Dificultades en las nociones de área y perímetro en la resolución de problemas de Olimpiadas Matemáticas

Erika Alexandra Añasco

Daniela Bedoya Pérez

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán, 2023

Dificultades en las nociones de área y perímetro en la resolución de problemas de Olimpiadas Matemáticas

Erika Alexandra Añasco

Daniela Bedoya Pérez

Director

Dr. Jhon Jairo Pérez

Dr. Francisco Eduardo Enríquez Belalcázar

Codirector

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán, 2023

Nota de Aceptación

Firma de evaluador

Firma de director

Firma de codirector

Firma de coordinador

Popayán-Cauca, marzo de 2023

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecerle a Dios, qué me ha permitido llegar hasta este punto, que me ha acompañado en todo momento, superando cada momento difícil que se me presentó. A mi familia que ha sido el pilar y la mayor motivación para cumplir cada uno de mis sueños, especialmente a mi madre Gloria Salamanca por su amor, dedicación y constancia en todo el proceso de la carrera, que a pesar de las dificultades nos ha sacado adelante, a mis hermanos Diana, Ruddy, Manuel, Sori Añasco Salamanca, a mi sobrino Jose Manuel Castillo por el apoyo como familia y amigos incondicionales, a mi padre Manuel Leonardo Añasco que en este momento no nos acompaña pero hubiera estado feliz por este logro como familia. A la universidad de Cauca, A sus docentes del programa de licenciatura en matemáticas, por sus aportes en los procesos de aprendizaje, por siempre estar dispuestos en todo lo que fuera necesario, a mis compañeros y amigos quienes me apoyaron para llegar a mi objetivo. El que hoy puedo ver este sueño hecho realidad, y en general gracias a esas personas que de una u otra forma aportaron para el crecimiento como persona y ahora profesional. ¡GRACIAS DIOS!

Erika Añasco

Primeramente, quiero agradecer a Dios por brindarme la oportunidad de vivir y poder culminar este sueño, guiándome con el camino que ha trazado para mí. A mi abuela Libia, a mi tía Sandra, a mi tío Adolfo quienes me brindaron su apoyo incondicional y a quienes va dedicado este logro, especialmente a mi mamá Dora Pérez que con su amor, apoyo y sacrificio pudo brindarme lo necesario para terminar mis estudios, a mi tío Jhon Pérez que a lo largo del proceso, me animo, me apoyó y estuvo para mí en momentos difíciles, a mi hijo Juan David quien fue mi principal motor y motivación para seguir adelante. A mis maestros por su tiempo, dedicación y quienes compartieron conmigo sus conocimientos para poder llegar a ser profesional. A mis amigos que me motivaron y aportaron un granito de arena para crecer como profesional.

Daniela Bedoya

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN **10**

DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA **11**

JUSTIFICACIÓN **13**

OBJETIVOS **15**

OBJETIVO GENERAL **15**

OBJETIVOS ESPECÍFICOS **15**

ANTECEDENTES **16**

OLIMPIADAS MATEMÁTICAS **16**

Regionales *16*
Nacionales *18*
Internacionales *21*

LINEAMIENTOS CURRICULARES **22**

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS EN MATEMÁTICAS **24**

MARCO TEÓRICO **27**

DIFICULTAD **27**

PROBLEMA MATEMÁTICO **27**

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS **28**

Recursos *28*
Heurísticas *28*
Control *29*
Sistema de creencias *29*

ÁREA **30**

PERÍMETRO **30**

METODOLOGÍA **31**

TIPO DE INVESTIGACIÓN **31**

CONTEXTO **32**

SUJETO DE ESTUDIO **33**

PROCEDIMIENTO **34**

Instrumentos de investigación *35*
Plan de acción *36*

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS **38**

PRUEBA DIAGNÓSTICA **38**

TALLERES DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS **11**

Taller 1 11
Taller 2 14
Taller 3 20

PRUEBA RONDA 1. **24**

ANÁLISIS DE PRUEBAS MEDIANTE LA RÚBRICA DE EVALUACIÓN **24**

RÚBRICA DE EVALUACIÓN PARA LA PRUEBA DIAGNÓSTICA DE OLIMPIADAS DE MATEMÁTICASUNICAUCA 2022 (MODALIDAD VIRTUAL) *25*
RÚBRICA DE EVALUACIÓN DE LAS DIFICULTADES DE OLIMPIADAS MATEMÁTICAS (PRESENCIAL). *27*
RÚBRICA DE COMPARACIÓN ENTRE LOS PARTICIPANTES VIRTUAL (X) Y PRESENCIAL (X). *28*
CATEGORIZACIÓN DE DIFICULTADES **29**
DISCUSIÓN DE RESULTADOS **30**
CONCLUSIONES **32**
RECOMENDACIONES **34**
BIBLIOGRAFÍA **35**
ANEXOS **38**

TABLA DE ILUSTRACIONES

Ilustración 1. Primera prueba diagnóstica. 38
Ilustración 2. Interpretación de pregunta 1, por E1 (virtual) 38
Ilustración 3. Interpretación de pregunta 1 por E2 39
Ilustración 4. Interpretación de la pregunta 2 por el estudiante E1 (virtual) 40
Ilustración 5. Interpretación de la pregunta 2 por E2 (presencial) 40
Ilustración 6. Interpretación de la pregunta 3 por E1 (virtual) 41
Ilustración 7.Interpretación de la pregunta 3 por E2 (presencial). 41
Ilustración 8. Interpretación de la pregunta 3 por E3 (presencial). 42
Ilustración 9. Interpretación de la pregunta 3 por E4. 43
Ilustración 10- Interpretación de la pregunta por E10. 43
Ilustración 11. Construcción triangular. 45
Ilustración 12. Interpretación del área de una figura plana por E1, E5, E6 (virtual). 45
Ilustración 13.Interpretación del perímetro de una figura plana por E1, E5,E6 (virtual) 46
Ilustración 14. Interpretación del problema por E7 (presencial). 46
Ilustración 15.Figura de casa. 47
Ilustración 16.Interpretación perímetro de una figura plana por E1, E5, E6. 48
Ilustración 17. Interpretación área de una figura plana por E1, E5, E6. 48
Ilustración 18. Interpretación perímetro de una figura plana por E1,E5, E6. 49
Ilustración 19. Interpretación del problema por E3 (presencial). 49
Ilustración 20. Triángulo equilátero compuesto por triángulos equiláteros. 50
Ilustración 21. Interpretación de perímetro por E1 y E5 (virtual). 51
Ilustración 22. Interpretación de perímetro por E7 (presencial). 51
Ilustración 23. Interpretación del problema por E8. 52
Ilustración 24. Tres cuadrados pequeños. 53
Ilustración 25.Resultado del problema, con las medidas encontradas por E1, E5, E6 y E9. 54
Ilustración 26.Interpretación área de los cuadrados que forman el rectángulo por E1, E5, E6 y E9. 54
Ilustración 27. Interpretación de área de una figura plana por E1, E5, E6 y E9. 55
Ilustración 28. Resultado del problema, con las medidas encontradas por E2. 56
Ilustración 29.Resultado del problema, con las medidas encontradas por E10. 57

INDICE DE TABLA

TABLA 1. Criterios de evaluación metodológica**.** 35

TABLA 2. Rúbrica de evaluación prueba diagnóstica para olimpiadas 25

TABLA 3. Rúbrica de evaluación prueba diagnóstica para olimpiadas 26

TABLA 4. Rúbrica de evaluación de los talleres realizados para olimpiadas 27

TABLA 5. Rúbrica de evaluación de talleres diseñados para olimpiadas 28

TABLA 6. Comparación de las dos rubricas finales 28

TABLA DE ANEXOS

ANEXOS 1. Evento Bolívar 38

ANEXOS 2. Evento institución don Bosco "gomosos por la matemática**"** 40

RESUMEN

El presente documento corresponde a la práctica pedagógica realizada mediante la implementación de Olimpiadas Matemáticas, llevada a cabo de forma virtual y presencial, con estudiantes de grado quinto de distintas instituciones educativas, con el objetivo de identificar las dificultades presentes en resolución de problemas en geometría frente a los conceptos de área y perímetro. Se obtuvieron resultados a partir de la información de una prueba diagnóstica y talleres tipo olimpiadas, los cuales permitieron el análisis de procesos realizados con los estudiantes.

Palabras clave: área, perímetro, resolución de problemas

ABSTRACT

This document corresponds to the pedagogical practice carried out through the Mathematical Olympics, carried out virtually and in person, with fifth grade students from different institutions, with the aim of identifying the difficulties that arise in solving problems in geometry versus the concepts of area and perimeter. Results were obtained from the information of a diagnostic test and Olympic-type workshops, which allowed the analysis of processes carried out in the workshops presented.

Keywords: area, perimeter, problem solving

Introducción

Según Guerrero (2010), la geometría es calificada como una disciplina aplicada a la realidad, el lenguaje cotidiano, y que a su vez permite desarrollar en los estudiantes la percepción del espacio, la capacidad de visualización y abstracción. Por mucho tiempo se han desarrollado de forma cotidiana los conceptos de perímetro y área; el primero con el propósito de calcular la longitud del contorno de una figura y el segundo para hallar la superficie de figuras planas. Estos conceptos generan algunos tipos de confrontación mental dentro del proceso de aprendizaje en la educación básica impartida a los niños, generando como consecuencia, dificultades en la resolución de problemas y diferenciación entre ambos conceptos geométricos básicos.

Este trabajo ha permitido identificar las dificultades en la aplicación de perímetro y área, que los estudiantes de grado quinto presentan durante la resolución de problemas en las Olimpiadas Matemáticas ofertadas por la Universidad del Cauca, esto contribuye al análisis del por qué es importante la enseñanza de la geometría como base fundamental, que abarca tres dimensiones “conceptualización, investigación y demostración donde se puede llevar a cabo la resolución de problemas en la que los alumnos construyan conocimiento geométrico al resolver problemas” (Guerrero, 2010).

Descripción del problema

La educación básica ha sido fundamental para la construcción del conocimiento pues es aquí donde se inician las primeras bases que ayudarán al niño durante su vida educativa y cotidiana, principalmente si se habla en el aprendizaje matemático, donde han surgido dificultades dentro del aula que impiden la correcta comprensión de los conceptos.

Dentro de las matemáticas y específicamente hablando de geometría surgen dificultades en el aprendizaje de los conceptos de área y perímetro en la resolución de problemas, generando conflictos en la distinción de ambas. “Frecuentemente los estudiantes trabajan o exploran las nociones de perímetro y área de forma memorística, aplicando fórmulas y haciendo operaciones que permiten encontrar una respuesta numérica.” (Rangel y Murcia, 2017), por esta razón la memorización se convierte en un obstáculo que se encuentra constantemente en el aula de clase, su principal función es que se mecanice algoritmos dejando a un lado los conceptos sin darle un mayor sentido al ¿por qué? y ¿para qué? de lo que se hace, de esta manera el razonamiento geométrico no se desarrolla completamente y el no entender el problema, evita que los estudiantes puedan buscar posibles soluciones que le permitan resolver problemas de Olimpiadas.

