una pareja de conejos, cuántas parejas de conejos obtendremos después de un número dado de meses sabiendo que cada pareja al mes tiene una nueva pareja de bebés, la cual no tendrá conejos hasta que sea adulta, lo que ocurre a los dos meses de nacer.



¿Cuántas parejas de conejos habrá en una granja a los 12 meses?, si se coloca inicialmente una sola pareja. Esta actividad contaba con una explicación mayormente gráfica, lo que dificultó su buen desarrollo, pues los estudiantes argumentaban que para ellos daba pie a diferentes interpretaciones dificultando el alcance del objetivo propuesto para esta actividad; por ello queremos enfatizar que

¹⁴ Anexo 2, guía Nº 1 suma de sucesiones, elaborada por Karla Quilindo y Maribel Jiménez

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

uno de los elementos clave para el diseño de las guías tiene que ver con la forma en la que queremos dar a conocer una información, bien sea de manera escrita o de manera gráfica. Vale la pena tener en cuenta las recomendaciones de Palencia (2020) quien sostiene que, para diseñar guías es transcendental que el lenguaje utilizado sea útil, motivador y explicativo, para que los alumnos se sientan "guiados" o acompañados durante el desarrollo de las actividades, es decir que la calidad de las imágenes, videos, audios, gráficos utilizados, así como la ortografía y las pistas comunes entre una actividad y otra, significan en gran medida la interpretación de la información y, por tanto, la comprensión.

5.4 Análisis e interpretación de resultados de la encuesta final: actitudes hacia las matemáticas.

La finalidad de la práctica pedagógica fue la parte motivacional de los estudiantes respecto a la matemática, esto mediante la implementación de actividades lúdicas y recreativas en el aula. Como complemento para la verificación de los resultados se realizó una encuesta final.

El análisis se representa en la parte porcentual y su respectiva interpretación:

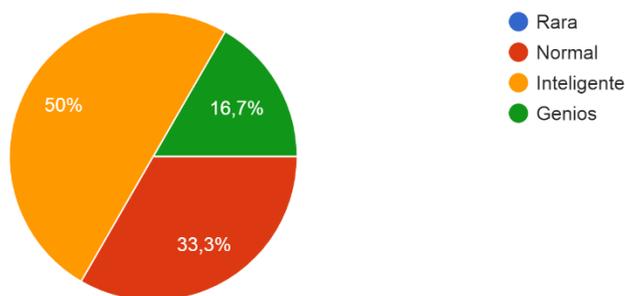


Imagen 13: La gente a la que le gusta las matemáticas es

Interpretación: Con respecto a los resultados de la primera pregunta, los alumnos responden con un 50%, la opción que las personas a las que les gusta la matemática son inteligentes y con un porcentaje mínimo del 16.7% que son genios. Teniendo en cuenta que esta fue una de las preguntas que se hizo en la primera

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

encuesta y que decidimos retomarla con la finalidad de observar si después de la ejecución de las actividades de la práctica pedagógica los estudiantes cambiaban y/o conservaban la concepción respecto a las personas a las que les gusta las matemáticas; comparando estos resultados concluimos que el porcentaje de estudiantes que considera que a las personas a las que les gusta las matemáticas son genios disminuyó en un 8.3%, los que consideran que son inteligentes aumentó en un 12.5% y los que consideran que son normales disminuyó en un 4.2%. Con estos resultados podemos concluir que los estudiantes tienen una alta tendencia a considerar que las personas a las que les gustan las matemáticas son normales e inteligentes, y que el concepto de ser genios tiene una tendencia baja, pero que como profesoras debemos de tener en cuenta a esa población ya hacer que exista una desmitificación de la genialidad en las matemáticas en esos estudiantes.

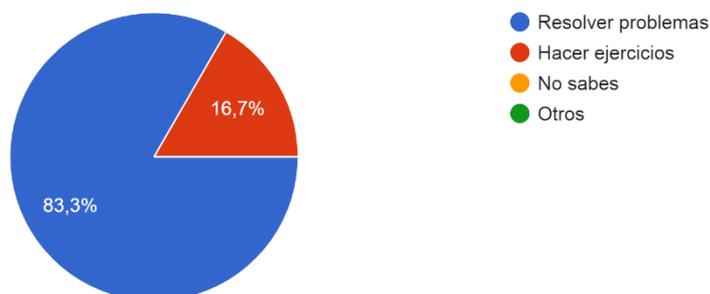


Imagen 14: ¿Consideras que las matemáticas consisten en?

Interpretación: Como se puede observar en el gráfico se presenta un porcentaje máximo de respuestas con un 83.3% que consideran que las matemáticas consisten en resolver problemas, de igual manera se refleja con un 16.7% que consideran que la matemática consiste en hacer ejercicios. Se puede mirar que la consideración que tienen los estudiantes “la matemática consiste en resolver problemas” corresponde a un porcentaje elevado, como futuras docentes podemos contribuir a que esta expectativa implique que el estudiante manipule con más flexibilidad los objetos matemáticos, active su propia capacidad mental, ejercite su creatividad, reflexione y mejore su proceso de pensamiento al aplicar y adaptar diversas estrategias matemáticas en diferentes contextos.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

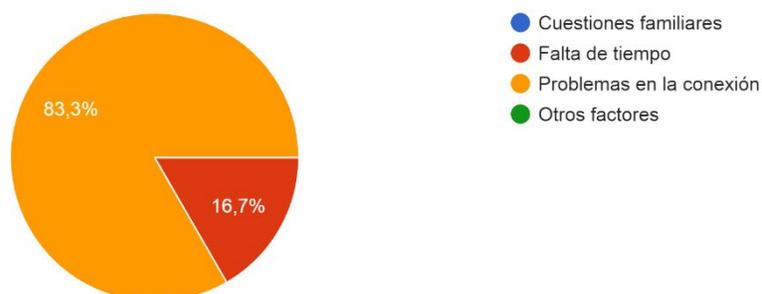


Imagen 15: Las causas por las que faltaste a clases del semillero son

Interpretación: En esta pregunta encontramos que para el 83.3% el motivo de la inasistencia a las clases del semillero fue por problemas de conexión y en un mínimo porcentaje 16.7% se dio por falta de tiempo. Con ello podemos deducir que la virtualidad afecta de cierta manera la asistencia al Programa.

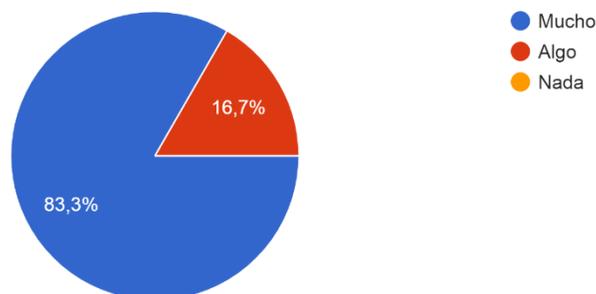


Imagen 16: ¿Durante el desarrollo del semillero aprendiste cosas nuevas y/o novedosas?

Interpretación: Mediante esta grafica podemos observar que para un máximo porcentaje 83.3% de los estudiantes el Programa fue muy útil, pues aprendieron cosas nuevas y/o novedosas, con ello podemos decir que el diseño de las actividades cumplió con el objetivo de que los estudiantes aprendan la matemática de una forma creativa, asimismo se puede decir que se logró incrementar el conocimiento matemático de los estudiantes, generando así en ellos un mayor acercamiento al área.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

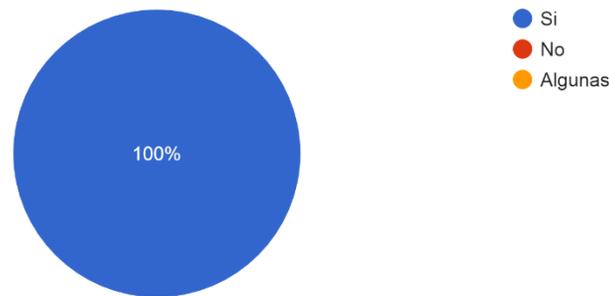


Imagen 17: ¿Consideras que las actividades planteadas durante el semillero fueron interesantes?

Interpretación: Podemos notar en su totalidad 100% que el diseño de las actividades fue interesante para todos los estudiantes. Con este máximo porcentaje podemos verificar la viabilidad de las actividades lúdicas dentro de la clase de la matemática, así podemos deducir que con lo interesante de las actividades y el nivel de dificultad adecuado logramos la motivación de los alumnos.

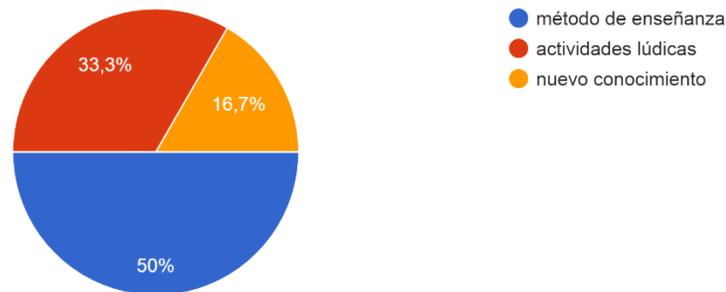


Imagen 18: ¿Qué fue lo que más te gustó del semillero?

Interpretación: cómo se puede observar el máximo porcentaje 50% corresponde a los estudiantes que lo que más les gusto del semillero fue la metodología de enseñanza. Con esta respuesta podemos deducir que la implementación de la metodología con enfoque constructivista, cumple con el objetivo de que los estudiantes muestren un cierto gusto hacia la clase de la matemática logrando así la motivación hacia el aprendizaje de la misma.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

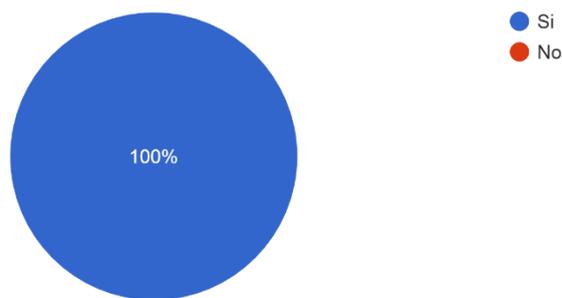


Imagen 19: ¿Te gustó la labor desempeñada por las docentes del semillero?

Interpretación: Mediante esta gráfica podemos observar que en totalidad los estudiantes les gusto la labor desempeñada por las docentes durante el desarrollo del semillero, respuesta que es muy gratificante para nuestro trabajo y tiempo empleado. Además, aporta muy significativamente hacia nuestro objetivo propuesto, puesto que si les gusto nuestra labor implica que les agrado las clases, las actividades y por consiguiente se sintieron a gusto, motivados durante el desarrollo de este Programa.

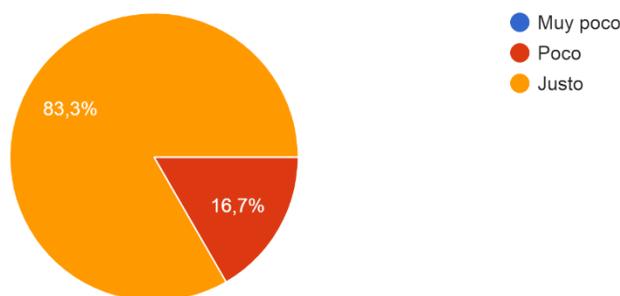


Imagen 20: El tiempo destinado para cada sesión fue:

Interpretación: Con los porcentajes que vemos en esta gráfica, se puede interpretar que las actividades que se propusieron durante cada sesión no fueron tan básicas que hiciera que los estudiantes las realizan en poco tiempo y que quedaran con tiempo libre, ni tan complejas que les causara frustración y el tiempo no les alcanzara para desarrollarlas; por ende, las actividades estuvieron bien diseñadas y bien orientas, por lo cual el tiempo empleado fue justo para el desarrollo de cada taller.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

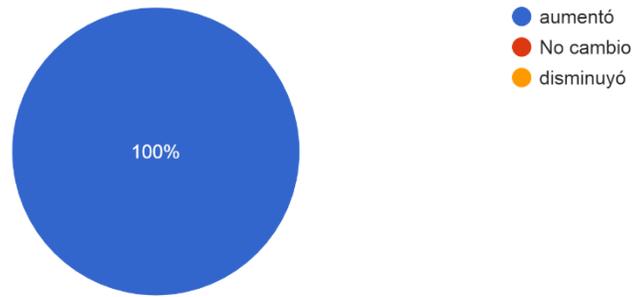


Imagen 21: Con tu participación en el semillero tu gusto por las matemáticas

Interpretación: El resultado de esta gráfica es muy gratificante y además cumple al 100% el objetivo de nuestra práctica pedagógica, el cual tiene como centro aumentar el gusto por las matemáticas.

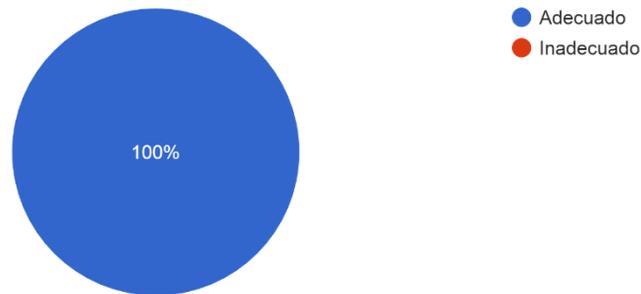


Imagen 22: El horario asignado para el desarrollo del semillero fue

Interpretación: Este resultado evidencia la capacidad de consenso alcanzado con todos los estudiantes, pues los horarios establecidos para el desarrollo del semillero se alcanzaron mediante las propuestas hechas por todos los participantes.

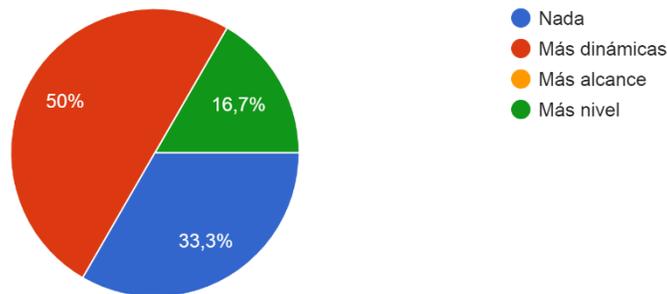


Imagen 23: ¿Qué te gustaría cambiar para futuros semilleros?

Interpretación: Para esta gráfica podemos observar que el 16.7% de la población encuestada le gustaría que se vieran temas más avanzados, el 33.3% considera que no hay nada que cambiarle al semillero y el 50% afirmó que les

gustaría más dinámicas, resultado que se tendrá muy en cuenta para seguir mejorando el programa de extensión: Semillero Matemáticas.

