Refuerzo de los Conceptos de Perímetro, Área y Volumen por Medio de la Resolucióndе Problemas y las Matemáticas Recreativas

Ibania Nataly López Fernández y María Fernanda Almendra Aranda

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación, Universidad del Cauca

Departamento de Matemática, Licenciatura en Matemática

Directora:

Dra. Gabriela Inés Arbeláez Rojas

Trabajo presentado como requisito para optar al título de licenciado en matemáticas

Popayán 2022

Tabla de contenido

Índice de Figuras

Tabla de Anexos

Introducción

El presente documento describe el proyecto de aula focalizado en la enseñanza de las matemáticas, específicamente en el “Refuerzo de los conceptos de perímetro, área y volumen por medio de la resolución de problemas y matemáticas recreativas”, llevado a cabo en la Institución Educativa Misak Mama Manuela. Este proceso se realizó durante los cuatro niveles de la Práctica Pedagógica Investigativa, en la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca.

Cabe destacar que está intervención se desarrolló en una etapa de crisis sanitaria, que trajo consigo repercusiones que se vieron reflejadas en el sistema educativo; la Institución Educativa Misak Mama Manuela es una de las tantas instituciones que se ubica en un sector rural y en respuesta al plan de contingencia solicitado desde el Ministerio de Educación, donde el estudiante debía continuar con su formación en casa, implementó estrategias en las cuales se tuviera en cuenta la realidad de los estudiantes, es decir el no acceso a internet en el resguardo. Así que tomaron este tiempo como una oportunidad para fortalecer ~~esa~~ la educación y los saberes propios, articulándolos con los planes de área.

En este sentido se estableció la temática “El Yatul” (La Huerta), desde la cosmovisión Misak se identifican unos espacios pedagógicos, Patsau (estómago), Nakchak (Fogón), Yatul (Huerta), Yaketa (afuera), Mayu (Camino); donde el estudiante con la guía, no del docente sino de la familia, aprende esos valores culturales y hereditarios para la pervivencia de la cultura en el tiempo y en el espacio; así que consideraron necesario fortalecer este espacio pedagógico con la siembra de productos alimentarios para el consumode la misma familia.

El retorno a las clases presenciales se hizo de manera escalonada donde cada curso disponía tres días de clases presenciales, de los cuales se hizo uso de una hora para el área de matemáticas; por tal razón los temas, que según los lineamientos curriculares se deben abordar en este nivel educativo, se vieron postergados.

En ese sentido, se orientó este proyecto hacia el refuerzo de los conceptos geométricos de perímetro, área y volumen, que habían sido vistos de manera muy sesgada y que además son conocimientos que están implícitos en la realidad que viven los estudiantesen su día a día. Se tuvo la oportunidad de realizar este proceso de intervención de manera presencial con aproximadamente doce estudiantes de grado noveno, quienes decidieron asistir demanera voluntaria.

Así también, este proyecto tuvo 2 enfoques principales; por un lado, la resolución de problemas, cuyo objetivo es darle un sentido más amplio a las matemáticas, que el estudiante no solo memorice conceptos, sino que los pueda utilizar y aprenda a identificar aquellas situaciones en las cuales estos le pueden ser útiles; por otro lado, trabajar con las matemáticas recreativas genera espacios más dinámicos en donde se potencia el razonamiento lógico y el estudiante se divierte aprendiendo.

Este documento se divide en cinco capítulos. En el primer capítulo se encuentra la justificación que valida la importancia de realizar está intervención pedagógica; en el segundo capítulo se exponen los referentes teóricos los cuales direccionaron está práctica; enel tercer capítulo se presenta la metodología y las actividades del proyecto de aula en donde se sintetiza el contenido de los talleres presentados en el aula; en el cuarto capítulo se describe la intervención y el análisis de las actividades en el aula mediante cuatro bitácoras; en el quinto capítulo se exponen conclusiones generales y se reflexiona acerca de la labor deun docente en matemáticas.

1 Capitulo I. Justificación

La presente práctica pedagógica está enfocada en abordar temas de geometría, pues esta rama de la matemática ha sido generalmente ignorada en los procesos de enseñanza de las matemáticas en las instituciones de educación básica y media, a pesar de que juega un papel fundamental en la vida diaria y en el mundo que nos rodea. Como esta rama de las matemáticas abarca "el estudio de las figuras en el plano o el espacio", nuestro trabajo se enfocó en fortalecer los conceptos de área, perímetro y volumen en el grado noveno. Para tal propósito quisimos fomentar el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos, debido a que la enseñanza de estos temas en la básica secundaria se presenta (en general) de manera muy fragmentada por el afán de terminar el componente aritmético que seprivilegia frente al geométrico. Lo anterior evidentemente genera dificultades de aprendizaje en los temas de la geometría.

Teniendo en cuenta que, el perímetro es la medida de la longitud que abarca una figura, el área nos da la medida de la superficie de dicha figura y el volumen es la medida del espacio de tres dimensiones ocupado por un cuerpo, estos elementos son fundamentales en matemáticas, porque nos ayudan a cuantificar el espacio físico y también son conceptos que están relacionados con las otras ramas de la matemática como el álgebra, trigonometría, y cálculo. Además, las aplicaciones de estos conceptos proporcionan habilidades al estudiante para ubicarse en el espacio, para interpretary describir mediante un lenguaje apropiado todo su entorno. Así mismo, su aplicación contribuye al estudio y desarrollo de otros campos como las ingenierías, la física, química, arquitectura, astronomía, agronomía. etc.

Así pues, en el proceso de formación del estudiante se ha considerado fundamental la enseñanza, el fortalecimiento y la aplicabilidad de estos conceptos; sin embargo, esta tarea no ha sido fácil en vista de que se evidencian dificultades en el desarrollo de situaciones problemáticas que involucran los conceptos de perímetro, área y volumen estudiadas desde los primeros cursos de geometría en primaria y no consiguen ser asimiladas de forma correcta. Una de las variables que se evidencia en el proceso de enseñanza y aprendizaje es el desinterés y falta de motivación por parte de los estudiantes, que en muchas ocasiones está ligado a la metodología de enseñanza del docente; pues cualquier proceso de formación requiere la intervención de ambos: sujeto de enseñanza y sujeto de aprendizaje.

En este sentido, el propósito de esta práctica es profundizar en estos conceptos y fomentar los procesos de resolución, modelación y planteamiento de problemas; el estudiante por medio de ellos podrá utilizar los conceptos aprendidos para abordar problemas de este tipo en diferentes contextos de la vida diaria, logrando así un aprendizaje significativo. Esto hace necesario explorar estrategias que permitan sumergir a los estudiantes en el saber de una forma más personal y humana, despertando su interés por aprender de este conocimiento geométrico.

En concordancia con lo anterior es necesario hacer uso de herramientas didácticas y tecnológicas, como los juegos matemáticos, plataformas y la aplicación GeoGebra, entre otros; que permiten una mejor comprensión, por medio de la visualización, ejercitación y razonamiento de los estudiantes. La implementación de estas herramientas permite llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de una manera más creativa y dinámica.

2 Capitulo II. Referentes Teóricos

El desarrollo de esta práctica pedagógica tiene como objetivo introducir algunos elementos de la geometría, basándonos en la resolución de problemas y matemáticas recreativas. Para ello se tuvieron en cuenta referentes teóricos que tienen relación con la metodología que se implementó a través de talleres que se presentaran más adelante.

2.1 Geometría

2.1.1 Definición

La geometría es una rama multifacética de las matemáticas. Su riqueza se debe a la estrecha relación con otros dominios matemáticos, las ciencias naturales y sociales y la vida cotidiana, se puede relacionar con capacidades humanas como el sentido espacial, la percepción y visualización. En cuanto al mundo físico estudia las propiedades espaciales de los objetos físicos y sus representaciones, modelando el espacio que los rodea. Además, cabe mencionar que su amplio contenido teórico se caracteriza por el rigor y la abstracción de los conceptos geométricos que han sido un componente esencial en diferentes campos del conocimiento. En concordancia con lo anterior, la siguiente definición describe de manera sintética lo que consideramos como geometría.

"La geometría es para el ser humano el idioma universal que le permite describir y construir su mundo, así como transmitir la percepción que tiene de este al resto de la humanidad" (Vargas, Gamboa, 2013, pág. 3).

Así pues, la geometría nos permite combinar nuestra intuición con el razonamiento riguroso y lógico para deducir, medir, visualizar, calcular y construir modelos para explicar diversos fenómenos y resolver variados problemas teóricos y prácticos.

2.1.2 ¿Por qué es importante estudiar geometría?

La geometría es una de las herramientas más importantes en el desarrollo humano, ya que en todos los contextos en los cuales nos desenvolvemos encontramos la geometría explícita o implícitamente. Está presente en diferentes campos de estudio como en la astronomía, la cartografía, el arte, las ingenierías, etc. También está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo como la producción industrial, el diseño, arquitectura, topografía, y se evidencia en muchas actividades como el deporte, la construcción y el campo, por mencionar algunos.

Los seres humanos la usamos con frecuencia, pero de manera intuitiva, hacemos uso de relaciones y conceptos geométricos producto de nuestra interacción con el espacio que nos rodea. La comprensión de ella es de vital importancia para toda persona, pues nos proporciona y amplía nuestro razonamiento para entender y desenvolvernos de manera más adecuada en las actividades que realizamos en el medio en que vivimos.

En este sentido, es necesario fortalecer esta disciplina en la formación básica del estudiante y teniendo en cuenta que para Vargas y Gamboa (2013):

La geometría despierta en el estudiante diversas habilidades que le sirven para comprender otras áreas de las Matemáticas y le prepara mejor para entender el mundoque lo rodea; además, son muchas las aplicaciones de las Matemáticas que poseen un componente geométrico. (pág. 3)

Es fundamental que los docentes de Matemáticas exploremos distintas metodologías de enseñanza que nos permitan hacer de la geometría una disciplina accesible y entendible, encaminada hacia la resolución de diversos problemas. Así pues, pretendemos romper los esquemas habituales, para dedicarnos a explorar nuevas estrategias por medio de las matemáticas recreativas.

2.2 Resolución de problemas matemáticos

2.2.1 ¿Qué es un problema?

Consideramos un problema como aquella situación en la que se pretende alcanzar un objetivo y para ello es necesario hacer uso de algunas herramientas que nos permitan lograrlo.

Así mismo Pólya (1965), afirma que: “un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable en forma inmediata” (p.2).

De acuerdo con esta definición podemos concluir que un problema es una situación que requiere de una determinada solución que no siempre resulta fácil encontrarla, además, el individuo al cual se le plantea el problema debe tener las bases suficientes para comprenderlo, pero la solución no debe ser inmediata pues un problema requiere de reflexión, de diseño de estrategias y aplicación de los conocimientos adquiridos para resolverlo.

2.2.2 Resolución de problemas

Resolver un problema consiste en hallar métodos o estrategias a seguir con el objetivo de plantear una salida a dicha situación problemática, es decir, es el proceso que nos permite clarificar la situación incierta haciendo uso de los conocimientos que el sujeto posee.

En este sentido, George Pólya, matemático húngaro quien realizó contribuciones fundamentales en combinatoria, teoría de números, análisis numérico y teoría de la probabilidad, al darse cuenta lo complicado que era resolver problemas publicó su libro “Cómo plantear y resolver problemas” en el año 1965, en este libro Pólya plantea heurísticas que permiten resolver problemas en diferentes contextos. El libro proporciona métodos para enseñar matemática a los estudiantes y da algunas definiciones de términos heurísticos. Este tiene como enfoque principal la aplicación de cuatro fases o pasos para la resolución de problemas, que consisten en:

Primero, tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide.

Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. (Pólya, 1965: 28).

Así pues, desde la postura de Pólya no se puede resolver un problema sin antes entenderlo. El sujeto que pretende resolverlo debe familiarizarse con la situación planteada, identificando cuales son los datos, las condiciones y cuál es la incógnita. Teniendo esto claro se debe proceder a organizar las ideas de solución que surgen a partir de la relación entre los conocimientos que se poseen y el contexto del problema, lo cual nos permite construir un plan adecuado para tal fin.

Seguidamente se debe ejecutar el plan por medio de operaciones algebraicas o geométricas que se reconocen como factibles, pero además se debe verificar cada procedimiento, pues de esta manera se obtendrán resultados correctos y acordes con lo pedido; para finalizar este proceso se debe hacer una visión retrospectiva de la estructura consolidada como solución del problema, haciendo un análisis desde diferentes puntos de vista para asegurarnos de que no hayan errores de construcción, cálculo o razonamiento. Después de verificar todos estos pasos podemos intentar dar una solución precisa y acertada. Este método aún continúa siendo referente de alto interés para la resolución de problemas en diferentes contextos. En particular haremos uso de estas fases en la resolución de problemas geométricos que se plantearan en cada uno de los talleres. Teniendo en cuenta que la resolución de problemas es una de las finalidades de enseñar matemáticas, este proceso será una estrategia con la cual construiremos conocimientos y fortaleceremos los conceptos geométricos a trabajar.

2.3 Matemática Recreativa

Teniendo en cuenta que nuestro trabajo está dirigido hacia la resolución de problemas y las matemáticas recreativas como herramienta de aprendizaje por medio de juegos, consideramos pertinente reconocer la importancia de la recreación en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Está estrategia permite la interacción de los sujetos que conforman la tríada didáctica, es decir la comunicación entre docente, estudiante y saber, considerando el medio que los rodea. Es una manera de divertirse aprendiendo, a través de la aplicación de estrategias recreativas orientadas a promover y difundir procesos de formación que faciliten los aprendizajes; donde el sujeto pueda interactuar con el ambiente, imaginar, razonar, argumentar, socializar sus ideas, aplicar lo que conoce y acrecentar su conocimiento respecto a los conceptos que se están trabajando.

Diseñar una estrategia de enseñanza por medio de la recreación es una de las herramientas fundamentales a las que el docente debe acudir, pues la recreación en el proceso de enseñanza es una acción donde se aprende de manera lúdica y divertida, despertando en el estudiante la motivación y el interés por aprender. Además de que se hace uso de juegos los cuales incorporan los sentidos como la vista, el tacto, el oído, que son las fuentes receptoras de información, lo que permite relacionar el juego con las diferentes temáticas que se desean trabajar.

2.3.1 Aprendizaje de la matemática por medio de la recreación

El aprendizaje de las matemáticas en el aula se ha convertido en un ambiente rutinario y monótono, por lo general esta área ha sido etiquetada por muchos estudiantes como una materia arraigada a las clases magistrales, causando el desinterés por su estudio. Es por esto que es necesario generar estrategias que motiven y despierten el deseo por aprender y reconocer la importancia de esta materia. De ese modo:

> La matemática recreativa consiste en presentar materiales en forma de pequeños retos, problemas, que por su carácter lúdico se muestran atractivos a los estudiantes; quienes podrán manipularlos y resolverlos de una manera fácil y con los

> conocimientos básicos, que pueden ser la base del desarrollo de habilidades y conocimientos que servirán para estructurar nuevos modelos cognoscitivos. (Casany, 2002)

Por tanto, esta será una de las metodologías a utilizar durante el planeamiento y desarrollo de los talleres, pues hacer una transposición didáctica de los conceptos geométricos de una manera más atractiva, es vital para motivar a los estudiantes hacia el desarrollo de su conocimiento.

3 Capitulo III. Metodología y actividades del proyecto de aula

Como se planteó en los referentes teóricos, la metodología desarrollada en el presente trabajo está basada en la resolución de problemas y matemáticas recreativas. A partir de esta metodología de enseñanza se pretende desarrollar en los estudiantes sus habilidades cognitivas, porque en la resolución de problemas, tal como lo plantea Pólya (1965), no hay métodos directos, ni recetas, el estudiante debe reflexionar y tratar de idear un plan que le permita llegar a la solución. En este proceso el docente desempeña un rol fundamental, pues por medio de ejemplos y preguntas orientadoras, encamina al estudiante a la construcción de dicho plan. Además, las matemáticas recreativas al ser integradas en el desarrollo de esta práctica permiten potenciar el aprendizaje de la geometría de manera lúdica y así fomentar el interés por esta rama de la matemática.

3.1 ¿Cómo se implementan estos métodos en el aula?

Para el desarrollo del trabajo en el aula se diseñaron talleres que se componen de variedad de problemas geométricos los cuales han sido adaptados al contexto de los estudiantes, ya que la institución se ubica en un resguardo indígena, caracterizado por ser un sector rural. El planteamiento de estos problemas tiene como objetivo que los estudiantes alcancen una mejor comprensión, despierten su interés por resolverlos y logren un aprendizaje significativo de los conceptos que se están trabajando.

Otro componente esencial de los talleres es la implementación de las herramientas tecnológicas como otra manera de ligar lo recreativo con el aprendizaje de las matemáticas. Considerando que, por medio de la visualización, interacción y manipulación de los materiales y aplicaciones con las cuales se pretende trabajar, se dinamiza el ambiente en el aula y potencian los conocimientos. Teniendo en cuenta que en el desarrollo de los talleres hubo momentos donde el estudiante tuvo que construir figuras de manera manual o por medio del software GeoGebra.

Seguidamente se hace una presentación sintética de los seis talleres, exponiendo la estructura de cada uno de ellos, la serie de actividades con las cuales se realiza el estudio de las temáticas a trabajar y los objetivos que se pretenden alcanzar por medio de estos. Cabe mencionar que el contenido total de los talleres se presenta anexo a este documento.

3.1.1 El mundo de las figuras geométricas

Este taller pretende introducir al estudiante hacia el estudio de los conocimientos básicos de la geometría como rama de la matemática. Teniendo en cuenta que reconocer y clasificar las figuras geométricas es fundamental en el desarrollo de actividades geométricas y de la vida cotidiana, se inicia aclarando el concepto de dimensión como base para seguidamente abordar los diferentes tipos de figuras planas y tridimensionales.

3.1.2 Exploremos el concepto de área y perímetro resolviendo problemas

Este taller se enfocará en abordar los conceptos de perímetro y área, pues son una base fundamental para desenvolverse en la vida cotidiana, ya que están implícitos en las diferentes actividades que realizamos en el día a día. Aquí se presentarán las diferentes fórmulas para el cálculo de áreas y perímetros de los diferentes tipos de figuras planas, así también daremos a conocer el método de Pólya para la resolución de problemas con el fin deaplicarlo en los problemas propuestos.

3.1.3 Exploremos el concepto de volumen

Este taller tiene como objetivo que los estudiantes comprendan de manera adecuada el concepto de volumen y puedan aplicarlo a los problemas que se presenten en los diferentes contextos. Aquí vamos a explicar las fórmulas para el cálculo de volumen de las diferentes figuras tridimensionales y se plantean problemas de razonamiento y aplicación de los conceptos que se están trabajando.

3.1.4 Trabajando con GeoGebra

Para el desarrollo de este taller haremos uso del software GeoGebra con el objetivo de fortalecer el pensamiento espacial de los estudiantes, primero daremos una inducción acerca del manejo de este programa y se plantean ejercicios prácticos que le permitan al estudiante explorar las herramientas que este posee. Luego se procede a resolver problemas que tienen que ver con perímetros, áreas y volúmenes, haciendo una representación gráfica de cada situación en el software GeoGebra.

3.1.5 Aprendamos geometría con LIVE WORKSHEETS

Este taller tiene como propósito reforzar los conceptos de área y volumen con ayuda de la plataforma LIVE WORKSHEETS, esta herramienta didáctica proporciona al estudiante ejercicios dinámicos e interactivos, los cuales se enfocan en la ejercitación y repaso de las fórmulas y la teoría que el estudiante debe utilizar para dar solución a los problemas planteados.

Además, en este taller se proponen situaciones problema con los que se pretende identificar el manejo del lenguaje matemático, la estructuración de un plan de solución a dichos problemas y el uso de los conceptos matemáticos en situaciones concretas.

3.1.6 Cuadrados Mágicos

En este taller pretendemos trabajar con los cuadrados mágicos como herramienta de las matemáticas recreativas, dando a conocer la parte histórica y algunos de los métodos de construcción de cuadrados mágicos de orden par e impar. Esta actividad favorece la realización de cálculos mentales, refuerza los conocimientos de conceptos matemáticos, promueve el ingenio, la creatividad y la imaginación, permite ver las matemáticas más divertidas.

Como parte final de cada taller se propondrán actividades recreativas que complementan las temáticas expuestas. Las que se desarrollarán respectivamente en cada taller son las siguientes:

- Persecución cartesiana
- Serpientes y escaleras
- El sudoku
- El tangram
- Crucigrama matemático
- Cuadrados mágicos

3.2 ¿Cómo vamos a evaluar?

La evaluación debe tener como finalidad contribuir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, evaluar no es tan solo asignar un valor que determina en qué escala se encuentra una persona, si es malo, aceptable, bueno, excelente, si aprueba es porque sabe y si desaprueba es por qué no sabe. No se puede tomar una decisión o conclusión basándose en solo resultados cuantitativos, ya que son números que representan y clasifican una característica o un atributo del objeto evaluado, sin terminar de abarcar todos los resultados adquiridos que no se pueden representar numéricamente.

Por tal razón, realizaremos una evaluación formativa, pues está se enfoca en la mejora continua de los aprendizajes de los estudiantes, teniendo en cuenta el proceso de cada uno en el transcurso de cada sesión, se identifican las dificultades y habilidades que poseen. Para esta evaluación se hará uso de un diario de campo donde se plasme la información obtenida a partir de la observación del trabajo y evolución de cada estudiante, se tendrá en cuenta el interés, el trabajo en equipo e individual y desarrollo de las actividades. A partir de estos resultados se pueden potenciar las estrategias de enseñanza, orientando mejor el proceso que sigue el estudiante de manera que pueda aprovechar sus logros y superar sus dificultades.

4 Capitulo IV. Bitácoras

En este capítulo se presentan cuatro bitácoras correspondientes a cuatro de los talleres propuestos en la metodología, donde se registró experiencias, acontecimientos y análisis de situaciones que se destacaron durante la intervención. Este trabajo practico se desarrolló con alrededor de 12 estudiantes de noveno grado, quienes participaron de manera voluntaria, además por el calendario académico solo se abordaron cuatro de los seis talleres pues se priorizo el aprendizaje de los estudiantes.

4.1 Bitácora Taller 1: El mundo de las figuras geométricas

La presente bitácora tiene como propósito reconstruir el desarrollo del primer taller que se llevó a cabo en la institución Educativa Misak Mama Manuela, en el municipio de Silvia - Cauca, con los estudiantes de noveno grado. En este sentido nosotras como docentes en formación buscamos hacer una reflexión de las situaciones que se presentaron en el desarrollo de este trabajo en el aula. El taller denominado “El mundo de las figuras geométricas” tenía como propósito introducir a los estudiantes hacia el concepto de dimensión y el reconocimiento de figuras geométricas.

Es necesario tener en cuenta que los estudiantes de grado noveno que estaban en un rango de edad de trece a dieciséis años, en el transcurso de su vida escolar ya habían trabajado con estos conceptos básicos de la matemática, puesto que la geometría se comienza a trabajar desde la primaria. Por tal razón se podría decir que los estudiantes ya tenían unas bases que les permitían entender de mejor manera el taller que les presentamos. Además, cabe resaltar que la matemática desde el punto de vista del estudiante y en general de la sociedad ha sido catalogada como difícil y aburrida y hay muy pocas personas que se interesan por dedicarse al estudio de ella. Nuestro reto era cambiar esa forma de concebir las matemáticas por medio de uno de los ejes que direccionaron la práctica, el cual fue la matemática recreativa.

Para comenzar con el desarrollo del taller, era necesario conocer un poco a los estudiantes y sus perspectivas en torno a las matemáticas, en sus intervenciones la mayoría de los estudiantes comparten un gran desinterés por esta área, argumentando que es “aburrida”, “difícil” y “que solo contiene problemas”; esto es una muestra de que la matemática ha sido un área poco acogida en la educación escolar. Además, haciendo un breve análisis de la manera en que se estructuran los conceptos geométricos para ser enseñados a los estudiantes, identificamos que en los cursos básicos de geometría se trabajan con perímetros, áreas y volúmenes de las figuras geométricas, sin clarificar su número de dimensiones, lo cual es importante para reconocer el tipo de cálculos que podemos realizar. Teniendo en cuenta esto hemos destacado la importancia de comenzar la práctica pedagógica aclarando estos conceptos que implícitamente están en esta teoría.

El taller que se llevó a cabo se dividió en tres partes, la primera parte que vamos a llamar el mundo de Planilandia se basa en la lectura y análisis de un texto con el fin de aclarar el concepto de dimensión; la segunda que la llamamos reconozcamos las figuras geométricas, se basa en dar a conocer la clasificación de las figuras geométricas dependiendo de sus características; la tercera y última parte es la presentación de la actividad recreativa denominada persecución cartesiana, un juego de razonamiento lógico.

4.1.1 El mundo de Planilandia

Con el objetivo de introducir a los estudiantes hacia el concepto de dimensión, propusimos realizar una lectura del texto que abarcaba los dos primeros capítulos del libro llamado “Planilandia” cuyo autor fue Edwin A. Abbott (Londres, Inglaterra, 20 de diciembre de 1838 - 1926), quien fue profesor, escritor y teólogo inglés. Edwin A, Abbott describe el mundo de Planilandia, un mundo de dos dimensiones habitado por figuras geométricas que no tienen la capacidad de elevarse hacia arriba o hacia abajo, lo que los obliga a verse entre ellos mismos como líneas rectas.

Además, un factor interesante es que estos primeros dos capítulos del libro nos invitan a reflexionar acerca de la existencia de otras dimensiones.

Cuando los estudiantes comenzaron a resolver el taller fue evidente que, aunque el concepto de dimensión no era desconocido en su vocabulario, su significado y relación con la geometría si lo eran. Consideramos que este texto fue apropiado para aclarar este concepto, ya que los estudiantes pudieron detallar por medio de un ejemplo cómo serían los objetos y cuáles serían algunas de las características que posee un mundo dependiendo del número de dimensiones.

Figura 1

Estudiantes en el aula

Nota. Estudiantes de grado noveno leyendo el texto de Planilandia. Tomado de: Autoría propia.

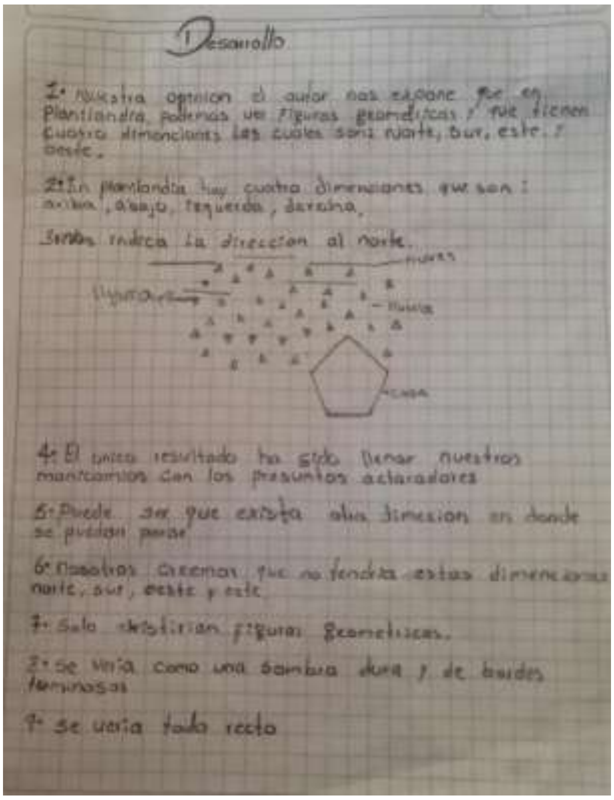
Figura 2

Estudiantes en el aula de clases

Nota. Estudiantes de noveno grado resolviendo taller en grupos. Tomado de: Autoría propia.

Figura 3

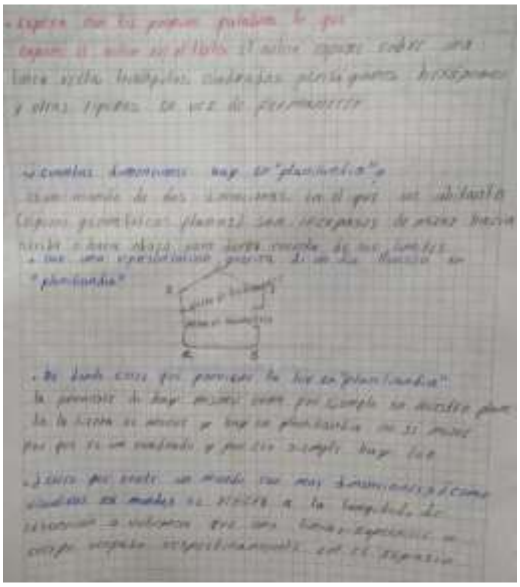
Solución de taller



Nota. Solución presentada por estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Figura 4

Solución de taller

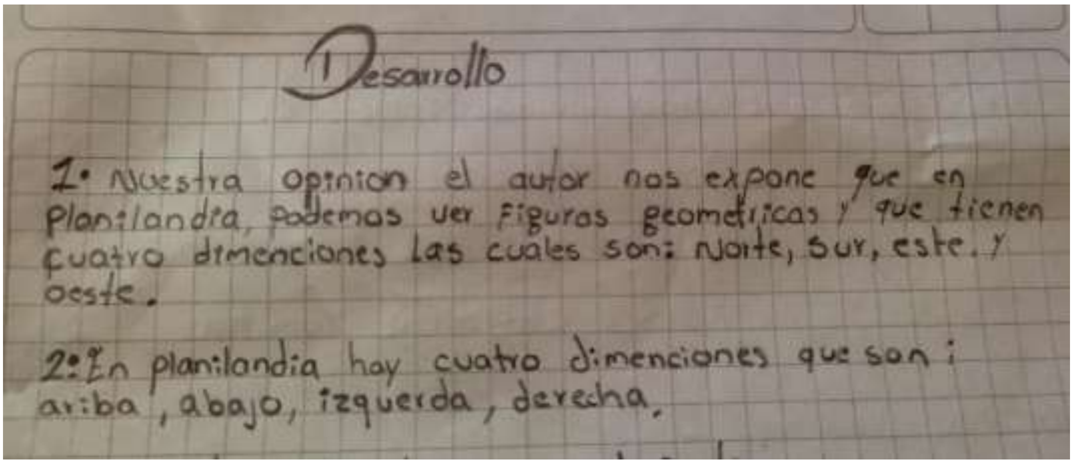


Nota. Solución presentada por estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Fue muy motivador para nosotras evidenciar la capacidad interpretativa de los estudiantes acerca del texto, aunque se generaron confusiones con el significado de dirección y sentido. En el texto se mencionaba que el mundo de “Planilandia” tenía cuatro puntos cardinales, norte, sur, este y oeste, a partir de ello los estudiantes exponen que “En Planilandia hay cuatro dimensiones que son: arriba, abajo, izquierda y derecha”, “En Planilandia podemos ver figuras geométricas que tienen cuatro dimensiones las cuales son: norte, sur, este y oeste”.

Figura 5

Respuesta presentada por estudiantes



Nota. Respuesta sobre el número de dimensiones en Planilandia. ~~Tomado de:~~ Autoría propia.

Ante estas respuestas nos dispusimos a aclarar los conceptos de dirección y sentido de la siguiente manera:

Imaginen que habitan en una línea recta, ¿cuál es el espacio por donde pueden desplazarse?, ese espacio sólo será a lo largo de esa línea recta, tal espacio por donde podemos desplazarnos se denomina dirección.

Figura 6

Representación gráfica de dirección

Nota. Ejemplificación de dirección con una línea recta. Tomado de: http://revista.escaner.cl/files/00dibujo.jpg.

Ahora si la pregunta fuera ¿hacia dónde pueden desplazarse en la línea recta? la respuesta sería a la izquierda o a la derecha, estas opciones de movimiento determinan el significado de sentido.

Figura 7

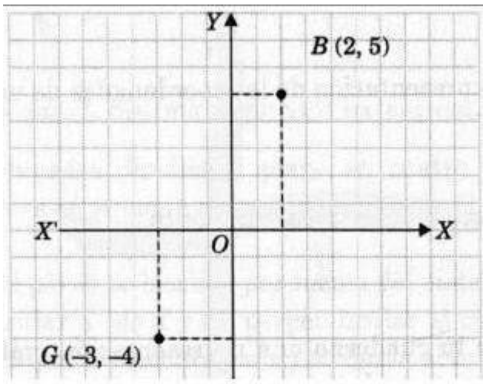
Representación de sentido

Nota. Ejemplificación de sentido en una línea recta. Tomado de: https://st2.depositphotos.com/1763191/9242/v/450/depositphotos_92421442-stock-illustration-boy-having-right-leg-up.jpg.

Además, podemos relacionar los conceptos de dimensión y dirección, pues la cantidad de direcciones en un espacio determina el número de dimensiones. Por ejemplo, si tomamos un plano cartesiano, que es un espacio de dos dimensiones, podemos apreciar que hay dos direcciones que determinan el espacio posible de ubicación de un objeto, en este caso de un punto, como se muestra en la figura.

Figura 8

Plano cartesiano



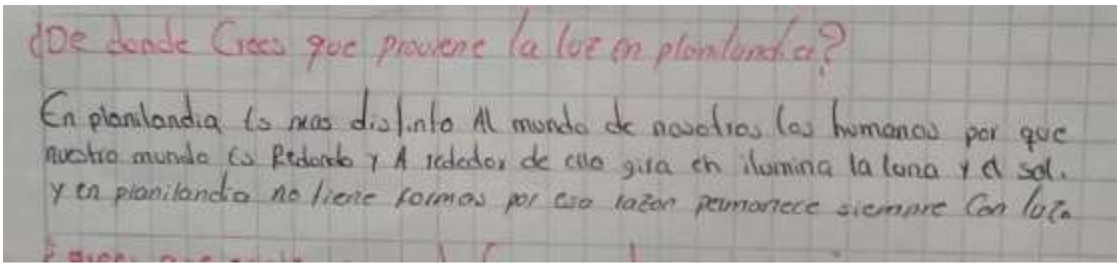
Nota. Ubicación de un punto en el plano cartesiano. Tomado de: Plano cartesiano. https://planocartesiano.net/como-ubicar-puntos-en-el-plano-cartesiano.