Por otro lado, al hablar de geometría, se puede hacer alusión a las figuras geométricas como herramientas claves para que no haya una total abstracción en la noción de área y perímetro, el problema surge cuando se intentan diferenciar figuras que muchas veces son confusas para los niños como, por ejemplo: hacer distinción entre cuadriláteros, tipos de triángulos, así como también el reconocer cada una de las características que identifican a dichas figuras. De este modo es importante el reconocimiento de las figuras geométricas como base para el posterior entendimiento de los problemas presentados en las Olimpiadas

Matemáticas, dado que área y perímetro se perciben con mayor facilidad mediante la visualización.

De acuerdo con lo anterior, Barrantes y Zapata (2015) afirman que otro problema importante que se debe tener en cuenta en la enseñanza-aprendizaje de la geometría son las definiciones de los conceptos. Dentro del aula, los profesores enuncian definiciones matemáticas de conceptos y ejemplos para describir figuras en forma memorística, "los profesores suelen poner más énfasis en las definiciones que en los ejemplos, sin darse cuenta de que son los últimos los que impactan más en los estudiantes y los que producen un efecto mental más duradero y profundo" (Gutiérrez y Jaime, 1996, p. 57).

De esta manera es importante tener en cuenta las dificultades que se presentan en la aplicación de los conceptos de área y perímetro, dado que es el problema principal que se intenta identificar en este documento, por consiguiente, la pregunta problema se centra en ¿Cuáles son las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas que involucren las nociones de área y perímetro en Olimpiadas Matemáticas?

Justificación

Los conceptos de área y perímetro han sido una base fundamental dentro de la educación, ya que permiten acercarse a la realidad, como el hecho de poder hallar el área de un terreno o hallar la longitud total de una ventana, entre otras muchas que pueden surgir en la vida cotidiana y que claramente se asocian a una figura geométrica (triángulo, cuadrado, etc.) a los conceptos mencionados. De esta manera las Olimpiadas Regionales Unicauca, se muestran como una herramienta para observar los procesos que los niños manejan y si han adquirido de forma correcta las nociones o si solo han mecanizado fórmulas sin una clara interpretación para la solución del problema, como lo afirmado a continuación

> En primaria, aún sin ese carácter algebraico, formal, se ha fomentado excesivamente el aprendizaje memorístico de conceptos, teoremas y fórmulas; la simple apoyatura de unos conceptos en otros previos; y la temprana eliminación de la intuición como instrumento de acceso al conocimiento geométrico, tratando de acelerar la adquisición de tales conceptos, teoremas y fórmulas, como si en ellas estuviera condensado el verdadero saber geométrico. (Portocarrero, 2008, pp.24)

Portocarrero (2008) destaca que la geometría ayuda desde los primeros niveles educativos a la construcción del pensamiento espacial. Un niño desde que nace está en contacto con la naturaleza, mientras va creciendo va teniendo una noción del espacio que lo rodea. Por esta razón es importante considerar que desde los primeros niveles educativos el aprendizaje-enseñanza de la geometría, para que los niños vayan construyendo su pensamiento espacial, además si se considera desde un ambiente escolar, el papel de la geometría es muy importante ya que permite al estudiante interactuar con el medio que lo rodea.

Es así como este trabajo cobra relevancia social, puesto que tiene en cuenta los obstáculos que se presentan en la resolución de problemas, donde se implementan los conceptos de área y perímetro, en un esfuerzo por comprender como han sido asumidos los conceptos por los participantes de nivel 1 en Olimpiadas Regionales Unicauca. Mediante este proyecto se quiere conocer las dificultades que los estudiantes de quinto grado presentan en la resolución de problemas en talleres de olimpiadas.

Adicionalmente, se encuentra que los impactos generados a raíz de esta investigación son de carácter social, afectivo y académico, por ejemplo, a nivel social; nivel afectivo, y finalmente a nivel académico. La pertinencia disciplinar de este trabajo está determinada en la investigación del perímetro y área como variables principales dentro del estudio del aprendizaje matemático en la infancia, colocando precedentes para nuevos métodos de enseñanza matemática que refuercen conocimientos e incrementen la mejoría de resultados en pruebas, olímpicas y evaluaciones de corte matemático en los colegios.

Objetivos

Objetivo general

Analizar las dificultades que presentan los estudiantes de grado quinto de primaria al aplicar los conceptos de área y perímetro en la resolución de problemas de Olimpiadas.

Objetivos específicos

Conocer las dificultades a través de talleres diseñados para involucrar las nociones de área y perímetro.

Comparar los procesos obtenidos por estudiantes en los talleres entre las dos modalidades (virtual y presencial), mediante una rúbrica de evaluación.

Categorizar las dificultades en relación con las nociones de área y perímetro

Antecedentes

Olimpiadas Matemáticas

Las olimpiadas hacen referencia a un concurso de matemáticas que ha perdurado durante muchos años, es por ello por lo que son muy conocidas internacionalmente, según Flalk de Losada (2001) las olimpiadas han tenido un impacto y tienen una transformación en la que los participantes perciben así mismos la creatividad y confianza del pensamiento matemático. Es ahí donde se reconoce métodos de solución de problemas como Pólya, Erdos, Posa, también nombra formas de olimpiadas como pruebas rápidas de selección múltiple, preguntas investigativas y preguntas abiertas. En esta parte se ha decidido dividir la historia de las olimpiadas en regionales, nacionales e internacionales.

Regionales

La universidad del cauca ha sido participe de las olimpiadas en varias ocasiones, aunque no se encuentren escritos de investigación, por tal motivo nos dirigimos al trabajo de grado aprobado de Imbachi y Ruiz (2022), donde según ellas en el escrito de Enríquez y Pérez (2018), manifiestan que ha participado en la olimpiada colombiana matemática universitaria de la universidad Antonio Nariño (sede Bogotá) desde 1998 hasta 2007 con estudiantes de licenciatura en matemáticas, ingeniería electrónica, física con la orientación del docente de la universidad del cauca Francisco Enríquez, el grupo de la universidad inició a mediados del año 1997, el grupo lleva el nombre de (GOMUC) , este se caracterizó por el interés a las matemáticas y buscar estrategias simples para un problema que a primera vista es difícil, su enfoque es la resolución de problemas donde el papel importante es la creatividad, confianza, agilidad de pensamiento matemático más que técnicas teóricas.

Siguiendo lo anterior, según Imbachi y Ruiz (2022), el grupo de olimpiadas ha sido partícipe del IX concurso de integrales de la Universidad Nacional sede en Medellín donde los resultados fueron positivos. La Universidad del Cauca en 2018 se hizo presente también en las olimpiadas organizadas por la universidad ICESI, llevando a construir un grupo preparado de olimpiadas matemáticas de la Universidad del auca, esta iniciativa fue creada por los docentes adscritos Jhon Jairo Pérez y Francisco Enríquez, este espacio es para crear soluciones a situaciones problemas, construir conocimientos matemáticos, y explorar la matemática en contexto.

Siguiendo este proceso, se interesa trabajar también con los estudiantes de los colegios y docentes de matemáticas, inicialmente con los grados de 9° - 11° de la ciudad de Popayán, esta propuesta se aprobó y se comunicó a estudiantes de licenciatura en matemáticas para desarrollar sus prácticas pedagógicas en este énfasis, y realizar la prueba anual "Olimpiada Matemática Unicauca", se pretende citar a estudiantes interesados en la participación, en horarios extracurriculares durante un año, para que así se adquiera habilidades y potenciar el razonamiento lógico, geométrico, analítico.

Según Imbachi y Ruiz (2022), la Olimpiada Matemática Unicauca se diseñó con las siguientes fases: preparatoria (capacitación de estudiantes universitarios y profesores de secundaria dispuestos a colaborar), clasificatoria (presentan la prueba los estudiantes de 9° a 11° inscritos), final (se sitúan en esta posición los participantes que obtienen los 20 mejores resultados) y la premiación (los 7 puntajes destacados y al estudiante mejor de cada colegio reciben un reconocimiento).

Posteriormente, las Instituciones Educativas han decidido ser organizadoras de olimpiadas matemáticas, tenemos el caso de la institución del mirador que desde el 2005 , "las olimpiadas municipales se realizan cada año-, con el apoyo del grupo de ALTENUA de la Universidad del Cauca y la Secretaría de Educación de Popayán, También en el Colegio Técnico Comfacauca se coordina Olimpiadas de Matemáticas municipales, en el año 2019 se dio la XVI versión con la participación de 14 instituciones, acogiendo a 350 estudiantes de básica primaria y secundaria" (Imbachi y Ruiz, 2022).

Gracias a la acogida que ha tenido el concurso de matemáticas (Olimpiadas), instituciones del cauca se han interesado por ser partícipes de estos, se debe partir del 2019 la institución de la herradura, ubicada al sur del Cauca organizada por el profesor Jesús Gonzalo Sotelo donde participaron 6 estudiantes del grado 11º de la institución. También participaron 13 instituciones de diferentes municipios del departamento, entre ellos Bolívar, Almaguer, la Vega, la Sierra, también se extendió la participación a instituciones educativas: INAMIX de Piendamo y la I.E Brisas del Patía. Los grados de escolaridad partícipes fueron desde el grado sexto hasta el undécimo, llegaron 620 competidores y a la final 120, de los cuales se premiaron a los primeros tres lugares de cada nivel (siendo el primer nivel: grados 6° y 7°; segundo nivel: 8° y 9°, tercer nivel: 10° y 11°), (Imbachi y Ruiz, 2022).

Ofreciendo charlas de resolución de problemas de docentes tanto de la universidad como de las instituciones e invitados de las otras universidades como la universidad de Nariño. Debido a la contingencia ambiental del COVID -19 no se pudo realizar la segunda versión de este evento. En el 2022 se realizó un evento preparatorio en Bolívar, donde se hizo participe la universidad del Cauca, con profesores y practicantes de matemáticas a la calle y olimpiadas matemáticas, en este evento se categorizó por niveles, nivel 1 (Quinto , sexto y séptimo), nivel 2 (octavo y noveno), nivel 3 (decimo y once), se organizó este taller en la institución Educativa Santa Catalina Laboure, la actividad consistió en desarrollar problemas tipo olimpiada, donde los estudiantes crearon y dialogaron soluciones con ayuda de los practicantes. A finales de octubre del 2022 se hizo el mismo evento en la institución educativa Don Bosco, sede secundaria donde se hicieron partícipes estudiantes de distintos niveles e instituciones como la Institución Educativa los Comuneros, INEM, I.E Antonio Garcia Paredes.

