

**Dificultades en la Interpretación del Lenguaje Algebraico de Situaciones Problemas  
que se Resuelven Mediante Sistemas de Ecuaciones Lineales.**



Universidad  
del Cauca

Carmen Yuliana Arteaga Mora

Lisbeth Marcela Navia Gómez

Universidad del Cauca  
Facultad de Ciencias Naturales Exactas y de la Educación  
Departamento de Matemáticas  
Licenciatura en Matemáticas  
Popayán 2022

**Dificultades en la Interpretación del Lenguaje Algebraico de Situaciones Problemas  
que se Resuelven Mediante Sistemas de Ecuaciones Lineales.**



Universidad  
del Cauca

Carmen Yuliana Arteaga Mora

Lisbeth Marcela Navia Gómez

Directora

Mg. Yeny Leonor Rosero

Trabajo presentado como requisito para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Universidad del Cauca  
Facultad de Ciencias Naturales Exactas y de la Educación  
Departamento de Matemáticas  
Licenciatura en Matemáticas  
Popayán 2022

## Tabla de contenido

Resumen.....	9
Introducción .....	10
Antecedentes .....	13
Marco Referencial.....	16
Contexto Educativo.....	16
Medidas Académicas y Administrativas Frente al COVID-19.....	17
Población.....	20
Marco Teórico.....	21
Lenguaje algebraico .....	21
Dificultad .....	22
Situación problema .....	22
Resolución de problemas .....	22
Sistemas de Ecuaciones .....	23
Ejercicio .....	24
Expresión algebraica.....	24
Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD).....	24
Método .....	26
Descripción de fases en la intervención en el aula .....	28
Descripción de las Actividades .....	31
Descripción del desarrollo de las clases.....	33
Resultados y Análisis .....	43

Tarea 2: Prueba Diagnóstica .....	43
Tarea 3: Resolución de Sistemas de Ecuaciones lineales. ....	48
Tarea 4: Traducir Enunciados del Lenguaje Natural al Algebraico (enunciados con un solo término).....	53
Tarea 5: Traducir enunciados del lenguaje natural al algebraico (enunciados con más de un término).....	60
Tarea 6: Resolución de Situaciones Problemas. ....	66
Tarea 7: Solución de Situaciones Problema.....	72
Dificultades Encontradas en las Técnicas Aplicadas por los Estudiantes en Resolución de Tareas por Categorías de Análisis.....	85
Categorías deductivas .....	85
Categorías inductivas .....	88
Conclusiones.....	91
Referencias.....	93
Anexos .....	96
Anexo A .....	96
Anexo B .....	98
Anexo C .....	100
Anexo D.....	101
Anexo E .....	102
Anexo F.....	103
Anexo G.....	104
Anexo H.....	106

**Tabla de Imágenes**

Imagen 1.....	23
Imagen 2.....	29
Imagen 3.....	29
Imagen 4.....	30
Imagen 5.....	31
Imagen 6.....	34
Imagen 7.....	35
Imagen 8.....	36
Imagen 9.....	37
Imagen 10.....	37
Imagen 11.....	40
Imagen 12.....	41
Imagen 13.....	42
Imagen 14.....	43
Imagen 15.....	44
Imagen 16.....	45
Imagen 17.....	47
Imagen 18.....	48
Imagen 19.....	48
Imagen 20.....	49
Imagen 21.....	50

Imagen 22.....	50
Imagen 23.....	51
Imagen 24.....	53
Imagen 25.....	54
Imagen 26.....	54
Imagen 27.....	54
Imagen 28.....	55
Imagen 29.....	56
Imagen 30.....	56
Imagen 31.....	56
Imagen 32.....	57
Imagen 33.....	57
Imagen 34.....	58
Imagen 35.....	58
Imagen 36.....	59
Imagen 37.....	59
Imagen 38.....	60
Imagen 39.....	61
Imagen 40.....	61
Imagen 41.....	61
Imagen 42.....	62
Imagen 43.....	622
Imagen 44.....	63

Imagen 45.....	63
Imagen 46.....	64
Imagen 47.....	64
Imagen 48.....	65
Imagen 49.....	65
Imagen 50.....	66
Imagen 51.....	66
Imagen 52.....	67
Imagen 53.....	68
Imagen 54.....	69
Imagen 55.....	70
Imagen 56.....	70
Imagen 57.....	71
Imagen 58.....	72
Imagen 59.....	73
Imagen 60.....	74
Imagen 61.....	76
Imagen 62.....	77
Imagen 63.....	77
Imagen 64.....	78
Imagen 65.....	79
Imagen 66.....	80
Imagen 67.....	81

Imagen 68.....	82
Imagen 69.....	83
Imagen 70.....	85
Imagen 71.....	86
Imagen 72.....	86
Imagen 73.....	86
Imagen 74.....	87

### **Índice de Tablas**

Tabla 1 .....	21
---------------	----

## Resumen

El presente documento corresponde a la sistematización de la práctica pedagógica realizada con estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt en la ciudad de Popayán, la cual se llevó a cabo en modalidad virtual y presencial. Este trabajo tuvo como objetivo identificar dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales, con estudiantes de dicha institución. Para la práctica pedagógica se planteó una propuesta de inmersión en el aula a partir de un proyecto de investigación enmarcado en un paradigma cualitativo. En el cual para la recolección de información se utilizó diferentes instrumentos como: Diarios de campo, cuestionarios, encuestas, entre otros. Esta información, permitió la categorización y análisis de técnicas mediante la Teoría Antropológica de Lo Didáctico en la resolución de tareas. Finalmente, en este documento se da respuesta a la pregunta ¿cuáles son las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelve mediante sistemas de ecuaciones lineales?, mediante los resultados y los análisis obtenidos en el proceso de intervención.

## Introducción

La sistematización de la práctica, tuvo como objetivo identificar las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales, en estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt de la ciudad de Popayán (sede principal).

Desde años atrás, las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico y en solución de sistemas de ecuaciones lineales han llamado la atención de muchos investigadores no solo a caracterizarlas, sino a proponer alternativas que sobrepasen los obstáculos ya caracterizados, así como lo plantean las investigaciones de Lemos y Herrera (2015); Díaz et al., (2013); Rodríguez y Domínguez (2016); Pérez (2016)

Según Pedreño (2004) en la investigación titulada “Ecuaciones lineales. Didáctica y perspectiva histórica” afirma que:

Los problemas relacionados con las ecuaciones lineales se remota a los orígenes de la matemática. Aunque ya los babilonios utilizaron procedimientos de eliminación de incógnitas, no es hasta el XVIII, cuando este método llega a ser un método, capaz de hacer posible la discusión y la resolución en el caso general (p. 1).

Con base a lo anterior, podemos deducir que los problemas relacionados con ecuaciones lineales han estado presentes desde el origen de las matemáticas y siguen estando al pasar los años. Desde nuestra experiencia como estudiantes hemos evidenciado ciertas dificultades en la solución de ecuaciones, como el manejo inadecuado en las propiedades aritméticas o la ley de signos, es por eso la importancia de hacer una investigación incluyendo la solución de ecuaciones a estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt.

Por otra parte, Filloy et al. (2008) afirman que:

El interés por conocer en profundidad el pensamiento de los estudiantes que se inician en el aprendizaje del álgebra ha llevado a muchos investigadores a analizar las interrelaciones del lenguaje algebraico con el lenguaje natural y con el de la aritmética. Lo anterior, en razón de que, por lo general, en términos curriculares, la introducción al álgebra tiene como antecedentes más próximos a esos dos lenguajes, y también porque, desde los primeros estudios, se hizo evidente la enorme influencia que los mismos tienen en la construcción, por parte de los sujetos, de la sintaxis algebraica y en el uso que éstos hacen de dicha sintaxis en la resolución de problemas. (p. 3).

De manera particular, una de las dificultades más comunes es la interpretación del lenguaje algebraico en el planteamiento y resolución de situaciones problemas que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales, lo cual influye en los resultados de las pruebas de estado hechas por el Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES) como afirma un docente que orienta trigonometría en el grado décimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt.

Un claro ejemplo de ello se evidencia cuando al estudiante se le presenta un enunciado en lenguaje natural y debe convertirlo al lenguaje algebraico para su respectiva solución, es decir, cuando a los estudiantes se les presenta la expresión: “la tercera parte de un número, incrementado en cinco”, se tendría  $\frac{x}{3} + 5$  que es la solución correcta. Sin embargo, se encuentra que algunos estudiantes suelen escribirla como "3x", preguntándose ¿qué significa incremento?, por lo que no tendrían claro que eso les indica una suma. De igual manera, confunden palabras como disminuido, aumentado, triple y doble por lo que se evidencia falta de manejo del lenguaje algebraico, además, no interpretan las expresiones del lenguaje natural, por ejemplo, si tienen un número disminuido en dos cometen este error, escriben primero el dos y

luego la variable  $y$ , es decir  $(2 - y)$ .

Por otra parte, los estudiantes presentan dificultades en las competencias de lectura y escritura, puesto que se les dificulta la interpretación y comprensión del enunciado, es decir, comienzan a buscar una solución sin saber qué es lo que se les pregunta y a qué tipo de problemas se enfrentan.

Además, el proceso de enseñanza basado en el desarrollo de ejercicios más no en énfasis en resolución y planteamiento de problemas perjudica en la adquisición de un nuevo conocimiento, puesto que, los estudiantes mecanizan procesos y no tienen análisis e iniciativa para desarrollarlos.

Por lo anterior, es importante conocer cuáles son las dificultades en cuanto a la interpretación del lenguaje algebraico, solución de sistemas de ecuaciones lineales y resolución de problemas. Para ello se pretende dar respuesta a la pregunta ¿cuáles son las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales en estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt?

### **Antecedentes**

Antes de abordar las teorías o concepciones que sirven de apoyo para fundamentar el presente trabajo, presentamos algunos resultados de investigaciones que sirven a los planteamientos de antecedentes.

La tesis de grado titulada “Análisis del proceso de conversión de problemas escritos en lengua natural a un sistema de ecuaciones lineales”, desarrollada por Katherine Lemos y Dayana Herrera tuvo como objetivo analizar con base en una perspectiva semiótica cognitiva, las características de la actividad cognitiva de conversión de problemas matemáticos escritos en lengua natural a un sistema de ecuaciones lineales, atendiendo a las particularidades de la designación de objetos y los criterios de congruencia. Usando la metodología etnográfica que se refiere a la investigación que produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable. Esa “conducta observable” dio los elementos para identificar las características de la actividad cognitiva de conversión que involucra la actividad matemática de los estudiantes que fueron objeto de la prueba piloto (Lemos y Herrera, 2015).

La investigación titulada “Dificultades en la Interpretación del Lenguaje Algebraico en la Resolución de Problemas que conducen a Sistemas de Ecuaciones Lineales de los estudiantes del Curso de Álgebra y Trigonometría”, desarrollada por Margarita Díaz, Fernanda Mejía, Alexis Sanabria tuvo como objetivo identificar las principales dificultades de los estudiantes, en la interpretación del lenguaje algebraico en sistemas de ecuaciones lineales, usando como metodología, la investigación acción, la cual permite acercarse al problema que está afectando a una población en su proceso de formación y por medio de un trabajo conjunto, una aproximación a escenarios de la vida real o familiares para la población afectada y una reflexión constante que buscaba llegar a una solución viable, o por lo menos vislumbrar una solución a

dicho problema.

Como conclusión de esta investigación, la metodología implementada en el desarrollo de la intervención en el aula, contribuyó de manera provechosa para el estudiante, ya que este mejoró en la comprensión y actitud hacia la materia, rescatando también que fue una experiencia muy importante para el practicante docente, porque este tipo de población es mucho más interesada por el saber académico y por tanto exige una mayor preparación y dominio del tema por parte del profesor, el cual debe estar lo suficiente capacitado para ser un pilar importantísimo para ayudar a intervenir estas dificultades (Díaz et al., 2013).

La tesis doctoral titulada “Dificultades del lenguaje que influye en la resolución de problemas”, desarrollada por Mercedes Rodríguez y Juana Domínguez tuvo como objetivo plantear un cambio metodológico que subsane las dificultades del lenguaje que repercute en la resolución de problemas matemáticos, dificultades como la comprensión lectora del enunciado, la manipulación de los elementos que componen un problema, la expresión y la verbalización del mismo.

La metodología de este trabajo fue aplicada a estudiantes de tercero de educación primaria y consta con una parte de desarrollo de competencia lingüística, donde se trabajó la comprensión del lenguaje y el razonamiento lingüístico. La otra parte de la metodología es la matemática formada por cinco fases: Complementar problemas, inventar la pregunta a un enunciado dado, inventar enunciados, inventar problemas y resolver problemas.

En este trabajo se obtuvo como resultado que los estudiantes expresaran su pensamiento tras la lectura de un problema, se potenció el desarrollo de las capacidades que favorecen la comprensión lectora tanto del enunciado del problema como de la situación que se planteaba en él, además los alumnos experimentaron un aprendizaje en un ambiente cooperativo,

participando activamente en la resolución de problemas.

En definitiva, en todo este trabajo se observó una disminución de las dificultades que los alumnos tenían en el lenguaje, incrementando el razonamiento lógico y como consecuencia revirtiendo en una mejora de resolución de problemas (Rodríguez y Domínguez, 2016).

La tesis doctoral titulada “la construcción del lenguaje algebraico en un entorno de resolución de problemas. El rol del conocimiento del profesor”, desarrollada por José Abraham de la Fuente Pérez tuvo como objetivo conducir a discernir cuales son los conocimientos que un profesor de matemáticas deberá de poseer para ayudar a los alumnos a construir el lenguaje algebraico necesario para saber hacer, saber comunicar y aprender a su vez nuevas matemáticas y cómo los profesores implementan conocimiento mientras implementan tareas en el aula. Todo esto sin dejar de lado que en el proceso de enseñanza- aprendizaje la resolución de problemas debe tener una importancia capital en la asignatura de matemáticas y debe servir no solo para que los alumnos tengan la oportunidad de movilizar su conocimiento para resolverlos, sino también para construir conceptos nuevos.

El centro educativo en donde se hace la intervención es un centro privado de Barcelona la zona de Sarriá- Sant Gervasi, destinado a los estudiantes de secundaria. En este proceso de investigación se elaboraron unidades didácticas, con el fin de ayudar a los alumnos a construir un lenguaje algebraico a través de la resolución de problemas. Se concluye que las secuencias utilizadas permiten que los alumnos construyan sus propios métodos para la resolución de problemas. Destacando que no se puede olvidar que la gestión por parte de los profesores es indispensable en el aprendizaje (Pérez, 2016).

## Marco Referencial

### Contexto Educativo

El proceso de intervención se realizó con estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt de la ciudad de Popayán, que se encuentra ubicada en el Departamento del Cauca en el nororiente del municipio de Popayán en la comuna tres con dirección en la carrera 2 #5N-404 en el barrio Pomona. Actualmente dirigida por el Rector John Sandoval Rincón, especialista nombrado por concurso en el año 2005 mediante resolución 2277.

La institución es de carácter mixto y está regida por el calendario A, ofrece niveles de educación transición, primaria, secundaria, educación media, primaria para adultos, secundaria para adultos, educación media para adultos. Ofrece sus servicios en, jornadas de mañana, noche y fin de semana, brindando así oportunidades de educación a niños, niñas, jóvenes en edad escolar y personas en general que soliciten y estén en disposición de recibir la formación integral según la filosofía y normas de la institución. Sus docentes están organizados por departamentos, el de matemáticas está conformado por cuatro profesores, dos profesoras encargadas de dirigir los cursos de grados sexto, séptimo y algún curso de octavo, un profesor encargado de dirigir los cursos de grados octavo y noveno y un profesor quien dirige los cursos de grados décimos y once.

Por otra parte, “La institución optó por denominar a su proyecto educativo institucional “HACIA UNA COMUNIDAD DE BIENESTAR EDUCATIVO”, debido a que el fin principal de la institución es el Bien-Estar de toda la comunidad educativa, la institución brinda acompañamiento, asesoramiento, asistencia y apoyo en la formación permanente de los menores que pertenecen a ella, potenciando con ello la prevención, manejo y la transformación de las situaciones que se presenten en la interacción con la comunidad, también con ello se fortalece la

convivencia institucional, para que los estudiantes construyan una serie de valores que les permiten reconocerse como ciudadanos” (*PEI Liceo Alejandro de Humboldt*. 2016. p.5).

Los estudiantes provienen de estratos (1),(2) y algunos pocos de estrato (3), de familias desplazadas por la violencia, con pocos recursos económicos, estudiantes que diariamente se enfrentan a diversidad de problemas que se presentan en su comunidad, como también en el entorno familiar, muchos pertenecen a familias disfuncionales y habitan en barrios donde se evidencian demasiados casos de drogadicción, alcoholismo, y diariamente se enfrentan a peligros como robos, violaciones, maltratos tanto físicos como psicológicos. En este sentido, muchos niños, niñas y adolescentes que ingresan a la institución tienen su autoestima en decadencia. Aquí se hace necesario del empeño y profesionalismo de docentes, directivos, psicólogos y del compromiso del padre de familia. Pero, sobre todo, del apoyo de las autoridades educativas municipales, departamentales y nacionales como también de la Alcaldía Municipal y de la Gobernación del Cauca.

### **Medidas Académicas y Administrativas Frente al COVID-19**

Teniendo en cuenta, la pandemia de COVID-19 (coronavirus), la cual representó una amenaza para el avance de la educación en todo el mundo, ya que tuvo dos impactos significativos: el cierre prácticamente universal de las escuelas de todos los niveles educativos y la recesión económica generada, por las medidas de control de la pandemia, las instituciones se vieron obligadas a realizar esfuerzos inmensos para contrarrestar el bajo rendimiento académico, la deserción escolar, desigualdad y la crisis económica, que no solo han afectado a las Instituciones sino también a los hogares. Si bien es cierto que la pandemia trajo muchas desventajas en el ámbito educativo, debemos ser conscientes que tuvimos que afrontarlas y mirarle su lado positivo, no es un secreto que antes de la pandemia, Colombia ya se caracterizaba

por una baja calidad en la educación y altos niveles de deserción escolar (OCDE, 2016), después de una crisis como esta, es claro que se deben mejorar las condiciones en áreas como salud y educación, en esta última teniendo en cuenta aspectos como las evaluaciones, pedagogía, tecnología, financiamiento y la participación más activa de los padres.

Popayán fue una de las ciudades afectadas en cuanto a la educación, puesto que todas sus instituciones tuvieron que cerrar sus puertas, dejando atrás la educación presencial para acogerse a las medidas dispuestas por el gobierno Nacional.

Enfatizando en la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt se describe su desempeño durante la pandemia y los mecanismos que utilizaron para afrontar la situación, con el fin de familiarizarnos y desarrollar el proceso de intervención en este contexto social.

En primer lugar, los docentes que en su mayoría no se encontraban familiarizados con las diferentes herramientas tecnológicas, se vieron en la obligación de trabajar sus clases en modo virtual. Además, como lo relata el rector en una entrevista hecha por estudiantes de práctica pedagógica I, en un principio se optó por trabajar de manera sincrónica, pero no se obtuvieron resultados favorables, debido a que solo se obtuvo conectividad de un 30% de los estudiantes, ya que muchos de ellos no contaban con las condiciones básicas o necesarias para asistir a las plataformas virtuales, tales como: herramientas tecnológicas (celular, computador, Tablet), problemas de conectividad, señal móvil, recursos económicos, etc.