6 Conclusiones

- La enseñanza tradicional de Las Matemáticas se caracteriza por la transmisión directa de conocimientos, es decir, el alumno tiene que memorizar, a manera de réplica, todo lo que expresa el docente; generando obstáculos en la interpretación y comprensión de conceptos matemáticos, en consecuencia, un rendimiento escolar bajo e incluso fracaso escolar y a catalogar el área de matemáticas como una materia difícil, aburrida y monótona que no está al alcance de todos; por lo anterior se dice que esta metodología descuida el aspecto motivacional del estudiante. En nuestra práctica pedagógica con la implementación de juegos y actividades lúdicas para reforzar temáticas de la teoría de números, cambió la actitud, despertó el interés, curiosidad y contribuyó a desarrollar las habilidades matemáticas de los estudiantes, reduciendo el temor de enfrentarse a los conceptos matemáticos.
- Para que se produzca un aprendizaje significativo, Ausubel plantea dos condiciones necesarias: que el material presentado a los estudiantes sea potencialmente significativo, es decir que el material debe presentar una estructura con relaciones claras y adecuada organización jerárquica; y la actitud potencialmente significativa de aprendizaje por parte del aprendiz, o sea, motivación para aprender de manera significativa. En el diseño de las guías se presentó la teoría de una manera práctica y significativa, obedeciendo las condiciones que describe Ausubel, su ejecución, resultó productiva, pues se logró captar la atención y una buena disposición de los estudiantes para el desarrollo de las mismas.
- El juego cumple un papel importante en el aprendizaje del estudiante, ya que permite la socialización a través de la interacción que se establece con su

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

medio, aunque la virtualidad no contribuya significativamente con la adecuada socialización, puesto que no propicia un ambiente que facilite la interacción como lo hace la presencialidad en el aula de clase. Esta estrategia metodológica utilizada motivó la participación de los alumnos y estimuló la socialización dentro del aula virtual, permitiéndoles conocer las opiniones de sus compañeros e identificar sus habilidades y errores, así se pudo construir, debatir y llegar a un consenso en las respuestas, consiguiendo que los estudiantes interactuaran con más confianza y que se acercaran a la matemática de una manera más divertida.

- El ambiente creativo generado a partir de la matemática recreativa permitió que los estudiantes pudieran reforzar y relacionar conceptos matemáticos, estimulando el desarrollo del pensamiento lógico matemático, ya que este tipo de actividades permite que los alumnos se relajen y den respuestas más auténticas y espontáneas, sin preocuparse por responder lo que el docente quiere escuchar. Por ello, resaltamos la importancia de la implementación de al menos un juego que plantee o refuerce la temática que se quiere dar a conocer, para que los alumnos no se desmotiven o se aburran durante la clase.
- Nuestra experiencia durante la elaboración del material e implementación del mismo, aportó significativamente tanto a la parte profesional como en lo personal, ya que nos permitió identificar falencias en el diseño de guías, por ejemplo, en una de las guías, la imagen que ilustraba lo que planteaba la actividad generó ambigüedad en la interpretación, este hecho nos enseñó que debemos analizar los elementos utilizados en la elaboración del material, para que los datos ahí expuestos sean claros y concisos y así contribuir con una mejor metodología para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas.
- Por otro lado, respecto a los resultados de la primera encuesta pudimos observar un alto porcentaje de alumnos a los que les agrada las matemáticas y una minoría que considera que las matemáticas son para personas genios

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

o inteligentes. Además, ellos admitieron que les cuesta resolver problemas matemáticos y una gran mayoría mencionó que en pocas ocasiones se usan juegos o actividades recreativas durante el desarrollo de la clase de matemáticas. Las respuestas de estos últimos se tomaron como un indicio de que algo falta en cuanto a la organización y metodología de enseñanza, esto nos mostró que el diseño de las guías basadas en las actividades lúdicas con enfoque constructivista llevando a cabo una metodología más personalizada y motivadora era acorde con las necesidades de los estudiantes. Con esto pudimos comprobar que aquellos alumnos cuya actitud con respecto al Área de Matemáticas es positiva se corresponde con resultados más exitosos; de ahí que la inclusión de actividades de tipo emocional durante la clase resulta ser efectiva para contribuir al cambio de actitudes y/o creencias negativas de los alumnos.

7 Bibliografía

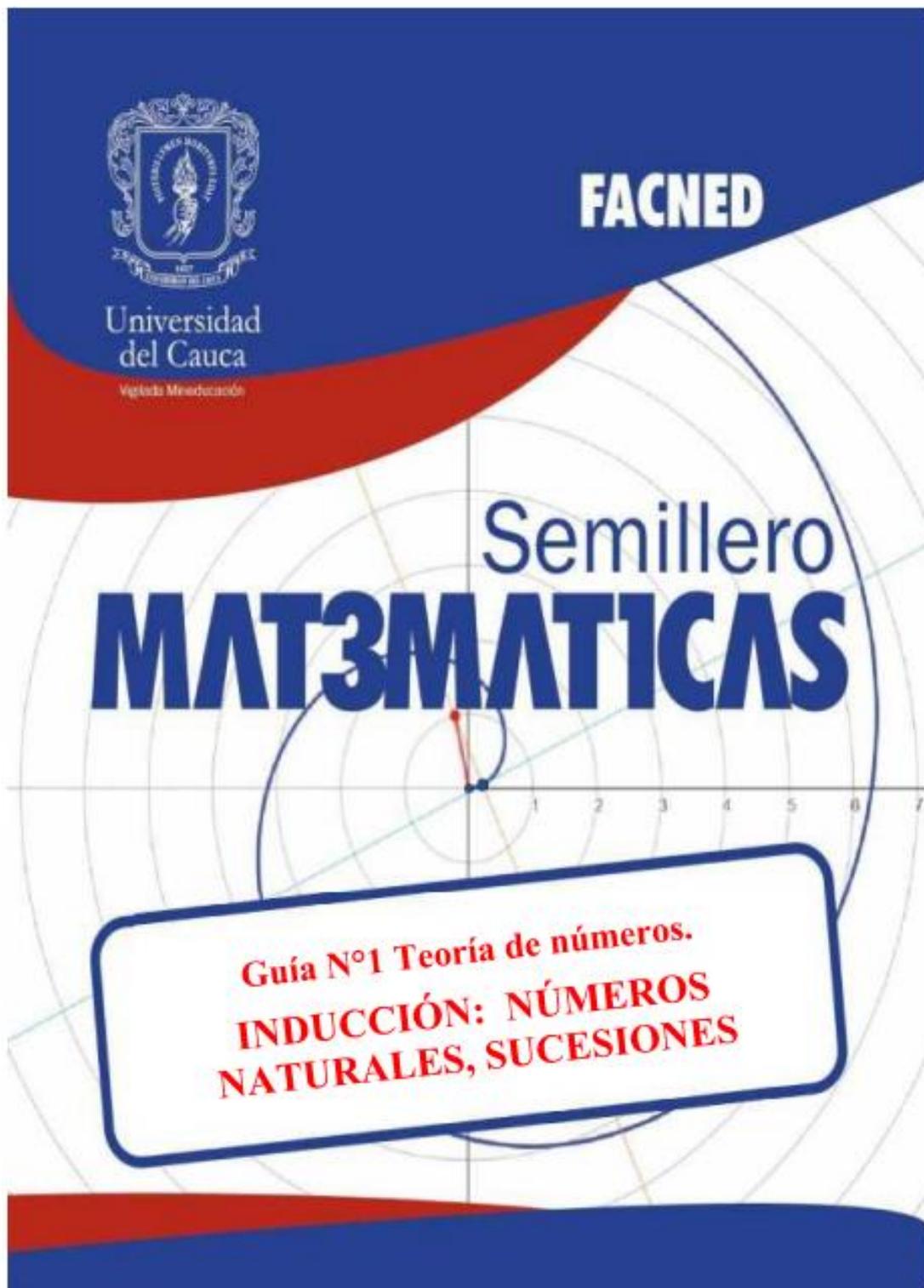
- Arias, O. R. (2016). *Matemática Recreativa como Estrategia de Enseñanza-Aprendizaje en la Resolución de Ecuaciones Algebraicas de Problemas Literales*. Chimalhuacán, Estado de México, México.
- Arias, O. R. (2016). *Matemática Recreativa como Estrategia de Enseñanza-Aprendizaje en la Resolución de Ecuaciones Algebraicas de Problemas Literales*. Chimalhuacán, Estado de México, México.
- Bermúdez, A. C. (2006). El juego: un pretexto para el aprendizaje de las matemáticas. medellin.
- Caballero, C., Rodríguez, P. L., & Moreira, M. A. (2011). Aprendizaje significativo y desarrollo de competencias. *Aprendizagem Significativa em Revista/Meaningful Learning Review – V1(2)*, 27-42.
- Castillo, S. (2008). Propuesta Pedagógica Basada En El Constructivismo Para El Uso Óptimo De Las Tic En La Enseñanza y El Aprendizaje De La Matematica. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*.
- Colombia, M. d. (2003). Estandares Basicos De Competencias En Matemáticas . Bogotá - Colombia .
- Corbalan, F. (2000). Algunos Aspectos de Matematicas Recreativas. *Las Matematicas del Siglo XX*.
- Córdoba, D., & Martínez, L. (diciembre-enero de 2006). La lúdica como estrategia didáctica en la enseñanza de las matemáticas en la Institución Educativa Padre Isaac Rodríguez. *Revista de la facultad de educacion, universidad tecnologica del choco* , 23, 31-41.
- Fernandez, M. d. (2011). *Estudio bibliografico de la motivacion en el aprendizaje de las matematicas y propuesta de talleres aplicados a la vida real*. España.
- Figueroa, A. V. (2010). La enseñanza de la matemática en el Jardín de Infantes.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- García, J. C. (2017). *La Construcción del Conocimiento Matemático A través del Juego Como Actividad Complementaria en el Grado Sexto de la Educación Básica Secundaria*. Manizales.
- Hernández, M. V., & Cruz, M. G. (2021). El aprendizaje significativo de contenidos matemáticos. *educación creadora* .
- Mayuri, D. B. (2015). *La Matemática Recreativa y El Rendimiento Académico de los Estudiantes de Primer Grado de Secundaria del Colegio Integrado Gregorio Martinelli de Tala Vera*. Lima-Perú.
- Palencia, A. M. (2020). Tres claves para la elaboración de una guía de aprendizaje efectiva . *Aiken*.
- Salvador, A. (2010). *el juego como recurso didáctico en el aula de matemáticas*. Madrid.
- Santos, G. C. (2006). *¿Por qué la matemática recreativa en el aula?* III Encuentro de Matemáticas Del Caribe Colombiano.
- Solís, P. A. (2013). *Juegos Educativos para el Aprendizaje de la Matemática*. Mexico.
- Torres, A. B. (2021). *la matemática recreativa como recurso motivador e el aula de matemáticas*. Valladolid España.
- Torres, A. B. (2021). *La Matemática Recreativa Como Recurso Motivador en el Aula de Clase*. Valladolid .
- Velásquez, G., & Espartaco, L. (2021). La enseñanza virtual de matemática en la Educación Universitaria. *polo de conocimiento*, 566-583.
- Vergara, T. P., Ariel, J. R., & Aguirre, W. V. (2015). *El Juego Como Estrategia Lúdica Para Mejorar Las Habilidades - Lógico-Matemáticas En Estudiantes DeL Grado 6° - 2 De La Institucion Educativa Liceo Guillermo Valencia De La Ciudad De Monteria (Cordoba)*. Montería.
- Waldegg, G. (1998). Principios Constructivistas Para La Educación Matemática. *revista EMA*, 16.

8 Anexos

8.1. Guía 1: Sucesiones



INTRODUCCIÓN

Los números naturales son aquellos que se usan para contar y ordenar.

Realiza lo siguiente:

1. Enlista de manera ordenada los primeros 10 números naturales.
2. ¿Cuál consideras que es el primer número natural?
3. ¿Cuál es el número que le sigue a 10? ¿Cómo obtuvo ese número?
4. ¿Para cada número natural, será posible encontrar otro número que le siga?
5. ¿Cuántos números naturales hay entre el número 3 y el 7? ¿Cuántos hay entre el 2 y 3?

De lo anterior se puede deducir lo que sigue:

El conjunto de los números naturales tiene un primer elemento que es el **1**, pero no tiene último elemento.

La notación que se emplea para identificar el conjunto de números naturales es:

$$\mathbb{N} = \{ \mathbf{1}, \mathbf{2}, \mathbf{3}, \mathbf{4}, \dots \}$$

Algunos axiomas importantes en los Naturales son:

- El **0** o el **1** es el primer elemento del conjunto de los Naturales.
- El sucesor de un número natural es otro número natural ➤ Todo número natural **a**, tiene su sucesor $a + 1$.
- El primer elemento no es sucesor de ningún natural.
- Si **a, b** son números naturales y sus sucesores son iguales ($a + 1 = b + 1$), entonces **a = b**.

Observación: En algunas ocasiones resulta conveniente considerar al cero como elemento de \mathbb{N} , pero en realidad no hay una convención universal que indique si el cero es o no es un número natural.

¿Qué es una sucesión?

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Una **sucesión** es un conjunto de elementos (generalmente números), denominados **términos** los cuales están dispuestos uno detrás de otro, con un cierto orden el cual es determinado por un patrón o **regla de formación**.

Los términos que ocupan las posiciones siguientes con respecto a un término en la sucesión se les llama **sucesores**, mientras que los que están en posiciones anteriores se les denomina **antecesores**.

De manera general, una sucesión se suele representar de la siguiente forma:

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n, a_{n+1}, \dots$, donde:

- a_1, a_2, a_3, \dots son términos de la sucesión.
- El subíndice de cada término son números naturales (1, 2, 3, ...) e indica la posición que ocupa el término en la sucesión.
- a_n recibe el nombre de término general o término n-ésimo.
- a_n es antecesor de a_{n+1} ; a_n es sucesor de a_{n-1} .

Ejemplo: Sucesión de los números Naturales

Sea la sucesión: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10...

- 1,4,7 son términos de la sucesión
- $a_3 = 3$ en este caso, el término 3 ocupa la posición 3 en la sucesión.
- 5 es sucesor de 4 y antecesor de 6.

Observe que:

$$a_1 = 1, a_2 = a_1 + 1 = 2, a_3 = a_2 + 1 = 3, \dots$$

Y el patrón que sigue la sucesión es:

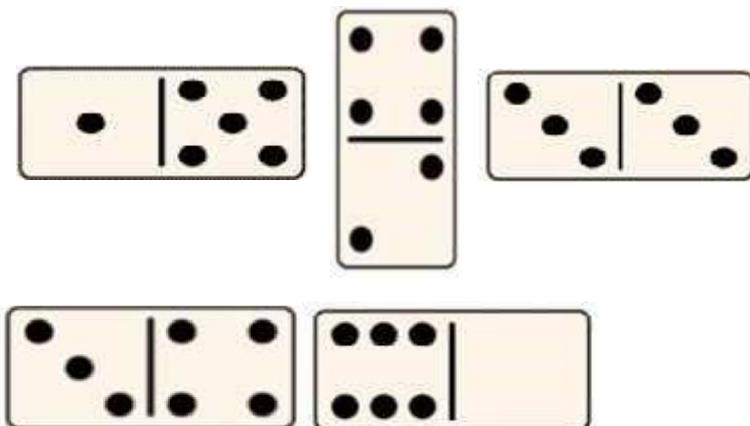
$$a_n = a_{n-1} + 1 \text{ con } a_0 = 0, n \text{ es posición } n\text{-ésima de la sucesión.}$$

1. ¿Cuál es el intruso?

OBJETIVO: Justificar las respuestas.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Observar las fichas de dominó que se muestran en la imagen



Ahora responde:

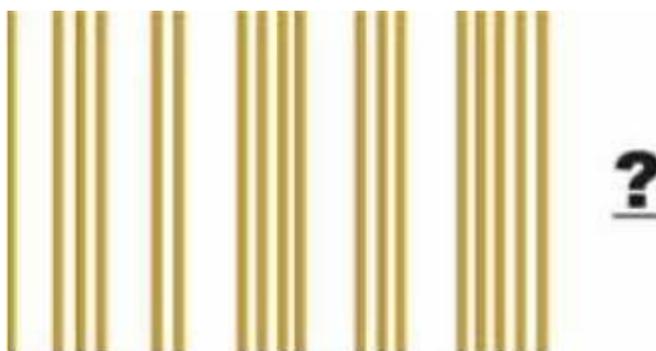
¿Qué ficha considera que es la diferente? Justifique su elección.