Nacionales

Las olimpiadas matemáticas en Colombia fueron acogidas por los docentes de la universidad nacional y la universidad Antonio Nariño, en 1980 el rector de la Universidad Antonio Nariño viajo a una reunión mundial de educadores matemáticos en l universidad de Berkeley (california) con el fin de que se le hiciera una invitación a Colombia para para su primera participación, en 1981 llego una invitación formal, donde Colombia participo de forma internacional con estudiantes de las mencionadas universidades.

Los estudiantes que representan a Colombia en la IMO (International Mathematical Olympiad) son seleccionados por la universidad Antonio Nariño, el primer paso es la selección mediante un concurso de olimpiadas donde todos los estudiantes que ya han sido previamente seleccionados hacen la prueba y los que sobresalen participan en la IMO, a ellos se les prepara con talleres de alto nivel.

Otras universidades que participan como organizadores de olimpiadas matemáticas que no siguen con la selección de la Universidad Antonio Nariño se tienen universidades públicas como la universidad de Antioquia, Universidad del Valle, universidad industrial de Santander, universidad de Nariño y por último el alma mater universidad del Cauca. Estas universidades son las encargadas de la preparación de olimpiadas regionales, hacen el primer “filtro”, consiste en invitar estudiantes de la región a que participen, se hace talleres para luego hacer las pruebas, los estudiantes seleccionados representar su región a nivel nacional, seguidamente se hacen otros talleres y nuevamente se presentan pruebas de selección.

La universidad de Antioquia ha sido participe en este proceso desde 1996 su objetivo es “motivar el estudio y el desarrollo de jóvenes talentos, que, a pesar de no tener una formación matemática rigurosa, cada año sorprenden a los organizadores con sus elocuentes formas de resolver acertadamente las pruebas”, participan estudiantes desde 4°-11° y universitarios. La competencia se desarrolla en tres pruebas, dos pruebas de clasificación y una prueba final. La universidad del valle desde el año 2007 ha participado en las olimpiadas

(ORM) “pretenden estimular y afianzar en los estudiantes algunas habilidades de pensamiento como razonar, conjeturar e investigar, usando la solución de problemas no típicos como una herramienta importante para incorporar el conocimiento matemático en la vida cotidiana”. (Universidad del Valle,2015)

El proceso de selección de los estudiantes participes en las olimpiadas, en cada fase se realiza de acuerdo con su desempeño académico en las pruebas y a la ZONA a la cual pertenecen. Las zonas son: Suroccidente, Suroriente, Centro, Norte, Cali, Cauca (excluido Popayán) y el resto del país (la información detallada de las zonas se puede consultar en la página web de las Olimpiadas). Las pruebas tienen tres niveles de dificultad de acuerdo con el grado de escolaridad de los estudiantes: Básico para los estudiantes de los grados 6° y 7°, Medio para los grados 8° y 9°, y Avanzado para los grados 10° y 11°. (Universidad del Valle,2015)

En la UIS (olimpiadas regionales de matemáticas de la universidad industrial de Santander), inicio con el proceso de inclusión de los niños de 3° - 5° en el 2012 su objetivo, “contribuir al mejoramiento de la educación matemática en los grados dichos, de las instituciones de Santander.” En 2009 inicio con la competencia de olimpiadas para secundaria dividiendo por niveles básico, medio, avanzado, (6-7, 8-9, 10-11) respectivamente. La metodología consta en la preparatoria en esta fase el proyecto ofrece tres talleres de capacitación a docentes y estudiantes que deseen participar del certamen. Clasificatoria en esta fase los estudiantes de secundaria inscritos presentarán, en modalidad virtual, Selectiva en esta fase participarán los estudiantes clasificados en la fase anterior, quienes presentarán una prueba en modalidad presencial, en la sede regional correspondiente según el grado de escolaridad. Finalmente en esta instancia solo participarán los estudiantes finalistas.

La primera Olimpiada Regional de Matemáticas de la universidad de Nariño (ORM-UDENAR) inicio en el año 2006 “con el propósito de contribuir al mejoramiento de la formación matemática en la zona de influencia de la Alma Máter y propiciar la participación de estudiantes de básica secundaria de diferentes municipios de Nariño y Putumayo” (Universidad de Nariño, 2016). Inicialmente hubo dos niveles, el nivel uno (sexto y séptimo grado) y segundo nivel (octavo y noveno grado), actualmente hay cuatro niveles, donde el tercer nivel son grados décimos y once, se incluye a grados cuarto y quinto en el nivel 1. Hay más olimpiadas de matemáticas que se organizan a nivel nacional, como la que coordina la Universidad de Antioquia -Olimpiadas UDEA, Universidad Nacional de Colombia (incluyendo jóvenes universitarios) entre otras.

Internacionales

Las olimpiadas internacionales como las olimpiadas regionales son concursos de matemáticas donde estudiantes implementan habilidades y despiertan creatividad para la solución de problemas, debido a que es un certamen a nivel internacional implica un poco más de nivel, en este participan distintos países del mundo.

Los primero indicios de la existencia de concursos similares escolares a olimpiadas según María Gaspar Presidenta de la Comisión de Olimpiadas Real Sociedad Matemática Española fue en el año 1885 en Bucarest, pero hubieron antecedentes que dicen que apareció en Hungría 1894, denominada Eötvos, esta tuvo más trascendencia ya que fue modelo para conocer lo que hoy día se denomina olimpiadas matemáticas, esta competencia proponían a estudiantes de secundaria tres problemas para resolver en un tiempo máximo de cuatro horas, trata de medir la creatividad de los estudiantes, de desarrollar su autonomía de pensamiento, más que de medir sus conocimientos curriculares.

En 1954 Rumania invita a la primera olimpiada internacional de matemáticas a siente países: "Alemania Democrática, Hungría, Checoslovaquia, Unión Soviética, Polonia, Bulgaria; tres de estos ya no existen como tales. Desde entonces, se ha celebrado anualmente en un país diferente, excepto de 1980, en que Mongolia, país encargado de su organización, no cumplió su compromiso" (López, 2019, p. 48).

Así mismo, después de unos años otros países decidieron unirse a este evento especialmente Estados Unidos, fundando a su vez la IMO en 1981. Colombia se hizo presente en este evento en este año, participando con ocho jóvenes incluida una mujer, los resultados no fueron los mejores pues se cree al ser la primera participación no se conocía las estrategias. La IMO a pesar del tiempo no pierde su objetivo desde que fue fundada, los jurados son los delegados de cada país, a este grupo se le llama jurado internacional, es el que decide los problemas a proponer, su redacción definitiva, se ocupa de la traducción de los enunciados a más 50 idiomas de los participantes, decide los criterios de calificación o cómo distribuir los premios (López, 2019).

Las olimpiadas matemáticas han sido todo un proceso donde cada vez aumentan los participantes e instituciones interesadas en las mismas, con el objetivo de despertar la creatividad y la habilidad de encontrar soluciones autónomas a situaciones problema y tener la capacidad de adquirir más conocimientos a través de la experiencia.

Lineamientos curriculares

Colombia ha sufrido transformaciones en aspectos como la economía, tecnología, y no hay que dejar de lado la educación, en la enseñanza matemática ha sido participe el MEN de estas modificaciones. Inicialmente se creó la Secretaría de Instrucción Pública por la Ley 10ª de 1880 que reemplazó a la Secretaría del Exterior (Ministerio de Gobierno) que atendía los asuntos educativos. En junio de 1923, cambia el nombre de Ministerio de Instrucción Pública por el de Ministerio de Instrucción y Salubridad Públicas. El 25 de agosto de 1886 fue creado, El Ministerio de Educación Nacional (MEN) mediante la ley 7ª cabe resaltar que no se conocía con este nombre, se lo identificó con este nombre el 1 de enero de 1928 según lo dispuso la Ley 56 de 1927 (10 de noviembre), siendo presidente de la República Miguel Abadía Méndez y ministro de Instrucción y Salubridad Públicas José Vicente Huertas. (MEN, 2018)

El MEN es un sistema de aseguramiento de la calidad de la educación superior, la pertinencia de los programas, la evaluación permanente y sistemática, la eficiencia y transparencia de la gestión para facilitar la modernización de las instituciones de educación superior, implementar un modelo administrativo por resultados y la asignación de recursos con racionalidad de estos (MinEducacion, 2022).

Uno de los documentos son los lineamientos curriculares en él se componen puntos de apoyo y de orientación general frente al postulado de la Ley 115 de 1994 que invita a entender el currículo en el artículo 76 como un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local (MinEducacion, 2022).

Los lineamientos curriculares matemáticas se dieron gracias a el lanzamiento del Sputnik por los soviéticos lo que impulsó a los norteamericanos a iniciar una renovación de la enseñanza de las ciencias y de las matemáticas en la educación secundaria y media. Lo que ahora se conoce nueva matemática o matemática moderna lo que produjo una transformación de la enseñanza y cuyas principales características fueron: énfasis en las estructuras abstractas; profundización en la lógica, álgebra, geometría elemental y el pensamiento espacial. Se pretende que los estudiantes contextualicen, apropien, y comprendan conceptos matemáticos relacionados con la vida diaria.

Además, uno de los aspectos importantes para este proyecto son los procesos generales donde toda actividad matemática debe estar constituida con la resolución de problemas, razonamiento, comunicación, modelación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Se plantean en los lineamientos curriculares que la resolución de problemas se debe “considerar el eje central del currículo en matemáticas” (MEN, 2019, p. 34), debido a que “los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel” (MEN, 2019, p. 39).

Se propone acoger métodos de resolución de problemas de Pólya y Alan Schoenfeld, Pólya expone las siguientes fases para esta actividad, comprensión del problema, concepción del plan, ejecución del plan, visión retrospectiva. Sugiere hacer unas preguntas a medida del proceso de resolución haciendo uso de las estrategias heurísticas como dibujar figuras, hacer uso de los problemas ya conocidos, utilizar símbolos que ayuden a la compresión de estos. Muy de acuerdo esta Schoenfeld, pero también agrega que los estudiantes no aplican este método, por lo que plantea en su trabajo en primera instancia que la matemática debe ser enseñada en un salón de clase que represente un microcosmo de la cultura matemática, es decir, clases en donde se refleje la importancia de las matemáticas en la práctica cotidiana.

El segundo método es el entender cómo, los estudiantes buscan soluciones problema, donde el docente presenta problemas similares en distintos contextos con el siguiente proceso: dominio del conocimiento, estrategias cognitivas (descomponer el problema, hacer diagramas aplicar el ensayo y error), estrategias metacognitivas (aplicación de estrategias, planear, evaluar y decidir), sistema de creencias (interés matemático).