Dado lo anterior, la institución optó por la elaboración de guías de aprendizaje, las cuales constan de dos partes; la primera es la teoría del tema a estudiar y la segunda es un taller que se debía realizar con base a la teoría presentada por el docente; en el documento. Las guías fueron

entregadas a los estudiantes de forma virtual o física; dependiendo de las herramientas con las que cada uno tuvo a su disposición.<sup>1</sup>

En cuanto a la evaluación se pretendió hacer un paralelo entre la base de datos de la institución y la escala valorativa (bajo, básico, alto y superior). Al estudiante se le dio la valoración dependiendo del compromiso, responsabilidad, esfuerzo, interés y puntualidad en la entrega de guías; sin importar si estas fueron resueltas correctamente o no.

En relación a los métodos de nivelación, puesto que los estudiantes manifestaron diferentes dificultades, la Institución optó por dar una prórroga para la entrega de trabajos, porque no todos los estudiantes los entregaron en las fechas convenidas.

Otro aspecto importante que narra el rector de esta institución, es la deserción escolar, “que normalmente antes de la pandemia se tenía una totalidad de 1077 estudiantes, actualmente se tiene un registro que ha disminuido más o menos a unos 600 estudiantes”. La deserción fue medida con base a la entrega de las guías asignadas por los docentes. Se puede decir que una de sus causas, se da por el lugar donde habitan los estudiantes de la Institución, el cual corresponde a la zona rural de Popayán, en donde no se cuenta con espacios y herramientas necesarias para sobrellevar el desarrollo de las actividades virtuales correspondientes a cada materia, lo cual llevó al estudiante a afrontar esta situación sin el acompañamiento del docente, fomentando u ocasionando el desinterés por parte del mismo.

En consecuencia, para disminuir la deserción escolar la institución optó por implementar la priorización de contenidos, disminución de un periodo académico y realizar un proceso de nivelación, en el año 2021, antes de continuar con el plan de área de cada materia. Se eligieron diferentes medios de comunicación para estar en contacto con los estudiantes, entre ellos: correo electrónico, aplicación de WhatsApp y llamadas telefónicas. Además, brindó la posibilidad de

---

<sup>1</sup> Esta información se organizó en una base de datos.

acceso a herramientas como: computadores y tabletas. Por otra parte, la entrega de boletines se realizó por correo y WhatsApp.

Con relación, al aprendizaje se observó dificultad de avanzar normalmente en el desarrollo de los contenidos curriculares y algunas actividades propuestas en el plan de área institucional. Además, la Institución perdió calidad, en relación a los conocimientos y los conceptos básicos que se deben manejar frente al nivel de estudio correspondiente.

De manera particular, los estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt en el primer semestre del año 2021, en el área de trigonometría trabajaron en modalidad virtual por medio de la plataforma Google Meet con sesiones sincrónicas los días lunes de 8-10 am dos veces al mes, con la participación de 60 estudiantes aproximadamente, donde el docente explicó las guías entregadas, con el fin de aclarar dudas acerca del trabajo que debían realizar en casa.

### **Población**

Según Arias et al. (2016) “La población de estudios es un conjunto de casos definido, limitado y accesible que formará de referente para la elección de la muestra y que cumple con una serie de criterios predeterminados” (p. 202).

En tal sentido, este trabajo se desarrolló en modalidad virtual con 18 estudiantes de los tres décimos de la institución, quienes tuvieron la disponibilidad de acceso a internet y alguna herramienta tecnológica para conectarse a las clases virtuales, por medio de la plataforma Google Meet. Mientras que, en modalidad presencial nuestra población fue de 26 estudiantes del grado décimo- 1, de los cuales 8 concordaban con los estudiantes que se habían conectado de manera virtual.

De esta manera la población de estudio total estuvo conformada por 18 estudiantes en modalidad virtual, 18 estudiantes en modalidad presencial y 8 estudiantes que coincidieron en las dos modalidades, para un total de 36 estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt.

**Tabla 1**

	<b>Grado</b>	<b>Modalidad</b>	<b>Número de Estudiantes Asistentes a las dos Modalidades</b>	<b>Mujeres</b>	<b>Hombres</b>
<i>N</i>	<b>Décimo</b>	Virtual	18	10	8
		Presencial	26	10	16
<i>o</i>					

*Nota.* De los 26 estudiantes en modalidad presencial 8 coincidieron con los que asistieron de manera virtual.

### **Marco Teórico**

A continuación, se presentan los objetos matemáticos y la teoría que sustenta el desarrollo de la práctica pedagógica; En primer lugar, se encuentran las componentes matemáticas y por último la Teoría Antropológica de lo Didáctico.

#### ***Lenguaje algebraico***

El lenguaje algebraico es aquel que nos permite pasar de un lenguaje natural a un lenguaje matemático, introduciendo letras fáciles de escribir para representar datos, lo cual nos permite realizar operaciones de una manera más fácil (*Lenguaje Algebraico*, 2010).

### ***Dificultad***

De acuerdo con la Real Academia Española (RAE), una dificultad se entiende como un inconveniente, oposición o contrariedad que impide efectuar o entender algo correctamente a corto plazo.

### ***Situación problema***

Una situación problema apunta a los procesos de aprendizaje de las matemáticas, aún más cuando el estudiante descubre que las situaciones problema no son simplemente una tarea matemática, sino una herramienta para pensar matemáticamente, es decir, formar estudiantes autónomos, críticos y creativos. (Rodríguez y Pineda, 2013, p.35,p.36)

### ***Resolución de problemas***

La resolución de problemas es considerada la parte esencial de la educación matemática, mediante la cual, el estudiante experimenta el potencial y la utilidad de las matemáticas en el mundo que lo rodea; por tanto, antes de comprender las razones del por qué los estudiantes tienen dificultades para resolver problemas matemáticos, es necesario conocer qué es un problema.

“Un problema es una situación que un individuo o grupo quiere o necesita resolver y para la cual no dispone, en principio, de un camino rápido y directo que le lleve a la solución” (Urdiain, 2006, p.20).(Urdiain, 2006, p. 20)

Por otra parte, para referirnos a la resolución de problemas Polya plantea cuatro fases:

Primero, comprender el problema, es decir el sujeto debe tener claro lo que dice y lo que se le pide para resolverlo. Segundo, concebir un plan. Tercero, ejecutar el plan, aquí es donde se emplea todos los conocimientos y por último examinar la solución obtenida, este último paso es el más importante, puesto que nos permite hacer una visión retrospectiva, revisarla y discutirla

(Polya y Zugazagoitia, 1989).

### ***Sistemas de Ecuaciones***

Una ecuación se define como “una igualdad en la que hay una o varias cantidades desconocidas llamadas incógnitas y que solo se verifica o es verdadera para ciertos valores de las incógnitas” (Baldor, 2008, p.112) y “Una incógnita es un valor desconocido que ha de buscarse y determinarse”(Helmer, 2019, p. 40).

En matemáticas y álgebra lineal, un sistema de ecuaciones lineales (sistema lineal), es un conjunto de ecuaciones lineales. Considere el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas  $x$  y  $y$ :

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

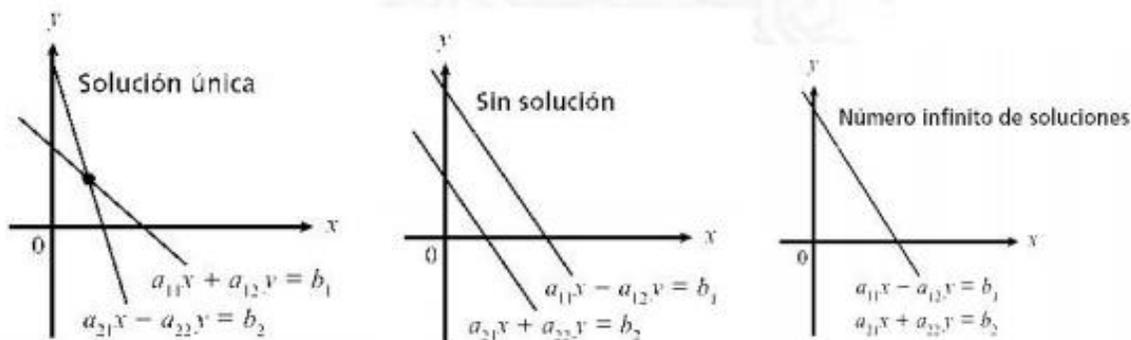
$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

Donde  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{21}$ ,  $a_{22}$ ,  $b_1$  y  $b_2$  son números dados, cada una de estas ecuaciones se representa mediante una línea recta y cualquier par de números reales  $(x, y)$  que satisfaga el sistema anterior se denomina solución.

Todo sistema de ecuaciones puede tener una solución única, un número infinito de soluciones y puede no tener solución, respectivamente. (Díaz et al., 2013, p. 52,53)

### **Imagen 1**

*Gráfica de sistemas de ecuaciones*



Nota. Tomada de (Díaz et al., 2013, p.53)

### **Ejercicio**

Según Urdiain (2006) los ejercicios no implican una actividad intensa de pensamiento para su resolución. Al realizarlos, el alumno se da cuenta muy pronto de que no le exigen grandes esfuerzos. Generalmente tienen una sola solución, son actividades de entrenamiento, de aplicación mecánica de contenidos o algoritmos aprendidos o memorizados. (p.20)

### **Expresión algebraica**

Una expresión algebraica es aquella en la cual se involucran números, letras y signos de las operaciones aritméticas.

### **Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD)**

Esta investigación se enfocó dentro de la TAD, puesto que esta teoría nos suministró las herramientas para analizar los resultados.

“Esta teoría sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad del estudio en matemáticas de los estudiantes, en el conjunto de actividades humanas y de instituciones sociales” (Chevallard, 1999, p.1). Además, asume que toda actividad humana, puede describirse con un modelo único, que es la praxeología (praxis + logos), el concepto de praxeología está vinculado según Chevallard a las tareas, técnicas, tecnologías y teorías.

De acuerdo con Chevallard (1999), los elementos que forman la estructura de la praxeología u organización matemática se pueden representar a través de la siguiente simbología:  $[\frac{T}{\tau}; \frac{\theta}{\theta}]$ . En ésta se distinguen dos aspectos inseparables: el nivel de la práctica o “praxis” que consta de tareas y técnicas ( $\frac{T}{\tau}$ ) que se identifican generalmente con el saber-hacer. De forma vinculada e inseparable se encuentra el discurso razonado sobre la práctica o “logos” formados por las tecnologías y las teorías ( $\frac{\theta}{\theta}$ ).

De acuerdo a lo anterior se considera a la TAD como marco teórico para el desarrollo de nuestra investigación, puesto que considera la actividad matemática como otra actividad humana, además se tiene que las praxeologías no dependen, en primera instancia, de las personas de manera individual sino de las instituciones, es decir del contexto socio cultural en el que se encuentre.

En este orden de ideas, para identificar las dificultades que tienen los estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante ecuaciones lineales, se tomó como referencia a la praxis o saber hacer que se definen como las tareas y técnicas ( $\frac{T}{\tau}$ ).

Según Hernán (2013) del concepto de tareas T, que es un ejercicio, un problema, una actividad propuesta por un profesor, otro elemento que propone la TAD, es el concepto de técnica, que se puede entender como un saber-hacer una determinada tarea; una técnica, es una manera de resolver una tarea T. (p. 2)

Es decir, la tarea es la actividad que hace un individuo en un determinado tiempo y técnica es la manera como se resuelve una tarea.

## Método

En esta sección se describe el método, para llevar a cabo el trabajo con la población estudiantil, para esto fue necesario tener claro el diseño de investigación, el enfoque y características de este estudio.

La sistematización de la práctica pedagógica tiene como objetivo de estudio identificar dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistema de ecuaciones lineales, en estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt, por lo que se recurrió al diseño de investigación descriptiva, que según Tamayo (2004) “comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual y la composición o proceso de los fenómenos” ( p. 46). Así mismo, este trabajo se diseñó bajo el planteamiento metodológico del enfoque cualitativo, puesto que este es el que mejor se adapta a las características y necesidades de la investigación, dado que permitió describir las dificultades en los estudiantes a través de las experiencias, opiniones y significados.

De esta manera, debido a la situación presentada en la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt en cuanto a la pandemia COVID-19 (coronavirus), las practicantes en conjunto con el docente, decidieron iniciar el proceso de intervención en el aula de manera virtual y sincrónica solo con los estudiantes de los tres décimos que tenían acceso a internet o disponían de alguna herramienta tecnológica, esto para poder trabajar mediante la plataforma Google Meet. En cuanto, a las respuestas a las tareas entregadas por los estudiantes, estas se recibieron por medio de correo electrónico, formularios google y para quienes tuvieron inconvenientes con estas herramientas tecnológicas se les solicitó que enviarán información a los números de WhatsApp personales de las practicantes.

En este proceso de intervención se programaron asesorías en conjunto con los estudiantes y se llegó a la conclusión que estas se desarrollarían mediante la plataforma Google Meet.

Luego, debido a las medidas establecidas por el gobierno nacional frente al retorno progresivo a la presencialidad, después de casi dos años de pandemia, la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt adoptó dichas medidas e inició de manera gradual el retorno a la presencialidad. Esta decisión modificó significativamente el proceso de intervención y en consecuencia se acordó con el docente trabajar con los estudiantes del curso décimo-1, porque los horarios que la Institución les asignó a los estudiantes de este curso coincidieron con los horarios disponibles de las practicantes, los cuales fueron los lunes de 11:00 am – 12 pm y miércoles de 8 -9am.

Por otro lado, esta investigación tomó como referencia a la Teoría Antropológica de lo Didáctico, la cual permitió el análisis de tareas propuestas por las practicantes, teniendo en cuenta la praxis como el bloque practico- técnico, donde practico hace referencia a la tarea en la que cobra valor la acción o el verbo de la misma, y técnico indaga sobre el saber- hacer de esta. Además, se tomó a la praxis como herramienta técnica con la finalidad de obtener las distintas informaciones consideradas por la TAD como técnicas asociadas al tipo de tareas con base en las cuales se hacen el análisis de la dificultad.

Así pues, las actividades dan respuesta a los objetivos de la investigación, puesto que, en primer lugar, las técnicas de recolección de datos permitieron conocer la población, el comportamiento, el método de enseñanza, como también sus intereses en relación al área de matemáticas. De igual manera, los instrumentos de recolección de datos permitieron determinar el desempeño de los estudiantes, orientar y conocer el estado o conocimientos previos en el área de las matemáticas. Además, tener un registro de información ordenado. El diseño de las tareas

se realizó acorde con los objetivos del proyecto, incluyendo situaciones problemas, lenguaje algebraico y sistemas de ecuaciones lineales. Para identificar las dificultades se recurrió al análisis de técnicas utilizadas en la solución de las respectivas tareas.

En relación a lo anterior, las técnicas e instrumentos de recolección de datos que se utilizaron fueron: Diario de campo, encuesta, observación, cuestionario y prueba diagnóstica.

### ***Descripción de fases en la intervención en el aula***

**Observación.** “La observación es la técnica de investigación básica, sobre las que se sustentan todas las demás, ya que establece la relación básica entre el sujeto que observa y el objeto que es observado, que es el inicio de toda la comprensión de la realidad” (“La Observación”, 2010).

La observación fue la primera fase de inmersión en el aula, la cual se realizó en espacios virtuales mediante la plataforma Google Meet, con el fin de observar la explicación de temáticas, ejercicios propuestos, diseño de guías, población estudiantil, así mismo la interacción docente-estudiante, la participación de los estudiantes y demás situaciones emergentes presentadas en el aula virtual. De esta manera, este espacio permitió analizar y reflexionar acerca de la enseñanza en modalidad virtual, y propició un acercamiento a los estudiantes y al contexto educativo.

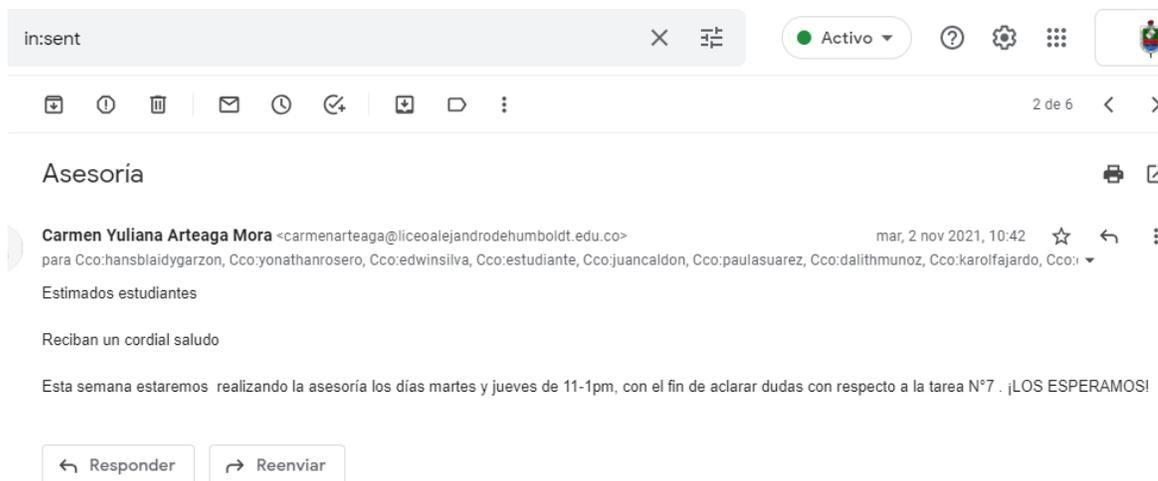
En el primer momento de la clase el docente del área de matemáticas saluda cordialmente a los estudiantes y entrega informaciones generales con respecto al curso. Seguidamente, presenta su pantalla y empieza a leer la introducción de la guía. Posteriormente realiza la explicación de la temática, presenta ejemplos y desarrolla algunos ejercicios, todo esto apoyándose en la guía institucional. Después, realiza preguntas con el fin de aclarar dudas, pero se evidencia poca participación de los estudiantes. Finalmente, presenta información de sitios web (YouTube) donde pueden obtener otro medio de apoyo para reforzar lo visto en clase,

realiza la explicación del taller que se encuentra en la guía y finaliza explicando las fechas de entrega y el proceso de evaluación.