Cabe destacar el fenómeno de esta confusión, pues se deriva de las costumbres sociales y su uso como sinónimos en el lenguaje cotidiano; sin embargo, el lenguaje científico difiere dellenguaje natural, lo que implica que desde el punto de vista académico no es lo mismo dirección que sentido. Es así cómo es posible evidenciar la manera en que el contexto sociocultural influye en la concepción de los conceptos que se presentaron, determinando un obstáculo en el aprendizaje de los estudiantes.

Nos pareció interesante también, una intervención acerca de la naturaleza de la luz en Planilandia, descrita en la siguiente frase:

Figura 9

Respuesta presentada por estudiante



Nota. Respuesta acerca de la naturaleza de la luz en Planilandia. Tomado de: Autoría propia.

Como pueden ver en la imagen anterior el texto del estudiante afirma “En Planilandia es más distinto al mundo de nosotros los humanos, porque nuestro mundo es redondo y alrededor de ello gira e ilumina la luna y el sol y en Planilandia no tiene forma por esa razón permanece siempre con luz”. Está apreciación del texto generó gran satisfacción, pues por medio de una comparación con la realidad lograron describir y entender los fenómenos del mundo de Planilandia

Cabe resaltar también que lo que más dificultades género en el desarrollo del taller fue interpretar la manera en que los habitantes de una determinada dimensión ven a otro objeto de una dimensión diferente. Por ejemplo, un objeto de tres dimensiones en un mundo de dos dimensiones, aquí notamos la dificultad para interpretar está situación, algunos estudiantes trataban de explicarlo de manera intuitiva y sus aportes se resumen en las siguientes frases: “se verían diferentes a los otros”, “se vería más ancho si la figura fuese cuadrada”, “lo verían de la forma que es”, ”dependiendo del objeto”, ”un cubo se vería como un plano”, “ un cubo se vería como un cuadrado”, e incluso algunos respondieron que “un habitante de Planilandia vería un cubo como una línea recta”, se puede destacar que dichas respuestas eran esperadas pues al pertenecer a un mundo de tres dimensiones, nuestra capacidad visual nos permite distinguir desde diferentes posiciones la aparente forma de los objetos.

4.1.2 Reconozcamos las figuras geométricas

Al dar inicio con la segunda actividad del taller relacionada con el reconocimiento de las figuras geométricas, fue notorio que, para la gran mayoría de estudiantes, la clasificación de las figuras geométricas y los términos básicos de la geometría como ángulos, vértices, aristas, figuras regulares e irregulares y paralelismo eran términos desconocidos.

Interactuando con los estudiantes mencionaron que durante su formación académica algunos vieron geometría en el nivel de básica primaria, otros en el nivel de secundaria, pero con muy poca intensidad horaria y había quienes no recordaban haber visto está materia en ningún año escolar. Es así como podemos ratificar que el estudio de la geometría en la educación escolar se presenta fragmentado por el objetivo de continuar con las temáticas de los niveles educativos generando dificultades en la comprensión y manejo de los términos geométricos.

Figura 10

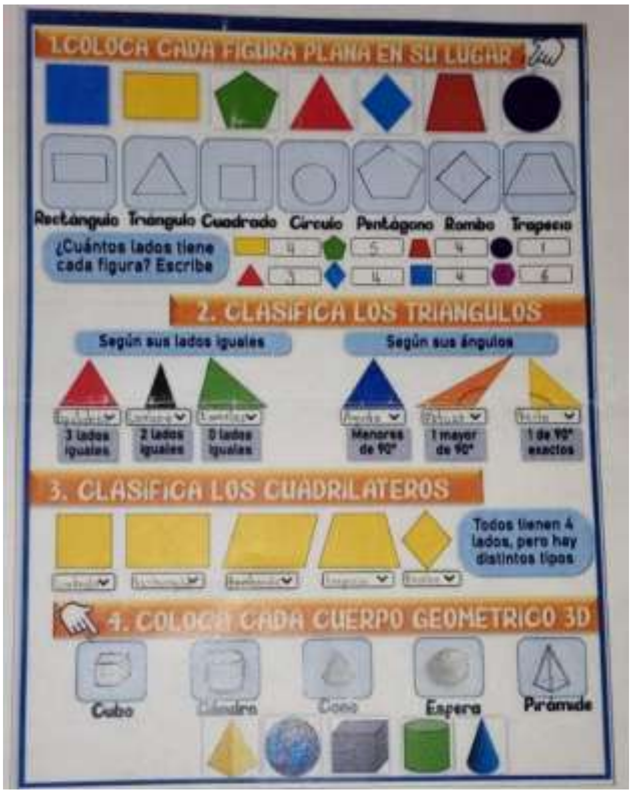
Estudiantes en el aula de clases

Nota. Estudiantes tomando apuntes. Tomado de: Autoría propia.

En concordancia con lo anterior, notamos la poca participación de los estudiantes, pues nosotras como docentes en formación optamos por centrarnos en exponer los conocimientos básicos de la geometría, de manera que los estudiantes se limitaron a poner atención y tomar apuntes de la información presentada. Al terminar de exponer la temática, se propuso realizar una ficha interactiva de la plataforma Liveworksheets, que estaba compuesta por una serie de ejercicios que se basaban en clasificar los tipos de figuras geométricas planas y tridimensionales dependiendo de sus características, como el número de lados, longitud de los lados, el valor de sus ángulos y su forma. Esta ficha interactiva arrojó resultados muy positivos en cuanto a la comprensión de los conceptos expuestos.

Figura 11

Solución de ficha interactiva por estudiantes.



Nota. Solución de ficha interactiva sobre clasificación de polígonos. Tomado de: Gómez, A. https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Figuras_geom%C3%A9tricas/Figuras_planas_y_cuerpos_geom%C3%A9tricos_gu351323sp.

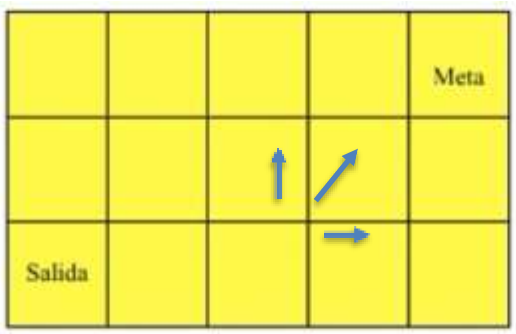
De esta manera, podemos evidenciar que la temática presentada, relacionada netamente con el conocimiento geométrico básico, no presentó dificultades en su comprensión y reconocimiento, debido a que la geometría que se imparte en las instituciones es aquella geometría antigua que surgió a partir de la necesidad de medir y con fines prácticos, en la cual era necesario identificar los objetos por medio de formas que les permitieran hacer cálculos aproximados. Es decir que está geometría hace una abstracción de los objetos y los presenta de manera idealizada para su estudio. Por tal razón cuando se hablaba de figuras geométricas los estudiantes hacían comparaciones con diversos objetos que existen en nuestro entorno, lo que les permitió lograr una mejor comprensión del tema.

4.1.3 Actividad recreativa: "Persecución cartesiana"

La matemática recreativa como uno de los ejes principales de nuestra práctica nos permitió redireccionar el taller, hacia el objetivo de desarrollar una clase más dinámica que potenció el pensamiento lógico. Esta actividad se llevó a cabo por medio de un juego que planteamos, denominado "Persecución cartesiana", para el cual se requería de dos jugadores, que debían avanzar estratégicamente, a la derecha, en diagonal o hacia arriba, en un tablero de 5x3, el primer jugador que llegará a la meta era el ganador del juego.

Figura 12

Tablero persecución cartesiana



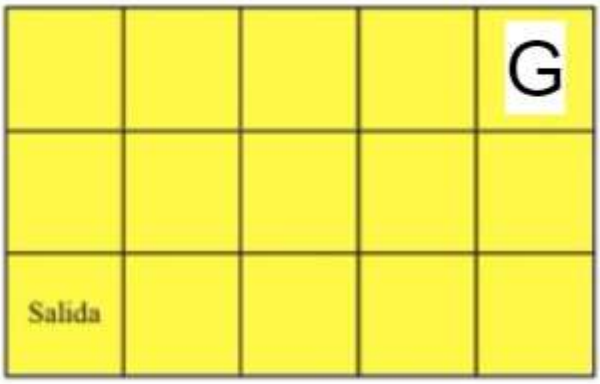
Nota. Tablero para jugar persecución cartesiana. Tomado de: D´Andrea, C. (2016). https://www.researchgate.net/publication/267783876_JUEGOS_MATEMATICOS_Y_ANALISIS_DE_ESTRATEGIAS_GANADORAS.

Después de varias partidas y con el propósito de potenciar el pensamiento lógico se propuso buscar una estrategia ganadora. Algunos por intuición y basándose en el hecho de que en varias partidas el que comenzaba el juego era el ganador afirmaron que aquel que empieza el juego tenía las posibilidades de ganar; sin embargo, identificar las casillas que lo llevarían a la meta no resultó fácil, por tal razón tuvimos que empezar a direccionarlos de tal manera que analizaran los movimientos de manera retrospectiva para determinar las casillas ganadoras.

La explicación se desarrolló de la siguiente manera:

Figura 13

Casilla ganadora



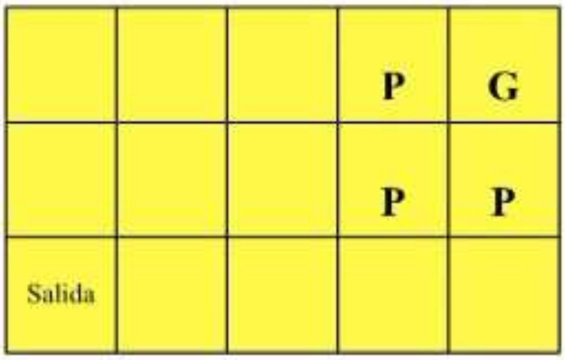
Nota. Tablero persecución cartesiana donde se muestra la posición ganadora. Tomado de: D´Andrea, C. (2016). https://www.researchgate.net/publication/267783876_JUEGOS_MATEMATICOS_Y_ANALISIS_DE_ESTRATEGIAS_GANADORAS.

Seleccionamos la casilla superior marcándola con la letra G, haciendo referencia a la casilla ganadora, seguidamente se procedió a formular a los estudiantes la pregunta ¿Cómo se llega a esa casilla?, ante esta pregunta obtuvimos tres opciones de respuestas: “Desde la casilla que esta inmediatamente a la izquierda de la meta”, “desde de la casilla debajo de la meta” y “desde la casilla diagonal de la meta”.

A continuación, se pasó a analizar las casillas mencionadas, preguntando ¿Qué pasa si un jugador llega a estas casillas? Respondieron de la siguiente manera: “El contrincante ganaría la partida en todos los tres casos” Así se etiqueto estas casillas con la letra P, haciendo referencia a casillas perdedoras

Figura 14

Estrategia ganadora

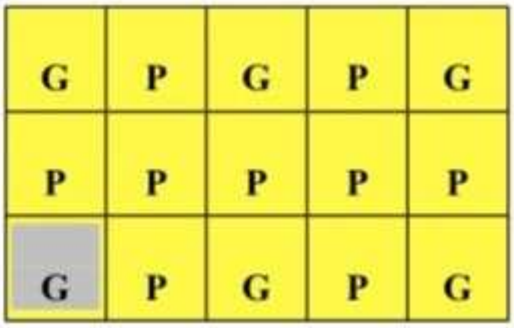


Nota. Tablero persecución cartesiana donde se muestra posición de casillas ganadoras y perdedoras. Tomado de: D´Andrea, C. (2016). https://www.researchgate.net/publication/267783876_JUEGOS_MATEMATICOS_Y_ANALISIS_DE_ESTRATEGIAS_GANADORAS.

Los estudiantes siguieron este proceso de análisis retrospectivo de las casillas, determinando las casillas ganadoras y perdedoras del tablero, llegando a la conclusión de que tenía la estrategia ganadora quien comience el juego.

Figura 15

Estrategia ganadora



Nota. Se muestra todas las casillas ganadoras y perdedoras para identificar una estrategia de solución. Tomado de: D´Andrea, C. (2016). https://www.researchgate.net/publication/267783876_JUEGOS_MATEMATICOS_Y_ANALISIS_DE_ESTRATEGIAS_GANADORAS.

Se pudo evidenciar la manera en que los estudiantes interactuaron con sus compañeros y contrincantes buscando una estrategia que les permitiera ganar. Fue muy alentador para nosotras ver cómo los estudiantes acogieron este juego y disfrutaron de él, al mismo tiempo que su razonamiento lógico estaba en acción. De esta manera resaltamos el gran papel que juega la matemática recreativa, pues generó un ambiente dinámico en el aula permitiendo que sea el estudiante el autor de su propio conocimiento.

Figura 16

Practicante explicando el juego.

Nota. Practicante explicando el juego persecución cartesiana a estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Figura 17

Estudiante jugando

Nota. Estudiantes de noveno jugando una partida de persecución cartesiana. Tomado de: Autoría propia.

Finalmente podemos decir que el taller en términos generales fue fructífero tanto para los estudiantes como para nosotras como docentes en formación, ya que por medio de la primera parte del taller los estudiantes lograron hacer una construcción colectiva para definir el concepto de dimensión y por medio de la segunda parte sentimos que aportamos al refuerzo de ese conocimiento geométrico básico que deben tener los estudiantes en este nivel educativo. Además, queremos resaltar que el ambiente en el aula fue muy dinámico debido a la participación de los estudiantes y a las actividades propuestas.

4.2 Bitácora Taller 2: Exploremos los conceptos de perímetro y área resolviendo problemas.

Por medio del segundo taller denominado "Exploremos los conceptos de perímetro y área resolviendo problemas" se tenía como propósito abordar los conceptos de perímetro y área, ya que son conocimientos básicos que un estudiante de este nivel debería tener.

Además, pueden ser usados como herramientas para enfrentarse a situaciones de la vida cotidiana. Esto se llevó a cabo por medio de la resolución de problemas, y como se mencionó en los referentes teóricos, se hizo uso del planteamiento de Pólya, un excepcional educador de las matemáticas, reconocido por su estrategia pedagógica para fortalecer la competencia de resolución de problemas matemáticos. Él cual consiste en comprender el problema, construir un plan, ejecutarlo haciendo uso de sus conocimientos y finalmente analizar el proceso realizado con el fin de reflexionar acerca del resultado obtenido (Pólya G, 1965).

El desarrollo de este trabajo en el aula se llevó a cabo en cuatro momentos, el primero lo denominamos "Perímetro de figuras planas" donde se estudia el concepto de perímetro tanto de figuras rectilíneas como curvilíneas dando a conocer su importancia mediante un ejemplo de aplicación en un problema cotidiano; el segundo lo denominamos "Área de figuras planas" en el cual realizamos una representación geométrica del significado del área dando sentido a las fórmulas que se utilizan para su cálculo; al tercer momento lo denominamos "Resolución de problemas mediante el planteamiento de Pólya" en el cual se expone las heurísticas de Pólya con respecto a la resolución de problemas y se proponen algunas situaciones problemas de perímetros y áreas para que sean resueltos usando este método; al cuarto y último momento lo denominamos "Serpientes y escaleras geométrico" como una manera recreativa de aplicar lo aprendido en este taller.

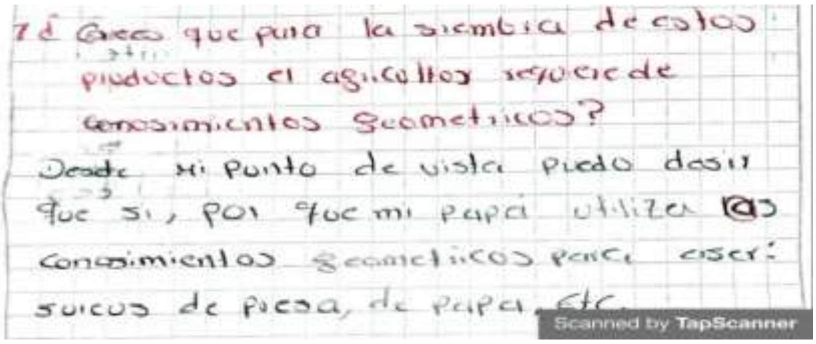
4.2.1 Perímetro de figuras planas

Para dar inicio con el segundo taller fue pertinente relacionar los conceptos a abordar con el contexto sociocultural de los estudiantes, ya que el municipio de Silvia se caracteriza por ser un sector agropecuario, pues se desarrollan actividades de ganadería, pesca y se cultivan variedad de productos como papa, cebolla, fresas, maíz, ollucos, etc. La población Misak es una de las comunidades que se dedican al cultivo de estos productos siendo está actividad la principal fuente de ingreso. (Misak, 2021)

En ese sentido, se planteó la siguiente pregunta: ¿Crees que para la siembra de estos productos el agricultor requiere de conocimientos geométricos?, algunas respuestas obtenidas fueron las siguientes:

Figura 18

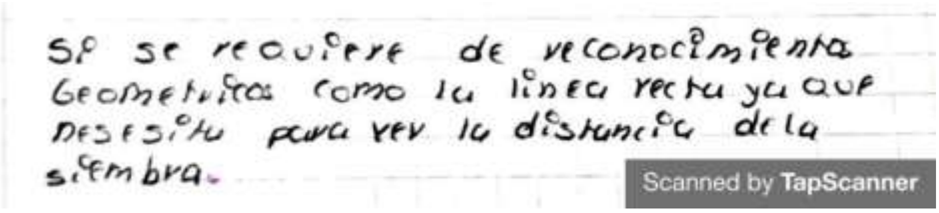
Respuesta presentada por *estudiante*


7 ¿Crees que para la siembra de estos productos el agricultor requiere de conocimientos geometricos?
Desde mi punto de vista piedo dasir que si, por que mi papa utiliza los conocimientos geometricos para aser: surcos de fresa, de papa, etc.

Nota. Respuesta de estudiante respecto a, si el agricultor hace uso de conocimientos geométricos en la siembra de sus cultivos. Tomado de: Autoría propia.

Figura 19

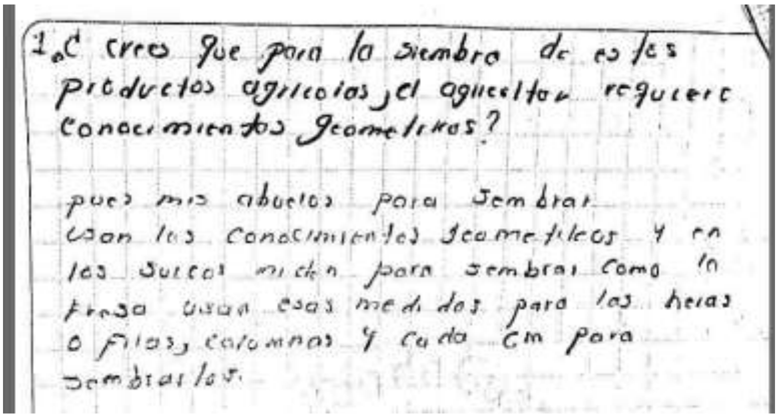
Respuesta presentada por estudiante


Sí se requiere de reconocimienta geometricos como la linea recta ya que nesesita para ver la distancia de la siembra.

Nota. Respuesta de estudiante respecto a, si el agricultor hace uso de conocimientos geométricos en la siembra de sus cultivos. Tomado de: Autoría propia.

Figura 20

Respuesta presentada por estudiante


1. ¿Crees que para la siembra de estos productos agricolas, el agricultor requiere conocimientos geometricos?

pues mis abuelos para sembrar usan los conocimientos geometricos y en los surcos miden para sembrar como la fresa usan esas medidas para las hileras o filas, columnas y cada cm para sembrarlos.

Nota. Respuesta de estudiante respecto a, si el agricultor hace uso de conocimientos geométricos en la siembra de sus cultivos. Tomado de: Autoría propia.

“Sí se requiere de reconocimientos geométricos como la línea recta ya que se necesita para ver la distancia de la siembra”, “Desde mi punto de vista puedo decir que sí, porque mi papá utiliza los conocimientos geométricos para hacer surcos de fresa, de papa, etc”, “Pues mis abuelos para sembrar usan los conocimientos geométricos y en los surcos miden para sembrar como en filas, columnas y cada cm para sembrarlas”.

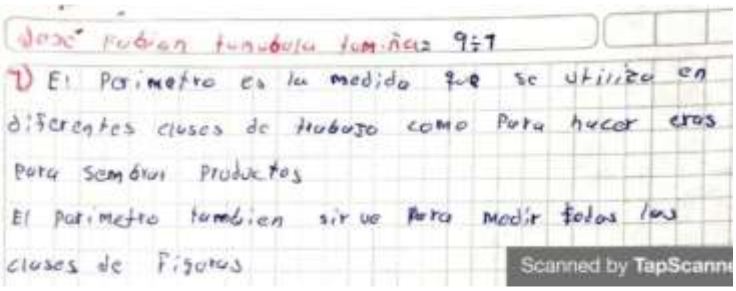
En estas respuestas se puede observar que los estudiantes relacionaron las actividades que realizan sus familias, en la siembra de productos alimenticios. También, los estudiantes están familiarizados con la medición de distancias y hacen uso del concepto de línea recta como una herramienta que le permite realizar mediciones. Así se destaca la utilidad que tienen las matemáticas en las diferentes labores que realiza el ser humano, en particular en la agricultura.

De esta manera, ejemplificamos diferentes situaciones en las cuales el agricultor utiliza inconscientemente conceptos geométricos que le permiten hacer un buen uso del espacio en el que va a trabajar, con el propósito de identificar la importancia de la geometría en el desarrollo de las actividades cotidianas y lograr una mejor comprensión y motivación por parte del estudiante hacia el estudio de estos conceptos ya que están relacionados con las actividades que realizan sus familias en el día a día.

De acuerdo con lo anterior, para enfocarnos en el estudio del concepto de perímetro se les pidió una respuesta intuitiva de lo que entienden por perímetro, con el fin de identificar qué tan familiarizados están los estudiantes con este tema. Algunas de las respuestas que se obtuvieron fueron las siguientes:

Figura 21

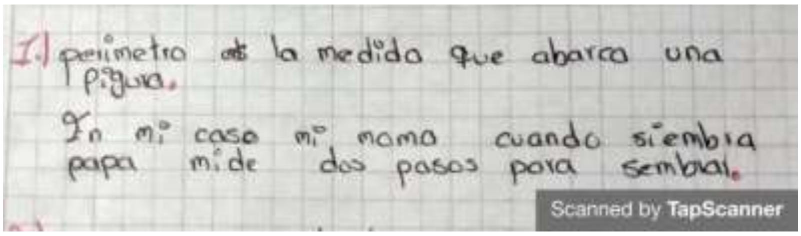
Respuesta sobre perímetro


1) El Parimetro es la medida que se utiliza en diferentes clases de trabajo como Para hacer eras para sembrar Productos
El parimetro tambien sirve para medir todos las clases de Figuras

Nota. Respuesta presentada por estudiante acerca de lo que entiende por perímetro. Tomado de: Autoría propia.

Figura 22

Respuesta sobre perímetro


1.) perimetro la medida que abarca una figura.
En mi caso mi mama cuando siembra papa mide dos pasos para sembrar.

Nota. Respuesta presentada por estudiante acerca de lo que entiende por perímetro. Tomado de: Autoría propia.

"El perímetro es la medida que se utiliza en diferentes clases de trabajo como para hacer eras para sembrar productos. El perímetro también sirve para medir todas las clases de figuras"; "Perímetro es la medida que abarca una figura. En mi caso mi mama cuando siembra papa mide dos pasos para sembrar"

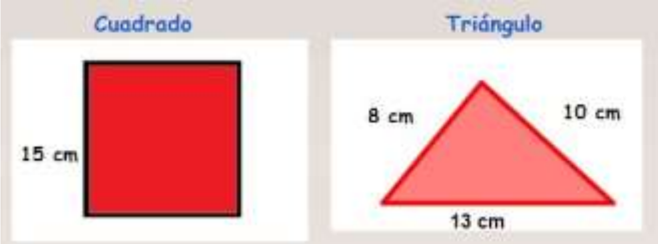
En las respuestas anteriores, aparte de obtener una definición certera de lo que es el perímetro, se evidencia la utilidad que desempeña este concepto en las actividades de la agricultura, pues los estudiantes lo asocian con la medida de los terrenos que se disponen para sembrar. También es importante destacar que en la segunda respuesta el estudiante ejemplifica el uso de perímetro con una actividad que solo hace referencia a medir una longitud.

A partir de estos aportes procedimos a explicar y aclarar la definición y aplicación de este concepto geométrico, aclarando que cuando se habla del perímetro se hace referencia a la medida de la longitud que abarca una figura, en este caso un terreno, y que para hacer su determinado cálculo se debe tener en cuenta el tipo de figura con la cual se está trabajando (figuras rectilíneas y curvilíneas). En esta parte de introducción al concepto de perímetro consideramos importante estudiar las unidades de medidas que se utilizan para realizar un cálculo de longitudes. Observamos que este tema no tuvo problemas de comprensión, pues entre sus conocimientos previos ya habían trabajado con patrones de medida como la regla y el metro.

Además, al plantear ejercicios y problemas, se pudo evidenciar la gran diferencia que existe entre resolver un ejercicio y resolver un problema, en este caso se plantearon los siguientes:

Figura 23

Ejercicios con perímetro

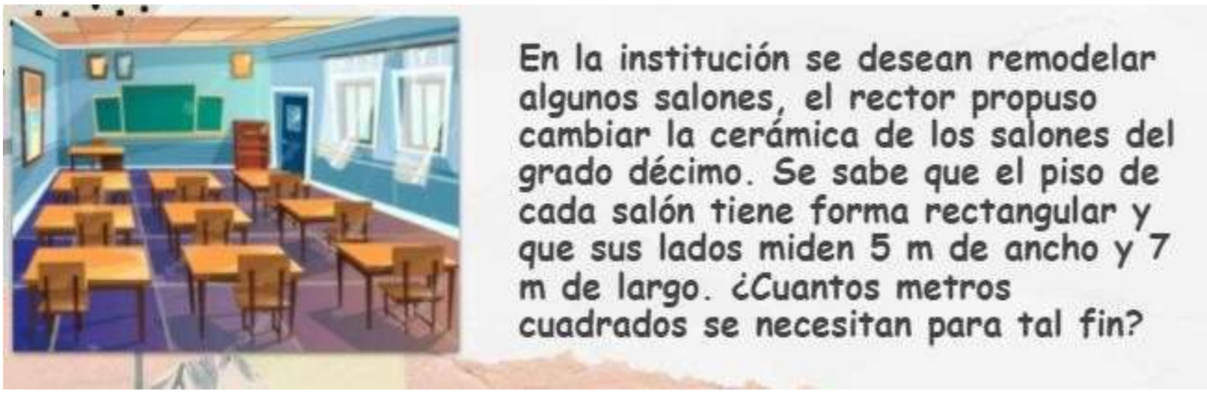


Nota. Ejercicios con perímetro presentados a los estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

En la solución de los dos ejercicios no hubo dificultad, pues los estudiantes realizaron de manera satisfactoria los cálculos requeridos para llegar al resultado.

Figura 24

Situación problema



Nota. Situación problema planteada a estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

En la resolución de este problema se evidenció que los estudiantes querían proceder de manera operatoria y mecánica, tomando los valores numéricos del problema y operándolos solo con el propósito de llegar a algún resultado, sin analizar el contexto del problema ni buscando una estrategia de solución razonable.

De esta manera reiteramos la importancia de la resolución de problemas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, pues un ejercicio es una actividad que está claramente definida y que se desarrolla de manera inmediata, el camino a seguir para llegar a la solución es evidente, y solo requiere de la repetición de técnicas; sin embargo, con la implementación de ejercicios solo se pueden alcanzar algunos fines como el perfeccionamiento de habilidades operatorias.

Ahora, como se mencionó en los referentes teóricos para Pólya (1965) “un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable en forma inmediata” (p.2). Es decir, que un problema requiere de una determinada solución que no siempre resulta fácil encontrarla y, además, el individuo al cual se le plantea el problema debe tener las bases suficientes para comprenderlo. La solución no debe ser inmediata pues es necesario hacer una reflexión, un diseño de estrategias y aplicación de los conocimientos adquiridos para resolverlo, no puede ser resuelto a partir de una aplicación mecánica o memorística.

Otra situación importante que se evidenció en esta primera parte del taller fue cuando se realizó el estudio del perímetro de la circunferencia, pues para llegar a determinar la fórmula del cálculo de esta medida era necesario empezar por definir el número pi como la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro. Para lograr una mejor comprensión se tomaron como ejemplos objetos que estaban a nuestro alcance y tenían forma circular, como una caneca de basura y una moneda, se midió el perímetro y el diámetro de estos objetos para luego obtener la razón entre ellos y verificar que en efecto el resultado era un valor aproximado a pi.

Después de entender está relación pasamos al lenguaje simbólico representándola por medio de una ecuación lineal

$$\pi = \text{perímetro}/\text{diámetro}$$

$$\text{diámetro} \times \pi = \text{perímetro}$$

$$2 \times r \times \pi = \text{perímetro}$$

En esta parte observamos el desconcierto en el rostro de los estudiantes que indicaban el desconocimiento de está igualdad de expresiones algebraicas, fue preocupante para nosotras enfrentarnos a esta situación, pues nos encontramos con ese sujeto psicológico que no estaba en concordancia con el sujeto epistémico de este nivel académico, el cual debería estar familiarizado con el tema de ecuaciones lineales. Los estudiantes aseguraron que aún no habían estudiado este tema ya que el tiempo designado para el área de matemáticas se redujo a una hora semanal.

En respuesta a esta problemática se llevó a cabo la explicación partiendo del significado de igualdad y ejemplificando la situación con números naturales de la siguiente manera:

$$4 = 2\ x\ 2$$

Ahora, si al lado izquierdo de la expresión le multiplicamos 3, también debo multiplicar 3 al lado derecho para que la igualdad se conserve. Pasando a resolver nuestra igualdad tenemos que:

$$\pi = \text{perímetro}/\text{diámetro}$$

$$\text{diámetro} \times \pi = (\text{perímetro}/\text{diámetro})\ \text{diámetro}$$

$$\text{diámetro} \times \pi = \text{perímetro}$$

$$2 \times r \times \pi = \text{perímetro}$$

Del paso 2 al 3 se explicó que al tener dos cantidades iguales que se dividen su resultado es la unidad y cualquier número multiplicado por la unidad es el mismo.

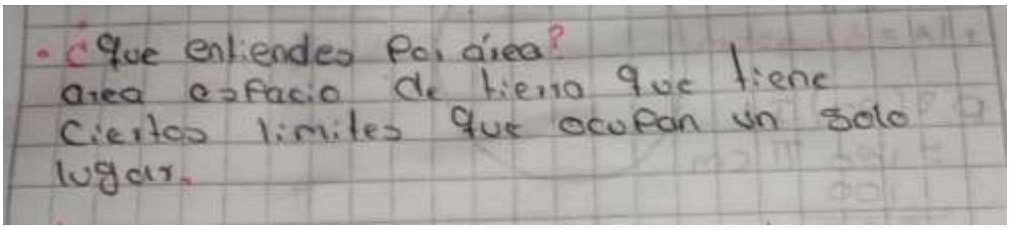
Es así como llegamos a obtener la fórmula $p = 2\pi r$ para hallar el perímetro de la circunferencia.

4.2.2 Área de figuras planas

En esta segunda parte del taller, relacionada con el estudio del concepto de área, decidimos partir de la siguiente pregunta: ¿Qué entienden por área?, algunas de las respuestas obtenidas fueron las siguientes:

Figura 25

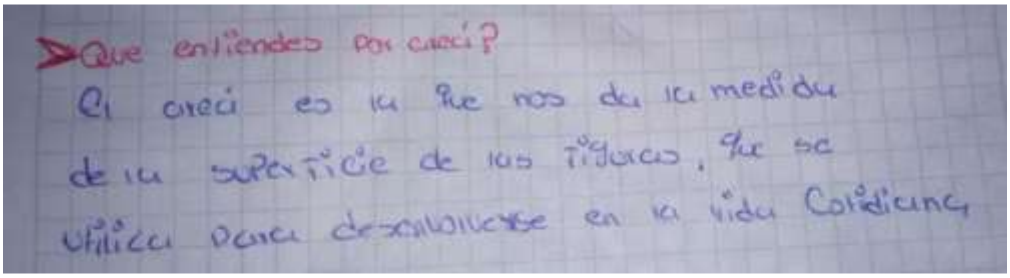
Respuesta sobre área



Nota. Respuesta de estudiante sobre lo que entiende por área. Tomado de: Autoría propia.

Figura 26

Respuesta sobre área



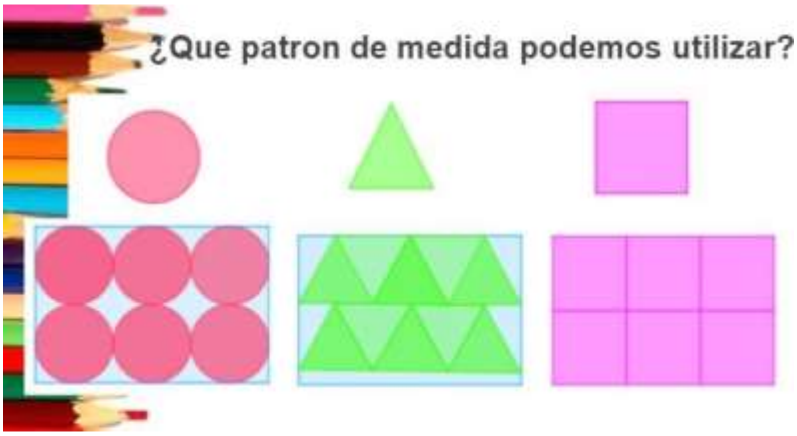
Nota. Respuesta de estudiante sobre lo que entiende por área. Tomado de: Autoría propia. “Área espacio de tierra que tiene ciertos límites que ocupan un solo lugar”; “El área es la que nos da la medida de la superficie de las figuras, que se utiliza para desenvolverse en la vida cotidiana”. Aquí los estudiantes, para dar una definición de este término se remiten al contexto conocido por ellos, relacionan el concepto de área con un espacio de tierra y, además expresan que este espacio debe tener unos límites, expresando que los terrenos están divididos y tienen una cierta frontera lo cual nos permite medirlos.

