

SISTEMATIZACIÓN DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA  
LA MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO SABER



Jesús Eduardo López Samboni

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
POPAYÁN  
2022

SISTEMATIZACIÓN DE PRÁCTICA PEDAGÓGICA  
LA MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO SABER  
Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Jesús Eduardo López Samboni

Directora

Dra. Martha Lucia Bobadilla Alfaro

UNIVERSIDAD DEL CAUCA  
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS  
POPAYÁN

2022

**Nota de aceptación**

---

---

---

---

Directora: \_\_\_\_\_

PhD. Martha Lucia Bobadilla Alfaro

Jurado: \_\_\_\_\_

PhD. Francisco Eduardo Enríquez Belalcazar

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 25 Julio de 2022

## Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN.....	4
DESCRIPCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO .....	7
Expectativas del grupo de trabajo de la Institución en el área de matemáticas .....	7
Enfoque de la práctica pedagógica .....	8
JUSTIFICACIÓN .....	8
OBJETIVOS .....	9
Objetivo general.....	9
Objetivos específicos .....	9
ANTECEDENTES .....	10
MARCO TEÓRICO.....	17
Estándares básicos para las competencias matemáticas presentados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN). .....	17
Pruebas Saber Once .....	18
Competencias que se evalúan en las pruebas Saber Once .....	19
LA MODELACIÓN .....	22
TÉCNICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS .....	29
METODOLOGÍA.....	31
RECONSTRUCCIÓN HISTORICA Y ANALISIS CRÍTICO .....	34
1. PARTE VIRTUAL .....	35
2. PARTE PRESENCIAL .....	44
PARTE FINAL.....	49
Análisis de guías.....	67
OBSERVACIONES GENERALES.....	68
CONCLUSIONES.....	70
BIBLIOGRAFÍA.....	73

ANEXOS..... 74

**GUÍA NO. 6** ..... 75

## INTRODUCCIÓN

En este documento se presenta la Sistematización de la Práctica Pedagógica Investigativa, relacionada con la práctica docente realizada en la Institución Educativa Antonio García Paredes (Popayán, Cauca).

En dicha práctica se implementó el método de modelación matemática para la enseñanza de conceptos matemáticos, desde una perspectiva realista y educativa; con el fin de ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de interpretación, formulación y argumentación de problemas. Esto teniendo en cuenta que la modelación matemática en la solución de problemas relacionados con las funciones algebraicas mejora la interpretación del problema a solucionar, estableciendo una mejor percepción de los conceptos matemáticos.

Al utilizar la modelación matemática para la solución de problemas tipo Pruebas Saber Once, se pudo observar los procesos matemáticos utilizados por los estudiantes, permitiendo conocer sus dificultades respecto al conocimiento matemático, por medio de los diversos registros de representación: simbólica, de lenguaje natural, tabulación y gráfica. La modelación matemática nos permite establecer modelos que nos ayuden a afianzar el conocimiento acerca de los procedimientos y definiciones matemáticas, ayudando al desarrollo cognitivo y procedimental del estudiante, formando una persona matemáticamente competente, si este cumple con los estándares básicos de competencias.

Por otra parte, se encuentra una similitud entre el proceso de modelación matemática y el proceso de resolución de problemas; ambos son utilizados para la solución de problemas con contextos cotidianos y en la construcción de modelos a partir de las

condiciones del problema, pero a su vez el proceso de resolución de problemas es más utilizado en situaciones con contextos matemáticos o donde se deba usar un procedimiento matemático más corto.

La implementación de la práctica con estudiantes de “grado once” fue determinada en tres etapas:

- Una primera etapa completamente virtual, se trabajó en la solución de problemas de las pruebas saber, utilizando los procesos de modelación matemática y el de resolución de problemas; con el objetivo de que los estudiantes desarrollaran habilidades de interpretación, formulación y argumentación, para resolver problemas. En esta etapa se identificó que los estudiantes tienen más facilidad en resolver problemas que contienen un contexto cotidiano, donde identifican el problema con su mundo real, permitiendo una mejor comprensión y análisis de este.
- La segunda etapa se trabajó de forma semipresencial, en esta etapa se implementó una guía donde se buscaba que los estudiantes conocieran el comportamiento de los diferentes tipos de funciones algebraicas, a sugerencia de la docente titular del curso; en estas sesiones se trató de implementar una metodología constructivista, donde los estudiantes con la orientación del docente construyeran su propio conocimiento; sin embargo, se presentaron algunas dificultades que obligó en ocasiones a utilizar la metodología tradicional.
- Por último, en la tercera etapa se optó por trabajar en la solución de problemas con la estructura de las Pruebas Saber Once, usando el método de modelación, para ello se explica la estructura de los procesos usados en la implementación

del modelo; además, los problemas que se trabajaron son de un contexto cotidiano, con el objetivo que los estudiantes mostraran un mayor interés.

Este trabajo de sistematización está estructurado en dos partes principales: la primera da cuenta de la planeación de la práctica docente; la segunda parte, tal vez la más importante, hace referencia a la reconstrucción histórica y análisis crítico de la práctica.

## **DESCRIPCIÓN DEL CENTRO EDUCATIVO**

La práctica docente se realizó en la sede principal de la Institución Educativa Antonio García Paredes, la cual cuenta con cinco sedes rurales y urbanas. Su sede principal está ubicada en la calle 17 # 12 – 40 en el barrio La Ladera de la comuna 6 de la ciudad de Popayán Cauca, ofrece formación académica desde transición hasta grado once y cuenta con más de 1500 estudiantes, con 6 directivos y veinticuatro docentes de diferentes áreas. Las otras 4 sedes son:

- Sede Manuel José Mosquera ubicada en la calle 10 # 12 A 10 en el barrio Las Américas.
- Sede El Túnel se encuentra en la vereda El Túnel.
- Sede San Gabriel Arcángel cuya ubicación es en la vereda Puelenje.
- Sede Los Dos Brazos ubicada en la vereda Dos Brazos.

La Institución es de carácter académico, pertenece al sector oficial, se rige bajo el calendario A y cuenta con las jornadas mañana y tarde. Hasta 1994, la Institución sólo admitía al género masculino; y a partir de la ley general de educación del mismo año, se convirtió gradualmente en una Institución mixta hasta la actualidad. Cabe resaltar que los estudiantes provienen de estratos socioeconómicos bajos como el 1 y el 2; además, presentan situaciones de vulnerabilidad como: pobreza, madres cabezas de hogar, bajo nivel de escolaridad de los padres, entre otros factores sociales que pueden influir en su rendimiento académico.

### **Expectativas del grupo de trabajo de la Institución en el área de matemáticas**

Teniendo en cuenta los bajos resultados obtenidos por los estudiantes tanto en las pruebas internas: exámenes y talleres evaluados en la Institución; como las pruebas

externas: Pruebas Saber y Pruebas PISA; los profesores de la Institución manifiestan interés por un nuevo planteamiento y diseño de estrategias de enseñanza, con el fin de mejorar las metodologías pedagógicas utilizadas en el aula.

### **Enfoque de la práctica pedagógica**

La práctica pedagógica se enfocó en proponer e implementar estrategias de modelación matemática para la solución de problemas de tipo genérico<sup>1</sup> con la estructura de las Pruebas Saber Once, con el fin de que los estudiantes desarrollen habilidades para la interpretación, formulación y solución de problemas matemáticos; para desarrollar y alcanzar las competencias establecidas por el Ministerio de Educación Nacional.

## **JUSTIFICACIÓN**

En el plan curricular de matemáticas elaborado por los docentes de la Institución resalta el bajo desempeño de los estudiantes en las Pruebas Saber y sus dificultades en el desarrollo del pensamiento matemático, la capacidad de comprensión, interpretación y resolución de problemas. Además, se manifiesta la falta de interés de los estudiantes por el área y esto ha afectado el desarrollo de competencias básicas en diferentes campos de acción.

De acuerdo con (Usiskin, 1985) para crear contextos adecuados para la enseñanza de las matemáticas, es necesario recurrir a la solución de problemas matemáticos que

---

<sup>1</sup> De acuerdo con ICFES, (2019). Los problemas genéricos corresponden a los elementos fundamentales de las matemáticas necesarios para que todo ciudadano pueda interactuar de manera crítica en la sociedad.

tengan un contexto significativo para los estudiantes. En este sentido, es oportuno implementar estrategias que ayuden a la solución de problemas utilizando la modelización matemática como recurso didáctico y con ayuda del método de solución de problemas de George Pólya, se parte de un problema cotidiano y se lleva a una representación matemática; esto para que el estudiante se sienta identificado y muestre interés en el problema que se le está planteando.

Podemos ver que en ocasiones las preguntas de Saber Once son problemas de razonamiento relacionadas con situaciones de la vida cotidiana; donde para poder solucionarlas, se deben utilizar procesos o estrategias matemáticas que ayuden a argumentar la solución correcta del problema. Es de interés que los estudiantes, con ayuda de los procesos educativos, de las guías y actividades que se realizaron en la práctica pedagógica, desarrollen habilidades las cuales les ayuden a la planeación e implementación de modelos en la solución de problemas.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo general**

Ayudar a los estudiantes de grado once con su desarrollo en habilidades de interpretación, formulación y solución de problemas; mediante el proceso de modelación.

### **Objetivos específicos**

- Establecer estrategias donde los estudiantes planteen argumentos críticos, evaluativos o comparativos con respecto a las respuestas que se pueden obtener en la solución de problemas.
- Usar la modelación matemática como recurso didáctico en la solución de

problemas.

- Analizar e interpretar los modelos matemáticos que los estudiantes diseñan para la solución de problemas de las pruebas Saber Once.
- Desarrollar en los estudiantes el manejo apropiado de algunos conceptos matemáticos necesarios para la solución de problemas genéricos de las pruebas Saber Once.

## **ANTECEDENTES**

(Salett & Hein, 2004) exponen sobre cómo la modelación matemática ha sido defendida como método de enseñanza de las matemáticas en varios países. Dado que este método permite al estudiante aprender las matemáticas de manera aplicada sobre otras áreas del conocimiento; además de mejorar las capacidades para leer, interpretar, formular y solucionar problemas. Los resultados que se esperan obtener con la aplicación de la modelación, donde el maestro se convierte en un orientador, son:

- Una mayor aprehensión de los conceptos matemáticos.
- Capacidad para leer, interpretar, formular y resolver problemas matemáticos.
- Creatividad en su formulación y resolución de problemas.

La modelación matemática en la enseñanza se puede analizar desde dos perspectivas: como el desarrollo del contenido programático<sup>2</sup> por medio de modelos matemáticos aplicados en las diferentes áreas del conocimiento o para que los alumnos hagan un trabajo de modelación. Desde estas dos perspectivas se han encontrado frecuentemente ventajas y desventajas.

En primera instancia se presentan las ventajas relacionadas con el modelo guía. Se

---

<sup>2</sup> Seguimiento explícitamente del planteamiento que determinan y caracterizan un contenido curricular.

explica cómo el alumno desarrolla una mejor comprensión de los contenidos e incrementa su interés por las matemáticas; esto se obtiene por la aproximación con el área afín (la línea de estudio a la que se refiere el modelo) y por su aplicación. Para el profesor se presenta como ventaja el control completo del desarrollo de la clase, donde puede determinar el tiempo para enseñar el contenido matemático, representar ejemplos análogos y retomar un modelo guía, aplicándolo y evaluándolo.

Por otra parte, las ventajas presentadas del trabajo de modelación con respecto al alumno se basan en que desarrolle un conocimiento propio y con sentido crítico, principalmente en una implementación y validación de un modelo. Al profesor le ayuda a encontrar las dificultades del alumno por la realización periódica de trabajos, que verifica si utiliza o no una técnica de resolución y que puede ser distinta al procedimiento habitual, modificando así sus criterios de evaluación, donde su objetivo de evaluación sea saber qué y cuánto sabe el alumno y qué es lo que necesita saber.

De manera general, las dificultades que se presentan en la aplicación de este método de enseñanza están principalmente en la formación de los profesores y la falta de experiencia del alumno con trabajos de este tipo, dado que están acostumbrados a metodologías tradicionales.

Otras dificultades que se presentan son: inadecuada interpretación del contexto, la falta de referencias bibliográficas que ayuden a la formación del docente y desarrollen la confianza suficiente para la orientación del método; también se presentan dificultades en la planificación, la disponibilidad para aprender y orientar, el apoyo de la comunidad para la aplicación del método y por último la evaluación correcta que debe manejar el docente.

(Villa & Ruiz, 2009) expresan un gran interés en que las matemáticas escolares den la posibilidad al alumno de utilizar sus conocimientos en la vida cotidiana, en contextos donde los estudiantes puedan formular hipótesis y tomar decisiones frente la solución de problemas.

Teniendo en cuenta que el MEN establece que:

*“Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los alumnos, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de punto de vista”. (1998, pág. 35)*

La modelación y la resolución de problemas son procesos fundamentales para alcanzar el propósito principal, que es el desarrollo del pensamiento matemático.

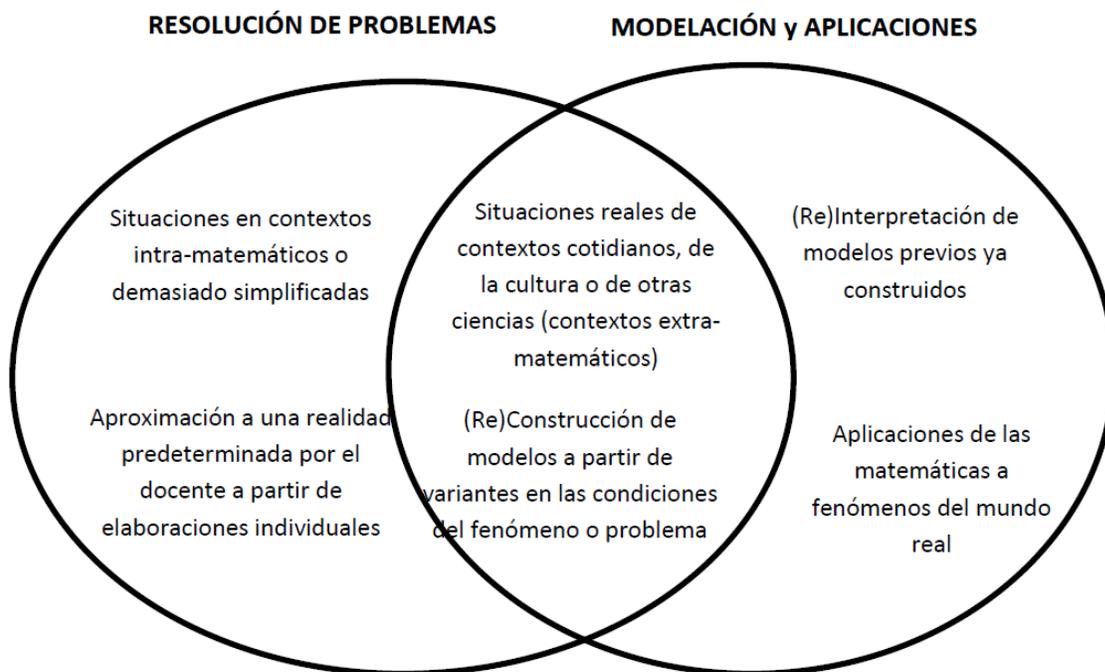
En este trabajo se resaltan cinco nociones que el (MEN, 1998) considera al interior del currículo escolar de matemáticas.

- Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas.
- Desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas.
- Verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original.
- Generalización de soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas.
- Adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas.

Las nociones anteriores son consideradas con el fin de cumplir con el desarrollo del pensamiento matemático de los alumnos. Con ayuda del proceso de modelación se

espera que los alumnos desarrollen habilidades para comunicarse matemáticamente, expresar ideas, interpretar, evaluar, representar y usar regularmente diferentes tipos de lenguaje y modelar situaciones cotidianas.

Para el proceso de modelación se hace énfasis en las similitudes y diferencias que este tiene con el proceso de resolución de problemas. Para (MEN, 2006) las situaciones problemas proporcionan el contexto inmediato en donde el quehacer matemático cobra sentido. Para identificar las semejanzas y diferencias en los procesos de modelación y solución de problemas (Villa & Ruiz, 2009) presentan el siguiente esquema.



*Ilustración 1. diferencia y semejanzas de modelación y resolución de problemas (Villa & Ruiz, 2009)*

(Villa & Ruiz, 2009) afirman que las situaciones que presenta el (MEN, 1998) para ilustrar la modelación, están más cercanas a la idea de resolución de problemas, donde

ellos consideran como una contradicción entre lo expuesto teóricamente con lo que es llevado a la práctica. Dado que en (MEN, 1998) se afirma que los procesos de modelación y resolución de problemas son procesos similares que tienen un fin común pero que no se relacionan el uno con el otro. Se evidencia que en el momento de la aplicación de ambos procesos se efectúan procedimientos muy similares, llegando a considerarse como un solo proceso.

En el momento de discutir sobre la introducción de la modelación a la enseñanza de las matemáticas surgen demasiados interrogantes, (Trigueros, 2009) presenta las siguientes:

- ¿Qué se entiende por modelación en el ámbito de la investigación en educación matemática?
- ¿Cómo introducir la modelación a la clase de matemáticas?
- ¿Se trata de una nueva forma de abordar la solución de problemas o de construir un espacio de aprendizaje de las matemáticas?
- ¿Qué problemas se plantean al introducir la modelación a la clase de matemáticas?
- ¿De qué manera introducir la modelación para que permita la evolución de los esquemas conceptuales matemáticos de los alumnos?

Buscando responder las preguntas (Trigueros, 2009) establece que la modelación matemática pasó del dominio de las matemáticas aplicadas con un área de interés, al dominio de la educación matemática. Donde existen perspectivas diferentes acerca del proceso de modelación matemática: la perspectiva realista, perspectiva como modelización educativa y perspectiva de modelación cognitiva.

La perspectiva realista se trata de la resolución de problemas reales que tengan un

factor de interés para los alumnos; la perspectiva como modelización educativa teniendo como objetivo lo pedagógico, se consideran dos tipos: una didáctica, centrada en los métodos de enseñanza, y una de carácter conceptual, centrada en los conceptos y conocimientos matemáticos. Por último, la perspectiva de modelación cognitiva donde se presenta el análisis de los procesos mentales que tengan lugar durante la modelación, es decir; fomentar los procesos del pensamiento matemático mediante el uso de modelos.

Por otro lado (Posada & Villa, 2006) muestran que las funciones algébricas y trigonométricas; en especial las polinómicas, son utilizadas en la educación básica y media, sobre todo en grados superiores, siendo de ayuda para la modelación de ciertas situaciones problema que cumplen con características particulares. El uso de estas funciones para la modelación de problemas deja registros importantes que son utilizados para el análisis del concepto matemático. Aquellos registros que son de más relevancia son el registro de representación de lenguaje natural y el sistema de representación cartesiano ortogonal, en el proceso de modelación (experimentación y abstracción), y los registros que sirven de apoyo para el análisis del procedimiento de problemas son el registro de tabulación y el registro de representación simbólica.

A continuación, se presentan algunos ejemplos de los registros expuestos por (Posada & Villa, 2006)

Registro gráfico cartesiano	Registro tabular	Registro simbólico analítico												
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>X</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y = f(x)</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x_0</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_0 = f(x_0)</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x_1</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_1 = f(x_1)</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x_2</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_2 = f(x_2)</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x_3</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_3 = f(x_3)</math></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x_4</math></td> <td style="padding: 5px;"><math>Y_4 = f(x_4)</math></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;"><math>\Delta x = x_2 - x_1</math>      <math>\Delta f(x) = f(x_2) - f(x_1)</math></p>	$X$	$Y = f(x)$	$x_0$	$Y_0 = f(x_0)$	$x_1$	$Y_1 = f(x_1)$	$x_2$	$Y_2 = f(x_2)$	$x_3$	$Y_3 = f(x_3)$	$x_4$	$Y_4 = f(x_4)$	$\Delta x = x_2 - x_1$ $\Delta f(x) = f(x_2) - f(x_1)$
$X$	$Y = f(x)$													
$x_0$	$Y_0 = f(x_0)$													
$x_1$	$Y_1 = f(x_1)$													
$x_2$	$Y_2 = f(x_2)$													
$x_3$	$Y_3 = f(x_3)$													
$x_4$	$Y_4 = f(x_4)$													

Ilustración 2, Registros utilizados en la solución de ejercicios a través de funciones (Posada & Villa, 2006)

El registro gráfico cartesiano permite analizar el comportamiento de las funciones que se estén trabajando, por medio de la representación de duplas de puntos siendo una representación bidimensional; el registro de tabulación (tabular) es un arreglo que permite determinar las unidades significantes para el registro de representación, encontrando las magnitudes de distancia que tiene el arreglo de puntos, permitiendo analizar la diferencia de los valores representativos; el registro simbólico analítico o simbólico algebraico, permite analizar los datos de una forma más general. El registro analítico simbólico permite representar cualquier elemento determinado del conjunto numérico, ya que los otros registros tienen cierta limitación en cuanto a lograr una representación total de los datos. Por último, el registro de lenguaje natural es el de mayor complejidad en el análisis, dado que este registro tiene una variedad de posibles interpretaciones.