**Actividades académicas.** Las asesorías se realizaron mediante la plataforma Google Meet, desde el día 14 de septiembre y finalizaron el 11 de noviembre del 2021 con horario establecido los martes y jueves de 11 am - 1 pm. El objetivo fue aclarar dudas respecto a las tareas propuestas por las practicantes. De esta manera, los días lunes de cada semana se enviaba un correo electrónico a los estudiantes para recordarles el horario y el objetivo de las asesorías, como se evidencia en la imagen 2. Un aspecto importante que se evidenció fue una mínima asistencia por parte de los estudiantes, dado que en todo este proceso solo asistió un estudiante a las asesorías programadas. (ver imágenes 3 y 4)

## Imagen 2

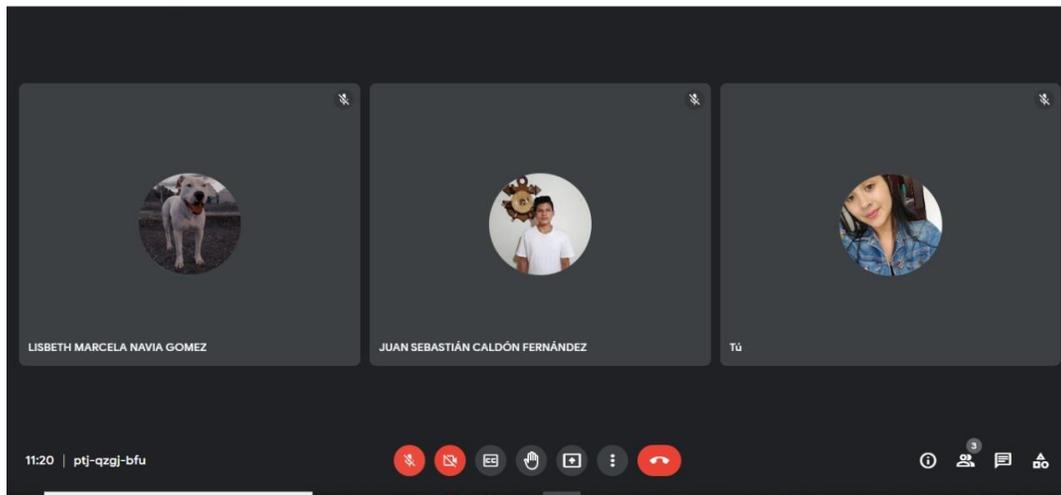
*Evidencia programación asesoría.*



*Nota.* Captura tomada del correo enviado por las practicantes a los estudiantes de grado décimo. Fuente propia.

## Imagen 3

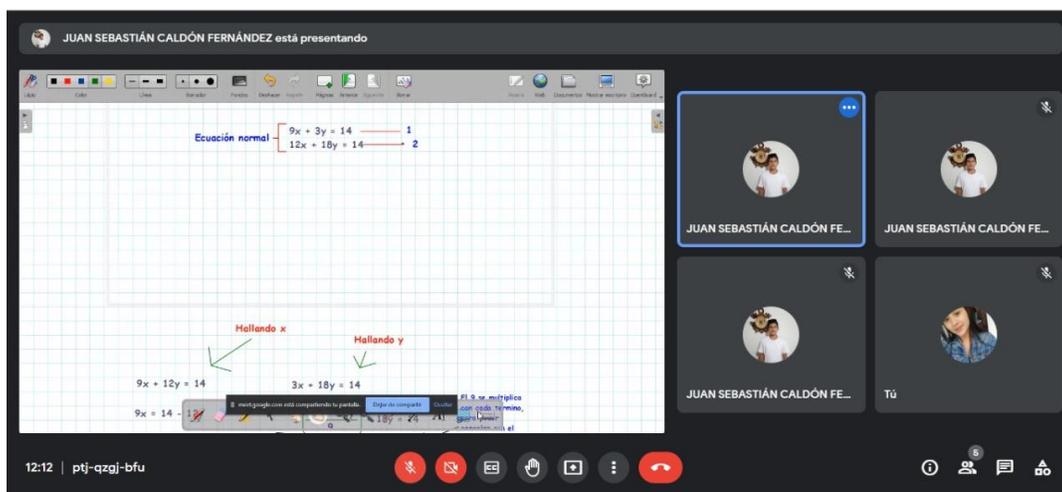
*Evidencia asesoría extra clase.*



*Nota.* Captura tomada, grabación extra clase. Fuente propia.

#### Imagen 4

*Evidencia asesoría extra clase.*



*Nota.* Captura tomada, grabación extra clase. Fuente propia.

**Descripción de la docencia directa en el aula.** En primer lugar, dado que las clases en modalidad virtual tenían lugar los lunes de 8-10 am dos veces al mes, las practicantes en conjunto con el docente a cargo del curso decidieron seguir este horario para realizar las actividades de docencia directa, las cuales iniciaron el día 6 de septiembre del año 2021 hasta el día 13 de septiembre, correspondiente al tercer período académico.

No obstante, en cumplimiento a las medidas retorno a la presencialidad, la docencia directa se trasladó a las aulas de clase de dicha institución, iniciando el día 27 de septiembre y finalizando el 10 de noviembre.

### ***Descripción de las Actividades***

**Actividad 1. Encuesta.** Con el fin de caracterizar la población estudiantil, las practicantes elaboraron una encuesta por medio de “formularios google”. Esta encuesta constó de 20 preguntas relacionadas con su contexto familiar, económico, social y tecnológico.

## **Imagen 5**

### *Encuesta*

Encuesta para la caracterización a estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt.

Descripción del formulario

Nombre completo(nombres y apellidos)

Texto de respuesta larga

Edad

Texto de respuesta corta

Lugar de nacimiento(Ciudad/ Departamento/ País)

Texto de respuesta corta

Sexo

Mujer

Hombre

Otro

Lugar de residencia (ciudad / Barrio)

Texto de respuesta corta

El lugar donde habita es:

Casa o apartamento paterno (vive con sus padres o acudientes)

casa o apartamento arrendado

habitación arrendada

Otra...

Los servicios públicos o privados que dispone el lugar donde habita son:

Agua

Alcantarillado

Energía eléctrica

Gas domiciliario

Internet

Telefonía

Indique si esta asociado a una de las siguientes poblaciones diferenciadas:

Víctimas de conflicto

Indígena

Comunidades negras

Ninguna

Otra...

*Nota.* Captura tomada, formulario Google. Fuente propia.

**Actividad 2. Diseño de tareas.** El diseño de tareas se realizó mediante varias reuniones programadas entre las practicantes por medio de la plataforma Google Meet, en donde se discutió la estructura, contenido y cantidad de tareas, esto con el fin de lograr el objetivo de la investigación.

De esta manera, las practicantes diseñaron siete tareas con la siguiente estructura:

- Tarea N°1 (título)
- Objetivo de la tarea
- Actividad para desarrollar (Preguntas, resolución de sistemas de ecuaciones lineales, expresar enunciados en lenguaje natural al algebraico y solución de situaciones problemas)

Una vez terminado el diseño de tareas se presentaron al docente a cargo del grado décimo, quien expresó que estaba de acuerdo con la estructura, cantidad y contenido de las mismas.

**Actividad 3. Elección de herramientas tecnológicas.** Esta actividad se desarrolló por medio de la plataforma Google Meet teniendo en cuenta que el proceso de intervención se realizaría de manera virtual, donde las practicantes con recomendación del docente a cargo del curso, optaron por utilizar correo electrónico, formularios google como medio para enviar las tareas y recibir respuestas por parte de los estudiantes. También acordaron que a los estudiantes que se les dificultará enviar las respuestas mediante los formularios google se les recibirían por medio de la herramienta tecnológica WhatsApp. En cambio, en modalidad presencial las respuestas fueron entregadas a las practicantes en medio físico al final de cada clase. Sin embargo, en una ocasión debido al poco tiempo para realizar las tareas en clase se utilizó la plataforma Classroom como medio para recibir evidencias.

**Actividad 4. Codificación de estudiantes.** El proceso de codificación inició con la elaboración de los diarios de campo, donde se les asignó un código a cada estudiante, el cual se representa con “En” donde n indica el número de estudiante. Esta actividad se realizó mediante la plataforma Documentos de Google.

**Actividad 5. Descripción de técnicas.** Esta actividad se desarrolló una vez finalizado el proceso de intervención, en donde se recopilaron todas las tareas desarrolladas por los estudiantes de grado décimo, para así describir las técnicas implementadas.

**Actividad 6. Categorización de dificultades.** Esta actividad se realizó una vez descritas las técnicas, donde se prosiguió a analizarlas, para luego categorizarlas.

#### *Descripción del desarrollo de las clases*

**Clase virtual 1.** El día lunes 6 de septiembre del año 2021 a las 8:00 am se inició la clase con el acompañamiento del docente a cargo del curso, con una conectividad de 11 estudiantes.

La clase se desarrolló en dos momentos; en el primero, se envió el link del cuestionario por medio del chat de la clase, con 13 preguntas que se conformaban de la siguiente manera: dos preguntas personales (nombre y correo), cinco preguntas de selección múltiple, cuatro preguntas abiertas, y dos preguntas de falso y verdadero. En el segundo momento se realizó una socialización la cual contenía la explicación de las respuestas a las preguntas formuladas en el cuestionario y en este momento se pide a los estudiantes compartir sus opiniones por el chat o por intervención directa.

**Clase virtual 2.** El día 13 de septiembre del año 2021 a las 8:00 am se inició la clase con el acompañamiento del docente a cargo del curso, con una conectividad de 18 estudiantes, como se evidencia en la imagen 6.

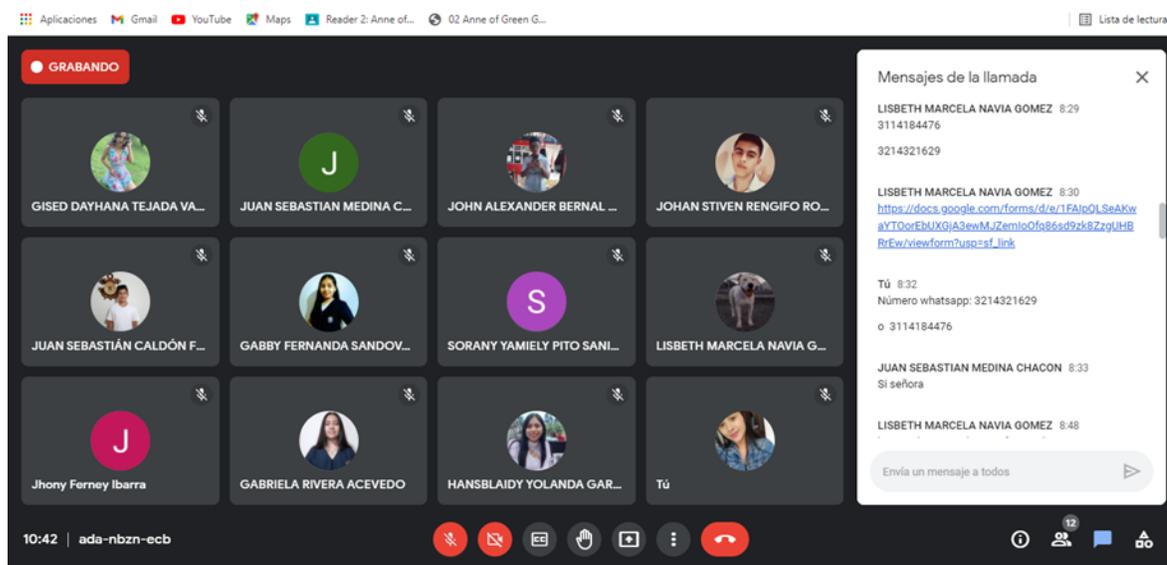
La clase se desarrolló en dos momentos. En el primer se envió al chat de la clase una encuesta realizada en formularios google sobre la caracterización de la población estudiantil del grado décimo de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt, el tiempo establecido para desarrollarla fue de 15 minutos. La encuesta consta de 20 preguntas relacionadas con su contexto familiar, económico, social y tecnológico.

En el segundo momento, se envió la prueba diagnóstica realizada en formularios google, mediante el chat de la clase, esta involucra la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales, el tiempo establecido para resolverla fue de una hora y treinta minutos, las respuestas se recibieron por medio del formulario o vía WhatsApp. Cuando se completó el tiempo asignado para la entrega, los estudiantes solicitaron más tiempo para resolver la prueba puesto que aún les faltaban situaciones problema por desarrollar, por lo que, atendiendo a su petición, se dio una hora más para la entrega. Nuevamente transcurrido este tiempo los estudiantes manifestaron que aún les faltaban situaciones problema por resolver, pero como tenían otros compromisos académicos no fue posible volver a extender el tiempo, así que se les solicitó que enviaran las respuestas que habían desarrollado hasta ese momento. Al final de la clase se estableció un horario para las asesorías, para los días martes y jueves de 11:00 am -01:00 pm.

La clase finalizó a las 11:00 am, con una duración de tres horas.

## **Imagen 6**

*Evidencia clase virtual.*



*Nota.* Captura tomada, grabación de la clase. Fuente propia.

**Clase presencial 3.** El día lunes 27 de septiembre del año 2021 a las 11:00 am se inició la clase por primera vez de manera presencial con los estudiantes de grado décimo, esta clase se desarrolló en las instalaciones de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt en el salón 202, con una participación de 24 estudiantes, como se evidencia en las imágenes 7 y 8.

Inicialmente se realizó la presentación de las practicantes a cargo del docente del curso, se comentó el objetivo del desarrollo de la práctica e incentivo a los estudiantes a contribuir en este proceso.

Seguidamente, las practicantes comentaron el objetivo de la tarea N°3 e indicaron el desarrollo de ésta, se entregó a los estudiantes la tarea en medio físico y se les solicitó desarrollarla sin uso de celulares ni cuadernos y se les dio un tiempo estimado de 45 minutos. La clase finalizó a las 12:00 pm con una duración de una hora con la entrega de la tarea.

## Imagen 7

*Evidencia clase presencial.*



*Nota.* Fotografía tomada, clase presencial. Fuente propia.

### **Imagen 8**

*Evidencia clase presencial*



*Nota.* Fotografía tomada, clase presencial. Fuente propia.

**Clase Presencial 4.** El día 29 de septiembre del año 2021, a las 08:00 am se inició la clase de manera presencial con los estudiantes de grado décimo-1, esta clase se desarrolló en el salón 102, con una participación de 20 estudiantes, como se evidencia en las imágenes 9 y 10.

Inicialmente a petición del docente encargado del curso, se realizó una explicación sobre traducción de enunciados en lenguaje natural al lenguaje algebraico (tarea N°4 y N°5) de algunos enunciados, así mismo, se continuó con la explicación acerca de resolución de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales (tarea N°6). Las evidencias de estas tareas se recibieron mediante la plataforma Classroom. La clase finalizó a las 09:00 am con una duración de una hora.

### **Imagen 9**

*Evidencia clase presencial*



*Nota.* Fotografía tomada, clase presencial. Fuente propia.

### **Imagen 10**

*Evidencia clase presencial.*



*Nota.* Fotografía tomada, clase presencial. Fuente propia.

**Clase presencial 5.** El día lunes 8 de noviembre del año 2021 a las 10:05 am se inició la clase de manera presencial con los estudiantes de grado décimo-1, esta clase se desarrolló en el salón 103, con una participación de 20 estudiantes, como se evidencia en la imagen 11.

Inicialmente se entregó de manera impresa la encuesta de caracterización de la población estudiantil, se dan las indicaciones para su desarrollo y se otorga 15 minutos como máximo para su entrega. Pasado los 15 minutos, se recibió la encuesta y se prosiguió a dar las respectivas indicaciones para el desarrollo de la tarea N° 7. Se escribieron en el tablero las primeras tres situaciones problema, con el fin de que las desarrollaran en una hora, se le hizo la observación a los estudiantes que resolvieran las situaciones problema en una hoja para entregar, y que las realicen sin el uso de ningún dispositivo electrónico. En el transcurso de esta hora se observó que la mayoría de estudiantes mostraban poco interés por realizar las situaciones problema, debido a esto las practicantes optaron por preguntar a cada estudiante la razón de su desinterés, a lo que respondieron:

- “No entiendo nada, y no se para que me va a servir esto en lo que quiero estudiar que es psicología”
- “No sé nada de matemáticas, ni siquiera se dividir”
- “No entiendo que dicen los enunciados y no sé cómo resolverlos”
- “Este año no he aprendido nada, a mí me ayudaron a resolver las guías”

Entre otros comentarios, que expresaban no entender cómo solucionar las situaciones problema.

Debido a que la mayoría de los estudiantes manifestaron no poder desarrollar las situaciones problemas planteadas, las practicantes optaron por explicarles que estas se resolvían mediante sistemas de ecuaciones lineales, sin embargo, seguían manifestando no entender el método de solución. Al transcurrir esta hora los estudiantes no habían resuelto ninguna situación problema y tenían descanso por 25 minutos (10:55 am -11: 20 am)

Los estudiantes regresaron a las 11:20 am al salón de clases y se dio las indicaciones de seguir trabajando en las situaciones problema propuestas inicialmente, puesto que no habían concluido el trabajo. En esta hora se observó más compromiso por parte de algunos estudiantes en el desarrollo de las situaciones problema.

Un evento que se evidenció fue la de dos estudiantes, que al entrar del descanso mostraron la solución correcta de la primera situación problema, algo un poco extraño puesto que no se evidenció ningún avance por parte de ellos en la primera hora. Al preguntarles por operaciones sencillas que habían hecho en la solución como por ejemplo ¿cómo obtuviste esta ecuación? la respuesta que debían dar era *al multiplicar una ecuación del sistema por (-2)*, sin embargo, no sabían y lo que decían era “eso va saliendo, el ejercicio lo dice” y a la pregunta ¿de dónde se obtiene  $-5x$ ? con respuesta al *sumar las dos ecuaciones*, esta pregunta se les hizo a dos

estudiantes que estaban trabajando juntos y entre el uno y el otro decían “usted puso eso de donde lo saco”, al final ninguno pudo dar respuesta y terminaron diciendo que lo habían copiado de internet.

Finalmente, se recibió la hoja de respuestas faltando 15 minutos, sin embargo, los estudiantes manifestaron no haber desarrollado las 3 situaciones problemas planteadas inicialmente. Restando 10 minutos para que la clase finalice las practicantes explicaron la situación problema número 2 de la tarea N°7.

La clase finalizó a las 12:10, con una duración de dos horas.

### **Imagen 11**

*Evidencia clase presencial*



*Nota.* Fotografía tomada, clase presencial. Fuente propia.

**Clase presencial 6.** El día miércoles 10 de noviembre del año 2021 a las 7:00 am se inició la clase de manera presencial con los estudiantes de grado décimo, esta clase se desarrolló en el salón 103, con una participación de 17 estudiantes, como se evidencia en las imágenes 12 y 13.

Inicialmente se dieron las respectivas indicaciones para desarrollar las tres situaciones problemas restantes (4,5 y 6) de la tarea N°7 y se escribieron en el tablero con el fin de que los estudiantes las desarrollaran en una hora.

Se sugiere a los estudiantes que resuelvan las situaciones problema en una hoja para entregar, y que las realicen sin el uso de ningún dispositivo electrónico.