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas

Los estándares básicos de competencia matemática es un documento del (MEN, 2006), que permite valorar o evaluar los niveles de desarrollo de las competencias en los estudiantes durante su etapa académica, se busca examinar no sólo al estudiante sino a la institución en las áreas de Educación Básica y Media, están organizadas por grados con los respectivos niveles: 1° a 3°, 4° a 5°, 6° a 7°, 8° a 9°, 10° a 11°. Como la población a investigar corresponde a los grados cuarto y quinto de diferentes instituciones y diferentes contextos, pero cada institución es acogida al ministerio de educación que han sido participes de las olimpiadas matemáticas Unicauca, la investigación está enfocada a los pensamientos espacial y sistemas geométricos.

Además, según los Estándares Básicos de Competencias (2006), en el conocimiento matemático también se han distinguido dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento teórico, producido por la actividad cognitiva, muy rico en relaciones entre sus componentes y con otros conocimientos; tiene un carácter declarativo y se asocia con el saber qué y el saber por qué. Se cree conveniente citarlo debido a que en la resolución de problemas es necesario que se tenga unos conocimientos teóricos y saberlos utilizar en el momento de realizar una solución trazando una relación entre técnicas y contexto.

Los Estándares básicos de competencia presentan cinco procesos generales de la actividad matemática, y más aún en el proceso de invención y resolución de problemas; la formulación, tratamiento y resolución de problemas; se recomienda que las situaciones problema estén relacionadas con el contexto de los estudiantes para que se les sea llamativo. Permite también el desarrollo cognitivo, encontrar estrategias, adquirir conocimientos. La modelación; respecto a este punto pretende seguir una estructura de un problema ya resuelto, es hacer uso de la imaginación de hacer una estructuración mental de los que se está presentando a través del mismo.

La comunicación está determinada en expresar lo que comprendió y la solución o punto de vista que toma frente al problema, con un lenguaje matemático estructurado, el razonamiento; se lo trabaja en contexto, que el estudiante entienda lo que está haciendo y a lo que se refiere el problema. La formulación, comparación y ejercitación de procedimientos; la ejercitación de la resolución de problemas lleva a que los estudiantes descubran nuevas técnicas, métodos, estrategias, y al momento de enfrentarse a una prueba como olimpiadas puede comparar problemas ya resueltos, estrategias que le puedan servir. Además, los estándares resaltan el trabajo en conjunto con los pensamientos, en este caso el pensamiento espacial y sistemas geométricos donde cada uno aporta con diferentes conceptos que deben ser adquiridos, mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio; las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales. (Estándares Básicos de Competencia, 2006).

Los sistemas geométricos pueden modelarse mentalmente o con trazos sobre el papel o el tablero y describirse cada vez más por medio del lenguaje ordinario y los lenguajes técnicos y matemáticos, con los cuales se pueden precisar los distintos modelos del espacio y formular teorías más y más rigurosas. Estos modelos con sus teorías se suelen llamar "geometrías". También hay que mencionar que se hará un estudio de los estándares para los grados cuarto y quinto, con el fin de analizar cuáles de ellos han sido alcanzados por parte de los alumnos antes de la participación de la olimpiada.

Marco teórico

A continuación, se presentarán los componentes matemáticos que sustenta el desarrollo de la práctica pedagógica esquematizados de forma teórica, mediante la delimitación de conceptos correspondiente al marco teórico sobre el cual se fundamenta el presente trabajo; dividido en subcategorías de análisis que han sido guiadas por la pregunta y objetivos de investigación propuestos en la desagregación analítica que soporta la investigación, metodología y procedimiento de aplicación; lo cual es importante para comprender el alcance de la investigación.

Dificultad

Según Pérez y Merino (2008) el concepto hace referencia al problema, brete o aprieto que surge cuando una persona intenta lograr algo. Las dificultades, por lo tanto, son inconvenientes o barreras que hay que superar para conseguir un determinado objetivo.

Problema matemático

Según Martínez et al. (2012) un problema puede definirse como: una situación que debe superarse y cuya solución no está directamente al alcance, y que dicha situación estará determinada por la edad, el nivel escolar o intelectual, el entorno escolar y familiar y la experiencia previa de la persona.

Cuando se hace referencia a los problemas matemáticos se puede asociar a un concepto tradicional como un enunciado verbal que tiene una secuencia de información en la cual se pide buscar soluciones a una cantidad específica de datos, pero si bien esta conceptualización no permite buscar estrategias pedagógicas que faciliten a los niños la resolución de problemas, se debe tener en consideración (Schoenfeld, 1985, como se citó por Alfaro y Barrantes, 2008). La dificultad de definir el término "problema” radica en que es relativo: un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es una relación particular entre el individuo y la tarea; utiliza la palabra problema para referirse a una tarea que resulta difícil para el individuo que está tratando de resolverla.

Resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas ha permitido en la educación matemática que el estudiante tenga la capacidad de identificar un problema, buscar procedimientos, encontrar una solución y así mismo evaluar la solución planteada. Además, ha sido una de las piezas claves para el desarrollo del conocimiento de los estudiantes, ya que les permite explorar, crear y cuestionar lo que se requiere para enfrentar los problemas matemáticos que puedan surgir. Es importante mencionar en cuanto a la resolución de problemas al matemático Allan Schoenfeld de quien Barrantes (2006) indagó un poco con profesores que entrenaban estudiantes para participar en olimpiadas matemáticas. El interés de Schoenfeld nace precisamente aquí: al averiguar que la gente que se dedicaba a trabajar con personas que va a resolver problemas en olimpiadas, no usaba las ideas de Pólya, y, más bien, decía que no funcionaba.

De lo anterior y de acuerdo con el interés por las competencias matemáticas que tiene Schoenfeld es importante resaltar que en las Olimpiadas se trabaja desde distintos contextos mediante los cuales, estudiantes interpretan y realizan en la resolución de problemas, de esta manera y según Santos (1992) Schoenfeld reconoce la importancia de relacionar la naturaleza del desarrollo de las matemáticas con el proceso de resolución de problemas.

Recursos

En esta categoría Barrantes (2006) afirma que según Schoenfeld son los conocimientos previos que posee el individuo; se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y, en general, todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentarse a un determinado problema.

Heurísticas

Para Schoenfeld en las heurísticas presentadas por Pólya existen cierto tipo de problemáticas pues, aunque son importantes dentro de la resolución de problemas, estas mismas en la mayoría de los casos necesitan de cierto contexto específico al ser tan generales por esta razón no podrían ser implementadas. Además, Schoenfeld dice que habría que conocerlas, saber cómo usarlas, y tener la habilidad para hacerlo. Esto es así porque, posiblemente, mientras el estudiante aprende un cúmulo de heurísticas particulares, ya podría haber aprendido mucho sobre otros conceptos (Barrantes, 2006).

Control

Para hablar de esta dimensión y poder entender que es lo que Schoenfeld trata de darnos a conocer Barrantes (2006) se refiere a cómo un estudiante controla su trabajo. Si ante un determinado problema puede ver una serie de caminos posibles para su solución, el estudiante tiene que ser capaz de darse cuenta si el que seleccionó en determinado momento está funcionando o si va hacia un callejón sin salida; es decir, tiene que darse cuenta a tiempo, retroceder e intentar de nuevo por otra vía.

De esta manera el control identificado por Schoenfeld permite que un estudiante tenga la capacidad de enfrentar la resolución de un problema y poder evaluar si lo que hace es correcto o si por el contrario está por un camino errado, es importante reconocer si el estudiante permite adaptar su conocimiento matemático al problema, si se ve en la tarea de replantear lo que está mal y buscar alternativas que puedan justificar su proceso. Schoenfeld señala que es, también, conocimiento de sí mismo: la persona que está resolviendo el problema debe saber qué es capaz de hacer, con qué cuenta, o sea, conocerse en cuanto a la forma de reaccionar ante esas situaciones (Barrantes, 2006).

Sistema de creencias

Los sistemas de creencias juegan un papel importante dentro de la resolución de problemas matemáticos, pues como su nombre indica las creencias son una parte esencial que identifica la forma en que perciben los estudiantes las matemáticas, según Barrantes (2006) el tipo de creencia que Schoenfeld enfoca más es aquel sobre cómo perciben el estudiante y los profesores o los matemáticos el asunto de la argumentación matemática formal a la hora de resolver un problema.

Área

Según la RAE, área es una superficie comprendida dentro de un perímetro. Extensión de una superficie expresada en una determinada unidad de medida.

Perímetro

Según la RAE, perímetro es el contorno de una figura y medida del contorno de una figura. De esta manera en geometría este concepto es comprensible tanto por su definición como por su aplicación, su uso en la resolución de problemas permite reconocer como calcular la longitud por ejemplo de un tablero, una cancha o bien objetos relacionados a figuras geométricas.

Metodología

De acuerdo con los objetivos propuestos y el marco teórico, se plantea la siguiente metodología para el desarrollo del trabajo; metodológicamente esta investigación se basó sobre la implementación de las Olimpiadas Matemáticas inclinadas a una investigación cualitativa; el contexto en el que se desarrolló la práctica; las características de individuos estudiados a los cuales se va a analizar las dificultades más frecuentes en la aplicación de las nociones de área y perímetro; el procedimiento en el que se especifica el proceso; los instrumentos de investigación para la recolección de datos y el plan de acción.

Tipo de investigación

El tipo de investigación abordada en el desarrollo de este proyecto de investigación es de carácter cualitativa, porque permite obtener una comprensión a profundidad y precisa contextualizada, en este sentido "la investigación produce datos descriptivos; propias palabras de las personas, habladas o escritas y la conducta observable" (Taylor y Bogdan, 1984, p. 38), se describe lo que se observó en el espacio de práctica, el comportamiento de los individuos respecto a dicho tema.

Por otro lado, "la investigación cualitativa está orientada al estudio en profundidad de la compleja realidad social, por lo cual en el proceso de recolección de datos el investigador va acumulando numerosos textos provenientes de diferentes técnicas" (Osses et al, 2006), es decir, encontrar un sentido al análisis que se va a hacer mediante una ordenación para luego relacionar con lo que se está tratando de hacer.

Esta información analizada es obtenida de la experiencia en la práctica pedagógica de los estudiantes mediante talleres que permitan observar los errores más frecuentes en la resolución de problemas tipo olimpiadas con las nociones de área y perímetro que necesitan de una transformación. Seguidamente se hace una interpretación con los datos obtenidos, analizando y determinando las dificultades que surgen al enfrentarse con cada taller.

Contexto

El presente trabajo se realizó en diferentes escenarios, uno de manera virtual donde los estudiantes realizaron dos rondas de selección y otro de manera presencial, en el cual se realizó la primera ronda. Cada ronda consta de una prueba de cinco preguntas que involucran el razonamiento lógico, algebraico y geométrico. Además, se contó con la participación de estudiantes que previamente fueron partícipes de olimpiadas en otras IES, puesto que en la Universidad del Cauca se trabajaba desde el grado sexto, fue en el año 2022 que se implementó con el grado quinto.