2. Sucesores y regla de formación

OBJETIVO: Encontrar el patrón y expresarlo matemáticamente.

2.1

Ordenar los palillos como muestra la imagen.



Descubra:

- ¿Cuáles son los términos a_6, a_7, a_8 ?
- Plantee una regla de formación.

2.2 Sucesión de números cuadrados

Escoger cualquier pieza entregada (unidad) luego agregar el menor número de piezas para formar un cuadrado y así sucesivamente formando cuadrados hasta agotar las fichas entregadas.



Durante la actividad ir llenando el siguiente recuadro:

| Posición | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------------------------|---|---|---|---|---|---|
| Núm. Fichas agregadas | 0 | | | | | |
| Núm. Total de fichas usadas | 1 | | | | | |

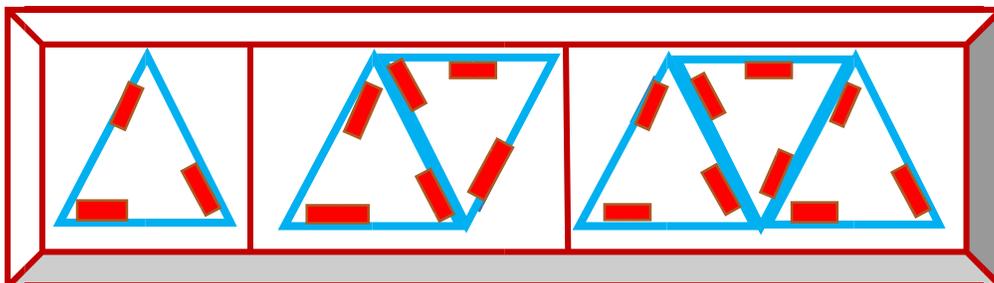
Respondan:

- ¿Cuántas fichas agregadas y usadas irán en las posiciones **7** y **10**?
- Escriban la sucesión que se forma con el número de fichas agregadas.
- Escriban la sucesión que se forma con el número total de fichas usadas.
- ¿Por qué consideran que se llaman números cuadrados, a los términos de la sucesión formada con el número total de fichas usadas?
- ¿Qué patrón se pueden asociar a la sucesión?

2.3 El joyero.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Para la elaboración de unas pulseras, el joyero ha creado varias piezas y las ha organizado siguiendo un patrón, como se muestra en la imagen.



Llena la tabla :

| | | | |
|-------------------------|--|--|--|
| Posición | | | |
| Núm. triángulos | | | |
| Núm. rectángulos | | | |

Ahora realiza:

- Escriba numéricamente una sucesión para el número de triángulos y otra para el número de rectángulos ambas sucesiones hasta el término **10**.
- Escriba el patrón que identifica en la sucesión de números de triángulos.
- Escriba el patrón que identifica en la sucesión de números de rectángulos.

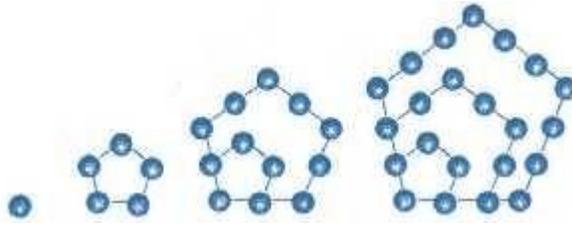
2.4 Sucesión números pentagonales (Actividad en parejas)

Van a participar de un juego a través del cual se forman pentágonos comenzando con la figura geométrica punto.

Dibujar un punto en un papel. Este representa el primer número pentagonal que es el **1**. Al lado del punto dibujen un pentágono (figura geométrica de cinco lados iguales), la cantidad de vértices representan al segundo número pentagonal, que es el **5**. Extiendan en una unidad dos lados consecutivos del pentágono para formar otro pentágono. El pentágono formado tiene tres puntos en cada lado. La cantidad de puntos en los lados del pentágono identifica al próximo número pentagonal, que es el _____. (Observen el diagrama).

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

A continuación, tienen un diagrama en el que se representan números pentagonales.



Respondan:

- a) ¿Cuál es el tercer y cuarto número pentagonal?
- b) Observen el diagrama y escriban los números de la sucesión de números pentagonales hasta el término **8**.
- c) ¿Existe un patrón entre los números pentagonales?, Expliquen.

3. Sucesión de Fibonacci. (Actividad en parejas)

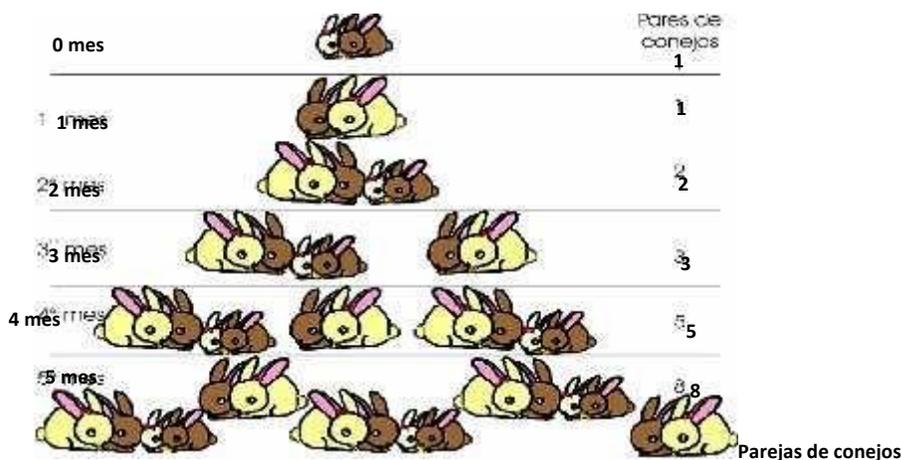
OBJETIVO: Identificar la sucesión de Fibonacci.

3.1 Los conejos de Fibonacci...

Se presenta aquí el problema de los conejos de Fibonacci que fue propuesto en el año 1202, el cual dice que:

Partiendo de una pareja de conejos, cuántas parejas de conejos obtendremos después de un número dado de meses sabiendo que cada pareja al mes tiene una nueva pareja de bebés, la cual no tendrá conejos hasta que sea adulta, lo que ocurre a los dos meses de nacer.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática



Respondan:

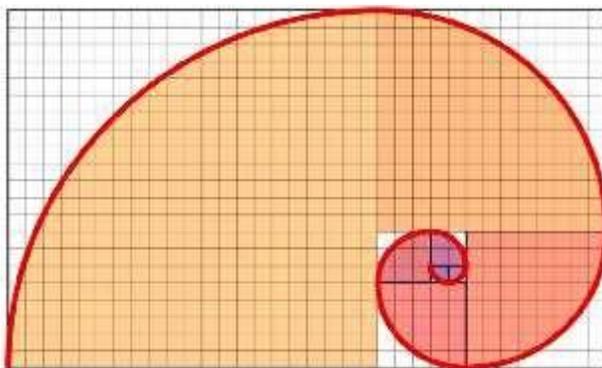
¿Cuántas parejas de conejos habrá en una granja a los **12** meses?, si se coloca inicialmente una sola pareja.

3.2

OBJETIVO: Asociar una sucesión geométrica a una sucesión a numérica.

En parejas:

Construyan dos cuadrados de lado 1, que tengan un lado en común. Sobre ellos, construyan uno de lado 2; a continuación, otro que tenga por lado la suma de este último con el anterior. Podemos continuar agregando cuadrados de tal forma que cada uno tenga por lado la suma de los lados de los dos últimos cuadrados dibujados (agrega por lo menos cuatro más).



Durante la actividad ir llenando la tabla siguiente:

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

| | | | | | | | | | |
|------------------------------|--------------------------|--------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Cuadrado número | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| Tamaño del lado del cuadrado | 1 | 1 | 2 | 3 | | | | | |
| Área del cuadrado | $1U^2$ | $1U^2$ | | | | | | | |

Observación: A este conjunto de cuadrados los llamaremos cuadrados de Fibonacci.

Realicen:

- Escriban una sucesión con los lados, hasta el término 10; esos serán los primeros 10 términos de la sucesión de Fibonacci.
- ¿Qué patrón numérico se asocia a los lados de los cuadrados?
- Tracen una curva como se muestra en la figura, ¿Conocen el nombre de la curva? y relacione la curva con objetos de la naturaleza.
- ¿En qué se parece el problema de los conejos con los cuadrados de Fibonacci?

4. Actividad lúdica (Individual)

OBJETIVO: lograr la habilidad para interpretar y hallar el patrón en una sucesión.

- Use la tabla de bingo semejante a la que se muestra en la imagen, la cual tiene en cada fila una sucesión numérica.

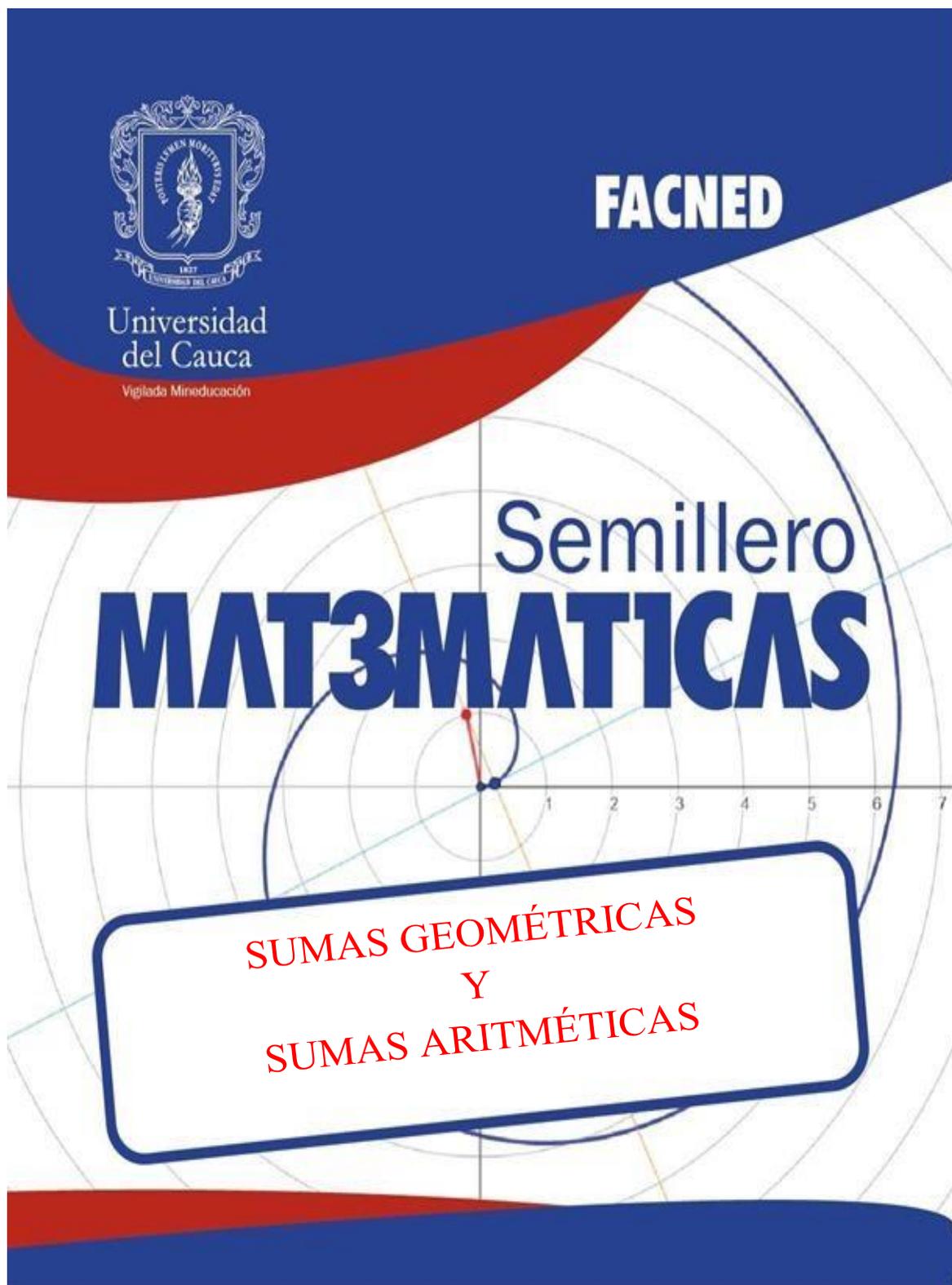
| | | | | |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| B | I | N | G | O |
| 12 | 16 | 20 | 24 | 28 |
| 02 | 12 | 22 | 32 | 42 |
| 42 | 35 | 28 | 21 | 14 |
| 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |

- Se mencionarán números al azar dados por un generador de números online.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

3. Ir identificando los números en la tabla y marcarlos o tacharlos.
4. El que primero llene una fila dirá en voz alta **¡Bingo!** Mencionando los números de la sucesión de la tabla y mencionando el antecesor del primer término de la fila y el sucesor del último término de la fila.

8.2. Guía 2: Sumas Geométricas y Sumas Aritméticas



INTRODUCCION

En la guía anterior se trabajó con sucesiones de números naturales, ahora trataremos sobre suma de sucesiones del conjunto de los números naturales.

Ejercicio N° 1

Calcular la suma de los primeros 6 términos de la sucesión de Fibonacci.

$$0+1+1+2+3+5=$$

Observa y responde:

- ¿Realiza la suma que valor obtienes?
- ¿Qué identificas y que características observas?



DEFINICION: sumas de sucesiones aritméticas

| Ϛucesiones aritméticas | Ϛumas de sucesiones aritméticas |
|--|---|
| <p>Hacemos referencia a sucesiones aritméticas de números en las que para pasar de un término a otro hay que sumar una cantidad constante, en donde la cantidad constante se llama diferencia que se representa mediante la letra d y cada uno de los términos se representa con a_n que indica la posición de cada término, y la fórmula del término general está dada por:</p> $a_n = a_1 + (n - 1) * d$ | <p>La suma o serie aritmética de un número finito o infinito de términos de una sucesión aritmética, está dada por la siguiente fórmula:</p> $S_n = \frac{(a_1 - a_n)}{2} * n.$ |

ACTIVIDAD N° 1

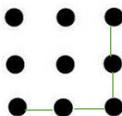
Observa la siguiente sucesión y determina su respectiva suma.

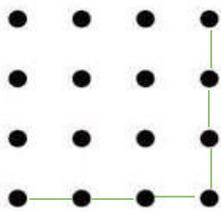
Los números impares forman la sucesión: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... Esta sucesión es una progresión aritmética, con diferencia $d = 2$, que tiene por término general: $a_n = 2n - 1$, siendo n un número natural.

Observa lo que se obtiene al realizar la suma aritmética de esta sucesión.

• $S_1 = a_1 = 1$

 $S_2 = a_1 + a_2 = 1 + 3 = 4$

 $S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 +$

 $S_4 =$

1. Encuentra el término S_4
2. Encuentra el término S_n
3. Para n términos, que figura geométrica se obtiene.

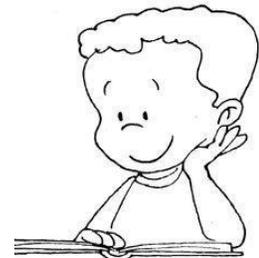
Ejercicio N° 2

Calcular la suma de los 4 primeros términos de la siguiente sucesión de números naturales.

$$1(2) + 2(2) + 3(2) + 4(2) =$$

Observar y responder:

- ¿Realiza la operación que valor obtienes?
- ¿Qué identificas y que características observas?