De esta manera, asumiendo el rol de docentes nos enfocamos en hacer más comprensible este concepto y su aplicación, para realizar esto fue muy pertinente partir de la idea que ellos tenían de esa relación entre área y espacio de tierra, ya que al tomar como ejemplo un terreno y contando con que ellos ya estaban familiarizados con los tipos de figuras, se procedió a representar ese terreno como una figura (rectangular), identificando las dos medidas (ancho y largo) que permiten calcular, qué tanta superficie ocupa ese terreno.

Seguidamente se procedió a estudiar los patrones de medida que se necesitan para calcular un área, tomando como ejemplo algunas figuras como un círculo, un triángulo y un cuadrado con las cuales se deseaba cubrir el área de un rectángulo,

Figura 27

Patrón de medida



Nota. Diapositiva donde se busca identificar el patrón de medida para medir el área de figuras planas. Tomado de: Autoría propia.

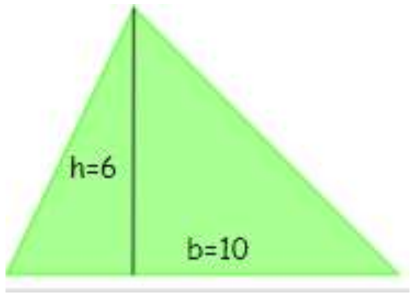
A partir de las imágenes mostradas se pudo llegar a la conclusión, que era más favorable que se utilizaran cuadrados para medir esa área. De esta manera logramos establecer que un área se mide en unidades al cuadrado y que las unidades más utilizadas son m^2 y cm^2.

En seguida, se propuso un ejercicio que consiste en determinar el número de cuadrados de lado 1 cm que caben en un rectángulo de medidas 12 cm de largo y 7 cm de alto; a lo cual los estudiantes afirmaron que cabía 84 cuadrados. Tomando como base este ejercicio y la respuesta al mismo, se incorpora la fórmula para calcular el área de un rectángulo $A = bh$, donde b es la base del rectángulo y h su altura.

Partiendo de la fórmula del área de un rectángulo se realizó una construcción gráfica de las fórmulas para calcular el área de polígonos. Se propuso a los estudiantes calcular el área del siguiente triángulo con las medidas dadas haciendo uso de la fórmula para el área de un rectángulo.

Figura 28

Ejercicio área del triangulo



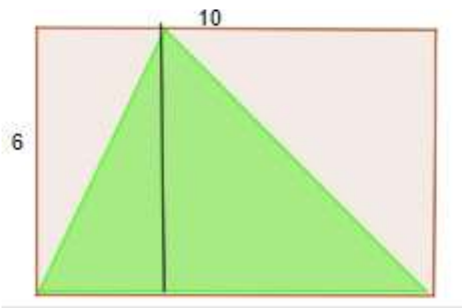
Nota. Ejercicio presentado sobre el área de un triángulo. Tomado de: Autoría propia.

Al notar que hubo dificultades para resolver tal tarea, se realizó la gráfica que se muestra a continuación en la cual se identifica la relación entre el área de las dos figuras, observando que el área del triángulo es la mitad del área del rectángulo, por lo cual obtenemos que:

$$At = (b \cdot a) \div 2$$

Figura 29

Relación entre rectángulo y triangulo

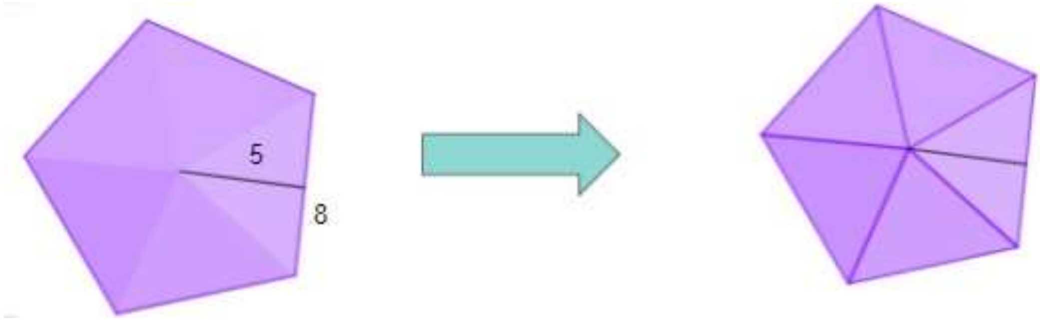


Nota. Representación gráfica de la relación entre el área de un rectángulo y el área de un triángulo. Tomado de: Autoría propia.

Seguidamente se les pidió que propusieran ideas para calcular el área de los siguientes polígonos:

Figura 30

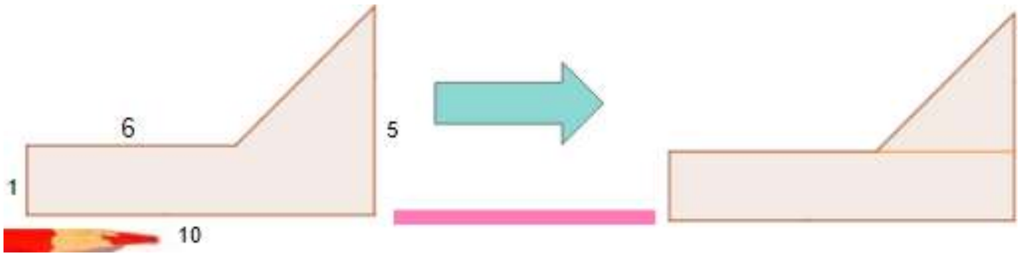
Ejercicio sobre área de polígonos regulares



Nota. Ejercicio presentado a los estudiantes para relacionar el área de triángulos con el áreade polígonos regulares. Tomado de: Autoría propia.

Figura 31

Ejercicio sobre área de polígonos irregulares



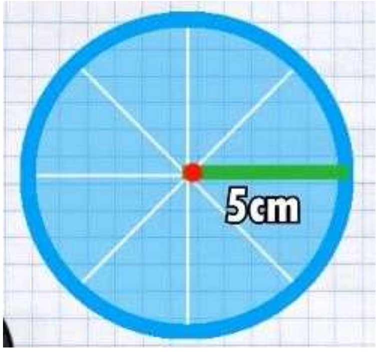
Nota. Ejercicio presentado a los estudiantes sobre el cálculo de áreas en polígonos irregulares. Tomado de: Autoría propia.

Algunas de las ideas que plantearon los estudiantes fue de dividir esas figuras en triángulos y rectángulos, para los cuales ya conocíamos cómo calcular el área. Estas ideas fueron muy pertinentes para dar solución a tal problema y de lo cual se pudo rescatar que un área grande se puede obtener de la suma de áreas pequeñas, también se logró llegar a la fórmula para el cálculo del área de polígonos regulares $(p \cdot a) \div 2$, donde p es el perímetro del polígono y a su apotema.

Ahora para estudiar el área de un círculo gráficamente, se dividió este en parte iguales

Figura 32

Área del círculo:



Nota. Representación gráfica de un círculo dividido en partes iguales. Tomado de: Carreón, D. Youtube, https://www.youtube.com/watch?v=iqefaBihj7U&t=179s.

Se reubicaron estas partes inscritas en un rectángulo, de la siguiente manera:

Figura 33

Área del circulo

Nota. Ubicación de las partes del círculo en un rectángulo. Tomado de: Carreón, D. Youtube, https://www.youtube.com/watch?v=iqefaBihj7U&t=179s.

Aquí se pudo observar que la suma del área de estos triángulos equivale a la mitad del área del rectángulo, que tiene como base el perímetro de la circunferencia y de altura el radio del círculo, por medio de operaciones algebraicas se concluye que $Ac = \pi \cdot r^2$. Así, fue más fácil la comprensión de estas fórmulas relacionadas con el área de figuras geométricas.

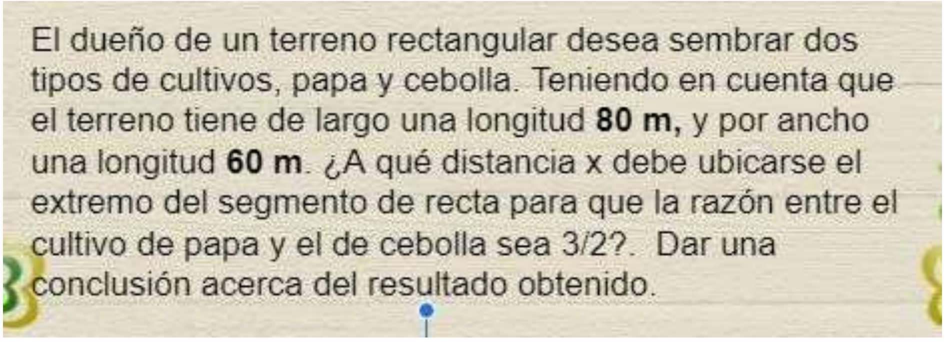
4.2.3 Resolución de problemas por el método de Pólya

En esta tercera parte del taller procedimos a abordar uno de nuestros principales referentes teóricos, por medio del planteamiento y resolución de diferentes problemas, empezando por exponer una corta biografía de Pólya y sus importantes aportes en la resolución de problemas.

Para comprender el planteamiento de Pólya nos remitimos a solucionar el siguiente problema, identificando cada paso:

Figura 3

Situación problema 1



El dueño de un terreno rectangular desea sembrar dos tipos de cultivos, papa y cebolla. Teniendo en cuenta que el terreno tiene de largo una longitud **80 m,** y por ancho una longitud **60 m**. ¿A qué distancia x debe ubicarse el extremo del segmento de recta para que la razón entre el cultivo de papa y el de cebolla sea 3/2?. Dar una conclusión acerca del resultado obtenido.

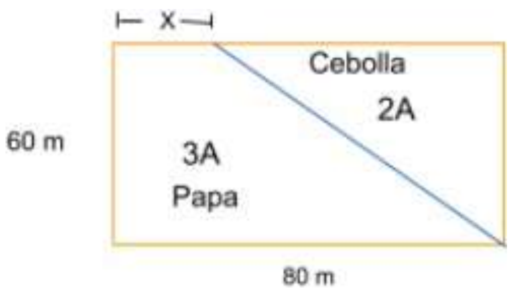
Nota. Situación problema planteada a los estudiantes. Tomado de: Z, Alex. (2011). https://profe-alexz.blogspot.com/2011/04/areas-y-perimetros-38-ejercicios.html.

De esta manera, dividimos el proceso de solución en cuatro momentos

Comprender el problema. Aquí se les dio un determinado tiempo para leer el problema, entenderlo, explicar con sus palabras cual es la información que proporciona el problema y cuál es la incógnita. Con la ayuda de la gráfica y la participación de los estudiantes se obtuvo la siguiente información:

Figura 35

Representación gráfica del problema 1



Nota. Grafica que representa la situación planteada en el problema 1. Tomado de: Autoría propia.

- Datos: El terreno tiene forma rectangular, 80 m es el largo del terreno y 60 m su ancho.

- ¿Qué me pide el problema? Hallar la distancia x a la que debe ubicarse el extremo del segmento de recta para que la razón entre el cultivo de papa y el de cebolla sea 3/2.

Idear un plan de solución. En este momento se preguntó ¿Cómo resolverían el problema?, ¿Qué podemos hallar con la información dada?

Algunas de las respuestas fueron: “se puede hallar el perímetro del terreno”, “se puede hallar el área del terreno “hallar el área del cultivo de papa”.

A partir de estas respuestas, en conjunto se analizó qué cálculos son factibles realizar, es decir si al calcular estas medidas nos sirven para llegar a la solución. Se descartaron dos de las opciones, así se optó por calcular el área del terreno y en lugar de hallar el área del cultivo de papa se procedió a calcular el área del cultivo de cebolla, pues contábamos con los datos necesarios para tal fin.

Ahora, la pregunta era ¿cómo calcular el área del cultivo de papa?, una de las estudiantes más participativas sugirió que se restara del área del terreno, el área del cultivo de cebolla. De esta manera consolidamos el plan a llevar a cabo para llegar a la solución.

Ejecutar el plan.

$$At = \text{área } del\ terreno$$

$$Ac = área\ del\ cultivo\ de\ cebolla$$

$$Ap = área\ del\ cultivo\ de\ papa$$

Así tenemos que:

$$At = (80)(60) = 4800$$

$$Ac = (80 - \mathrm{x})60/2 = 2400 - 30\ \mathrm{x}$$

$$Ap = (60)(80) - (2400 - 30\,x)$$

$$Ap = 4800 - 2400 + 30\,x$$

$$Ap = 2400 + 30\,x$$

Luego

$$Ap/Ac = 3/2$$

$$(2400 + 30\,x/2400 - 30\,x = 3/2$$

$$4800 + 60\,x = 7200 - 90\,x$$

$$150\,x = 2400$$

$$x = 16$$

Revisar la solución. Para este paso de la revisión, se recalca la importancia de asegurarnos si el resultado que obtuvimos es correcto, ya que puede ocurrir que nos equivoquemos en los cálculos e incluso que nuestro plan no nos haya conducido a la solución del problema, por tal razón se verifica que ese valor de x que encontramos, sí es una respuesta razonable y además que satisface lo planteado por el problema. Es así como se procede a reemplazar ese valor de $x = 16$, para calcular el área tanto del cultivo de papa como el de cebolla y ver que en efecto la razón entre estas dos áreas nos da como resultado 3/2, que es lo que nos pide el problema.

$$Ac = 2400 - 30(16) = 2400 - 480 = 1920$$

$$Ap = 2400 + 30(16) = 2400 + 480 = 2880$$

$$Ap/Ac = 2880/1990 = 3/2$$

Con este ejemplo se mostró a los estudiantes lo que se debe tener en cuenta al momento de resolver un problema, ya que no solo se necesita efectuar cálculos sino que también se debe comprender el problema, ver qué información me están dando, que es lo que me piden, ver la manera en la que puedo proceder para resolverlo, las herramientas que tengo en cuanto al conocimiento matemático que me podrían ayudar, realizar unos cálculos adecuados y finalmente verificar si esa respuesta que obtengo es razonable y me genera una solución correcta al problema.

Después de que los estudiantes conocieran este planteamiento, se propusieron los problemas que se muestran a continuación, con el propósito de que pudieran ser resueltos teniendo en cuenta el planteamiento de Pólya.

Figura 36

Situación problema 2

Nota. Problema 2, planteado a los estudiantes. Tomado de: Eusebio, R. (2016). https://brainly.lat/tarea/3128819.

Figura 37

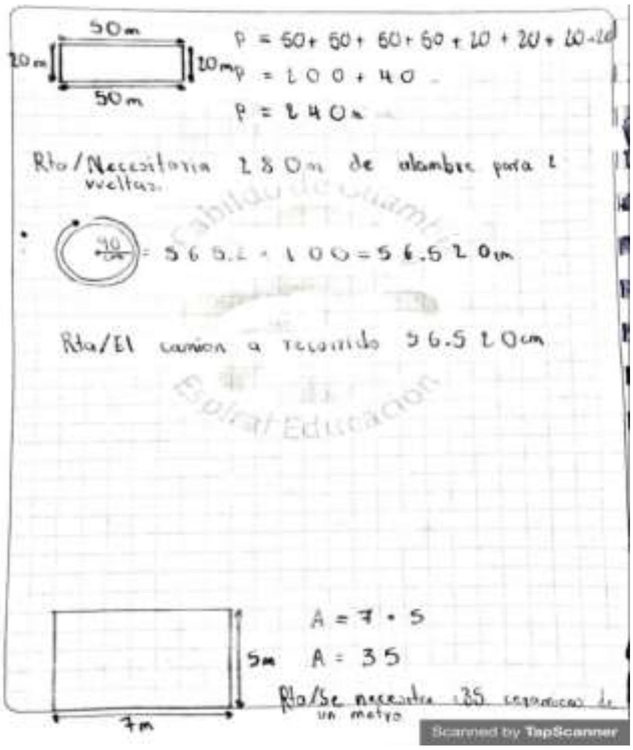
Situación problema 3

Nota. Problema 3, planteado a los estudiantes. Tomado de: S. (2016). https://brainly.lat/tarea/3329279.

Algunas de las soluciones obtenidas por los estudiantes fueron las siguientes:

Figura 38

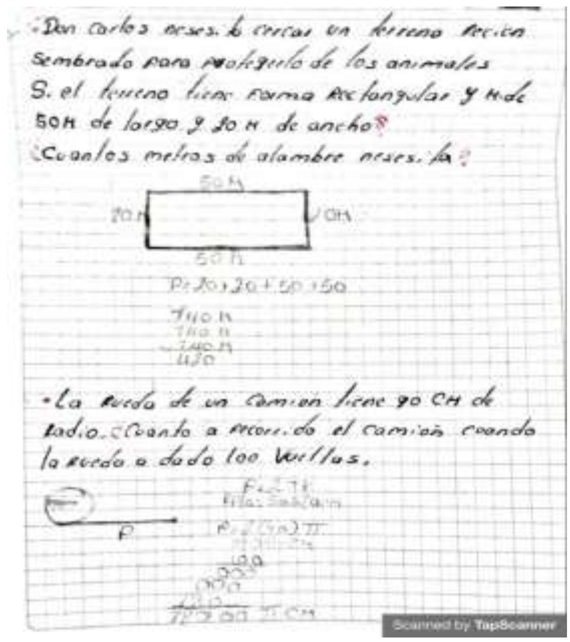
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de los problemas 2 y 3, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 39

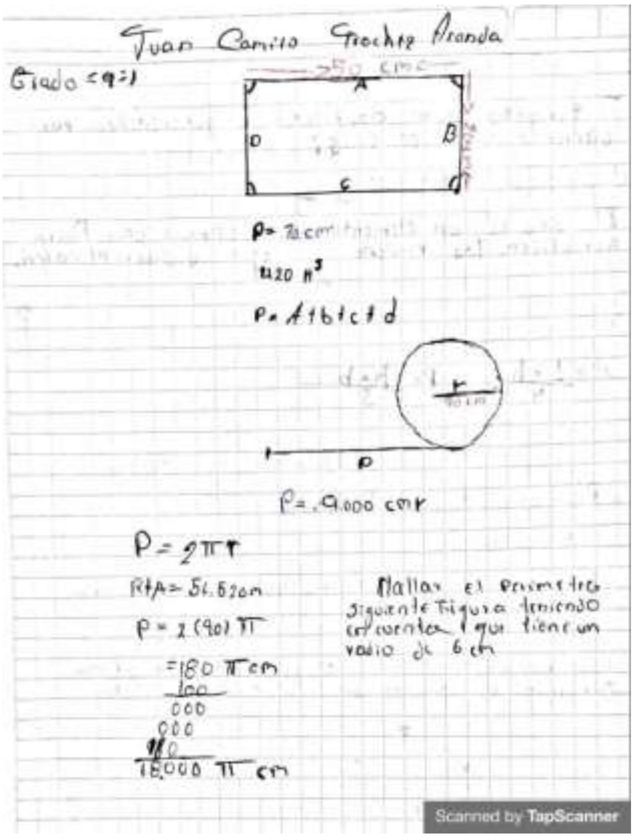
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de los problemas 2 y 3, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 40

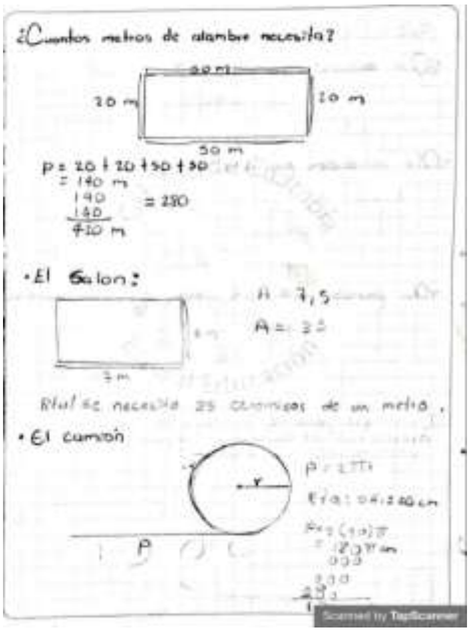
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de los problemas 2 y 3, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 41

Solución presentada por estudiante

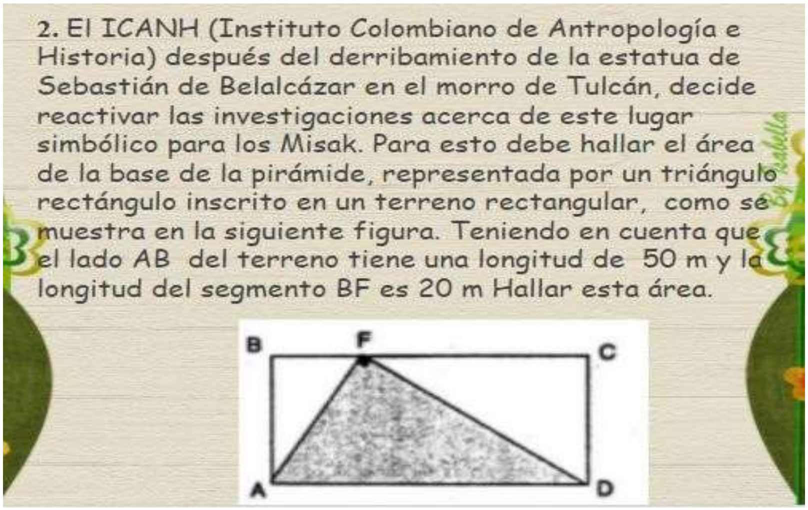


Nota. Solución de los problemas 2 y 3, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

El problema que se plantea a continuación también fue propuesto a los estudiantes, pero debido a su complejidad, resultó ser poco comprensible para ellos, por lo cual tuvimos que intervenir y realizarlo en conjunto con toda la clase.

Figura 42

Situación problema 4



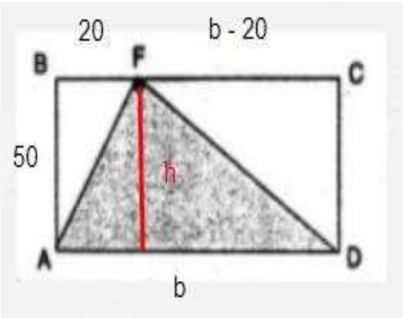
Nota. Problema 4 planteado a los estudiantes. Tomado de: Z, Alex. (2011). https://profe-alexz.blogspot.com/2011/04/areas-y-perimetros-38-ejercicios.html

Comprender el problema. Los estudiantes leyeron el problema y para contextualizarlos se narró un poco de la historia tras está pirámide y los sucesos del 16 de septiembre del 2020, cuando la comunidad Misak derribó la estatua de Sebastián de Belalcázar, explicando el porqué de ese acto simbólico para las comunidades indígenas. Para algunos de los estudiantes era nuevo el tema y no estaban enterados, otros si reconocían este acto y mencionaron que sus familiares hicieron el acompañamiento a las autoridades ese día.

De esta manera se identificó la siguiente información del enunciado:

Figura 43

Representación gráfica problema 4



Nota. Grafica que representa la lo planteado en el problema. Tomado de: Z, Alex. (2011). https://profe-alexz.blogspot.com/2011/04/areas-y-perimetros-38-ejercicios.html

- Datos: El morro está ubicado en un terreno rectangular, 50 m mide el ancho del terreno, 20 m mide la distancia de B a F.
- ¿Qué me pide el problema? Hallar el área de la figura sombreada

Idear un plan de solución. A las preguntas, ¿Cómo resolverían el problema?, ¿Qué podemos hallar con la información dada? los estudiantes propusieron “Calcular el área del triángulo”, “calcular el área del rectángulo”, “calcular el perímetro”. A partir de estas intervenciones preguntamos ¿Cómo calculamos estas medidas?, ¿Qué valores necesitamos conocer para el cálculo de estas medidas? la mayoría mencionó que se debe conocer la base y la altura; sin embargo, cayeron en cuenta de que la base no estaba dada por lo cual eranecesario buscar la manera de hallar ese valor.

Después de un determinado tiempo, los estudiantes manifestaron no encontrar una manera de proceder en la solución del problema, así que fue necesario proporcionar pistas que los direccionó a la solución.

Recordando primero que el triángulo sombreado era un triángulo rectángulo por lo cual podíamos hacer uso del teorema de Pitágoras, cabe mencionar que los estudiantes no recordaban lo que este teorema propone, con lo cual se tuvo que hacer un paréntesis y dar a conocer que el teorema de Pitágoras expone, que en un triángulo rectángulo el cuadrado de su hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de sus catetos. Además, se mencionó que el propósito era hallar el valor de b, y para esto debemos conocer el valor de AF y FD, lo cual lo podemos hacer por medio del teorema de Pitágoras aplicado a los tres triángulos formados en la figura. Gracias al análisis de estos aspectos los estudiantes construyeron un plan que era posible ejecutarlo para llegar a la solución.

Ejecutar el plan. En el desarrollo del plan se designó a una estudiante para que en el tablero y con ayuda de sus compañeros hiciera las operaciones necesarias que se trazaron enel diseño del plan. El procedimiento se llevó a cabo de la siguiente manera:

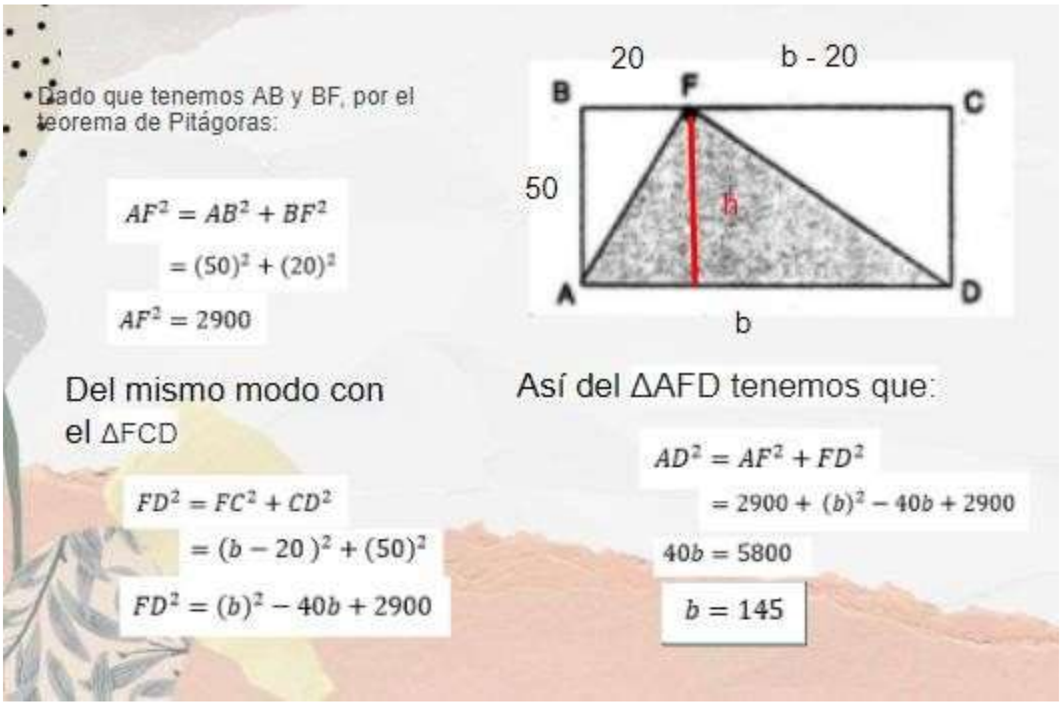
Figura 44

Estudiantes de grado noveno

Nota. Estudiante de grado noveno resolviendo problema en el tablero. Tomado de: Autoría propia

Figura 45

Solución del problema 4

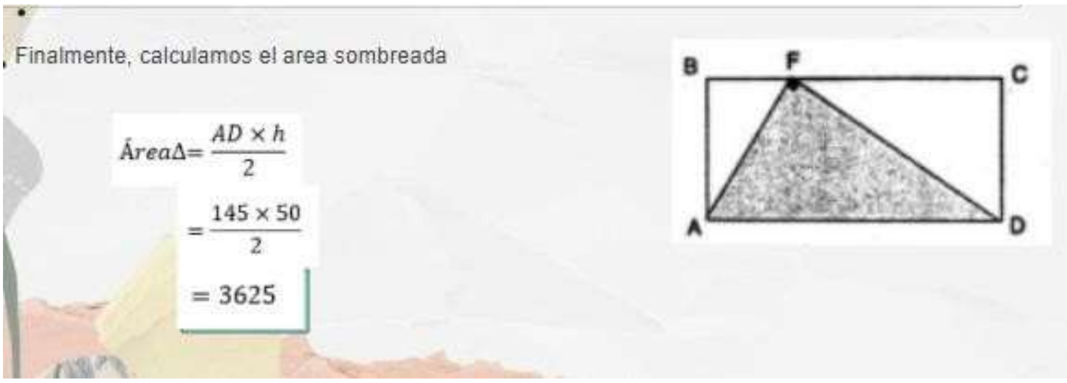


Nota. Diapositiva de la solución al problema 4. Tomado de: Autoría propia.

Aplicando el teorema de Pitágoras a los triángulos ΔABF y ΔFCD, se obtuvo el valor numérico del cuadrado de AF y la expresión del cuadrado de FD. Luego aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo sombreado se obtuvo el valor de b.

Figura 46

Solución problema 4



Nota. Diapositiva de resultado final al problema 4. Tomado de: Autoría propia

Finalmente se calculó el área sombreada, puesto que ya teníamos la medida de su base y de su altura, con lo cual se daba solución al problema.

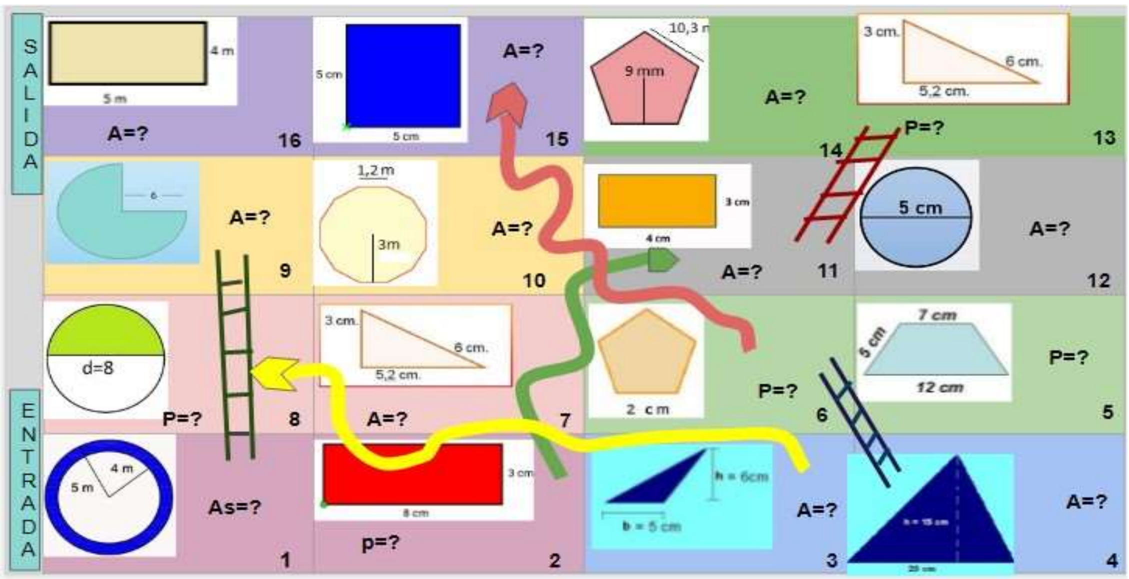
Revisar la solución. En este momento cada estudiante hizo una revisión de todos los pasos realizados y cálculos efectuados, con el fin de verificar si el procedimiento que se realizó era correcto.

4.2.4 Serpientes y escaleras geométrico

Para finalizar este taller se decidió presentar el juego “Serpientes y escaleras”, adaptado a la temática que se abordó, las cuales fueron perímetros y áreas. El objetivo era ser el primero en alcanzar la cima, moviéndose a través del tablero del juego desde su cuadro inicial hasta llegar al cuadro final, dando solución a los diferentes ejercicios que contiene cada casilla, si la respuesta era incorrecta el jugador no podía avanzar a la casilla determinada.

Figura 47

Juego escaleras y serpientes



Nota. Tablero para jugar serpientes y escaleras. Tomado de: Autoría propia.

Cada jugador comenzó con una ficha en el cuadro de entrada. Los jugadores se turnaron tirando un solo dado, indicando el número de casillas a avanzar en el tablero.

Figura 48

Estudiantes jugando

Nota. Estudiantes jugando serpientes y escaleras. Tomando de: Autoría propia.

Figura 49

Estudiantes jugando

Nota. Estudiantes resolviendo los ejercicios para subir de nivel en el juego serpientes y escaleras. Tomando de: Autoría propia.

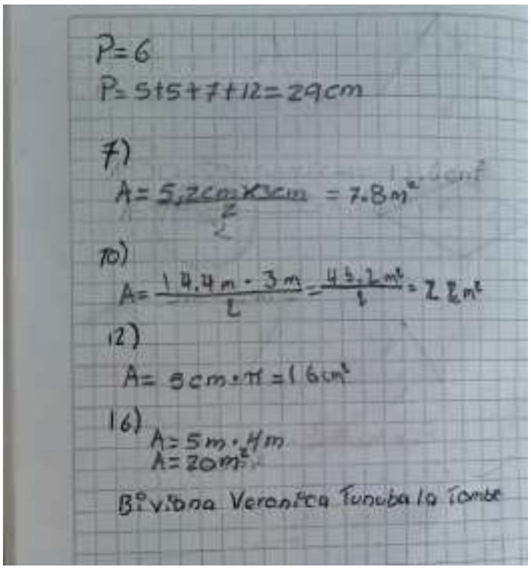
Figura 50

Hoja de ejercicios resueltos por estudiantes

Nota. Ejercicios realizados por estudiantes para subir de nivel en el juego serpientes y escaleras. Tomando de: Autoría propia.

Figura 51

Hoja de ejercicios resueltos por estudiantes



Nota. Ejercicios realizados por estudiantes para subir de nivel en el juego serpientes y escaleras. Tomando de: Autoría propia.

Durante el juego los estudiantes realizaron los ejercicios necesarios que les permitían avanzar alrededor del tablero, está actividad aparte de ser atractiva para ellos les permitió hacer uso de las diferentes fórmulas y teoría que se estudió en torno a los conceptos de perímetro y área. Además, se motivó el trabajo en equipo, pues se dividieron en parejas y mientras un jugador resolvía el ejercicio el otro debía verificar si estaba correcto.