## MARCO TEÓRICO

### **Estándares básicos para las competencias matemáticas presentados por el Ministerio de Educación Nacional (MEN).**

Según el documento sobre estándares básicos en competencias matemáticas, encontramos que los estudiantes deben desarrollar dos tipos de conocimiento matemático: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental.

El Conocimiento Conceptual se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, por las apropiaciones y las relaciones con otros conocimientos, se asocia con el “saber qué” y el “saber por qué”. El Conocimiento Procedimental va más por la parte de la acción, en la forma de hacer las cosas y está relacionado con las técnicas y estrategias para representar conceptos, este conocimiento procedimental está relacionado con el “saber cómo”. Existe una limitación de estos conocimientos para dar una interpretación correcta con ser matemáticamente competente.

En (MEN, 1998) se enfatiza que para ser matemáticamente competente los estudiantes deben cumplir procesos como:

- Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas.
- Utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas.
- Usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios de validar y rechazar conjeturas.

- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz.

Si se cumplen con los anteriores procesos, se puede considerar que han desarrollado las habilidades requeridas para ser una persona matemáticamente competente, aquellas habilidades contienen una vinculación con los cinco pensamientos matemáticos:

1. El pensamiento y los sistemas numéricos.
2. El pensamiento espacial y sistemas geométricos.
3. El pensamiento y sistemas métricos o de medida.
4. El pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.
5. El pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos.

El objetivo es que los estudiantes alcancen a desarrollar las habilidades en el manejo de procesos, que los ayuden a superar las competencias que contienen los tipos de pensamiento matemático en los distintos grados de formación.

### **Pruebas Saber Once**

En Colombia se realizan las Pruebas Saber Once con el objetivo de verificar la formación académica de los estudiantes, para acceder a la educación superior universitaria y evaluar el nivel de las instituciones educativas del país. Estas pruebas evalúan aspectos como: lectura crítica, matemáticas, sociales y ciudadanas, ciencias naturales e inglés. Además, quienes presentan las pruebas deben responder un cuestionario socioeconómico, con el fin de mirar su proceso educativo, características sociales y económicas.

Según el (ICFES, 2018), el componente de matemáticas evalúa las capacidades de los estudiantes para la solución de problemas con la ayuda de matemáticas, dichos problemas se relacionan con situaciones familiares, personales, laborales, comunitarias y contextos matemáticos o de otras ciencias.

### **Competencias que se evalúan en las pruebas Saber Once**

Son tres competencias que se evalúan en las pruebas Saber once, donde los estudiantes muestran sus destrezas o habilidades para la solución de problemas que contienen contenidos relacionados con un contexto social o problemas netamente matemáticos. Al desarrollar estas competencias se evalúan los cinco tipos de pensamiento.

- **Interpretación y representación**

Esta competencia consiste en interpretar correctamente los datos de problemas que se presentan en enunciados, tablas, gráficos, esquemas, diagramas, entre otros, con el fin hacer el análisis adecuado de aquellos datos y cuenten con la capacidad de manejar adecuadamente las representaciones que le permitan extraer información importante, planteando relaciones matemáticas e identificar las tendencias y patrones de los datos.

- **Formulación y ejecución**

Esta competencia se enfoca en las capacidades para formular y ejecutar estrategias en la solución de problemas procedentes de diferentes contextos, ya sean matemáticos o problemas que pueden surgir de situaciones cotidianas y que estos puedan ser solucionados por procesos matemáticos. Así mismo, la capacidad de verificar la

veracidad de soluciones propuestas a determinados problemas y a estrategias de solución vistas desde diferentes enfoques.

- **Argumentación**

En esta competencia se evalúa la capacidad para aprobar la validez de respuestas, mecanismos de solución, interpretaciones y representaciones de distintas situaciones; donde puedan indicar el por qué o el cómo se llegó a considerar tales resultados, esto con ayuda de ejemplos, contraejemplos o indicando los errores que se presentan. Justificando su decisión en el momento de considerar como verdaderos o falsos diferentes enunciados, interpretaciones y mecanismos de solución fundamentados en propiedades, resultados o procedimientos matemáticos.

Dado que cada pensamiento matemático desarrolla habilidades específicas en los estudiantes, las pruebas Saber Once en su estructura organizan en tres ejes los cinco pensamientos matemáticos.

- El numérico-variacional.
- El geométrico-métrico
- El aleatorio.

En la siguiente tabla se presentan los contenidos matemáticos que deben manejar los estudiantes para cumplir con las competencias planteadas anteriormente y estos contenidos se clasifican en genéricos y no genéricos; donde los genéricos son los contenidos matemáticos relacionados con problemas de carácter familiar, laboral o social y los contenidos no genéricos son aquellos que permiten evaluar los contenidos netamente matemáticos o de otras ciencias.

Contenidos	Genéricos	No Genéricos
Estadística	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación de datos</li> <li>• Propiedades de conjuntos. Promedio y rango estadístico.</li> <li>• Conteos donde utilicen la suma y la multiplicación.</li> <li>• Noción de población, muestra e inferencia muestral.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estimación del error.</li> <li>• Varianza, percentiles, mediana y correlación.</li> <li>• Combinaciones y permutaciones.</li> </ul>
Geometría	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distinguir las figuras geométricas y sus medidas.</li> <li>• Relaciones paralelismo y ortogonalidad entre rectas.</li> <li>• Desigualdad triangular. Sistemas de coordenadas cartesianas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Sólidos y figuras geométricas.</li> <li>• Relaciones de congruencia y semejanza.</li> <li>• Teoremas clásicos como el de Pitágoras y de Tales. Coordenadas polares y tridimensionales.</li> <li>• Transformaciones en el plano (traslaciones, rotaciones, homotecias, reflexiones).</li> </ul>
Álgebra y	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Los números racionales expresados como fracciones, razones, decimales o porcentajes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresiones algebraicas, propiedades, relaciones y operaciones entre ellas. Representación gráfica y algebraica</li> </ul>

cálculo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Propiedades básicas de las operaciones aritméticas de suma, resta, multiplicación, división y potenciación. Relaciones lineales y afines y razones de cambio.</li> </ul>	de funciones racionales, trigonométricas, polinomiales, exponenciales y logarítmicas, además de propiedades básicas, periodicidad, dominios y rangos, condiciones de crecimiento e intersecciones con otras funciones. <ul style="list-style-type: none"> <li>• Sucesiones y sus límites.</li> </ul>
---------	---	--

Tabla 1 clasificación de contenidos (ICFES, 2018).

En este trabajo se tomarán específicamente los problemas de contenido genérico, esto con el fin de utilizar la modelación matemática como herramienta para la solución de estos problemas.

## LA MODELACIÓN

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) establece que:

*“La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, permitiendo a los alumnos observar, reflexionar, discutir, producir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos de manera significativa”.* (MEN, 1998, pág.

80)

La construcción de conceptos matemáticos se puede efectuar a partir de las situaciones que presenta el maestro, donde los estudiantes reflexiones sobre las definiciones matemáticas, observen su aplicabilidad y comportamiento que estas tiene con respecto a situaciones problema, permitiendo al estudiante la construcción de un conocimiento propio pero que contengan su validez significativa.

La modelación lo permite dado que es un proceso que coloca al estudiante en una situación de familiar, esto ayuda a que evidencie por sí mismo una aplicación de los conocimientos matemáticos. Esto nos lleva a que todas las aulas escolares deben considerar incluir procesos de matematización donde se desarrolle una aproximación y aplicación de los modelos matemáticos.

En (MEN, 1998) considera la modelación en tres sentidos:

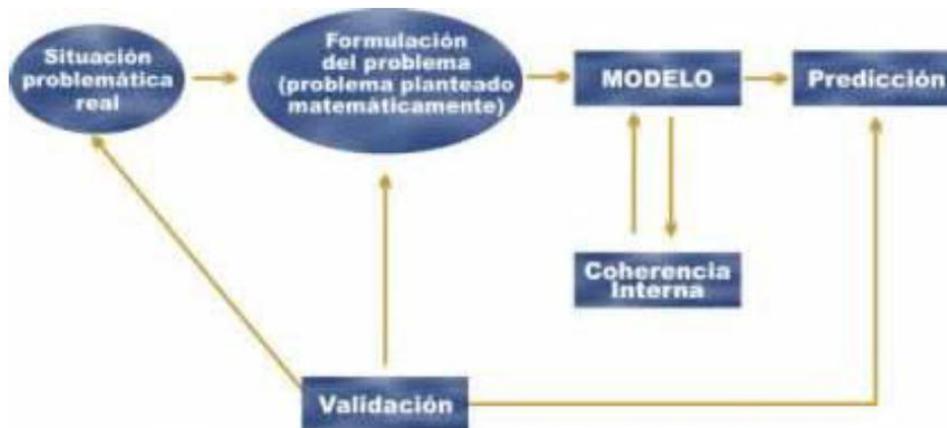
- La modelación como una necesidad generada por los desarrollos de la tecnología que rodean la sociedad.
- La modelación como el proceso de estrecha relación con la solución de problemas.
- La modelación como el proceso para la “solución de problemas reales” que compromete el desarrollo de simplificación, idealización y estructuración de dichas situaciones reales, que luego de ser matematizadas arrojan como resultado la construcción de un modelo matemático.

La modelación es un recurso didáctico que permite a los alumnos hacer procedimientos sobre problemas de la vida real, manipulándolos de forma matemática, ya que se puede pasar del lenguaje natural en que se encuentre el enunciado del problema a un lenguaje matemático sin cambiar o afectar el problema y su solución.

La modelación se convierte en un ciclo de procesos o fases. El ciclo inicia con la identificación de la situación problema, observando la problematización y realizando una matematización, es decir, pasar del lenguaje natural al lenguaje matemático, luego se construye un modelo para la solución de ese problema y se realizan los cálculos

matemáticos. Después de obtener el modelo se hace el análisis comparativo con otros y es ahí cuando se trata de encontrar su validez para dar solución al problema; si no se encuentra una solución válida para el problema con el modelo establecido, nuevamente se hace el proceso de modelación haciendo las respectivas modificaciones, hasta llegar al modelo correcto que solucione el problema inicial.

En el siguiente esquema el MEN representa el ciclo que se requiere para la construcción de modelos.



*Ilustración 3 Elementos básicos de la construcción de modelos presentada en MEN (1998, p.97)*

En (MEN, 2006) se define un modelo como un sistema figurativo mental, gráfico, unidimensional, bidimensional o tridimensional que está representando la realidad en forma estructurada para hacerla más comprensible. Es así como, modelos son aquellas construcciones que hace el alumno para la solución de problemas relacionados con el mundo real, desarrollando habilidades que ayuden a la comprensión adecuada de conceptos matemáticos.

En este sentido los conocimientos matemáticos se pueden obtener a través de las prácticas cotidianas y la resolución de problemas a través del proceso de modelación, por ello la Educación Matemática muestra el interés por la modelación y por sus diferentes aplicaciones matemáticas, es así como el (MEN, 1998) busca incluir el proceso de modelación al currículo escolar, con el objetivo que los estudiantes desarrollen habilidades para las competencias matemáticas mediante este proceso.

De acuerdo con (Villa, Castrillon, & Sánchez, 2017) los diferentes aportes que puede generar la modelación matemática en el currículo dependen del tipo de tarea que se diseñe para el aprendizaje de los estudiantes, asumiendo la modelación como una actividad escolar que cumple con dos características principales: la actividad debe ser un problema para los estudiantes y dicha actividad debe tener relación con un contexto cotidiano para los estudiantes.

(Villa, Castrillon, & Sánchez, 2017) presentan una clasificación de los tipos de tareas siendo acogida por la Red Colombiana de Modelación; lo que ofrece criterios adicionales para que los profesores e investigadores tomen decisiones acerca de la enseñanza e investigación matemática. Esa clasificación está dada por cuatro categorías:

**1. Enunciados verbales:** Se expresan a través de textos en que se describe la situación problema, realizando una pregunta de carácter cuantitativo que se puede resolver a partir de conceptos matemáticos, estos se clasifican en dos.

**a) Enunciados verbales realistas:** Se utilizan contextos cercanos a la experiencia cotidiana de los estudiantes, siendo ajustable para mostrar las aplicaciones de las matemáticas, para el desarrollo de temáticas del

currículo en un determinado tiempo. Al ser formulada por el docente, el estudiante debe limitarse a resolver el problema, pero si se quiere obtener una mayor participación debe ocurrir una discusión sobre las aplicaciones de la tarea. Este tipo de tareas desarrolla en los estudiantes la habilidad para relacionar el lenguaje natural y el lenguaje simbólico matemático.

**b) Problemas sostenidos como enunciados verbales:** Sobresalen los contenidos con vínculos más fuertes entre las matemáticas y conocimientos extraescolares, refiriéndose a problemas auténticos<sup>3</sup> que los estudiantes generen, representando una motivación y autenticidad personal por parte del estudiante. En este tipo de tareas se pueden adaptar para el desarrollo de contenido del currículo donde se tengan ciertas limitaciones de tiempo y espacio para realizar tareas matemáticas. Dado a que son enunciados cortos no ayuda a tener una autenticidad propia del estudiante, limitando alcanzar otros aspectos importantes que se formulan a partir del problema.

**2. Construcción de representaciones:** La modelación a través de una representación gráfica, donde se reconocen dos tipos:

**a) Representaciones gráficas:** Se utilizan este tipo de tareas para aprender contenido matemático, usando herramientas útiles de manera significativa para la representación de datos o valores, se espera promover los argumentos gráficos que surgen a partir de los usos de las figuras geométricas y construir un significado de los polinomios a través de la

---

<sup>3</sup> Enunciados verbales que contienen alguna de las características de autenticidad, autenticidad de proceso e impacto, autenticidad de personal y de valor.

variación. El uso de estas tareas ayuda con el desarrollo en los estudiantes de la habilidad para construir representaciones a partir de cantidades variables y de interpretar resultados. La facultad presente en este tipo de tarea es la falta de un contexto extra matemático, pero que en ciertas ocasiones tiene arreglo.

**b) Modelación y similitudes de formas:** Este tipo de tarea se enfoca en la reproducción de comportamientos de fenómenos a partir del uso de dispositivos electrónicos. Este tipo de tarea contiene dos formas: construcción de modelos geométricos a partir de representaciones de objetos y análisis geométrico de modelos ya construidos. Estos tipos de tareas permiten desarrollar habilidades de razonamiento matemático, resolver problemas de las matemáticas como analizar y construir.

**3. Modelación a través de proyectos:** Es una tarea abierta que posibilita desarrollar procesos amplios de indagación y resolución de problemas, este tipo de tarea contiene varios propósitos: enseñar contenido, promover el desarrollo de capacidades de los estudiantes, establecer relación entre las matemáticas y otras disciplinas, reflexiones y visiones críticas sobre el rol de la matemática en la sociedad. El proyecto puede ser planteado por el docente o estudiante. El contenido matemático puede ir surgiendo a medida que se va resolviendo el proyecto, este tipo de tarea permite en los estudiantes interpretar información y datos, describir relaciones matemáticas, enfrentar problemas con soluciones múltiples, reconocer la aplicación de conceptos y procesos matemáticos, analiza e interpreta problemas a través de las matemáticas, aprende a argumentar y razonar sobre problemas. La dificultad de este tipo de tarea se presenta en el

manejo de tiempo y de encontrar un proyecto que se aplique un contenido matemático requerido por el currículo.

- 4. Uso y análisis de modelos:** Este tipo de tarea permite estudiar las matemáticas a partir de modelos ya construidos, fomenta en los estudiantes cuestionarse sus diferentes prácticas cotidianas, sociales y profesionales desde una perspectiva matemática. Ayuda a la construcción de nuevos significados sobre contenidos matemáticos relacionados en el modelo analizado: estudio de fenómenos, estudio de hipótesis y análisis de las limitaciones que puede tener un modelo.

Por otro lado (Trigueros, 2009) si observamos las perspectivas de investigación tenemos que:

- **Perspectiva realista:** La cual se enfoca en la resolución de problemas reales donde los estudiantes muestren un gran interés; desarrollen sus propias herramientas para interpretar el mundo en el que se encuentran y entendiendo cuales son los componentes matemáticos de la modelación.
- **Perspectiva educativa:** Teniendo como objetivo lo pedagógico, se considera un tipo de didáctica en que los modelos son utilizados para estructurar y promover el proceso de aprendizaje de los estudiantes; y otro de carácter conceptual en que la modelización ayuda a la introducción de nuevos conceptos y así puedan desarrollarlos.
- **Perspectiva cognitiva:** Su objetivo es comprender la forma de pensamiento que se desarrolla cuando se utiliza la modelación para la solución de problemas, además de incentivar el uso de modelos para fortalecer los procesos de

pensamiento matemático.

## **TÉCNICA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

(Pólya, 1945) propone un listado de preguntas que pueden ser utilizadas para la enseñanza de resolución de problemas por parte del maestro hacia el estudiante, buscando que el estudiante maneje los conceptos y procedimientos correctos para cada problema. Se debe hacer la diferencia entre lo que se entiende por ejercicio y por problema; el ejercicio es la aplicación de un método deductivo corto, siendo un proceso repetitivo que no contiene un contexto cotidiano; por lo contrario, un problema va más allá de un proceso repetitivo, exige a la vez un método inductivo, que permita el análisis e interpretación de diferentes procesos que contiene un contexto cotidiano.

El papel del maestro en este modelo educativo es de un orientador, su labor es guiar al estudiante por el camino que lo conduzca a dar una solución correcta y con argumentos, del problema planteado.

Este método de resolución de problemas según (Pólya, 1945) está compuesto por cuatro etapas o fases. Cada fase tiene un objetivo claro que debe ser alcanzado por los estudiante y maestros, esas etapas son:

- Entender el problema: en esta etapa se pueden hacer preguntas tales como ¿Cuál es la incógnita? ¿Qué se quiere? ¿Qué respuestas puedo dar? ¿Qué tipo de respuesta me piden? ¿Qué datos o resultados me dan? Estas y otras preguntas relacionadas son las que podemos utilizar para entender inicialmente lo que está buscando el problema, además de analizar los datos o información que nos brinda el problema.

- Crear un plan: para crear un plan debemos encontrar la relación que existe entre la incógnita y los datos que proporciona el problema. Se pueden hacer muchos interrogantes dado que es posible que el problema que estemos tratando de resolver sea muy similar a un problema que se haya resuelto con anterioridad, por lo que se facilitaría la solución del problema. Es así como se debe hacer un análisis correcto para poder crear un plan que nos ayude a encontrar la solución del problema inicial.
- Llevar a cabo el plan: en esta etapa se debe llevar a cabo el plan que se planteó en la anterior etapa, ejecutándolo de la manera como se había planteado, ya que de no ser así podría tener problemas en encontrar la respuesta; al no encontrar una respuesta en esta etapa es necesario replantear el plan de manera que si obtengamos un resultado.
- Revisar e interpretar el resultado: el resultado obtenido por la anterior etapa debe ser analizado e interpretado de manera que tenga concordancia con la incógnita que tiene el problema inicialmente, de obtener una respuesta válida; se piensa en qué tipo de problemas similares se pueden resolver utilizando el mismo plan que se llevó a cabo para la solución, observando los cambios que se pueden dar al plan y qué otras respuestas se podrían obtener.

(Pólya, 1945) propone: “si no puede resolver el problema propuesto no se aflija exageradamente, busque consuelo en un logro más fácil; trate de resolver primero un problema relacionado al suyo; quizá encuentre entonces valor para atacar de nuevo el problema original”.

En la anterior apreciación podemos ver que no existe un problema del contexto cotidiano que sea muy difícil de resolver, podemos intentar utilizar diferentes problemas con los cuales podamos relacionar el problema inicial y así obtener un análisis de cómo se puede lograr llegar a su solución.

## **METODOLOGÍA**

Para este trabajo se utilizaron herramientas como la página de Quizizz para la elaboración y aplicación de un examen diagnóstico, el desarrollo de guías a partir del esquema utilizado por la docente encargada del área de matemáticas de la Institución.

En la realización de las guías que se trabajaron en el desarrollo de la práctica docente se manejó el método de modelación matemática desde las dos perspectivas establecidas por (Trigueros, 2009): la perspectiva realista y la perspectiva educativa. En la perspectiva realista se buscaron ejemplos del mundo real, las definiciones y características de las funciones que tuvieron una relación significativa para los estudiantes. En la perspectiva educativa se promovió la modelación como una estructuración de nuevos conocimientos donde los estudiantes pueden desarrollar habilidades de razonamiento y manejar los registros representativos que se pueden dar al utilizar la modelación en la solución de problemas con funciones.

De la misma forma se manejó la clasificación con respecto al tipo de tareas establecidos por (Villa, Castrillon, & Sánchez, 2017) para poder desarrollar habilidades más claras en los estudiantes: la representación e interpretación de datos a través de gráficas, argumentación de resultados, manejo del lenguaje natural y del lenguaje simbólico matemático, entre otros. Para el logro de estas habilidades se trabajó en el tipo de tareas de enunciados verbales y construcción de representaciones, dado que

por falta de tiempo fue la mejor opción en el momento de aplicar y evaluar los procesos de modelación.