DEFINICION: Sumas de sucesiones geométricas

| Sucesiones geométricas | Suma de sucesiones geométricas |
|---|---|
| <p>Hacemos referencia a sucesiones geométricas de números en las que para pasar de un término a otro hay que multiplicar por una cantidad constante,</p> | <p>Es la suma de un número finito o infinito de términos de una sucesión geométrica y está dada por la siguiente fórmula:</p> $s_n = a_1 * \left(\frac{r}{r-1}\right)_{n-1}.$ |
| <p>que se llama razón y se representa mediante la r y cada uno de los términos de la sucesión se los representa mediante a_n. La fórmula del término general está dada por:</p> $a_n = a_1 * r^{(n-1)}$ | |

ACTIVIDAD N° 2

Objetivo: Que el alumno pueda dar un concepto de una serie aritmética e identificar los elementos de la misma.

A cada estudiante se le entrega 200 vasos, con los cuales se pretende organizar una pirámide de tal manera que se ocupen todos los vasos, ubicando 20 vasos en la primera fila, 19 sobre ella en una segunda fila, y así sucesivamente.

- ¿cuántas filas hay?
- ¿cuántos vasos habrá en la fila superior?
- caracterice los elementos del término general de la sucesión aritmética

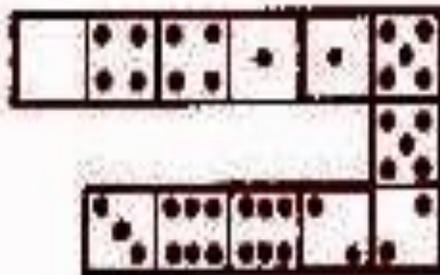


La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

ACTIVIDAD N° 3

Objetivo: Identificar los elementos y calcular la suma o serie de dicha progresión.

cada estudiante con el juego de dominó, buscará organizar 6 fichas de tal modo que logren representar una suma aritmética, como se muestra en la figura, este ejemplo cuenta con la particularidad de que la suma total de puntos de cada ficha aumenta sucesivamente en una unidad.



- Organizar progresiones en las que la diferencia es 1.
- Organizar progresiones en las que la diferencia es 2.
- ¿Cuántas progresiones a base de 6 fichas puede formar?
- Calcular sumas finitas de términos consecutivos de la sucesión.

ACTIVIDAD N° 4

Objetivo: Caracterizar los elementos de una sucesión geométrica y su velocidad de crecimiento.

A cada estudiante se le entregan 3 palillos, en donde al cabo de 2 minutos deben pegar 3 palillos en cada una de las puntas de los palillos anteriores, y así sucesivamente cada 2 minutos.

- ¿Cuántos palillos se pegaron al cabo de 6 minutos?
- ¿Cuál es el término inicial y cuál es la razón de la sucesión aritmética?
- Identifica los elementos de la ecuación del término general de la sucesión.

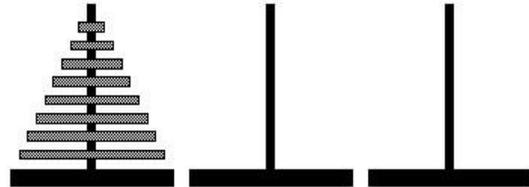


ACTIVIDAD N°5

Objetivo: Identificar los términos de la sucesión geométricas a partir de la resolución de problemas en contextos reales.

Las Torres de Hanoi

Se trata de una estructura de 3 varillas donde se insertan varios discos de diferentes tamaños. Inicialmente los discos se sitúan en la varilla de la izquierda colocados de mayor a menor.



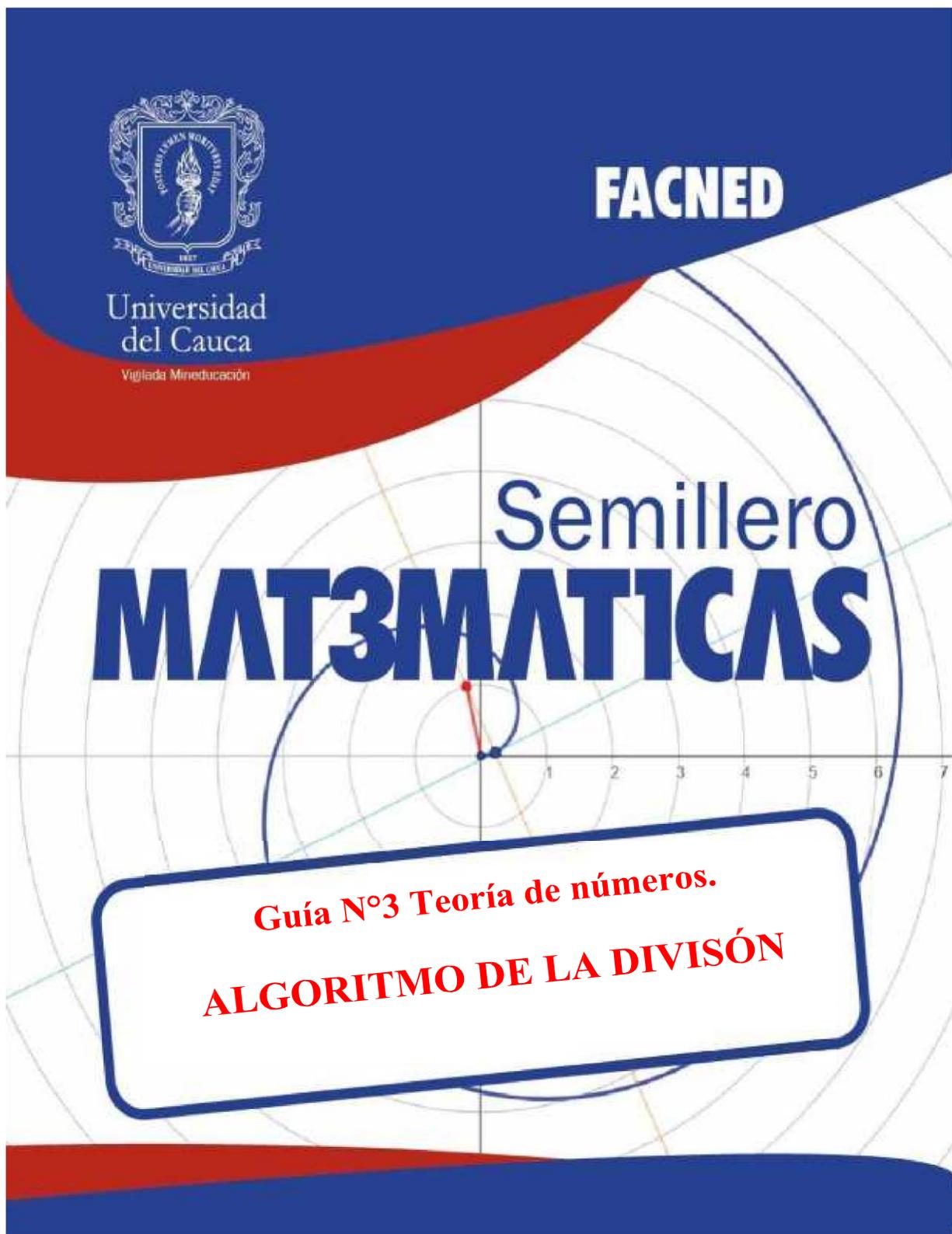
El juego consiste en pasar todos los discos a la varilla de la derecha, teniendo en cuenta que en cada movimiento sólo puedes pasar un disco a un lugar vacío o situarlo encima de otro disco de mayor tamaño.



El número de movimientos de este juego está en función del número de discos (n). Y se trata de una sucesión cuyo término general es $a_n = 2^n - 1$

- Encontrar los primeros términos de esta progresión geométrica los cuales son: 1, 3, 7, 15, 31, 63.
- ¿Cuánto tiempo se tardaría en completar el juego utilizando 4 discos? Haciendo la suposición de 1 segundo por movimiento.
- Calcular la suma finita de términos consecutivos de la sucesión geométricas.

8.3. Guía 3: Algoritmo de la División



INTRODUCCIÓN

En esta guía abordaremos un tema aritmético conocido por todos nosotros que se denomina: **División**.

Para comenzar:

- realice el cálculo de las siguientes divisiones:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|
| 2 | 6 | 4 | 5 | 6 | 8 | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|
| 4 | 6 | 3 | 2 | 4 | 2 | 4 | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | |

- **Ahora trata de recordar el nombre de:**

- El número que se dividió.
- El número que divide.
- El resultado que obtuvo. ➤ Y lo que sobra.

Según lo que sobra, las divisiones tienen su nombre,

- ¿Recuerdas cómo se denomina cuando lo que sobra es **cero**? Y ¿Cómo se llama cuando lo sobrante es **distinto de cero**?

En seguida: analiza cómo se puede expresar las anteriores divisiones en términos de multiplicación y suma.

El procedimiento utilizado para dar solución a las divisiones con números naturales se le denomina: **algoritmo de la división**.

El algoritmo consiste en: Si ***a*** y ***b*** son números naturales con $a > b \neq 0$ en ***a*** y ***b*** números naturales ***q*** y ***r*** tales que:

$$a = b * q + r \text{ y } 0 \leq r < b$$

cada número tiene su nominación la cual es:

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- Al número **a** se le llama **dividendo**.
- Al número **b** se le llama **divisor**.
- Al número **q** se le llama **cociente**.
- Al número **r** se le llama **residuo**.

Cuando:

r = 0 la división se llama **división exacta**.

r ≠ 0 la división se llama **división inexacta**.

Se dice que **a** es divisible entre **b** o **b** es divisor de **a** cuando **r = 0**, lo que indica que existe un número **q** en los naturales tal que $a = b \cdot q$ y se denota $b \mid a$, en caso contrario se dice que **b** no es divisor de **a** y se denota por $b \nmid a$.

Ejemplo: Hallar el resultado de dividir **28** entre **3**, es decir se debe encontrar los números **q** y **r** tales que $28 = 3 \cdot q + r$, en este caso $q = 9$ y $r = 1$, es decir que: $28 = 3 \cdot 9 + 1$, identificando cada término se tiene que:

28 es el dividendo.

3 es el divisor.

9 es el cociente.

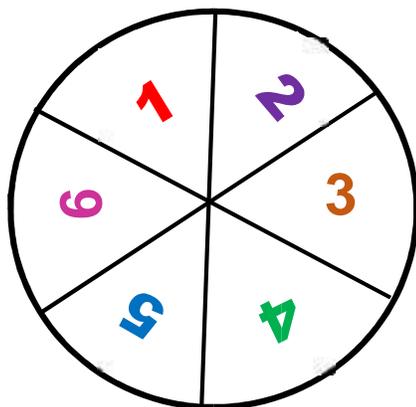
1 el residuo.

Además, se puede decir que es una división inexacta puesto que $3 \nmid 28$, entonces **3** no es divisor de **28** y en símbolos $3 \nmid 28$.

Actividades

1. La Ruleta

OBJETIVO: Crear y resolver divisiones de dos cifras.



Según el número que indique la ruleta online, usted deberá realizar lo que se pide en cada numeral.

1. Realizar una división de 2 cifras propuesta por usted y explique el proceso.
2. Desarrolle dos divisiones de 2 cifras, una inventada por usted y la otra la elige un compañero.
3. Explique la siguiente división indicando si esta bien realizada:

$$\begin{array}{r|l} 415 & 12 \\ 055 & 34 \\ 9 & \end{array}$$

4. Convierte esta multiplicación en una división.

$$\begin{array}{r} 246 \\ \times 12 \\ \hline 492 \\ 246 \\ \hline 2952 \end{array}$$

5. Realiza y resuelve una división que sea divisible por un número impar de dos cifras.
6. Propone una división, resuélvela y realiza la prueba.

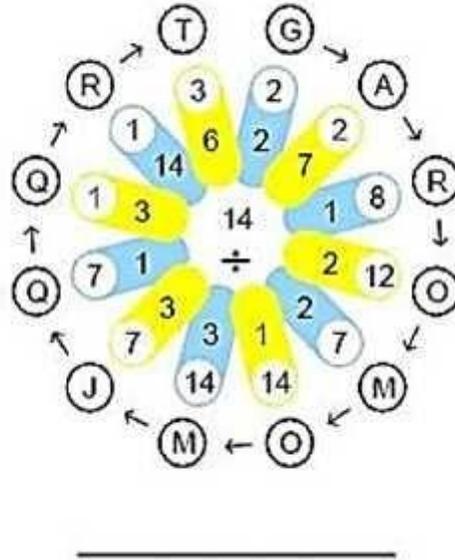
2. Actividad

Descubre la palabra

OBJETIVO: Verificar los cocientes en cada división.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

En la hoja que tiene figuras parecidas a la de la imagen realice lo siguiente: tache las letras donde el cociente no corresponde al resultado de la división y por último anote la palabra secreta que resulta al unir las letras de las divisiones correctas.



3. Actividad

3.1 Crea y resuelve divisiones

OBJETIVO: Determinar el cociente y el residuo en cada división.

Con ayuda de los dados online (<https://app-sorteos.com/es/apps/tirardado-online>) encuentra los números que se desean dividir, para ello realiza los lanzamientos correspondientes al dividendo con tres dados, luego realiza los lanzamientos correspondientes al divisor con dos dados, por último procede a resolver la división para hallar el cociente y el residuo, colocar estos resultados en los recuadros que se encuentran en la hoja.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

| | | | | | | | |
|----|---|---|---|--------|---|---|------------|
| | | | | \div | | | |
| | 3 | 4 | 5 | \div | 4 | 3 | C = r = |
| 1 | | | | \div | | | C = r = |
| 2 | | | | \div | | | C = r = |
| 3 | | | | \div | | | C = r = |
| 4 | | | | \div | | | C = r = |
| 5 | | | | \div | | | C = r = |
| 6 | | | | \div | | | C = r = |
| 7 | | | | \div | | | C = r = |
| 8 | | | | \div | | | C = r = |
| 9 | | | | \div | | | C = r = |
| 10 | | | | \div | | | C = r = |

3.2. Dividiendo con el geoplano en línea.

En parejas realizar la siguiente actividad: Dividir los números que se encuentran en la primera fila de la tabla por todos los números de la columna. Para realizar la división, con el enlace del geoplano en línea (<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>), los estudiantes deben encerrar con una liga la cantidad de cuadrículas correspondientes al número de la fila, luego se agrupan estas cuadrículas dependiendo del número de la columna (divisor) en la tabla y se observa cuantos grupos se pueden formar con dicho divisor, el número de grupos corresponderán al cociente de la división y el número de cuadrículas que sobran al no poder formar un grupo, serán el residuo. Anotar estos resultados en la tabla.



| | | | | | |
|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| \div | 28 | 35 | 47 | 83 | 92 |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | | | |
| 7 | | | | | |

| | | | | | |
|---|--|--|--|--|--|
| 8 | | | | | |
| 9 | | | | | |

4. Cazando mariposas (actividad en parejas)

Objetivo: Dar solución a problemas resolviendo divisiones.

Cada pareja se le asignará un número al azar generado por una ruleta, este número corresponderá a un problema (lista de problemas que tiene el moderador) al cual deben darle solución, a medida que cada pareja resuelva el problema correctamente se le asignará nuevamente un número y una mariposa a su equipo, la pareja que más mariposas obtenga durante un tiempo de media hora, será la ganadora.