En el escenario virtual, la interacción de la solución de cada problema se realizó mediante Jamboard, un tablero digital interactivo

En el escenario presencial se brindaron talleres a todos los estudiantes de grado quinto, surgiendo un gran inconveniente ya que en las olimpiadas se trabaja con estudiantes que sientan la motivación por las matemáticas, en este caso por petición de la coordinadora se realizó la práctica con aproximadamente noventa estudiantes comprendidos por tres quintos del colegio el Mirador, lo cual dificulta la recolección de datos.

Además, en las olimpiadas del semestre 2022-2 se hizo participe en los eventos del municipio de Bolívar-Cauca, en el colegio Don Bosco de Popayán, brindando talleres desde quinto hasta undécimo. Uno de los aspectos positivos de las olimpiadas virtuales, es la variedad de instituciones participantes, que de manera presencial es imposible llegar en la práctica pedagógica, también se tiene una participación activa por parte de los niños, debido a que preguntan si no entienden el problema, lo cual genera una gran interacción entre profesor-estudiantes.

Las Instituciones Educativas del departamento del Cauca para esta investigación que participaron fueron: Colegio Champagnat, Institución Educativa el Mirador, Santa Catalina Labouré, Institución Educativa Don Bosco, Institución la Herradura. Debido a que las instituciones son de diferente modalidad con un calendario académico distinto, y además algunas de las instituciones se encuentran ubicadas a las afueras de Popayán, se dificultó en algunas ocasiones la comunicación con el centro educativo en cuanto a la participación de los talleres y presentación de las respectivas fases de la olimpiada; ante lo cual se pensó en la estrategia de del envió de prueba a cada docente y el envío de los resultados obtenidos, para luego ser calificados por las encargadas. Con respecto a los horarios, se organizaron para que los estudiantes y practicantes pudieran participar en los talleres sincrónicos, en el cual todos los colegios fueran incluidos, sin generar cruce con sus responsabilidades académicas.

Sujeto de estudio

Las olimpiadas pretenden promover mediante la resolución de problemas el conocimiento matemático, en esta práctica pedagógica el eje principal son problemas donde intervienen los conceptos de geometría (área, perímetro de figuras planas), lo que se pretende analizar son los posibles errores que los participantes tienen al momento de afrontar estos problemas, con la temática trabajada. En esta versión de olimpiadas se incluyó al nivel 5 ° y siguió con la metodología anterior de convocar a grados desde sexto a once, los cuales se dividieron en niveles, grados cuarto y quinto (5º), grados sexto y séptimo (6º y 7º), grados octavo y noveno (8º y 9º), y grados décimo y once (10º y 11º).

El trabajo que se desarrolló en la práctica se participó en actividades con grupos que no se analizaron, una de estas actividades se llevó a cabo en el municipio de Bolívar-Cauca, las olimpiadas se hicieron presentes representando a la Universidad del Cauca, la cual consistió en llevar talleres (previamente preparados) a los niños de este municipio más exactamente en el colegio Santa Catalina de Lourdes. La metodología consistió en dividir a los niños por niveles, se hicieron los talleres de una forma escalonada, se inició con el nivel 4-3,seguido 2 y por último el nivel 1,en distintas horas para apoyar a los compañeros practicantes (ver anexos):

Otra de las actividades en las que participaron las olimpiadas fue “Gomosos” por la matemática en la Institución Educativa Don Bosco, previamente se preparó el taller (ver en anexos), en esta actividad participaron otras instituciones de la ciudad de Popayán, se trabajó con estudiantes de grado sexto-séptimo, cada uno de los practicantes se encargó de un nivel, la actividad consistió en 3 hora de desarrollo, pero se hizo presencia en las otras actividades que el colegio tenía preparado. Estos espacios fueron importantes para encontrar ciertos errores que se tienen en matemáticas y en la comprensión lectora, también se observó que algunas instituciones están un poco avanzadas respecto a otras.

Procedimiento

Para el desarrollo de esta práctica se procedió por etapa que delimitaron el trabajo de aplicación metodológica, la etapa 1 partió de la prueba diagnóstica que consistió en tres preguntas, incluida una pregunta abierta, la cual permitió encontrar errores en la implementación de conceptos de área y perímetro, también se tomó como base para los talleres de preparación los lineamientos curriculares, ya que las preguntas de tipo olimpiadas son de manera general (razonamiento lógico, geometría, algebraico), lo que permiten contextualizar los conocimientos en el grado quinto.

En la etapa 2 se hizo un análisis a los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica, para proseguir con la orientación de talleres para la primera ronda de acuerdo con los errores encontrados con etapa 1, esos talleres fueron de respuesta múltiple, y no solo abordaron la implementación de conceptos de área y perímetros sino, preguntas que abordaron otro tipo de temáticas, las que permiten al estudiante adquirir conocimientos.

Para la etapa 3 se procede a la aplicación de la primera para la primera ronda con preguntas, donde algunas fueron similares a la de los talleres orientados anteriormente, con el fin de verificar apropiación de conceptos de interés, esta prueba se hizo de forma virtual para los niños que asistieron de forma virtual, para los niños del mirador se hizo de forma presencial, esta prueba tuvo modificaciones respecto a la virtual debido a que no se tenía el acercamiento a los conceptos, con ellos fue un proceso un poco más largo debido que se inició desde cero con la explicación de conceptos, debido al tiempo solo se puedo hacer la primera ronda con ellos, se espera que los que sigan con este proceso tengan en cuenta los resultados obtenidos en la primera ronda.

Instrumentos de investigación

Uno de los instrumentos utilizados en el desarrollo de la práctica pedagógica son los problemas tomados de las Olimpiadas nacionales anteriores tales como, Almanaque olímpico 2022 y ORM (olimpiada recreativa de matemática). Anteriormente, se mencionó que se realizó a través de dos modalidades, virtual en el cual se utilizó el tablero interactivo Jamboard, donde estudiantes se hicieron participes del desarrollo de cada problema, está es una aplicación que permite escribir tanto al docente como el estudiante y al mismo tiempo se puede ver cada paso que se escribe, es estar en un aula, pero cada uno desde su casa, por otro lado en la modalidad presencial se presentaron talleres en físico, se hizo la solución de cada uno de ellos. El método para evaluar a los estudiantes sobre tratamiento de problemas tipo olimpiadas en la invención de área y perímetro, se elabora una rúbrica de evaluación cualitativa, teniendo en cuenta los errores más frecuentes.

TABLA 1. *Criterios de evaluación metodológica.*

Criterios para evaluar:	Nunca	Pocas veces	Casi siempre	Siempre
Establece diferencias entre las nociones de área y perímetro.				
Reconoce los distintos tipos de figuras planas.				
Utiliza adecuadamente las fórmulas en cada figura.				
Comprende el enunciado del problema planteado.				
Aplica la estructura de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división)				

Fuente. Elaboración propia (2022).

Plan de acción

Para el desarrollo del proyecto de investigación, como primera medida, se escogió el tema de interés (área y perímetro de figuras planas), seguidamente se realizó una prueba diagnóstica, en las dos modalidades (virtual y presencial), la cual constaba de tres preguntas una pregunta de selección múltiple, otra de encontrar la solución y por ultima una pregunta abierta. Posteriormente, se ejecutaron tres talleres para la preparación, cada uno diseñado con cinco preguntas en los cuales tres se escogen de las temáticas que abordan las Olimpiadas y dos con el tema de interés.

En la modalidad virtual se compartió el link de la reunión a los estudiantes y profesores de las instituciones participantes a través de la aplicación Google Meet, en un horario escogido a la comodidad de los estudiantes, fijando dos horas los sábados de 9 a.m. a

11 a.m., donde se presentaron los talleres en la plantilla de Powerpoint. Para la interacción con los estudiantes se dispuso a mostrar cada problema, dando un espacio para la solución de 5 a 10 minutos dependiendo el problema para después socializar mediante el tablero interactivo Jamboard. Seguidamente, se aplicó la prueba de la primera fase de Olimpiadas Matemáticas, la cual constó de cinco preguntas.

Posteriormente, se desarrolló en una sesión para la solución de la prueba que los estudiantes presentaron para después dar continuidad a dos talleres más. En estos talleres se contó con la participación del nivel 1 (quinto) y nivel 2 (sexto y séptimo). Por otro lado, el proceso con la modalidad presencial se presentó material físico como: la prueba diagnóstica, talleres de preparación y prueba final fase 1.

Análisis e interpretación de resultados

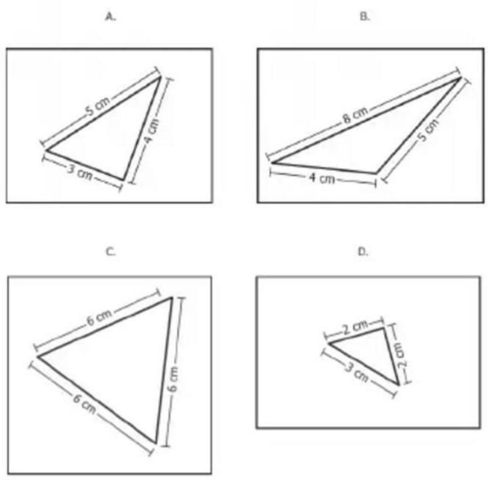
El análisis de los resultados obtenidos de cada problema de los talleres de olimpiadas se hizo mediante la resolución de problemas, sobre situaciones que implican inversión de nociones de área y perímetro, ya que permiten comprender cada paso en el proceso de solución y encontrar los errores más comunes del Nivel 1 (grado quinto), seguidamente se relacionaron las dos modalidades mediante la rúbrica diseñada para evaluar de manera general, esos errores encontrados. Finalmente se presentaron las categorías en las que estos errores corresponden.

Prueba diagnóstica

En esta fase, dado que el objeto de estudio fueron varias instituciones en la modalidad (presencial-virtual), se tuvo en cuenta los documentos del MEN como, los Lineamientos Curriculares y Estándares Básicos de Competencias para trabajar con las bases estándar y no quedar en desventaja una de la otra. El objetivo de la prueba fue obtener información acerca de las nociones de área y perímetro por los estudiantes.

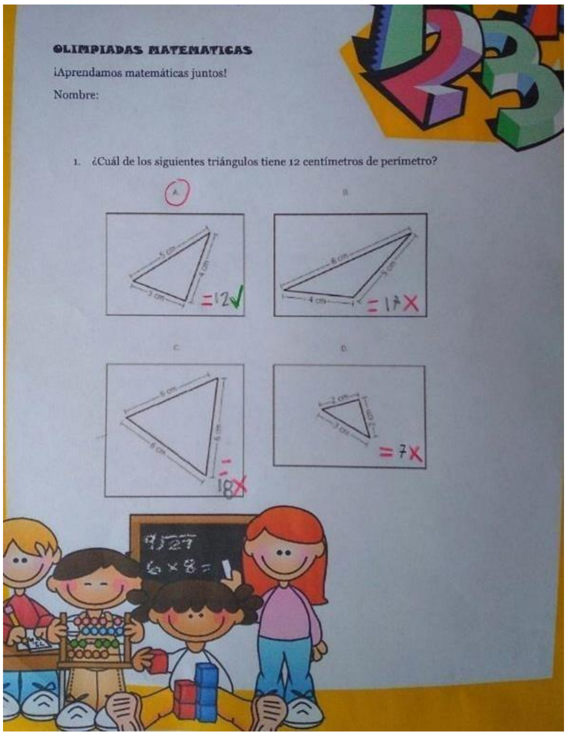
Se diseñó de forma estratégica como potencialización de herramientas de evaluación y control sobre las habilidades matemáticas en los niños sometidos a las olimpiadas; con la primera pregunta se planea que los niños utilicen la noción de perímetro y apliquen la operación (suma) para acertar la respuesta. ¿Cuál de los siguientes triángulos tiene 12 centímetros de perímetro?