De este taller podemos destacar que la resolución de problemas fue fundamental para la apropiación de los conocimientos geométricos estudiados, además la estrategia pedagógica de Pólya permitió que los estudiantes abordaran de manera más detallada y consciente las situaciones propuestas que estaban en contexto con la realidad de esta comunidad indígena. Del mismo modo la implementación del juego como actividad recreativa contribuyó primero al manejo y la aplicación de las fórmulas estudiadas y por otro lado a generar en el aula un ambiente más dinámico y atractivo para los asistentes de la clase.

4.3 Bitácora Taller 3: Exploremos el concepto de volumen resolviendo problemas

En este tercer taller denominado "Exploremos el concepto de volumen resolviendo problemas", se desarrollaron actividades que nos permitieron acercarnos a su estudio y aplicación. El desarrollo de este trabajo en el aula se llevó a cabo en tres momentos, al primero lo denominamos "Introducción al concepto de volumen", donde se realiza él estudio de este concepto y de las diferentes fórmulas para el cálculo del volumen de primas, pirámides y esferas; al segundo momento lo denominamos "Apliquemos el concepto de volumen resolviendo problemas", en el cual se abordaron diferentes situaciones problema asociadas al contexto de los estudiantes; al tercer y último momento lo denominamos "Disfrutando las matemáticas con el Sudoku" como una actividad recreativa que permitió potenciar el razonamiento lógico de los estudiantes.

4.3.1 Introducción al concepto de volumen

Para dar inicio al tercer taller, se realizó una primera intervención que pretendía contextualizar a los estudiantes sobre el significado de volumen y su uso en los diferentes ámbitos de la vida cotidiana, pues el mundo en que vivimos es un espacio de tres dimensiones y por tal razón estamos rodeados de objetos que poseen una altura, una longitud y también una profundidad. Como habitantes de este mundo debemos conocer más acerca de las características que describen esos objetos, teniendo en cuenta que estos se clasifican según su forma en el campo de la geometría.

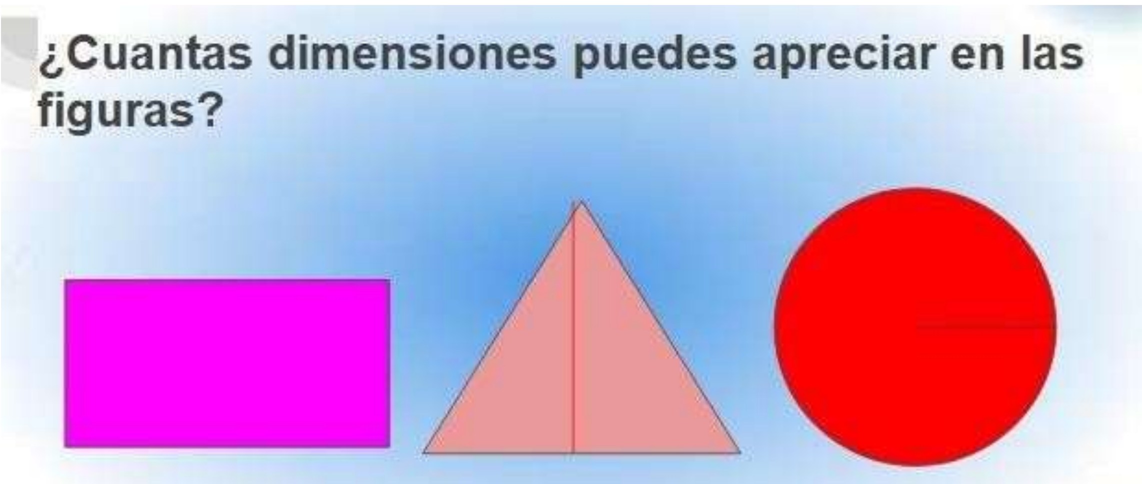
A partir de lo anterior se les preguntó a los estudiantes ¿Qué entienden por volumen?, a lo cual los estudiantes respondieron; "es un espacio de tres dimensiones","es como la profundidad de algo", "es una cantidad de una masa".

De sus intervenciones podemos rescatar que relacionan el volumen con una propiedad de un objeto que se puede medir, además, en una de estas respuestas involucran espacio y dimensión, ya que fueron conceptos trabajados en el primer taller, lo cual nos permite afirmar que los estudiantes se estaban apropiando de estos términos.

Con estas respuestas obtenidas y partiendo de que ya estaban familiarizados con las dimensiones, se procedió a realizar la siguiente pregunta:

Figura 52

Dimensiones

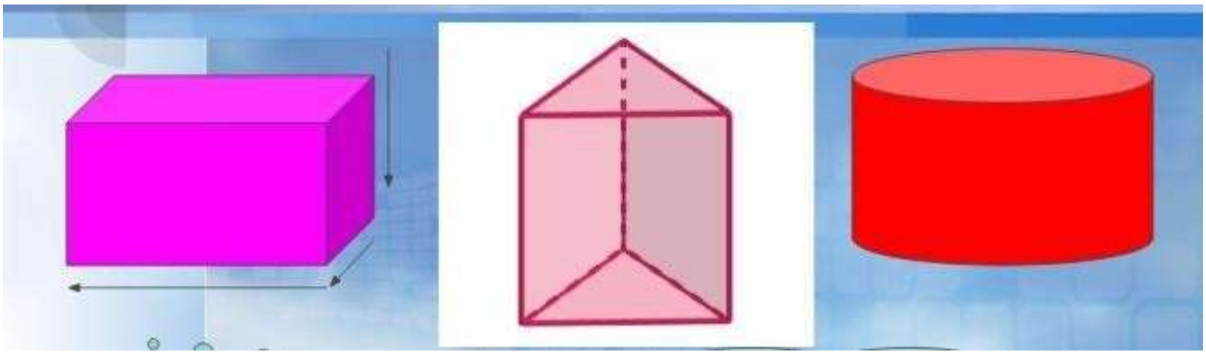


Nota. Representaciones de figuras planas presentadas a los estudiantes. Tomado de: Autoría propia

Los estudiantes respondieron, que eran figuras de dos dimensiones y que podíamos calcular el perímetro y el área. Luego se les presentó las siguientes figuras:

Figura 53

Dimensiones



Nota. Representaciones de figuras tridimensionales presentadas a estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Con estas imágenes los estudiantes pudieron apreciar que eran figuras similares a las anteriores, pero que estas tenían otra dimensión, que era la profundidad, y que, al contar con esa dimensión, estas figuras ocupan un espacio de tres dimensiones. Es así como se definió que el volumen es la medida del espacio de tres dimensiones ocupado por un cuerpo (Alumnos del CECYTEM Metepec I, grupo 604, s.f.).

Luego con el objetivo de que identifiquen qué patrón de medida se puede usar para medir el volumen, se plantearon las siguientes preguntas:

¿Qué unidad de medida utilizamos para medir un segmento en una dimensión?

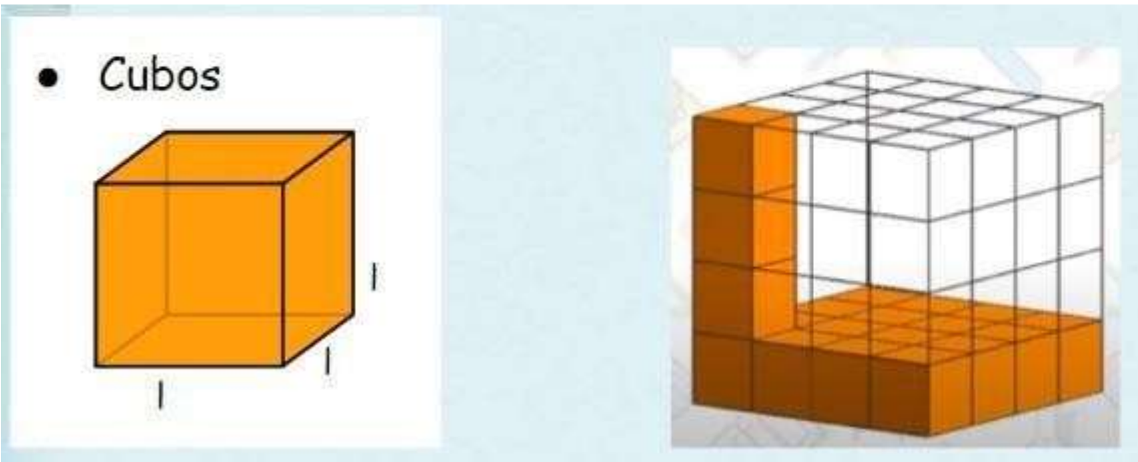
¿Qué unidad de medida utilizamos para medir un objeto en dos dimensiones?

Las respuestas que se obtuvieron fueron, que para medir el perímetro se utiliza el m y para el área el m^2. Luego a la siguiente pregunta ¿Con qué unidad de medida podemos medir un objeto en tres dimensiones? Intuitivamente afirmaron que la unidad demedida sería m^3.

Con lo cual se hizo la siguiente representación gráfica:

Figura 54

Unidades cubicas



Nota. Representación de las unidades cubicas para medir un volumen. Tomado de: (2016). https://laescuelaencasa.com/wp-content/uploads/2016/06/Figura-6.-Volumen-del-cubo.png.

Aquí se pudo observar que la medida del espacio ocupado por un cuerpo es la cantidad de cubos de cierta medida que caben en él, dándole un significado geométrico a la definición de volumen.

Luego, con el objetivo de comprender la situación anterior se plantearon los siguientes ejercicios:

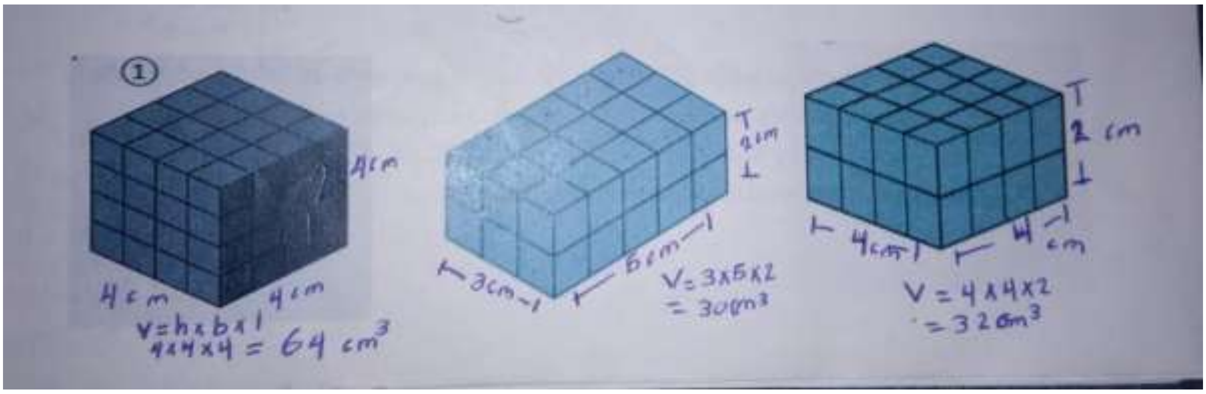
Figura 55

Ejercicio unidades cubicas

Nota. Ejercicio de cálculo de volumen mediante el patrón de medida. Tomado de: https://www.jica.go.jp/project/elsalvador/004/materials/ku57pq00003u7589-att/teacher_ES6_08.pdf.

Figura 56

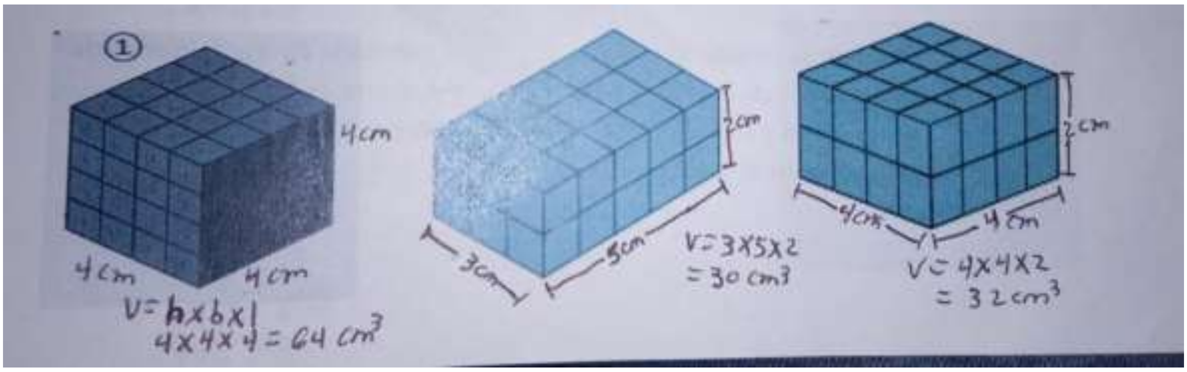
Solución presentada por estudiante



Nota. Ejercicios de cálculo de volumen resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 57

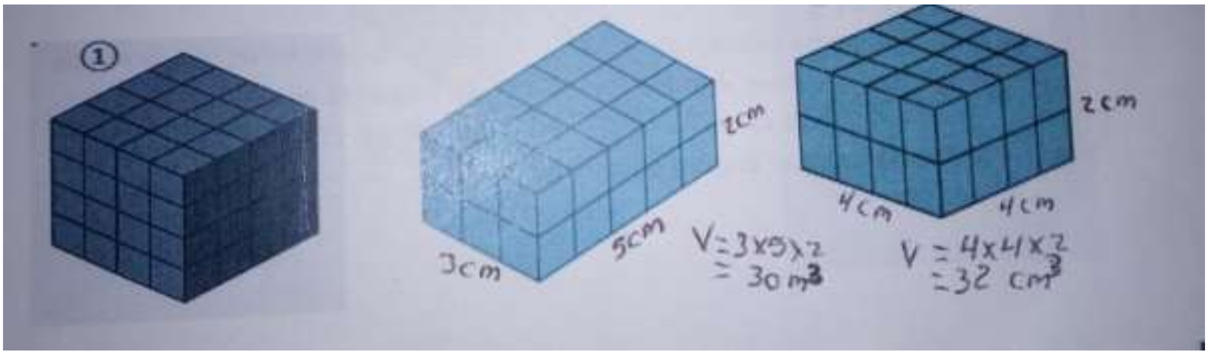
Solución presentada por estudiante



Nota. Ejercicios de cálculo de volumen resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 58

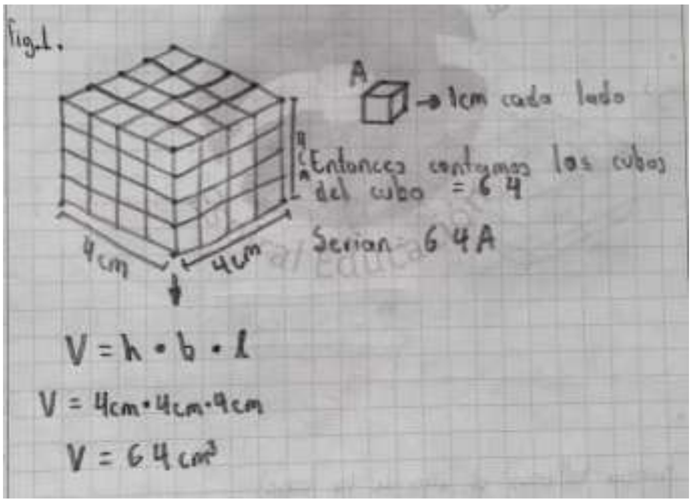
Solución presentada por estudiante



Nota. Ejercicios de cálculo de volumen resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 59

Solución presentada por estudiante



Nota. Ejercicios sobre cálculo de volumen resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Se notó que la primera idea para abordar el ejercicio fue contar manualmente los cubos que formaban las figuras, lo cual presentó dificultades ya que algunos no eran visibles, así que se planteó que buscaran una manera más corta de obtener la respuesta sin realizar el procedimiento de conteo. Entonces determinaron que para saber cuántos cubos había en una de las caras era necesario multiplicar el número de filas por las columnas y de ahí multiplicar el resultado por la cantidad de cubos que daban la altura de la figura. A partir de esto se concluyó que la fórmula para calcular el volumen de un prisma rectangular es:

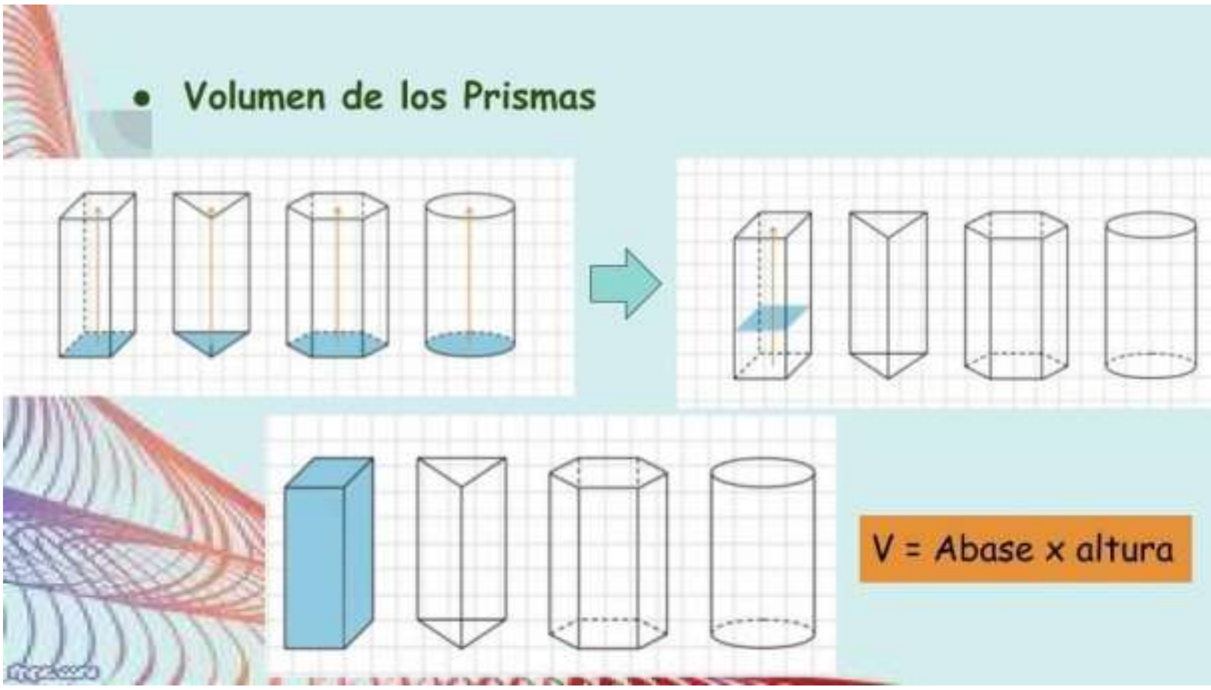
$$V = l \cdot a \cdot h$$

Donde l es el largo, a el ancho y h la altura de la figura.

Se continuó con el estudio del volumen de los diferentes sólidos como prismas, pirámides y esferas. Para hacer más comprensible el porqué de la fórmula del volumen de los prismas, se hizo la siguiente representación.

Figura 60

Volumen del prisma



Nota. Representación gráfica de la fórmula para el cálculo del volumen de un prisma. Tomado de: Píldoras Matemáticas. (2019). 12 volumen y superficie de un prisma. YouTube, https://youtu.be/6g71pFPgts0.

Tomando la base de cada una de las figuras, se mostró que cuando está base recorre toda la altura de la figura se llega a cubrir el volumen ocupado por ella, está fue una manera gráfica de observar la razón por la cual se tiene que $V = Ab \cdot h.$ (Matemáticas, 2019).

Lo que se expuso anteriormente se relaciona con el método de los indivisibles de Cavalieri, el cual se desarrolló en el siglo XVI, por Bonaventura Cavalieri (1598-1647), según su teoría un área es la suma de infinitos segmentos rectos y un volumen es la sumade infinitas superficies planas. Teniendo en cuenta este método es posible cortar el sólido con infinitos planos paralelos al plano de la base, lo cual genera superficies iguales y paralelas a la base, así la suma de este conjunto de superficies proporciona el volumen dedicha figura. (Ortiz, 2021).

Mediante la anterior representación gráfica se mostró la manera en que, con infinitas superficies planas, paralelas e iguales a la base inferior de los prismas, se puede cubrir todo el volumen ocupado por la figura. Esta fue una manera gráfica e intuitiva de observar la razón por la cual se tiene que:

$$V = Ab \cdot h.$$

Como ejercicio de aplicación de esta fórmula se plantea el siguiente:

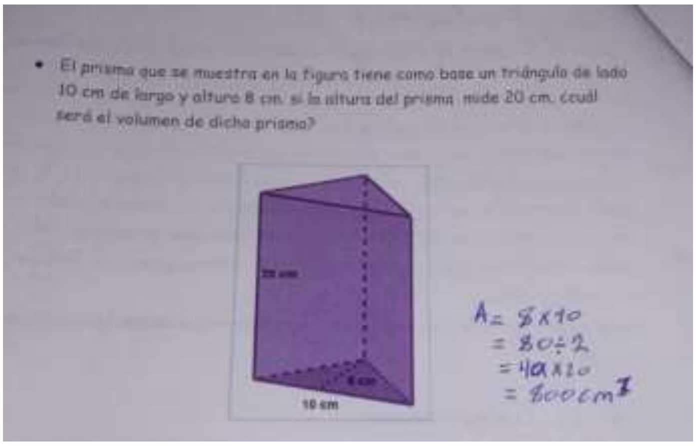
Figura 61

Ejercicio de volumen

Nota. Ejercicio sobre el cálculo del volumen de un prisma. Tomado de: Autoría propia.

Figura 62

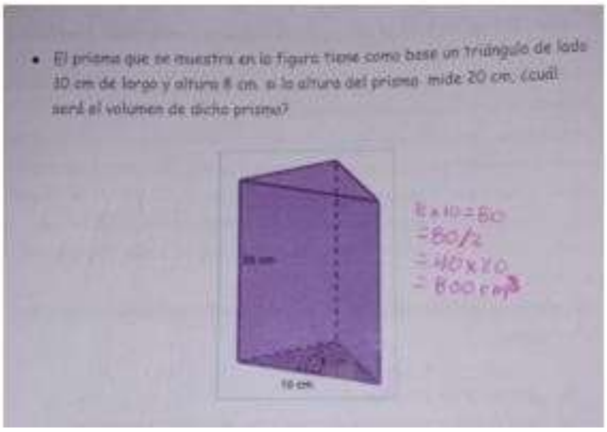
Solución presentada por estudiante



Nota. Ejercicio sobre volumen de un prisma resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 63

Solución presentada por estudiante



Nota. Ejercicio sobre volumen de un prisma resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

En las soluciones obtenidas se evidencia que no presentó dificultad al aplicar ésta fórmula, ya que eran dados todos los datos y solo se requería de operarlos.

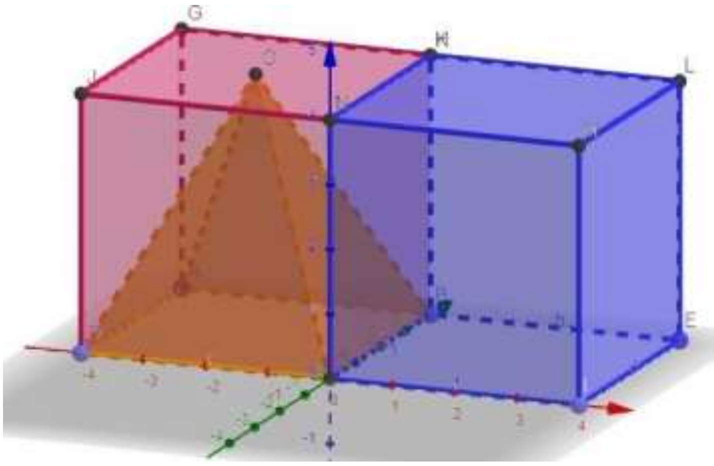
Para comprender el porqué de la fórmula:

$$v = \frac{ab.h}{3}$$

En el cálculo del volumen de pirámides, se realizó una construcción gráfica pormedio de la plataforma GeoGebra, tomando como referentes un prisma (cubo) y una pirámide que tuviese la misma base y altura.

Figura 64

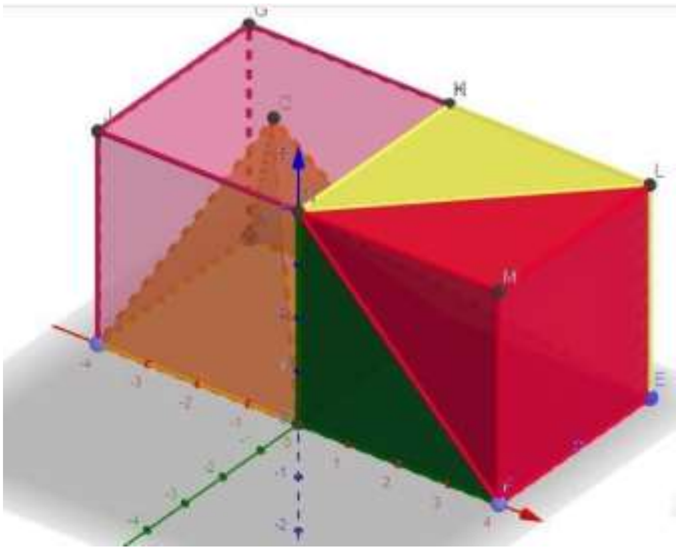
Representación en GeoGebra



Nota. Representación visual en GeoGebra de la relación entre volumen de un prisma y una pirámide. Tomado de: Autoría propia.

Figura 65

Representación en GeoGebra



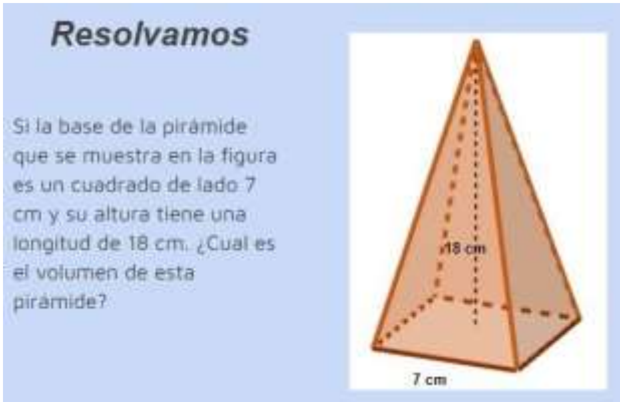
Nota. Tres pirámides con la misma base y altura inscritas en una prima. Tomado de: Autoría propia.

En la primera imagen se grafican dos cubos y en uno de ellos se inscribe una pirámide con la misma base y altura; en la segunda imagen se inscriben tres pirámides, tomando como bases tres caras del cubo y se prolongan a la misma altura de este, con lo cual se evidencia que esas tres pirámides cubren el volumen total del cubo, es así como sepuede observar que el volumen de una pirámide es un tercio del volumen de un de prisma(Ganem, 2020).

Como ejercicio de aplicación de esta fórmula se plantea el siguiente:

Figura 66

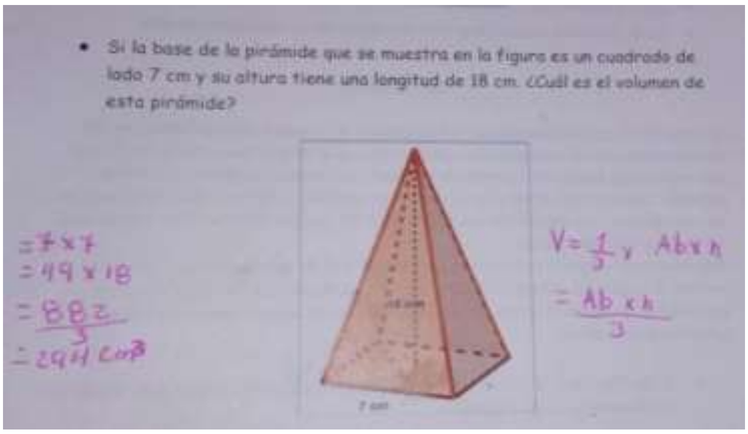
Ejercicio del volumen de una pirámide



Nota. Ejercicio presentado a los estudiantes, sobre el cálculo del volumen de una pirámide. Tomado de: Autoría propia.

Figura 67

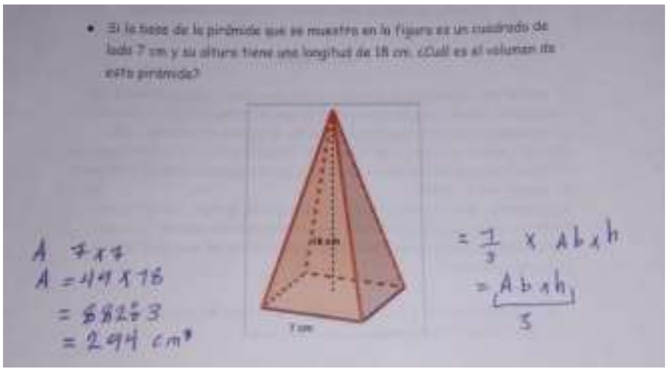
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución del ejercicio de pirámide resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 68

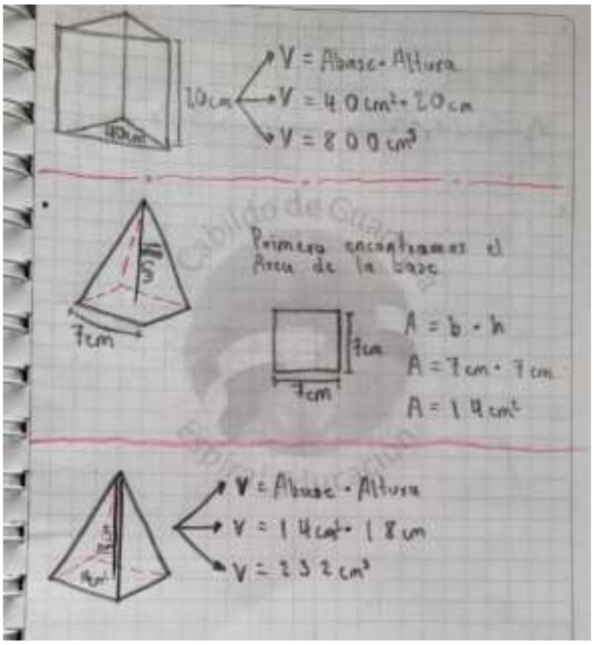
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución del ejercicio de pirámide resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 69

Solución presentada por estudiante



Nota. Solución del ejercicio de pirámide resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

De la misma manera, no hubo dificultad en la aplicación de la fórmula de volumen para pirámides, ya que eran dados todos los datos y solo se requería de operarlos.

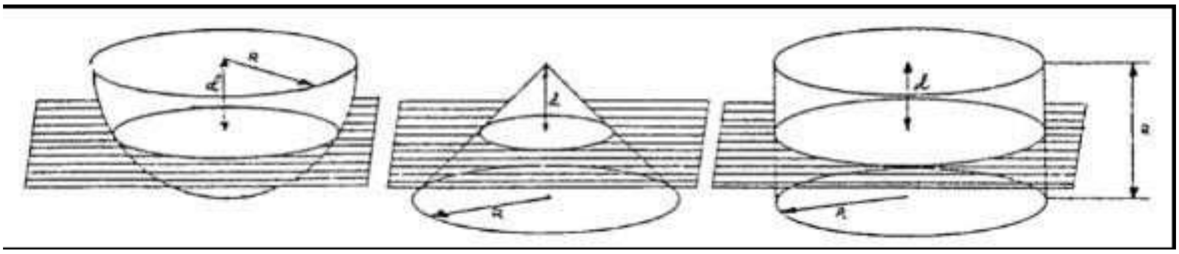
Como otro de los sólidos a estudiar, se presentó la fórmula de la esfera:

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

Arquímedes (287 a. C, 212 a. C.) físico, ingeniero, inventor, astrónomo y matemático griego, fue el primero en determinar que el volumen de la esfera es dos tercios del volumen del cilindro circunscrito a ella. Para llegar a esto, consideró tres sólidos, una semiesfera, un cilindro circular recto y un cono recto, a los cuales cortó con planos paralelos a la base del cilindro y el cono a una misma distancia d, como se muestra en la figura.

Figura 70

Representación grafica



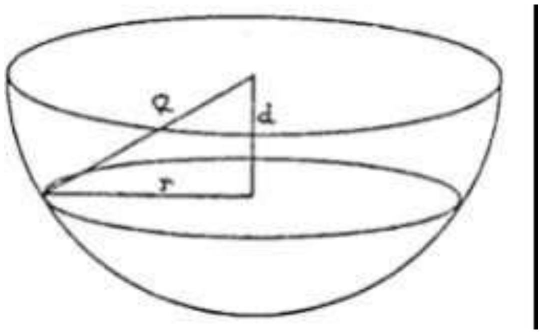
Nota. Representación de un cilindro, cono y semiesfera cortados por planos. Tomado de: Ciencia Fácil. (s.f.). https://www.cienciafacil.com/paginaesfera.html.

Arquímedes observó que la sección determinada por el plano en el cilindro era un círculo de radio R. La sección en la esfera era un círculo, pero con un radio r que dependíade la distancia d; así mismo la sección del cono también era un círculo y dado que la apertura del cono forma un ángulo de 45° su radio era igual a la distancia d.

En la siguiente imagen hizo uso del teorema del teorema de Pitágoras, determinando la expresión $r^2 + d^2 = R^2$, de donde obtuvo que $As = \pi\ (R^2 - d^2)$.

Figura 71

Representación gráfica semiesfera

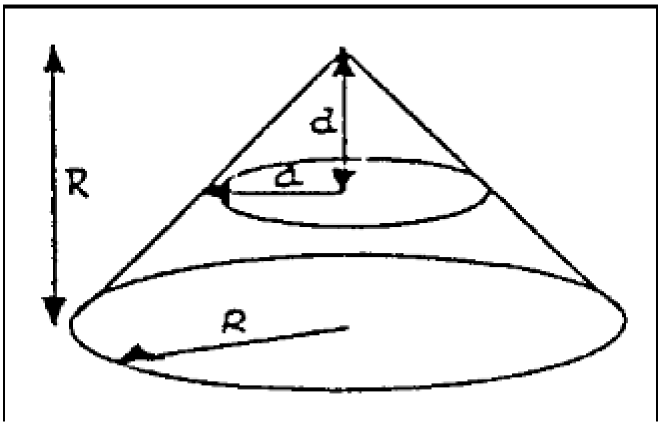


Nota. Representación del uso del teorema de Pitágoras en la semiesfera. Tomado de: Ciencia Fácil. (s.f.). https://www.cienciafacil.com/paginaesfera.html.