ACTIVIDAD LÚDICA (formar parejas)

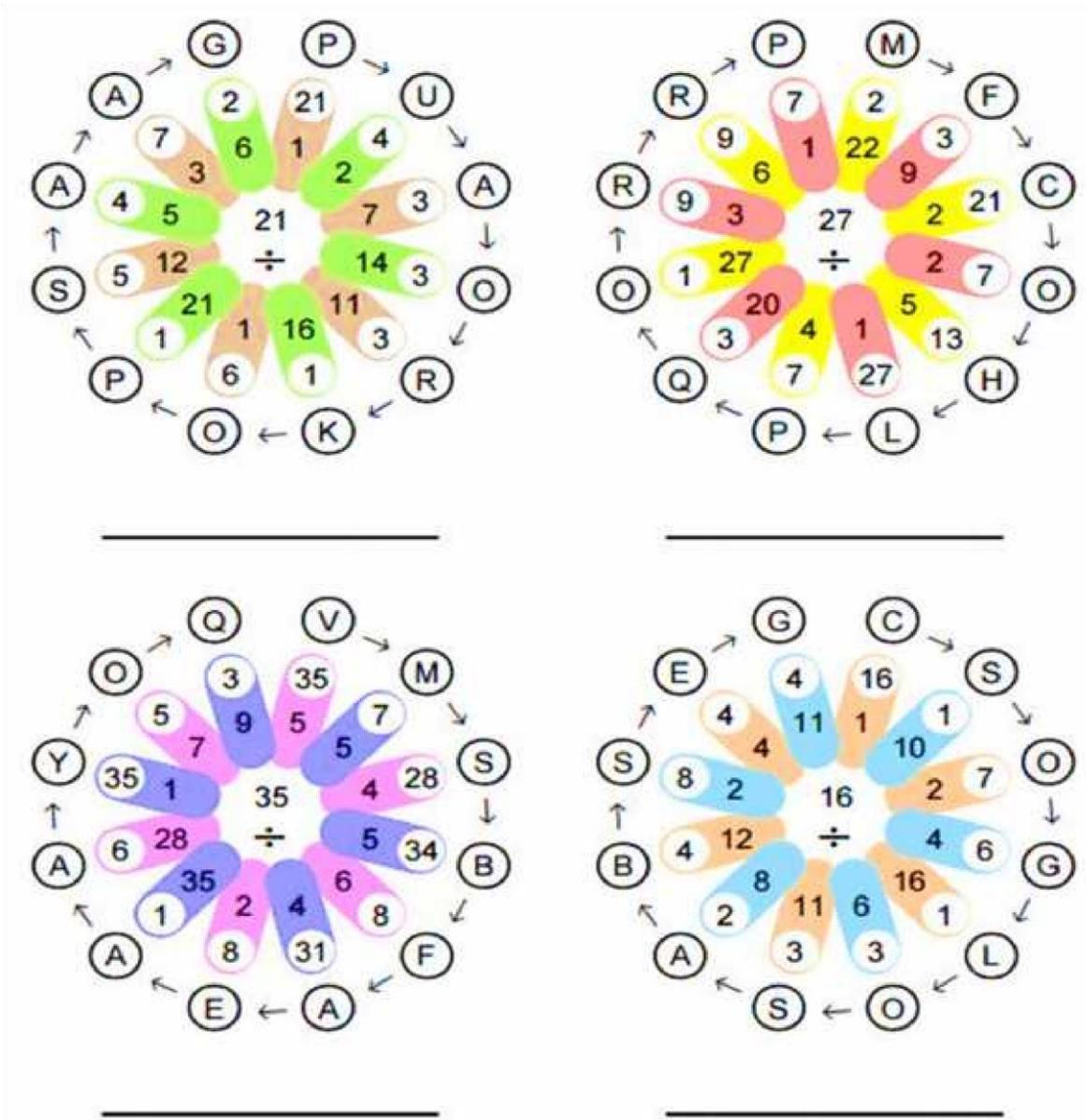
OBJETIVO: Aplicar el algoritmo de la división.

Para desarrollar el juego se le asignará un número a cada estudiante con el lanzamiento de un dado virtual. Quien tenga el menor número en cada pareja ubicará la ficha en la casilla de salida y pasará a proyectar su pantalla, para visualizar el lanzamiento del dado online (<https://appsorteos.com/es/apps/tirar-dado-online>) que indicará las casillas que debe

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

avanzar y responder lo que especifica la casilla en un tiempo de 30 segundos y su compañero debe estar atento a las jugadas que se realicen y verificar si las respuestas son acertadas; si responde bien avanza a la casilla siguiente o lo que diga la casilla, en caso de no responder correctamente o en el tiempo indicado deberá regresar a la casilla de salida y esperar su turno mientras su otro compañero realiza el juego con las mismas reglas y ganará quien logre llegar primero a la casilla de llegada.

| | | | |
|--|--|---|--|
|  | <p>1 Di un número divisible entre 6 y avanza al 3.</p> | <p>2 Menciona los términos de la división (4) y avanza al 4</p> | <p>3 Encuentra el divisor de esta división $30 \div _ = 6$ y avanza al 5.</p> |
| <p>4 Di tres números divisibles entre 4.</p> | <p>5 De los siguientes números: 89, 49, 35, 16, ¿cuáles son divisibles entre 7?</p> | <p>6 Sí, $350 \div 7 = 50$ ¿Cuál es el producto de $50 * 7$?, avanza al 8.</p> | <p>7 Explica con tus palabras qué es la división.</p> |
| <p>8 Realiza un problema de división con las siguientes cantidades: 49 y 7.</p> | <p>9 Encuentra el dividendo de esta división: $_ \div 7 = 6$.</p> | <p>10 Por último, realiza la siguiente división: $63 \div 9 = _$.</p> |  |



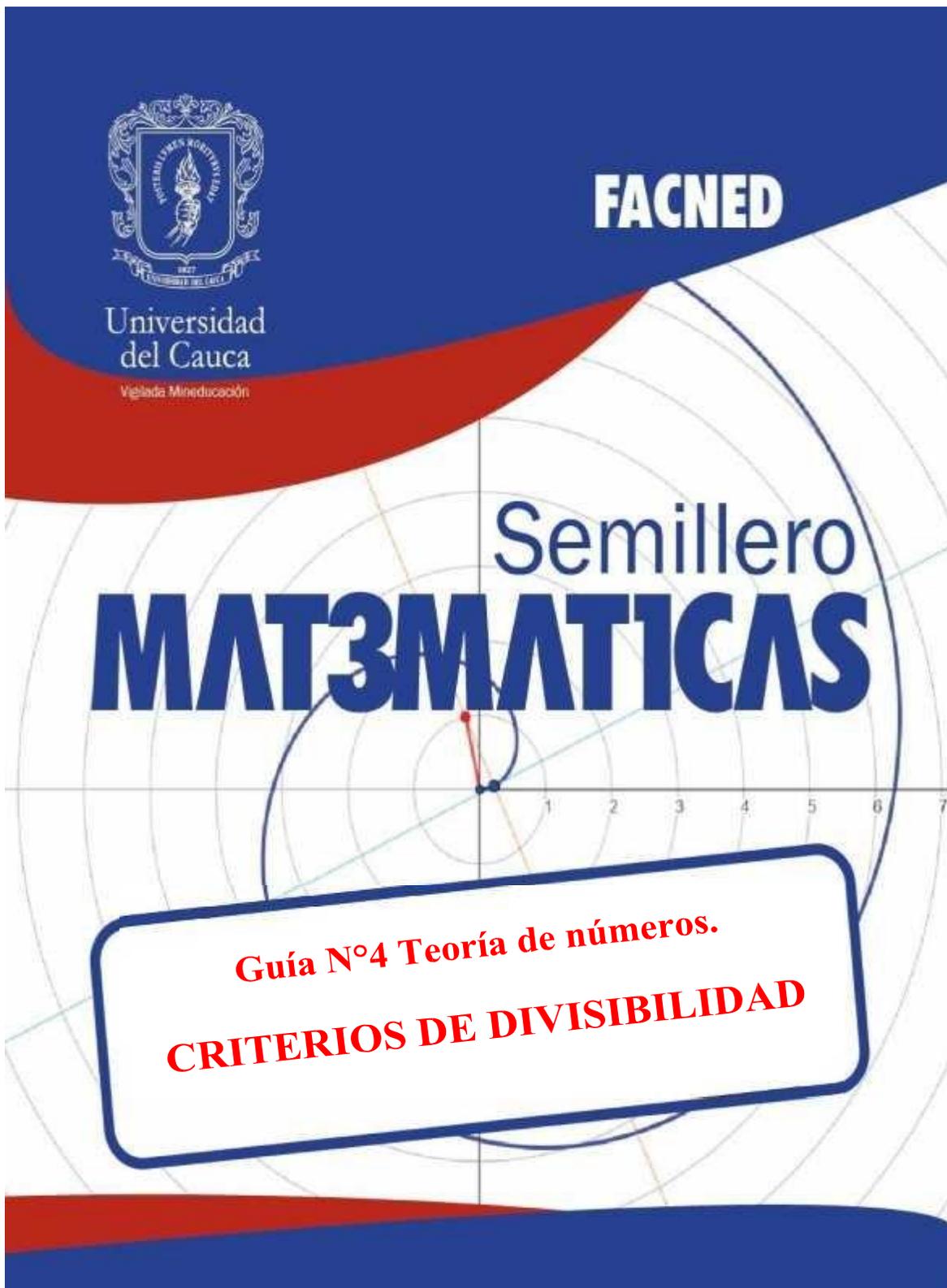
Lista de problemas para actividad Cazando mariposas (actividad en parejas)

1. Un grupo de personas correrá 782 km en 22 etapas iguales. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en cada etapa?
2. Un camión transporta 2.160 refrescos en cajas de 24 refrescos cada una. ¿Cuántas cajas lleva el camión?
3. En un videojuego, Marta ha conseguido 14.450 puntos capturando 17 manzanas iguales. ¿Cuántos puntos vale cada manzana?

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

4. En un videojuego, Marta ha conseguido 36.450 puntos capturando 11 monedas de oro. ¿Cuántos puntos vale cada moneda de oro?
5. Un camión transporta 4.860 refrescos en cajas de 12 refrescos cada una. ¿Cuántas cajas lleva el camión?
6. En la estantería del salón de mi casa hay 1280 libros en total colocados en 10 estantes. Sabiendo que cada estantería tiene el mismo número de libros, calcula ¿cuántos libros hay en cada estantería?
7. Una caja de peras pesa 2.136 gramos, si en la caja hay 20 peras del mismo tamaño, ¿cuánto pesa cada una?
8. La abuelita dejó una herencia de \$4.584.568 para repartir entre sus 14 hijos. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada hijo?
9. María tiene un encargo de 123.567 girasoles para 14 floristerías. ¿Cuántos girasoles le corresponden a cada una?
10. En una panadería se sacaron 234.674 panes frescos para repartir entre las 22 tiendas cercanas. ¿Cuántos panes le corresponde a cada una de ellas?
11. En Colombia se producen 5.268.547 lápices al día. Si se reparten entre los 32 departamentos, ¿Cuántos lápices quedarán en cada departamento?
12. En una fiesta se prepararon 123.854 perros calientes. Si los repartieron entre 50 familias. ¿Cuántos perros calientes le toca a cada una?
13. En el día de los niños, los niños de la escuela recogieron 123.678 dulces. ¿Si los repartimos entre 50 niños del barrio cuántos dulces tendría cada uno?
14. En el día de los niños, los niños de la escuela recogieron 123.678 dulces. ¿Si los repartimos entre 50 niños del barrio cuántos dulces tendría cada uno?
15. El tío Roberto se ganó una lotería de \$4'698.674 y quiere repartirlos entre sus 2 hermanos. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada uno?
16. Existen 5'365.985 animales en todo Colombia, si los repartimos en 5 departamentos. ¿Cuántos animales quedarían en cada departamento?
17. Camilo debe empacar 134.859 libros en 21 cajas con igual número de libros ¿Cuántos libros habrá en cada caja?
18. Una empresa debe repartir 345.764 cartas a 15 oficinas ¿cuántas cartas le tiene que dar a cada uno?
19. En la escuela compraron 154.678 canicas para los 35 grupos. ¿Cuántas canicas le corresponde a cada grupo?
20. Fernando vende 6 linternas de camping por 212,40 euros, y gana por cada una de ellas 11,30 euros. ¿Cuánto le costó a Fernando cada linterna de camping?
21. Ulises compra 1695 litros de aceite y los envasa en botellas de 1,25 litros para vender. Si cobra 1,75 euros la botella ¿cuánto dinero recaudará Ulises?
22. Al dividir la edad de la abuela de Elba por 15 le da 5. Si Rosa tiene un tercio de los años que tiene su abuela. ¿Cuántos años tiene Elba?

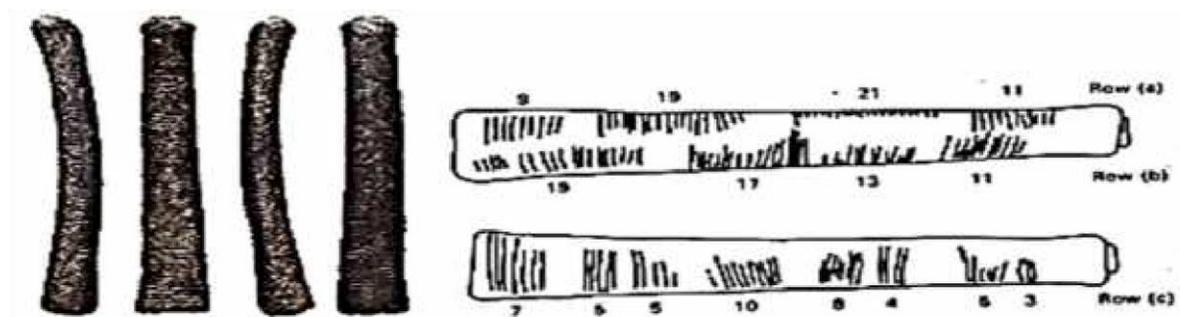
8.4. Guía 4: Criterios de Divisibilidad



¿Sabías Qué? ¹⁵

Las civilizaciones antiguas fueron las primeras en producir significativos descubrimientos y aportes en el estudio de los números naturales y enteros. El primer indicio acerca de la divisibilidad se dio en la prehistoria, pues en

1960 el geólogo y explorador belga Jean de Heinzelin halló el hueso de Ishango cerca de la fuente del río Nilo, lo que actualmente se conoce como la república democrática del Congo, este era el hueso de un babuino que data aproximadamente del año 35.000 a.C. el cual mostraba una serie de marcas de algunos números entre los cuales hay cuatro números primos aislados, lo que, al parecer, indicaba que conocían propiedades de algunos números; luego de ser examinado este hueso se llegó a la conclusión que representa un calendario lunar de la mujer de la edad de piedra.



Imágenes tomadas de Martín (2011).

En la fila b, se ven los cuatro números primos mencionados.

Los antiguos egipcios empezaron a utilizar conceptos de divisibilidad como producto de la necesidad del pago de impuestos en función del área de los terrenos que poseían. En el famoso papiro egipcio de Rhind y en el papiro de Moscú se dejaron evidencias acerca de la divisibilidad pues estos dan solución a los problemas de medida.