La estructura general de las guías está formada de la siguiente manera:

1. Saludo e introducción al contenido que se va a trabajar en el desarrollo de la guía.
2. Presentación del objetivo que se quiere alcanzar.
3. Preguntas orientadoras con el fin de formar con los estudiantes los conceptos y definiciones matemáticas relacionadas con el contenido matemático.
4. Establecer las definiciones del contenido matemático y ejemplificar cada definición con un problema que contiene un contexto de la cotidianidad.
5. Actividades donde se evalúa el conocimiento adquirido por los estudiantes y de sus habilidades para la resolución de problemas.

Para el desarrollo de la práctica se tenía en consideración aplicar las seis guías que fueron construidas cada una con contenidos matemáticos diferentes: algebra, geometría, estadística, cálculo y probabilidad; para así abordar la mayor parte del contenido matemático que se evalúa en las pruebas Saber. Pero dado que la docente encargada manifestó el interés de terminar el contenido del currículo, se enfatizó la práctica en la solución de problemas modelados a través de las funciones algebraicas y con un contexto de tipo genérico.

Para la inmersión en el aula se utiliza una metodología constructivista donde los estudiantes desarrollen su propio conocimiento y apoyados en el método de resolución

de problemas, con el cual se pretende que los estudiantes amplíen sus conocimientos y así les permitan solucionar problemas. También nos apoyamos en el método de modelación matemática desde una perspectiva educativa para afianzar esa estructuración de pensamientos, utilizando ejemplos realistas, se trató de buscar que los estudiantes se interesen más por las matemáticas. De igual manera se utilizó de forma implícita el modelo o método de resolución de problemas de (Pólya, 1945), ya que se manejaron muchas veces algunas de las preguntas que él plantea en su libro, lo que funcionó para la orientación de los alumnos en la solución de problemas.

En la sistematización se utilizó un diario de campo, se reflejan aquellas consideraciones expuestas por los estudiantes que fueron de relevancia en las diferentes clases, tanto de forma virtual como presencial; también se llevó un registro fotográfico de los talleres y actividades que los estudiantes realizaron, se analizó si los conceptos matemáticos y el proceso de modelación matemática, fueron aprendidos por los estudiantes y si las habilidades para la solución de problemas desarrolladas por los estudiantes son las esperadas. Finalmente, el análisis que se lleva en la sistematización va desde una perspectiva cognitiva planteada por (Trigueros, 2009) y desde un análisis categórico en que, si las tareas propuestas cumplen con las características adecuadas para alcanzar los objetivos que se esperan, esto desde el análisis de tipos de tarea hecho por (Villa, Castrillon, & Sánchez, 2017). Para poder observar si se alcanzaron los objetivos propuestos en la práctica se hará una rúbrica de los problemas propuestos en las actividades.

## RECONSTRUCCIÓN HISTORICA Y ANALISIS CRÍTICO

Esta inmersión se divide en tres etapas. La primera etapa se trabajó de manera virtual durante 10 sesiones sincrónicas de dos horas, donde se dieron a conocer las distintas formas en los que se pueden presentar los problemas de las Pruebas Saber en el área de matemáticas; para ello se utilizaron los problemas propuestos en los cuadernillos de matemáticas de la plataforma de ICFES. Estas secciones virtuales contaron con poca participación por parte de los estudiantes del grado once; sin embargo, las personas que asistieron frecuentemente a las secciones mostraban en cada sección mayor interés por aprender a resolver estos problemas. vale la pena resaltar que dos de las personas que asistieron regularmente a estas secciones virtuales obtuvieron un resultado superior a 280 en las pruebas Saber Once de agosto de 2021, siendo considerado este valor como positivo dado que el promedio nacional en este periodo fue de 250.

Para la segunda etapa se diseñaron seis guías, cada una con un contenido matemático diferente. Con el fin de alcanzar la mayor parte de contenido evaluado por las Pruebas Saber, se hizo un cambio en la implementación de las guías, porque la profesora titular del área de matemáticas de la Institución manifestó el interés de que los estudiantes terminaran con el contenido del currículo y se trabajó solo con el contenido referente a las funciones algebraicas: constante, lineal, cuadrática, cúbica, racional y radical. Se dieron a conocer sus definiciones, sus gráficas y como hallar su respectivo dominio y rango utilizando la modelación matemática como método de enseñanza, con el

propósito de que los estudiantes desarrollen habilidades de interpretación, formulación y argumentación. Para ejemplificar las funciones se utilizaron problemas de tipo genérico<sup>4</sup> buscando un mayor interés por parte de los estudiantes; se realizó un taller donde los estudiantes debían expresar de forma verbal problemas que fueran modelados por las funciones expuestas en la tarea; de igual manera se les solicitaba la respectiva gráfica o registro de tabulación que correspondiera a la función que modela el problema.

Para la etapa final se desarrolló la guía 2<sup>5</sup> utilizando el proceso de modelación matemática como método de solución de problemas de las Pruebas Saber Once. En esta etapa se explicó el proceso de modelación y se dieron varios ejemplos de cómo utilizar tal proceso, luego se les solicitó a los estudiantes desarrollar problemas de tipo genérico; en esta instancia el docente actuó como orientador del estudiante, con el propósito de no influir de forma directa en su estrategia para la solución de estos problemas.

## **1. PARTE VIRTUAL**

PREPARACIÓN PRUEBAS SABER ONCE. INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO GARCIA PAREDES.

---

<sup>4</sup> Problemas genéricos: aquellos que contienen un contexto social, familiar o académico.

<sup>5</sup> Ver anexo 2

**OBJETIVO:** Ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de interpretación, formulación, argumentación y resolución de problemas de las pruebas Saber Once, con ayuda de la modelación.

Al reunirse por primera vez con los estudiantes y hacerles la propuesta de lo que se iba a trabajar, ellos mostraron interés por participar y asistir a estas secciones, pero dado que los estudiantes de la Institución son de estratos socioeconómicos bajos y por causa de las secuelas de la pandemia del Covid-19, estos debían ayudar con los gastos económicos del hogar y oficios de la vivienda, lo que no les permitía asistir de manera concurrente a dichas secciones.

Para iniciar con estas secciones, se realizó un examen diagnóstico para observar las posibles dificultades que los estudiantes podrían presentar al solucionar estos problemas. Al tener poca participación de los estudiantes en este examen diagnóstico no se obtuvieron buenos resultados; los pocos estudiantes que realizaron el examen diagnóstico obtuvieron una calificación baja, no alcanzaron a responder el 50% de las preguntas de forma correcta.

Podemos considerar que algunas de las dificultades presentadas en dar la solución correcta, son producidas en ocasiones por parte de los enunciados; estos pueden tener algún error en el orden de su estructura o de la información que contiene el problema, es decir, puede contener información innecesaria que confundan a los estudiantes. Otros errores que pueden presentar los estudiantes son el manejo de las definiciones o conceptos que el problema establece como requerimiento para llegar a la solución.

Las siguientes imágenes son algunos de los problemas propuestos en el examen diagnóstico<sup>6</sup>. Podemos observar que el enunciado del problema (Ilustración 4 problema examen diagnóstico. no presenta una claridad en el significado de la letra “g” minúscula, ya que en las posibles respuestas no se encuentra aquella letra con las mismas características, este error fue causado por parte del practicante en el momento de redactar el cuestionario; esto pudo influir en el momento de dar la respuesta por parte de los estudiantes. Por otra parte, se encontró en los resultados a este problema, que 9 de 11 estudiantes respondieron de forma acertada, lo que quiere decir que el error del enunciado no tuvo mayor relevancia en los estudiantes para dar su respuesta, los estudiantes afirman implementar la estrategia de ensayo y error; utilizando de los valores proporcionados por la tabla, sustituyéndolos en las ecuaciones que se consideraban como posibles respuestas, encontrando la respuesta correcta.

1. Opción múltiple

Q. La tabla presenta la información sobre el gasto en publicidad y las ganancias de una empresa durante los años 2000 a 2002.

Año	Gasto en publicidad*	Ganancia obtenida*
2000	200	8.000
2001	280	10.400
2002	250	9.500

Tabla en millones de pesos.

La función que representa la ganancia  $g$  en millones de pesos en función de gasto es publicidad

answer choices

$G(p) = 30p + 2000$ 
  $G(p) = 10p$ 
  $G(p) = 40p$ 
  $G(p) = 40p - 800$

Año	Gasto en publicidad*	Ganancia obtenida*
2000	200	8.000
2001	280	10.400
2002	250	9.500

\*Datos en millones de pesos.

Ilustración 4 problema examen diagnóstico.

El siguiente problema (Ilustración 5) contiene un mayor grado de dificultad, el estudiante debe interpretar los datos que se encuentran en la tabla y asociarlos, encontrando una

<sup>6</sup> Ver anexo 3

función que cumpla con la correspondencia de los valores de la tabla. Que es el proceso de tabulación y como este proceso ayuda describir el comportamiento de una función, son algunos conocimientos que los estudiantes deben manejar. Si el procedimiento que usa los estudiantes es el de ensayo y error, podrán encontrar la respuesta más fácilmente, ya que puede ir descartando algunas de las posibles propuestas que presenta el problema y de esta manera encontrar la respuesta correcta. Este problema en el examen diagnóstico obtuvo un 27,27% de soluciones correctas, lo que nos lleva a considerar que los estudiantes no hacen la interpretación correcta del problema, no es clara la información que se da o simplemente al estudiante se le dificulta este tipo de problemas por no conocer el concepto matemático que está implícito.

Q. Los Organizadores de un campeonato internacional de patinaje entregan la medallería solo de los países que hayan ocupado los tres primeros puestos. La tabla muestra el número de formas posibles en que se pueden ocupar los tres primeros puestos que se permitirán, según el número países participantes.

Una forma de generalizar la relación entre los datos anteriores es:

answer choices

- $f = \frac{n!}{(n-3)!3!}$
- $f = 3(3^{n-2} - 1)$
- $f = \frac{n!}{(n-3)!}$
- $f = n(n-1)(n-2)^2$

Número de países participantes ( $n$ )	Número de formas posibles de ocupar los tres primeros puestos ( $f$ )
3	6
4	24
5	60
6	120
⋮	⋮

Ilustración 5 problema examen diagnóstico

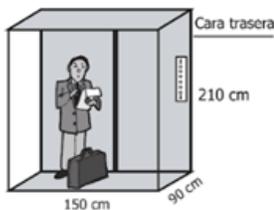
Continuando con las secciones virtuales se busca resolver problemas tomados del cuadernillo de matemáticas del ICFES de manera conjunta con los estudiantes; en ocasiones se utiliza la modelación matemática como proceso para la solución de estos problemas y apoyados con el método de solución de problemas de (Pólya, 1945), se orienta a los estudiantes para que encuentren la respuesta por sí mismos. En estos problemas se les presenta el enunciado con sus respectivos datos (tablas, gráficas, esquemas, etc.). Además de las posibles soluciones a ese problema, se les pregunta a los estudiantes que identifiquen la incógnita o pregunta del problema y busque una

manera de encontrar la solución utilizando algún método o resultado de algún problema semejante al propuesto.

Se les explica de manera corta el proceso de modelación matemática: Primero deben encontrar cuál es la pregunta del problema a resolver, luego pasar del lenguaje natural a un lenguaje matemático la información que proporciona el enunciado del problema, para así plantear un modelo matemático que ayude a resolver el problema; por último, verificar la validez de la respuesta obtenida y si esta se encuentra en las alternativas dadas por el problema.

El siguiente, es un problema que se trabajó de forma virtual y la solución fue propuesta por un estudiante, que en el momento del examen diagnóstico obtuvo un resultado negativo y en el momento de trabajo de clase virtual con los estudiantes mejoró.

**Problema:** Al realizar el diseño de un edificio, el arquitecto propone que el ascensor sea panorámico; es decir, que tenga visibilidad hacia el exterior desde sus caras laterales, excepto la trasera, como se muestra en el dibujo.



La capacidad del ascensor que se construyó es de 560 kilogramos(kg). Si lo usan simultáneamente 6 adultos y 4 niños; el peso promedio de los adultos es 70 kg, el peso promedio máximo de los niños para que no se supere la capacidad del ascensor es:

- A. 25 kg.                      B. 30 kg.                      C. 35 kg.                      D. 40 kg.

**SOLUCIÓN:** Se pide a los estudiantes:

**1. Identificar la pregunta del problema.**

RTA: peso máximo promedio de los cuatro niños

**2. Escribir el enunciado en un lenguaje simbólico.**

RTA:

$6A = 6 * 70 \text{ kg}$  ,  $A$  es la variable que representa adultos.

$4N = 4xP$ ,  $N$  representa los niños y  $P$  representa el peso promedio que deben tener los niños.

**3. Considerar un procedimiento el cual nos ayude a resolver el problema.**

RTA:

Primero se multiplica el peso promedio de los adultos por la cantidad de adultos.  $6 * 70 \text{ kg} = 420 \text{ kg}$ .

Luego se resta el peso total de los adultos a la capacidad del ascensor.

$$560 \text{ kg} - 420 \text{ kg} = 140 \text{ kg}.$$

Por último, se divide el resultado obtenido de la resta por el número de niños

$$140 \text{ kg} / 4 = 35 \text{ kg}$$

$35 \text{ kg}$  es la respuesta correcta.

**4. Analizar si la respuesta obtenida puede ser válida.**

La respuesta que obtuvo luego del procedimiento efectuado es  $35 \text{ kg}$  y podemos ver que esta se encuentra como una de las posibles soluciones del problema.

**5. Escribir un ejemplo similar al problema y una pregunta adicional que se le pueda hacer con el enunciado del problema inicial.**

RTA:

ejemplo: el peso que soporta el ascensor es de 800 kg. Si suben 15 personas ¿Cuál es el promedio del peso que deben tener estas personas para que el ascensor lo soporte?

A. 55 *kg.*            B. 50 *kg.*            C. 65 *kg.*            D. 53.3 *kg.*

Para encontrar la solución al problema el docente utilizó preguntas orientadoras, se evidencia que preguntas como: ¿Cuál es la incógnita o qué se quiere encontrar?, ¿Qué operaciones debes hacer para encontrar el resultado? funcionaron; al obtener una buena interpretación por parte de los estudiantes, reconocen cuales son los procedimientos que deben hacer y los realizan de manera correcta, donde se dan algunos de los resultados que se esperaban.

En el problema anterior, siendo un proceso que se estableció por los estudiantes, se evidencia que la modelación matemática funcionó para encontrar la solución correcta; pero los estudiantes expresan que no están de acuerdo con hacer un proceso tan largo para encontrar una respuesta, proponen simplemente hacer las operaciones matemáticas con la información que provee el problema, esta situación que se presentó sirvió para aclararles a los estudiantes que el proceso de modelación no debe ser completamente escrito, sino que puede ser un proceso mental y si lo utilizan de la manera correcta, pueden llegar a la solución de una manera más sencilla.

Nos encontramos que al desarrollar estos problemas que son de única respuesta, no podemos analizar cuál es el procedimiento utilizado por los estudiantes para encontrar la respuesta, ya que el estudiante solo elige una respuesta. Por lo anterior al aplicar el proceso de modelación matemática podemos mirar la forma en que los estudiantes interpretan la información del enunciado; que modelo utilizan para la solución, si es el esperado; la forma en que hacen las operaciones matemáticas del modelo llega a la respuesta correcta; cómo interpretan los resultados del procedimiento o algún otro factor que haya intervenido en la respuesta de los estudiantes.

Al conocer el procedimiento utilizado por los estudiantes, reconoceremos los errores más comunes que pueden presentar los estudiantes y propondremos problemas que ayuden a los estudiantes a desarrollar las habilidades necesarias para llegar a la solución correcta de ciertos problemas.

Los siguientes problemas tienen un sistema de única respuesta, trataremos de identificar cuáles son los conocimientos previos que debe tener el estudiante para dar una solución correcta y de los posibles errores que pueden cometer.

**Problema:** Para fijar un aviso publicitario se coloca sobre un muro una escalera a 12 metros del suelo (Ilustración 6 Ilustración 6). Las figuras muestran la situación y algunas de las medidas involucradas.

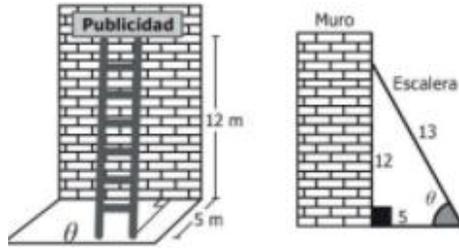


Ilustración 6

¿Cuál es el coseno del ángulo  $\theta$  que forman el suelo y la escalera?

- A.  $\frac{12}{13}$                       B.  $\frac{12}{5}$                       C.  $\frac{5}{13}$                       D.  $\frac{13}{5}$

Para dar la solución correcta a este problema el estudiante debe conocer previamente cual es la razón trigonométrica del coseno, de no ser así se dificultará dar la respuesta; debe reconocer cual es la hipotenusa y el cateto adyacente con respecto al ángulo. Sabemos que la razón del coseno de un ángulo está dada por: cateto adyacente sobre hipotenusa; si observamos la gráfica del lado derecho nos da toda la información que necesitamos, vemos que el valor de la hipotenusa es 13 y el valor del cateto adyacente es 5, así que tendremos como respuesta correcta el ítem C.  $\frac{5}{13}$ .

**Problema:** En una institución educativa hay dos cursos en grado undécimo. El número de hombres y mujeres de cada curso se relacionan en la tabla.

	Curso 11A	Curso 11B	Total
Número de mujeres	22	23	45
Número de hombres	18	12	30
Total	40	35	75

Tabla

Ilustración 7

La probabilidad de escoger un estudiante de grado undécimo, de esta institución, que sea mujer es de  $\frac{3}{5}$ . Este valor corresponde a la razón entre el número total de mujeres y:

- A. El número total de estudiantes de grado undécimo.
- B. El número total de hombres de grado undécimo.
- C. El número total de mujeres del curso 11B.
- D. El número total de hombres del curso 11A.

En la solución de este problema el estudiante debe interpretar la información proporcionada en el enunciado y en la tabla. Debe conocer cómo calcular la probabilidad y hacer la relación correspondiente con la información que se le otorga. La solución de este problema es la A dado que, si tomamos el dato total de estudiantes del grado undécimo y el dato total de mujeres, observamos que la relación que existe entre estos datos es de  $\frac{3}{5}$ , que es lo que se nos pide en el enunciado.

En esta etapa de virtualidad se evidenció que a los estudiantes se les facilitaba dar la respuesta a problemas de tipo genérico, ya que, al tener un problema con un contexto cotidiano, ellos se ven involucrados y relacionan el problema con una situación de su vida, que les facilita la interpretación del problema y los motiva a encontrar una respuesta. El manejo de problemas de tipo genérico nos permite que los estudiantes se involucren más y desarrollen a partir de estos problemas algunas habilidades para la interpretación, formulación y argumentación de problemas; cumpliendo con cierta parte del objetivo inicial.

Para mejorar el método de modelación en la solución de problemas de la Prueba Saber, se debe aclarar que es un proceso mental por parte del estudiante, dar algunas recomendaciones para hacer una buena matematización del lenguaje cotidiano y trabajar con problemas que contengan un contexto genérico.

## 2. PARTE PRESENCIAL

LAS FUNCIONES ALGÉBRICAS, SUS CARACTERÍSTICAS Y SU MODELACIÓN DE SITUACIONES PROBLEMAS

FECHA: SEMANA 1: 28-29-30 DE SEPTIEMBRE Y 1 DE OCTUBRE.

SEMANA 2: 7-8 DE OCTUBRE

SEMANA 3: 21-22-26-27 DE OCTUBRE

**OBJETIVO:** Conocer las definiciones y características de las funciones algebraicas, su representación gráfica y el uso correcto para la solución de problemas utilizando el proceso de modelación.

Abordando la clasificación de funciones y aquellas situaciones problema que estas funciones pueden modelar. En estas secciones se dieron a conocer las características de las funciones y la manera cómo se pueden utilizar para modelar un fenómeno del contexto social, familiar o científico.

Se incorporan las definiciones del contenido matemático empezando con preguntas orientadoras como: ¿Qué entienden por las palabras función, constante, lineal, cuadrática, cúbica, racional y radical? Y como esas palabras las podemos relacionar con una función, ¿Cuáles son las representaciones que tienen estas funciones? ¿Qué herramientas matemáticas conocen que les ayuden a graficar las funciones?

Para establecer las anteriores definiciones se construyó cada una con los estudiantes, se utiliza la modelación matemática como método de enseñanza. De esta manera, se explica la forma en que se escribe cada función, para diferenciarlas entre ellas; luego para ejemplificar se utiliza un problema del mundo real que sea modelado<sup>7</sup> por la función tratada en ese momento. Para hacer la representación y conocer los valores de la función se enseñan los registros de representación que se pueden utilizar en el proceso de modelación, estos establecidos en (Posada & Villa, 2006): el lenguaje simbólico, el registro gráfico o geométrico y el registro de tabulación; el estudiante con la orientación del docente debe verificar y entender el comportamiento de la función, su dominio y rango, su respectiva gráfica y el procedimiento que se debe tener en cuenta para graficar dicha función.