En esta ocasión, se observó que la mayoría de los estudiantes se interesaron por resolver las situaciones problemas planteadas. De igual manera a la sesión anterior las practicantes pasaron por el puesto de cada estudiante detallando su trabajo. Se encontraron respuestas como:

- “Profe no entiendo el enunciado, no se me ocurre nada para resolverlo”
- “No entiendo cómo hacerlos, eso es muy confuso”

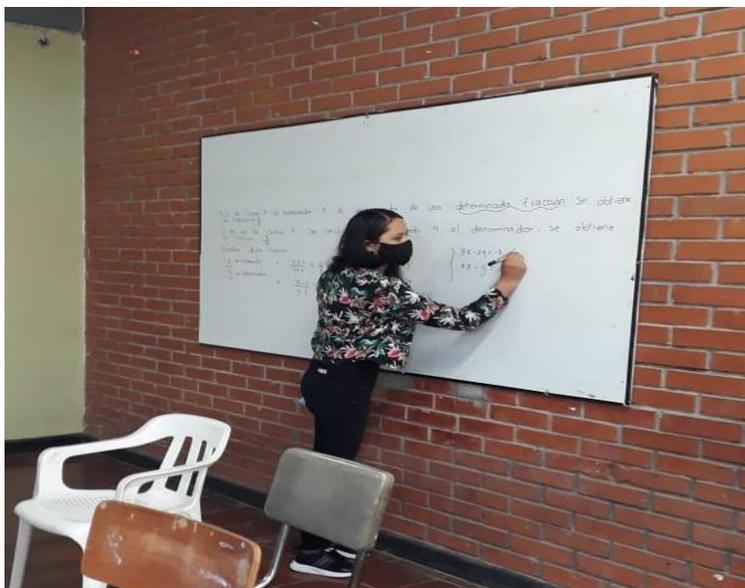
Entre otros comentarios, que expresaban no entender cómo solucionar las situaciones problema. De igual manera a la sesión del día lunes 11 de noviembre, las practicantes optaron por explicarles a los estudiantes que estas se resolvían mediante sistemas de ecuaciones lineales.

Faltando 10 minutos, se recibieron las hojas de respuesta, sin embargo, los estudiantes manifestaron no haber terminado, así que se recibió las situaciones problema desarrolladas hasta ese momento. Finalmente faltando 5 minutos se explicó la situación problema número 5 de la tarea N°7.

La clase finalizó a las 8:00 am con una duración de 1 hora.

## **Imagen 12**

*Evidencia clase presencial.*



*Nota.* Fotografía tomada clase presencial. Fuente propia.

### **Imagen 13**

*Evidencia clase presencial.*



*Nota.* Fotografía tomada, clase presencial. Fuente propia.

## Resultados y Análisis

En este apartado se describen las técnicas utilizadas por los estudiantes de grado décimo en la solución de tareas propuestas por las practicantes, sobre lenguaje algebraico, sistemas de ecuaciones lineales y situaciones problema. Posteriormente se determinan dificultades.

### Tarea 2: Prueba Diagnóstica.

Las técnicas usadas por los estudiantes en la solución de tareas sobre interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales son:

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales con dos variables para representar el enunciado “hace seis años la edad de un padre era once veces la edad de su hijo, y dentro de diez años será el triple. ¿Cuáles son sus edades actuales?”**

#### Imagen 14

*Interpretación de la situación problema por E7.*

$R_1$   $a = \text{Padre}$   
 $b = \text{hijo}$

$$a - 6 = 11(b - 6)$$

$$a + 10 = 6(b + 10)$$

$$\rightarrow a - 6 = 11(b - 6) \rightarrow a - 6 = 11b - 66 \Rightarrow a = 11b - 60 + 6$$

$$\rightarrow a = 11b$$

$$\rightarrow a + 10 = 6(b + 10) \rightarrow a + 10 = 6b + 60 \rightarrow a = 6b + 50 - 10$$

$$\rightarrow a = 6b$$

$$\rightarrow 11b = 6b \quad \rightarrow b = 2.5$$

$$2b = 6 - 11$$

$$2b = (-5)$$

$$b = 5/2$$

$$b = 2.5$$

$$a = 11 \cdot 2.5$$

$$a = 27.5$$

*Nota:* Fotografía de la solución de la segunda situación problema, correspondiente a la tarea número dos. Fuente propia.

En la imagen 14 se observa, que E7 planteó un sistema de ecuaciones lineales con dos variables,  $a$  para representar la edad del padre ( $a = \text{padre}$ ) y  $b$  para representar la edad del hijo ( $b = \text{hijo}$ ); la primera ecuación  $a - 6 = 11(b - 6)$  corresponde al enunciado, sin embargo, en

la segunda ecuación representa la expresión el “triple” con el número 6, obteniendo  $a + 10 = 6(b + 10)$  que no corresponde al enunciado. Posteriormente, usa el método de igualación para resolver el sistema de ecuaciones lineales propuesto, pero al despejar la variable  $a$  usó de manera inadecuada la propiedad distributiva en ambas ecuaciones  $a - 6 = 11(b - 6) \rightarrow a - 6 = 11b - 6 - 6 \rightarrow a = 11b - 6 + 6 \rightarrow a = 11b$ .

**Usa una variable para representar datos diferentes, en la expresión “Hace seis años la edad de un padre era once veces la edad de su hijo, y dentro de diez años será el triple. ¿Cuáles son sus edades actuales?”**

### Imagen 15

*Interpretación de la situación problema por E13.*

hace 6 años las edades  
 padre =  $11x$   
 hijo =  $x$   
 Entonces en el presente  
 padre =  $11x + 6$   
 hijo =  $x + 6$   
 dentro de diez años  
 padre =  $11x + 6 + 10 = 11x + 16$   
 hijo =  $x + 6 + 10 = x + 16$   
 dentro de 10 años  
 edad del padre =  $3(\text{edad del hijo})$   
 $11x + 16 = 3(x + 16)$   
 $11x + 16 = 3x + 48$   
 $x = 16$   
 Las edades actuales  
 hijo =  $x + 6 = (16) + 6 = 22$  años  
 padre =  $11x + 6 = 11(16) + 6 = 182$  años

*Nota:* Fotografía de la solución de la segunda situación problema, correspondiente a la tarea número dos. Fuente propia.

En la imagen 15 se observa, que E13 no plantea un sistema de ecuaciones para la solución, E13 establece una variable para representar datos diferentes, no representa en lenguaje algebraico la expresión “hace seis años”, lo hace en lenguaje natural, establece una ecuación en el tiempo presente  $11x+6$ , de manera incorrecta puesto que en el contexto de la situación problema representaría un incremento de seis años, más no “hace seis años”. Luego, vuelve a escribir en lenguaje natural “dentro de diez años” y no lo hace en lenguaje algebraico, establece la ecuación  $padre=11x+6+10=11x+16$ , seguidamente vuelve a escribir en lenguaje natural “dentro de diez años” y establece edad del padre= $3$ ”edad del hijo”(1) donde se evidencia que representa correctamente “el triple” pero no establece la ecuación correspondiente; en (1) reemplaza los valores obtenidos anteriormente, de donde obtiene la ecuación  $11x+16=3(x+16)$  aplica correctamente la ley distributiva y obtiene  $11x+16=3x+48$  despeja de manera incorrecta llegando a  $x=16$ , a continuación sustituye este valor en la ecuación establecida en el tiempo presente llegando a dar la respuesta para las edades actuales de :

$$Hijo = x+6 = (16) + 6 = 22 \text{ años}$$

$$Padre = 11x+6 = 11(16) + 6 = 182 \text{ años}$$

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales con dos variables para representar el enunciado “hace seis años la edad de un padre era once veces la edad de su hijo, y dentro de diez años será el triple. ¿Cuáles son sus edades actuales?”**

### **Imagen 16**

*Interpretación de la situación problema por E16.*

②  
 6 años                      actual                      10 años después  
 $x - 6 = 11(y - 6)$                        $x = y$                        $x + 4 = 3(y + 10)$   
 $x - 6 = 11(y - 6)$                        $\downarrow$                        $\downarrow$   
 $x - 6 = 11y - 66$                        $11$                        $67$   
 $x - 6 = 11y - 66$                        $H$                        $P$   
 $x = 11y - 60$                        $x + 4 = 3y + 30$   
 $x = 11y - 60$                        $x = 3y + 34$   
 $11y - 60 = 3y + 34$   
 $4x = 47$   
 $x = 47 \div 4$   
 $x = 11$   
 EDAD DEL HIJO  
 $y = 34 + 34$   
 $y = 3(11) + 34$   
 $y = 67$   
 EDAD DE PADRE

*Nota.* Fotografía de la solución de la segunda situación problema, correspondiente a la tarea número dos. Fuente propia.

En la imagen 16 se observa, que E16 plantea la primera ecuación  $x - 6 = 11(y - 6)$ , en la segunda ecuación representa la expresión “dentro de diez años “con el número 4, obteniendo  $x + 4 = 3(y + 10)$ . Luego, despeja la variable  $x$  en ambas ecuaciones para dar solución al sistema mediante el método de igualación, esto es,  $11y - 60 = 3y + 34$ , seguidamente hace un cambio de variable y realiza operaciones de donde obtiene  $x \approx 11$ , continúa reemplazando este valor en la ecuación  $y = 3y + 34$  obteniendo  $y=67$

**Asocia perímetro de un triángulo con perímetro de rectángulo, en la expresión “Se tiene un triángulo isósceles cuya altura mide 4cm más que su base y cuyo perímetro es igual a 29 cm, calcular las dimensiones del triángulo.”**

### Imagen 17

*Interpretación de la situación problema por E1.*

③ Altura:  $a = b + 4$   
 Base:  $b$   
 Perímetro:  $x = 29$   
 $x = 4(a + b)$   
 $29 = 4(b + 4 + b)$   
 $29 = 4(4b + 4)$   
 $29 / 4 = 4b + 4$   
 $7,25 = 4b + 4$   
 $7,25 + 4 = 4b$   
 $11,25 = 4b$   
 $2,8125 = b$   
 $a = 2,8125 + 4$   
 $a = 6,8125$

Altura = 6,812
Base = 2,812

*Nota.* Fotografía de la solución de la tercera situación problema, correspondiente a la tarea número dos. Fuente propia.

En la imagen 17 se observa, que El para representar la expresión “cuya altura mide 4cm más que su base” escribe  $a = b + 4$ , luego establece perímetro:  $x = 29$ , y escribe la ecuación  $x = 4(a + b)$ , donde se estaría representando el perímetro de un rectángulo más no el del triángulo, posteriormente realiza operaciones aritméticas llegando a  $a = 6,18$

**Usa una variable para representar datos diferentes, en la expresión “Emily tiene el triple de edad que su hijo Juan, dentro de 20 años la edad de Emily será el doble que la edad de su hijo. ¿Cuántos años más que Juan tiene su madre?”**

### Imagen 18

*Interpretación de la situación problema por E6.*

$$3x + 20 = 2 * (x + 20)$$

$$3x + 20 = 2x + 40 \parallel x = 20 \parallel 3x = 60$$

Nota: Fotografía de la solución de la tercera situación problema, correspondiente a la tarea número dos. Fuente propia.

En la imagen 18 se observa, que E6 plantea la ecuación  $3x + 20 = 2 * (x + 20)$  y usa la misma variable para representar datos diferentes, luego realiza algunas operaciones, sin llegar a alguna respuesta.

### Tarea 3: Resolución de Sistemas de Ecuaciones lineales.

A continuación, se describen las técnicas utilizadas en resolución de sistemas de ecuaciones lineales, esta tarea se desarrolló en modalidad presencial con estudiantes del curso décimo-1.

**Solución del sistema de ecuaciones lineales por el método de sustitución.**

### Imagen 19

*Solución de sistema de ecuaciones lineales por E1.*

a) Resolver el siguiente sistema utilizando el método de sustitución.

$$\begin{cases} 6x + 4y = -2 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \times (0 - 2y) \\ & 6(0 - 2y) - y = -2 \\ & 0 - 12y - y = -2 \\ & -13y = -2 \\ & -13y = -2 \\ & y = \frac{-2}{-13} \end{aligned}$$

$$y = \frac{1}{8}$$

*Nota.* Fotografía del primer sistema de ecuaciones lineales correspondiente a la tarea número tres. Fuente propia.

En la imagen 19 se observa, que E1 despejó de la segunda ecuación  $5x + 2y = 0$  la variable  $x$ , pero omitió su coeficiente, obteniendo la siguiente expresión  $x = 0 - 2y$ , que la sustituyó en la primera ecuación  $6x + 4y = -2$ . En este paso, también omitió el coeficiente de la variable  $y$  de la segunda ecuación, obteniendo la expresión  $6(0 - 2y) - y = -2$ . Luego, aplicó la propiedad distributiva, agrupó términos semejantes, obteniendo la expresión  $-13y = -2$ , al despejar la variable  $y$  obtiene el resultado  $y = -\frac{2}{13}$ . Lo simplificó y obtuvo el valor de la variable  $y = \frac{1}{8}$ .

*Nota:* E5 utilizó la misma técnica, obteniendo los mismos resultados.

## Imagen 20

*Solución de sistema de ecuaciones lineales por E6.*

a) Resolver el siguiente sistema utilizando el método de sustitución.

$$\begin{cases} 6x + 4y = -2 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$$

Handwritten solution steps:

$$\begin{aligned} 5x &= 0 + 2y \\ (0 + 2y) + 4y &= -2 \\ 0 + 2y + 4y &= -2 \\ 2y + 4y &= -2 + -2 \\ -4y &= 4 \quad (-1) \\ y &= \frac{4}{-4} = y = -1 \end{aligned}$$

*Nota.* Fotografía del primer sistema de ecuaciones lineales utilizando método de sustitución, correspondiente a la tarea número tres. Fuente propia.

Se observa en la imagen 20, que E6 despejó la variable  $x$  de la ecuación,  $5x + 2y = 0$ , obteniendo el resultado  $5x = 0 + 2y$ ; donde se observa que omitió el coeficiente de la variable  $x$ . Luego, reemplazó este valor en la primera ecuación  $6x + 4y = -2$ , obteniendo la expresión  $(0 + 2y) + 4y = -2$ , donde se observa que omitió el coeficiente de la variable  $x$ . Seguidamente, agrupó términos semejantes obteniendo la ecuación  $2y + 4y = -2 + 2$ , en este paso se

evidencia que incluye el valor +2 que no corresponde al procedimiento que venía realizando. Además, omite el término  $2y$ . De esta manera, obtuvo la ecuación  $4y = -4$ , y como resultado  $y = 1$  omitiendo el signo negativo. No encuentra el valor de la variable  $x$ .

### Imagen 21

*Solución de sistema de ecuaciones lineales por E21.*

a) Resolver el siguiente sistema utilizando el método de sustitución.

$$\begin{cases} 6x + 4y = -2 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$$

Handwritten work for part a):

$$y = \frac{-2 - 6x}{4}$$

$$5x + 2\left(\frac{-2 - 6x}{4}\right) = 0$$

$$5x + \frac{-4 - 12x}{4} = 0$$

$$5x + \frac{-4}{4} - \frac{12x}{4} = 0 \Rightarrow 8x = 4$$

$$x = \frac{4}{8} = 0,5$$

b) Resolver el siguiente sistema utilizando el método de reducción.

*Nota.* Fotografía del primer sistema de ecuaciones lineales utilizando método de sustitución, correspondiente a la tarea número tres. Fuente propia.

En la imagen 21 se observa, que E21, despejó la variable  $y$  de la primera ecuación  $6x + 4y = -2$  obteniendo la expresión  $y = \frac{-2-6x}{4}$ , que sustituye en la segunda ecuación  $5x + 2y = 0$ , obteniendo la expresión  $5x + 2\left(\frac{-2-6x}{4}\right) = 0$ . Luego, usó la propiedad distributiva, y obtuvo la expresión  $5x - \frac{12x}{4} = \frac{4}{4}$ , al realizar la resta de fracciones, se observa que E21 conservó el signo de la menor fracción  $\frac{12x}{4}$  y no de la mayor  $\frac{5x}{1}$ , obteniendo así la siguiente expresión  $-\frac{8x}{4} = \frac{4}{4}$ , en el paso siguiente omite el signo y despeja la variable  $x$ , donde obtuvo el valor correspondiente. No encuentra la variable  $y$ .

*Nota:* E12 y E35 utilizaron la misma técnica que E21 obteniendo los mismos resultados.

**Solución del sistema de ecuaciones lineales por el método de igualación.**

### Imagen 22

*Solución del sistema de ecuaciones lineales por E11.*

c) Resolver el siguiente sistema utilizando el método de igualación.

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ 7x + y = 9 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} -3x + 1 = +7x + 9 \\ -3x - 7x = -1 + 9 \\ -10x = -8 \\ x = -8 / -10 \\ x = 0,8 \end{array}$$

*Nota.* Fotografía del tercer sistema de ecuaciones lineales utilizando método de igualación, correspondiente a la tarea número tres. Fuente propia.

Se observa en la imagen 22, que E11 resuelve el sistema de ecuaciones lineales del literal c) por el método de igualación. En primer lugar, despejó la variable  $y$  de la ecuación  $3x - y = 1$  obteniendo la expresión  $y = -3x + 1$  donde se evidencia que pasa a restar  $3x$  al otro lado de la igualdad y omite el signo que acompaña a la variable  $y$ . Luego, despejó la variable  $y$  de la ecuación  $7x + y = 9$  obteniendo la expresión  $7x + 9$ , donde se observa que el número 9 que está sumando, lo deja con el mismo signo al otro lado de la igualdad. Luego, igualó las dos expresiones obtenidas, suma términos semejantes y encuentra la variable  $x$ . No encontró el valor de la variable  $y$ .

### Imagen 23

*Solución del sistema de ecuaciones lineales por E21.*

c) Resolver el siguiente sistema utilizando el método de igualación.

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x - y = 1 \\ 7x + y = 9 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x - y = \frac{1}{3} \\ x + y = \frac{9}{7} \end{array}$$

... de ecuaciones lineales utilizando cualq

*Nota.* Fotografía del tercer sistema de ecuaciones lineales utilizando método de igualación, correspondiente a la tarea número tres. Fuente propia.

En la imagen 23 se observa, que E21 intentó resolver el sistema de ecuaciones lineales del literal (c), En primer lugar, de la primera ecuación  $3x - y = 1$  pasó el coeficiente 3 que está multiplicando a la variable  $x$  a dividir sin tener en cuenta que este no afecta a toda la expresión sino solo a la variable  $x$ , obteniendo la siguiente ecuación  $x - y = \frac{1}{3}$ , de igual manera, lo hace con la segunda ecuación  $7x + y = 9$  pasa el coeficiente que está multiplicando a la variable  $x$  a dividir sin tener en cuenta que este no afecta a toda la expresión sino solo a la variable  $x$ , obteniendo la siguiente ecuación  $x + y = \frac{9}{7}$ . Se observa, que no continúa con el desarrollo del procedimiento.

### **Situaciones emergentes en la solución de sistemas de ecuaciones lineales.**

A continuación, se presentan diferentes expresiones escritas por los estudiantes, donde relatan aspectos que se pueden considerar como posibles dificultades para resolver los sistemas de ecuaciones lineales, propuestos en la tarea.

E8: *“Todos estos temas los mire hace tiempo, de tal manera que recuerdo poco y no logro solucionarlos”*

E26: *“Este tema se me hace averlo visto en 9º, no me queda claro algunas cosas ya que era de manera virtual”*

E27: *“Yo no pude trabajar este tema porque en las clases virtuales no pude estar porque estaba en una finca sin señal y no podía asistir”*

E28: *“Los temas los vi en clases virtuales, pero no recuerdo cómo hacerlas porque no he repasado”*

E29: *“vi el tema de manera virtual, pero al pasar el tiempo sin resolverlo lo dude”*

E30: *“al hacer los trabajos en guías no entendía casi de ningún tema y al pasar mucho tiempo no sé nada”*

E33: *“En noveno quedamos pendiente con el tema, en décimo lo vimos, pero no recuerdo muy bien”*

Por otra parte, E31 y E32 manifiestan en su hoja de respuestas que no entienden cómo resolver un sistema de ecuaciones lineales.