Al igual que los egipcios, los babilonios tenían un sistema decimal y otro sexagesimal, pues este sistema facilitaba la subdivisión exacta, pues 60 es divisible por 2, 3, 6, 12, 15, 20 y 30. La matemática mesopotámica fue mucho más avanzada que la egipcia, pues eran

¹⁵ Historia tomada de: Osorio Guerrero, Karen et al. (2014). En *criterios de divisibilidad en diferentes bases*, Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica nacional.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

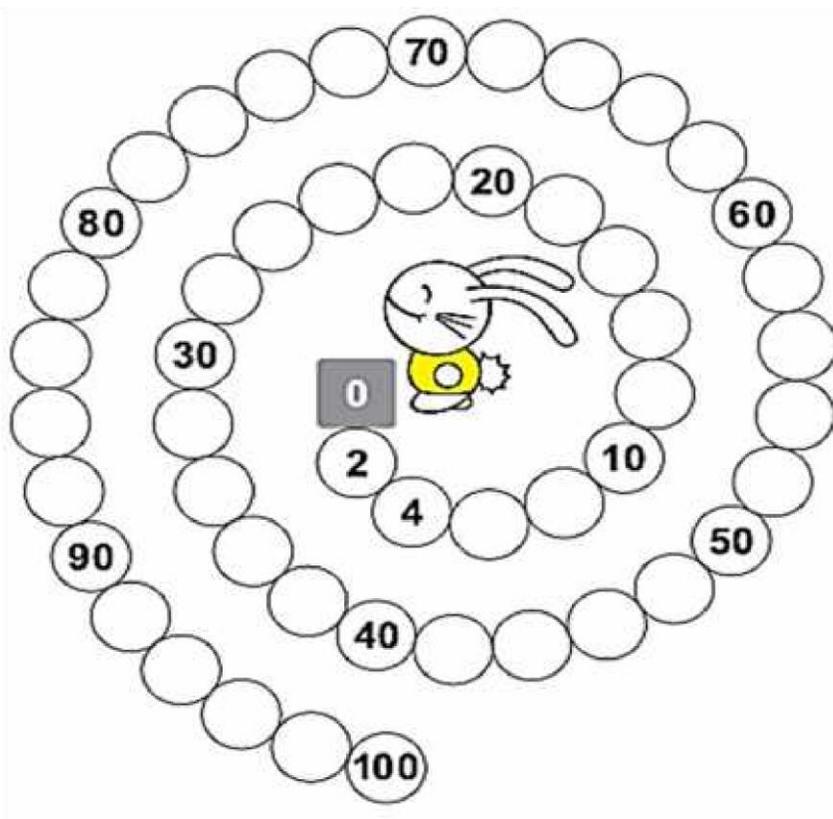
mucho más prácticos. Esto nos muestra como las civilizaciones antiguas buscaban la manera de simplificar cálculos utilizando números que fueran múltiplos de otros.

Actividad 1

OBJETIVO: Reconocer los criterios de Divisibilidad

1.1 Criterio de divisibilidad del 2

Teniendo en cuenta las sucesiones, llenar los círculos con los términos correspondientes a la sucesión:



Responde:

1. ¿Qué observa en común en todos los números de la secuencia?
2. ¿Qué característica tiene el último dígito de los términos de la secuencia?

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

3. Seleccione 10 números de la secuencia y divídalos entre dos.
4. Según el residuo de la división y teniendo en cuenta el algoritmo de la división que relación encuentra entre: el número seleccionado y el 2.

1.2 Criterio de divisibilidad del 3

Complete la tabla de la sucesión, donde el término general está dado por: $a_n = 3$

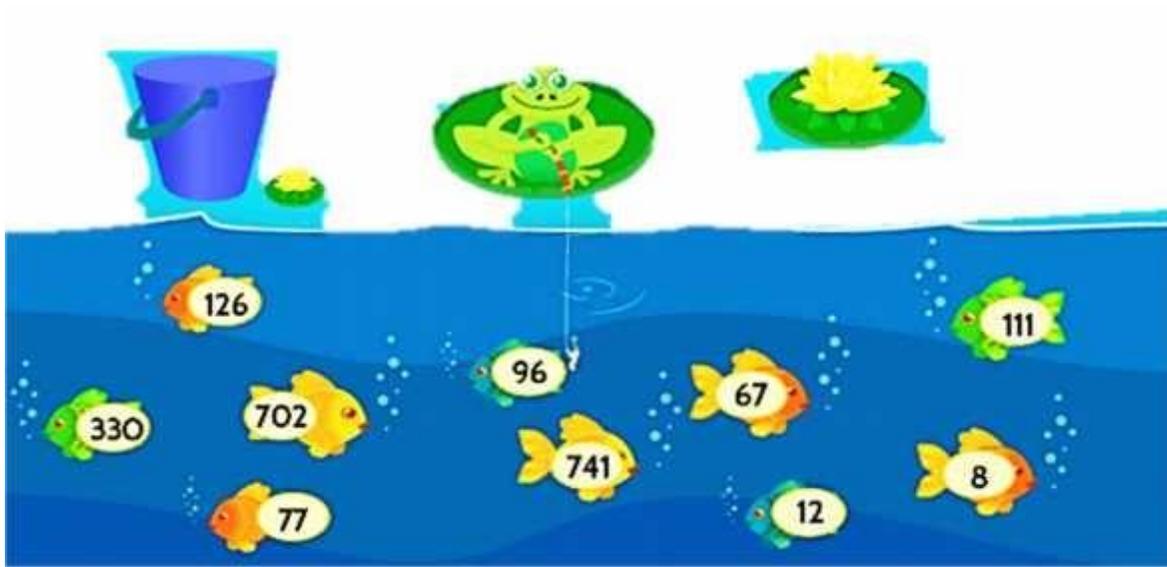
| | | | | | | | | | | | | | | | |
|-------------------------------------|---|--|--|--|---|--|----|--|--|--|--|--|----|--|----|
| Posición del término. | 1 | | | | | | | | | | | | 14 | | |
| Número del término | 3 | | | | | | 27 | | | | | | | | 48 |
| Suma de los dígitos de cada término | 3 | | | | 9 | | | | | | | | 6 | | |

Observación: en caso que el resultado de la suma sea un número de dos dígitos estos se sumarán de nuevo.

Según los datos de la tabla anterior responder:

1. ¿Qué propiedad identifica entre: los números de la suma y el número 3?
2. ¿Qué relación existe entre los números de la sucesión y el 3, teniendo en cuenta el residuo que deja al dividirlos entre 3?

Ayuda a la rana a pescar únicamente los peces que tengan números divisibles por 3, coloreándolos de rojo.



Responde:

¿Será que los números coloreados al ser divisibles por 3, se verifica la misma propiedad de los números de la sucesión? Explique.

1.3 Criterio de divisibilidad del 4

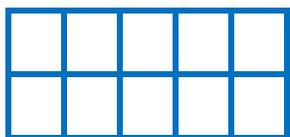
1. Enliste una sucesión de **4 en 4** con 10 términos, donde el **primer término sea 4**.
2. ¿Qué relación tienen los números de la sucesión con la tabla de multiplicar del 4?
3. Encuentre y coloree las casillas de los números que son **divisibles entre 4** en la siguiente tabla:

| | | | |
|------|------|-------|-------|
| 2136 | 8741 | 9208 | 76800 |
| 9074 | 5329 | 6716 | 753 |
| 432 | 8400 | 25438 | 312 |
| 5704 | 1023 | 1320 | 3861 |

4. Relacione los **dos últimos dígitos** de los números encontrados con los **términos de la sucesión**.
5. Escriba tres números de 5 cifras en donde las **unidades y decenas sean 0** y divídalos entre **4**.

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática



6. Teniendo en cuenta las divisiones anteriores y su **residuo**, ¿Qué relación existe entre los tres números y el **4**?

1.4 Criterio de divisibilidad del 5

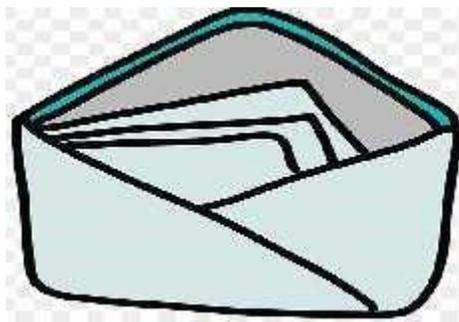
Observa los siguientes números, los cuales son divisibles por 5, propone 5 números más y luego responde:

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|---|----|--|--|--|--|--|
| 65 | 20 | 35 | 5 | 40 | | | | | |
|----|----|----|---|----|--|--|--|--|--|

1. ¿Qué tienen en común los números divisibles por 5?
2. ¿Cómo es posible determinar si un número es divisible entre 5?

1.5 Criterio de Divisibilidad del 10

En parejas escoger del sobre los números que son divisibles entre 10 y **respondan**:



1. ¿Cuáles son los números divisibles de **10**?
2. ¿Qué observa de la unidad del número divisible entre **10**?

1.6 Criterio de divisibilidad del 11

1. Enlisten los primeros 10 múltiplos de **11**.

| Primeros 10 múltiplos de 11 | | | | | | | | | |
|-----------------------------|--|--|--|----|--|--|--|--|--|
| 0 | | | | 44 | | | | | |

2. Obtengan 5 números de tres cifras con el lanzamiento de los dados online (<https://app-sorteos.com/es/apps/tirar-dado-online>) y multiplíquelos por **11**, como se muestra en el ejemplo:



| | | | | |
|---|---|---|------|--------|
| 5 | 4 | 3 | X 11 | = 5973 |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

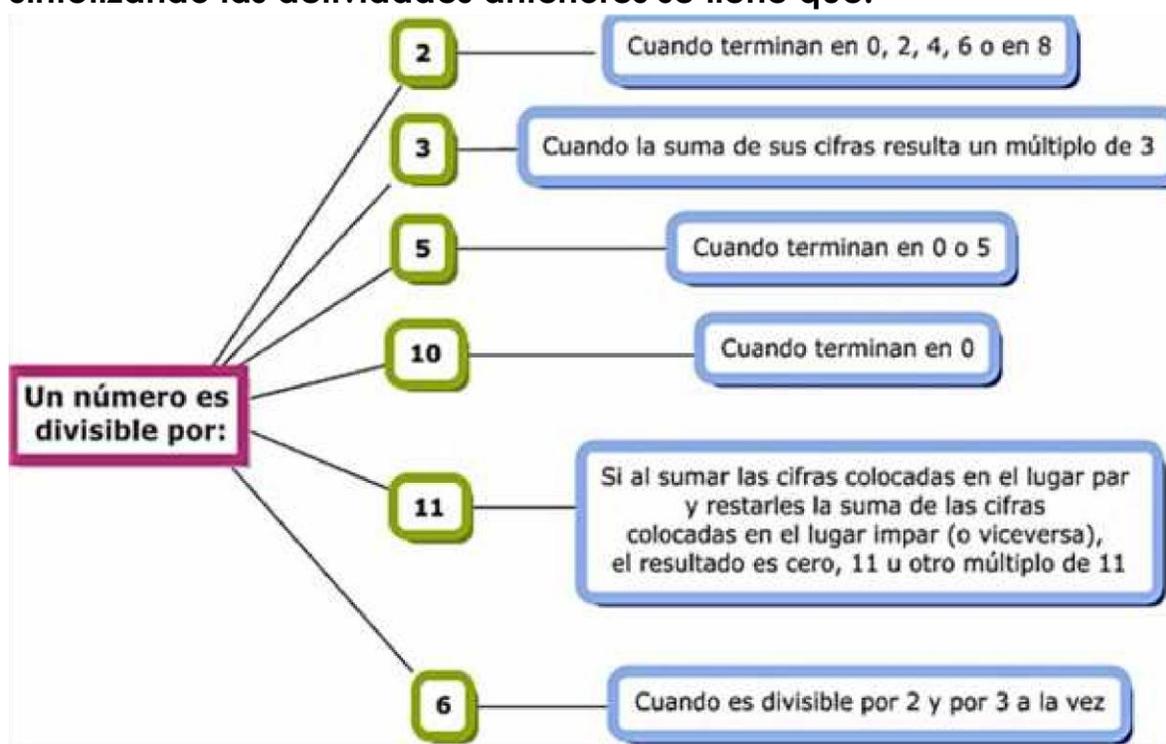
3. Con ayuda del algoritmo de la división, identifiquen el residuo de los productos al dividirlos entre **11**.
4. Según el residuo que identificaron ¿Qué relación hay entre cada uno de los productos y el número **11**?
5. Para cada producto obtenido, hagan lo siguiente:
- sume los números en posiciones pares.
 - Sume los números en posiciones impares.
 - Reste los resultados obtenidos en la suma
 - ¿Qué relación observa con los números enlistados?

Actividad de resumen:

En parejas, responder basados en las actividades anteriores:

1. ¿Piensan que todo número **terminado en un número par** o **cero** es divisible entre **2**?
2. Si dado un número y al sumar sus cifras resulta ser múltiplo de **3**, ¿es posible afirmar que ese número es divisible entre **3**?
3. Si tienen un número de tres o más cifras, donde la unidad y la decena son: 00 o múltiplo de 4, ¿Qué pueden concluir de ese número?
4. ¿Cómo pueden identificar que un número es divisible entre **11**?

Sintetizando las actividades anteriores se tiene que:



ACTIVIDAD LÚDICA El Gato Con Ficha Parqués

OBJETIVO: Reconocer y comprender los diferentes criterios de divisibilidad.

En parejas se realizará el juego que se encuentra en la imagen. Esta actividad consiste en que cada jugador haga los lanzamientos de dos dados online (<https://app-sorteos.com/es/apps/tirar-dado-online>) compartiendo pantalla con su compañero para

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

que pueda visualizar su lanzamiento, de tal manera que el primer jugador que saque par (igual puntaje en los dos dados) iniciará la partida, es decir ubica su ficha de parques en el tablero y responderá lo que se le pida en la casilla, si responde bien avanzará con su ficha de casilla de lo contrario iniciará el otro jugador respondiendo lo indicado. Tener presente de anotar las respuestas de ambos jugadores e ir ubicando la casilla donde se encuentra el contrincante y ganará quién consiga más llegadas.

Nota: Los estudiantes no deberán repetir las respuestas.

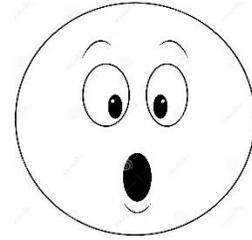


8.5. Guía 5: Números primos y Compuestos



¿Sabías que...

al usar WhatsApp, Facebook, email, al realizar compras por internet, entre otras operaciones en línea estas usando los números primos?



Pues sí, los números primos juegan un papel importantísimo en la seguridad de internet ya que el sistema criptográfico RSA se basa en la factorización única de números primos, esta factorización permite la encriptación y desencriptación de códigos enviados por internet.

ACTIVIDAD 1

Alicia quiere mandar un mensaje a Benito a través de un canal no seguro. Para ello, deciden acordar que el algoritmo criptográfico a utilizar será RSA. Alicia elige la siguiente pareja de números primos: $p=3$, $q=7$. Una vez que el algoritmo empieza a ejecutarse genera $e=5$.

- Comprobar si el número e que ha generado el algoritmo cumple todas las condiciones propuestas por Rivest, Shamir y Adleman.
- Calcular la inversa necesaria para poder descifrar el mensaje enviado por Alicia.
- Anota la clave pública de cifrado y la clave privada para que Benito pueda descifrar el criptograma enviado por Alicia.