En la sección del cono se obtuvo que $Ac = \pi d^2$

figura 72

Representación gráfica del cono



Nota. Representación gráfica para el área de la sección del cono. Tomado de: Ciencia Fácil. (s.f.). https://www.cienciafacil.com/paginaesfera.html.

Luego, al sumar estos dos resultados obtuvo como resultado el área de la sección del cilindro.

$$As + Ac = Aci$$

Arquímedes se imaginó que la suma de las áreas de las secciones daba el volumen de la figura por lo cual llegó a concluir que:

$$Volumen\ cilindro = Volumen\ semiesfera + \ Volumen\ cono$$

Para ese entonces ya era conocido como calcular el volumen del cilindro y el cono, lo que permitió encontrar la manera de calcular el volumen de la esfera que es el doble del volumen de la semiesfera (Arquímedes y el volumen de la esfera, s.f.).

Para aplicar este resultado se planteó el siguiente problema:

Figura 73

Situación problema

Nota. Situación problema propuesta a estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Figura 74

Solución presentada por estudiante

Nota. Ejercicio sobre volumen de cuerpos sólidos, resuelto por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 75

Solución presentada por estudiante

Nota. Ejercicio sobre volumen de cuerpos solidos resuelto por estudiante. Tomado de:Autoría propia.

Para abordar este problema los estudiantes procedieron a calcular el volumen del balón, que es una representación de una esfera y el volumen del recipiente de forma cilíndrica, haciendo uso de las fórmulas adecuadas, con estos resultados realizaron una comparación de los dos volúmenes llegando a dar la siguiente respuesta:

"Si, porque el volumen del balón es menor que el recipiente"

Aquí los estudiantes para dar una respuesta solo tuvieron en cuenta una parte del procedimiento que se requería para llegar a la solución, pero no consideraron que al ser dos cuerpos distintos puede darse el caso en que la esfera tenga un volumen menor aun teniendo el diámetro mayor, ya que el volumen del cilindro también depende de su altura. En este problema era muy pertinente considerar este aspecto, pues el diámetro del balón es mayor que el diámetro del recipiente, lo que implica que, aunque el volumen del recipientesea mayor, no se podría introducir el balón. Para una mejor comprensión, se ejemplifica esta situación con los objetos en físico, ya que contábamos con un balón de básquet y una cubeta de forma cilíndrica con la medida del diámetro menor al del balón, pero debido a sualtura el volumen era notoriamente mayor y al tratar de introducir el balón en este, se pudo evidenciar que no era posible.

Seguidamente se procedió a plantear diferentes situaciones problema, con el fin de que los estudiantes se apropien de estos conocimientos.

4.3.2 Apliquemos el concepto de volumen resolviendo problemas

Muchos de los problemas que se nos presentan en nuestra vida cotidiana están relacionados con el concepto de volumen ya que al interactuar con el medio en que vivimos es necesario cuantificar y modelar el espacio ocupado por estos objetos. Conocermás acerca de lo que es el volumen y cómo lo podemos usar en las actividades que desarrollamos en el día a día nos permite resolver problemas de manera más adecuada.

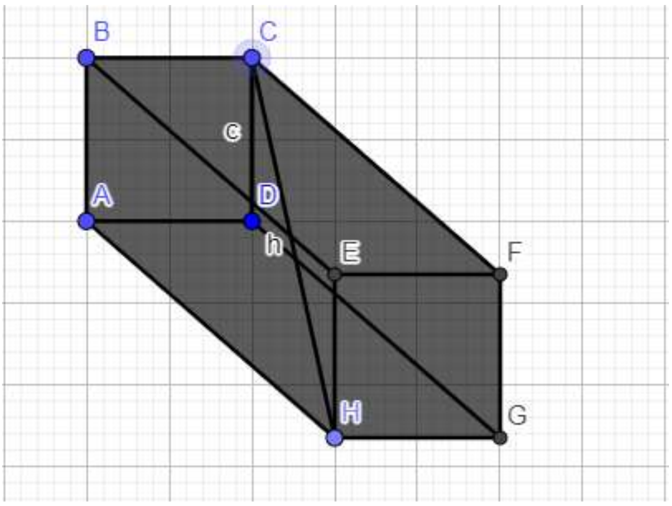
Por tal razón en este segundo momento de la intervención se plantearon los siguientes problemas que por su contexto son comprensibles para los estudiantes y por medio de los cuales se pretendía que aplicaran lo aprendido y buscarán estrategias que les permitiera llegar a la solución.

En la vereda la Campana contratan a un albañil para que construya un tanque con forma de prisma recto y base rectangular (ver figura) para depósito de agua, al albañil se le proporciona una cierta cantidad de material. Al terminar la construcción el albañil informa a la junta de la vereda que la altura y la profundidad del tanque tienen una longitud de 2 m y la diagonal del tanque tiene una longitud de 5m.

Los habitantes de la vereda desean conocer qué cantidad de agua pueden almacenar en dicho tanque. Teniendo en cuenta esta información ¿Qué procedimiento deben realizar los habitantes de la vereda para conocer la cantidad de agua que se puede almacenar en el tanque? Hallar dicha cantidad.

Figura 76

Representación gráfica del problema

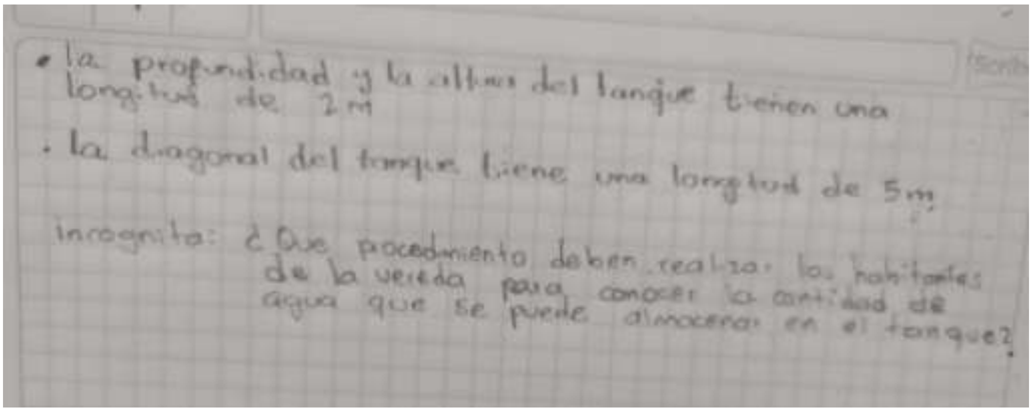


Nota. Ubicación de los datos que plantea el problema mediante una gráfica. Tomado de: Autoría propia.

Aquí se les dio un determinado tiempo para leer el problema, entenderlo y explicar con sus palabras cual es la información que proporciona el problema y cuál es la incógnita. Obtuvimos el siguiente resultado:

Figura 77

Solución presentada por estudiante.



• la profundidad y la altura del tanque tienen una longitud de 2 m

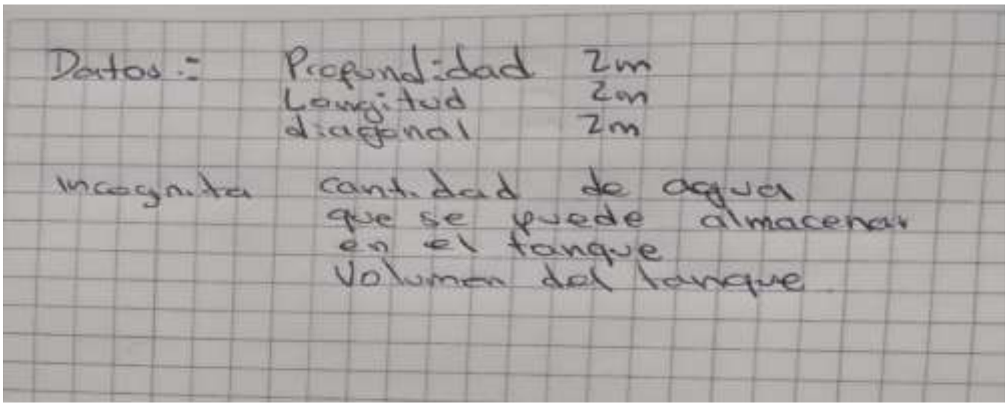
• la diagonal del tanque tiene una longitud de 5m

incognita: ¿Que procedimiento deben realizar los habitantes de la vereda para conocer la cantidad de agua que se puede almacenar en el tanque?

Nota. Situación problema resuelta por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 78

Solución presentada por estudiante



Datos: Profundidad 2m
Longitud 2m
diagonal 2m

incognita cantidad de agua que se puede almacenar en el tanque
Volumen del tanque

Nota. Situación problema resuelta por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Se puede evidenciar que identificaron la información del problema y determinaron cuál era la incógnita, lo que indica que se comprendió el planteamiento del problema; sin embargo, los estudiantes manifestaron que no hallaban una manera de proceder hacia la búsqueda de una solución, por lo que se realizó tal procedimiento en conjunto.

Se comienza planteando las siguientes preguntas:

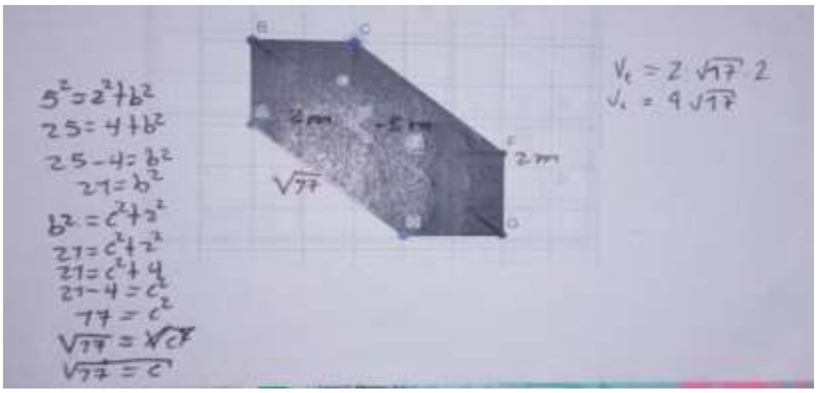
¿Qué forma tiene el tanque?, la respuesta obtenida fue que tenía la forma de un prisma rectangular. A partir de esto determinaron que una de las fórmulas a aplicar en la solución de este problema sería $V = Ab \cdot h$, la cual nos daría el volumen de tanque. Ahora surge la pregunta, ¿Qué necesitamos para calcular este volumen?, la mayoría mencionó que se necesitaba conocer la medida del largo, ancho y alto del prisma; sin embargo, notaron que la medida del largo del prisma no estaba dada en los datos del problema, así que se debía empezar por hallar tal valor.

Con ese fin, se ejemplificó la situación tomando como referencia el salón de clase, relacionando los valores y lados de la figura del problema con las aristas del salón. Así los estudiantes lograron determinar que era necesario trazar una diagonal en el piso, que en el problema representaba la base del tanque, con el objetivo de aplicar el teorema de Pitágoras a los triángulos CDH y HAD.

De esta manera los estudiantes llevaron el procedimiento y los cálculos requeridos, como se muestra en las siguientes imágenes:

Figura 79

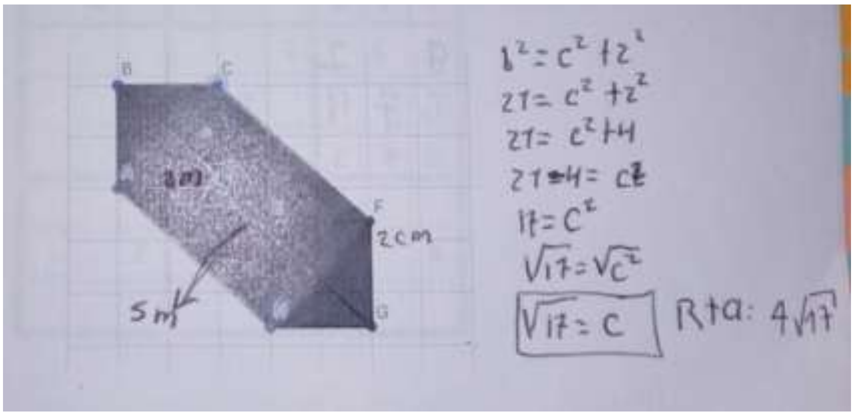
solución presentada por estudiante



Nota. solución escrita de situación problema, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 80

Solución presentada por estudiante



Nota. solución escrita de situación problema, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

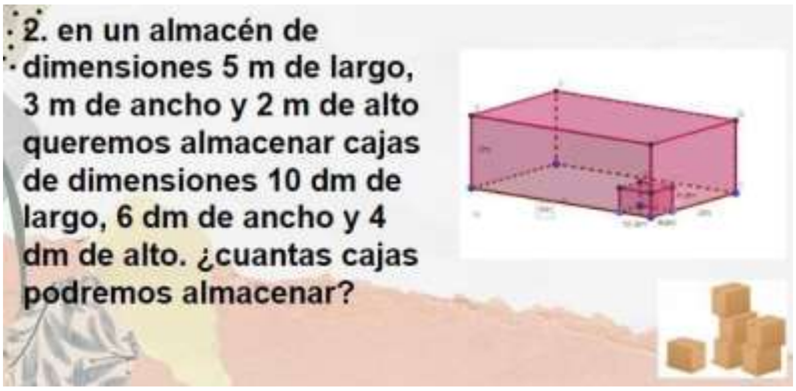
Es así como los estudiantes dan respuesta al problema de manera satisfactoria.

Finalmente, se les pide revisar el procedimiento realizado para asegurarnos de que la soluciónes correcta.

Se continuó con el desarrollo del segundo problema:

Figura 81

Situación problema

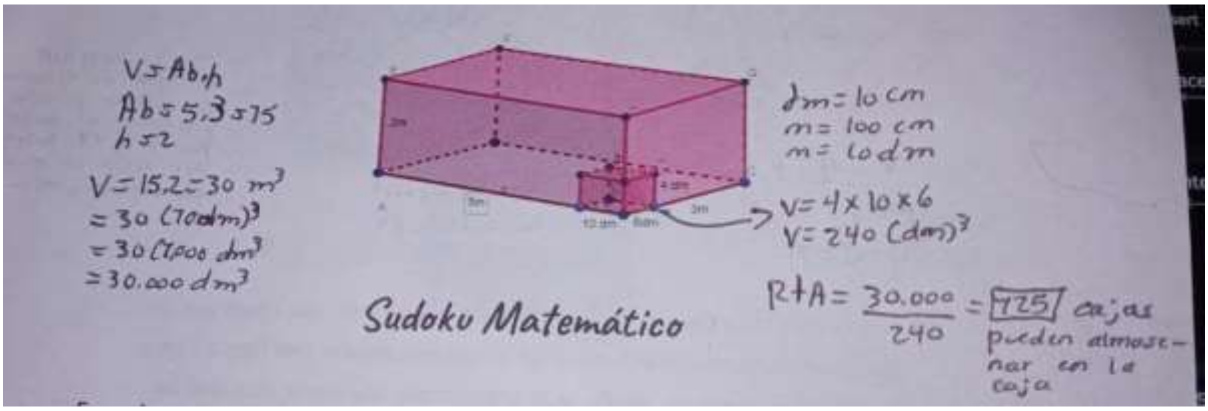


Nota. Problema sobre volumen de cuerpos solidos propuesto a estudiantes. Tomado de: Superprof. https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/ejercicios-problemas-areas-volumenes.html.

En las siguientes imágenes se muestran los procedimientos realizados por los estudiantes para dar solución al problema.

Figura 82

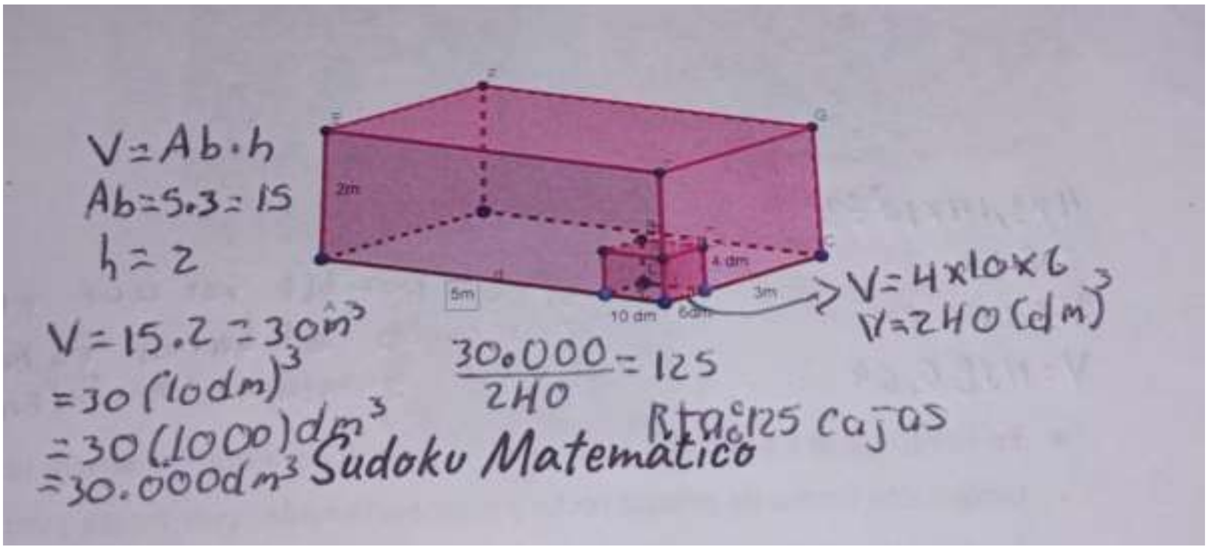
Solución presentada por estudiante



Nota. solución escrita de situación problema, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 83

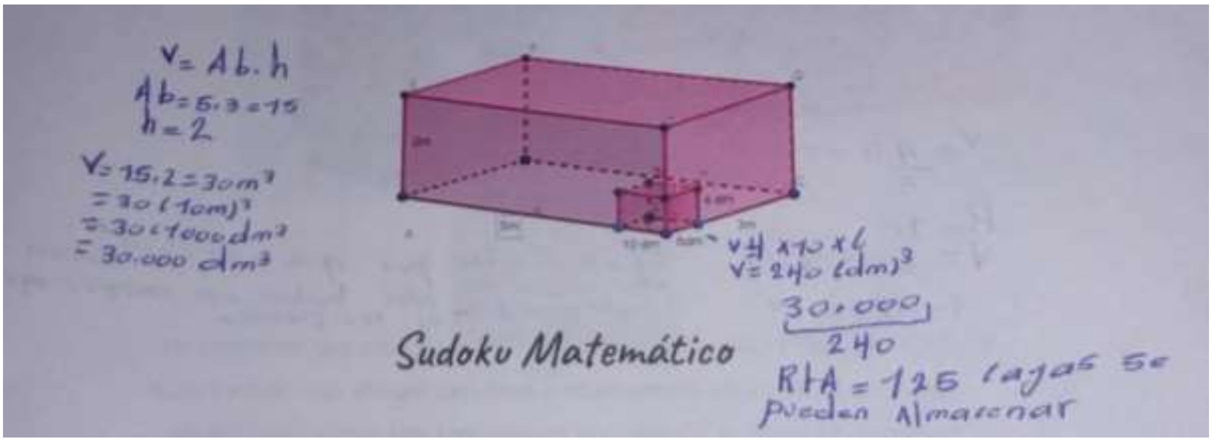
Solución presentada por estudiante



Nota. solución escrita de situación problema, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 84

Solución presentada por estudiante



Nota. solución escrita de situación problema, presentada por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

En las soluciones presentadas se evidencia que los estudiantes comprendieron el problema y lograron llevar a cabo un plan, el cual consistió en primer lugar, hallar el volumen del almacén, luego hicieron una conversión de m a dm; en segundo lugar, hallaron el volumen de una de las cajas y realizando una división de estos resultados lograron conocer el número de cajas que caben en el almacén.

4.3.3 Disfrutando las matemáticas con el Sudoku

Como parte final del taller se presentó el juego "Sudoku", un juego matemático que se inventó a finales de la década de 1970. La idea del juego es rellenar una cuadrícula de 9 × 9 celdas (81 casillas) dividida en subcuadrículas de 3 × 3 (también llamadas "cajas" o "regiones") con las cifras del 1 al 9 partiendo de algunos números ya dispuestos en algunas de las celdas (Sudoku, 2022).

Figura 85

Sudoku matemático

Nota. tablero y pistas para jugar al sudoku. Tomado de:

https://www.pinterest.es/pin/661044051541026677/.

Figura 86

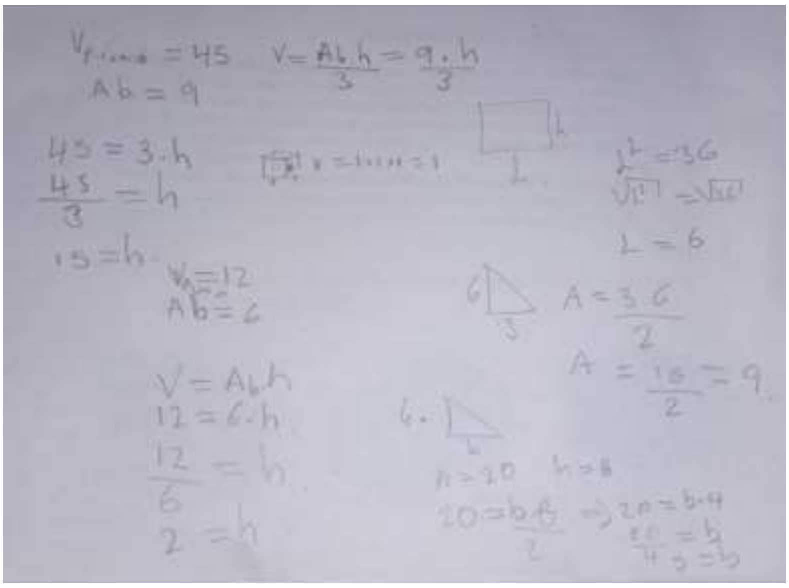
Estudiantes jugando al sudoku

Nota. Practicante explicando cómo hallar las pistas del sudoku. Tomado de: Autoría propia.

El objetivo del sudoku era estimular el razonamiento, la memoria y la capacidad de concentración, sin dejar de lado la parte geométrica, así que se les proporcionó unas pistas relacionadas con los temas estudiados, donde cada pista planteaba un ejercicio y el resultado numérico se ubicaba en la posición correspondiente, estos ejercicios se basabanen aplicar las fórmulas de área, perímetro y volumen.

Figura 87

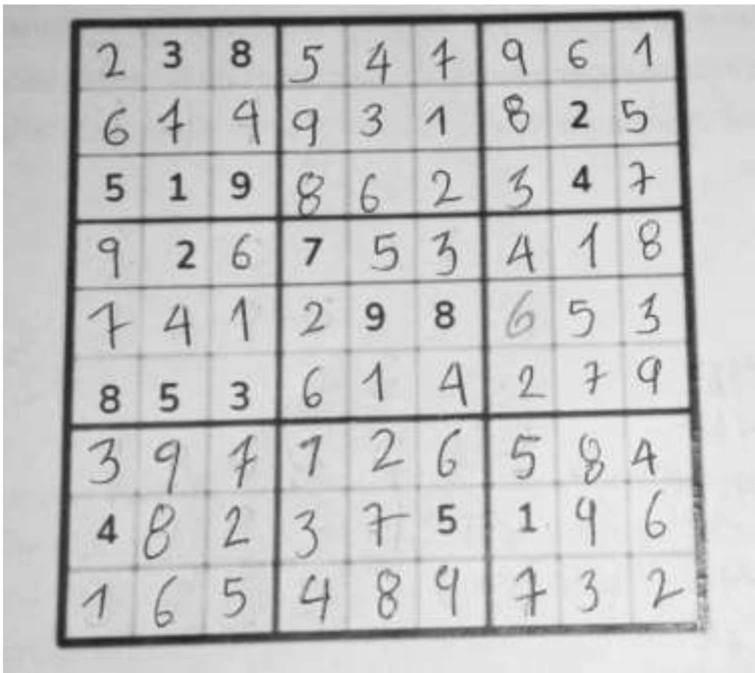
Hoja con ejercicios resueltos



Nota. Pistas para el sudoku, resueltas por estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Figura 88

Sudoku completo



Nota. Sudoku resuelto por estudiantes. Tomado de: Autoría propia.

Está actividad recreativa fue atractiva para los estudiantes, pues en conjunto con sus compañeros intentaron primeramente resolver el sudoku sin hacer uso de las pistas, pero solo pudieron llenar algunas casillas, así que optaron por descubrir las pistas que estaban dadas en los ejercicios; con ayuda de ellas y por medio del razonamiento y el análisis de las casillas completaron toda la tabla de manera satisfactoria.

Finalmente podemos decir que en términos generales este taller permitió reforzar esos conocimientos anteriores de los estudiantes en relación al concepto de volumen y el uso de estos en diversos problemas de la vida cotidiana, ya que se estudió el volumen de diferentes cuerpos geométricos y se abordaron problemas los cuales necesitaban de comprensión y un buen análisis que les permitiera generar ideas, pues el proceso para llegar a la solución no era evidente, además se requería implementar conocimientos ya estudiados. Así también la actividad de matemática recreativa permitió potenciar el razonamiento lógico de los estudiantes y a poner en práctica los conocimientos estudiados en este taller de manera más dinámica y divertida.

4.4 Bitácora taller 4: Aprendamos geometría con LIVEWORKSHEETS.

En la presente bitácora plasmamos las actividades que se llevaron a cabo para el desarrollo del último taller denominado “Aprendamos geometría con LIVEWORKSHEETS” que tenía como propósito hacer un repaso de los conceptos expuestos por medio de fichas interactivas de la plataforma Liveworksheets. Estas fichas contenían diversos ejercicios relacionados con perímetros, áreas y volúmenes.

Además, se tuvieron en cuenta los ejes fundamentales de la práctica, por lo que se plantearon situaciones problema donde se requería hacer uso adecuado de los conceptos y fórmulas en el proceso de resolución y finalmente se propuso una actividad recreativa para dinamizar el ambiente en el aula.

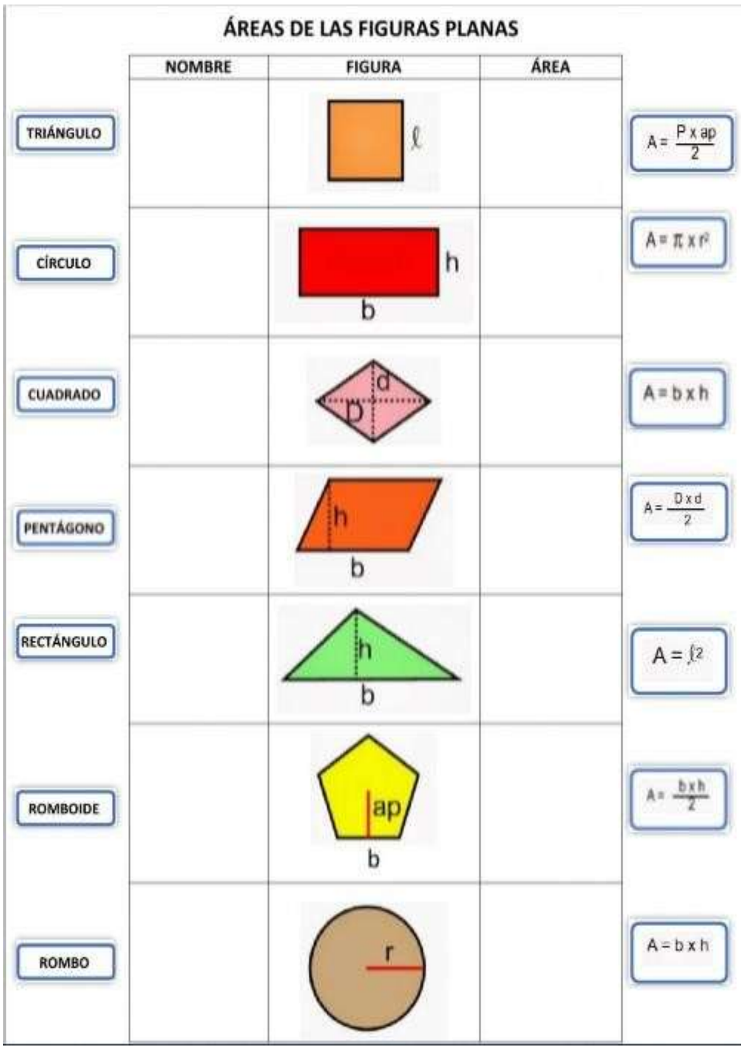
Este taller se realizó en tres momentos, al primer momento lo llamamos "Área de figuras planas con Liveworksheets"; al segundo momento lo llamamos "Figuras sólidas con Liveworksheets"; al tercer y último momento lo llamamos "Crucigrama geométrico"

4.4.1 Área de figuras planas con Liveworksheets

Para dar inicio al taller se propuso resolver una ficha interactiva relacionada con las fórmulas del cálculo del área de las diferentes figuras planas con el propósito de recordar cada una de ellas.

Figura 89

Ficha interactiva



Nota. ficha interactiva para estudiar las formular el área de figurar planas. Tomado de:Jacobo. (s.f). Liveworksheets, https://es.liveworksheets.com/xe483743av.

Aquí los estudiantes debían ubicar el nombre de la figura, la gráfica y su respectiva fórmula para el cálculo del área.

En el primer intento las estudiantes tuvieron algunos errores con la ubicación de la fórmula del rombo y la del romboide, ya que estas no fueron presentadas explícitamente en los talleres anteriores; sin embargo, era pertinente que estuvieran en está ficha, pues a partir de las anteriormente presentadas se podían deducir estas.

Figura 90

Estudiante resolviendo ficha

Nota. Estudiante obteniendo su calificación de la ficha. Tomado de: Autoría propia.

Figura 91

Estudiante resolviendo ficha

Nota. Estudiante obteniendo su calificación de la ficha. Tomado de: Autoría propia.

En ese sentido fue necesario explicar cómo podíamos llegar a determinar estas dos fórmulas. Se les preguntó a las estudiantes ¿cuál fue el procedimiento que realizaron para

determinar el área de los polígonos?, ellas respondieron que se los dividió en triángulos; así que se procedió a dividir estas dos figuras en triángulos, con lo que obtuvimos que en el rombo se formaron dos triángulos de base D y altura $d/2$, y sumando estas dos áreas tenemos que el área del rombo es:

$$A = \frac{Dxd}{2}$$

Así mismo en el romboide obtuvimos dos triángulos de base b y altura h y sumando estas dos áreas llegamos a concluir que $A = b \cdot h$. Después de esta intervención las estudiantes volvieron a dar solución a la ficha obteniendo el resultado máximo.

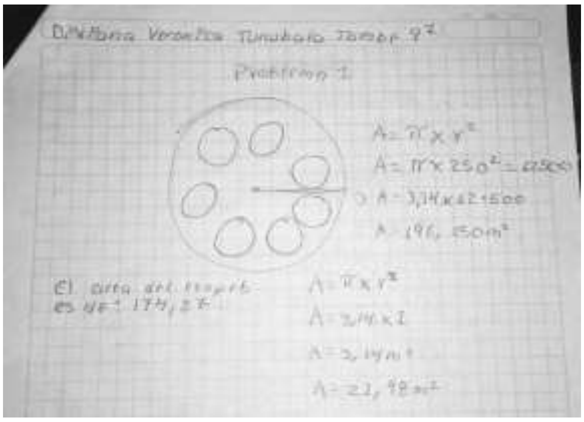
Seguidamente, se procedió a dar solución a los problemas planteados en la hoja guía del taller.

Problema 1. En una plaza de forma circular de radio 250 m se van a poner 7 farolas cuyas bases son círculos de un 1 m de radio, el resto de la plaza lo van a utilizar para sembrar césped. Calcula el área del césped. (Problemas de la circunferencia y el círculo, s.f.). Realizar la representación gráfica del problema.

Para el desarrollo de este problema, primeramente, los estudiantes identificaron los datos que daba el problema, sin embargo, las ideas para proceder a resolverlo no eran claras, por lo cual se sugirió que hicieran una representación gráfica de la situación. A partir de está fue más fácil comprender lo que el problema pedía, así que uno de los estudiantes más destacados por su activa participación propuso que se podía calcular el área de la plaza y restarle el área de las farolas para poder obtener el área del césped. Los demás estuvieron de acuerdo en ejecutar dicho plan, de esta manera realizaron los procedimientos y cálculos necesarios, dando una solución al problema.

Figura 92

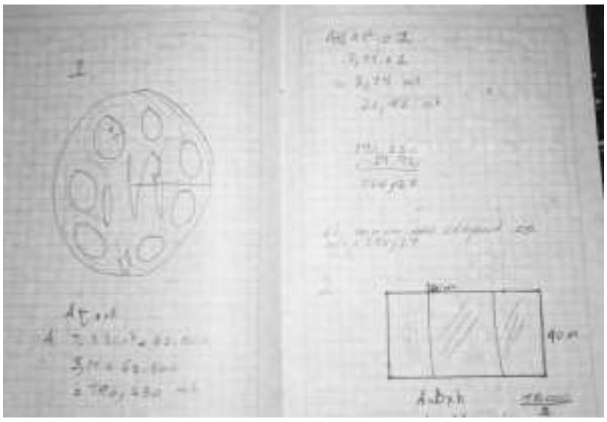
Solución presentada por estudiante



Nota. Representación gráfica y solución del problema planteado. Tomado de: Autoría propia.