Por último, E34 expresó que no sabía usar ninguno de los métodos para la resolución de sistema de ecuaciones lineales afirmando que: *“Este tema lo vimos solo en décimo y no pude entrar a clases virtuales”*

#### **Tarea 4: Traducir Enunciados del Lenguaje Natural al Algebraico (enunciados con un solo término)**

A continuación, se describen las técnicas en la solución de la tarea 4 sobre la interpretación del lenguaje algebraico, las evidencias de esta tarea se recibieron mediante la plataforma Classroom.

##### **Representación de una expresión general con un dato particular.**

En esta técnica, se evidenció que estudiantes como E1, E5, E6, E11, E21 E27, escribieron un valor numérico para representar un enunciado en lenguaje natural, sin hacer uso de una variable. Como se evidencia en las imágenes 24, 25, 26 y 27.

##### **Imagen 24**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E1.*



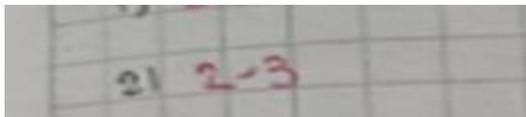
*Nota.* Fotografía de la solución del primer enunciado “un número cualesquiera”, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 24 se observa, que E1 escribió el número tres (3) para representar un número cualesquiera.

Nota: Los estudiantes E5 y E21 utilizaron la misma técnica.

### **Imagen 25**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E27.*



*Nota.* Fotografía de la solución del segundo enunciado “la diferencia de dos números cualesquiera”, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 25 se observa, que E27 representó la resta de dos números (2-3), sin usar variables.

Nota: Los estudiantes E1 y E5 utilizaron la misma técnica.

### **Imagen 26**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E5.*



*Nota.* Fotografía de la solución del tercer enunciado “la suma de dos números cualesquiera”, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 26 se observa, que E5 escribió la suma de dos números (2+3), sin usar variables.

Nota: Los estudiantes E1 y E27 utilizaron la misma técnica.

### **Imagen 27**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E6.*

6. El cuadrado de un número.  
Rta:  $4^2 = 4 \times 4 = 16$

*Nota.* Fotografía de la solución del sexto enunciado “el cuadrado de un número”, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 27 se observa, que E6 representó el cuadrado de un número ( $4^2$ ), obteniendo como resultado el número 16, no usa variables para representar el cuadrado de un número cualesquiera.

*Nota:* Los estudiantes E1, E5, E11 y E27 utilizaron la misma técnica.

**Formula una suma en lugar de una diferencia, en la expresión “la diferencia de dos números cualesquiera”**

### Imagen 28

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E6.*

2. La diferencia de dos números diferentes.  
Rta:  $3+5=8$

*Nota.* Fotografía de la solución del segundo enunciado, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

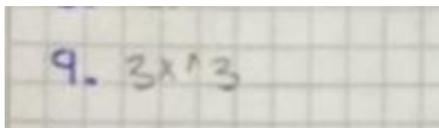
En la imagen 28 se observa, que E6 escribió la suma de dos números ( $7+8$ ), no haciendo uso de variables para representar la resta de dos números cualesquiera, además se evidencia que utilizó el signo (+), el cual no corresponde al significado de la palabra diferencia.

*Nota:* E11 utilizó la misma técnica.

**Usa el cubo de un número para representar su cuadrado, en la expresión “el triple del cuadrado de un número”**

### Imagen 29

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E5.*



A photograph of a student's handwritten work on grid paper. The expression  $9. 3x^3$  is written in blue ink.

*Nota.* Fotografía de la solución del noveno enunciado, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

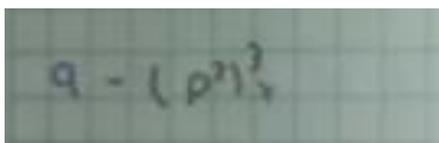
En la imagen 29 se observa, que E5 escribió el triple de un número al cubo  $3x^3$ , y no del cuadrado de un número.

*Nota:* El estudiante E1 utilizó la misma técnica.

**Representa el triple de un número con la potencia tres del mismo, en la expresión “el triple del cuadrado de un número”**

### Imagen 30

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E19.*



A photograph of a student's handwritten work on grid paper. The expression  $9. (p^2)^3$  is written in blue ink.

*Nota.* Fotografía de la solución del noveno enunciado, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

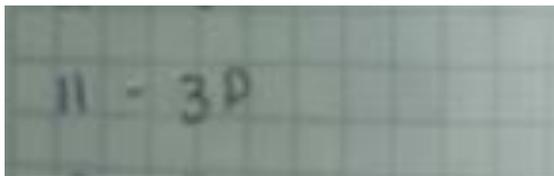
En la imagen 30 se observa, que E19 escribió un número al cuadrado elevado al cubo, y no del triple de la potencia de un número.

*Nota:* Los estudiantes E1, E5, E6 y E27 utilizaron la misma técnica.

**Usa el número 3 para representar un número impar, en la expresión “un número impar”**

### Imagen 31

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E19.*



*Nota.* Fotografía de la solución del décimo enunciado, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 31 se observa, que E19 escribió el triple de un número  $3p$ , y no de un número impar.

*Nota:* El estudiante E34 utilizó la misma técnica.

**Representar la expresión “un número es tres veces mayor que  $x$ ” con la expresión la suma de tres veces la expresión  $3x$**

### **Imagen 32**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E17.*

$$15. \quad 3x+3x+3x$$

*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 15, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 32 se observa, que E17 escribió tres veces la suma del triple de un número cualesquiera.

*Nota:* Los estudiantes E1 y E27 realizaron la misma técnica.

**Representar mediante una diferencia la expresión “la edad de Juan es ocho veces la edad de Rafael”.**

### **Imagen 33**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E1.*

$$16. \quad X - y = 8$$

*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 16, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

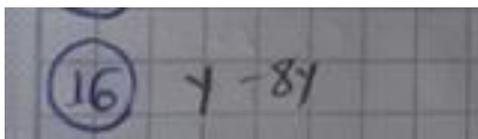
En la imagen 33 se observa, que E1 expreso, la diferencia de la edad de Juan y Rafael es ocho.

*Nota:* Los estudiantes E5 y E27 realizaron la misma técnica.

**Utiliza la misma variable para representar datos diferentes, en la expresión “la edad de Juan es ocho veces la edad de Rafael”**

### **Imagen 34**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E4.*



*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 16, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 34 se observa, que E4 utilizó la misma variable para representar dos datos diferentes.

*Nota:* Los estudiantes E12 y E22 utilizaron la misma técnica.

**Usa la potencia de un cociente para representar “el cociente de un número y su cuadrado”.**

### **Imagen 35**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E6.*



*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 17, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 35 se observa, que E6 escribió la potencia de un cociente, esta expresión no corresponde al enunciado el cociente de un número y su cuadrado.

*Nota:* El estudiante E11 utilizó la misma técnica.

**Representar la expresión “el cociente de un número y su cuadrado” con la diferencia del doble de dos números.**

### **Imagen 36**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E1.*

$$2x - 2/y$$

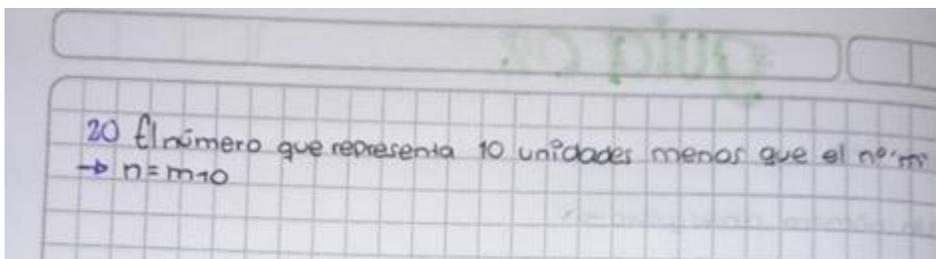
*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 17, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 36 se observa, que E1 escribió la diferencia del doble de dos números, esta expresión no corresponde al enunciado el cociente de un número y su cuadrado.

**Formula un producto en lugar de la diferencia para representar algebraicamente la expresión “el número que representa 10 unidades menos que el número m”**

### **Imagen 37**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E22.*



*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 20, correspondiente a la tarea número cuatro. Fuente propia.

En la imagen 37 se observa, que E22 escribió el número que representa 10 unidades al número  $m$ , lo cual no corresponde al enunciado en lenguaje natural.

*Nota:* Los estudiantes E4, E12 y E34 utilizaron la misma técnica.

### **Tarea 5: Traducir enunciados del lenguaje natural al algebraico (enunciados con más de un término)**

A continuación, se describen las técnicas utilizadas por estudiantes para representar enunciados del lenguaje natural al algebraico con más de un término.

**Representa la cuarta parte con el número 4, en la expresión un “El doble de un número menos su cuarta parte”**

#### **Imagen 38**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E1.*

$$2. 2x - x4$$

*Nota.* Fotografía de la solución del segundo enunciado, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

En la imagen 38 se observa, que E1 escribió  $x4$  lo cual no corresponde a la traducción de (su cuarta parte), estaría interpretando el cuádruple de un número.

*Nota:* Los estudiantes E5 y E27 utilizaron la misma técnica.

### **Representación de una expresión general con un dato particular.**

En esta técnica, se evidencio que estudiantes como E1, E5, E6, E11, E27 y E34 escribieron un valor numérico para representar un enunciado en lenguaje natural, no haciendo uso de una variable. Como se evidencia en las imágenes 39,40 y 41.

#### **Imagen 39**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E1.*

3

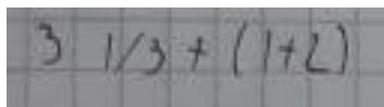
*Nota.* Fotografía de la solución del tercer enunciado “La tercera parte de un número más su siguiente”, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

En la imagen 39 se observa, que E1 escribió el número tres (3) no haciendo uso de una variable para representar (parte de un número), además asocia tercera parte con triple y no interpreta la parte de la expresión (más su siguiente).

*Nota:* Los estudiantes E5 y E27 utilizaron la misma técnica.

#### **Imagen 40**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E34.*



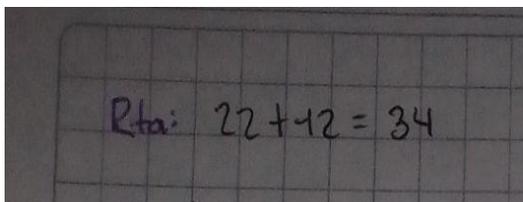
$$3 \quad \frac{1}{3} + (1+2)$$

*Nota.* Fotografía de la solución del tercer enunciado “La tercera parte de un número más su siguiente”, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

En la imagen 40 se observa, que E34 escribió un tercio más un medio  $\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right)$  no haciendo uso de variables para representar “La tercera parte de un número más su siguiente”.

#### **Imagen 41**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E6.*



Rta:  $22 + 12 = 34$

*Nota.* Fotografía de la solución del quinto enunciado “La suma de dos números es 34”, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

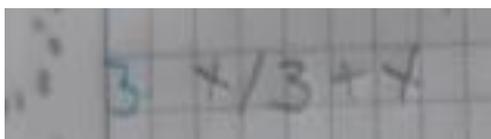
En la imagen 41 se observa, que E6 escribió  $(22+11=34)$  no haciendo uso de variables para representar “La suma de dos números es 34”.

*Nota:* E11 utilizó la misma técnica.

**Usa una variable para representar su siguiente**

### **Imagen 42**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E17.*



Rta:  $x/3 + y$

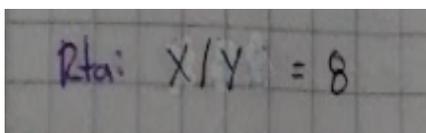
*Nota.* Fotografía de la solución del tercer enunciado “La tercera parte de un número más su siguiente”, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

En la imagen 42 se observa, que E17 escribió la variable  $x$  para representar “su siguiente” la cual no corresponde a la representación simbólica del enunciado.

**Relaciona la diferencia con el cociente, en la expresión “La diferencia de dos números es 8”**

### **Imagen 43**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E6.*



Rta:  $x/y = 8$

*Nota.* Fotografía de la solución del cuarto enunciado, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

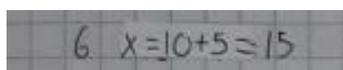
En la imagen 43 se observa, que E6 escribió  $(\frac{x}{y})$  para representar (La diferencia de dos números) cambió la operación que debía plantearse que es la resta por la división.

Nota: E11 utilizó la misma técnica.

**Representa un dato general con un dato determinado, en la expresión “Cuál es el número que disminuido de 10 da por diferencia 5”**

#### **Imagen 44**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E34.*



$$6 \quad x = 10 + 5 = 15$$

*Nota.* Fotografía de la solución del sexto enunciado, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

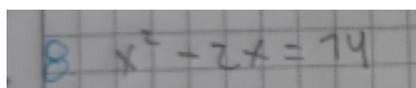
En la imagen 44 se observa, que E34 escribió  $(x = 10 + 5 = 15)$  lo cual no corresponde a la interpretación de “Cuál es el número que disminuido de 10 da por diferencia 5”.

Nota: Los estudiantes E4, E12, E17, E19 y E22 utilizaron la misma técnica.

**Representa el cuadrado como el doble de un número, en la expresión “El cuadrado de un número menos el cuadrado de otro número es igual a 14”**

#### **Imagen 45**

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E17.*



$$8 \quad x^2 - 2x = 14$$

*Nota.* Fotografía de la solución del octavo enunciado, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

En la imagen 45 se observa, que E17 escribió  $(x^2 - 2x = 14)$  asociando el cuadrado de un número con el doble, además no hace uso de dos variable para representar números diferentes.

**Representa un número par con una variable y la quinta parte como el quíntuplo, en la expresión “Un número par menos la quinta parte de otro”**

### Imagen 46

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E11.*



*Nota.* Fotografía de la solución del noveno enunciado, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

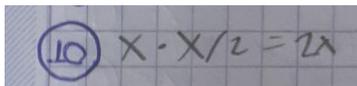
En la imagen 46 se observa, que E11 escribió  $x - 5y$  lo cual inicialmente la variable  $x$  no representa “un número par” y  $5y$  no representa “la quinta parte del otro”

Nota: E6 utiliza la misma técnica.

**Representa un número con la letra  $x$  en la expresión “El producto de cuatro por la mitad de un número es igual al doble de dicho número”**

### Imagen 47

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E4.*



*Nota.* Fotografía de la solución del décimo enunciado, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

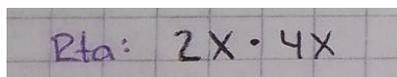
En la imagen 47 se observa, que E4 escribió  $(x \cdot \left(\frac{x}{2}\right) = 2x)$  donde asocia una variable para representar un número en particular, en este caso el 4.

Nota: Los estudiantes E12, E22 y E34 utilizan la misma técnica.

**Representa la mitad con el doble de un número, en la expresión “El producto de la mitad de un número por el cuádruple de otro número.”**

### Imagen 48

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E6.*



Rta:  $2x \cdot 4x$

*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 11, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

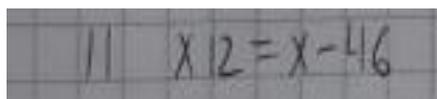
En la imagen 48 se observa, que E6 escribió  $(2x \cdot 4x)$  donde asocia la mitad con el doble de un número, además no hace uso de dos variables para representar números diferentes.

Nota: E11 utiliza la misma técnica.

**Representa dos valores diferentes con la misma variable, en la expresión “El producto de la mitad de un número por el cuádruple de otro número.”**

### Imagen 49

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E34*



11  $x 12 = x - 46$

*Nota.* Fotografía de la solución del enunciado número 11, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

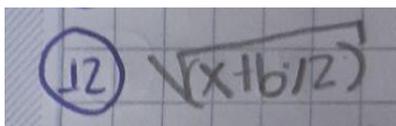
En la imagen 49 se observa, que E34 escribió ( $\frac{x}{2} = x - 46$ ) en lo cual representa una igualdad y asocia producto con diferencia, además “el cuádruple de otro número” lo asocia con 46 y no utiliza dos variables para representar números diferentes.

Nota: Los estudiantes E4, E12 y E22 utilizan la misma técnica.

**Asocia una variable con un número determinado, en la expresión “La raíz cuadrada de un número más la mitad de otro número.”**

### Imagen 50

*Interpretación de enunciado en lenguaje natural al algebraico por E4*



Nota. Fotografía de la solución del enunciado número 12, correspondiente a la tarea número cinco. Fuente propia.

En la imagen 50 se observa, que E4 escribió ( $\sqrt{x + \frac{b}{2}}$ ) en donde asocia la raíz cuadrada a toda la expresión y no sólo al primer número, por lo que no representa el enunciado “La raíz cuadrada de un número más la mitad de otro número.”

Nota: Los estudiantes E5, E12, E22 y E34 utilizan la misma técnica.

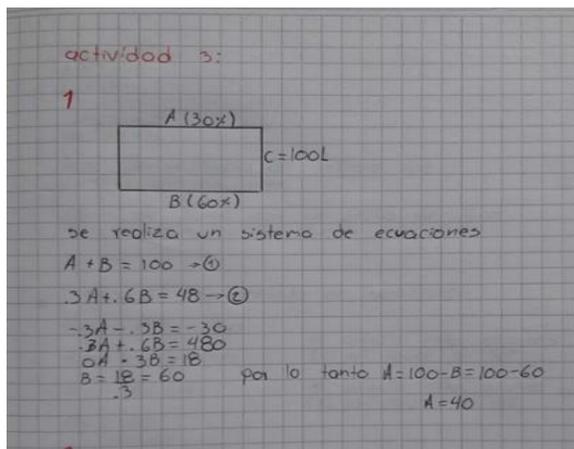
### Tarea 6: Resolución de Situaciones Problemas.

A continuación, se describen las técnicas utilizadas por los estudiantes en cuanto a la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problemas que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales.

**Representa gráficamente el enunciado, formula un sistema de ecuaciones lineales y lo resuelve por el método de eliminación.**

### Imagen 51

*Solución de la situación problema por E34.*



*Nota.* Fotografía de la primera situación problema, correspondiente a la tarea número seis. Fuente propia.

En la imagen 51, se observa que el estudiante E34 planteó de manera correcta el sistema de ecuaciones lineales, lo solucionó mediante el método de eliminación. Sin embargo, al multiplicar la primera ecuación  $A + B = 100$  por  $(-3)$  obtuvo el siguiente resultado en un lado de la igualdad  $100 \cdot (-3) = -30$ . Luego, al sumar las ecuaciones restantes  $3A + 6B = 48$  y  $-3A - 3B = -30$ , realizó la suma y obtuvo la expresión  $B = \frac{18}{-3} = -6$ . Además, se evidencia que escribe el valor numérico 60 a la división  $\frac{18}{-3}$ . Este valor lo sustituyó en la primera ecuación obteniendo el resultado correcto  $A = 40$ .