La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- d) Alicia quiere mandar el texto plano $M=9$ a Benito. ¿Cuál será el criptograma generado por Alicia al emplear RSA con los datos anteriores?
- e) Benito recibe por correo electrónico el criptograma C enviado por Alicia. Descifra el criptograma para ver si el texto cifrado se corresponde con el texto en claro encriptado por Alicia con ayuda de RSA.2.



ACTIVIDAD 2

Con los siguientes datos, generar las claves de cifrado y descifrado para RSA: $p=17$, $q=43$, $e=101$.

| | | | | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| Ñ | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z | |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | | |

Calcula:

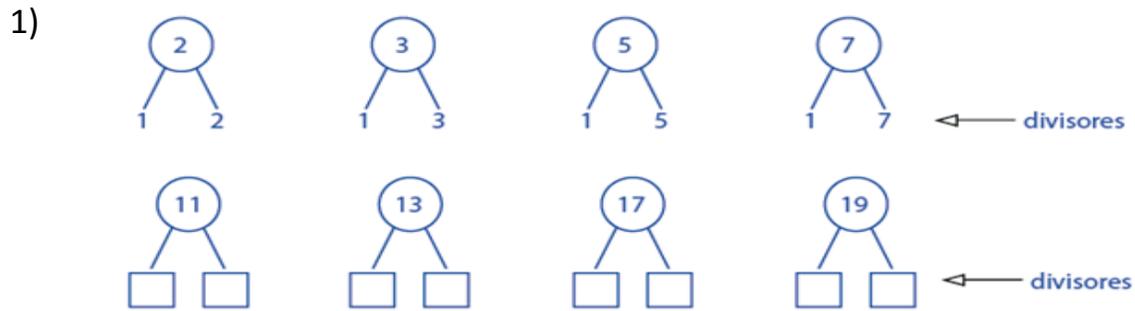
- a) Clave pública y clave privada.
- b) Si Bernardo quiere enviar el mensaje **SI** a Alicia empleando el alfabeto de la Figura 1, ¿cuál será el criptograma generado por RSA y enviado a Alicia?



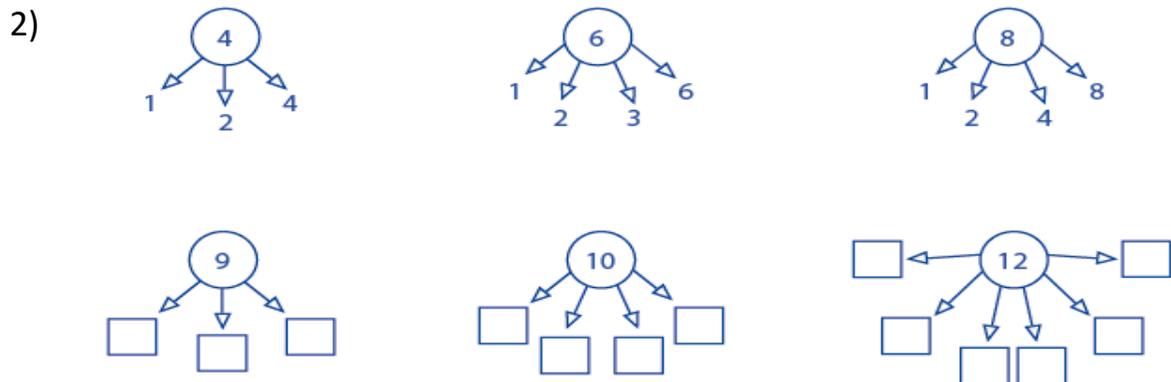
| NÚMEROS PRIMOS | NÚMEROS COMPUESTOS |
|---|---|
| se llama número primo a todo número que tiene como únicos divisores al número uno y el mismo. | Se llama número compuesto a todo número que tiene más de dos divisores. |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Ejercicio: sigue la instrucción, completa y clasifica si es compuesto o primo.



Primo _____ compuesto _____



RECUERDA LOS CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD...

Un número es divisible por:

- 2** cuando termina en 0, 2, 4, 6 en 8.
- 3** cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- 5** cuando terminan en 0 o 5
- 6** cuando es divisible por 2 y por 3 a la vez.
- 10** cuando terminan en 0
- 11** si al sumar las cifras ubicadas en el lugar par y restarles la suma de las cifras ubicadas en el lugar impar el resultado es 0, 11 o un múltiplo de 11.

Primo _____ Compuesto _____

Números primos con la criba de Eratóstenes



Un número natural se considera primo si tiene solo dos divisores distintos: el 1 y el propio número. La criba de Eratóstenes permite encontrar rápidamente todos los primos hasta un cierto número. Se basa en eliminar de la lista de números todos los que sean compuestos. Una vez acabado el proceso, los números que queden sin descartar serán primos.

ACTIVIDAD 3

Vamos a hallar los números primos hasta el 100:

- I. Lo primero es colocar los números en una tabla como se muestra en el ejemplo. El número 1 no aparece porque no se considera primo, al no cumplir con el requisito de tener dos divisores distintos.

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70 |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

- II. Empezamos seleccionando el número 2, que es el primer número primo. A continuación, vamos contando de 2 en 2 y tachando 4,6,8,10, etc. Es decir, eliminamos los múltiplos de 2.

| | | | | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| | 2 | 3 | ● | 5 | ● | 7 | ● | 9 | ● |
| 11 | ● | 13 | ● | 15 | ● | 17 | ● | 19 | ● |
| 21 | ● | 23 | ● | 25 | ● | 27 | ● | 29 | ● |
| 31 | ● | 33 | ● | 35 | ● | 37 | ● | 39 | ● |
| 41 | ● | 43 | ● | 45 | ● | 47 | ● | 49 | ● |
| 51 | ● | 53 | ● | 55 | ● | 57 | ● | 59 | ● |
| 61 | ● | 63 | ● | 65 | ● | 67 | ● | 69 | ● |
| 71 | ● | 73 | ● | 75 | ● | 77 | ● | 79 | ● |
| 81 | ● | 83 | ● | 85 | ● | 87 | ● | 89 | ● |
| 91 | ● | 93 | ● | 95 | ● | 97 | ● | 99 | ● |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

III. Seleccionamos el siguiente número primo, el 3. Contamos de 3 en 3, (6,9,12,15...) y vamos tachando los números que no estén ya tachados. Es decir, iremos eliminando los múltiplos de 3 que queden por tachar.

| | | | | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| | 2 | 3 | • | 5 | • | 7 | • | 9 | • |
| 11 | • | 13 | • | 15 | • | 17 | • | 19 | • |
| 21 | • | 23 | • | 25 | • | 27 | • | 29 | • |
| 31 | • | 33 | • | 35 | • | 37 | • | 39 | • |
| 41 | • | 43 | • | 45 | • | 47 | • | 49 | • |
| 51 | • | 53 | • | 55 | • | 57 | • | 59 | • |
| 61 | • | 63 | • | 65 | • | 67 | • | 69 | • |
| 71 | • | 73 | • | 75 | • | 77 | • | 79 | • |
| 81 | • | 83 | • | 85 | • | 87 | • | 89 | • |
| 91 | • | 93 | • | 95 | • | 97 | • | 99 | • |

IV. El siguiente número primo sería el 5. Contaremos de 5 en 5, (los múltiplos de 5) e iremos tachando.

| | | | | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| | 2 | 3 | • | 5 | • | 7 | • | 9 | • |
| 11 | • | 13 | • | 15 | • | 17 | • | 19 | • |
| 21 | • | 23 | • | 25 | • | 27 | • | 29 | • |
| 31 | • | 33 | • | 35 | • | 37 | • | 39 | • |
| 41 | • | 43 | • | 45 | • | 47 | • | 49 | • |
| 51 | • | 53 | • | 55 | • | 57 | • | 59 | • |
| 61 | • | 63 | • | 65 | • | 67 | • | 69 | • |
| 71 | • | 73 | • | 75 | • | 77 | • | 79 | • |
| 81 | • | 83 | • | 85 | • | 87 | • | 89 | • |
| 91 | • | 93 | • | 95 | • | 97 | • | 99 | • |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- V. Ahora hacemos lo mismo con el 7. Contamos de 7 en 7 (múltiplos de 7) y tachamos.

| | | | | | | | | | |
|----|---|----|---|----|---|----|---|----|---|
| | 2 | 3 | • | 5 | • | 7 | • | 9 | • |
| 11 | • | 13 | • | 15 | • | 17 | • | 19 | • |
| 21 | • | 23 | • | 25 | • | 27 | • | 29 | • |
| 31 | • | 33 | • | 35 | • | 37 | • | 39 | • |
| 41 | • | 43 | • | 45 | • | 47 | • | 49 | • |
| 51 | • | 53 | • | 55 | • | 57 | • | 59 | • |
| 61 | • | 63 | • | 65 | • | 67 | • | 69 | • |
| 71 | • | 73 | • | 75 | • | 77 | • | 79 | • |
| 81 | • | 83 | • | 85 | • | 87 | • | 89 | • |
| 91 | • | 93 | • | 95 | • | 97 | • | 99 | • |

Ya hemos terminado la criba, todos los números que quedan son primos. Veamos por qué: el siguiente número sería el 11, si tratásemos de eliminar todos sus múltiplos veríamos que ya están todos tachados (22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 y 99) porque también son múltiplos de otros primos más pequeños que 11:

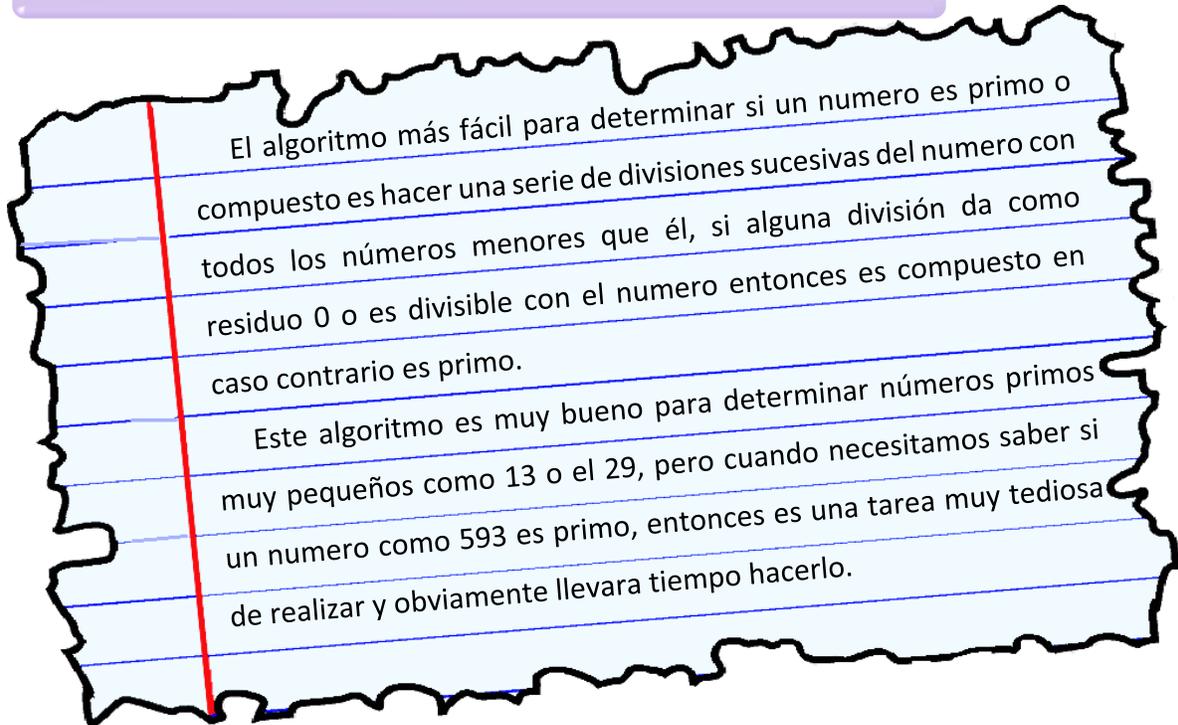
- $22 = 2 \times 11$
- $33 = 3 \times 11$
- $44 = 2 \times 22$
- $55 = 5 \times 11$
- $66 = 2 \times 33$
- $77 = 7 \times 11$
- $88 = 2 \times 44$
- $99 = 3 \times 33$

Esto ocurrirá siempre que el cuadrado del número que queramos investigar sea mayor que el último número de la lista. En este caso 112 es 121, que es mayor que 100. Por ejemplo, si el último número fuera el 500 el proceso acabaría cuando llegáramos al 23 porque 232 es 529 y por tanto mayor que 500.

Así que, los números primos del 1 al 100 serán:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

ALGORITMO PARA DETERMINAR SI UN NUMERO ES PRIMO



ALGORITMO PARA DETERMINAR UN NUMERO TAN GRANDE COMO EL 569

Pasos

1. Verificar si es divisible entre 2, 3 y 5. Si es divisible entonces es compuesto.
2. hallar la raíz cuadrada del número, si la raíz es exacta entonces el número es compuesto.
3. Si la raíz es inexacta, entonces se prueba si es divisible con todos los números primos menores que la raíz obtenida, excepto 2, 3 y 5.
4. Verificar si es divisible con algún número primo entonces es compuesto, en caso contrario es primo.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{457} & 21 \\ \hline 4 & 2 \times 2 = 4 \\ \hline & 57 \\ & 5 : 4 = 1 \\ & 41 \\ & 41 \times 1 = 41 \\ \hline & 16 \\ & 27 \times 7 = 189 \end{array}$$

Verificar si 457 es un número primo.

1. Haciendo uso de los criterios de divisibilidad notamos que 457 no es divisible entre 2, 3 y 5
2. La raíz cuadrada de 457 es 21, con residuo 16

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

3. Se verifica si es divisible con todos los números primos menores que 21.

Los números primos menores que 21 son: 7,11,13,17,19

con 7, no es divisible.

con 11, no es divisible.

con 13, no es divisible.

con 17, no es divisible.

con 19, no es divisible.

Como no es divisible con 7,11,13,17 y 19 entonces 457 es un número primo.

EJERCICIO: teniendo en cuenta lo anterior verifica si los siguientes números son primos:

| 587 | 271 |
|-----|-----|
| | |

¿Qué es factorizar un número?



Factorizar es escribir un número como la multiplicación de otros números.

Por ejemplo, factorizamos el número 12.

$$12 = 3 \times 4 \quad 12 = 2 \times 6 \quad 12 = 1 \times 12$$

EJERCICIO: Factoriza el número 56 en tres formas distintas



¿Qué es factorizar en números primos?

¡exacto! factorizar en números primos es escribir cualquier número como la multiplicación de números primos

EJERCICIO: Observar y responder

Factorización del número 36

$$36 \div 2 = 18$$

$$18 \div 2 = 9$$

$$9 \div 3 = 3$$

$$3 \div 3 = 1$$

1. Escribir los pasos de la factorización y explicar cuál es el proceso
2. Escribir como queda escrito el número 36 en factores primos
3. Observar y escribir los factores con sus respectivas potencias

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

ACTIVIDAD 4

Ahora ya estamos listos para empezar a descomponer un número en factores primos. Vamos a factorizar el número 20196.