Figura 93

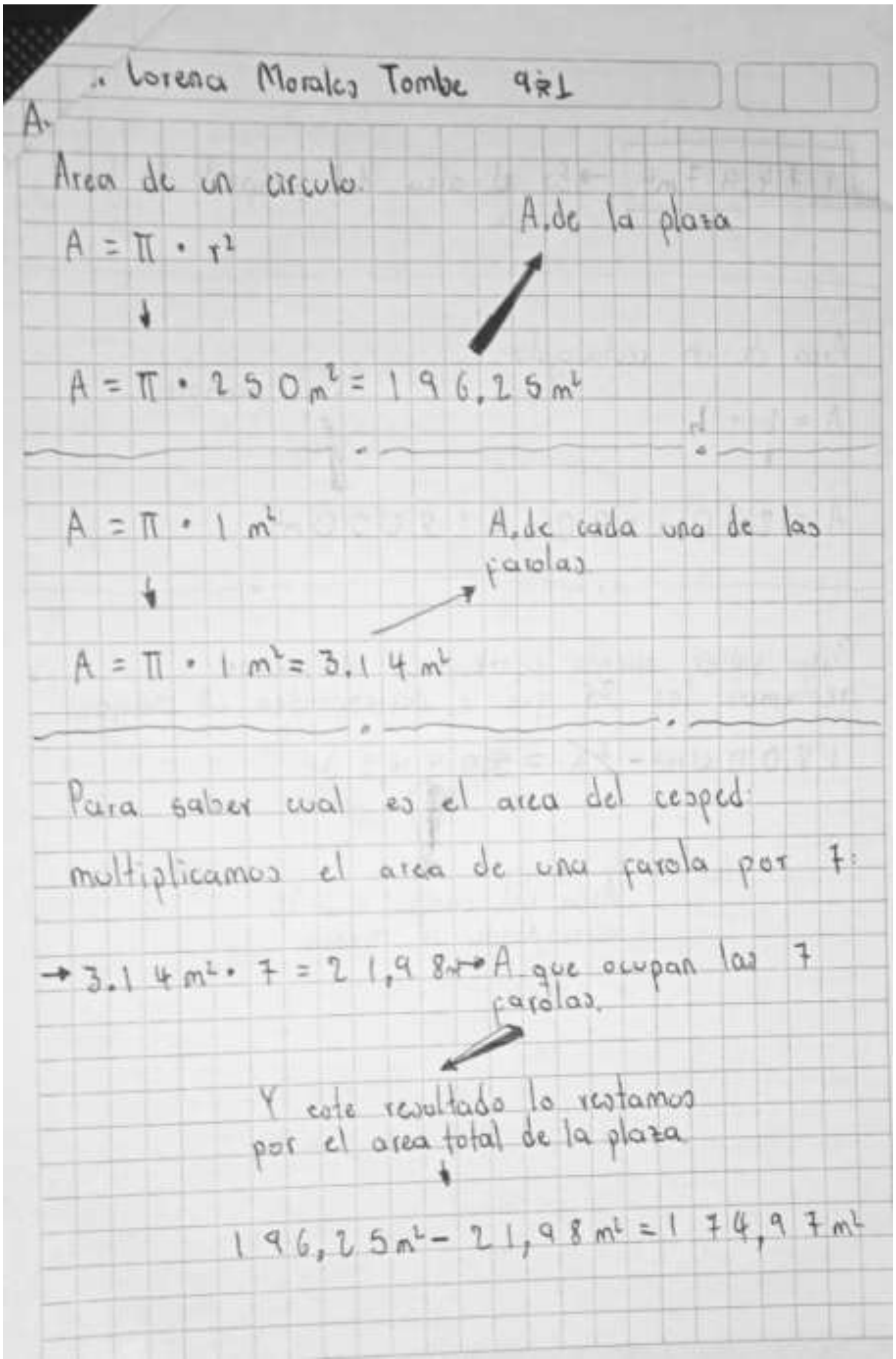
Solución presentada por estudiante



Nota. Representación gráfica y solución del problema planteado. Tomado de: Autoría propia.

Figura 94

Solución presentada por estudiante



Nota. Solución escrita paso a paso del problema propuesto. Tomado de: Autoría propia.

En la ejecución del plan, los estudiantes hicieron uso de las fórmulas presentadas anteriormente, ya que era necesario utilizar la fórmula para hallar el área del círculo y calcular tanto el área de la plaza como el área de las farolas, además en las soluciones se puede evidenciar que los estudiantes hacen el procedimiento paso a paso, haciendo más fácil la lectura de la solución.

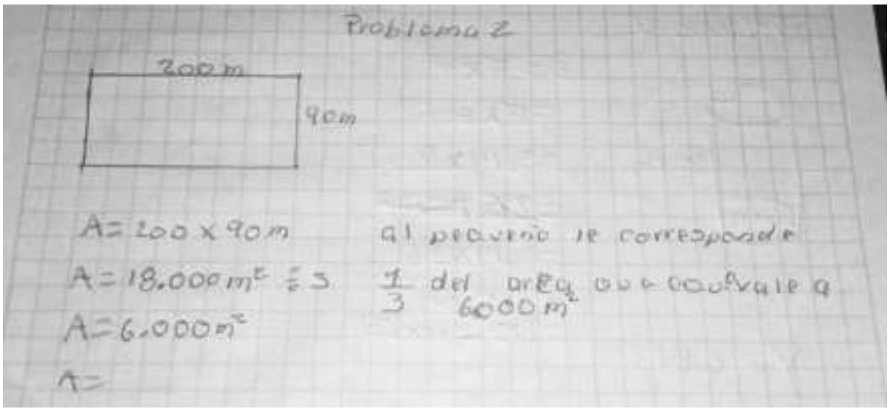
Problema 2. “Un campo rectangular de 200 m de largo y 90 m de ancho debe ser repartido entre dos herederos. Al mayor le corresponden los 2/3 del campo. Una vez hecho el reparto del campo, ¿Cuánto le corresponderá al pequeño?” (Isabel, El reparto del campo, 2016). Realizar la representación gráfica del problema.

Aquí los estudiantes determinaron los datos del problema y tuvieron en cuenta la recomendación del problema anterior, así que procedieron a realizar una gráfica para guiarse y plantear un plan de solución. Luego, para comprender está situación, fue necesario recordar los números fraccionarios y su significado con respecto a las partes de la división de una unidad, tomando como referencia la mesa que teníamos a disposición, se determinaron tres regiones de esta, que a simple vista parecieran iguales.

Se planteó la siguiente pregunta, tomando de modelo la mesa que teníamos a disposición, ¿qué parte de ella le corresponde al hijo mayor?, rápidamente, el mismo estudiante que generó la idea de solución para el problema 1, indicó dos regiones de la mesa asegurando que ese sería el total que corresponde al hermano mayor; justificando su respuesta el estudiante aclaró que 2/3 corresponden, a dos de las tres partes iguales en las que se divide una unidad. A partir de esto, los demás estudiantes en sus intervenciones aseguraron que al hermano menor le correspondía 1/3 del terreno, que en la mesa correspondería a la región sobrante. De esta manera realizaron los procedimientos y cálculos necesarios, dando una solución al problema.

Figura 95

Solución presentada por estudiante

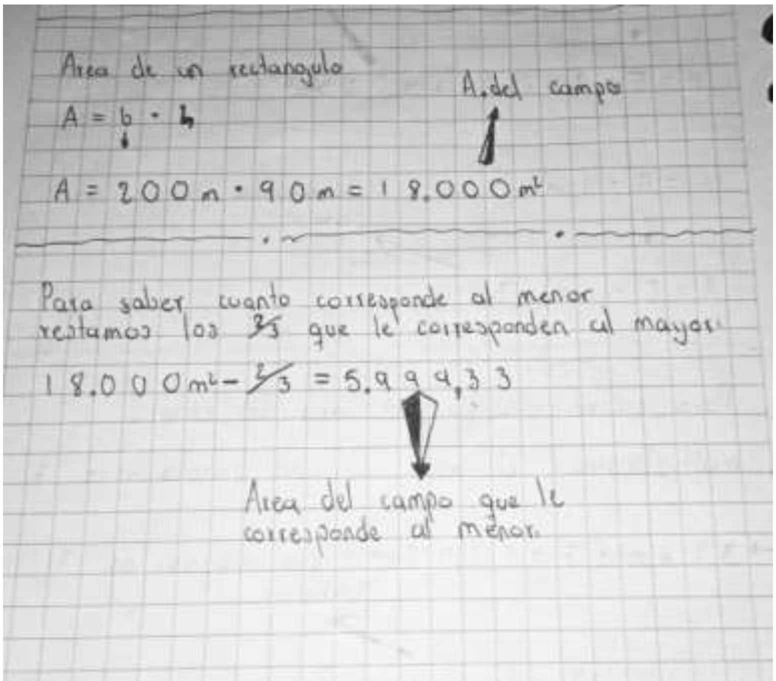


Nota. Solución escrita del problema planteado. Tomado de: Autoría propia.

Como se muestra en la imagen lo que hace el estudiante es calcular el área de todo el terreno y dividirla en tres partes, luego por el análisis anterior saben que al hermano menor le corresponde $1/3$ del terreno, que equivale a 6000 m^2, logrando así dar una respuesta correcta al problema.

Figura 96

Solución presentada por estudiante



Nota. Solución escrita del problema planteado. Tomado de: Autoría propia.

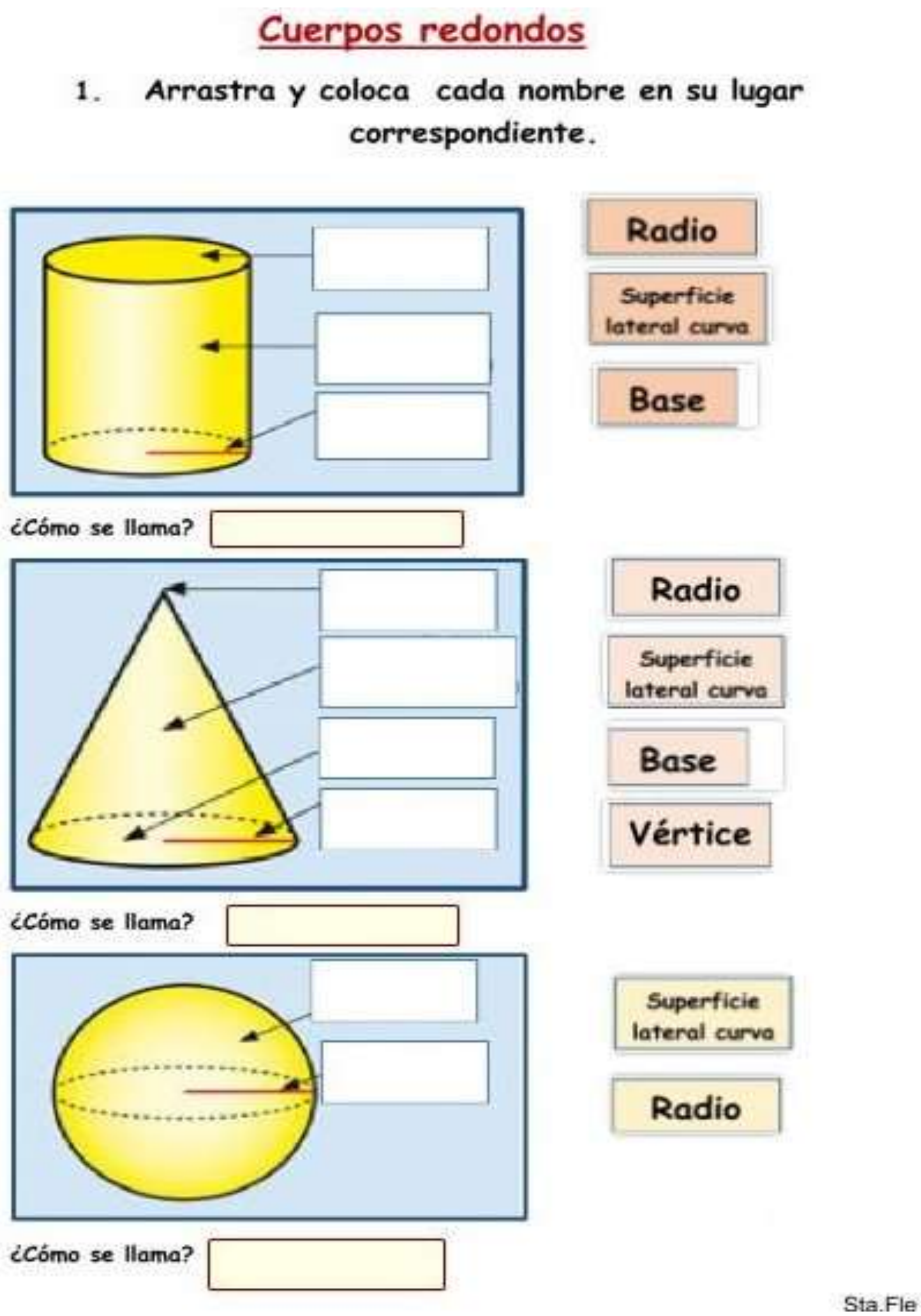
En el desarrollo del problema, el estudiante calcula el área del terreno y a esa área le resta $2/3$ afirmando que el resultado sería la parte que le corresponde al hermano menor; sin embargo, está respuesta no es correcta ya que en el procedimiento se evidencia que resta el fraccionario $2/3$, pasando por alto que debía restar dos tercios, pero del área total. Además, la operación realizada entre fraccionarios no es correcta, pues resta los dos numeradores y el resultado lo divide con el denominador del segundo término. Debido a que las propuestas de solución de los estudiantes fueron claras y pertinentes, no nos detuvimos a revisar con detalle los cálculos que realizaron, además esta dificultad no se había evidenciado en talleres anteriores, por lo que no fue posible resolver está dificultad, pues el problema fue propuesto en la última sesión.

4.4.2 Figuras sólidas con Liveworksheets

En esta segunda parte del taller se plantearon tres fichas interactivas relacionadas con el concepto de volumen. En la primera ficha se debía colocar el nombre de cada parte de los cuerpos geométricos en el lugar que corresponda; en la segunda ficha se presenta un prisma y una pirámide con unas medidas dadas, el estudiante debía calcular su volumen, primero calculando el área de su base, se sigue multiplicando el valor obtenido por su altura y en el caso de la pirámide se divide el resultado por 3; en la tercera ficha los estudiantes debían calcular el volumen de los sólidos con las medidas dadas. Lo que se consiguió con la realización de esta actividad es que los estudiantes practicarán y recordarán las fórmulas y conceptos estudiados previamente, con el fin de ser aplicados en los problemas que se plantearon más adelante

Figura 97

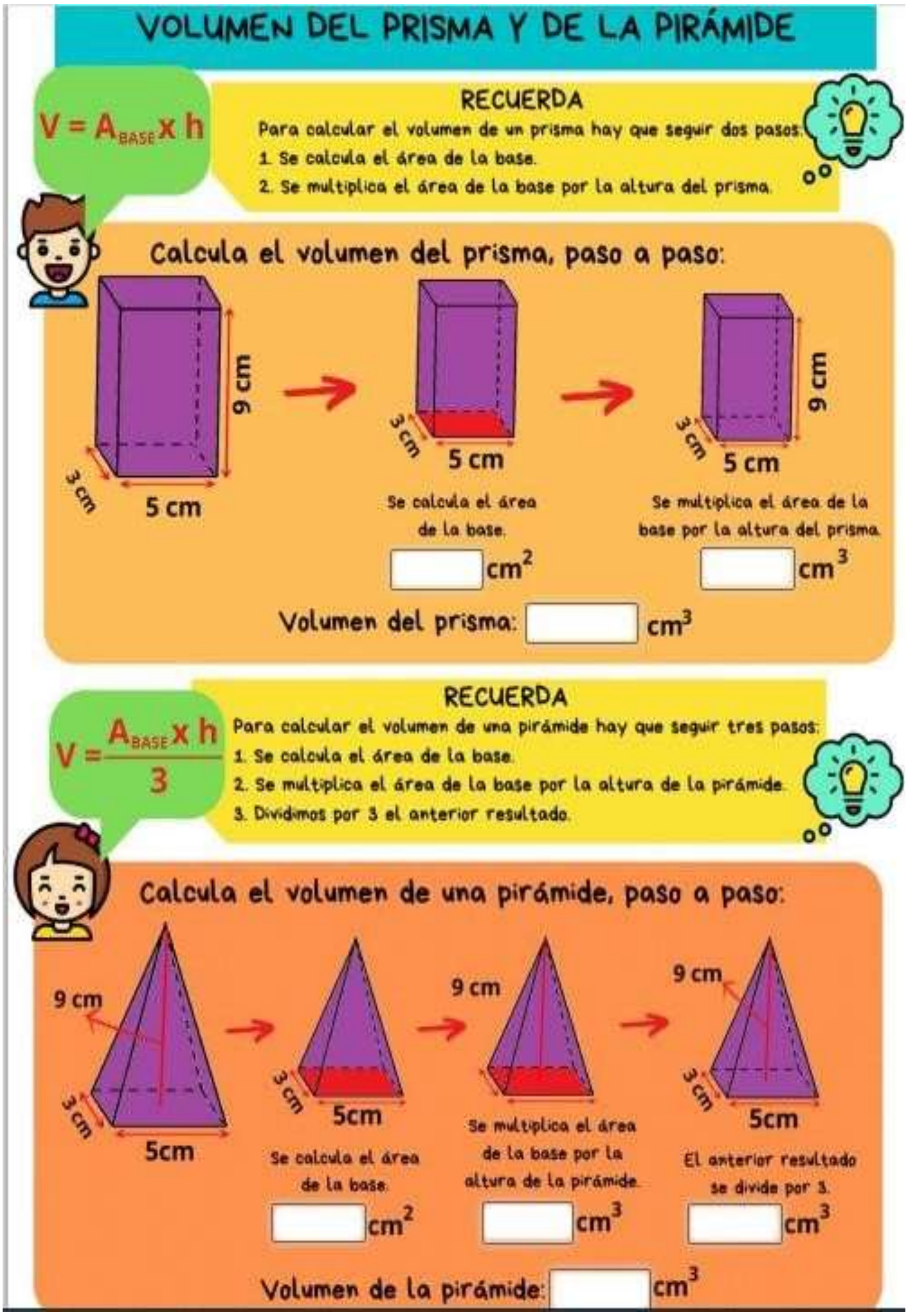
Ficha interactiva



Nota. ficha interactiva donde se plantean ejercicios para identificar las partes de algunos sólidos. Tomado de: Liveworksheets. (s.f). https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/%C3%81reas/%C3%81rea_de_las_figuras_planas_xe483743av.

Figura 98

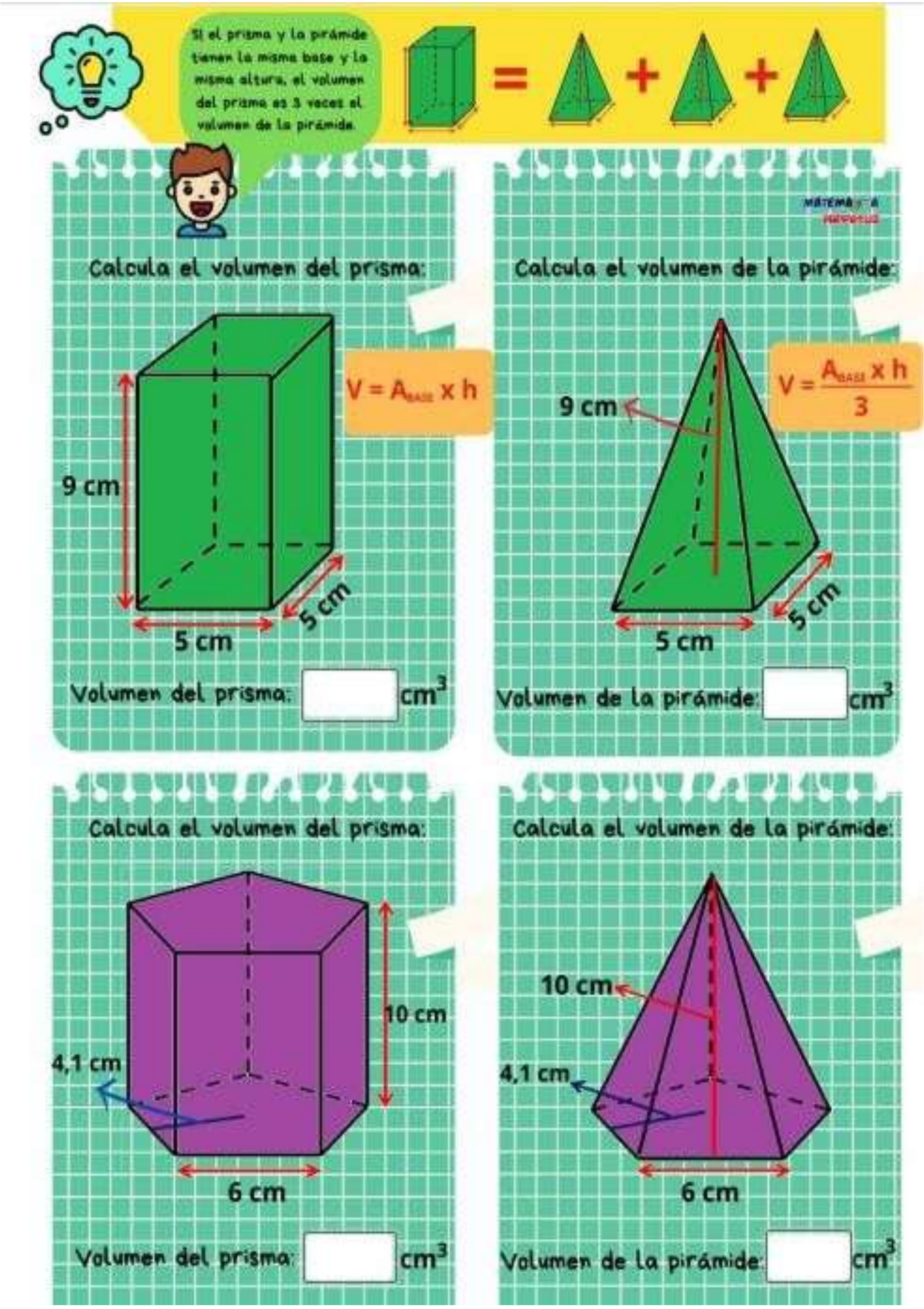
Ficha interactiva



Nota. Ficha interactiva con ejercicios de volumen de primas y pirámides. Tomado de: Muku, J. (s, f). Liveworksheets, https://es.liveworksheets.com/ro1394700ik.

Figura 99

Ficha interactiva



Nota. Ficha interactiva con ejercicios de volumen de primas y pirámides. Tomado de:

Muku.J, (s, f). Liveworksheets, https://es.liveworksheets.com/ro1394700ik.

Estas fichas interactivas se resolvieron de manera satisfactoria obteniendo la máxima calificación en cada una, pues era cuestión de operar los datos dados en cada ficha.

Figura 100

Resultados de la ficha

Nota. Estudiantes obteniendo resultados de las fichas. Tomado de: Autoría propia.

Figura 101

Resultados de la ficha

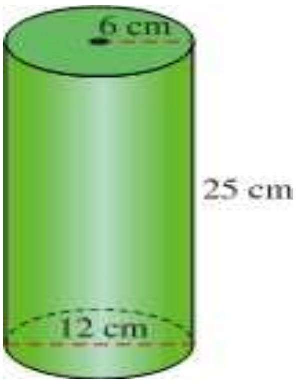
Nota. Estudiantes obteniendo resultados de las fichas. Tomado de: Autoría propia.

Seguidamente se plantean problemas para reforzar estos conocimientos.

Problema 1. Un florero con forma cilíndrica tiene un diámetro interior de 12 cm y su altura es de 25 cm. Queremos llenarlo hasta los 2/3 de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua necesitamos? (Estefani, 2015).

Figura 102

Representación grafica

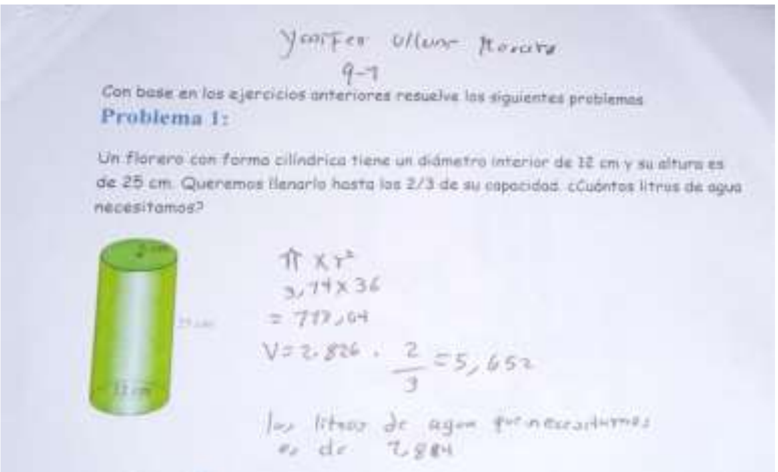


Nota. Grafica que representa los datos del problema. Tomado de: E. (2015). Brainly, https://brainly.lat/tarea/1616661.

Para la solución de este problema los estudiantes tuvieron una mayor comprensión de lo que planteaba y requería el problema, pues está situación era similar al problema anterior y se requería del uso de fracciones y su significado. Así que resolvieron el problema sin nuestra intervención, presentando las siguientes soluciones.

Figura 103

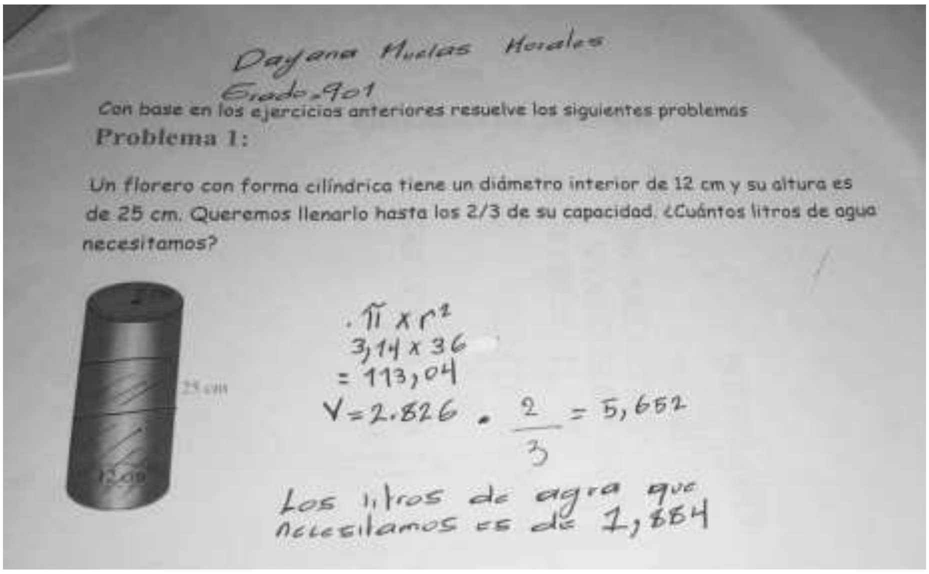
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de problema 1, escrito por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 104

Solución presentada por estudiante



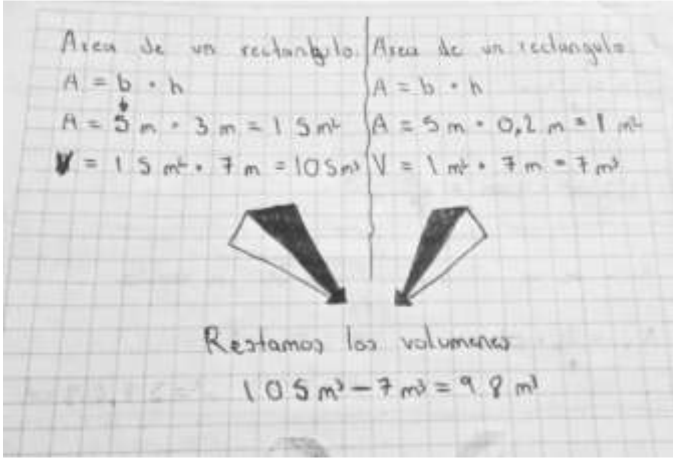
Nota. Solución de problema 1, escrito por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

El plan que ejecutaron consistió en calcular el área de la base del cilindro, luego multiplican el valor obtenido por la altura, obteniendo así el volumen total, finalmente hallan los $2/3$ de ese volumen, dando como respuesta que se necesitan 1.884 litros de agua. Aquí los estudiantes pasaron por alto que las unidades estaban dadas en cm^3 y que para dar una respuesta en litros se debió haber hecho una conversión. Cabe destacar que la mayoría de las veces los estudiantes solo buscan dar una solución numérica a los problemas, sin tener en cuenta lo que esto significa y en qué unidades se debe presentar la respuesta, es aquí donde se evidencia la importancia que tiene el realizar una revisión retrospectiva a la solución, para ver si los procedimientos realizados son correctos y si la respuesta satisface lo requerido por el problema.

Problema 2. En una habitación de dimensiones 7 m de largo, 5 m de ancho y 3 m de alto se ha echado en el suelo una capa de cemento de 20 cm de espesor. ¿En cuánto ha disminuido el volumen de la habitación? (Brainly, 2017).

Figura 105

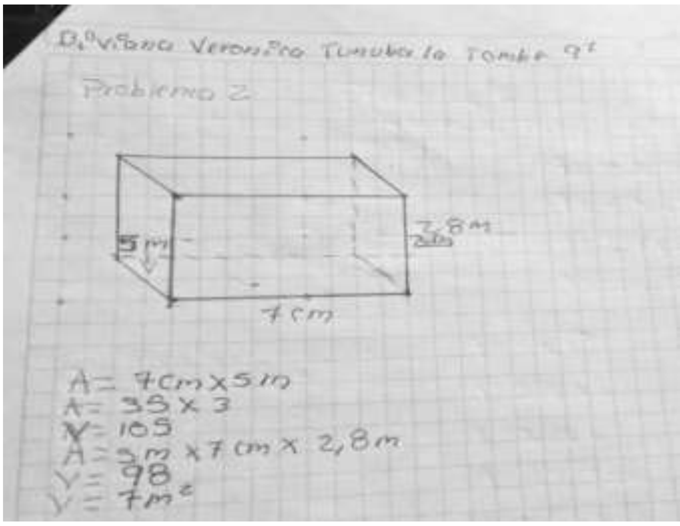
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de problema 2, escrita por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Figura 106

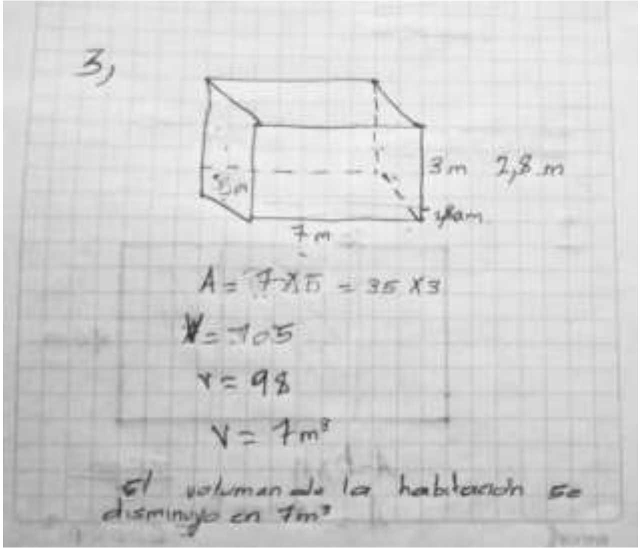
Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de problema 2, escrita por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

figura 107

Solución presentada por estudiante



Nota. Solución de problema 2, escrita por estudiante. Tomado de: Autoría propia.

Para dar solución a este problema los estudiantes trabajaron en equipo, primeramente, se evidenció que trataron de identificar los datos presentados en el problema y realizaron una gráfica que les permitió comprender de mejor manera lo que el problema planteaba. Luego para llevar a cabo la idea de solución tuvieron en cuenta las anteriores recomendaciones y correcciones, así que procedieron a: primero calcular el volumen total del cuarto; segundo a la altura se le resto los 2 cm convertidos a m, con este valor procedieron a calcular el nuevo volumen que queda después de haber echado la capa de cemento y finalmente restar esos resultados para determinar en cuánto había disminuido el volumen. Así lograron darle solución de manera satisfactoria, sin mayor dificultad.

Figura 108

Estudiantes de grado noveno

Nota. estudiantes resolviendo los problemas 1 y 2. Tomado de: Autoría propia.

4.4.3 Crucigrama geométrico

Como parte final del taller se les planteó resolver el siguiente crucigrama geométrico, donde la descripción de la palabra a ubicar en cada fila o columna corresponde a temas de la geometría escolar.

Figura 109

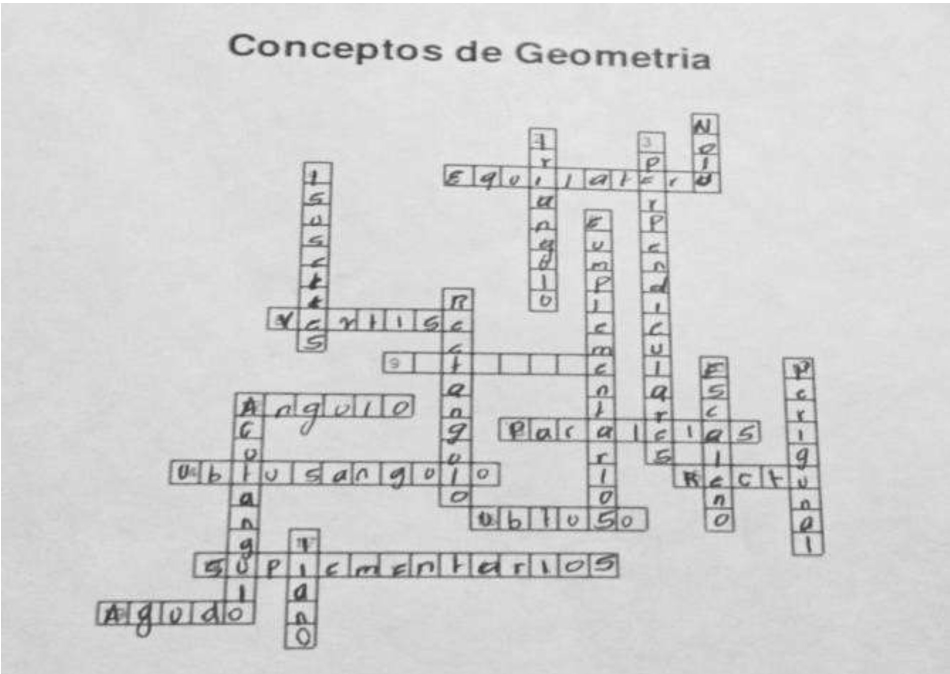
Crucigrama geométrico

Nota. Crucigrama con pistas que se consiguen a partir de conocimientos geométricos básicos. Tomado de: Carballo, J. (2015). Slideshare, https://es.slideshare.net/josecarballo27/crucigrama-geometria.