**Representa el enunciado con un sistema de ecuaciones lineales y lo resuelve usando el método de sustitución.**

### **Imagen 52**

*Solución de la situación problema por E19.*

$$\begin{aligned}
 & \text{Rt. } P = 60 \text{ cm} \\
 & P = 2(L + r) \\
 & 3L - 3r = 18 \\
 & L = 30 - r \\
 & 5(30 - r) - 3r = 10 \\
 & 40 - 3r - 3r = 18 \\
 & 40 - 6r = 18 \\
 & -6r = 18 - 40 \\
 & -6r = -22 \\
 & r = 22 / -6 \\
 & v = 12 \text{ cm} \\
 & L = 30 - r \\
 & z = 30 - 12 \\
 & z = 18
 \end{aligned}$$

*Nota.* Fotografía de la segunda situación problema, correspondiente a la tarea número seis. Fuente propia.

En la imagen 52 se observa, que el estudiante E19 planteó correctamente el sistema de ecuaciones y utilizó el método de sustitución para su solución. Sin embargo, se observa que al realizar restas como la siguiente  $18 - 90 = 72$  omite el signo que le corresponde al número mayor. Esto también se evidencia en la división  $r = \frac{72}{-6}$ , donde omite el signo que afecta a todo el cociente y obtiene como resultado el número 12.

**Representa el enunciado con una igualdad de suma de fracciones.**

### Imagen 53

*Solución de la situación problema por E4.*

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{4} \quad \frac{7}{3} + \frac{11}{3} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \\
 & \left(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}\right) + = \frac{3}{2} - \frac{11}{3} \\
 & -\frac{1}{6} + = -\frac{13}{6} \\
 & t = 13 \text{ horas} \\
 & \text{En 13 horas ya han recorrido la misma distancia.}
 \end{aligned}$$

*Nota.* Fotografía de la cuarta situación problema, correspondiente a la tarea número seis.

Fuente propia.

En la imagen 53 se observa, que E4 no planteó un sistema de ecuaciones lineales para la solución del problema. En el primer paso del desarrollo de la situación problema escribió una igualdad de suma de fracciones, donde se evidencia que no incluyó una variable en la igualdad

$(\frac{7}{3} + \frac{11}{3} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2})$ . En el segundo paso, la incluyó obteniendo la expresión  $(\frac{7}{3} - \frac{5}{2}) t = \frac{3}{2} - \frac{11}{3}$ . Luego,

despejó y encontró el valor correspondiente de la variable  $t$ .

*Nota:* E11 y E22 utilizaron la misma técnica, obteniendo los mismos resultados.

**Representa el enunciado utilizando una sola variable para su solución.**

### Imagen 54

*Solución de la situación problema por E4.*

$$\begin{aligned} \textcircled{5} \quad & x + 8 + x = 104 \\ & 2x + 8 = 104 \\ & 2x = 104 - 8 \\ & x = \frac{96}{2} \\ & x = 48 \end{aligned}$$

*Nota.* Fotografía de la quinta situación problema, correspondiente a la tarea número seis.

Fuente propia.

En la imagen 54 se observa, que el estudiante E4 no planteó un sistema de ecuaciones lineales para la solución del problema, inició su desarrollo con la expresión  $x + 8 + x = 104$ .

Luego, agrupó términos semejantes. Sin embargo, en este paso omite el signo igual en la

expresión  $2x = 104 - 8$  que se debía escribir como  $2x = 104 - 8$ , en el siguiente paso lo incluyó,

despejó y encontró el valor de la variable  $x$ . Finalmente, termina el desarrollo con la expresión  $1 = x + 8 - 2$  lo cual no tiene relación con el procedimiento que venía realizando.

**Representa el enunciado utilizando diferentes operaciones.**

### Imagen 55

*Solución de la situación problema por E6.*

$aL = J$                        $12L = J \rightarrow 14$   
 $5 = a$                                $18L = a \rightarrow 14$   
  
 $(9-2) - 12 (14-2)$   
 $(9-3) + (12 - (14-3))$   
 $(9-x) + (12 - ((14-x)3))$   
 $(9-x) + (x-2)$   
 $(2-y) + (18 - ((34-x)))$

*Nota.* Fotografía de la sexta situación problema, correspondiente a la tarea número seis.

Fuente propia.

En la imagen 55, se observa que el estudiante E6, no planteó un sistema de ecuaciones lineales para el desarrollo de la situación problema. Se evidencia que escribió algunas expresiones  $5 = a$  y  $aL = J$  las cuales no corresponden a los datos del enunciado. Además, realizó operaciones inconsistentes, que no le permitió llegar a ningún resultado.

Nota: E11, E12 y E22 utilizaron la misma técnica, obteniendo iguales resultados.

**Resuelve la situación problema por el método ensayo y error.**

### Imagen 56

*Solución de la situación problema por E34.*

\*  $x =$  empleados hombres  
 $y+20 =$  empleadas mujeres

$$x + y + 20 = 120$$

$$50 + 50 + 20 = 120$$

$$50 + 70 = 120$$

Hay 50 hombres en la empresa y 70 mujeres

*Nota.* Fotografía de la situación problema 3.2, correspondiente a la tarea número seis.

Fuente propia.

En la imagen 56, se observa que E34 solo escribe la variable  $x$  para representar el número de empleados, y la expresión  $y + 20$  refiriéndose al incremento en las mujeres. Luego, escribió la expresión  $x + y + 20$  que al solucionar se puede deducir que utilizó el método de ensayo y error, puesto que no se evidencia el proceso para hallar el valor de las variables, es decir de la expresión  $x + y + 20$  pasa a  $50 + 50 + 20$ .

**Resuelve la situación problema por el método ensayo y error.**

### Imagen 57

*Solución de la situación problema por E34.*

6

$$A = 9 + 3 = 12$$

$$B = 12 + 18 = 30$$

a B habría que sacarle 23 litros  
 y A 5 litros

*Nota.* Fotografía de la sexta situación problema (Un recipiente A contiene nueve litros de zumo de jugo y 3 litros de agua; el recipiente B contiene 12 litros de zumo de jugo y 18 litros de agua ¿Cuántos litros se deben sacar de cada recipiente para obtener una mezcla

de 7 litros de agua y 7 litros de zumo de jugo?), correspondiente a la tarea número seis.

Fuente propia.

En la imagen 57, se observa que E34 no planteó un sistema de ecuaciones lineales. En primer lugar, escribió dos igualdades en donde realizó una suma para cada una  $A=9+3=12$  y  $B=12+18=30$ . Posteriormente, escribió una respuesta inconsistente con el procedimiento que hizo anteriormente.

### Tarea 7: Solución de Situaciones Problema.

A continuación, se describen las técnicas utilizadas en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problemas que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales, esta tarea se desarrolló de manera presencial con estudiantes de grado décimo-1.

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales para representar el enunciado y lo resuelve por el método de eliminación.**

### Imagen 58

*Solución de la situación problema por E5.*

$$2A + N = 23.500$$

$$1 \text{ adulto} + 3 \text{ niños} = 23.500$$

$$2A + N = 23.500$$

$$-2A + 6N = -47.000 = -2 \times 23.500 = -5N$$

$$-5N = 27.000$$

$$N = 5.400$$

$$2A = 2 \text{ Adultos.}$$

$$6N = 6 \text{ niños.}$$

Para hacer el presupuesto de entrada de adultos tenemos que reemplazar.

$$A = 9.550$$

*Nota.* Fotografía de la primera situación problema, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 58, se observa que el estudiante E5 planteó el sistema de ecuaciones lineales correspondiente, utilizó el método de eliminación para su solución, encontrando el valor de una de las variables  $n$ . Sin embargo, no encontró el valor de la otra variable  $A$ , se evidencia que escribió la siguiente afirmación “Para hallar el precio de entrada para adultos tenemos que reemplazar  $A = 23.000$ ” lo que tenía que reemplazar era el valor de la variable  $n$ , no continuó con el procedimiento.

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales para representar el enunciado y lo resuelve por el método de sustitución.**

### Imagen 59

*Solución de la situación problema por E8.*

Punto 1

Primera vez  $\rightarrow 23.500$  - 2 adultos, 1 niño  
 Segunda vez  $\rightarrow 25.500$  - 1 adulto, 3 niños

$$\begin{cases} 2a + 1n = 23500 \\ 1a + 3n = \frac{25500}{3} \end{cases}$$

$$(2a + 1a) + (3n + 1n) = 49.000$$

Hallando  $a$

$$\begin{aligned} 2a + 1n &= 23500 \\ 2a &= 23500 - 1n \\ a &= \frac{23500 - 1n}{2} \end{aligned}$$

Hallando  $n$

$$\begin{aligned} 1\left(\frac{23500 - 1n}{2}\right) + 3n &= 25500 \\ 1\left(\frac{23500 - 1n}{2}\right) + 3n - 2 &= 25500 - 2 \\ 23500 - 1n + 6n &= 51.000 \\ -1n + 6n &= 51.000 - 23500 \\ 7n &= 27.500 \\ n &= \frac{27.500}{7} \\ n &= 3.928 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2a + 1(3928) &= 23500 \\ 2a + 3928 &= 23500 \\ 2a &= 23500 - 3928 \\ 2a &= 19572 \\ a &= 9.786 \end{aligned}$$

222	713
9786	9786
9786	3928
3928	3928
23500	3928
	27470

*Nota.* Fotografía de la primera situación problema, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 59, se observa que E8 planteó el sistema de ecuaciones lineales correspondiente al enunciado. Despejó la variable  $a$  de la primera ecuación y la sustituyó en la segunda ecuación. Sin embargo, al despejar la variable  $n$  realizó la siguiente operación  $-1 n + 6 n = 7 n$ ) donde se evidencia que números de diferente signo los suma, de esta manera no obtiene el valor correspondiente al de la variable  $n$ . Finalmente, no encontró los valores exactos de cada variable.

**Resuelve la situación problema por el método ensayo y error.**

### **Imagen 60**

*Solución de la situación problema por E19*

19

1)

23.500 - 2 adultos y un niño  
 25.500 - 1 adulto y 3 niños

Respuesta

9.000 - adultos  
 9.000 - adultos  
 5.500 - niños

9000 suma el valor de los adultos y q  
 que suma nos como su entrada en  
 total la 1 vez suma  
 $9000 + 9000 = 18.000$

18.000 + el resto =  
 5.500  
 23.500

3.500 1 niño  
 3.500 1 niño  
 3.500 1 niño  
 16.500 +  
 9.000  
 25.500

Por tanto gdfra pago 9.000  
 Por un adulto y 3.500 por un  
 niño  
 no sabía plantear un problema de  
 ecuaciones lineales por eso lo hice así.

*Nota.* Fotografía de la primera situación problema, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 60, se observa que el estudiante E19 resolvió la primera situación problema sin utilizar los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, manifiesto en su respuesta “No sabía plantear un problema de ecuaciones por eso lo hice así”. La manera como lo resolvió es la siguiente: En primer lugar, asocia que a 23.500 le corresponde la entrada de dos adultos y un niño y a 25.500 le corresponde la entrada de un adulto y tres niños. Luego, escribió  $(9.00+9.00+5.500= 18.000+5.500=23.500)$  y  $(5.500 + 5.500+5.500+9.000= 16.500+ 5.500=25.500)$  encontrando de esta manera los valores correspondientes del enunciado.

Nota: Los estudiantes E20, E21, E28, E29, E30 y E32 utilizaron la misma técnica que E19. Además, manifestaron en sus respuestas lo siguiente:

E20: *“Lo planteo así porque no recuerdo el sistema lineal”*

E28: *“Busque cómo identificar los precios de los adultos, para así restar el resto y así encontrar el precio del niño”*

E29: *“Busque las posibilidades hasta que el resultado concuerde en los problemas ya que no recuerdo cómo realizar el problema en ecuaciones”*

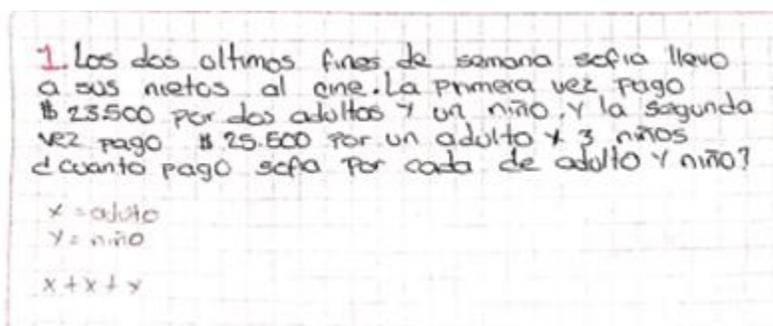
E30: *“Yo busqué la posibilidad que había de cantidad de precio sabiendo que el niño tenía menor valor que el adulto. El del niño cuesta 5.500 y el del adulto 9.000, lo hice de esta forma porque de ecuaciones lineales no poseo el conocimiento previo que haya estudiado”*

E32: *“No entendí el sistema de ecuaciones lineales por eso lo hice de esta manera”*

**Utiliza dos variables para representar los datos del enunciado y las manifiesta mediante una expresión algebraica.**

### Imagen 61

*Solución de la situación problema por E35*



Nota. Fotografía de la primera situación problema, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 61, se observa que el estudiante E35 no planteó un sistema de ecuaciones lineales para dar solución a la situación problema, solo escribió datos como “ $x$ =adulto,  $y$ = niño”, seguidamente la expresión  $x + x + y$ , no continua con el procedimiento.

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales para representar el enunciado y lo resuelve por el método de sustitución.**

### Imagen 62

*Solución de la situación problema por E8.*

Punto 2

Grupos indígenas  $\rightarrow$  84 grupos

$x$  = no hablan  $x + y = 84$

$y$  = hablan  $3x + 4 = 84$

$3x + 4 = 84$   $x + y = 84$

$3x = 84 - 4$   $26 + y = 84$

$3x = 80$   $y = 84 - 26$

$x = \frac{80}{3}$   $y = 58$

$x = 26$

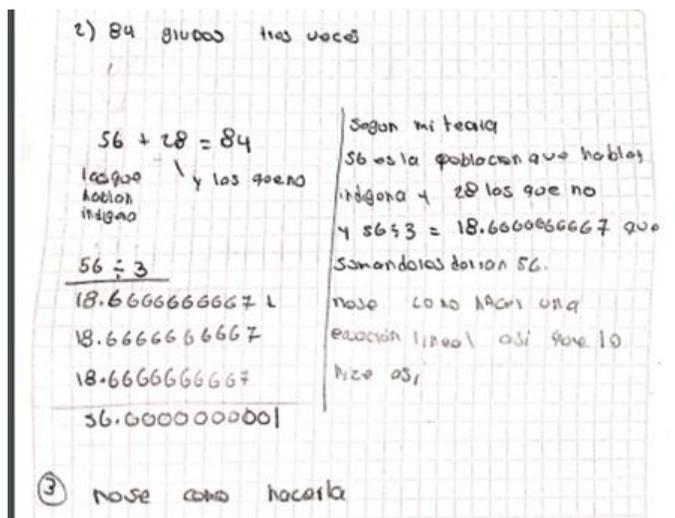
*Nota.* Fotografía de la segunda situación problema, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 62, se observa que el estudiante E8 planteó la primera ecuación  $x + y = 84$ , en la segunda ecuación  $3x + 4 = 84$  utilizó solo una variable para representar “La cantidad de grupos que hablan lenguas aborígenes es tres veces las que no hablan aumentado en 4”. Seguidamente, el estudiante utilizó el método de sustitución para solucionarlo, evidenciando un adecuado uso de este método. Sin embargo, no encontró los valores correspondientes de las dos variables.

**Resuelve la situación problema por el método ensayo y error.**

### Imagen 63

*Solución de la situación problema por E19*



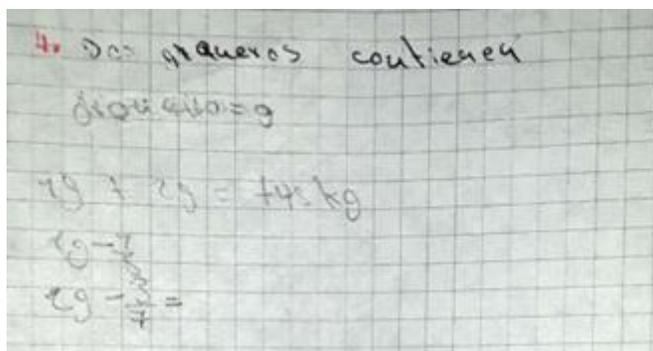
*Nota.* Fotografía de la segunda situación problema, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 63, se observa que el estudiante E19 resolvió la segunda situación problema sin utilizar los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, manifiesto en su respuesta “No sé cómo hacer una ecuación lineal así que lo hice así”. La manera como lo resolvió es la siguiente: E19 busco dos números que sumados den 84 ( $56+28=84$ ), seguidamente describe el procedimiento de cómo encontró el número 56, entonces divide  $\frac{56}{3}= 18.66666667$ . Luego, suma este resultado tres veces teniendo el valor 56.000000001. Posteriormente, escribe en su respuesta “Según mi teoría 56 es la población que habla indígena y 28 los que no hablan  $\frac{56}{3} = 18.66666667$  que sumados dieron 56”

**Plantea una ecuación con una sola variable para representar el enunciado.**

**Imagen 64**

*Solución de la situación problema por E1.*



*Nota.* Fotografía de la cuarta situación problema, correspondiente a la tarea número siete.

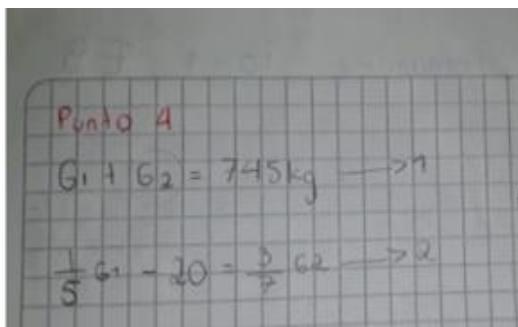
Fuente propia.

En la imagen 64, se observa que el estudiante E1 plantea la primera ecuación utilizando una sola variable  $1g + 2g = 745$ . Al plantear la segunda ecuación, se evidencia que escribe los siguientes datos del enunciado “Si se saca  $1/5$  del contenido del primero y  $3/7$  del segundo, quedando 20kg más en el primero que en el segundo “escribiendo  $1g - \frac{1}{5}$  y  $2g - \frac{3}{7}$  respectivamente.

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales con dos variables para representar el enunciado.**

### Imagen 65

*Solución de la situación problema por E8.*



*Nota.* Fotografía de la cuarta situación problema, correspondiente a la tarea número siete.

Fuente propia.

En la imagen 65, se observa que E8 planteó la primera ecuación del sistema  $G1 + G2 = 745\text{kg}$ , sin embargo, para el planteamiento de la segunda ecuación escribe  $\frac{1}{5}G1 - 20 = \frac{3}{7}G2$  el planteamiento correcto de la segunda ecuación era el siguiente  $4\frac{G1}{5} + 4\frac{G2}{7} = 20$ .

**Plantea un sistema de ecuaciones lineales con dos variables para representar el enunciado.**

### Imagen 66

*Solución de la situación problema por E19.*

4).

(K) cantidad de juegos del 1

(J) cantidad de juegos del 2

$$K + J = 745$$

$$\frac{4}{5}K = \frac{4}{7}J + 20$$

$$\frac{4}{5}K - \frac{4}{7}J = 20$$

$$\frac{28K - 20J}{35} = 20$$

$$28K - 20J = 700$$

$$20K + 20J = 745 \times 20$$

$$48K = 15.000$$

$$K = \frac{15000}{48}$$

$$K = 312.5$$

$$312.5 + 432.5 = 745 \text{ kg}$$

*Nota.* Fotografía de la cuarta situación problema, correspondiente a la tarea número siete.