El siguiente ejemplo se relaciona con la función lineal y cómo este tipo de función modela una situación del mundo real.

### **Ejemplo:**

---

<sup>7</sup> represente gráficamente el comportamiento que dice el enunciado del ejercicio y ayude a encontrar una solución del problema.



Ilustración 8 ejemplo de función lineal.

Con el ejemplo anterior se presentó una situación en que los estudiantes al tener acceso a las guías con anterioridad se adelantaban a la explicación del docente, dado esto se tuvo que dirigir cada explicación a ejemplos adicionales para poder llamar la atención de los estudiantes.

Para poder evaluar lo que se enseñó en la clase, se les pide a los estudiantes desarrollar unas actividades donde deben encontrar el dominio, rango y graficar la función apoyándose en la tabulación; se les pide encontrar ejemplos donde una función pueda modelar un problema que contenga un contexto real; estas actividades fueron clasificadas en tareas de enunciados verbales y de representación gráfica.

Actividad 6.1: Grafique las siguientes funciones usando tabulación.

- $f(x) = \frac{8}{x^2+2}$
- $f(x) = \sqrt{2x}$
- $f(x) = x^2 - 2$

Actividad 6.3: Escoja una de las funciones anteriores y plantee una situación relacionada con su entorno, que esta función pueda modelar.

Las anteriores actividades son algunos de los puntos que se les pidió resolver a los estudiantes, podemos encontrar en los resultados de estas actividades como algunos estudiantes la realizan sin tener inconvenientes, es decir, se puede considerar que los estudiantes entendieron lo expuesto en clase, pero de igual manera algunos estudiantes presentaron dificultad para utilizar algunos de los procesos, por lo anterior analizaremos algunos de los resultados de los estudiantes.

### Respuesta 1:

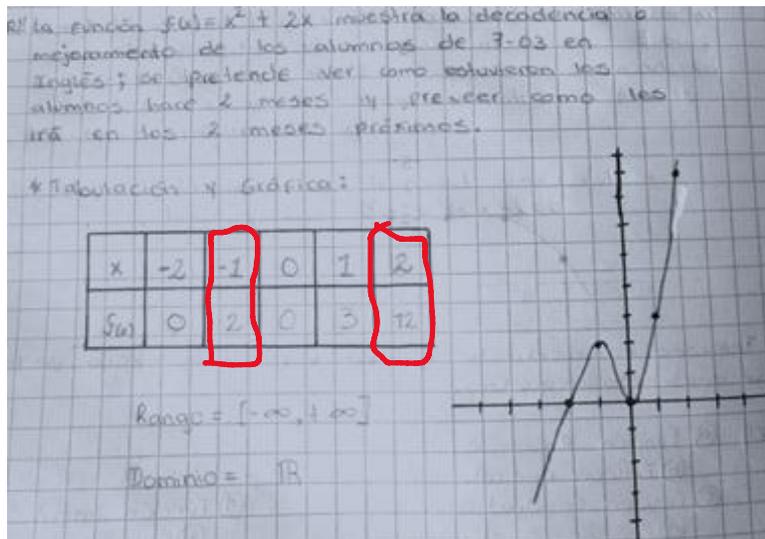


Ilustración 9 respuesta 1

La anterior es una de las respuestas que presenta más errores, dado que el estudiante escogió una función cuadrática pero la representación gráfica que realiza no es la correspondiente, lo que pudo llevar al estudiante a dar esa mala interpretación ocurrió en el tipo de tabulación que realizó, ya que si observamos la tabla de tabulación se evidencian valores que no son correctos. Pudo pasar dos cosas: el proceso que se mostró en el aula no fue el mejor que se pudo haber utilizado para la enseñanza de

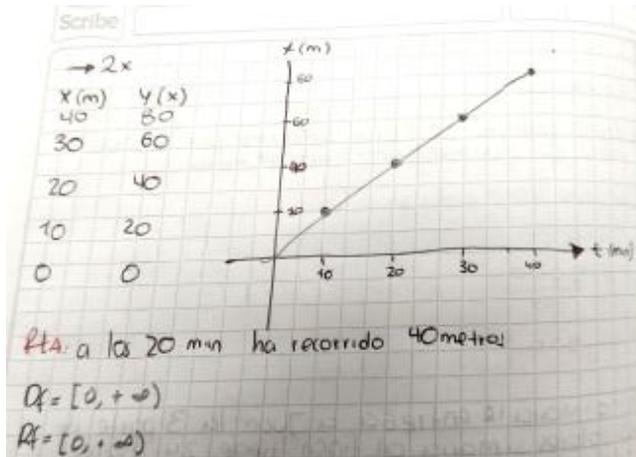
estos conceptos; o los conocimientos previos del estudiante no son los correctos, como las propiedades de signos o las propiedades de potenciación. Al asumir que los conocimientos ya estaban consolidados por los estudiantes se cayó en un error, dado que en la práctica no se optó por reforzarlos.

En la siguiente respuesta donde se pidió al estudiante escribir un problema cotidiano que sea modelado por alguna función, el estudiante escoge una función lineal, realiza la tabulación adecuada de la función y su respectiva gráfica; además de relacionarlo con un contexto familiar.

**Respuesta 2:**

6.5. En el siguiente gráfico nos muestra la posición de Camila durante 30 min y recorre el doble que recorrió Francisco varil en 20 min. ¿Cuál es su distancia recorrida?

Ilustración 10 respuesta 2



Se considera que los estudiantes comprendieron los conceptos acerca de las funciones y sus características, pero siguen presentando dificultades en el momento de hacer cálculos matemáticos o podría decirse que no manejan adecuadamente el registro de representación simbólica.

Para poder resolver las dificultades en esta parte de funciones, se consideran problemas de la vida cotidiana donde se refuerce el aspecto de la representación simbólica y conceptos matemáticos, esto se puede hacer con más detalle y mejor manejo del tiempo, ya que en esta práctica no se pudo enfatizar y explicar de forma adecuada el proceso de matematización del lenguaje natural, que es primordial para la modelación matemática.

### **PARTE FINAL**

#### **MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS TIPO SABER**

11

**ELABORADO POR:** JESÚS EDUARDO LÓPEZ SAMBONÍ

**SEMANA 4:** 1-10 DE NOVIEMBRE

**OBJETIVOS:** Enseñar el proceso de modelación matemática para la solución de problemas de las pruebas Saber Once que tengan un contenido genérico, para que los estudiantes desarrollen las habilidades de interpretación, argumentación y formulación para la solución de estos problemas.

Para ampliar el concepto de la modelación matemática se les pregunta a los estudiantes qué concepto tienen acerca de la palabra modelación y sobre lo que es para ellos modelación matemática. A continuación, se presentan algunas respuestas que los estudiantes dieron:

¿Qué es modelación?

- E.1 Modelación es algo que se puede seguir, algo que se puede hacer igual.
- E.2 Cumple con un orden o las expectativas de unos pocos.
- E.3 un referente.

- E.4 algo que tiene moda, es repetitivo.

¿Qué es modelación matemática?

- Un modelo matemático.
- Que tiene una estructura de operaciones matemáticas.
- Un procedimiento que se debe seguir.
- Algo que ya está y es útil para la solución de algo.

Como se puede observar las anteriores respuestas contienen un sentido cotidiano, es decir, familiarizan el concepto de modelación y modelación matemática con algo de la vida real.

Por lo anterior se construye el concepto de modelación matemática con las apreciaciones de los estudiantes y cómo lo podemos utilizar para encontrar la solución de problemas del mundo real. Se les indica a los estudiantes los pasos del proceso de modelación: encontrar la incógnita del problema a través del análisis e interpretación de los datos que da el enunciado; matematizar los datos, es decir, pasar del lenguaje natural del problema a un lenguaje simbólico matemático, para poder establecer un modelo que nos ayude a resolver el problema; al final se debe analizar la validez de la respuesta y se busca una generalidad del modelo para la solución de otros problemas.

**Ejemplos:** Los siguientes ejemplos fueron expuestos a los estudiantes y se desarrollaron de manera conjunta con ellos.

**Ejemplo 1:** Carlos compró 7 helados, si pago \$4.200 por todos ¿Cuál es el costo de un helado?

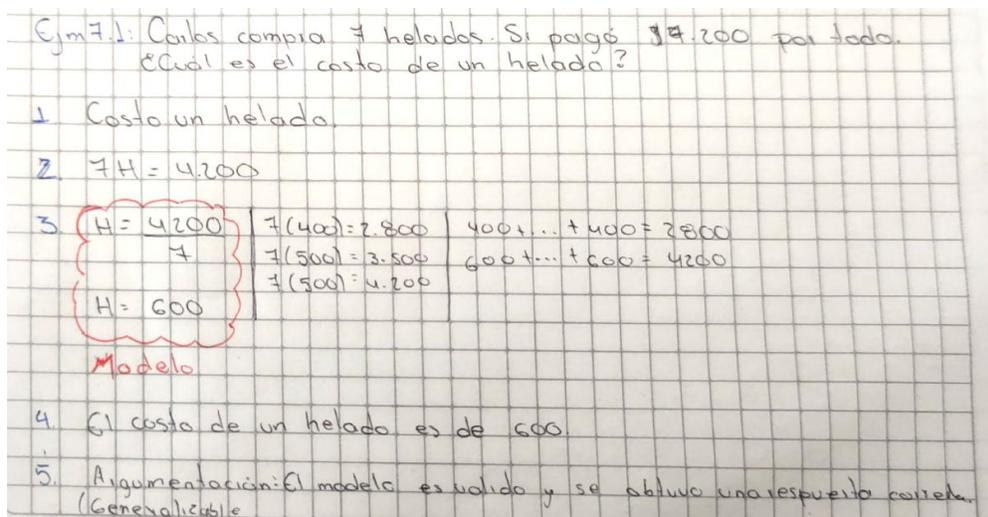


Ilustración 11 ejemplo 1

Como se observa en (**¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.**), se pudo observar que los estudiantes en estos ejemplos daban de manera rápida una respuesta frente al problema, pero en ocasiones esa respuesta era errónea, se les pide utilizar el proceso de la modelación matemática para encontrar la respuesta y dar una buena argumentación.

Se obtuvieron varios procedimientos para llegar a la respuesta; un estudiante hizo una multiplicación donde probó posibles resultados hasta llegar a la respuesta correcta, otro estudiante utilizó la suma para llegar a la respuesta, donde sumó 7 veces el posible resultado y por medio de prueba y error llegó a la respuesta correcta, otros estudiantes optaron por encontrar la solución por medio de la división, el cual fue un procedimiento más rápido, así este último procedimiento se tomó como mejor opción o modelo para llegar al resultado, luego de esto con los estudiantes se hizo la tarea de evaluar si la respuesta obtenida contiene una argumentación convincente para considerarla como correcta.

Es de importancia destacar el procedimiento que algunos estudiantes utilizaron para llegar a la respuesta, dado que el procedimiento de prueba y error es uno de procedimientos iniciales que nos ayudan a la comprobación de un resultado.

**Ejemplo 2:** En este ejemplo se presentó una mayor dificultad para su solución, nuevamente se observó que se les obstaculiza el proceso de matematización, al no realizar un proceso apropiado, no logran dar una respuesta con una argumentación convincente para considerarla como posible respuesta. Se les solicitó a los estudiantes analizar el problema y utilizar nuevamente el proceso de modelación, el uso del proceso les ayudó a los estudiantes a entender mejor lo que el problema les pedía y de las operaciones matemáticas que se deben realizar para llegar a la solución.

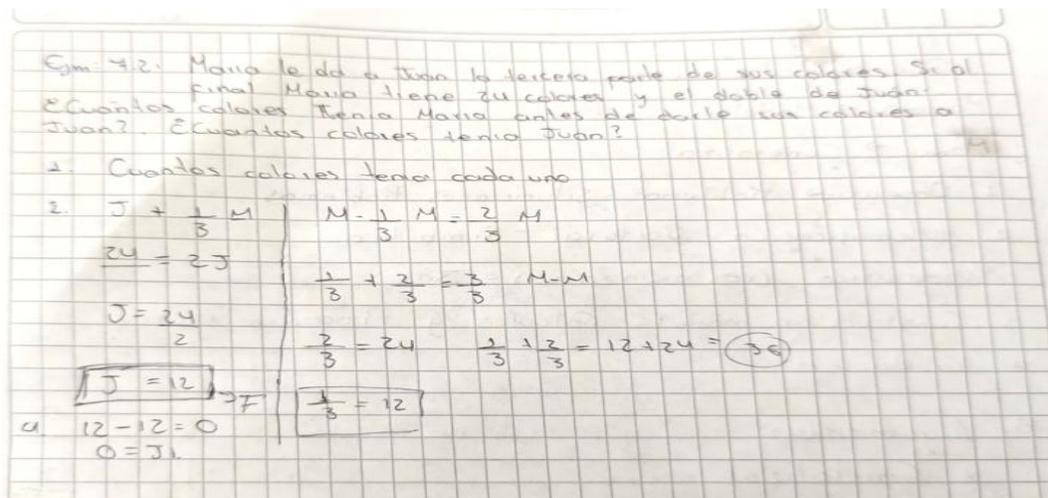


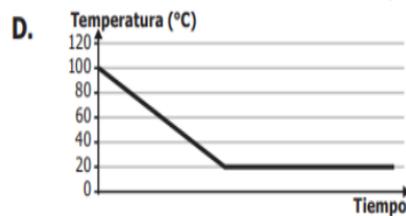
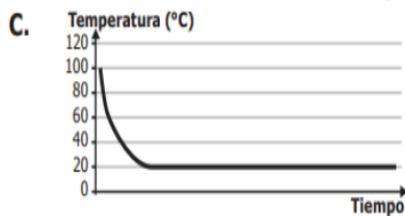
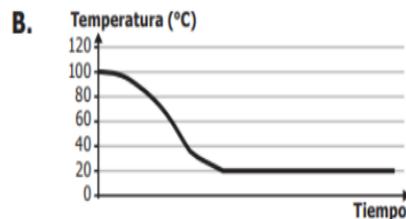
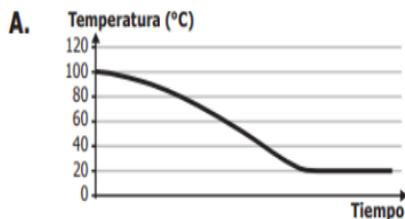
Ilustración 12 ejemplo 2

Se evaluó la comprensión del método de modelación matemática, por medio de siete problemas que contienen un contenido genérico, estos se debían solucionar utilizando el método explicado en clases, se les pidió elaborar un ejemplo donde se pudiera utilizar el mismo modelo que se usó en el problema inicial, para poder dar una generalidad del método utilizado. Los problemas fueron tomados del material de

pruebas ICFES y de igual manera contienen una estructura correspondiente a tales problemas.

**Problema 1:** Juan calienta una gran cantidad de agua en una olla. Al retirarla del fuego, la temperatura del agua se mide con un termómetro y este indica  $100^{\circ}\text{C}$ . Juan mide la temperatura del ambiente y obtiene  $20^{\circ}\text{C}$ . La ley de enfriamiento de Newton establece que cuanto mayor es la diferencia de temperatura entre un objeto y el ambiente, mayor es el flujo de calor y, por tanto, más rápido se enfría el objeto.

Teniendo en cuenta la información anterior ¿Cuál de las siguientes gráficas describe mejor el proceso de enfriamiento del agua en la olla?



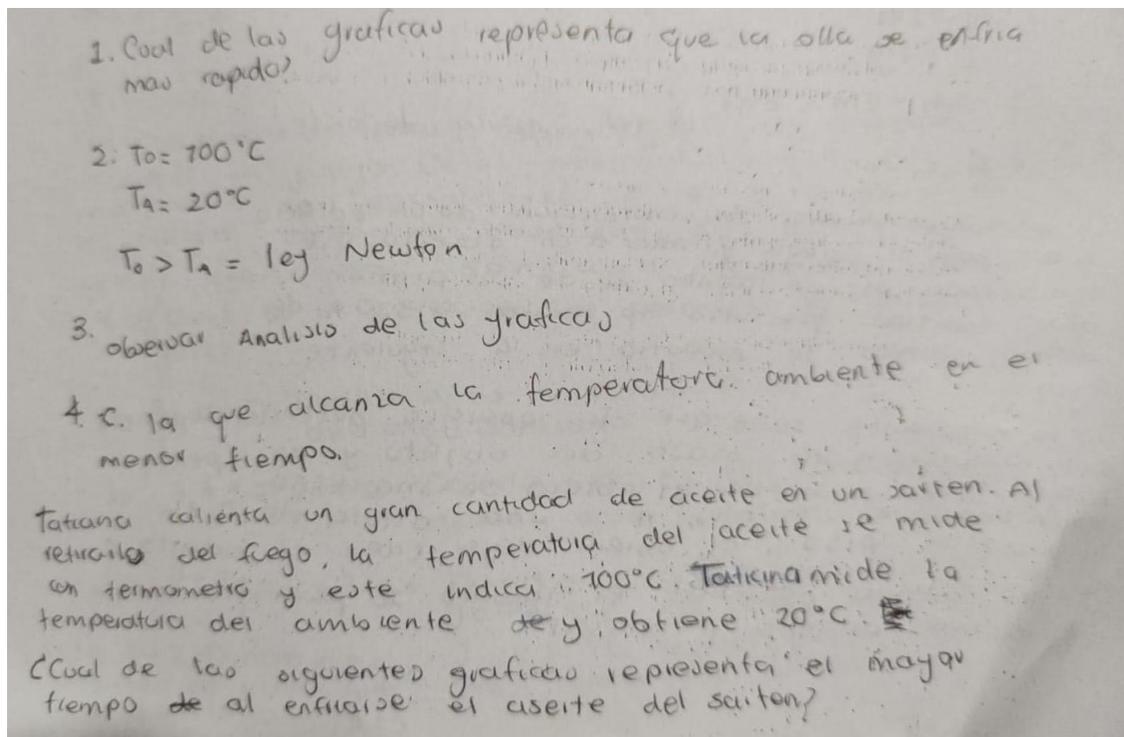


Ilustración 13 respuesta problema 1

#### Análisis problema 1:

1. El estudiante identifica la pregunta del problema.
2. Se hizo una matematización correcta de los datos contenidos en el enunciado del problema.
3. El estudiante para llegar a la respuesta observó y analizó las gráficas de las posibles respuestas, buscando una relación con respecto a la información que proporciona el enunciado.
4. Da como respuesta C: la gráfica que alcanza la temperatura ambiente en el menor tiempo posible.
5. El ejemplo dado por el estudiante muestra que utilizando las mismas gráficas del problema inicial puede haber un problema con características similares, al cual se le pueda

encontrar una solución utilizando el mismo procedimiento de solución.

El estudiante presenta un buen manejo del método de modelación para la solución del problema, interpreta de buena manera la información que se le da en el enunciado sobre la “ley de Newton”, especifica que la gráfica solución es aquella en que el objeto alcanza más rápido la temperatura ambiente. El estudiante observa que la gráfica que mejor se representa es la C, considerada como la respuesta correcta. En la elaboración del ejemplo el estudiante utiliza los datos del problema inicial, pero lo lleva a un contexto más relacionado a su realidad, el problema inicial al ser de un contexto genérico se les facilitó a los estudiantes llegar a su solución y encontrar una generalidad del método.

**Problema 2:** Una estudiante observa la construcción de un edificio nuevo para el colegio y mira a un obrero que lanza cada vez un ladrillo desde el primer piso, mientras que otro lo recibe a 3,0 m de altura, como se muestra en la siguiente figura (Ilustración 14 problema 2).

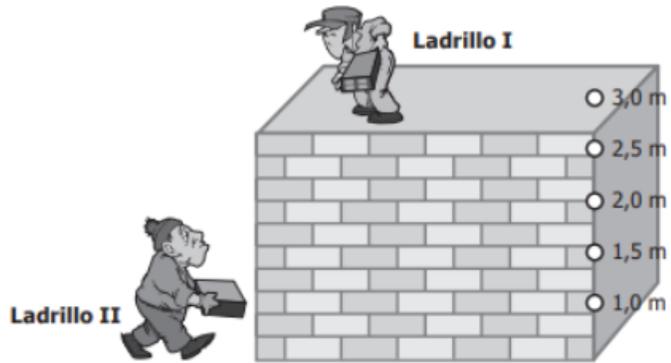


Ilustración 14 problema 2

Si la estudiante sabe que la energía potencial depende de la altura y la masa del objeto y de repente observa que mientras el obrero se mantiene sosteniendo el ladrillo II a una altura de 1,0 m respecto al piso, el obrero deja caer el ladrillo I ¿Qué altura tiene que descender el ladrillo I para que ambos ladrillos tengan la misma energía potencial?

- A. 2,0 m.
- B. 1,5 m.
- C. 1,0 m.
- D. 3,0 m.