Cabe mencionar que las descripciones presentadas no eran todas conocidas, por eso fue necesario explicar y aclarar algunas de estas, como la clasificación de los ángulos segúnsu medida y los términos de ángulos suplementarios y complementarios.

Figura 110

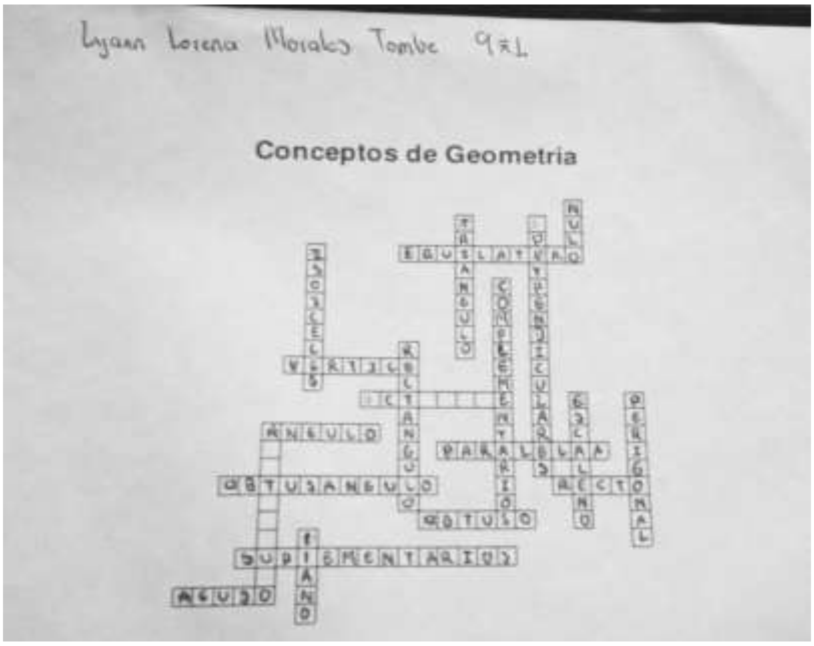
Solución presentada por estudiante



Nota. Crucigrama realizado por estudiante a partir de las pistas planteadas. Tomado de: Autoría propia.

Figura 111

Solución presentada por estudiante



Nota. Crucigrama realizado por estudiante, a partir de resolver las pistas planteadas. Tomado de: Autoría propia.

Este taller nos permitió reforzar los conocimientos estudiados en talleres anteriores, ya que por medio de las fichas interactivas se ejercitó el uso de las fórmulas para el cálculo de áreas y volúmenes; por medio de la resolución de problemas se hace uso de estos conocimientos en diferentes contextos; y con la actividad recreativa se refuerzan aquellos conocimientos básicos y previos de la geometría escolar.

Además, es importante mencionar que se generaron ideas pertinentes para dar solución a cada uno de los problemas, es el caso de una estudiante quien con su participación activa ayudó a sus compañeros a comprender de mejor manera los problemas y los guio hacia el proceso de solución. Está estudiante manifestó su aprecio e interés por el estudio de todas las ciencias y en particular de las matemáticas pues lo ha ido cultivando desde su entorno familiar, siendo hija del actual docente de Física de esta institución.

Con la realización de este taller se dio por terminada nuestra intervención en la Institución Educativa Misak Mama Manuela y en son de agradecimiento por participar voluntariamente de estos talleres se les hizo entrega de un cubo Rubik que es un rompecabezas mecánico, tridimensional creado por el escultor y profesor de arquitectura húngaro Ernő Rubik en 1974. Originalmente llamado «cubo mágico». Por medio de la manipulación de este cubo se potencia la concentración, la creatividad y se fomenta la ejecución de estrategias, pues es necesario crear una estrategia muy buena para lograr dar todos los pasos necesarios y acabarlo (Martín, 2022).

Figura 112

Estudiantes de grado noveno

Nota. Estudiantes con el cubo de Rubik. Tomado de: Autoría propia

5 Capitulo V. Conclusiones

En el transcurso de esta práctica tuvimos la oportunidad de acercarnos a un ambiente educativo y tener contacto directo con una población estudiantil, perteneciente al pueblo Misak, una comunidad indígena ubicada en el municipio de Silvia Cauca; su lengua materna es el Namui Wam y segunda lengua el castellano. De esta manera conocimos un poco más la realidad que se vive en las aulas y en particular en una clase de matemáticas. Realizando un análisis de esta intervención podemos resaltar, que, aunque en las primeras sesiones los estudiantes manifestaron su poco interés por el estudio de esta área, se logró que algunos se motivaran hacia el estudio de las matemáticas; mostrándoles que a pesar de que aparentan ser difíciles, solo se requiere de atención y dedicación para comprenderlas. Además, las actividades recreativas contribuyeron a hacer las matemáticas divertidas y, la resolución de problemas permitió evidenciar que por intermedio de esta metodología podemos modelar las actividades a las que nos enfrentamos en nuestro día a día.

Fue grato contar con la participación de estudiantes voluntarios que estuvieron dispuestos a acompañarnos en todo el proceso de intervención; esto demuestra que la metodología utilizada fue bien acogida por los estudiantes, pues su asistencia se mantuvo y no por conseguir una nota, sino por la motivación de aprender. Es así como la evaluación que se realizó fue de tipo formativa, en donde se tuvo en cuenta el proceso de los estudiantes, el interés, el compromiso y el deseo de aprender que mantuvieron en el transcurso de las sesiones. Como estímulo, al final de la intervención se dialogó con el docente a cargo del área de matemáticas de la institución, llegando al acuerdo de incrementar la nota final por medio de décimas a aquellos estudiantes que participaron en la realización de este proyecto.

Además, es importante reconocer la influencia del contexto en el cual se desarrolló la práctica, ya que para la interpretación y comprensión los estudiantes recurrieron a relacionar los conceptos presentados con su entorno, con las herramientas que utilizan y con algunas de las actividades que realizan en su comunidad; sin embargo nuestros talleres estaban más enfocados en aplicar los conceptos estudiados en problemas cotidianos, pero no construimos estos conceptos a partir de los saberes propios de su comunidad. Por tal razón, reconocemos que la labor del docente es compleja ya que él debe analizar la población a la cual va dirigida su clase, proponer actividades en las cuales el estudiante sea autor de su propio conocimiento y que permitan potenciar su razonamiento lógico y crítico frente a la realidad, guiando al estudiante hacia una formación integral.

Por otro lado, cabe mencionar que no se logró abarcar la totalidad de los talleres propuestos, ya que en el transcurso de esta intervención se priorizó la comprensión de cada uno de los temas estudiados, sin importar el tiempo requerido para desarrollar los talleres. En el proceso de resolución de problemas fue necesario contar con un tiempo adecuado que permitiera la comprensión, planeación y ejecución de un plan de solución, para cada uno de los problemas planteados. Por tanto podemos concluir que a un aula de clase la integran sujetos con diferentes formas de ser, pensar y actuar, cada uno de ellos con sus propias habilidades, así que se debe proponer actividades y avanzar en las temáticas de acuerdo a sus ritmos de aprendizaje.

Finalmente, para nosotras como docentes en formación nos queda la experiencia y satisfacción de haber contribuido en la formación de personas más abiertas hacia la matemática y conscientes del gran valor que tiene ésta en la sociedad. Además, tuvimos la oportunidad de conocer y aprender de su cosmovisión, la manera en que está institución busca potencializar no solo la parte académica sino los conocimientos propios que se derivan de las actividades que realizan en su comunidad, mostrando otras formas de proyectarse hacia su futuro, ya sean profesionales o de permanencia cultural.

Bibliografía

EJERCICIOS de ÁREAS y VOLÚMENES 3º ESO. (2016). From Blog de mates: https://blogdemates.files.wordpress.com/2016/03/ejs-t8-y-10-c3a1reas-y-volumenes-3c2baeso-compressed.pdf

Perimetro y area. (n.d.). From Monte Rey Institute: https://www.montereyinstitute.org/courses/DevelopmentalMath/TEXTGROUP-1-8_RESOURCE/U07_L2_T2_text_final_es.html

1, J. (n.d.). *Área de las figuras planas*. From liveworksheets: https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/%C3%81reas/%C 3%81rea_de_las_figuras_planas_xe483743av

ALDANA GOMEZ, P. J., & CARDONA CARDONA, M. A. (2016). LA RECREACIÓN. In*LA RECREACIÓN COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE PARA EL FORTALECIMIENTO DE LAS DIMENSIONES DEL DESARROLLO HUMANO.*

Bogota D.C.

Alex, P. (2011). *Areas y Perimetros - Ejercicios Resueltos - Razonamiento Matemático*. From El Blog del Profe Alex: https://profe-alexz.blogspot.com/2011/04/areas-y-perimetros- 38-ejercicios.html

Área de las figuras planas. (n.d.). Retrieved March 12, 2022 from Liveworksheets: https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/%C3%81reas/%C 3%81rea_de_las_figuras_planas_xe483743av

Arquímedes y el volumen de la esfera. (n.d.). From Ciencia Facíl:https://www.cienciafacil.com/paginaesfera.html

Brainly. (2017, septiembre 01), From https://brainly.lat/tarea/6105804

Carballo, J. (2015, Oct 14). *Crucigrama Geometría*. From slideShare: https://es.slideshare.net/josecarballo27/crucigrama-geometria

Coronel, M. & Curotto, M. M. (2008). La resolución de problemas como estrategia de enseñanza y aprendizaje. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias Vol.7 N°2, 464-464.*

Coto, A. (2017). *Métodos de resolución.* From Alberto Coto: https://www.albertocoto.com/2017/03/07/cuadrados-magicos/

Cuadrado mágico. (2021, octubre 03). From Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/Cuadrado_m%C3%A1gico

Cuadrado mágico "virgen del calvario" Zurgena (Almería). (n.d.). From Matemáticas en tu mundo: https://matematicasentumundo.es/CURIOSIDADES/Cuadrado%20m%C3%A1ico%20de%20la%20Virgen%20del%20Calvario-2.pdf

CUADRADOS MÁGICOS EJERCICIOS RESUELTOS DE HABILIDAD LÓGICO MATEMÁTICA PDF. (2018). From Razonamiento: https://razonamientopdf.blogspot.com/2018/11/cuadrados-magicos -ejercicios-resueltos.html

Cuerpos redondos. (n.d). Retrieved March 12, 2022 from Liveworksheets: https://es.liveworksheets.com/worksheets/es/Matem%C3%A1ticas/Poliedros/Los_cuerpos_redondos_qb777250vz

D´Andrea, C. (2016). *JUEGOS MATEMATICOS Y ANÁLISIS DE ESTRATEGIAS GANADORAS.* From Researchgate: https://www.researchgate.net/publication/267783876_JUEGOS_MATEMATICOS_Y_ANALISIS_DE_ESTRATEGIAS_GANADORAS.

Estefani. (2015, julio 20). *Brainly*. From https://brainly.lat/tarea/1616661

Ganem, A. R. (2020, abril 28). *Demostración geométrica del volumen de una pirámide*. From Youtube: https://youtu.be/haHNqYYoHTI

Isabel. (2016, junio 2). *El reparto del campo*. From La Escuela en Casa: https://laescuelaencasa.com/category/problemas/geometria-basica/areas-de-figuras-planas/

Isabel. (2016, junio 29). *El volumen de los libros*. From La Escuela en Casa: https://laescuelaencasa.com/category/problemas/geometria-basica/volumenes-de-los-cuerpos-geometricos/

Jiménez, J. A. (n.d). *Cuadrados Mágicos Pares*. From monografías: https://www.monografias.com/trabajos84/cuadrados-magicoas-pares/cuadrados-mágicos-pares.shtml

Juego de Sudoku del Vector. (n.d.). From dreamstime: https://es.dreamstime.com/juego-de-soduko-del-vector-image107163313

Larco, M. (2013). *LIBRO VIRTUAL DE APOYO EN EL PROCESO DE ENSEÑANZA*. Quito.

Luna, E. F. (2021). *Cuadrados mágicos*. Popayán. From https://drive.google.com/file/d/1O67c7j2yyaOLSKQiITLpTqqvdjCQmBiO/view

Martín, Á. (2022, febrero 4). *Beneficios de jugar al cubo de Rubik: Más que un juego*. From GoStudent: https://insights.gostudent.org/es/cubo-de-rubik-beneficios-en-niños

Matemáticas, P. (2019). *12 Volumen y superficie de un prisma*. From Youtube: https://youtu.be/6g71pFPgts0

Melancolía I. (2022, febrero 14). From Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/Melancol%C3%ADa_I

Ministerio de Educación Nacional. (2006). ESTANDARES BÁSICOS DE

COMPETENCIAS. In *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas* (pp. 46 – 95). Bogotá D.C: Ministerio de Educación Nacional.

Misak. (2021). From Wikipedia, la enciclopedia libre: https://es.wikipedia.org/wiki/Misak

Muku, J. (n.d.). *Volumen de prisma y pirámide.* From Liveworksheets: https://es.liveworksheets.com/worsheets/es/Matem%C3%A1ticas/Volumen_de_los_cuerpos_geom%C3%A9tricos/Volumen_de_prisma_y_pir%C3%A1mide_ro1394700ik

Ortiz, R. P (2021, enero 31). *Método de los indivisibles de Cavalieri.* From Acamema: https://academiamexicanadematematicas.com/el-metodo-de-indivisibles-de-cavalieri/

Perdomo, W. H. (2016). *Enseñanza de los conceptos de perímetro, área y volumen a estudiantes de grado sexto, a partir de maquetas.* Manizales.

Problemas de la circunferencia y el circulo. (n.d.). From Superprof: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/basica/problemas-de-la-circunferencia-y-el-circulo.html

Polya, G. (1981). Como plantear y resolver problemas. In G. Polya, *Como plantear y resolver problemas.* México: Editorial Trillas México

Polya, G. (1981). Como plantear y resolver problemas. In G. Polya. Editorial Trillas.

Problemas de áreas y volúmenes. (n.d.). From Superprof: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/ejercicios-problemas-areas-volumenes. html

Problemas interactivos de área y volumen de prisma, de la pirámide y del tronco de pirámide. (n.d.). From Superprof: https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/geometria/espacio/ejercicios-interactivos-del-area-y-volumen-del-prisma-de-la-piramide-y-del-tronco-depiramide.html

Serra, B. R. (2014). *Figuras Curvas.* From Universo Formulas: https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/figuras-curvas/

Sudoku. (2022, febrero 03). From Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/Sudoku

Tangram. (2021). From Wikipedia: https://es.wikipedia.org/wiki/Tangram

Valera, P. (2002). *LA RESOLUCION DE PROBLEMAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS. ASPECTOS DIDACTICOS Y COGNITIVOS.* Madrid.

Vargas, Gamboa, G. (2013). EL MODELO DE VAN HIELE Y LA ENSENANZA DE LA GEOMETRIA. Heredia

ANEXOS

ANEXO A

Taller 1: El mundo de las figuras geométricas

En el presente taller se pretende introducir al estudiante hacia el estudio de los conocimientos básicos de la geometría como rama de la matemática, pues el conocimiento geométrico es indispensable para desenvolverse en la vida cotidiana: para orientarse reflexivamente en el espacio; para hacer estimaciones sobre formas y distancias; para hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio, etc. De este modo es importante que los estudiantes reconozcan y clasifiquen las figuras geométricas, ya que son una herramienta fundamental para el desarrollo de actividades geométricas. Además de que nos permiten modelar el espacio que percibimos pues en nuestro entorno podemos relacionar los diferentes objetos con figuras geométricas, como lo son los cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos, prismas, cilindros, esferas, etc.

Actividad 1: Planilandia, un mundo bidimensional

Inicialmente se hará entrega de un texto que contiene los capítulos 1 y 2 del libro “Planilandia” de Edwin A. Abbott, un relato fantástico de un mundo bidimensional, de manera creativa compara las dimensiones mostrando la percepción de los objetos dependiendo del número de dimensiones.

> Tal vez te has preguntado si existe otro mundo distinto al nuestro y quisieras saber cómo son los objetos y las personas de ese mundo. Pues te invito a que por medio del siguiente texto viajemos al mundo de “Planilandia”.
>
> Planilandia es un libro escrito por Edwin A. Abbott profesor, escritor y teólogo inglés. El texto aquí citado contiene los capítulos 1 y 2 del libro.

Lee el siguiente relato de Edwin A. Abbott y responde las preguntas siguientes:

:

1. Sobre la naturaleza de Planilandia

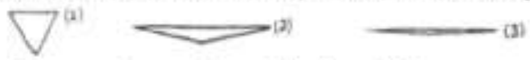
LLAMO A NUESTRO mundo Planilandia, no porque nosotros le llamemos así, sino para que os resulte más clara su naturaleza a vosotros, mis queridos lectores, que tenéis el privilegio de vivir en el espacio.

Imaginad una vasta hoja de papel en la que líneas rectas, triángulos, cuadrados, pentágonos, hexágonos y otras figuras, en vez de permanecer fijas en sus lugares, se moviesen libremente, en o sobre la superficie, pero sin la capacidad de elevarse por encima ni de hundirse por debajo de ella, de una forma muy parecida a las sombras (aunque unas sombras duras y de bordes luminosos) y tendríais entonces una noción bastante correcta de mi patria y de mis compatriotas. Hace unos años, ay, debería haber dicho «mi universo», pero ahora mi mente se ha abierto a una visión más elevada de las cosas.

En un país de estas características, comprenderéis inmediatamente que es imposible que pudiese haber nada de lo que vosotros llamáis género «sólido»; pero me atrevo a decir que supondréis que nosotros podríamos al menos distinguir con la vista los triángulos, los cuadrados y otras figuras, moviéndose de un lado a otro tal como las he descrito yo. Por el contrario, no podríamos ver nada de ese género, al menos no hasta el punto de distinguir una figura de otra. Nada era visible, ni podía ser visible, para nosotros, salvo líneas rectas; y demostraré enseguida la inevitabilidad de esto.

Poned una moneda en el centro de una de vuestras mesas de Espacio; e inclinándoos sobre ella, miradla. Parecerá un círculo. Pero ahora, retroceded hasta el borde de la mesa, id bajando la vista gradualmente (situándoos poco a poco en la condición de los habitantes de Planilandia) y veréis que la moneda se va hasiendo oval a la vista; y, por último, cuando hayáis situado la vista exactamente en el borde de la mesa (hasta convertiros realmente, como si dijésemos, en un planilandés) la moneda habrá dejado por completo de parecer ovalada y se habrá convertido, desde vuestro punto de vista, en una línea recta.

Lo mismo pasaría si obraseis de modo similar con un triángulo, o un cuadrado, o cualquier otra figura recortada en cartón. En cuanto la miraseis con los ojos puestos en el borde de la mesa, veríais que dejaría de pareceros una figura y que adoptaría la apariencia de una línea recta. Coged, por ejemplo, un triángulo equilátero, que representa entre nosotros un comerciante de la clase respetable. La fig. 1 representa al comerciante tal como le veríais cuando os inclinaseis sobre él y le miraseis desde arriba; las figs. 2 y 3 representan al comerciante como le veríais al acercaros al nivel de la mesa y ya casi en él; y si vuestros ojos estuviesen al nivel de la mesa (y así es como le vemos nosotros en Planilandia) no veríais nada más que una línea recta.



Cuando yo estaba en Espaciolandia oí decir que vuestros marineros tienen experiencias muy parecidas cuando atraviesan vuestros mares y avistan una isla o una costa lejana en el horizonte. Ese litoral distante puede tener bahías, promontorios, ángulos hacia dentro y hacia fuera en cantidades y dimensiones diversas; pero a distancia no veis nada de eso (salvo que se dé el caso de que vuestro sol brille intensamente sobre ellos revelando las proyecciones y retrocesos por medio de luces y sombras), sólo una línea gris ininterrumpida sobre el agua.

Bien, pues eso es justamente lo que nosotros vemos cuando uno de nuestros conocidos triangulares o de otro tipo viene hacia nosotros en Planilandia. Como en nuestro caso no hay sol, ni ninguna luz de ese género que pueda hacer sombras, no tenemos ninguna de esas ayudas que tenéis vosotros en Espaciolandia. Si nuestro amigo se acerca más a nosotros vemos que su línea se hace mayor; si se aleja se hace más pequeña, pero de todos modos parece una línea recta; sea un triángulo, un cuadrado, un pentágono, un hexágono, un círculo, lo que queráis... parece una línea recta y nada más.

Es posible que os preguntéis cómo con estas circunstancias desventajosas somos capaces de distinguir unos de otros a nuestros amigos: pero la respuesta a esta pregunta, muy natural, se dará con mayor facilidad y exactitud cuando pasemos a describir a los habitantes de Planilandia. Permitidme aplazar la cuestión de momento y decir un par de cosas sobre el clima y las viviendas de nuestro país.

2. Sobre el clima y las casas de Planilandia

TAMBIÉN EN NUESTRO caso hay, lo mismo que en el vuestro, cuatro puntos cardinales, norte, sur, este y oeste.

Al no haber sol ni ninguna otra clase de cuerpos celestes, nos resulta imposible determinar el norte de la forma usual; pero tenemos un método propio. Por una ley de la Naturaleza que se da entre nosotros, hay una atracción constante hacia el sur; y, aunque en los climas templados esta fuerza de atracción es muy leve (de manera que hasta una mujer con una salud razonable puede viajar varios estadios hacia el norte sin gran dificultad), el efecto obstaculizador es, sin embargo, suficiente para servir como brújula en la mayoría de las zonas de nuestra tierra. Además, la lluvia (que cae a intervalos regulares) viene siempre del norte, constituyendo así una ayuda adicional; y en las ciudades nos sirven de guía las casas, cuyas paredes laterales van, claro está en general, de norte a sur, de manera que los tejados puedan proteger de la lluvia del norte. En el campo, donde no hay casas, sirven también como una especie de guía los troncos de los árboles. No nos resulta en general tan difícil orientarnos como podría esperarse.

Sin embargo, en nuestras regiones más templadas, en las que la atracción hacia el sur es casi imperceptible, me ha sucedido a veces, yendo por una llanura completamente despoblada, donde no había casas ni árboles que pudieran guiarme, que me he visto obligado a detenerme y quedarme parado varias horas seguidas, esperando a que llegase la lluvia para poder seguir. Entre los débiles y los ancianos, y especialmente en las mujeres delicadas, la fuerza de atracción se acusa con mucha más intensidad que entre las personas robustas del sexo masculino, de manera que es un detalle de buena educación, si encuentras una dama en la calle, cederle siempre el lado norte... no resulta siempre cosa fácil de hacer rápidamente, ni mucho menos, cuando no se goza de buena salud y en un clima donde es difícil distinguir el norte del sur.

Nuestras casas no tienen ventanas: la luz nos llega de igual modo dentro de nuestras casas que fuera de ellas, de día y de noche, igual en todas las épocas y en todos los lugares, sin que sepamos de dónde viene. Se trata de una cuestión interesante, ésta del origen de la luz, investigada a menudo en los tiempos antiguos y que, aunque se ha intentado aclarar repetidamente, el único resultado ha sido llenar nuestros manicomios con los presuntos aclaradores. En consecuencia, después de muchas tentativas infructuosas de disuadir indirectamente a los interesados en tales investigaciones, imponiendo sobre ellas un pesado gravamen, los legisladores las prohibieron del todo en una fecha relativamente reciente. Yo (desgraciadamente, sólo yo en Planilandia) conozco ya demasiado bien la verdadera solución de este misterioso problema; pero mi conocimiento no puede hacerse inteligible ni a uno solo de mis compatriotas; y soy objeto de burla (yo, el único que conoce las verdades del espacio y la teoría de la penetración de la luz desde el mundo de tres dimensiones) como si fuese el más loco de los locos! Pero concedámonos una tregua en estas dolorosas digresiones: volvamos a nuestras casas.

La forma más común para la construcción de una casa es la de cinco lados o pentagonal, como en la figura adjunta. Los dos lados norte RO, O F, forman el techo, y la mayoría de ellas no tienen puertas; en el este hay una puertecita para las mujeres; en el oeste, una mucho mayor para los hombres; el lado sur o suelo carece normalmente de puertas.

No están permitidas las casas cuadradas y triangulares, y la razón es la siguiente. Al ser los ángulos de un cuadrado (y aún más los de un triángulo equilátero) mucho más puntiagudos que los de un pentágono, y al ser las líneas de los objetos inanimados (como las casas) mucho menos nítidas que las de los hombres y las mujeres, se sigue de ello que hay no poco peligro de que las puntas de una residencia cuadrada o triangular pudiesen herir gravemente a un viajero imprudente o tal vez distraído que se diese de pronto contra ellos: así que desde fecha tan temprana como el siglo XI de nuestra era, quedaron universalmente prohibidas por Ley las casas triangulares, sin más excepciones que las fortificaciones, los polvorines, los cuarteles y otros edificios públicos, a los que no es deseable que el ciudadano en general se acerque sin una cierta circunspección.

En ese periodo aún estaban permitidas en todas partes las casas cuadradas, aunque se gravaba su construcción con un impuesto especial. Pero, unos tres siglos después, el cuerpo legislativo decidió que en todas las ciudades con una población superior a los diez mil habitantes, el ángulo de un pentágono era el más pequeño que se podía considerar compatible con la seguridad pública en las viviendas. El buen sentido de la comunidad ha secundado los esfuerzos del legislativo, y ahora, en el campo incluso, la construcción pentagonal ha desbancado a todas las demás. Sólo de cuando en cuando, y en algún distrito agrícola muy remoto y atrasado, puede aún descubrir un anticuario una casa cuadrada.

3. Sobre los habitantes de Planilandia

LA MÁXIMA LONGITUD o anchura de un habitante plenamente desarrollado de Planilandia puede considerarse que es de unos veintisiete centímetros y medio. Los treinta centímetros puede considerarse un máximo.

Nuestras mujeres son líneas rectas.

Nuestros soldados y clases más bajas de trabajadores son triángulos, con dos lados iguales de unos veintisiete centímetros de longitud, y una base o tercer lado tan corto (no supera a menudo el centímetro y cuarto) que sus vértices forman un ángulo

De acuerdo con el texto:

- Explica con sus propias palabras que nos expone el autor
- Dibuja y recorta en papel las figuras geométricas que se mencionan en el texto y realiza el procedimiento que plantea el autor con la moneda en la primera página.
- ¿Cuántas dimensiones hay en “Planilandia”?
- Haz una representación gráfica de un día lluvioso en “Planilandia”
- ¿De dónde crees que proviene la luz en “Planilandia”
- ¿Crees que existe un mundo con más dimensiones? ¿Cómo visualizas ese mundo?
- ¿Cómo crees que sería un mundo de cero dimensiones?
- ¿Cómo crees que sería un mundo de una dimensión? ¿Qué objetos habría?
- ¿Cómo verían los habitantes de “Planilandia” a un cubo que viene de espaciolandia?
- ¿Cómo se vería un objeto de Planilandia en un espacio de una dimensión?

Actividad 2: La dimensión en Geometría

Se plantean algunas preguntas para que se trabajen y discutan en grupos y luego se socialicen a todo el curso.

¿Has notado que estamos rodeados de objetos de diferentes tamaños, formas y colores? pues conozcamos más acerca del mundo en que vivimos y de la clasificación de los objetos dependiendo de su forma. Para ello empecemos respondiendo las siguientes preguntas:

Todos sabemos que vivimos en un mundo de 3 dimensiones,

a. ¿Qué significa para ustedes (vivir en un mundo de tres dimensiones) lo anterior?

b. ¿Existen seres que podrían vivir en espacios de una o dos dimensiones?

c. ¿Cuántas dimensiones existen desde el punto de vista físico?

Finalmente intenten definir, en sus propias palabras, el concepto de dimensión y realicen gráficas de objetos que representen cada dimensión.

A partir de las respuestas de los estudiantes se procede a dar una definición detallada del concepto y abordar cada una de las dimensiones visibles ante el ojo humano.

Figuras Geométricas Planas

Para esta segunda parte del taller se le pide al estudiante graficar las figuras planas que recuerde.

Si observas a tu alrededor notarás que todos los objetos tienen forma, algunas son triangulares, circulares, cuadrangulares, etc. La rama de las matemáticas que nos permite clasificar estas figuras es la geometría, así que conozcamos acerca de la clasificación de estas figuras.

a. ¿Qué figuras planas recuerdas? Grafícalas.

b. ¿Qué figuras tridimensionales recuerdas? Grafícalas.

c. Resuelve la siguiente ficha

De ese modo partimos a explicar los tipos de figuras planas que son las rectilíneas y curvilíneas, dando la definición de cada figura correspondiente. Las definiciones que se presentarán son las siguientes:

- Figuras rectilíneas: Aquellas figuras formadas por líneas rectas

En esta parte se estudiarán los polígonos regulares e irregulares, dando a conocer diferentes tipos, como, por ejemplo: triángulos, cuadriláteros, cuadrados, triángulos, pentágonos, hexágonos, etc.

- Figuras curvilíneas: Aquellas figuras formadas por líneas curvas, las más representativos son el círculo, el semicírculo, la corona circular y la elipse

Figuras tridimensionales

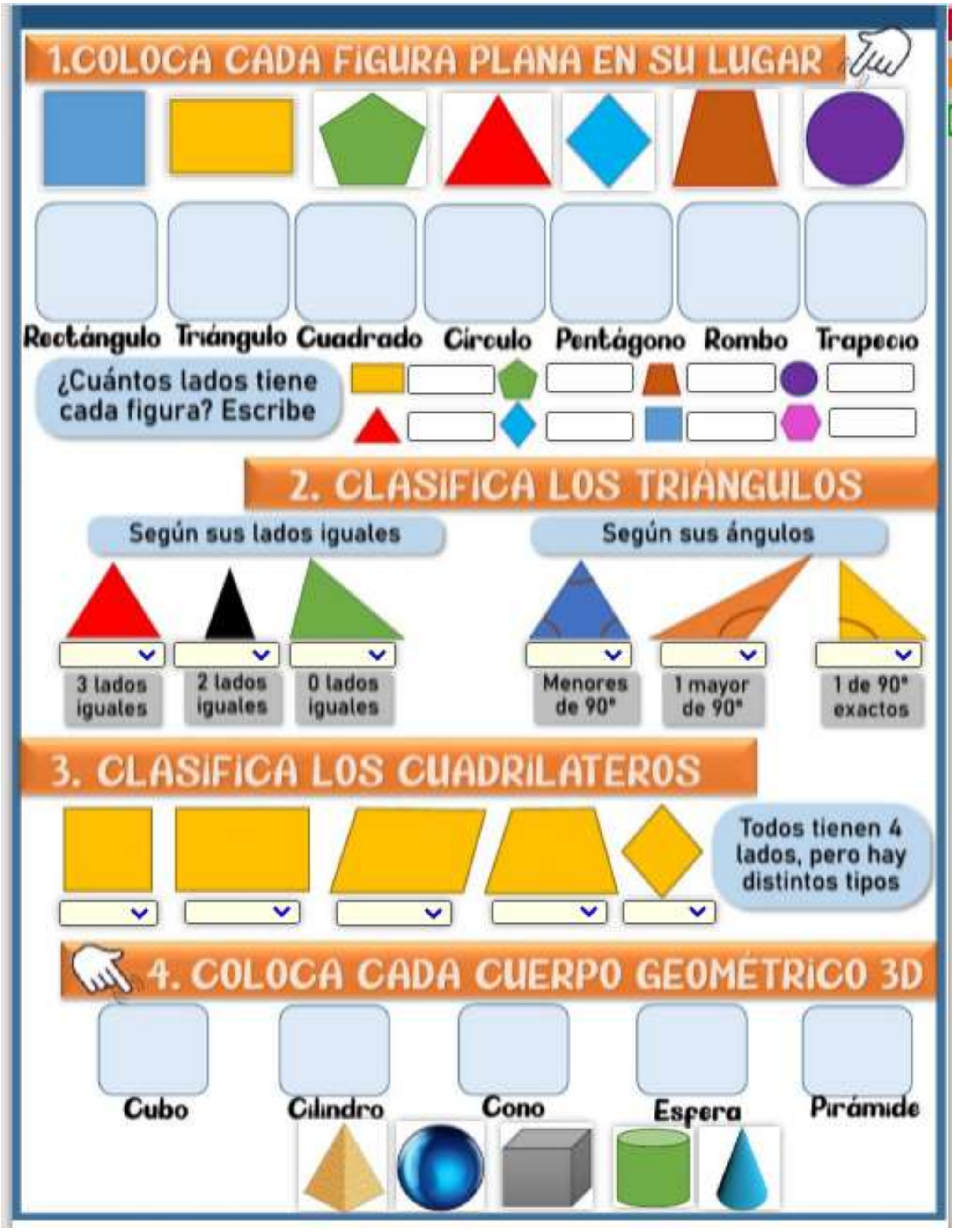
De la misma manera que en la anterior actividad se le pide al estudiante graficar figuras tridimensionales que recuerden. Seguidamente se procede a explicar las características de estas figuras y su clasificación. Teniendo en cuenta que los poliedros son cuerpos geométricos tridimensionales, de caras planas y encierran un volumen finito. Los tipos de poliedros a exponer son los siguientes:

Tipos de poliedros:

- Pirámides
- Prismas

Además, se expondrá la definición de los cuerpos redondos (cono, esfera y cilindro).

Por último, el estudiante deberá resolver la siguiente ficha interactiva con el objetivo de repasar lo aprendido.



Actividad de recreación.

Para finalizar el taller se plantea el juego denominado "Persecución cartesiana" para el cual se requiere de dos jugadores, el primer jugador hace una marca en la casilla de salida.

En su turno cada jugador puede hacer una marca en una casilla situada directamente encima, directamente a la derecha, en diagonal (encima y a la derecha), de la última marca hecha por su oponente. Gana el primer jugador que consiga llegar a la meta. El tablero de juego es el siguiente:

				Meta
Salida				

Después de varias partidas se le pedirá al estudiante que hallen una estrategia para ganar este juego.