Fuente propia.

En la imagen 66, se observa que el estudiante E19 planteó la primera ecuación del sistema  $K + J = 745kg$ . Sin embargo, para la segunda ecuación al traducir el enunciado en lenguaje natural (si se saca  $\frac{1}{5}$  del contenido del primero y  $\frac{3}{7}$  del segundo quedando  $20kg$  más en el primero que en el segundo) al lenguaje algebraico, escribió  $\frac{4}{5}k + \frac{4}{7}J = 20$  donde asoció el signo menos con el signo más. Luego, realizó la resta de fracciones, obteniendo la siguiente expresión  $28K - 20J = 700$ , seguidamente escribió una expresión diferente a esta donde multiplicó por 20 a un lado de la igualdad y cambió el signo (+) por el (-)  $28K + 20J = 705 \cdot 20$ . Posteriormente, escribió la expresión  $28K = 1500$ , donde se evidencia que no escribió el término  $20J$  y obtiene un valor inadecuado a la multiplicación ( $705 \times 20$ ) que sería (14100). Luego, despejó la variable  $K$  obteniendo como resultado (325) este valor no es el correspondiente a la división  $\frac{15000}{28}$ . Finalmente, escribe la suma  $325 + 420 = 745 kg$  donde 325 y 420 son las soluciones de la situación problema, no escribió el procedimiento de cómo encontró el valor 420.

### Representa el enunciado con un sistema de ecuaciones lineales.

#### Imagen 67

*Solución de la situación problema por E23.*

Desarrollo

1)  $x =$  Contenido del primer granero.  
 $y =$  Contenido del segundo granero.

$$x + y = 745 \text{ kg}$$

$$= x - \frac{1}{5}x + 20 \text{ kg} = y - \frac{3}{7}y$$

$$= x - \frac{1}{5}x + 20 \text{ kg}$$

$$= \frac{x}{1} - \frac{1}{5}x = \frac{5x}{1} =$$

*Nota.* Fotografía de la cuarta situación problema, correspondiente a la tarea número siete.

Fuente propia.

En la imagen 67, se observa que el estudiante E23 planteó la primera ecuación  $x + y = 745 \text{ kg}$  del sistema. Sin embargo, para plantear la segunda ecuación escribió las siguientes expresiones:

Al interpretar y traducir el enunciado (Si se le saca  $\frac{1}{5}$  del contenido del primero) que sería  $x - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$ , el enunciado ( $\frac{3}{7}$  del segundo) que sería  $y - \frac{3y}{7} = \frac{4y}{7}$  y el enunciado (quedan 20 kg más en el primero que en el segundo) que sería ( $=20$ ), la ecuación quedaría de la siguiente manera  $\frac{4x}{5} + \frac{4y}{7} = 20$ . Sin embargo, el estudiante escribió de la ecuación de la siguiente manera  $= x - \frac{1}{5} + 20 \text{kg} = y - 37$ . Luego, escribió la expresión  $= x - \frac{1}{5} + 20 \text{kg}$ , donde se evidencia que no escribe el término  $y - \frac{3}{7}$ , seguidamente realizó la resta del término  $\frac{x}{1} - \frac{1}{5}$ , obteniendo como resultado el término  $\frac{5x}{1}$  que la solución correcta sería  $\frac{5x-1}{5}$ . Estas expresiones no le permitieron plantear la segunda ecuación y seguir con el procedimiento.

### Imagen 68

*Solución de la situación problema por E30.*

$x = \text{primer genero}$   
 $y = \text{segundo genero}$

$$x = \frac{1}{5} + \frac{x}{5} = \frac{x}{5} = \frac{5x}{5} - \frac{x}{5} = \frac{4x}{5}$$

$$y = \frac{3}{7} + \frac{3y}{7} = y - \frac{3y}{7} = \frac{3y}{7} - \frac{3y}{7} = \frac{4y}{7}$$

$$\frac{4x}{5} + \frac{4y}{7} = 20$$

$= 420 \text{ genero 2}$   
 $325 \text{ genero 1}$

*Nota.* Fotografía de la cuarta situación problema, correspondiente a la tarea número siete.

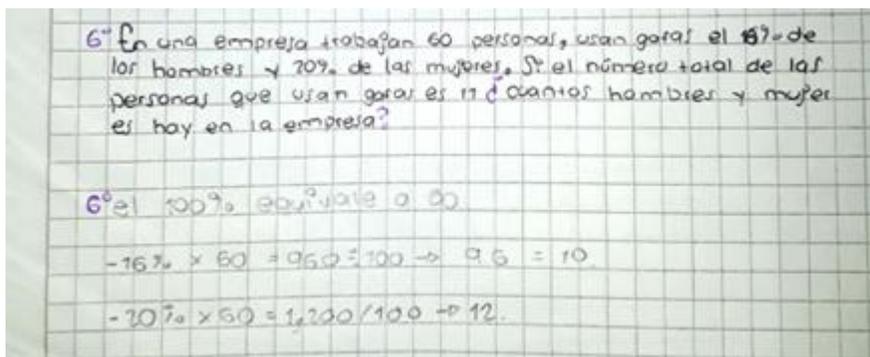
Fuente propia.

En la imagen 68, se observa que el estudiante E30 no planteó la primera ecuación. Para la segunda ecuación escribió algunos datos. Por ejemplo, en el enunciado (Si se saca  $1/5$  del contenido del primero) el estudiante escribió  $(x=1/5+x/5=x/-x5=5x/5=x)$  ( $3/7$  del segundo, quedan 20 kg más en el primero que en el segundo) se le dificulta traducir (y) que hace referencia a una suma ya que escribe “ $4/5 x 4/7 y=20$ ” tampoco coloca ningún signo en la expresión, no plantea la segunda ecuación.

**Representa el enunciado con operaciones aritméticas inadecuadas.**

### Imagen 69

*Solución de la situación problema por E22.*



*Nota.* Fotografía de la sexta situación, correspondiente a la tarea número siete. Fuente propia.

En la imagen 69, se observa que el estudiante E22 no planteó un sistema de ecuaciones lineales para la solución de la situación problema. En primer lugar, escribió un dato adecuado 100% equivale a 60, seguidamente realizó cálculos de porcentajes inconsistente tales como  $-16\% \cdot 60 = 960/100 = 9.6 = 10$  donde no se podría afirmar por qué colocó  $-16\%$ , también se evidencia que no realizó adecuadamente las operaciones en la anterior expresión, por ejemplo  $-16\% \cdot 60 = -$

$9.6=10$ , de igual manera se evidencia inconsistencias en el segundo cálculo  $-20\% .60$   
 $=1200/100=12$ .

**Situaciones emergentes en la interpretación de situaciones problema que se resuelve mediante sistemas de ecuaciones lineales (tarea 7)**

A continuación, se presentan diferentes expresiones manifestadas por los estudiantes, los cuales relataron diferentes aspectos que les impidieron desarrollar, las situaciones problemas propuestas por las practicantes.

E4: *“No entiendo, No puedo plantear la ecuación me ayudaron a realizarlos”*

E17: *“Lo siento, pero no entiendo, se me dificulta hacer los ejercicios”*

E27: *“No puedo hacer los ejercicios porque en el primer y segundo periodo tuve muchas dificultades en mi casa y no pude entrar a las clases porque estaba viviendo en una finca con mi abuela y no podía entregar ningún taller y me tocaba buscar la manera de hacer los talleres y además cumplir con las guías porque, aunque quiera hacer las cosas no puedo y no tengo los conocimientos para poder desarrollar las actividades”*

E34: *“No pude hacer ninguna de las actividades porque no se nada del tema además que en las clases virtuales y en las guías casi no aprendí”*

E1: Entrega la hoja en blanco, a la hora de indagar el ¿por qué? refiere que no entiende nada.

E15: no resuelve ninguna situación problema, refiere en su hoja de respuestas *“no entiendo”*

E28: *“no entiendo el tema y no supe como hacer el ejercicio”* no desarrolla ninguna situación problema.

E29: “no entiendo el tema y no pude resolver el problema” no desarrolla ninguna situación problema.

E32: entrega la hoja en blanco, al indagar el ¿por qué? refiere que no entiende.

E33: Infiere algunos datos de la situación problema, pero no plantea ninguna ecuación, además al final de la hoja refiere “No se del tema de ecuaciones”

### **Dificultades Encontradas en las Técnicas Aplicadas por los Estudiantes en Resolución de Tareas por Categorías de Análisis.**

En esta sección se categoriza la información y se describen las dificultades encontradas en las técnicas aplicadas en las tareas propuestas por las practicantes, con el fin de responder a la pregunta ¿Cuáles son las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales? para ello se tiene en cuenta las categorías deductivas como aquellas que cumplen con los objetivos de la investigación y las categorías inductivas como aquellas emergentes en el proceso de intervención.

#### ***Categorías deductivas***

En el desarrollo del cuestionario correspondiente a la tarea N°1, cuyo objetivo fue reconocer los conocimientos previos en cuanto a lenguaje algebraico, situaciones problema y resolución de sistemas de ecuaciones lineales se encontraron las siguientes dificultades.

Los estudiantes no reconocen la expresión  $9(x + 2)$  como algebraica (ver imagen 70), así mismo no identifican conceptualmente las operaciones básicas como: Suma, resta, multiplicación y división (ver imagen 71), de igual manera no definen conceptualmente ejercicio, problema, ecuación lineal y ecuación cuadrática ( ver imágenes 72, 73). Finalmente, no diferencian los métodos de solución de sistemas de ecuaciones lineales.

#### **Imagen 70**

*Respuesta a la pregunta dada por E4.*

¿ $9(x+2)$  es una expresión algebraica? \*

Verdadero

Falso

Añadir comentarios a una respuesta individual

*Nota.* Captura del cuestionario tomado del formulario Google. Fuente propia.

## Imagen 71

*Respuesta a la pregunta dada por E8.*

La palabra adición indica que: \*

suma, aumentar, mayor que, más, incrementar, más grande que, etc.

Suma, doble, mitad, más, tercera parte, triple, etc.

Solo suma

Todas las anteriores

Añadir comentarios a una respuesta individual

*Nota.* Captura del cuestionario tomado del formulario Google. Fuente propia.

## Imagen 72

*Respuesta a la pregunta dada por E5.*

¿Qué entiende por ejercicio y problema en matemáticas? \*

Entiendo que ejercicio es un problema de las matemáticas que es necesario resolver.

Añadir comentarios a una respuesta individual

*Nota.* Captura del cuestionario tomado del formulario Google. Fuente propia.

## Imagen 73

*Respuesta a la pregunta dada por E6.*

*Nota.* Captura del cuestionario tomado del formulario Google. Fuente propia.

## Imagen 74

*Respuesta a la pregunta dada por E7.*

*Nota.* Captura del cuestionario tomado del formulario Google. Fuente propia.

**Dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico.** Las técnicas en la solución de la tarea N°4 evidencian dificultades en reconocer a la variable como un número generalizado, puesto que, los estudiantes representan una expresión general con un número determinado, esto se puede ver en las imágenes 24 y 39. Por otro lado, se evidencia dificultades para representar enunciados en lenguaje natural al lenguaje algebraico esto se muestra en las imágenes 29,30 y 36.

**Dificultad en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales.** En la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, las técnicas evidencian que los estudiantes tienen dificultades en reconocer los elementos que componen un sistemas de ecuaciones lineales, puesto que en las operaciones omiten el coeficiente de la variable (véase la imágenes 19 y 20), también se evidencia dificultad en operar con números racionales (véase imagen 21), Así mismo, en el uso de propiedades algebraicas ( ver imágenes 14, 22, 23, 59), de igual manera no diferencian el signo negativo del número con la diferencia (ver imágenes 20, 21 , 22, 52), también se

evidencia dificultad al realizar operaciones aritméticas (ver imagen 51), y dificultad en sustitución de una variable en una ecuación lineal ( ver imagen 58)

**Dificultades en la resolución de situaciones problemas.** Al analizar las técnicas en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales, se evidencia dificultad en la representación algebraica de una situación problema y formulación de un sistema de ecuaciones lineales, esto lo podemos observar en las imágenes 54, 55, 60 y 66.

### *Categorías inductivas*

En el desarrollo de la práctica pedagógica emergen situaciones referidas al ejercicio profesional docente, que deben ser analizadas y sorteadas in situ, como las descritas a continuación.

**Impacto de la pandemia en el transcurso de la práctica pedagógica.** El desarrollo de la práctica, se vio afectado por la pandemia desde la fase I, momento en que se realizó la búsqueda de una Institución para realizar el proceso de intervención, puesto que las Instituciones educativas de la ciudad de Popayán estaban cerradas a causa de esta situación, es por eso que se recurrió a plataformas institucionales, en búsqueda de contactos para conocer y obtener información de las instituciones donde se pretendía realizar el proceso de intervención, obteniendo pocas respuestas.

En la fase II, se formuló un proyecto de intervención para ejecutarlo en modalidad virtual, pero en la práctica esta ejecución se llevó a cabo en las dos modalidades tanto virtual como presencial.

En la fase III, la experiencia de la intervención en el aula en relación a la modalidad virtual, por un lado, aportó significativamente al proceso de docentes en formación, puesto que

se conocieron muchas aplicaciones, plataformas y nuevos métodos de enseñanza aplicados a la virtualidad. Por otra parte, se necesitó de nuevos retos y esfuerzos por parte de las practicantes, puesto que enfrentarse a una nueva realidad donde solo se percibían personas por medio de una pantalla no fue fácil. Además, se presentaron dificultades de conectividad, como red de internet inestable, fallas en dispositivos electrónicos, y otros factores externos que impidieron que los estudiantes de grado décimo se conectaran a las clases virtuales, por ejemplo, el número de estudiantes de dicho grado era aproximadamente 60, sin embargo, solo asistieron 20 estudiantes a la primera sesión virtual, luego fue disminuyendo dicha participación hasta llegar solo a 10 estudiantes conectados, lo mismo sucedió con el desarrollo de las actividades propuestas por las practicantes ya que en la plataforma Classroom que fue el medio que se usó para la entrega de tareas se obtuvo poca entrega.

El regreso a la presencialidad de los estudiantes después de casi dos años de pandemia no fue la excepción, se hizo progresivamente, cumpliendo con los protocolos de bioseguridad para ingresar a la institución. En el aula se observó, que muchos de ellos no interactuaban con sus compañeros, tenían temor a hablar en las clases y usaban de manera frecuente el celular. En la parte académica se observó dificultad para avanzar en las temáticas propuestas, puesto que; en la virtualidad los estudiantes no lograron los aprendizajes de los temas estudiados, lo cual fue impedimento para desarrollar las tareas propuestas por las practicantes, esto se evidencia en comentarios como : E27: *“No puedo hacer los ejercicios porque en el primer y segundo periodo tuve muchas dificultades en mi casa y no pude entrar a las clases porque estaba viviendo en una finca con mi abuela y no podía entregar ningún taller y me tocaba buscar la manera de hacer los talleres y además cumplir con las guías porque, aunque quiera hacer las cosas no puedo y no tengo los conocimientos para poder desarrollar las actividades”*, E28: *“Los*

*temas los vi en clases virtuales, pero no recuerdo cómo hacerlas porque no he repasado” y E29: “vi el tema de manera virtual, pero al pasar el tiempo sin resolverlo lo dude”*

Un aspecto que se evidenció en el retorno a la presencialidad, es que en la pandemia aumentó la deserción escolar, las posibles razones fueron; que algunos estudiantes de la Institución Educativa Liceo Alejandro de Humboldt no eran de la ciudad de Popayán, de manera particular en el grado décimo los estudiantes, eran de pueblos cercanos a la ciudad y de ciudades lejanas como por ejemplo la ciudad de Medellín, los cuales se trasladaron a sus lugares de origen y no continuaron con su proceso de estudio.

**Experiencia docente en modalidad virtual y presencial.** La experiencia en esta modalidad, se tornó algo incomoda, puesto que las docentes se sentían solas frente a una pantalla donde solo se percibían fotos y letras de personas, preguntándose ¿qué está pasando detrás de la pantalla?, ¿nos están escuchando?, ¿nos están prestando atención? Preguntas que no tuvieron respuesta. En el aula virtual la participación fue mínima, los estudiantes no realizaron aportes, preguntas y sugerencias en el desarrollo de las mismas, en algunas ocasiones las practicantes realizaron preguntas directas a cada estudiante quienes respondían por medio del chat de la clase sin activar el micrófono.

La experiencia en modalidad presencial fue retadora, puesto que interactuar con estudiantes que retomaban sus estudios en esta modalidad fue complejo, por una parte, por la situación de salubridad debido a la pandemia, esto se percibía en el temor de los estudiantes para relacionarse, por otro lado, la participación fue mínima, algunos mostraban cierto interés por aprender, sin embargo, se notaba inseguridad para hablar y se limitaban solo a escuchar. Es por eso que en el desarrollo de las clases las practicantes, tomaron la decisión de pasar por el puesto de cada estudiante, preguntando si estaba claro el tema o si tenían preguntas, sin embargo, la

mayoría manifestó no entender los temas propuestos y por eso la poca participación, así mismo expresaron desinterés por las matemáticas.

### **Conclusiones**

Una vez terminado de realizar el trabajo de práctica pedagógica investigativa se pudo llegar a las siguientes conclusiones:

Las dificultades identificadas, en los estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt, en la interpretación del lenguaje algebraico de situaciones problema que se resuelven mediante sistemas de ecuaciones lineales fueron: Dificultades en el reconocimiento de la variable como un número generalizado, representación de enunciados en lenguaje natural al lenguaje algebraico, en solución de sistemas de ecuaciones lineales y en resolución de problemas.

Así mismo, la identificación de las dificultades en la interpretación del lenguaje algebraico evidencian que los estudiantes no desarrollan los conocimientos conceptuales, un claro ejemplo de ello se refleja en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y en el desarrollo de situaciones problema, puesto que no relacionan el conocimiento conceptual y procedimental.( basado en las competencias matemáticas MEN, 2006)

Por otro lado, la intervención en el aula de clases fue un espacio pedagógicamente enriquecedor, ya que permitió a las maestras en formación un acercamiento a la realidad de la labor docente y al contexto educativo. Además de permitir, una continua retroalimentación de saberes en el proceso de enseñanza y aprendizaje lo cual contribuyó significativamente en el proceso de formación como futuras profesionales de la educación.

Finalmente, la virtualidad fue un factor negativo en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se identificó en el trascurso de la práctica pedagógica. Pues, fueron evidentes

las dificultades reflejadas en la adaptación a este nuevo proceso. Esto porque los estudiantes no apropiaron los conocimientos en modalidad virtual, como se observó en el desarrollo de las tareas propuestas por las docentes en formación.