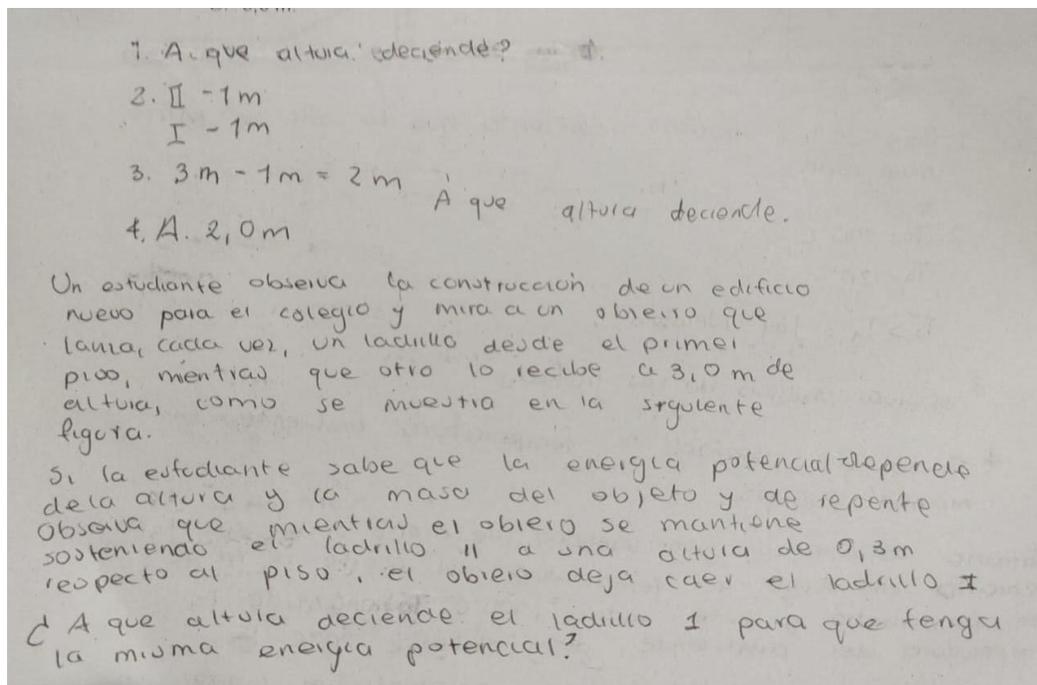


Ilustración 15 respuesta problema 2

#### Análisis problema 2:

- 1) Identifica la pregunta del problema: "¿A qué altura descende?".
- 2) La matematización utilizada por el estudiante es clara, interpretando de la mejor manera los datos dados por el problema, pero no trae a relevancia los datos dados por él.
- 3) El procedimiento utilizado por el estudiante para llegar a la respuesta es una resta de datos que fueron proporcionados por la información del problema como el enunciado y la gráfica.
- 4) Da como respuesta A: El ladrillo descende a una a la altura de 2,0 m. Esto lo obtuvo gracias al procedimiento que efectuó.

la gráfica que alcanza la temperatura ambiente en el menor tiempo posible.

- 5) En el ejemplo dado por el estudiante se observa que utiliza el mismo enunciado, la gráfica y la pregunta, lo único que le cambia son los datos o valores que se encontraban en el problema inicial.

En particular en este problema se tuvo que explicar por parte del docente sobre la energía potencial, ya que lo expuesto por el enunciado del problema no permitía una interpretación clara de qué se trataba esta teoría, ocasionando confusión en los estudiantes. Esto llevó al estudiante a interpretar mejor la información que proporciona el problema y lo llevó a hacer una operación, conduciéndolo a presentar como respuesta correcta la opción C. Si no se hubiese hecho la aclaración de la teoría por parte del docente, cabe la posibilidad de que la mayoría de los estudiantes hubiesen dado una respuesta equivocada.

**Problema 3:** En una feria robótica, el robot P y el robot Q disputan un juego de tenis de mesa. En el momento que el marcador se encuentra 7 a 2 a favor del robot P, estos se reprograman de tal forma que cada 2 puntos que anota el robot P, el robot Q anota 3. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar cuándo igualará en puntos el robot Q al robot P?

- A.**  $\frac{3}{2}x = 0$ . Donde  $x$  es la cantidad de puntos que anotará P.
- B.**  $7 + x = \frac{3}{2}x + 2$ . Donde  $x$  es la cantidad de puntos que anotará P.
- C.**  $7 + 3x = 2 + 2y$ . Donde  $x$  es la cantidad de puntos que anotará P, y  $y$  es la cantidad de puntos que anotará Q.
- D.**  $x + y = 7 + 2$ . Donde  $x$  es la cantidad de puntos que anotará P, y  $y$  es la cantidad de puntos que anotará Q.

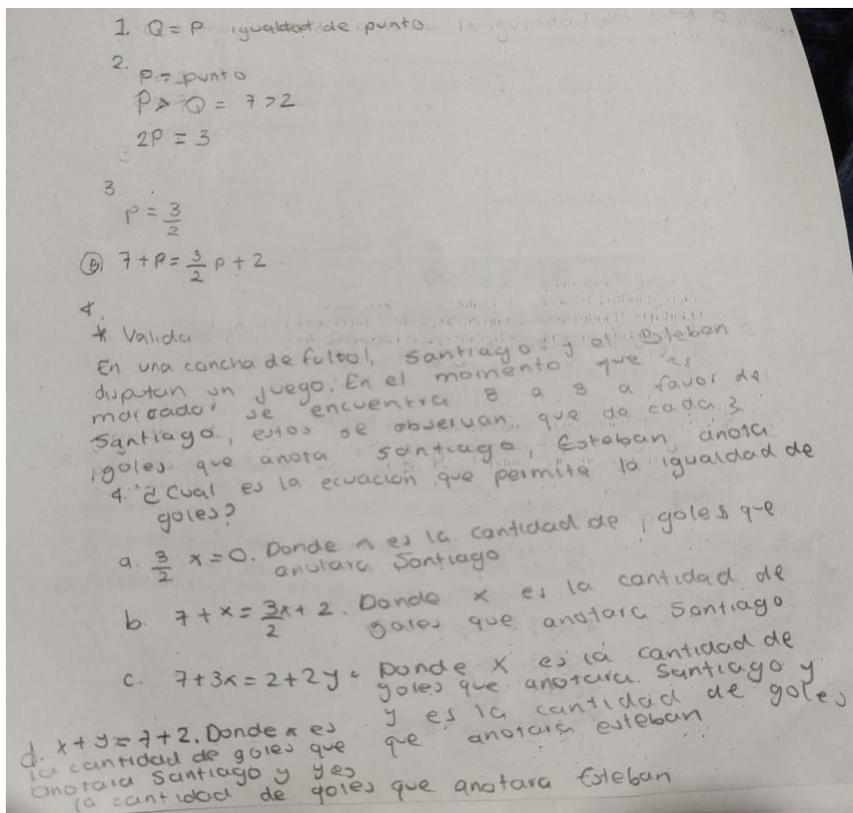


Ilustración 16 respuesta problema 3

### Análisis problema 3:

- 1) Identifica la pregunta del problema, y establece una representación simbólica de la pregunta.
- 2) En la matematización el estudiante proporciona una representación simbólica a los diferentes datos proporcionados por el enunciado del problema.
- 3) El estudiante para llegar a la respuesta resuelve la igualdad ( $2P = 3$ ) encontrada en el ciclo de matematización obteniendo como respuesta  $\frac{3}{2}$ .
- 4) Da como respuesta B: es aquella ecuación o solución que contiene el resultado obtenido en el procedimiento y comprobando que la igualdad se cumple.

- 5) El estudiante da un ejemplo similar al problema inicial donde solo cambia de sujetos que efectúan la acción y conserva los demás datos del problema.

En este problema la información que presenta es muy clara, lo que ayuda a realizar una buena matematización e interpretación de la información, de esta manera formula un procedimiento correcto que lo ayudó a dar la respuesta correcta; observamos que muchos de los estudiantes trataron de resolverlo por medio de la prueba error y obtuvieron resultados positivos llegando a la respuesta correcta.

**Problema 4:** La tabla presenta la información sobre el gasto en publicidad y las ganancias de una empresa durante los años 2000 a 2002.

Año	Gasto en publicidad*	Ganancia obtenida*
2000	200	8.000
2001	280	10.400
2002	250	9.500
*Datos en millones de pesos.		

Tabla 2 problema 4

La función que representa la ganancia obtenida  $G$ , en millones de pesos, en función del gasto en publicidad  $p$ , es:

- A.  $G(p) = 30p + 2000$
- B.  $G(p) = 10p$
- C.  $G(p) = 40p$
- D.  $G(p) = 40p - 800$

1. Cual de las ecuaciones representa la ganancia

2.  $p =$  publicidad  
 $G =$  ganancia

3.  $A. G(P) = 30P + 2000$   
 $P = 200 = 6000 + 2000 = 8000$   
 $P = 280 = 8400 + 2000 = 10400$   
 $P = 250 = 7500 + 2000 = 9500$

4. cumple los resultados de la tabla.

5. la tabla representa la información sobre el gasto de publicidad y las ganancias de la empresa durante los años 2000 a 2002.

Año	G. de publicidad	Ganancia obtenida
2000	200	8000
2001	250	8500
2002	180	7400

datos en M. de P.

La función que representa la ganancia obtenida  $G$ , en millones de pesos, en función del gasto en publicidad  $p$ , es.

A  $G(P) = 30p + 2000$   
 B  $G(P) = 10p$   
 C  $G(P) = 40p$   
 D  $G(P) = 40p - 800$

#### Análisis problema 4:

- 1) El estudiante identifica la pregunta del problema.
- 2) Representa de manera simbólica los datos dados por la Tabla 2 problema 4.
- 3) El estudiante utiliza el procedimiento de ensayo y error, al sustituir los valores de la tabla en las igualdades.
- 4) Da como respuesta A; siendo esta la respuesta correcta, dado que la ecuación da los valores correspondientes a la tabla.
- 5) En su ejemplo el estudiante solo cambia los valores dados por la tabla, dejando los enunciados y posibles soluciones sin cambios.

Luego de utilizar varias veces el método de modelación para la solución de problemas, se observa que los estudiantes resuelven el problema con mayor facilidad, interpretan bien la información que les proporciona, establecen un procedimiento o método para encontrar la solución. Se podría decir que los estudiantes han alcanzado un desarrollo positivo en las habilidades de interpretación, formulación y argumentación de problemas de tipo genérico.

**Problema 5:** El área de los rectángulos que se pueden construir a partir del origen, los ejes y un punto que pertenece a la gráfica de la función  $f(x) = 5/x$ , donde  $x > 0$ , se describe con la expresión  $Ax = xf(x)$ .

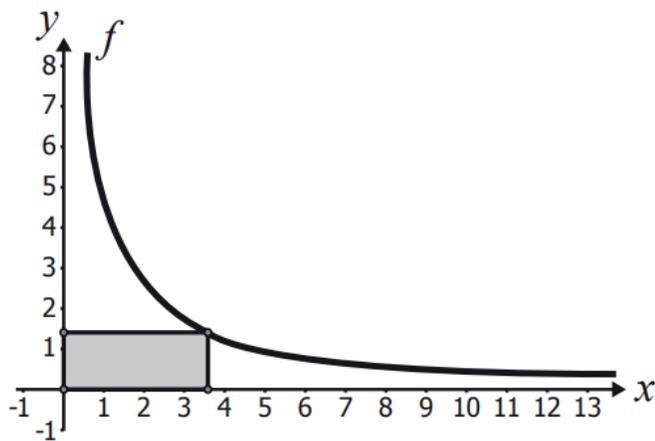
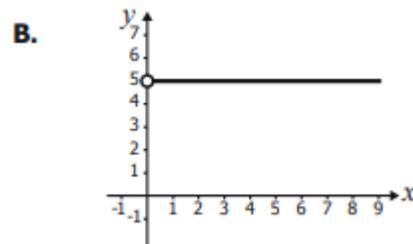
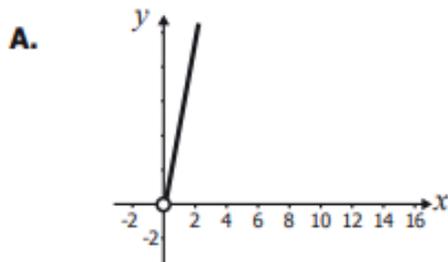


Ilustración 17 problema 5

¿Cuál de las gráficas corresponde a  $Ax$ ?



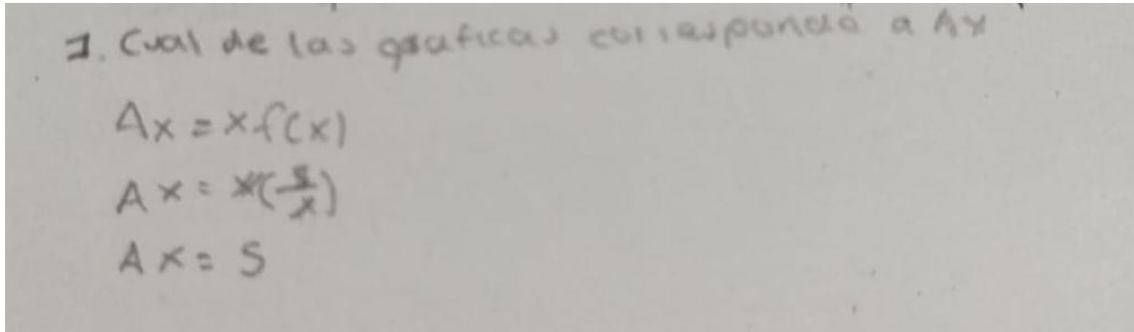
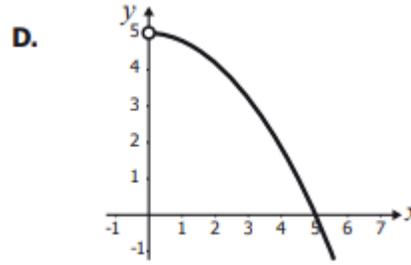
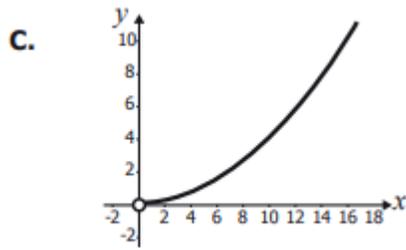


Ilustración 18 respuesta problema 5

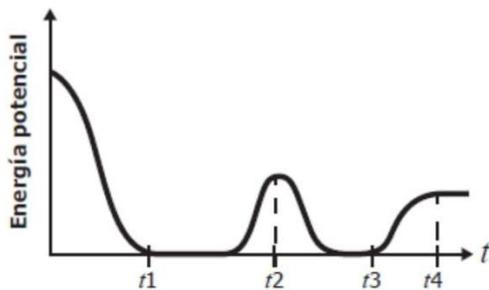
Análisis problema 5:

- 1) Identifica la pregunta del problema.
- 2) Encuentra una representación simbólica de los datos del enunciado.
- 3) El procedimiento utilizado para llegar a la respuesta solamente reemplaza los valores obtenidos por el enunciado.
- 4) Da como respuesta B: ya que observó que la respuesta obtenida en el enunciado representa una función constante y la gráfica que tiene similitud a dicha función es la B.
- 5) En este problema el estudiante no da un ejemplo del problema.

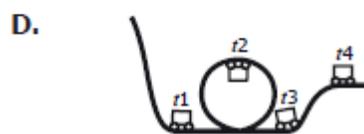
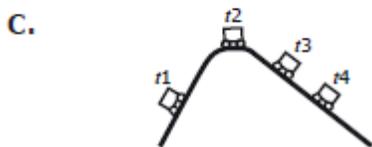
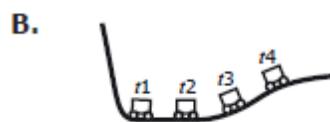
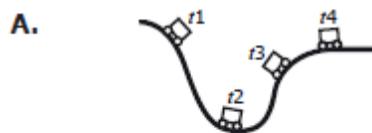
La mayoría de los estudiantes en este problema se limitaron a realizar un procedimiento corto, afirmando que ya entendían lo que debían hacer, y cuáles eran los datos que debían analizar para encontrar la solución del problema. Esto se consideró como algo

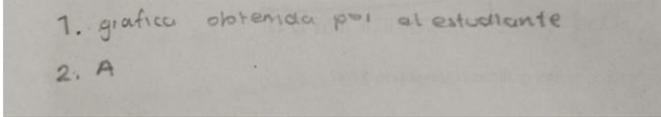
positivo, donde los estudiantes manejan el método de modelación para la solución de problemas, pero no cabe la certeza que va a ser así para todos los problemas, dado que este problema no contiene un nivel complejo para su solución. Los conocimientos previos que debía tener el estudiante son: operaciones algébricas; reconocer la representación de las funciones constantes. Estos conocimientos se trabajaron por parte del docente en la guía anterior.

**Problema 6:** Un estudiante midió la energía potencial de un vagón en una montaña rusa. La gráfica representa los datos obtenidos por el estudiante.



De los siguientes modelos de montaña rusa, ¿cuál explica la gráfica obtenida por el estudiante?





1. grafica obtenida por el estudiante  
2. A

Análisis problema 6:

- 1) El estudiante identifica la pregunta del problema.
- 2) No da una matematización del problema dado que simplemente es de observación.
- 3) Considera que la respuesta correcta es la A, siendo esta una respuesta equivocada.
- 4) La respuesta correcta es la correspondiente a la gráfica B, ya que si observamos tiene más similitud al comportamiento de los datos expuestos.
- 5) No se da un ejemplo a este problema.

Como en el problema anterior el estudiante no realiza todo el proceso de modelación para encontrar la solución del problema, simplemente hace una apreciación de las gráficas, pero da una respuesta equivocada a la que se esperaba, ya que los datos que se dan en el problema corresponden a la respuesta D, se considera que el proceso que realizó el estudiante mentalmente fue equivocado o simplemente interpretó inadecuadamente los datos de la gráfica.

**Problema 7:** Una estudiante realizó un experimento para medir la velocidad de propagación del sonido en el aire a diferentes temperaturas. Los resultados que obtuvo se muestran en la siguiente tabla:

Temperatura (°C)	Velocidad del sonido(m/s)
0	331,7
1	332,3
2	332,9
3	333,5

Tabla 3 problema 7

¿Cuál de las siguientes gráficas muestra los resultados del experimento?

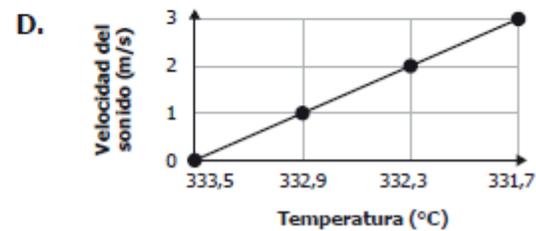
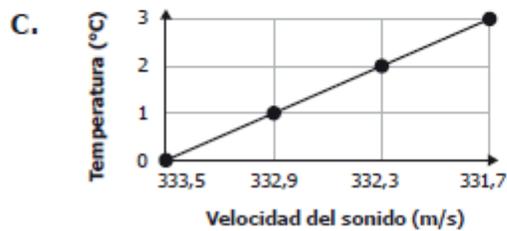
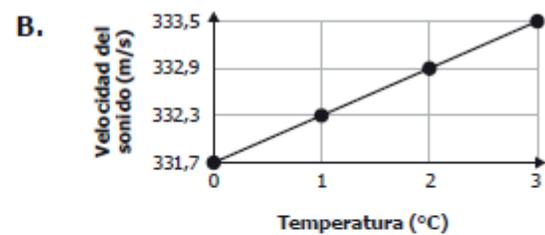
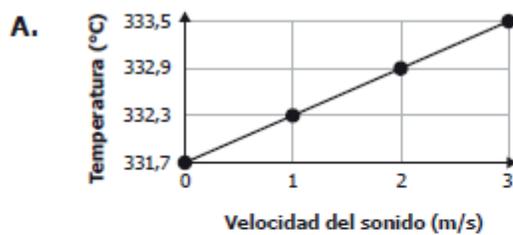


Ilustración 19 problema 7

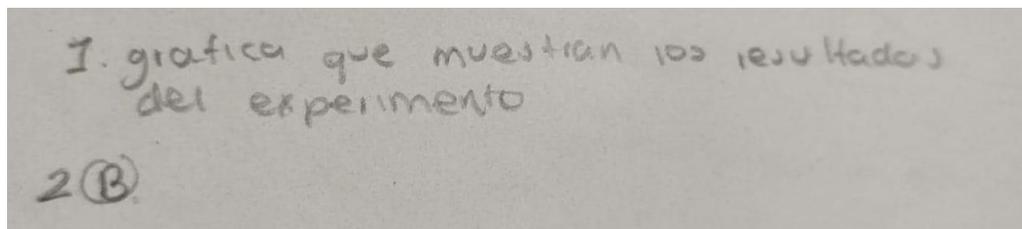


Ilustración 20 respuesta problema 7

Análisis problema 4:

1) El estudiante identifica la pregunta del problema.

- 2) No da una matematización del problema dado que simplemente es de observación.
- 3) Considera simplemente observando las posibles respuestas, que la respuesta correcta es la B
- 4) La respuesta correcta es la correspondiente a la gráfica B, ya que si observamos contiene los datos acertados que expone el problema en la tabla.
- 5) No se da un ejemplo a este problema.