Paso 1

| | | |
|--------------|--|--|
| 20196 | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |
| | | |

Escribimos el número que queremos factorizar seguido de una línea vertical

Paso 2

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Buscamos el menor número primo divisor de 20196. En nuestro ejemplo sería el 2

Paso 3

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

A continuación, hacemos la división de 20196 entre 2 y el resultado lo escribimos debajo del 20196

Paso 4

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Repetimos el proceso. Buscamos el menor número primo divisor, en este caso de 10098

Paso 5

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | |
| | |
| | |
| | |
| | |

Efectuamos la división 10098 entre 2 y obtenemos el número 5049

Paso 6

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| | |
| | |
| | |
| | |

Buscamos menor número primo que divida a 5049 y encontramos que es el 3.

Paso 7

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| 1683 | |
| | |
| | |
| | |

Efectuamos la división de 5049 entre 3 y obtenemos al 1683

Paso 8

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| 1683 | 3 |
| 561 | |
| | |
| | |

Buscamos el menor primo que divida a 1683, que en nuestro caso es 3 y efectuamos la división obteniendo el número 561.

Paso 9

| | |
|--------------|----------|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| 1683 | 3 |
| 561 | 3 |
| 187 | |
| | |
| | |

Buscamos el menor primo que divida a 561 que en nuestro caso es 3 y efectuamos la división obteniendo el número 187.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Paso 10

Paso 10

| | |
|-------|----|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| 1683 | 3 |
| 561 | 3 |
| 187 | 11 |
| 17 | |
| | |

Buscamos el menor primo que divida a 187 que en nuestro caso es 11 y efectuamos la división obteniendo como resultado el número 17

Paso 11

| | |
|-------|----|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| 1683 | 3 |
| 561 | 3 |
| 187 | 11 |
| 17 | 17 |
| 1 | |

Buscamos el menor primo que divida a 17 que en este caso es 17 y efectuamos la división, donde 17 dividido 17 nos da 1

Paso 12

| | |
|-------|----|
| 20196 | 2 |
| 10098 | 2 |
| 5049 | 3 |
| 1683 | 3 |
| 561 | 3 |
| 187 | 11 |
| 17 | 17 |
| 1 | |

El proceso finaliza cuando se llega al 1. Se queda con los números de la columna izquierda, y esos serán los factores primos que descomponen a 20196.

La expresión del número 20196 como multiplicación de factores primos:

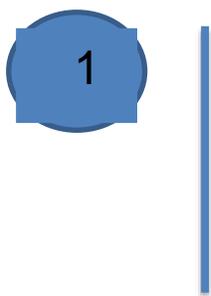
$$20196 = 2^2 \times 3^3 \times 11 \times 17$$

TEN ENCUENTA QUE

Siguiendo en orden estos pasos conseguimos descomponer un número en factores primos, independientemente de lo grande que sea el número.

Todos los números compuestos se pueden expresar como multiplicación de factores primos y esa descomposición es única para cada número. Igual que cada persona tiene su número de identidad único en el mundo, pasa lo mismo con los números y su descomposición factorial en primos.

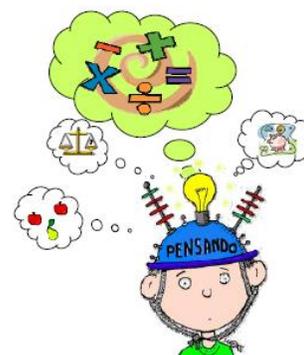
EJERCICIO: Vamos a descomponer en factores primos los siguientes números:



Actividad 1

Halle los divisores de los siguientes números y después complete la tabla.

- Divisores de 2 = {1, 2}
- Divisores de 6 = {
- Divisores de 7 = {
- Divisores de 8 = {
- Divisores de 9 = {
- Divisores de 10 = {
- Divisores de 13 = {
- Divisores de 17 = {



| | 2 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 13 | 17 |
|------------------|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Numero primo | | | | | | | | |
| Numero compuesto | | | | | | | | |

RESPONDE:

- ¿Tuviste alguna dificultad para encontrar los divisores de los números propuestos? Si tu respuesta es sí, menciona en cual o cuales.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

- ¿Cuántos números primos encontraste en esta actividad y cuantos números compuestos?

ACTIVIDAD 5

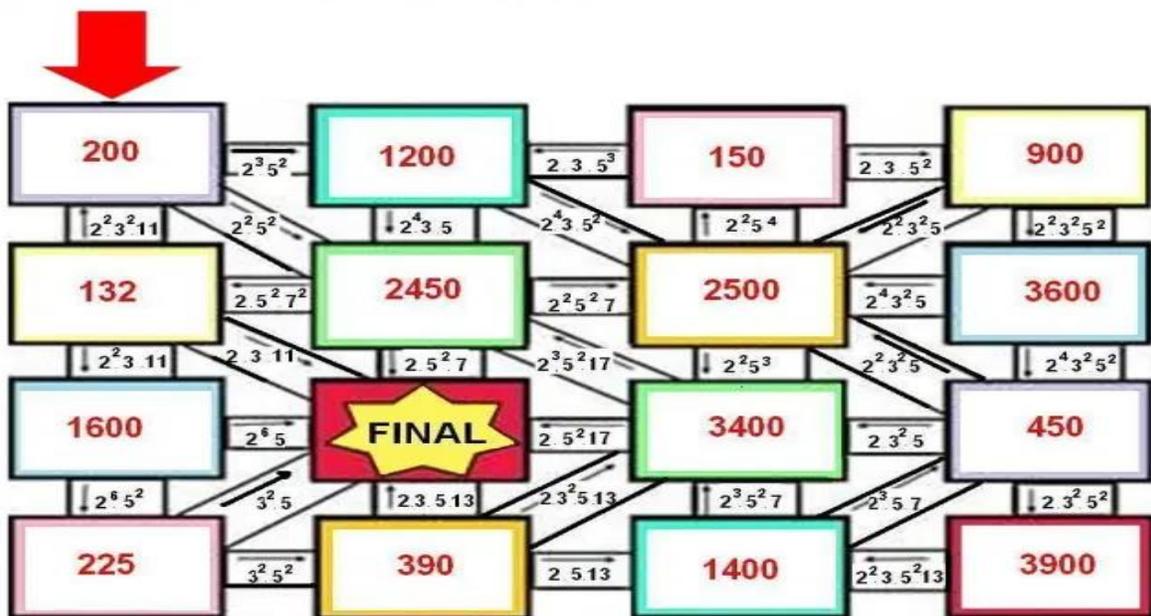
Este ejercicio consiste en que los alumnos y alumnas deben encontrar el camino, en el laberinto que permite enlazar la casilla de entrada con el **FINAL**. Para circular en el laberinto se debe pasar de un número a otro a través de los pasillos que contienen la factorización en factores primos del número inicial.

Empezando por la casilla señalada con una flecha, recorre este laberinto hasta llegar al **FINAL**, utilizando cada vez los pasillos entre los números, que contienen la factorización del número. Por ejemplo, si estamos situados en el número **3600** se deberá coger el pasillo que contiene **24.32.52** pues:

$$3600 = 24 \cdot 32 \cdot 52$$

RESPONDE:

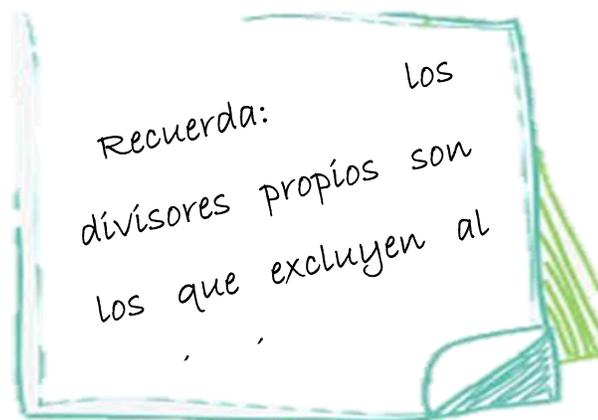
- ¿Cuántas casillas recorriste (incluyendo la primera casilla) para llegar al final?
- ¿Cuál es la factorización en factores primos del número 2500?



NUMEROS AMIGOS



Dos números A y B son amigos cuando la suma de los divisores propios de A es igual a B y la suma de los divisores propios de B es igual a A .



Dato curioso:

...Aunque parezca broma, antes se creía que, si una persona tomaba un trozo de pan marcado con el número 220 y otra persona tomara el marcado con el número 284, y lo comían al mismo tiempo y en lugares distintos, acababan siendo amigos. Qué curioso, ¿cierto?...

En la Grecia antigua, los pitagóricos observaron esta relación entre los números 220 y 284 y los llamaron ya entonces números amigos. Para los pitagóricos los números amigos tenían muchas propiedades místicas.

Y en el mundo árabe, los números amigos también han tenido un rol muy importante en la matemática islámica. Alrededor del año 850, Tabit ibn Qurra (826-901) descubrió una fórmula general para la cual se podían hallar números amigos. Así

$$\begin{aligned} p &= 3 \times 2^{n-1} - 1, \\ q &= 3 \times 2^n - 1, \\ r &= 9 \times 2^{2n-1} - 1, \end{aligned}$$

si:

Donde $n > 1$ es entero y p , q , y r son números primos, entonces $2npq$ y $2nr$ son un par de números amigos.

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

EJERCICIO: Escribe los divisores propios y verifica si los números 220 y 284 son amigos pues:

| | |
|--------------------------|--|
| Divisores propios de 220 | |
| Divisores propios de 284 | |
| Suma de divisores de 220 | |
| Suma de divisores de 284 | |

y entonces: ¿220 y 284 son amigos?

Observa esto...

Si un número es amigo de sí mismo (es igual a la suma de sus divisores (es igual a la suma de sus divisores propios), recibe entonces el nombre de *numero perfecto*.

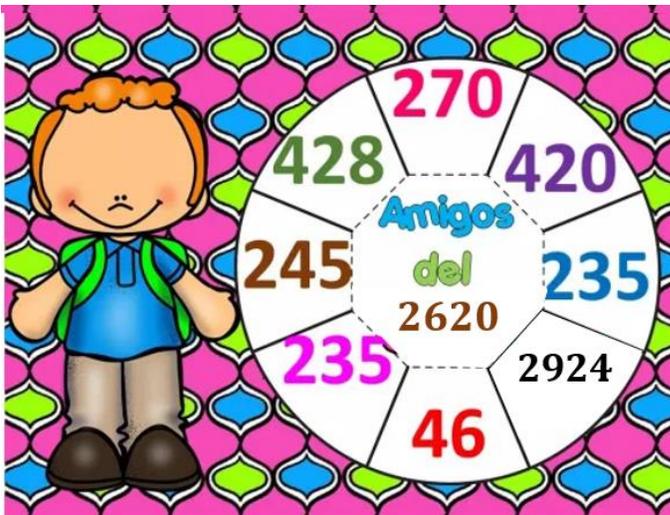
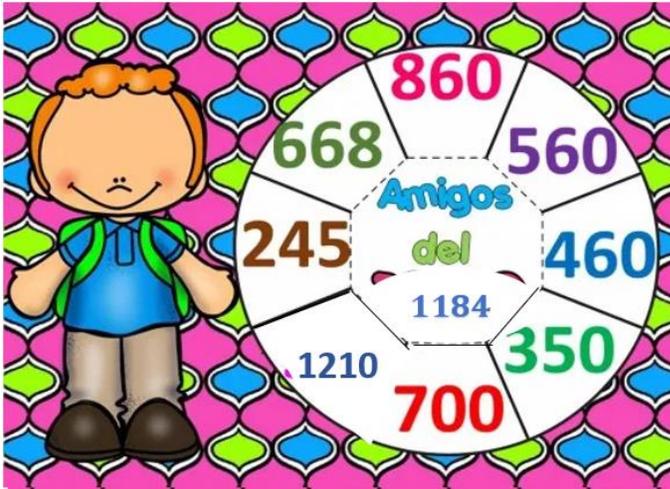
Por ejemplo, el 6, pues sus divisores propios son 1, 2 y 3
De ahí que: $6 = 1 + 2 + 3$

ACTIVIDAD 5

¡NOS AYUDAS!

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

Somos 1184 y 2620 y estamos buscando nuestro número amigo, ayúdanos a encontrarlo coloreando la casilla que contiene nuestro número amigo.



- ¿Cuál es el número amigo de 1184?

- ¿Cuál es el número amigo de 2620?

- Encuentra otros pares de números que cumplan la condición de ser números amigos
_____ y _____
_____ y _____
_____ y _____

8.6. Rubrica evaluativa

| Eje Actitudinal | | | | |
|---------------------|---|---|---|--|
| Compañerismo | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en todas las actividades. | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en la mayoría de actividades. | Aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en pocas actividades. | No aporta en las decisiones tomadas dentro del grupo en las actividades. |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

| | | | | |
|---|---|---|---|--|
| Participación (opinión, pregunta) | Participa activamente en todas las actividades. | Participa en la mayoría de las actividades. | Participa en pocas actividades. | No participa en las actividades. |
| Desarrolla actividades individuales | Desarrolla el 100 % de las actividades propuestas. | Desarrolla más del 70% de las actividades propuestas. | Desarrolla más del 50% de las actividades propuestas. | Desarrolla menos del 50% de las actividades propuestas. |
| Desarrolla actividades grupales | Participa activamente durante el desarrollo de las actividades grupales. | Participa en la mayoría de actividades grupales. | Participa en pocas actividades grupales. | No participa en las actividades grupales. |
| Asistencia | Durante el desarrollo de la guía asiste a todas las sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 70% o más de sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 50% o más de sesiones. | Durante todo el desarrollo de la guía asiste a menos del 50% de sesiones. |
| Puntualidad | Durante el desarrollo de la guía asiste con puntualidad a todas las sesiones. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 70% o más de sesiones con puntualidad. | Durante el desarrollo de la guía asiste al 50% o más de sesiones con puntualidad. | Durante el desarrollo de la guía asiste a menos del 50% de sesiones con puntualidad. |
| Presentación de las actividades solicitadas. | El trabajo se presenta de una manera ordenada, clara y organizada que es fácil de leer. | El trabajo se presenta de una manera ordenada pero la escritura es difícil de leer. | El trabajo presenta poca organización, con escritura difícil de leer. | El trabajo parece descuidado y desorganizado, es difícil saber qué información va junta. |
| Tiene en cuenta las sugerencias del profesor | Cuando el profesor hace la sugerencia, tiene en cuenta la información, creando un | | | Cuando el profesor hace las sugerencias, no las tiene en cuenta, por ende, no |

La matemática recreativa: un camino para fomentar el interés por el aprendizaje de la matemática

| | | | | |
|--|--|--|--|---|
| | nuevo modelo de solución dando evidencia de ello. | | | presenta evidencias de la nueva solución. |
| Responsabilidad compartida. | Asume responsabilidades en todas las actividades grupales. | Asume responsabilidades en la mayoría de las actividades grupales. | Asume responsabilidades en pocas actividades grupales. | No asume responsabilidades en las actividades grupales. |
| Realiza de manera colaborativa las actividades grupales | Realiza todas las actividades colaborativas con responsabilidad. | Realiza la mayoría de actividades colaborativas con responsabilidad. | Realiza pocas actividades colaborativas con responsabilidad. | No realiza actividades colaborativas. |
| Liderazgo | Motiva al grupo con palabras, acciones o decisiones en pro del buen desarrollo de las actividades en todo momento. | | Motiva al grupo con palabras, acciones o decisiones en pro del buen desarrollo de actividades, dependiendo de la actividad | Debe ser motivado con acciones, decisiones o palabras para el buen desarrollo de las actividades. |
| Entusiasmo | Demuestra entusiasmo durante el desarrollo todas las actividades. | | Demuestra entusiasmo durante el desarrollo de algunas actividades. | No demuestra entusiasmo durante el desarrollo de las actividades. |