Ilustración 1*. Primera prueba diagnóstica.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

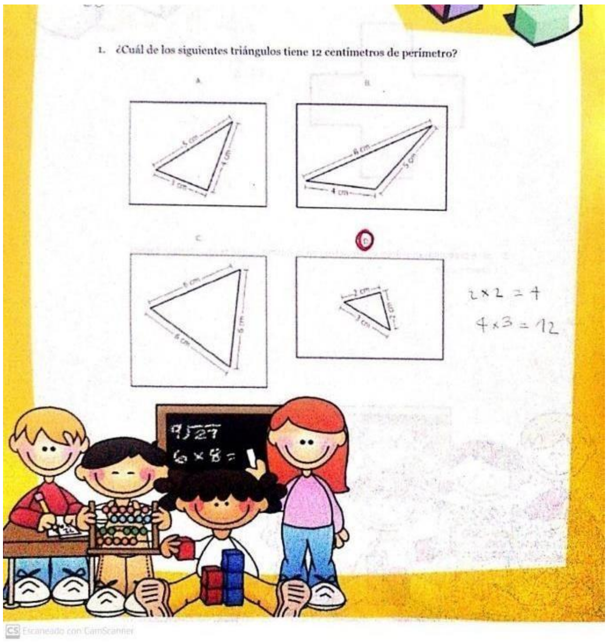
Ilustración 2. *Interpretación de pregunta 1, por E1 (virtual)*



Fuente. Elaboración propia (2022).

En la imagen 2 se puede observar, que E1 utiliza la operación correcta para hallar el perímetro, haciendo la suma de todos los lados de la figura en cada una de las opciones.

***Ilustración 3**. Interpretación de pregunta 1 por E2*



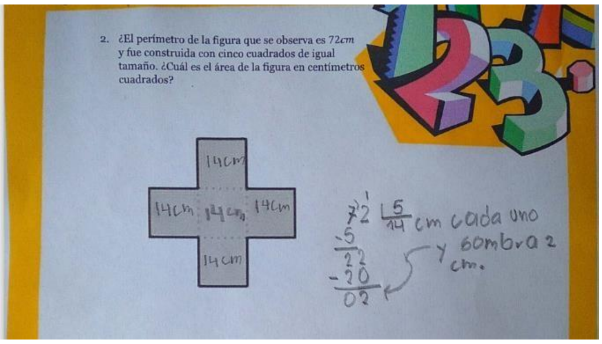
Fuente. Elaboración propia (2022).

En la imagen 3 se pudo observar que E2, interpreta la noción de perímetro, pero no aplica la operación correcta, utiliza la multiplicación de los lados de la figura. Comparando ambos resultados sobre la primera pregunta, se puede observar que hay una diferencia en cuanto a lo que E1 y E2 perciben sobre la noción y aplicación de perímetro. El estudiante E1 interpreta y aplica de forma correcta la noción de perímetro, mientras que E2 interpreta la noción, pero confunde la operación que se debe aplicar.

Para la pregunta 2 se pretende que los niños utilicen la noción de área y apliquen las operaciones en una situación problema, partiendo de la interpretación de la noción de perímetro en la figura, el reconocimiento de las figuras planas, en este caso el concepto de cuadrado como una figura geométrica. El perímetro de la figura que se observa es 72 cm, y fue construida por cinco cuadrados de igual tamaño. ¿Cuál es el área de la figura en centímetros cuadrados?

Debido a la dificultad que los niños presentaron en esta pregunta, se mostraran los errores más comunes al enfrentar este problema.

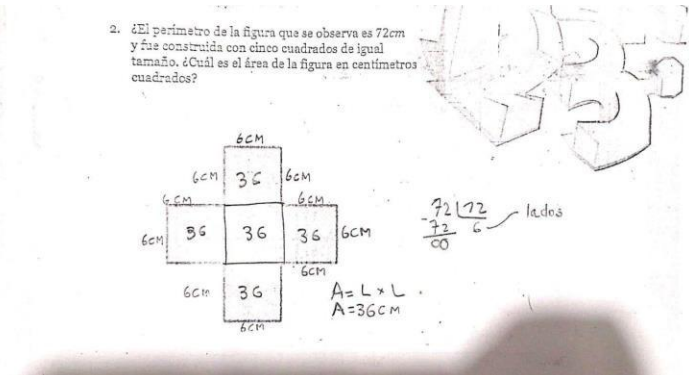
Ilustración 4. *Interpretación de la pregunta 2 por el estudiante E1 (virtual)*



Fuente. Elaboración propia (2022).

En esta situación problema, E1 hace una incorrecta interpretación del enunciado, de esta manera se puede observar que divide el perímetro entre el número total de cuadrados que forman la figura, obteniendo como resultado una división incorrecta.

Ilustración 5. *Interpretación de la pregunta 2 por E2 (presencial)*

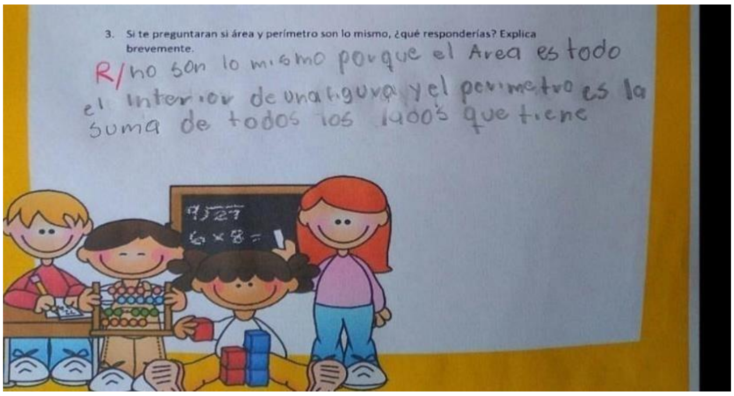


Fuente. Elaboración propia (2022).

El estudiante E2 realiza de manera adecuada la primera operación (división) en el proceso de la resolución del problema, asignando el cociente como la medida de cada lado del cuadrado y utilizando el área correspondiente, sin sumar las áreas de los cuadrados restantes para hallar el total del área de toda la figura.

Para la tercera y última pregunta de la prueba diagnóstica, se optó por una pregunta abierta acerca de las nociones de área y perímetro. Si te preguntarán, si área y perímetro son lo mismo, ¿qué responderías? Explica brevemente.

Ilustración 6. *Interpretación de la pregunta 3 por E1 (virtual)*



Fuente. Elaboración propia (2022).

En la respuesta presentada por E1, se puede observar la noción que tiene acerca de área y perímetro, presenta la diferencia refiriéndose a figuras geométricas, en el cual el perímetro son los lados (contorno) de una figura y el área es lo que contiene el perímetro (superficie).

Ilustración 7*.Interpretación de la pregunta 3 por E2 (presencial).*

Fuente. Elaboración propia (2022).

La respuesta obtenida por E2, está relacionada con la medida, si bien el área y perímetro son unidades de medida, no es una justificación correcta, debido a que no tiene en cuenta que el caso en que las medidas puedan ser iguales tanto para el área como para el perímetro.

Ilustración 8. *Interpretación de la pregunta 3 por E3 (presencial).*

Fuente. Elaboración propia (2022).

El estudiante E3, se basa en las preguntas anteriores para dar respuesta a la pregunta, la diferencia la hace a través de la medida, comparando el resultado que obtiene, al igual que en el caso de E2, no tiene en cuenta la posibilidad de que se dé el caso donde área y perímetro tengan igual medida.

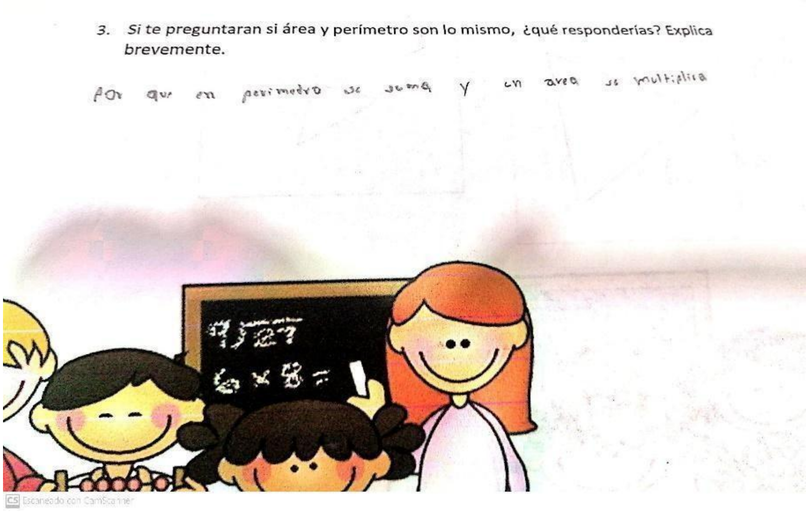
Los estudiantes E2 y E3, reconocen que son dos nociones diferentes, se pretendía que se explicará de manera específica el porqué, sin embargo, responden refiriéndose a las medidas, lo cual es incorrecto debido a que pueden presentarse casos donde el perímetro es igual al área, durante la intervención se presentó en este caso un rectángulo, donde el ancho mide 3, y largo 6, si hallamos el perímetro P=18 y el A= 18, es por ello que el error está en la comprensión de las nociones.

Ilustración 9. *Interpretación de la pregunta 3 por E4.*

Fuente. Elaboración propia (2022).

El estudiante E4 no hace una diferenciación correcta, se puede observar que el área la relaciona con el contorno de la figura y el perímetro con la superficie de la figura, percibe lo contrario a lo que ambas nociones representan.

Ilustración 10- *Interpretación de la pregunta por E10.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

La respuesta obtenida por el estudiante E10, está dada a partir de las preguntas 1 y 2, donde E7 realiza la diferencia entre área y perímetro de una figura a través de las operaciones realizadas.