Nuevamente los estudiantes hicieron el proceso mentalmente, obteniendo la respuesta correcta, por lo que los estudiantes interpretaron correctamente los datos de la tabla, además tienen conocimientos previos acerca de cómo graficar a partir de datos y las partes que la gráfica contiene.

### **Análisis de guías**

Las guías utilizadas tienen un estilo tradicional donde se definen los conceptos y posteriormente ejemplos, de esta manera solo le brinda información al estudiante, convirtiendo al docente en un transmisor de conocimientos, no es lo que se pretendía con esta práctica. Para ello en el desarrollo de las clases se pretendió utilizar preguntas orientadoras que ayudaran a los estudiantes a construir su propio conocimiento, donde el docente se convirtió en un orientador para los estudiantes.

Las guías utilizadas las podemos corregir y mejorar, colocando en el contenido de las guías más preguntas orientadoras que involucren a los estudiantes; colocando en cuestión las posibles respuestas por parte de los estudiantes, utilizando problemas cotidianos que sirvan de ejemplificación de la aplicación de conceptos matemáticos. Se obtendría una metodología constructivista, convirtiendo al estudiante en protagonista

del proceso y el profesor en un orientador que ayude al estudiante a cumplir con los objetivos.

Por otra parte, en las clases presenciales el docente pudo generar algunos obstáculos, por haber considerado que algunos conocimientos matemáticos ya estaban completamente adquiridos y comprendidos por parte los estudiantes. Lo anterior pudo ser causa de que algunos procedimientos realizados por los estudiantes en las soluciones de las actividades tuvieran errores.

### **OBSERVACIONES GENERALES**

De forma general en el análisis de estos problemas y las soluciones dadas por los estudiantes, se evidencia un mejor manejo del proceso de modelación matemática para la solución de problemas por parte de algunos estudiantes, así los estudiantes interpretan y formulan la solución para estos problemas, se evidencia también que al ser problemas que están en un contexto familiar, a ellos se les facilitó dar una solución correcta y de la misma forma encontrar un problema que tuviera relación con el problema inicial y este se pudiese solucionar con el mismo modelo que se utilizó.

En este proceso se resalta que los estudiantes mejoraron en el momento de matematizar el problema lo cual los ayudó a dar la solución más rápido, dado que identifica inicialmente lo que busca, analiza cómo puede llegar a encontrar la respuesta, creando un plan o estrategia donde se utilice un procedimiento matemático, validando su respuesta y así responder correctamente. Al manejar este método que se aprende a través de la práctica y el constante uso, puede mejorar habilidades de interpretación, formulación y argumentación para solución de problemas de las Pruebas Saber.

Las dificultades que se presentaron al llevar el proceso de la modelación matemática en el aula se relacionan con la falta de tiempo para poder profundizar en el tema de solución de problemas; además de que los estudiantes están acostumbrados al proceso de enseñanza tradicional, haciendo los mismos procesos y resoluciones de forma mecánica formando obstáculos que no permite crear por parte del estudiante un análisis crítico y argumentativo para la solución de problemas.

Se espera el uso del proceso de modelación matemática con estudiantes de grados inferiores, donde los estudiantes empiecen a temprana edad con el desarrollo de sus habilidades de interpretación, formulación y argumentación frente a problemas con un contexto genérico y no genérico.

Los objetivos propuestos inicialmente en la práctica pedagógica no se alcanzaron completamente como se esperaba, dado que en algunos estudiantes no se miró un avance positivo en la solución de problemas, sin embargo, se evidencio que algunos de los estudiantes desarrollaron un pensamiento crítico, aprendieron a interpretar los datos textuales que los problemas proporcionaban y los datos obtenidos a partir del análisis de gráficas o tablas; de igual manera en el análisis crítico y argumentativo que desarrollaron frente a las soluciones que obtenían de los problemas.

El objetivo del aprendizaje de los conceptos matemáticos a través de la modelación no se puede demostrar que funciona, dado la implementación de la modelación matemática para enseñanza debe completarse con el uso de otras metodologías de enseñanza, como es la tradicional y constructivista, por lo cual se considera que se debe hacer una modificación en los ejemplos utilizados de tal manera que se relacionen

mejor con un contexto cotidiano, mejorando la aprehensión de los conceptos matemáticos a partir de la modelación matemática.

Esta práctica docente permite observar que para poder trabajar con problemas de las pruebas Saber Once es indispensable tener conocimiento de diferentes conceptos matemáticos, así como un buen manejo de los procedimientos matemáticos; lo cual es importante para la solución de problemas que involucran varios conceptos matemáticos. Por eso se recomienda empezar el entrenamiento para las Pruebas Saber desde la educación básica media para así introducir los conceptos de cada nivel mediante situaciones problema; de esta manera al llegar a grado once no será necesario trabajar con todo el extenso número de problemas sino más bien fortalecer los conocimientos relacionados a las pruebas.

## **CONCLUSIONES**

- La implementación del método de modelación matemática en el aula tiene beneficios, siendo aplicado desde una perspectiva constructivista. Además, el utilizar la modelación en la solución de problemas, contribuye en el aprendizaje de conceptos matemáticos de una manera diferente y más aún, si los problemas utilizados están relacionados con un contexto cotidiano, que le permite al estudiante involucrarse, demostrando un mayor interés por los conceptos y su aplicación; facilitando de esta manera la adquisición de un aprendizaje significativo.
- El uso de la modelación matemática en la solución de problemas de las Pruebas Saber, permite identificar los posibles errores que en ocasiones se cometen para encontrar la solución; esta identificación es posible hacerla a través de los

diferentes tipos de registros de representación. Puesto que los problemas de las pruebas saber son de selección múltiple y de única respuesta, el estudiante no considera importante el procedimiento que se utiliza para contestar la pregunta; lo que no permite identificar sus posibles errores de razonamiento; además en muchas ocasiones el modelo puede ser el correcto, pero se puede cometer algún error en el procedimiento, al identificar el error permitirá corregirlo al mismo tiempo que podrá usar el modelo para problemas del mismo tipo.

- El uso de diferentes tipos de tareas usadas para la implementación de la modelación constituye una excelente herramienta para que el docente dirija el proceso de enseñanza aprendizaje, ya que permite que los estudiantes reconozcan los diversos registros matemáticos que se utilizan en la solución de problemas.
- Sería ideal que se implementara la modelación matemática desde una educación temprana, porque permite desarrollar habilidades de interpretación, formulación y argumentación frente a problemas genéricos y no genéricos. Esta formación, además de garantizar unos mejores resultados en las pruebas, permitirá que los estudiantes desde temprana edad aprendan a resolver problemas.
- La implementación del proceso de modelación matemática no es fácil con la metodología tradicional, puesto que esta metodología prioriza la memoria y lo repetitivo, dejando a un lado el desarrollo del razonamiento deductivo. Por otra parte, usando la metodología constructivista se presentan dificultades; el docente debe estar preparado para enfrentar los diferentes resultados que los estudiantes

expongan, de no ser así puede conducirlos de manera errónea, generando complicaciones en el aprendizaje de los estudiantes.

## BIBLIOGRAFÍA

- Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. (2018). *Cuadernillo matemáticas*. Bogotá D.C.
- Ministerio De Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares para el área de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Magisterio.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Magisterio.
- Pólya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. Editorial Trillas.
- Posada, F., & Villa, A. (2006). *Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional (Tesis de Maestría)*. Medellín, Colombia: Universidad de Antioquia.
- Salett, M., & Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemáticas. *Educación Matemática*, vol 16, 105-125.
- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de matemáticas. *Innovación Educativa*. Vol p, 75-87.
- Usiskin, Z. (1985). *Review of Didactical Phenomenology of Mathematical Structures, by H. Freudentha*. Educational Studies in Mathematics.
- Villa, A., & Ruiz, H. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual Universidad Católica del Norte*. No. 27.
- Villa, J. a., Castrillon, A., & Sánchez, J. (2017). Tipos de tarea de modelación para la clase de matemáticas. 219-251.

## ANEXOS

- Guía 1.

	<b>MUNICIPIO DE POPAYÁN</b>		
	SECRETARIA DE EDUCACIÓN MUNICIPAL		
	<b>INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANTONIO GARCÍA PAREDES</b>		
DANE 119001002195 - NIT 800247992-4			
CÓDIGO:	VERSIÓN:	FECHA:	
<b>GUÍA ACTIVIDADES PARA ESTUDIANTES</b>			

<b>GRADO: ONCE</b>	<b>ASIGNATURA(S): MATEMÁTICAS</b>	<b>AÑO 2021</b>	<b>LECTIVO:</b>	<b>GUÍA NO. 6</b>
--------------------	-----------------------------------	---------------------	-----------------	-----------------------

**NOMBRE DEL DOCENTE PRÁCTICANTE: JESÚS EDUARDO LÓPEZ SAMBONI**

**NOMBRE DEL ESTUDIANTE:**

### 1. SALUDO INICIAL

Estamos en una nueva etapa, donde algunos podemos volver a compartir algunos espacios con todas normas de bioseguridad para cuidarnos y otros trabajarán desde casa, por ello los que estemos reunidos debemos aprovechar para compartir y aprender mutuamente, a las personas que seguirán desde casa, tendrán también todo el acompañamiento con los medios de comunicación que la Institución nos proporciona.

Este es uno de los últimos pasos en la institución, por eso, es donde más te debes esforzar para conseguir lo que siempre has querido, donde tus sueños tal vez apenas empiezan. Espero poder transmitir algo en ustedes de matemáticas y de mis experiencias, pero sobre todo saber aprovechar todos los conocimientos que ustedes me darán a mí.

“La esencia de las matemáticas está en su libertad”

Mantente en contacto permanente con tus maestros para resolver tus dudas. Te puedes comunicar con nosotros a través de nuestros correos electrónicos institucionales o en los grupos de WhatsApp



ljesus@unicauca.edu.co



3105417305

### 2. RÚBRICA DE EVALUACIÓN (Criterios para la valoración del taller)

CRITERIO	VALORACION			
	BAJO	BÁSICO	ALTO	SUPERIOR
Desarrolla y presenta todas las actividades realizadas en el aula (estudiantes en presencialidad) y por los medios de acceso a la información y comunicación con que dispone (estudiantes en virtualidad), teniendo en cuenta: las instrucciones dadas por el docente, los criterios de la rúbrica de evaluación y tiempos determinados en el cronograma institucional.		OK	OK	OK
Demuestra originalidad, creatividad y compromiso en el desarrollo de sus actividades y/o trabajos.		OK	Ok	Ok
Presenta evidencias de aprendizaje en el aula con sus trabajos en escrito y en virtualidad con gran calidad, seleccionando los dispositivos o medios de acceso a la información y comunicación con que dispone.			Ok	Ok

Atiende todas las sugerencias que se le hacen en los procesos de Asesoría en presencialidad o virtualidad y revisión de trabajos y actividades.			Ok	Ok
Presenta actividades en las fechas de referencia y horarios establecidos con excelente presentación y orden, especificando nombre del estudiante, grado y docente a quien va dirigido su trabajo o actividad.				Ok
Participa en otras actividades de área (comunicación frecuente, participación en asesorías, llamadas por teléfono, actividades en grupos de WhatsApp, otras actividades)				Ok
*Participa activamente en programas como jornada escolar complementaria, servicio social, programas SENA, otros				Ok

\*aplica para aquellos estudiantes inscritos a programas y convenios mencionados

### 3. ME PREPARO (conocimientos previos para el nuevo aprendizaje)

Antes de empezar con la nueva temática, debes hacer un repaso de algunos temas vistos en las guías anteriores, como son:

- Concepto de función.
- Cómo graficar una función.
- Dominio de una función.
- Rango de una función.

Estas temáticas vistas en las guías anteriores son muy necesarias para el buen desarrollo de las clases ligadas a esta guía.

Conoceremos las diferentes características que tienen las funciones algebraicas y su clasificación, además, aprenderemos a utilizar estas funciones para modelar problemas de situaciones del mundo real.

### 4. CONCEPTOS GENERALES (Conocimientos propios del nuevo aprendizaje)

¿Qué es para usted clasificar?

Clasificar: Es agrupar elementos de un conjunto en subconjuntos que cumplan con ciertas características en común.

Ejemplo 6.1: En la cocina de su casa se puede ver como se clasifican los alimentos. Una de ellas es: carnes, granos, verduras y frutas.

Ejercicio 6.1: de un ejemplo de elementos que clasifica en su vida.

Para continuar responda las siguientes preguntas:

- ¿Qué es una expresión algebraica?
- ¿Qué es una expresión trascendente?

Con las definiciones dadas vamos a conceptualizar.

Expresión algebraica: vamos a considerar una expresión algebraica como una combinación de letras y números unidos por medio de las operaciones: suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación.

**Ejemplo 6.2:** Las siguientes son expresiones algebraicas

- $\frac{5a+3b-8c}{2a+5}$
- $\sqrt{x^3 + 6x^2 + 3}$
- $\sqrt{\frac{3x^2+5x-6}{2x-5}}$
- $x^5 + x^3 + x + 1$
- $(x - 2)^2$

Expresión trascendente: llamaremos una expresión trascendente a aquellas que no están formadas por una expresión algébrica. Es decir, no están formadas por variables y números que estén relacionadas por operaciones algebraicas. Ejemplos:  $e^x, \log_a x, \sin x, \cos x$ .

**Ejemplo 6.3:** Las siguientes son expresiones trascendentes:

- $\cos(x + 1)$
- $\sin(x)$
- $\log_5(x)$

- $5^x$
- $\arcsin(x+2)$

**Ejercicio 6.2:** Clasifique las expresiones en algebraicas o trascendentes. Justifique:

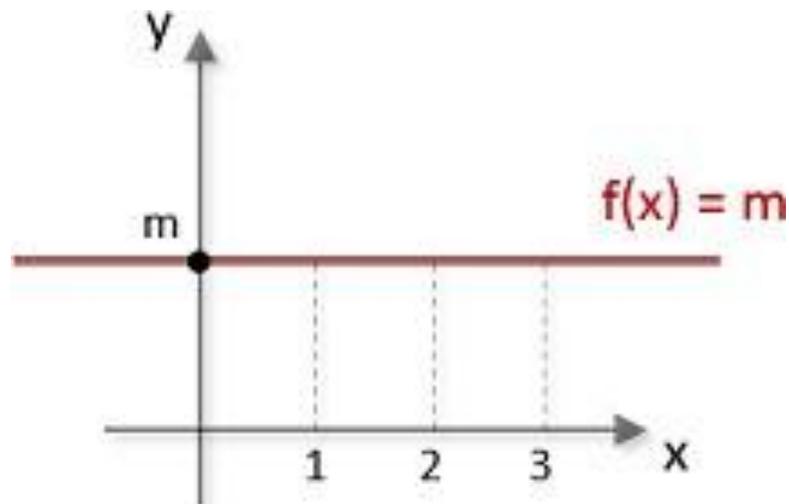
Expresión	Algebraica	Trascendente
$\tan(x+2)$		
$x^3 - x + 2$		
5		
$\log(x+1)$		
$4^x$		
$\cos(x^2 + 3)$		
$\sqrt{2y+5}$		
$x^2$		
$\frac{x^2 + 3x + 8}{x^5 + x^4 + 3x - 5}$		
$y = x^2 + 9$		
$\sin(x)$		
$x^3 + 3x^2 + 3x - 27$		
$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$		
$\ln(3t + 4)$		
$(x+2)(x+8)$		

En matemáticas las funciones son objetos para expresar dependencia entre dos conjuntos. Estas funciones son una gran familia y por ello pueden clasificarse de

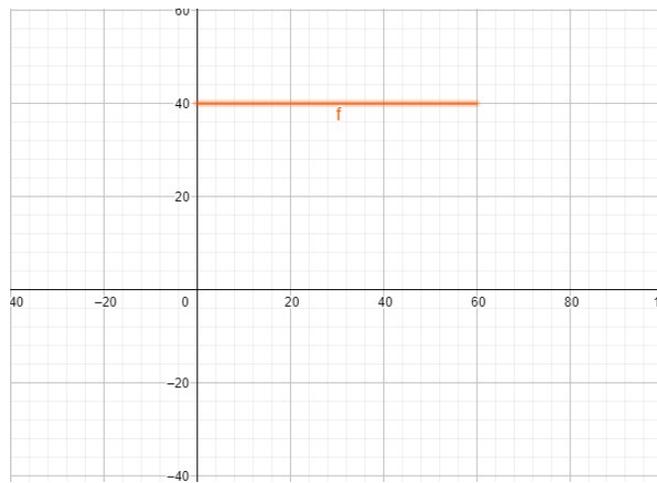
diferentes maneras. En particular se clasifican según su forma en: algebraicas y trascendentales.

**Funciones algebraicas:** son aquellas que se representan por una expresión algebraica. Algunas de estas funciones son:

**Función constante:** La variable dependiente  $y$  toma el mismo valor para cualquier elemento del dominio. Esta función tiene la forma  $f(x) = a$ ,  $a \in R$  y la gráfica es una línea paralela al eje  $x$  y el punto de corte con el eje  $y$  es  $(0, a)$ .



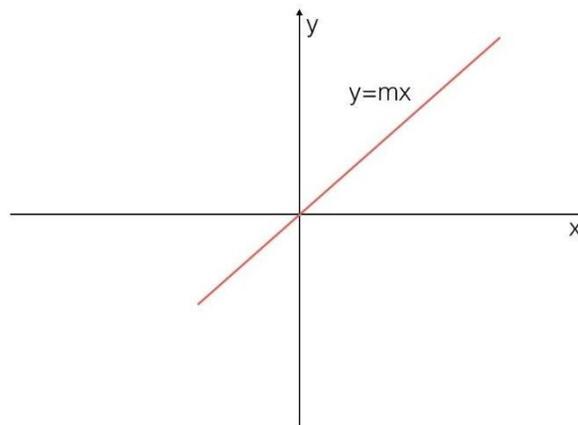
**Ejemplo 6.4:** El metro de Medellín después de arrancar de la estación de La estrella con pasajeros se mueve a una velocidad constante de 40 km/h hasta antes de llegar a la estación de Aguacatala, recorriendo aproximadamente 60hm. El comportamiento del metro de Medellín en este tramo se puede modelar con una función constante como se muestra en la figura.



Como podemos ver en la gráfica el recorrido del metro de Medellín cuando tiene una velocidad constante de 40km/h en una distancia de 0 a 60 hm entre dos estaciones puede ser modelado mediante una función constante. La línea que representa la función que modela la anterior situación es una recta paralela al eje x.

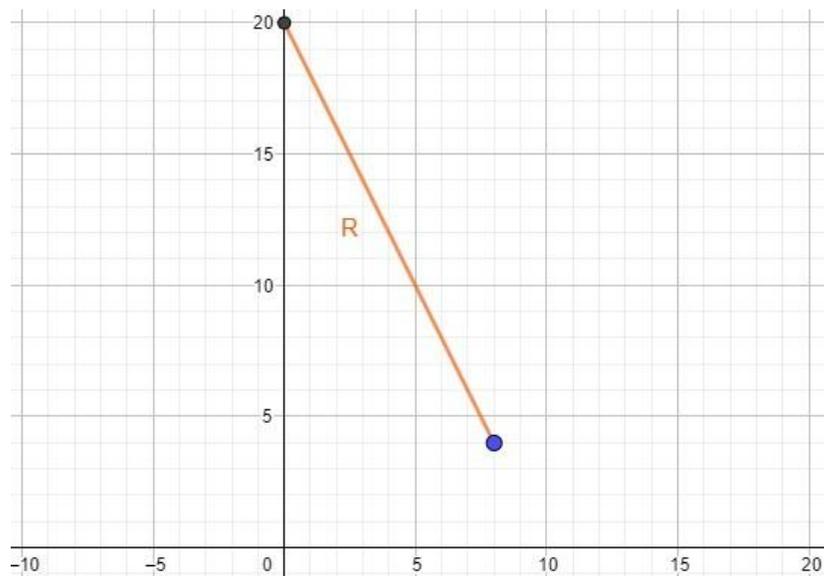
**Función lineal:** Es un polinomio de primer grado, cuyo dominio y condominio son todos los números reales y tiene la forma  $f(x) = mx + b$ ;  $m, b \in \mathbb{R}$   $a \neq 0$ .

Las funciones lineales pueden construirse a partir de dos puntos o la pendiente de un punto. Además, el punto de corte con respecto al eje y es  $(0, b)$ .



**Ejemplo 6.5:** La siguiente función representa la temperatura en  $^{\circ}\text{C}$  de un refrigerador que acaba de ser comprado, a las  $t$  horas de haberlo encendido  $R(t) = 20 - 2t$ , donde  $0 \leq t \leq 8$ . En este ejemplo podemos observar que la línea es descendente esto quiere decir que tiene una pendiente negativa, esto porque el número que acompaña

a la variable independiente es negativo.