ANEXO B

Taller 2: Exploremos los conceptos de área y perímetro resolviendo problemas

El presente taller está enfocado en abordar los conceptos de perímetro y área, teniendo en cuenta que matemáticamente el perímetro es la medida de la longitud que abarca una figura y el área nos da la medida de la superficie de dicha figura. Estos conceptos son una base fundamental para desenvolverse en la vida cotidiana, pues están implícitos en las diferentes actividades que realizamos en el día a día como en la agricultura, la gastronomía, los deportes, la construcción, el arte, etc.

Considerando que la resolución de problemas es una llave para el aprendizaje integral de los estudiantes, ya que en este proceso el estudiante se convierte en un sujeto constructivo y reflexivo, es decir que no solo se limita a operar fórmulas y llegar a un resultado; sino que comprende el problema, construye un plan y lo ejecuta haciendo uso de sus conocimientos y finalmente analiza el proceso realizado con el fin de reflexionar acerca del resultado obtenido. De esta manera, el propósito de este taller es partir de los conocimientos geométricos del estudiante y profundizar en ellos por medio de situaciones problema.

¿Qué tanto sabemos?

Inicialmente debemos saber que conocimientos posee el estudiante acerca de estos dos conceptos a trabajar, para ello se pondrá a trabajar a los estudiantes en grupos para que aborden las siguientes cuestiones:

- ¿Qué entiendes por perímetro?
- ¿Qué entiendes por área?
- ¿Qué fórmulas asociadas a estos conceptos recuerdas? Mencionarlas.

Después de que los estudiantes hayan respondido las preguntas, se procederá a socializar cada una y así se irán construyendo y aclarando las definiciones.

Veamos una manera de resolver un problema

George Pólya, matemático húngaro quien realizó contribuciones fundamentales en combinatoria, teoría de números, análisis numérico y teoría de la probabilidad. Al darse cuenta lo complicado que era resolver problemas publicó su libro "Cómo plantear y resolver problemas" en el año 1965, en este libro Pólya plantea heurísticas que permiten resolver problemas en diferentes contextos. El libro proporciona métodos para enseñar matemática a los estudiantes y da algunas definiciones de términos heurísticos. Este tiene como enfoque principal la aplicación de cuatro fases o pasos para la resolución de problemas, que consisten en:

> Primero, tenemos que comprender el problema, es decir, ver claramente lo que se pide. Segundo, tenemos que captar las relaciones que existen entre los diversos elementos, ver lo que liga a la incógnita con los datos a fin de encontrar la idea de la solución y poder trazar un plan. Tercero, poner en ejecución el plan. Cuarto, volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla. (Pólya, 1965, pág. 28)

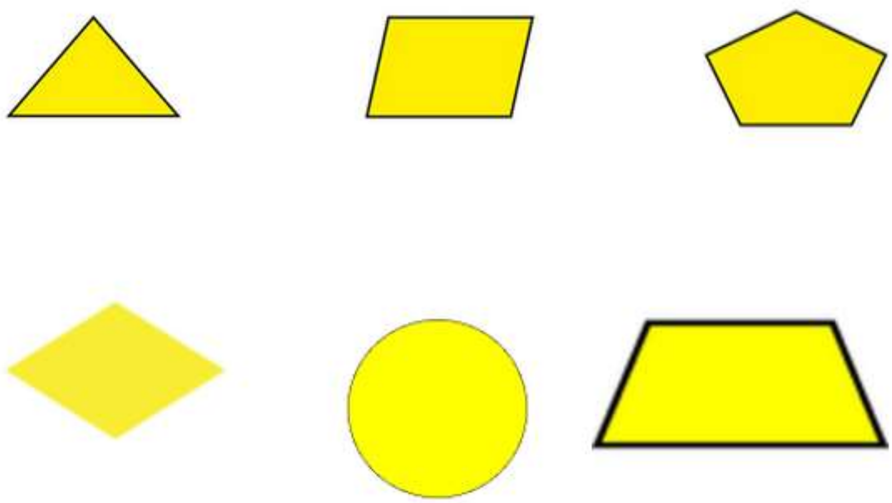
Así pues, desde la postura de Pólya no se puede resolver un problema sin antes entenderlo. El sujeto que pretende resolverlo debe familiarizarse con la situación planteada, identificando cuales son los datos, las condiciones y cuál es la incógnita. Teniendo esto claro se debe proceder a organizar las ideas de solución que surgen a partir de la relación entre los conocimientos que se poseen y el contexto del problema, lo cual nos permite construir un plan adecuado para tal fin. Seguidamente se debe ejecutar el plan por medio de operaciones algebraicas o geométricas que se reconocen como factibles, pero además se debe verificar cada procedimiento, pues de esta manera se obtendrán resultados correctos y acordes con lo pedido; para finalizar este proceso se debe hacer una visión retrospectiva de la estructura consolidada como solución del problema, haciendo un análisis desde diferentes puntos de vista para asegurarnos de que no hayan errores de construcción, cálculo o razonamiento.

Después de verificar todos estos pasos podemos dar una solución precisa y acertada.

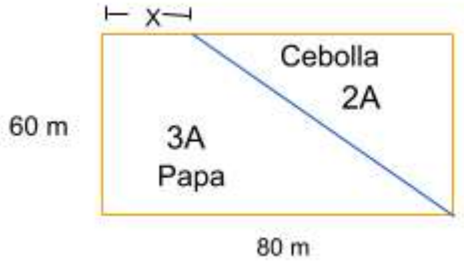
Este método aún continúa siendo referente de alto interés para la resolución de problemas en diferentes contextos. En particular haremos uso de estas fases en la resolución de problemas geométricos que se plantearan en cada uno de los talleres. Teniendo en cuenta que la resolución de problemas es una de las finalidades de enseñar matemáticas, este proceso será una estrategia con la cual construiremos conocimientos y fortaleceremos los conceptos geométricos a trabajar.

Ejercicios.

1. Identifica y traza la representación de la base, altura, apotema, radio, largo y ancho de cada figura según corresponda.



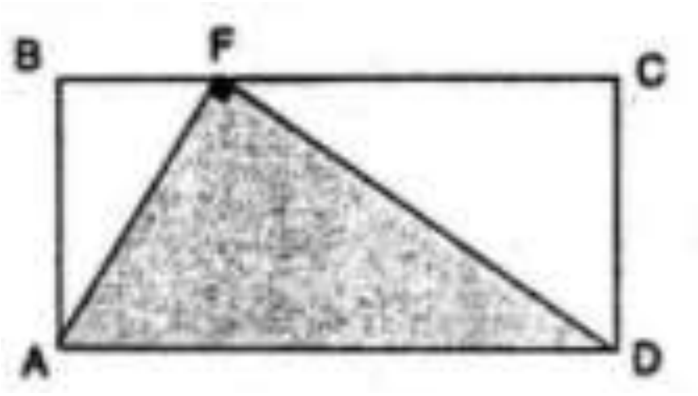
2. El dueño de un terreno rectangular desea sembrar dos tipos de cultivos, papa y cebolla. Teniendo en cuenta que el terreno tiene de largo una longitud de **80m** y por ancho una longitud **60 m**. ¿A qué distancia **x** debe ubicarse el extremo del segmento de recta para que la razón entre el cultivo de papa y el de cebolla sea 3/2? Dar una conclusión acerca del resultado obtenido.



3. El **Morro del Tulcán** o **Pirámide de Tulcán** es el principal sitio arqueológico de Popayán, es una pequeña loma no natural en forma de pirámide truncada, que se dice que fue una edificación construida por los Pubenenses que habitaron el valle de Pubenza conocida actualmente como Popayán.

Después del derribamiento de la estatua de Sebastián de Belalcázar en el morro de Tulcán el 16 de septiembre del 2020, el ICANH (Instituto Colombiano de Antropología e Historia) decidió reactivar las investigaciones acerca de este lugar simbólico para los Misak.

Para esto debe hallar el área de la base de la pirámide representada por un triángulo rectángulo, el cual está inscrito en un terreno rectangular, como se muestra en la siguiente figura.



Teniendo en cuenta que el lado AB del terreno tiene una longitud de 50 m y la longitud del segmento BF es 20 m. Hallar esta área.

Actividad Recreativa: El propósito de la siguiente actividad es poner en práctica los conocimientos de los estudiantes por medio de un juego que le permite divertirse, crear y aprender de la matemática de una manera recreativa.

JUEGO DE SERPIENTES Y ESCALERAS

El objetivo del juego es ser el primero en alcanzar la cima moviéndose a través del tablero de juego, desde su cuadro inicial hasta llegar al cuadro final.

Cada jugador comienza con un tótem “ficha o cualquier objeto que lo represente” en el cuadro inicial. Los jugadores se turnan tirando un solo dado para mover su ficha por el número de casillas indicado por la tirada del dado.

Los tokens siguen una ruta fija marcada en el tablero de juego que consiste en recorrer los tableros de un lado a otro, moviéndose de izquierda a derecha en la primera fila, después subes a la segunda fila y te mueves de derecha a izquierda y así sucesivamente.

Si, al completar un movimiento, la ficha de un jugador aterriza en el extremo inferior de una “escalera”, el jugador mueve el tótem al cuadrado con el número más alto de la escalera.

Si el jugador aterriza en el cuadrado con el número más alto de una “serpiente” (o tobogán), la ficha debe moverse hacia abajo al cuadrado de la serpiente con el número más bajo.

ANEXO C

Taller 3: Exploremos el concepto de volumen resolviendo problemas

El presente taller pretende indagar lo que el estudiante conoce sobre el volumen de figuras, con el propósito de aclarar este concepto. Teniendo en cuenta que el volumen es la medida del espacio de tres dimensiones ocupado por un cuerpo, en este taller se estudiarán distintas figuras como prismas, pirámides, cilindros, esferas etc.

Además, la resolución de problemas es fundamental en el proceso de aprendizaje del estudiante, pues es una de las finalidades de enseñar matemáticas, por tal razón se plantean diferentes situaciones problema donde el estudiante deberá poner en práctica sus conocimientos y llegar a la solución guiándose por los cuatro pasos que anteriormente se explicaron del método de Pólya.

¿Qué tanto sabemos?

Inicialmente debemos saber que conocimientos posee el estudiante acerca de este concepto a trabajar, para ello se pondrá a trabajar a los estudiantes en grupos para que aborden las siguientes cuestiones:

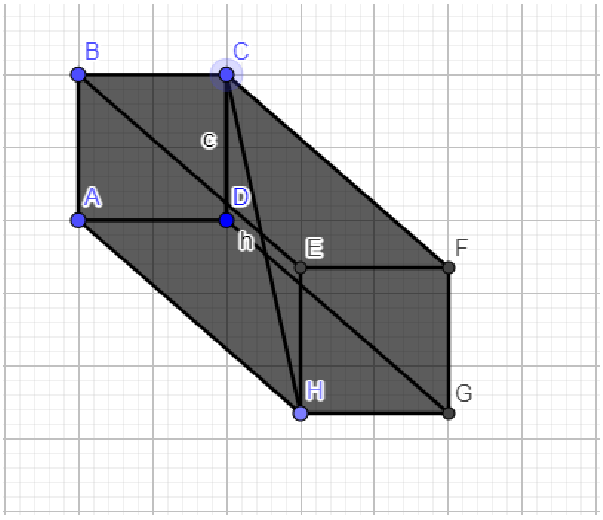
- ¿Qué entiendes por volumen?
- ¿Qué figuras sólidas conoces? Haz una representación gráfica
- ¿Qué fórmulas asociadas a este concepto recuerdas? Mencionarlas.

Después de que los estudiantes hayan respondido las preguntas, se procederá a socializar cada una y así se irán construyendo y aclarando las definiciones. Además, se explicará cómo se determinaron las fórmulas, dependiendo de cada figura sólida.

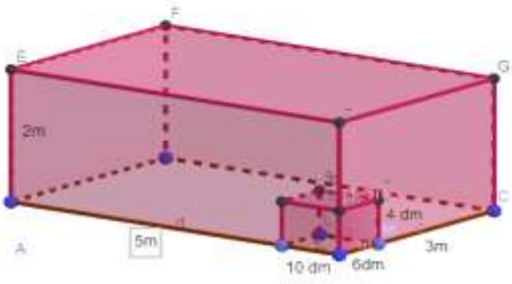
Problemas.

1. En la vereda la Campana contratan a un albañil para que construya un tanque con forma de prisma recto y base rectangular (ver figura) para depósito de agua, al albañil se le proporciona una cierta cantidad de material. Al terminar la construcción el

albañil informa a la junta de la vereda que la altura y la profundidad del tanque tienen una longitud de **2 m** y la diagonal del tanque tiene una longitud de **5m**. Los habitantes de la vereda desean conocer qué cantidad de agua pueden almacenar en dicho tanque. Teniendo en cuenta esta información ¿Qué procedimiento deben realizar los habitantes de la vereda para conocer la cantidad de agua que se puede almacenar en el tanque? Hallar dicha cantidad.



2. En un almacén de dimensiones 5 m de largo, 3 m de ancho y 2 m de alto queremos almacenar cajas de dimensiones 10 dm de largo, 6 dm de ancho y 4 dm de alto. ¿Cuántas cajas podremos almacenar?



Actividad recreativa: Sudoku Matemático

Es un juego matemático que se inventó a finales de la década de 1970. El objetivo del sudoku es rellenar una cuadrícula de 9 × 9 celdas (81 casillas) dividida en subcuadrículas de 3 × 3 (también llamadas "cajas" o "regiones") con las cifras del 1 al 9 partiendo de algunos números ya dispuestos en algunas de las celdas.

	3	8						
							2	
5	1	9					4	
	2		7					
				9	8			
8	5	3						
4					5	1		

más pistas:

1. posición (5,7): longitud del lado de un cuadrado de área 36 u^2 .
2. posición (7,2): área de un triángulo con altura 6 u y base 3 u.
3. posición (7,4): volumen de un cubo de lado 1 u.
4. posición (7,5): altura de un prisma con volumen 12 u^3 y área de la base 6 u^2.
5. posición (7,7): altura de una pirámide con volumen 45 u^3 y área de la base 9 u^2.
6. posición (9,4): base de un triángulo de área 20 u^2 y altura 8 u.
7. posición (9,7): volumen de una pirámide de altura 3 y área de la base 7 u^2.

	3	8						
							2	
5	1	9					4	
	2		7					
				9	8	6		
8	5	3						
	9		1	2		5		
4					5	1		
			4			7		

2	3	8	5	4	7	9	6	1
6	7	4	9	3	1	8	2	5
5	1	9	8	6	2	3	4	7
9	2	6	7	5	3	4	1	8
7	4	1	2	9	8	6	5	3
8	5	3	6	1	4	2	7	9
3	9	7	1	2	6	5	8	4
4	8	2	3	7	5	1	9	6
1	6	5	4	8	9	7	3	2

ANEXO D

Taller 4: Trabajando con GeoGebra

Teniendo en cuenta que estamos en una sociedad cambiante y actualmente con la pandemia, que desestabilizó drásticamente la realidad a la que estábamos aferrados, los diferentes contextos sociales se vieron afectados. La educación ha sido uno de los sectores más impactados por esta crisis, escuela y hogar se han convertido en el mismo lugar, esta nueva situación ha sido un nuevo reto para las instituciones. Por ello las herramientas tecnológicas han brindado a las instituciones una salida que ha permitido continuar con el proceso de formación del estudiante, además hacer uso de estas ha convertido los espacios de aula en espacios más dinámicos, visuales e interactivos, obteniendo así un cambio en el modelo educativo, potenciando en los estudiantes el desarrollo de habilidades y competencias que les permita desenvolverse en un mundo cambiante y competitivo.

De esta manera, la enseñanza de la geometría requiere de la utilización de estas herramientas para lograr un mejor comprensión y motivación en el aprendizaje de esta área, pues permite el desarrollo de los contenidos de manera más sencilla por medio de actividades interactivas que se pueden implementar de manera sincrónica o asincrónica posibilitando la visualización y la transformación de las imágenes mentales.

Para el desarrollo de este taller vamos hacer uso del software GeoGebra con el objetivo de fortalecer el pensamiento espacial de los estudiantes, pues esta herramienta permite comprender conceptos y figuras abstractas mostrando una relación entre el modelo geométrico y el modelo algebraico, además GeoGebra da la posibilidad de desarrollar diversos problemas que le permitan al alumno explorar de forma autónoma los procesos que los dirijan a la solución, así como visualizar y explorar el significado de los conceptos utilizados y el resultado obtenido. Así mismo por su carácter dinámico nos brinda la posibilidad de enriquecer el tratamiento de los contenidos que proponemos a continuación.

Actividad: Instructivo de uso GeoGebra

Inicialmente presentaremos un video tutorial del uso de GeoGebra de los elementos básicos de la geometría como rectas, círculos, polígonos. GeoGebra

Seguidamente se plantean pequeños ejercicios prácticos para ejercitación del uso de este software:

Ejercicio 1.

Traza un segmento de recta y en el ubicar un punto C, luego por el punto C traza una recta perpendicular al segmento inicial.

Ejercicio 2.

Traza un triángulo y en él inscribe un rectángulo.

Ejercicio 3.

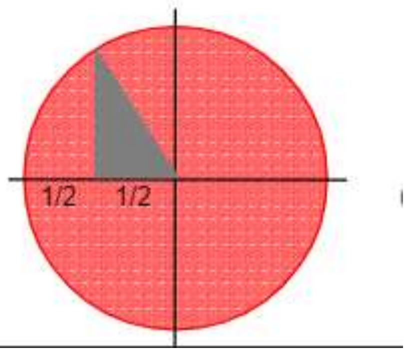
Traza una circunferencia, a partir de ella construye un cuadrado.

Ejercicio 4.

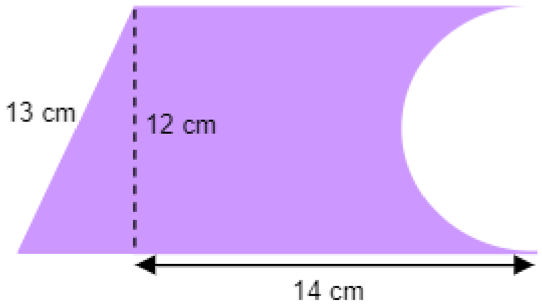
Traza diferentes sólidos, como, por ejemplo, cubo, cilindro, pirámides, etc.

Actividad: Problemas

Problema 1. Halla el área del triángulo sombreado. Grafica en GeoGebra.



Problema 2. Calcula el perímetro y la superficie de la siguiente pieza. Grafica en GeoGebra



Problema 3. Un jardín rectangular tiene por dimensiones 30 m y 20 m. El jardín está atravesado por dos caminos perpendiculares que forman una cruz. Uno tiene un ancho de 8 dm y el otro 7 dm. Calcula el área del jardín.

Problema 4. A un paciente se le aplica un suero intravenoso tal que cae una gota cada 20 segundos. Si suponemos que el recipiente es un cilindro de 2 cm de radio y 5 de altura y la gota es aproximadamente una esfera de 6 mm de diámetro, halla cuánto durará el suero.

Actividad Lúdica: **El Tangram**

El tangram es un juego chino muy antiguo, que consiste en formar siluetas de figuras con las siete piezas dadas sin sobreponerlas. Las 7 piezas, llamadas "Tans", son las siguientes:

- 5 triángulos, dos construidos con la diagonal principal del mismo tamaño, los dos pequeños de la franja central también son del mismo tamaño y uno de tamaño medio ubicado en una esquina.
- 1 cuadrado
- 1 paralelogramo o romboide

Llevaremos a cabo el juego por medio de GeoGebra. Tangram

En tanto que el tangram se constituye en un instrumento que favorece la solución de problemas a partir de la manipulación de material concreto, el cual tiene como función mediar para apoyar los procesos de enseñanza aprendizaje, ya que el estudiante logra a través de la experiencia despertar los sentidos, logrando de esta manera desarrollar los procesos de pensamiento, el lenguaje oral y escrito, la imaginación, la autorregulación y la socialización con sus pares.

ANEXO E

Taller 5: Aprendamos geometría con LIVEWORKSHEETS

En el presente taller se pretende reforzar los conceptos de área y volumen con ayuda de la plataforma LIVEWORKSHEETS, que permite crear y encontrar fichas de aprendizaje interactivas auto corregibles. Los estudiantes pueden completar estas fichas online y enviar sus respuestas al profesor. Esta plataforma es una excelente fuente de motivación para el estudiante ya que podemos incluir sonidos, videos, ejercicios de arrastrar y soltar, unir con flechas, selección múltiple e incluso ejercicios hablados, que los alumnos tienen que completar usando el micrófono.

De esta manera, esta herramienta didáctica proporciona al estudiante ejercicios dinámicos e interactivos, los cuales se enfocan en la ejercitación y repaso de las fórmulas y la teoría que el estudiante debe utilizar para dar solución a los problemas planteados.

Además, en este taller se proponen situaciones problema con los que se pretende identificar el manejo del lenguaje matemático, la estructuración de un plan de solución a dichos problemas y el uso de los conceptos matemáticos en situaciones concretas, puesto que resolver un problema nos permite poner en acción los conocimientos, y llegar a la solución depende de la observación, la comprensión, planificación y ejecución del plan. Es así como, el propósito de este taller es hacer uso de las herramientas tecnológicas que nos permiten dinamizar los espacios de aprendizaje, ejercitar los conocimientos geométricos y reforzarlos por medio de situaciones problema.

Actividad 1: Área de figuras planas

Inicialmente el estudiante deberá resolver la siguiente ficha interactiva por medio de la plataforma LIVEWORKSHEETS, la cual está compuesta por ejercicios de repaso sobre las áreas de las diferentes figuras planas.

Área de las figuras planas

Seguidamente se plantean problemas para reforzar el uso de este concepto:

Problema 1:

En una plaza de forma circular de radio 250 m se van a poner 7 farolas cuyas bases son círculos de un 1 m de radio, el resto de la plaza lo van a utilizar para sembrar césped. Calcula el área del césped. Realiza la representación gráfica del problema.

Problema 2:

Un campo rectangular de 200 m de largo y 90 m de ancho debe ser repartido entre dos herederos. Al mayor le corresponden los 2/3 del campo. Una vez hecho el reparto del campo, ¿Cuánto le corresponderá al pequeño? Realiza la representación gráfica del problema.

Problema 3:

Si los lados no paralelos de un trapecio isósceles se prolongan, quedaría formado un triángulo equilátero de 6 cm de lado. Sabiendo que el trapecio tiene la mitad de la altura del triángulo, calcula el área del trapecio. Realiza la representación gráfica del problema.

Problema 4:

En una circunferencia de radio igual a 4 m se inscribe un cuadrado y sobre los lados de este y hacia el exterior se construyen triángulos equiláteros. Halla el área de la estrella así formada.

Actividad 2: Figuras sólidas

En esta actividad los estudiantes deberán resolver las siguientes fichas interactivas, en las cuales identificarán las partes que componen los diferentes sólidos y hallar la solución a los diferentes problemas.

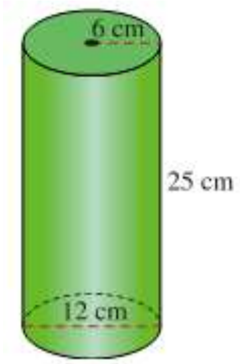
Cuerpos redondos

Volumen de prisma y pirámide

Seguidamente se plantean problemas para reforzar

Problema 1:

Un florero con forma cilíndrica tiene un diámetro interior de 12 cm y su altura es de 25 cm. Queremos llenarlo hasta los 2/3 de su capacidad. ¿Cuántos litros de agua necesitamos?



Problema 2:

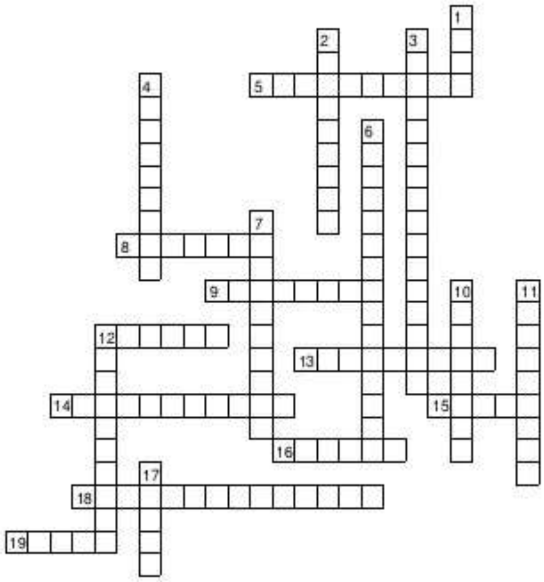
En una habitación de dimensiones 7 m de largo, 5 m de ancho y 3 m de alto se ha echado en el suelo una capa de cemento de 20 cm de espesor. ¿En cuánto ha disminuido el volumen de la habitación?

Problema 3:

¿Qué volumen ocuparán 500 libros, sabiendo que cada uno tiene forma de prisma recto cuyas aristas miden 10 cm, 8 cm y 3 cm respectivamente?

Actividad lúdica: Crucigrama Geométrico

Conceptos de Geometria



Verticales

1. Angulo que mide 0°
2. Poligono de tres lados
3. Rectas que se cortan generando angulos rectos
4. Triangulo que tiene sus dos lados iguales
6. Angulos cuya suma es 90°
7. Triangulo que tiene un angulo recto
10. Triangulo que tiene sus tres lados desiguales
11. Angulo que mide 360°
12. Triangulo que tiene sus tres anguos agudos
17. Angulo que mide 180°

Horizontales

5. Triangulo que tiene sus tres lados iguales
8. Es el punto de interseccion de los lados de un angulo.
9. Angulo que mide menos mas de 180° y menos de 360°
12. Espacio generado por dos semirectas que tienen un mismo origen.
13. Rectas que no se cortan sin importar cuanto se prolonguen
14. Triangulo que tiene un angulo obtuso
15. Angulo que mide 90°
16. Angulo que mide menos mas de 90° y menos de 180°
18. Angulos cuya suma es 180°
19. Angulo que mide menos mas de 0° y menos de 90°

ANEXO F

Taller 6: Cuadrados Mágicos

En este taller pretendemos trabajar con los cuadrados mágicos como herramienta de las matemáticas recreativas, dando a conocer la parte histórica y algunos de los métodos de construcción de cuadrados mágicos de orden par e impar. Esta actividad favorece la realización de cálculos mentales, refuerza los conocimientos de conceptos matemáticos, promueve el ingenio, la creatividad y la imaginación, permite ver las matemáticas más divertidas.

Primera parte: Se dará la definición de Cuadrado mágico

Definición: Cuadrados Mágicos Es una tabla compuesta por pequeñas celdas que forman un cuadrado. En cada celda se coloca un número entero de tal manera que la suma de los números de cada fila, de cada columna, y de sus dos diagonales, tiene un mismo valor o suma mágica o constante mágica. La constante mágica se halla por medio de la fórmula

$$\frac{n\cdot(n^2+1)}{2}$$

Segunda parte: Se presentará una parte histórica de los cuadrados mágicos. dando a conocer algunos de los cuadrados mágicos más antiguos que se conocen.

Cuadrados Mágicos en la historia

Melancolía - Alberto Durero (1514)

- Un cuadrado de orden cuatro
- Constante mágica 34

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

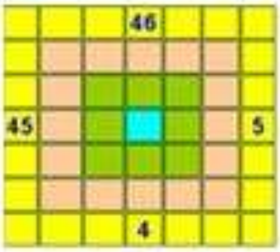
Cuadrado de la sagrada familia - Josep Maria Subirachs

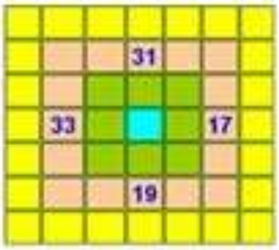
- Cuadrado mágico 4x4
- Constante mágica 33

- ***"Virgen del calvario" - Zurgena España***
  - El cuadrado mágico de "Virgen del calvario" es de orden 7
  - Constante mágica 175
  - El cuadrado interior tiene orden 5 y constante mágica 125

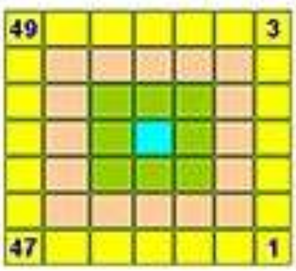
49	48	11	46	6	12	3
7	13	14	31	32	35	43
8	30	28	21	26	20	42
45	33	23	25	27	17	5
9	34	24	29	22	16	41
10	15	36	19	18	37	40
47	2	39	4	44	38	1

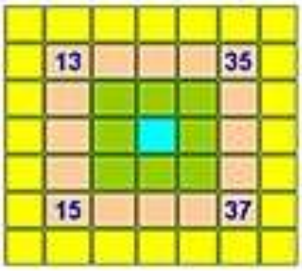
- **La suma en forma de cruz es: 100**

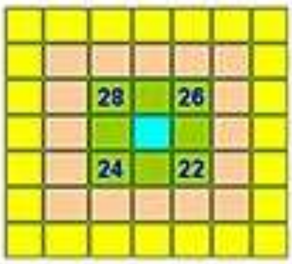




- **La suma de las esquinas es: 100**







Tercera parte: Se plantean dos ejercicios sencillos de cuadrados mágicos para que los estudiantes los resuelvan.

1. Distribuye los números del 1 al 9 de tal manera que la suma de cada fila, columna y diagonal sea la misma.

2. Completa el siguiente cuadro, escribiendo un número entero en las casillas sin número, de modo que la suma de los tres números que forman filas, columnas y diagonales sea la misma. Hallar el valor de x+y.

8		x
		9
6	y	

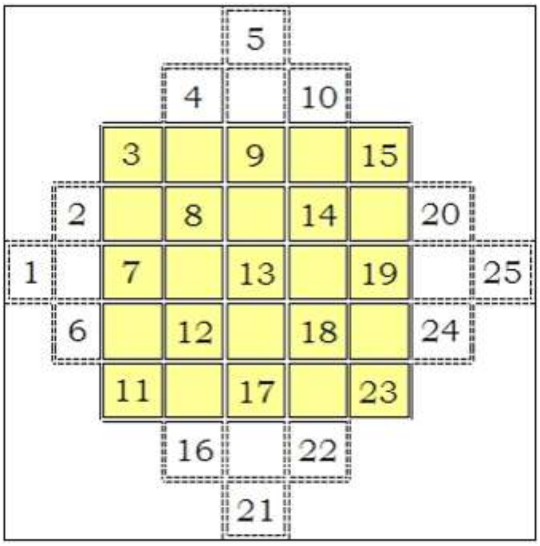
Cuarta parte: Se expondrán algunos métodos para la construcción de cuadrados mágicos.

- ***Cuadrados mágicos de orden impar***

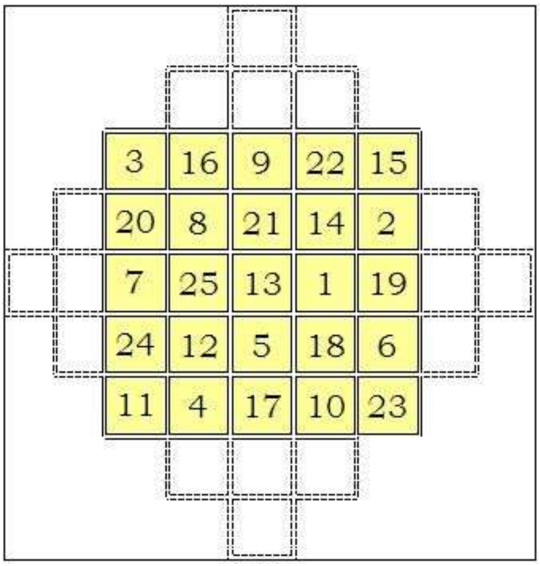
Método de Bachet: este método fue diseñado por el matemático francés Claude-Gaspar Bachet de Méziriac (1581-1638), es un método muy visual y sencillo.

Para explicar este método vamos a construir un cuadrado mágico de orden 5.

Primero se debe construir la siguiente figura y distribuir los números de forma consecutiva y ordenarlos como se muestra en la imagen.



Los números que han quedado dentro del cuadrado de 5 por 5 los dejamos, y colocamos los números que han quedado fuera del cuadrado en las posiciones opuestas que quedaron libres. De esta forma nos quedará el siguiente cuadrado mágico de orden 5



- ***Cuadrados mágicos orden par***

Ordenar los números de manera ascendente o descendente en el cuadrado mágico a resolver, tal como se muestra en las figuras.

  - *Invertir el orden de los números que forman las diagonales, de tal forma que el primero ocupe el lugar del último, el segundo el del penúltimo, el tercero el del antepenúltimo y así sucesivamente, como se muestra en las Figuras.*
  - *Dividir imaginariamente en dos regiones el cuadrado, de forma tal que los números que componen la primera región y que no pertenecen al conjunto de las diagonales, puedan ser intercambiados por los que ocupan el lugar de simetría de la segunda región, para conocer la cantidad de intercambios que deben realizarse, utilizaremos la siguiente fórmula:*

$$Ic = \frac{n-4}{2}$$

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	15	14	13
12	11	10	9
8	7	6	5
4	3	2	1

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Otros métodos

Instantáneo de orden 4

N-20	*1*	*12*	*7*
11	*8*	*N-21*	*2*
5	*10*	*3*	*N-18*
4	*N-19*	*6*	*9*

Instantáneo de orden 3

D+2M+A	*A*	*2D+M+A*
2D+A	*D+M+A*	*2M+A*
M+A	*2D+2M+A*	*D+A*

Forma normal de Lucas

S-M	*S+(M+N)*	*S-N*
S+M-N	*S*	*S-M+N*
S+N	*S-(M+N)*	*S+M*

Forma General de Ramanujan

A	*B*	*C*	*D*
D+M+N	*C-M-N*	*B-M+N*	*A+M-N*
B-M	*A+M*	*D+M*	*C-M*
C-N	*D+N*	*A-N*	*B+N*

Quinta parte: Se le pide al estudiante construir cuadrados mágicos con condiciones específicas.

Construyamos los siguientes cuadrados mágicos:

- Construye un cuadrado mágico de orden 4 con los números del 1 al 16
- Construye un cuadrado mágico de orden 5 con los números del 1 al 25
- Con la fecha de nacimiento realiza un cuadrado mágico de orden 3 y uno de orden 4
- Completa el siguiente cuadrado para que sea mágico

67		43
	73	