Los resultados obtenidos de forma virtual y presencial permiten comparar la noción de área y perímetro, por una parte, están los participantes virtuales quienes no tuvieron ningún tipo de dificultad, encontrando diferencia entre área y perímetro, contrario a los participantes presenciales, quienes no tenían una idea clara de lo que las nociones representan. Las dificultades más frecuentes presentadas por los estudiantes, en su mayoría están representadas por las respuestas de los estudiantes E2, E3, E4 y E7 que lo hicieron de forma presencial, mientras que la respuesta dada por el estudiante E1, representa las respuestas obtenidas de forma virtual.

Esta prueba diagnóstica fue la base para el desarrollo de este documento, debido a que se conocieron las nociones previas que se tenían de área y perímetro, en esta prueba se encontraron diferentes dificultades como la comprensión del problema, las operaciones realizadas de forma incorrecta y la falta de claridad en las nociones, pues sabían la diferencia, pero sus justificaciones no fueron adecuadas.

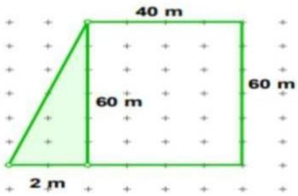
Talleres de Olimpiadas Matemáticas

Durante la práctica se diseñaron tres talleres de Olimpiadas, los cuales involucraron los razonamientos lógicos, algebraicos y geométricos. Debido al interés de este trabajo, se enfatizó en los problemas que registran datos con las nociones de área y perímetro.

Taller 1

En el primer taller compuesto por 5 problemas realizado con los estudiantes tanto de forma virtual como presencial, solamente un problema se realizó con las nociones de área y perímetro. En relación con los terrenos y las construcciones de edificios y casas, a veces los terrenos no son ni rectángulos, ni cuadrados. En la figura se observa un terreno. En la parte sombreada, con forma de triángulo, se sembrará aguacate y el resto del terreno se utilizará para construir una casa. ¿Cuál es el total de área que se usará para sembrar aguacate? ¿Cuál es el perímetro del terreno para construir la casa?

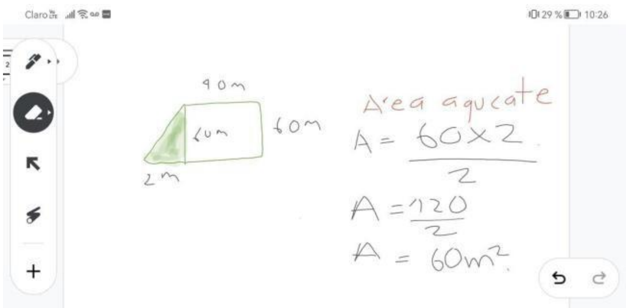
Ilustración 11.*Construcción triangular*.



Fuente. Elaboración propia (2022).

En este problema se tuvo en cuenta los errores más frecuentes que los estudiantes presentaban. Es importante mencionar que virtualmente se manejaron las sesiones del desarrollo del problema a través de Jamboard un tablero interactivo, de este modo, los estudiantes podían escribir en el tablero simultáneamente sus ideas.

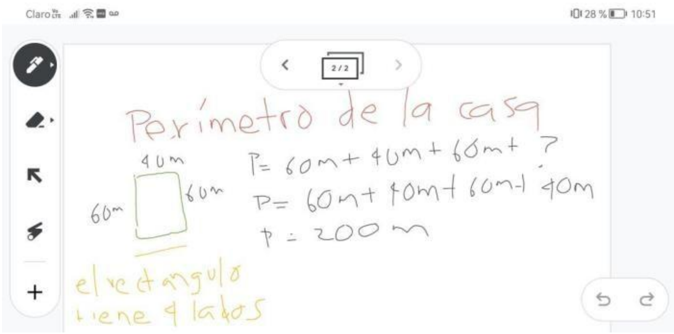
Ilustración 12*. Interpretación del área de una figura plana por E1, E5, E6 (virtual).*



Fuente. Elaboración propia (2022).

En la imagen se puede observar la interpretación que realizaron los estudiantes E1, E5, E6, quienes, durante el desarrollo del problema, no tuvieron dificultad alguna en poder hallar la solución, la fórmula usada es que representa el área de un triángulo, además identificaron el tipo de figura, un triángulo rectángulo.

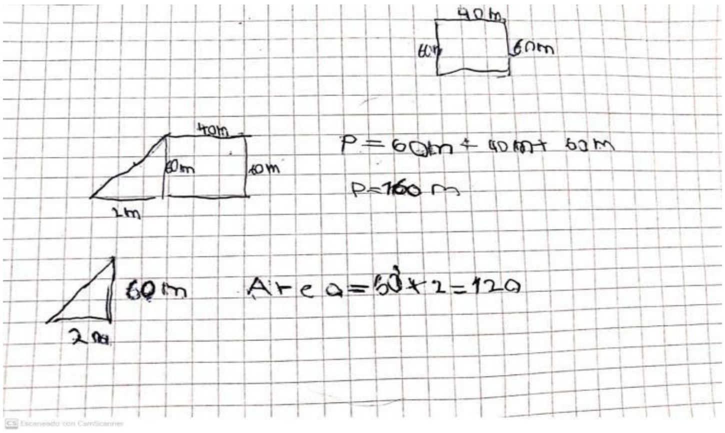
Ilustración 13.Interpretación del perímetro de una figura plana por E1, E5,E6 (virtual)



Fuente. Elaboración propia (2022).

El perímetro se aplicó de manera correcta, los estudiantes reconocieron que la figura era un rectángulo, el cual está compuesto por 4 lados, de esta manera se puede observar que el lado de la figura que no tiene medida, E1, E5, E6 mediante la identificación de las características de la figura deducen que equivale a $40m$, de esta manera el resultado obtenido por los estudiantes es correcto.

Ilustración 14.*Interpretación del problema por E7 (presencial).*



Fuente. Elaboración propia (2022).

El estudiante E6 reconoce lo que se pide en la formulación del problema, pero no tiene en cuenta las características de las figuras planas. Se puede observar en la imagen que para hallar el perímetro solo utiliza las medidas establecidas en la figura, pero olvida que el rectángulo posee 4 lados, ignorando la medida del lado que la figura no muestra, de esta manera el perímetro lo realiza sumando 3 lados del rectángulo.

Por otro lado, para hallar el área de la figura del triángulo, no maneja con apropiación las fórmulas, debido a que el área de un triángulo lo representa mediante la multiplicación de la base por la altura, sin tener en cuenta que este resultado se divide entre 2, de esta manera la forma correcta del área del triángulo es: $A = \frac{Base \times Altura}{2}$

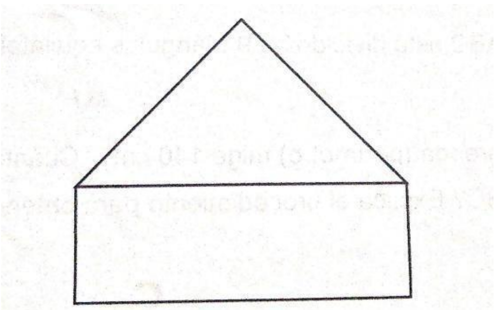
Con lo anterior, se puede determinar que una de las mayores dificultades que presentan los estudiantes que participaron de manera presencial es el incorrecto uso de las fórmulas correspondientes a las figuras planas de área y perímetro. Por otro lado, los estudiantes que participaron de manera virtual hicieron una buena caracterización de las figuras, para poder hallar su área y perímetro.

Las dificultades encontradas en este problema estuvieron asociadas al pasar del lenguaje natural al lenguaje geométrico, además no hubo una distinción de las fórmulas de cada una de las figuras.

Taller 2

El siguiente taller se compuso de 5 problemas, pero a diferencia del primero, en este se optó por hacer 2 problemas que tuvieran relación con área y perímetro, el primer enunciado es el siguiente: Un triángulo equilátero de 36 cm de perímetro y un rectángulo de 48 cm^2 de área se forma la siguiente figura:

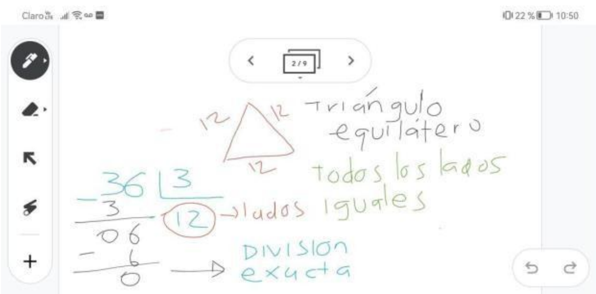
Ilustración 15.*Figura de casa.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

¿Cuál es el perímetro de la figura?

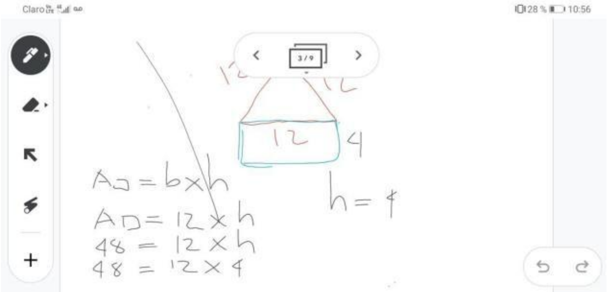
Ilustración 16.*Interpretación perímetro de una figura plana por E1, E5, E6.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

Para la primera parte del desarrollo de este problema se tomó en cuenta la parte de arriba de la figura, un triángulo equilátero, los estudiantes E1, E5 y E6, identificaron las características de la figura a tratar, reconociendo que los tres lados del triángulo eran iguales al ser un triángulo equilátero. De esta manera E5 propuso la idea de dividir, debido a que los lados tendrían igual longitud, la división realizada fue, el perímetro total entre el número de lados del triángulo, obteniendo como resultado una división exacta que permitió obtener la longitud de un lado que sería igual a la de los otros dos lados restantes.

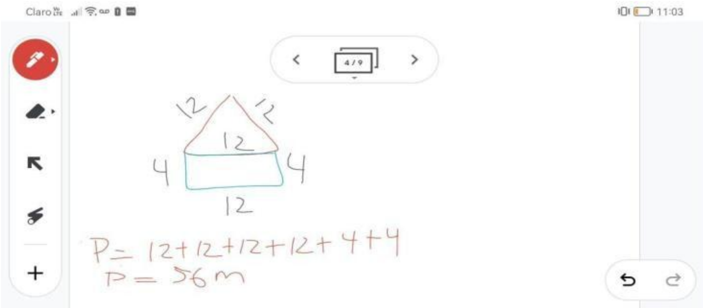
Ilustración 17. *Interpretación área de una figura plana por E1, E5, E6.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

Para la segunda parte del problema, los estudiantes identificaron las características de un rectángulo, de este modo y como se observa en la imagen, plantearon el área correspondiente a la figura, sustituyendo el área total igual a 48 cm, para la base eligieron la medida del lado compartido con el triángulo que es igual a 12 cm, por lo tanto, para poder hallar el lado que faltaba, buscaron un número que multiplicado por 12, tuviera como resultado el área total como se muestra en la imagen.