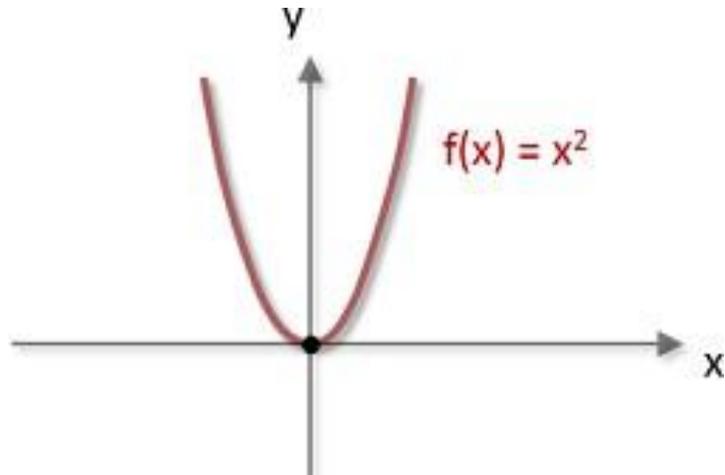
En este ejemplo podemos observar que la línea es descendente, quiere decir que tiene una pendiente negativa, esto porque el número que acompaña a la variable independiente es negativo.

**Función cuadrática:** Es un polinomio de segundo grado, cuyo dominio y rango son todos los números reales. La función cuadrática tiene la forma general:

$$f(x) = ax^2 + bx + c ; a, b, c \in R ; a \neq 0.$$

Gráficamente es una parábola que abre hacia arriba si el signo que acompaña al coeficiente de grado 2 es positivo, de lo contrario es una parábola que abre hacia abajo. El vértice de la función está ubicado en el punto.

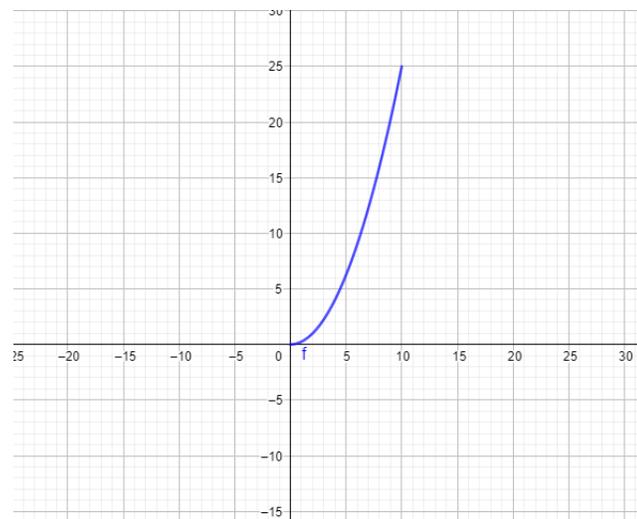
$$\left( \frac{-b}{2a}, -\frac{b - 4ac}{4a} \right)$$



**Ejemplo 6.6:** Si lanzamos una pelota de beisbol al aire, la cual recorre la siguiente función  $f(t) = (0.5t)^2$  en un intervalo de 0 a 10 segundos, donde a 10 segundos alcanza su altura máxima. Calcule los valores y de la función en el intervalo dado y encuentre la altura máxima que alcanza la pelota de beisbol.

Realizamos la tabla de tabulación para valores de  $t$ , donde  $0 \leq t \leq 10$

T	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(t)$	0	0,25	1	2.25	4	6.25	9	12.25	16	20.25	25



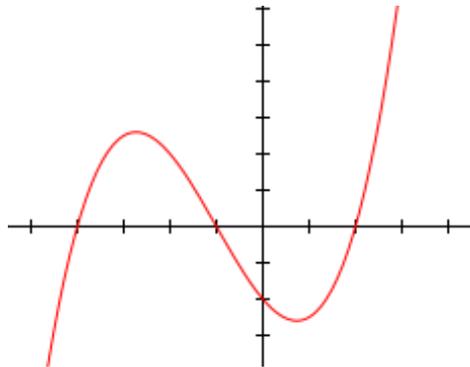
Para encontrar la altura máxima utilizemos la fórmula  $f(t) = (0.5t)^2$  y reemplacemos  $t = 10$ ,

$$f(10) = (0.5 * 10)^2 = 5^2 = 25$$

Podemos concluir que la altura máxima que alcanza la pelota de beisbol es de 25 metros al cabo de 10 segundos.

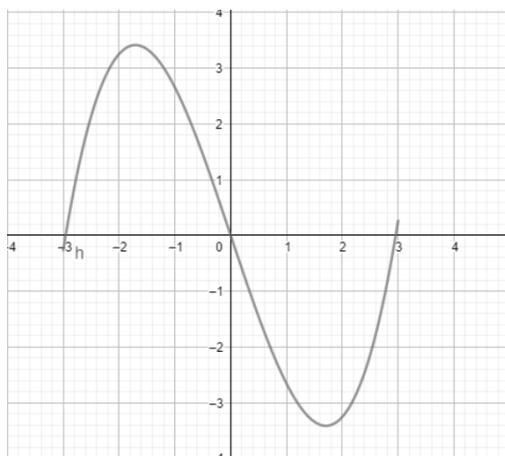
Función cúbica: es un polinomio de tercer grado, cuyo rango y dominio son los números reales y se representa así:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d ; a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$$



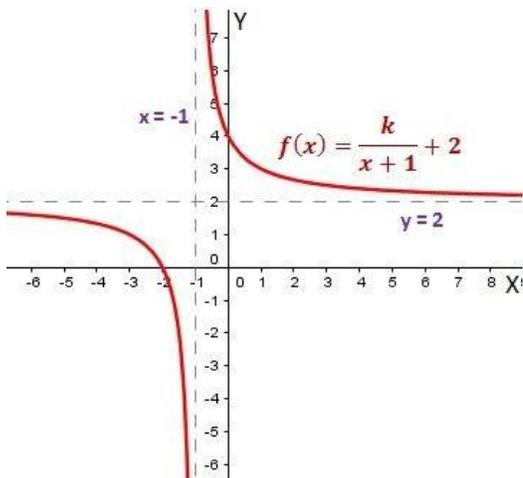
**Ejemplo 6.7:** La función  $f(x) = x^3 - 3x$  muestra el crecimiento y decrecimiento de la población de pollos en un criadero, se hace con el propósito de mostrar cómo se mantuvo desde hace tres meses y que se espera luego de tres meses. Bosqueje la gráfica e interprete el resultado.

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-0.261	3.256	2.657	0	- 2.657	- 3.256	0.261



Análisis: podemos mirar que la población de pollos hace dos meses venia en decrecimiento y se espera que hasta el próximo mes siga con ese decrecimiento. Luego de un mes la población de pollos aumentara en una razón constante.

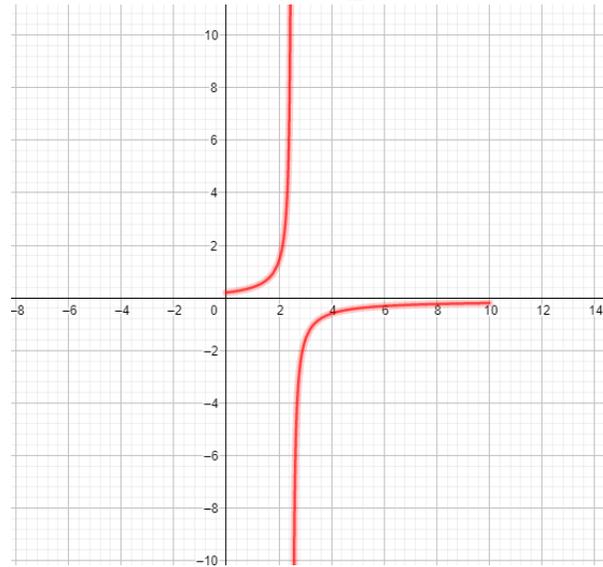
**Función Racional:** Está definida como el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado de por lo menos 1. Es decir que tiene una variable en el denominador.



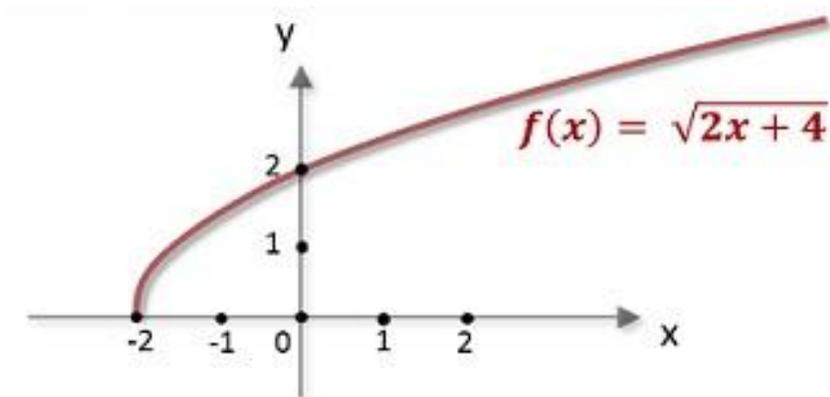
**Ejemplo 6.8:** En un recipiente tenemos 20 litros de agua y mezclamos 1 libra de sal. Añadimos agua a un ritmo de 2 litros por minuto y al mismo tiempo añadimos sal a un ritmo de 0.2 libras por minuto.

Entonces tenemos que agua:  $A(t) = 5 - 2t$  en litros y sal:  $S(t) = 1 + 0.2t$  en libras. Por tanto, la concentración está dada por la fórmula:

$$C(t) = \frac{1 + 0.2t}{5 - 2t}$$

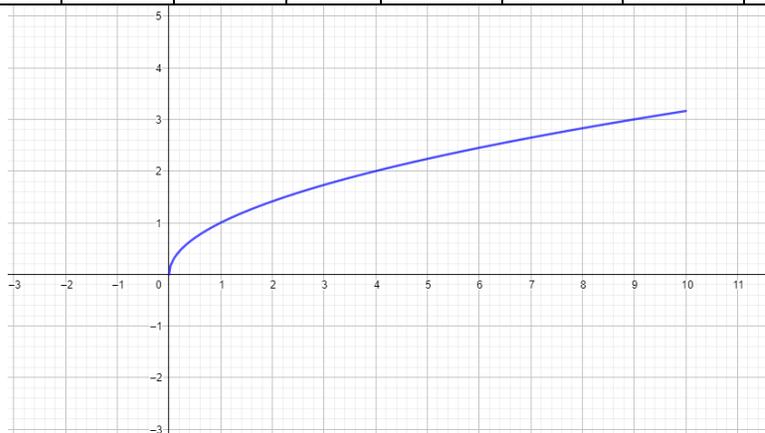


**Función radical:** también llamadas funciones irracionales son aquellas en las que la variable  $x$  aparece dentro de un radical o lo que es lo mismo dentro de una raíz.



**Ejemplo 6.9:** El movimiento des lanzamiento de un avión de papel desde que es lanzado hasta antes de empezar a descender, está modelado por la función  $f(x) = \sqrt{x}$  en un periodo de 10 segundos. Tabule y grafique la función.

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	0	1	1.41	1.73	2	2.23	2.44	2.64	2.82	3	3.16



### Dominio y Rango de funciones algebraicas.

Recordemos lo aprendido:

- ¿Qué es el dominio de una función?
- ¿Qué es el rango de una función?

En la siguiente tabla se especificará el dominio de las funciones algebraicas.

Nombre de Función	Expresión	Dominio	Rango
<b>Constante</b>	$f(x) = a$	$R$	$a$
<b>Lineal</b>	$f(x) = ax + b$	$R$	$R$
<b>Cuadrática</b>	$f(x) = ax^2 + bx + c$	$R$	$Si a > 0; \left[ \frac{-b}{2a}, \infty \right)$ $Si a < 0; \left( \infty, \frac{-b}{2a} \right]$
<b>Cúbica</b>	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$	$R$	$R$
<b>Racional</b>	$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$	$R - \{h(x) = 0\}$	$R - \{f(x) = 0\}$
<b>Irracional</b>	$f(x) = a\sqrt{g(x)}$	$R - \{g(x) < 0\}$	$a < 0, R^- \cup \{0\}$ $a > 0, R^+ \cup \{0\}$

**5. ACTIVIDADES** (A desarrollar para afianzar el nuevo conocimiento, se trabajará la modelación matemática para situaciones problema del mundo real)

**Actividad 6.1:** Grafique usando tabulación las siguientes funciones.

- $f(x) = \frac{8}{x^2+2}$
- $g(x) = \sqrt{2x}$
- $h(x) = x^2 - 2$
- $f(x) = 5$
- $f(x) = 4x^2$
- $g(x) = \sqrt{8}$
- $h(x) = x^3 + x^2 - 10x - 2$
- $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x}$

**Actividad 6.2:** Teniendo en cuenta la gráfica de las anteriores funciones clasifíquelas en constante, lineal, cuadrática, cúbica, racional o radical.

**Actividad 6.3:** Escoja una de las funciones anteriores y plantee una situación relacionada con su entorno, que esta función pueda modelar.

**Actividad 6.4:** Encuentre el dominio y rango de las funciones de la **Actividad 6.1.** tomando en consideración los valores obtenidos en la tabulación y la gráfica que representan.

**Actividad 6.5:** Invente o identifique un problema de la vida cotidiana con alguna de las funciones vistas. Escriba cual es el dominio y rango de su función, que representan estos conjuntos.

## 6. EVALUACIÓN (Verificación de la apropiación del nuevo aprendizaje)

**El trabajo en clase (estudiantes presenciales) y trabajo en casa (estudiantes en forma virtual), se valorará y evaluará teniendo en cuenta los siguientes parámetros:**

1. En su cuaderno de teoría debe escribir la teoría dada, sea en clase o la que se encuentra en la guía de trabajo, esta teoría debe estar ordenada y deben ser apuntes que lo ayuden a usted en el momento de estudiar.
2. Los talleres deben ser desarrollados en su cuaderno de una forma ordenada y clara, el cuaderno debe estar debidamente marcado y si son talleres que se entreguen de forma presencial o virtual, deben contener en su portada datos completos del estudiante: nombre, grado, asignatura, correo electrónico o número de celular. Tener en cuenta que todos los trabajos se revisaran si están escritos a mano, no se aceptan trabajos transcritos en computadora, además, se debe enumerar cada hoja. Si no cumple con lo anterior no se revisará su trabajo.
3. En la parte presencial se revisará el trabajo que se realice en clase, también los talleres se reciben de forma física. Para los estudiantes que continúan de manera virtual deben enviar las fotografías del cuaderno incluyendo la parte teórica y taller de actividades en un archivo en formato pdf al correo [ljesus@unicauca.edu.co](mailto:ljesus@unicauca.edu.co), por la plataforma de Classroom o por mensaje interno a WhatsApp antes del 22 de octubre de 2021. También, podrán entregar los trabajos en el colegio hasta la fecha establecida.
4. La siguiente es la rúbrica de evaluación del desarrollo de la guía. Para considerar aprobado se debe cumplir mínimo con el 70% de las actividades establecidas. Para tener un desempeño más alto asegúrate de cumplir con todos los criterios de la rúbrica general dada en la primera hoja de la guía.

#### Desarrollo de la guía

CRITERIO	DESCRIPCIÓN	PUNTAJE
Teoría en el cuaderno completa o apuntes para estudiar.	Lectura y revisión de la guía	20 puntos
Desarrollo de las Actividades 1 y 2.	Graficar y clasificar funciones.	18 puntos
Desarrollo de las Actividades 3 y 4.	Modelación con diferentes tipos de funciones y dominio y rango de las diferentes clases de funciones.	18 puntos
Desarrollo de las Actividades 5.	Modelación e identificación del dominio y rango en problemas cotidianos.	18 puntos
Evaluación o Sustentación.	Evaluación o sustentación de los temas desarrollados en la guía	26 puntos
	<b>Total</b>	<b>100 puntos</b>

La siguiente tabla representa el cronograma en que se desarrollará la temática, para poder organizar los tiempos de las actividades a realizar.

SEMANA	TEMAS	PUNTO DE LA GUÍA
--------	-------	------------------

<b>27 de septiembre a 1 de octubre.</b>	Lectura y revisión de la guía. Solución de Actividades 1 y 2, gráfica y clasificación de funciones.	6.1
<b>4 a 8 de octubre.</b>	Graficar y clasificar funciones.	6.1, 6.2
<b>11 a 15 de octubre.</b>	Modelación con diferentes tipos de funciones y dominio y rango de las diferentes clases de funciones.	6.3
<b>18 a 22 de octubre.</b>	Modelación e identificación del dominio y rango en problemas cotidianos.	6.4, 6.5
<b>25 a 29 de octubre.</b>	Evaluación o sustentación de los temas desarrollados en la guía.	

- Guía 2.

<b>GRADO:</b>	<b>ASIGNATURA(S):</b>	<b>AÑO LECTIVO: 2021</b>	<b>GUÍA N° 7</b>
<b>NOMBRE DEL DOCENTE PRÁCTICANTE: JESÚS EDUARDO LÓPEZ SAMBONI</b>			
<b>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</b>			
<b>1. SALUDO INICIAL</b>			
<p>En esta etapa final trabajaremos en el fortalecimiento de habilidades de razonamiento, formulación, interpretación y argumentación que cada estudiante debe tener para enfrentar alguna situación problema del mundo real con ayuda de las matemáticas.</p> <p>En esta última etapa conoceremos acerca del proceso de la modelación matemática utilizado para la solución de problemas de las pruebas Saber Once, donde se enfatizará en problemas genéricos que son aquellos que están relacionados a un contexto familiar, social o un fenómeno del mundo real. Conocer este proceso de solución de problemas nos puede ayudar en un futuro a resolver problemas</p>			

que con ayuda de las matemáticas podemos encontrar una solución.

Mantente en contacto permanente con tus maestros para resolver tus dudas. Te puedes comunicar con nosotros a través de nuestros correos electrónicos institucionales o en los grupos de WhatsApp



ljesus@unicauca.edu.co



3105417305

## 2. RÚBRICA DE EVALUACIÓN (Criterios para la valoración del taller)

CRITERIO	VALORACIÓN			
	BAJO	BÁSICO	ALTO	SUPERIOR
Desarrolla y presenta todas las actividades realizadas en el aula (estudiantes en presencialidad) y por los medios de acceso a la información y comunicación con que dispone (estudiantes en virtualidad), teniendo en cuenta: las instrucciones dadas por el docente, los criterios de la rúbrica de evaluación y tiempos determinados en el cronograma institucional.		OK	OK	OK
Demuestra originalidad, creatividad y compromiso en el desarrollo de sus actividades y/o trabajos.		OK	Ok	Ok
Presenta evidencias de aprendizaje en el aula con sus trabajos en escrito y en virtualidad con gran calidad, seleccionando los dispositivos o medios de acceso a la información y comunicación con que dispone.			Ok	Ok
Atiende todas las sugerencias que se le hacen en los procesos de Asesoría en presencialidad o virtualidad y revisión de trabajos y actividades.			Ok	Ok
Presenta actividades en las fechas de referencia y horarios establecidos				Ok

con excelente presentación y orden, especificando nombre del estudiante, grado y docente a quien va dirigido su trabajo o actividad.					
Participa en otras actividades de área (comunicación frecuente, participación en asesorías, llamadas por teléfono, actividades en grupos de WhatsApp, otras actividades)				Ok	

\*aplica para aquellos estudiantes inscritos a programas y convenios mencionados

### 3. ME PREPARO (conocimientos previos para el nuevo aprendizaje)

- ~ Utilizando la modelación matemática como herramienta para desarrollar habilidades de interpretación, formulación y argumentación frente a problemas de los problemas de Saber Once.
- ~ Manejar e interpretar de manera correcta los conceptos matemáticos en la solución de problemas.

### 4. CONCEPTOS GENERALES (utilizaremos la modelación matemática para la solución de problemas de las pruebas Saber Once)

#### ¿Qué es la modelación?

La modelación es el proceso matemático que te ayuda a solucionar una situación problema con ayuda de las matemáticas. Desarrollando habilidades de interpretación, formulación y argumentación.

Para realizar un buen proceso de modelación debemos tener en cuenta los siguientes pasos:

- 1. Observación:** Identificar la situación problema, analizar la información que este nos brinda e identificar el problema que esta situación presenta.
- 2. Matematización:** Se pasa del lenguaje natural de la situación a un lenguaje matemático donde podamos hacer operaciones.
- 3. Construcción del modelo:** En la construcción del modelo se identifica el

procedimiento que se utiliza para resolver la situación y observamos si este procedimiento se puede utilizar para la solución de otro problema.

**4. Validación de la respuesta:** Se analiza la respuesta obtenida tiene la validez necesaria para dar respuesta al problema inicial, sino es así se debe nuevamente replantear el modelo.

**5. Argumentación:** Se da respuesta al problema inicial y se expone el modelo utilizado con el fin de utilizar el modelo para la solución de otros problemas con características similares.

**Ejemplo 7.1:** Carlos compra siete helados para compartir con su familia. Si Carlos pago \$ 4.200 por todos los helados. ¿Qué costo tiene cada helado?

1. El costo de un helado.
2.  $\$ 4200 = 7x$ ,  $x$  es el precio de un helado.
3.  $\frac{\$4200}{7} = x$ , despejamos la variable  $x$  pasando el 7 a dividir.  
 $\$600 = x$ ,
4. Obtuvimos como respuesta que el costo de un helado es de \$600 pesos.
5. La respuesta obtenida tiene validez y los cálculos que realizamos para este problema fueron los correctos, este modelo puede ser utilizado en otros problemas con las mismas características.