## Referencias

- Arias, J., Villasís, A., Keever, M., Guadalupe, M., & Novales, M. (2016). Metodología de la investigación. *Alergia México*, 63, 201–206. [www.nietoeditores.com.mx](http://www.nietoeditores.com.mx)
- Aurelio, B. (n.d.). *Álgebra de baldor*.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 19(2), 221–266.
- Díaz, M., Mejía, L., & Sanabria, E. (2013). Dificultades en la Interpretación del Lenguaje Algebraico en la Resolución de Problemas que conducen a Sistemas de Ecuaciones Lineales de los estudiantes del Curso de Álgebra y Trigonometría de la Facultad de Ingeniería en la Universidad de Antioquia. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53(9), 1689–1699.
- Fillooy, E., Puig, L., & Rojano, T. (2008). El estudio teórico local del desarrollo de competencias algebraicas. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 26(3), 327-342–342.
- Helmer, D. (2019). *Comprensión del concepto de variable como incógnita en el marco de la enseñanza para la comprensión en estudiantes del grado quinto de básica primaria*.
- Hernán, M. (2013). LA TEORIA ANTROPOLOGICA DE LA DIDACTICA DE CHEVALLARD COMO SUSTENTO TEORICO PARA ANALIZAR EL SABER DIDACTICO Y MATEMATICO EN LA FORMACION DE PROFESORES EN LA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CONCEPCION. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53(9), 1689–1699.
- La observación*. (2010). 1–4.
- Lemos, K., & Herrera, N. (2015). Análisis del proceso de conversión de problemas escritos en

lengua natural a un sistema de ecuaciones lineales. *Nhk技研*, 151(1), 10–17.

*Lenguaje algebraico*. (2010). Pérez, Victoria.

<https://matematica.laguia2000.com/general/lenguaje-algebraico>

MEN. (2006). Potenciar el Pensamiento Matemático: ¡un reto escolar! *Ministerio de Educación de Colombia*, 46–48. [https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduccion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

OCDE. (2016). *La educación en Colombia ucation in Colombia Educación en Colombia*. [http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-356787\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineduccion.gov.co/1759/articles-356787_recurso_1.pdf)

Pedreño, J. A. (2004). Ecuaciones lineales. Didáctica y perspectiva histórica. In *Números* (Issue 57, pp. 3–18).

*PEI Liceo Alejandro de Humboldt (1)*. (n.d.).

Pérez, J. (2016). *Costrucción del lenguaje algebraico en un entorno de resolución de problemas. El rol del conocimiento del profesor*.

Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. In *Trillas*.

Rodríguez, D., & Pineda, L. (2013). Situaciones Problemáticas en Matemáticas como Herramienta en el Desarrollo del Pensamiento Matemático. *Journal of Chemical Information and Modeling*, 53, 1689–1699.

[http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f\\_educacion/pregrado/matematicas/documentos/Tesis1.pdf](http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f_educacion/pregrado/matematicas/documentos/Tesis1.pdf)

Rodríguez, M., & Domínguez, J. (2016). Dificultades del lenguaje que influye en la resolución de problemas. *Enseñanza & Teaching* (2386-3919), 34(2), 11.

<http://proxy.libraries.smu.edu/login?url=http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true&db=eue&AN=120532650&site=ehost-live&scope=site>

Tamayo y Tamayo. (2004). *Tamayo Tamayo-El proceso de la investigación científica2002.pdf*  
(pp. 59–64).

Urdiain, I. E. (2006). *Matemáticas resolución de problemas.*

## Anexos

### Anexo A

<p><b>Encuesta para la caracterización a estudiantes de grado décimo de la Institución Liceo Alejandro de Humboldt.</b></p> <p>Descripción del formulario</p>	<p>Sexo</p> <p><input type="radio"/> Mujer</p> <p><input type="radio"/> Hombre</p> <p><input type="radio"/> Otro</p>
<p>Nombre completo(nombres y apellidos)</p> <p>Texto de respuesta larga</p>	<p>Lugar de residencia (ciudad / Barrio)</p> <p>Texto de respuesta corta</p>
<p>Edad</p> <p>Texto de respuesta corta</p>	<p>El lugar donde habita es:</p> <p><input type="radio"/> Casa o apartamento paterno ( vive con sus padres o acudientes)</p> <p><input type="radio"/> casa o apartamento arrendado</p> <p><input type="radio"/> habitación arrendada</p> <p><input type="radio"/> Otra...</p>
<p>Lugar de nacimiento(Ciudad/ Departamento/ Pais)</p> <p>Texto de respuesta corta</p>	
<p>Los servicios públicos o privados que dispone el lugar donde habita son:</p> <p><input type="checkbox"/> Agua</p> <p><input type="checkbox"/> Alcantarillado</p> <p><input type="checkbox"/> Energía eléctrica</p> <p><input type="checkbox"/> Gas domiciliario</p> <p><input type="checkbox"/> Internet</p> <p><input type="checkbox"/> Telefonía</p>	<p>Número de personas con quien vive actualmente:</p> <p><input type="radio"/> 0</p> <p><input type="radio"/> 1</p> <p><input type="radio"/> 2</p> <p><input type="radio"/> 3</p> <p><input type="radio"/> 4</p> <p><input type="radio"/> 5 o más</p>
<p>Indique si esta asociado a una de las siguientes poblaciones diferenciadas:</p> <p><input type="radio"/> Víctimas de conflicto</p> <p><input type="radio"/> Indígena</p> <p><input type="radio"/> Comunidades negras</p> <p><input type="radio"/> Ninguna</p> <p><input type="radio"/> Otra...</p>	<p>Vive con su núcleo familiar</p> <p><input type="radio"/> Si</p> <p><input type="radio"/> No</p> <p>¿Tiene hijos?</p> <p><input type="radio"/> Si</p> <p><input type="radio"/> No</p>

<p>Los ingresos mensuales en su casa son:</p> <p>Texto de respuesta corta</p> <hr/>	<p>¿Qué tipo de internet dispone para sus actividades académicas?</p> <p><input type="checkbox"/> Hogar</p> <p><input type="checkbox"/> Datos móviles</p> <p><input type="checkbox"/> Alquiler de modem</p> <p><input type="checkbox"/> Sala de internet</p> <p><input type="checkbox"/> No posee conexión</p>
<p>Las fuentes de ingresos de su núcleo familiar son:</p> <p><input type="checkbox"/> Formal</p> <p><input type="checkbox"/> Informal</p> <p><input type="checkbox"/> Subsidio del estado (Familias en acción, Colombia mayor, ingreso solidario, etc.)</p> <p><input type="checkbox"/> Otra...</p>	<p>Cual es la velocidad de servicio de internet que dispone para sus actividades académicas</p> <p><input type="radio"/> Menor a 5 MB</p> <p><input type="radio"/> 5MB - 10MB</p> <p><input type="radio"/> 10MB - 30MB</p> <p><input type="radio"/> Mayor a 30MB</p> <p><input type="radio"/> No sabe</p>
<p>Que herramientas tecnológicas posee para conectarse a sus actividades virtuales</p> <p><input type="checkbox"/> Celular</p> <p><input type="checkbox"/> Computador de mesa</p> <p><input type="checkbox"/> Computador portatil</p> <p><input type="checkbox"/> Tablet</p> <p><input type="checkbox"/> Otra</p>	

<p>Con cuantas personas comparte el dispositivo principal que utiliza para sus actividades académicas virtuales</p> <p><input type="radio"/> 0</p> <p><input type="radio"/> 1</p> <p><input type="radio"/> 2</p> <p><input type="radio"/> 3 o más</p>
<p>Con que frecuencia su internet presenta fallas de conexión.</p> <p><input type="radio"/> Siempre</p> <p><input type="radio"/> Casi siempre</p> <p><input type="radio"/> A veces</p> <p><input type="radio"/> Nunca</p>

**Anexo B****Tarea N°1****¿Qué tanto sabes sobre resolución de problemas en matemáticas?**

Resolver un problema consiste en hallar métodos y usar estrategias para seguir un objetivo, el cual nos lleva a plantear una salida a dicha situación problemática, es decir, es el proceso que nos permite clarificar la situación incierta haciendo uso de nuestras habilidades. Además, resolver problemas matemáticos nos permite construir, fortalecer y poner en acción todos nuestros conocimientos.

Por consiguiente, queremos saber que conoces acerca de resolución de problemas, lenguaje algebraico y solución de sistema de ecuaciones lineales, para ello te invitamos a responder las siguientes preguntas.

Marca con una X la respuesta que consideres acertada.

**1. ¿Qué es lenguaje algebraico?**

- a) Es aquel que utiliza letras, números y signos de operaciones para expresar informaciones matemáticas.
- b) Es el lenguaje que usamos en las operaciones aritméticas en las que solo usamos números.
- c) Es el lenguaje que usamos habitualmente para hablar y escribir.
- d) Es el lenguaje que está conformado por símbolos y códigos.

**2. ¿ $9(x + 2)$  es una expresión algebraica?**

- a) Verdadero
- b) Falso

**3. La palabra adición indica:**

- a) Sumar, aumentar, mayor que, más, incrementar, más grande que, etc.
- b) Sumar, entre, mitad, más, tercera parte, triple, etc.
- c) Solo suma.
- d) Todas las anteriores.

**4. La palabra sustracción indica:**

- a) Restar, entre, mitad, la segunda parte, etc.

- b) Restar, menos, menor que, diferencia, disminuir, perder, etc.
- c) Solo resta
- d) Todas las anteriores.

**5. La palabra multiplicación indica:**

- a) Producto, suma, doble, mitad, entre, tercera, etc.
- b) Producto, veces, triple, multiplicado, doble, cuádruple, etc.
- c) Solo producto
- d) Todas las anteriores

**6. La palabra división indica:**

- a) Cociente, mitad, dividido, entre, tercera, etc.
- b) División, veces, doble, entre, más, etc.
- c) Solo división
- d) Todas las anteriores.

**7. ¿Qué entiende por ejercicio y problema en matemáticas?**

**8. ¿Para usted que es una ecuación lineal y cuadrática?**

**9. Indique que métodos de resolución de sistema de ecuaciones lineales conoce.**

**10. ¿Un sistema de ecuaciones con dos incógnitas tienen dos soluciones?**

- a) Verdadero
- b) Falso

**11. ¿En qué se diferencia el método de igualación y sustitución en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales?**

**Anexo C****Tarea N°2**

Esta tarea tiene como propósito conocer tú interpretación del lenguaje algebraico en la resolución de situaciones problema mediante sistema de ecuaciones lineales. Con tus conocimientos previos en matemáticas resuelve las siguientes situaciones problema.

1. Encontrar dos números cuya suma sea 45 y cuya resta sea 21.
2. Hace seis años la edad de un padre era once veces la edad de su hijo, y dentro de diez años será el triple. ¿Cuáles son sus edades actuales?
3. Se tiene un triángulo isósceles cuya altura mide 4cm más que su base y cuyo perímetro es igual a 29 cm, calcular las dimensiones del triángulo.
4. Hallar un numero de tres cifras sabiendo que la suma de sus cifras es 21, que la suma de la primera y la tercera cifra es 7 y que la segunda cifra es el doble de la tercera.
5. Emily tiene el triple de edad que su hijo Juan, dentro de 20 años la edad de Emily será el doble que la edad de su hijo. ¿Cuántos años más que Juan tiene su madre?
6. La semana pasada compramos mangos a un precio de \$3.000/kilo y uvas a un precio de \$ 5.000/ kilo pagando por ellas un total de \$ 190.000 Sin embargo, esta semana hemos pagado \$ 260.000 por una compra con la misma cantidad de estas frutas en un precio de \$ 4.000/kilo de mango y \$ 7.000/ kilo de uvas. ¿Cuál es la cantidad de frutas que se compran?
7. Se sabe que 3 mangos y 1 naranja, pesan lo mismo que 10 duraznos. Además 6 duraznos y 1 mango pesan lo mismo que 1 naranja. ¿El número de duraznos necesarios para equilibrar la naranja es?
8. Dividir 80 en dos partes tales que el doble de la mayor equivalga al cuádruplo del menor disminuido en 20 ¿Cuáles son las dos partes?

## Anexo D

## Tarea N° 3

El propósito de esta tarea es conocer tus destrezas acerca de los métodos de solución de sistema de ecuaciones lineales. Utiliza tus conocimientos para resolverlos.

1. Resolver el siguiente sistema utilizando el método de sustitución.

$$\begin{cases} 6x + 4y = -2 \\ 5x + 2y = 0 \end{cases}$$

2. Resolver el siguiente sistema utilizando el método de reducción.

$$\begin{cases} 6x + 4y = 2 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases}$$

3. Resolver el siguiente sistema utilizando el método de igualación.

$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 7x + y = 9 \end{cases}$$

4. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales utilizando cualquier método para su solución

$$\begin{cases} x + 2y = 25 \\ 2x + 5y = 30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x + 6y = 18 \\ 3x + 5y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 25 \\ 2x + 3y = 40 \end{cases}$$

**Anexo E****Tarea N°4**

Esta tarea tiene la finalidad de conocer tus destrezas para traducir enunciados del lenguaje natural al algebraico, de datos simples con un solo término.

Traduce los siguientes enunciados al lenguaje algebraico.

1. Un número cualesquiera.
2. La diferencia de dos números diferentes.
3. suma de dos números diferentes.
4. El producto de dos números.
5. El cociente de dos números.
6. El cuadrado de un número.
7. El cubo de un número.
8. El doble de un número.
9. El triple del cuadrado de un número.
10. Un número par.
11. Un número impar.
12. Perímetro de un cuadrado.
13. El opuesto de un número.
14. El inverso de un número.
15. El número que es tres veces mayor que el número "x".
16. La edad de Juan es ocho veces la de Rafael.
17. El cociente entre un número y su cuadrado.
18. El 30% de un número.
19. Lo que cuestan "n" metros de cuerda si cada metro cuesta 8 pesos.
20. El número que representa 10 unidades menos que el número "m".

**Anexo F****TAREA N° 5**

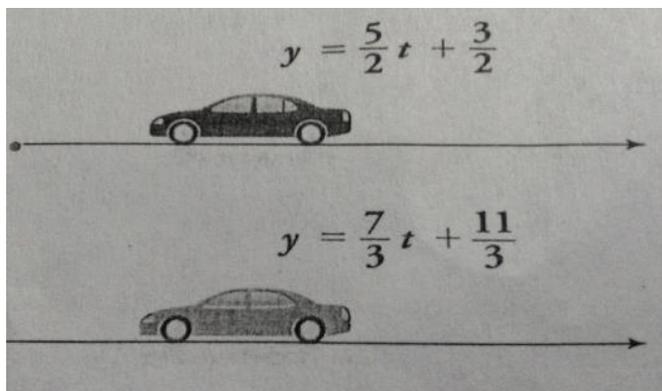
Esta tarea tiene la finalidad de conocer tus destrezas para traducir enunciados del lenguaje natural al algebraico, con más de un término.

Traduce los siguientes enunciados al lenguaje algebraico.

1. Los años de Ana Belén dentro de 12 años
2. El doble de un número menos su cuarta parte.
3. La tercera parte de un número más su siguiente.
4. La diferencia de dos números es 8.
5. La suma de 2 números es 34.
6. Cuál es el número que disminuido de 10 da por diferencia 5.
7. La raíz cúbica del cuadrado de la suma de dos números.
8. El cuadrado de un número menos el cuadrado de otro número es igual a 14.
9. Un número par menos la quinta parte de otro.
10. El producto de cuatro por la mitad de un número es igual al doble de dicho número.
11. El producto de la mitad de un número por el cuádruple de otro número.
12. La raíz cuadrada de un número más la mitad de otro número.
13. Un número par menos la raíz cúbica de otro número.
14. Antonio tiene veinte mil pesos (\$20.000) más que Julián.
15. Lo que cuesta un lapicero si 10 cuestan “x” pesos

**Anexo G****Tarea N°6****Resolver las siguientes situaciones problema.**

1. Para producir un jugo concentrado, se mezclan dos tipos de jugos uno al 30% de fruta sólida y el otro al 60% de fruta sólida ¿Cuántos litros de cada jugo se necesitan para producir 100 litros de jugo concentrado al 48% de fruta?
2. Antonio compró un cuadro en forma de rectángulo. Si el perímetro del cuadro es 60cm y la diferencia entre el triple de largo y el triple del ancho equivale a 18cm. ¿Cuáles son las dimensiones, del cuadro que compró Antonio?
3. Para cada uno de los enunciados plantea el sistema de ecuaciones lineales correspondiente.
  - Dos ángulos son suplementarios si la suma de sus medidas es  $180^\circ$ . Si uno de los ángulos mide  $60^\circ$  más que el triple del segundo ángulo. ¿Cuál es la medida de cada ángulo?
  - La empresa A tiene 120 empleados entre hombres y mujeres. Si el número de mujeres excede en 20 al total de hombres ¿Cuántas mujeres y hombres hay en la empresa?
  - ingresar a la Feria del hogar se puede adquirir boletas para adultos a \$4.500 y para niños a \$2.000. Si la familia Gonzáles adquirió 6 boletas y pago \$17.000 ¿Cuántos adultos y cuántos niños conforman la familia Gonzáles?
4. Dos automóviles parten de ciudades diferentes. Los automóviles describen su movimiento como se muestra en la figura, donde  $y$  es la distancia que llevan los automóviles,  $t$  es el tiempo que transcurre el movimiento. ¿ En qué momento los automóviles han recorrido la misma distancia?



5. En dos edificios hay 104 apartamentos. Si en el primer edificio hay 8 apartamentos más que en el segundo, ¿Cuántos apartamentos hay en cada edificio?
6. Un recipiente A contiene nueve litros de zumo de jugo y 3 litros de agua; el recipiente B contiene 12 litros de zumo de jugo y 18 litros de agua ¿Cuántos litros se deben sacar de cada recipiente para obtener una mezcla de 7 litros de agua y 7 litros de zumo de jugo?

**Anexo H****Tarea N°7****Resolver las siguientes situaciones problema.**

1. Los dos últimos fines de semana. Sofía llevo a sus nietos al cine. La primera vez pago \$23.500 por dos adultos y un niño, y la segunda vez pago \$ 25.500 por un adulto y tres niños. ¿Cuánto pago Sofía por cada entrada de adulto y de niño?

2. En Colombia existen 84 grupos indígenas que se pueden clasificar en dos subgrupos. Aquellos que hablan sus lenguas aborígenes y aquellos que no.

La cantidad de grupos que hablan lenguas aborígenes es tres veces la que no las hablan aumentado en 4 ¿Cuántos grupos hablan lenguas aborígenes y cuántos no las hablan?

3. La mitad de los pisos del edificio Colpatria más la tercera parte de los pisos del edificio Avianca es 39. Si el doble de los pisos de la torre Colpatria excede en 16 al doble de los edificios de Avianca ¿Cuántos pisos tiene la torre Colpatria y Cuántos el edificio Avianca?

4. Dos graneros contienen un total de 745 kilogramos(kg) de arroz. Si se saca  $\frac{1}{5}$  del contenido del primero y  $\frac{3}{7}$  del segundo, quedan 20 kg más en el primero que en el segundo ¿Cuántos kilogramos(kg) hay en el primer y segundo granero?

5. Si se suma 7 al numerador y al denominador de una fracción, se obtiene la fracción;

$$\frac{2}{3}$$

Si en vez de sumar 7 se resta 3 al numerador y denominador, se obtiene la fracción;

$$\frac{1}{4}$$

Encontrar dicha fracción.

6. En una empresa trabajan 60 personas, usan gafas el 16% de los hombres y 20% de las mujeres. Si el número total de las personas que usan gafas es 11 ¿Cuántos hombres y mujeres hay en la empresa?