**Ejemplo 7.2:** María le entrega a Juan la tercera parte de sus colores y María al final tiene el doble de colores que Juan. Si María tiene 24 colores. ¿Cuántos colores tenía María antes de darle de sus colores a Juan? ¿Cuántos colores tenía Juan inicialmente?

1. ¿Cuántos colores tienen María y Juan inicialmente?
2.  $24 = 2C$ ,  $C$  son los colores de Juan y 24 los colores de María al final.
3.  $\frac{24}{2} = C$ ,  $12 = C$ , despejamos la variable y luego dividimos 24 entre 2.  
 $\frac{2}{3} = 24$ ,  $\frac{1}{3} = 12$ , encontramos a que equivale un tercio de los colores de María.  
 $24 + 12 = 36$ , sumamos las proporciones y obtuvimos la cantidad de colores que tiene María inicialmente.  
Si un tercio de los colores de María es igual a doce entonces al restar este tercio a los colores de Juan. Concluimos que Juan inicialmente no tendría ningún color.
4. María tiene inicialmente 36 colores.  
Juan no tiene ningún color.
5. La respuesta obtenida tiene una validez clara y los cálculos utilizados para la

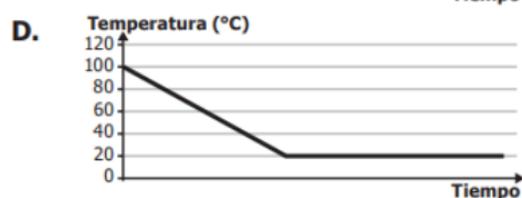
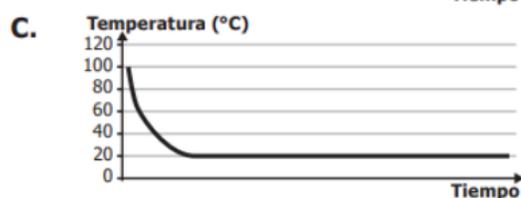
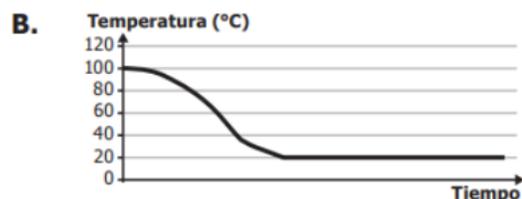
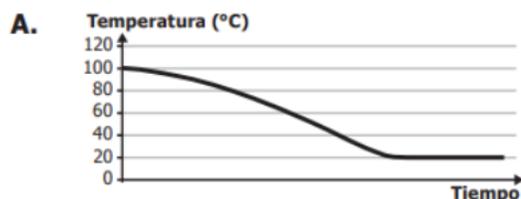
solución de este problema fueron los correctos estableciendo un modelo que puede ser utilizado para la solución de problemas con características similares.

**6. ACTIVIDADES** (desarrollar habilidades de interpretación. Formulación y argumentación de situaciones problema, utilizando la modelación matemática para la solución de estos problemas)

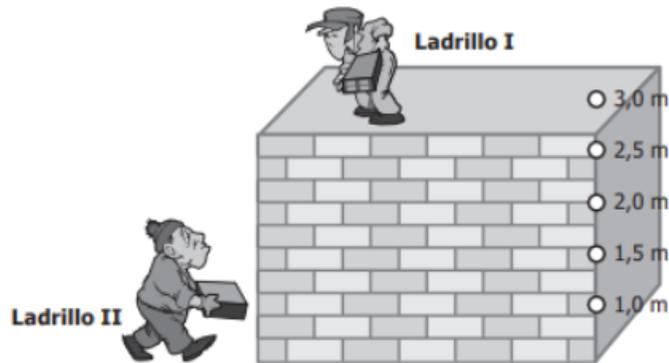
**Actividad 7.1**

- Utilizar el proceso de modelación y argumentar con sus propias palabras la respuesta obtenida.
  - Registrar los pasos utilizados de manera clara y ordenada.
  - Redactar n ejemplo relacionado a los problemas expuestos o generar otra pregunta con respecto a la información que brinda cada ejercicio.
1. Juan calienta una gran cantidad de agua en una olla. Al retirarla del fuego, la temperatura del agua se mide con un termómetro y este indica  $100^{\circ}\text{C}$ . Juan mide la temperatura del ambiente y obtiene  $20^{\circ}\text{C}$ . La ley de enfriamiento de Newton establece que cuanto es mayor es la diferencia de temperatura entre un objeto y el ambiente, mayor es el flujo de calor y, por tanto, más rápido se enfría el objeto.

Teniendo en cuenta la información anterior ¿Cuál de las siguientes gráficas describe mejor el proceso de enfriamiento del agua en la olla?



2. Una estudiante observa la construcción de un edificio nuevo para el colegio y mira a un obrero que lanza, cada vez, un ladrillo desde el primer piso, mientras que otro lo recibe a  $3,0\text{ m}$  de altura, como se muestra en la siguiente figura.



Si la estudiante sabe que la energía potencial depende de la altura y la masa del objeto y de repente observa que mientras el obrero se mantiene sosteniendo el ladrillo II a una altura de 1,0 m respecto al piso, el obrero deja caer el ladrillo I ¿Qué altura tiene que descender el ladrillo I para que ambos ladrillos tengan la misma energía potencial?

- A. 2,0 m.
  - B. 1,5 m.
  - C. 1,0 m.
  - D. 3,0 m.
3. En una feria robótica, el robot P y el robot Q disputan un juego de tenis de mesa. En el momento que el marcador se encuentra 7 a 2 a favor del robot P, estos se reprograman de tal forma que cada 2 puntos que anota el robot P, el robot Q anota 3. ¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite determinar cuándo igualará en puntos el robot Q al robot P?
- A.  $\frac{3}{2}x = 0$ . Donde x es la cantidad de puntos que anotará P.
  - B.  $7 + x = \frac{3}{2}x + 2$ . Donde x es la cantidad de puntos que anotará P.
  - C.  $7 + 3x = 2 + 2y$ . Donde x es la cantidad de puntos que anotará P, y y es la cantidad de puntos que anotará Q.
  - D.  $x + y = 7 + 2$ . Donde x es la cantidad de puntos que anotará P, y y es la cantidad de puntos que anotará Q.
4. La tabla presenta la información sobre el gasto en publicidad y las ganancias de una empresa durante los años 2000 a 2002.

Año	Gasto en publicidad*	Ganancia obtenida*
2000	200	8.000
2001	280	10.400
2002	250	9.500

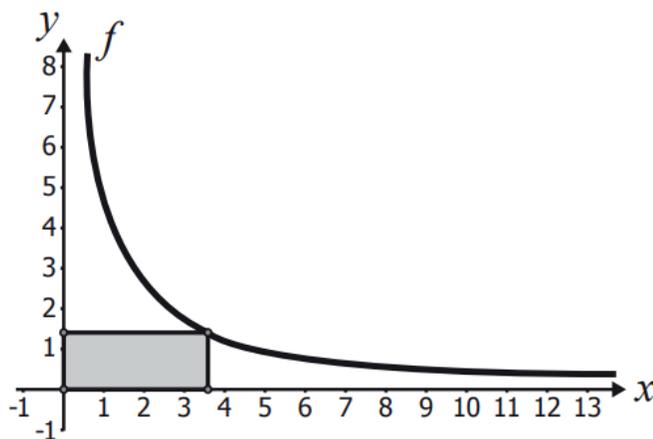
**Tabla**

La función que representa la ganancia obtenida  $G$ , en millones de pesos, en función del gasto en publicidad  $p$ , es.

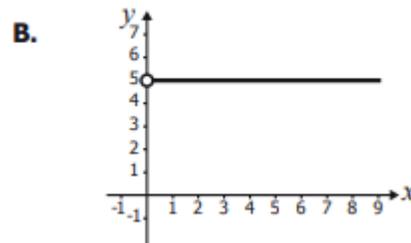
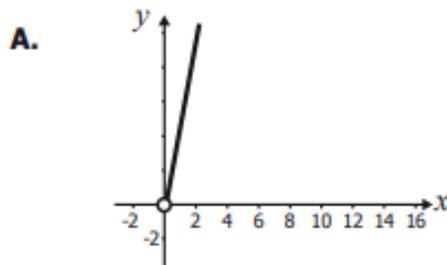
- A.  $G(p) = 30p + 2000$
- B.  $G(p) = 10p$
- C.  $G(p) = 40p$
- D.  $G(p) = 40p - 800$

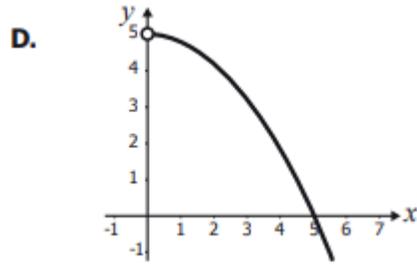
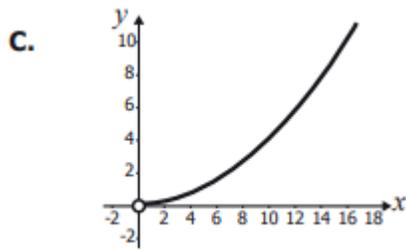
5. El área de los rectángulos que se pueden construir a partir del origen, los ejes y un punto que pertenece a la gráfica de la función  $f(x)=5/x$ , donde  $x>0$ , se describe con la expresión

$$Ax = xf(x).$$

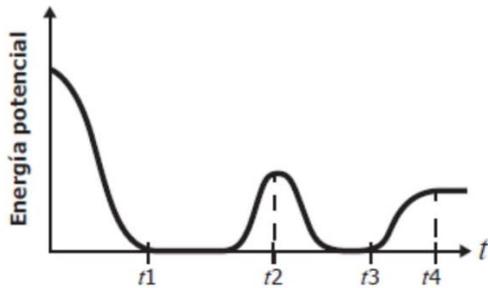


¿Cuál de las gráficas corresponde a  $Ax$ ?



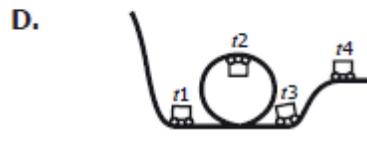
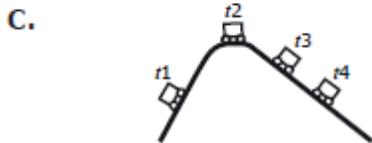
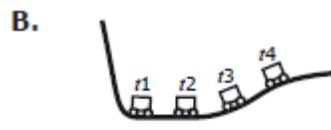
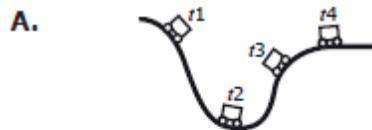


6. Un estudiante midió la energía potencial de un vagón en una montaña rusa. La gráfica representa los datos obtenidos por el estudiante.



7.

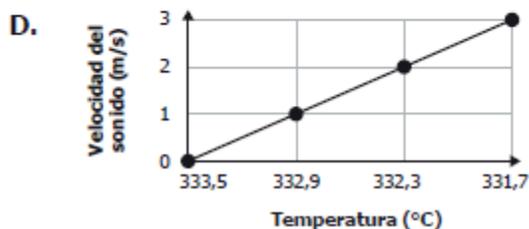
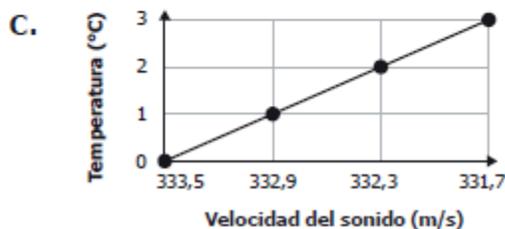
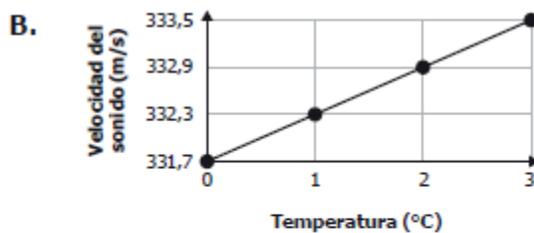
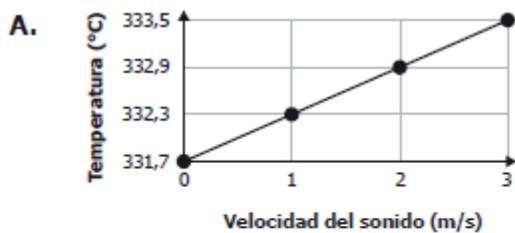
De los siguientes modelos de montaña rusa, ¿cuál explica la gráfica obtenida por el estudiante?



8. Una estudiante realizó un experimento para medir la velocidad de propagación del sonido en el aire a diferentes temperaturas. Los resultados que obtuvo se muestran en la siguiente tabla.

Temperatura (°C)	Velocidad del sonido(m/s)
0	331,7
1	332,3
2	332,9
3	333,5

¿Cuál de las siguientes gráficas muestran los resultados del experimento?



## 7. EVALUACIÓN (Verificación de la apropiación del nuevo aprendizaje)

**El trabajo en clase (estudiantes presenciales) y trabajo en casa (estudiantes en forma virtual), se valorará y evaluará teniendo en cuenta los siguientes parámetros:**

1. Presentar de manera ordena y clara la solución del problema con el respectivo procedimiento.
2. Argumentar la respuesta y el procedimiento utilizado.
3. Ejemplificar de manera simple los problemas expuestos.



RESOLVIENDO  
9 Preguntas

NOMBRE : \_\_\_\_\_

CLASE : \_\_\_\_\_

FECHA : \_\_\_\_\_

1.

Año	Gasto en publicidad*	Ganancia obtenida*
2000	200	8.000
2001	280	10.400
2002	250	9.500

Tabla

La tabla presenta la información sobre el gasto en publicidad y las ganancias de una empresa durante los años 2000 a 2002.

La función que representa la ganancia  $g$  en millones de pesos en función de gasto es publicidad

UN

$$G(p) = 40p$$

B

$$G(p) = 40p - 800$$

C

$$G(p) = 30p + 2000$$

D

$$G(p) = 10p$$

2.

Número de países participantes ( $n$ )	Número de formas posibles de ocupar los tres primeros puestos ( $f$ )
3	6
4	24
5	60
6	120

Tabla

Los Organizadores de un campeonato internacional de patinaje entregan la medallería solo de los países que han ocupado los tres primeros puestos. La tabla muestra el número de formas posibles en que se pueden ocupar los tres primeros puestos que se permitirán, según el número de países participantes.

Una forma de generalizar la relación entre los datos anteriores es:

UN

$$F = \text{norte} (n - 1) (n - 2)^2$$

B

$$F = 3 (3^{\text{norte} - 2} - 1)$$

C

$$F = \frac{n!}{(n - 3)! 3!}$$

D

$$F = \frac{n!}{(n - 3)!}$$

3. En una feria de robótica, el robot P y el robot Q disputan un juego de tenis de mesa. En el momento en que el marcador se encuentra 7 a 2 a favor de robot P, estos se reprograman de tal forma que cada 2 puntos que anotar robot P, el robot Q ANOTA 3. ¿Cuál de las siguientes reacciones permite determinar cuándo igualará en puntos el robot Q al robot P?

UN  $X + y = 7 + 2$  Donde x es la cantidad de puntos que anotará P, y Y es la cantidad de puntos que anotará Q.

B  $7 + X = \frac{3}{2}X + 2$  Donde x es la cantidad de puntos que anotara P.

C  $\frac{3}{2}X = 0$  Donde x es la cantidad de puntos que anotará P.

D  $7 + 3x = 2 + 2 años$  Donde x es la cantidad de puntos que anotará P, y Y es la cantidad de puntos que anotará Q.

4. Observa la figura.

Para calcular el área de la figura se empleó el siguiente procedimiento.

Paso 1.  $UN_C = k \cdot k = k^2$



Paso 2.  $UN_s = \frac{\left(\frac{k}{2}\right)^2 \pi}{2} = \frac{\frac{k^2 \pi}{4}}{2} = \frac{k^2 \pi}{8}$

Paso 3.  $UN_F = UN_C + UN_s$

Paso 4.  $UN_F = k^2 + \frac{k^2 \pi}{8} = k^2 \left(1 + \frac{\pi}{8}\right)$

El procedimiento anterior es

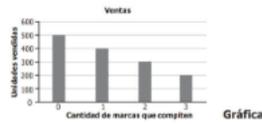
UN Correcto, pues la radio equivale a  $\frac{k}{2}$ .

B Correcto, ya que se ha sumado  $UN_C$  y  $\frac{UN_s}{4}$ .

C Incorrecto, ya que  $UN_s$  equivale a  $k^2 \pi$ .

D Incorrecto, pues  $UN_s$  equivale a  $\frac{k^2 \pi}{4}$ .

5.



Estudio de mercadeo indica el número de unidades vendidas de un producto de una marca específica, de acuerdo con la entidad de marcas que compiten contra ella en una tienda y el número de unidades vendidas sin competencia. La gráfica muestra los resultados del estudio del producto en un mes.

Suponiendo un comportamiento análogo para una tienda que vende 1250 unidades del producto cuando éste no tiene competencia en un principio ¿cuántas unidades se venderán aproximadamente de este producto en un mes si compite contra 3 marcas de las que aparecen en la gráfica?

UN Entre 680 y 720.

B Entre 730 y 780.

C Entre 480 y 520.

D Entre 930 y 970

6. Una escuela de natación cuenta con un total de 16 estudiantes. Para las clases se usan 2 piscinas con profundidad distinta. Por seguridad, las personas con estatura inferior a 1,80 m se envían a la piscina menos profunda y las demás a la más profunda.

Un día del director de la escuela escucha que el promedio de estatura de las 16 personas es de 1,70 m insiste en aumentar la cantidad de alumnos para que el promedio sea 1,80 m, afirmando que de esta manera se logrará igualar la cantidad de personas en las dos piscinas, esto sostenido es **Errónea**, porque:

UN Las 16 personas se encuentran actualmente en la piscina menos profunda. El director de la escuela de aceptar otros 16 alumnos con una estatura superior a 1,80 m.

B Aunque el promedio de estatura de las 16 personas es inferior a 1,80 m, no significa que la cantidad de personas en las piscinas sea diferente.

C Incrementar el promedio de 1,80 m es insuficiente. El director de la escuela de aceptar más estudiantes con altura de 1,80 m hasta que la cantidad del alumno sea igual en ambas piscinas

D Con el promedio es imposible determinar la cantidad de personas en las piscinas. Es necesario utilizar otras medidas, como estatura máxima o mínima de las personas, en lugar de esta.

7.

Capacitación en Informática básica			
Módulo	Nombre del módulo	Intensidad (horas)	Valor por hora
I	Fundamentación	40h	\$25.000
II	Procesador de texto	30h	\$30.000
III	Hoja de cálculo	40h	\$40.000
IV	Presentación con diapositivas	30h	\$45.000

La capacitación de cada módulo se hace con cursos de máximo 20 y mínimo 30 personas, de la misma dependencia.

Tabla

Para capacitar en información básica de los trabajadores de algunas dependencias de una empresa, se contrata una institución que ofrece un plan educativo de cuatro módulos (ver tabla).

la empresa pagara \$4.200.000 por capacitar a los trabajadores de la dependencia "Insumos" en el modulo I; esto quiere decir que la dependencia tiene entre:

- UN 80 y 120 trabajadores
- B 61 y 90 trabajadores.
- C 41 y 60 trabajadores.
- D 20 y 30 trabajadores.

8.

Capacitación en Informática básica			
Módulo	Nombre del módulo	Intensidad (horas)	Valor por hora
I	Fundamentación	40h	\$25.000
II	Procesador de texto	30h	\$30.000
III	Hoja de cálculo	40h	\$40.000
IV	Presentación con diapositivas	30h	\$45.000

La capacitación de cada módulo se hace con cursos de máximo 20 y mínimo 30 personas, de la misma dependencia.

Tabla

Si se les cobrará los 50 trabajadores de dependencia "Recursos Humanos" la capacitación del módulo II; y todos pagan en el mismo valor, ¿Cuánto debería pagar por cada uno por esa capacitación?

- UN \$18.000
- B \$900.000
- C \$36.000
- D \$450.000

9.

Capacitación en Informática básica			
Módulo	Nombre del módulo	Intensidad (horas)	Valor por hora
I	Fundamentación	40h	\$25.000
II	Procesador de texto	30h	\$30.000
III	Hoja de cálculo	40h	\$40.000
IV	Presentación con diapositivas	30h	\$45.000

La capacitación de cada módulo se hace con cursos de máximo 20 y mínimo 30 personas, de la misma dependencia.

Tabla

La empresa paga \$900.000 por la capacitación de 40 funcionarios de la dependencia "Importaciones". De acuerdo con el valor pagado, la capacitación corresponde al módulo.

- UN yo
- B Yo
- C IV
- D tercero

- Anexo 4.

[https://altopuntaje.com/prueba-icfes-preguntas-saber-11-examenes/#Preguntas icfes de Matematicas](https://altopuntaje.com/prueba-icfes-preguntas-saber-11-examenes/#Preguntas_icfes_de_Matematicas)