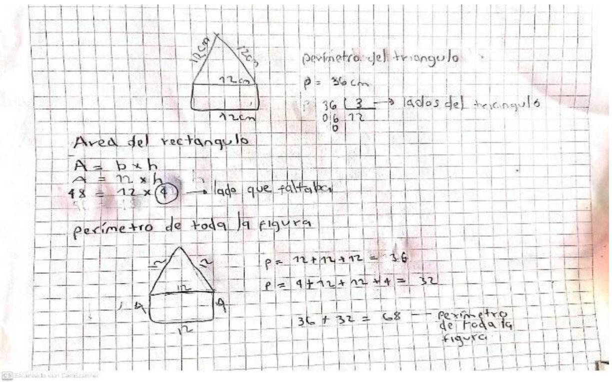
Ilustración 18.*Interpretación perímetro de una figura plana por E1,E5, E6.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

La última parte del problema tuvo como fin hallar el perímetro de la figura semejante a una casa, compuesta por el triángulo y rectángulo, con los procedimientos anteriores se obtuvo la medida de los lados, los estudiantes procedieron a sumar los lados de la figura completa, erróneamente no se percatan de que no se debe sumar el lado compartido entre el triángulo y el rectángulo, pues a pesar de que representa uno de los lados de ambas figuras, el perímetro solo es el contorno de la figura, en este caso corresponde a una figura de cinco lados y no de seis lados.

Ilustración 19.*Interpretación del problema por E3 (presencial).*



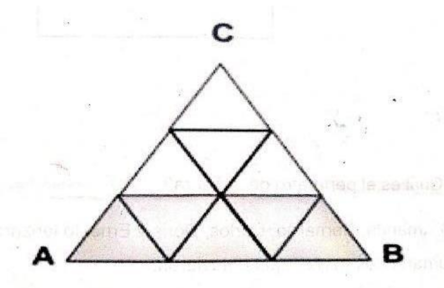
Fuente. Elaboración propia (2022).

El estudiante E3, realiza la solución del problema encontrando de manera correcta los lados del triángulo, para ello realiza una división del perímetro del triángulo entre el número de lados de este, asigna un lado del rectángulo el valor de $12cm$ puesto que el triángulo comparte un lado con el rectángulo, procede a hallar el lado que falta del rectángulo y recurre a hacerlo a través del área, de esta manera A = $12\ cm \times 4\ cm = 48\ cm^2$, asignando a 4 como la medida restante. Para hallar el perímetro total de la figura, calcula el perímetro de ambas figuras por aparte, sumando el total de ambas, como resultado tiene un valor de $68cm.$ El proceso realizado por E3, permite observar la correcta aplicación de las nociones de área y perímetro, sin embargo, al hallar el perímetro total, lo hace incorrectamente debido a que lo hace para cada figura, incluyendo el lado en común entre el triángulo y el rectángulo en ambos perímetros, sin tener en cuenta que el perímetro total, debió ser una figura de 5 lados, asociado a la forma de una casita.

Este problema tuvo una dificultad en común, la cual consistió en una noción equivocada de perímetro, ya que, sumaron el lado común entre las dos figuras, cuando lo que debían hallar era solo el contorno de la figura que forma un pentágono (5 lados).

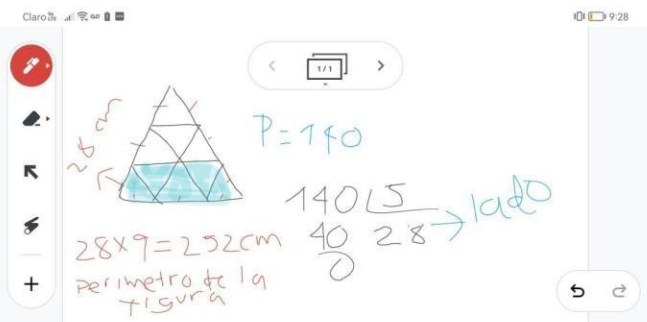
El siguiente problema estaba conformado por el enunciado: Un triángulo equilátero ABC está dividido en 9 triángulos equiláteros iguales como muestra la figura. El borde de la parte sombreada (perímetro) mide 140 cm. ¿Cuánto mide el borde (perímetro) del triángulo ABC? Explica el procedimiento para obtener la respuesta

Ilustración 20.*Triángulo equilátero compuesto por triángulos equiláteros.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

Ilustración 21.*Interpretación de perímetro por E1 y E5 (virtual).*

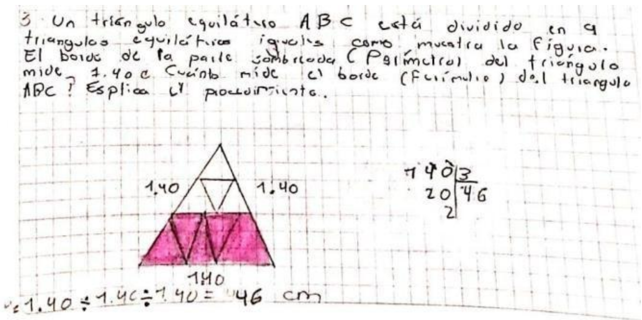


Fuente. Elaboración propia (2022).

La interpretación que hacen los estudiantes E1 y E5 es incorrecta, el procedimiento que realizan es dividir el perímetro (contorno) de la parte sombreada de la figura entre el total de triángulos sombreados, determinando el resultado del cociente que es igual a 28 como la medida del lado de cada uno de los triángulos que componen la figura, seguidamente hacen el conteo de los lados de los triángulos que forman el contorno del triángulo ABC, obteniendo en total 9 lados, además al operar los estudiantes no suman 9 veces 28, sino que multiplican 28 x 9 para un dar como resultado un perímetro de 252 cm.

La división correspondiente que se debió realizar es total del perímetro de la figura sombreada entre el número total de lados que conforman la parte sombreada, es decir, 140/ 7 = 20, de esta manera con los 9 lados que conforman el contorno del triángulo ABC, la suma a realizar sea 9 veces 20 o lo que es lo mismo 20 x 9 dando como resultado 180cm.

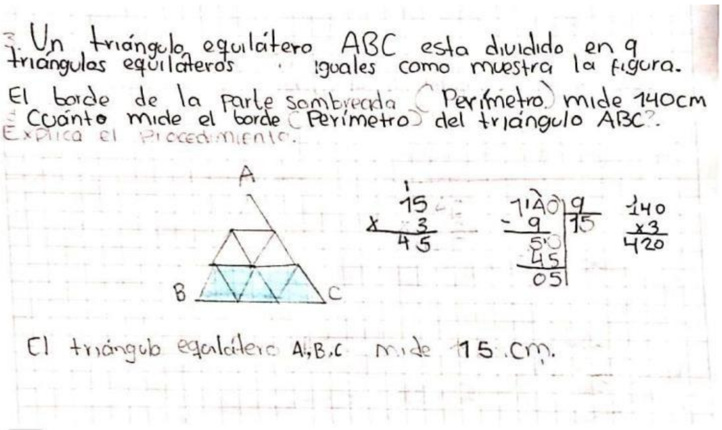
Ilustración 22.*Interpretación de perímetro por E7 (presencial).*



Fuente. Elaboración propia (2022).

El resultado presentado por el estudiante E7, está fuera de contexto de la formulación del problema, no ha comprendido la noción de área y perímetro, ni relacionar el tipo de operaciones que se requiere, lo que le dificulto la solución del problema. En primer lugar, entiende por perímetro los lados que componen el triángulo ABC, dado que asigna el valor de 140 a cada lado, procede a dividir el valor del perímetro del área sombreada entre 3, como resultado obtiene una división inexacta indicando que no se puede en este caso obtener medidas de igual longitud, lo que resulta incoherente si se habla de un triángulo equilátero, por último decide hacer una división entre las medidas de los lados que asignó, con un resultado erróneo y sin sentido. De lo anterior se determinó que relaciono el cociente de la división con el total del perímetro del triángulo ABC, sin comprender su procedimiento y lo que realmente se pedía.

Ilustración 23.*Interpretación del problema por E8.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

El estudiante E8 interpreta el problema de manera incorrecta, su procedimiento se basa en realizar una división del perímetro de la parte sombreada entre el número total de triángulos equiláteros que forman el triángulo ABC, como resultado obtiene una división inexacta con cociente 15 y residuo 5, en la cual no se puede establecer medidas iguales, además realiza dos operaciones más de multiplicación sin indicar que significan, para dar respuesta al final que la medida del triángulo ABC es el cociente obtenido por la división realizada, es decir, 15 en la unidad de medida, centímetros.

Comparando los resultados obtenidos por los estudiantes que participaron, se puede observar e identificar que los estudiantes de modalidad virtual hacen un mejor dominio del tema, noción de área y perímetro, manejando las fórmulas correspondientes a las figuras expuestas en los problemas, contrario a los estudiantes de modalidad presencial quienes no dominan en cierta parte el tema, aplicando fórmulas incorrectas y haciendo procedimientos erróneos.

Por lo anterior, las dificultades más comunes se dan a partir de la falta de compresión en el enunciado y la formulación del problema planteado, llevando a no relacionar el lenguaje natural con el lenguaje geométrico, además las operaciones algunas fueron erróneas mientras que otra estaban fuera de contexto.

Taller 3

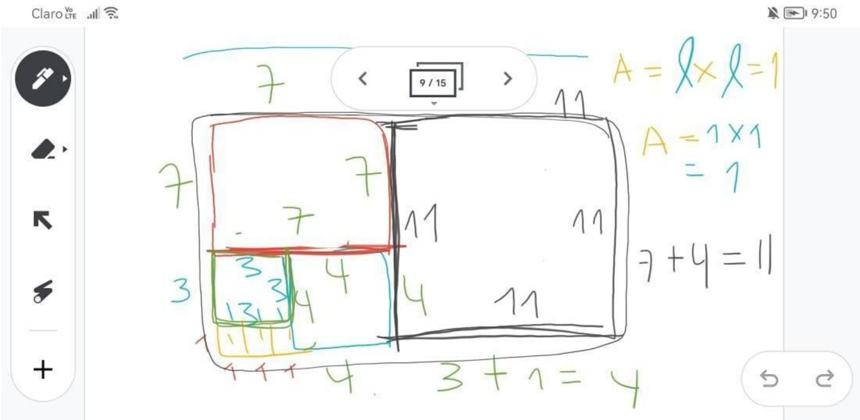
Por último, se realizó un taller de 4 problemas, uno de los cuales trataba de área y perímetro, se aumentó un poco la complejidad en el problema de área y perímetro. El enunciado para la modalidad virtual fue el siguiente: El rectángulo de mayor tamaño está formado por cuadrados de distintos tamaños como se muestra en la figura. Los tres cuadrados más pequeños son de área $1cm^2$. ¿Cuál es el área del rectángulo?

Ilustración 24.*Tres cuadrados pequeños.*

Fuente. Elaboración propia (2022).

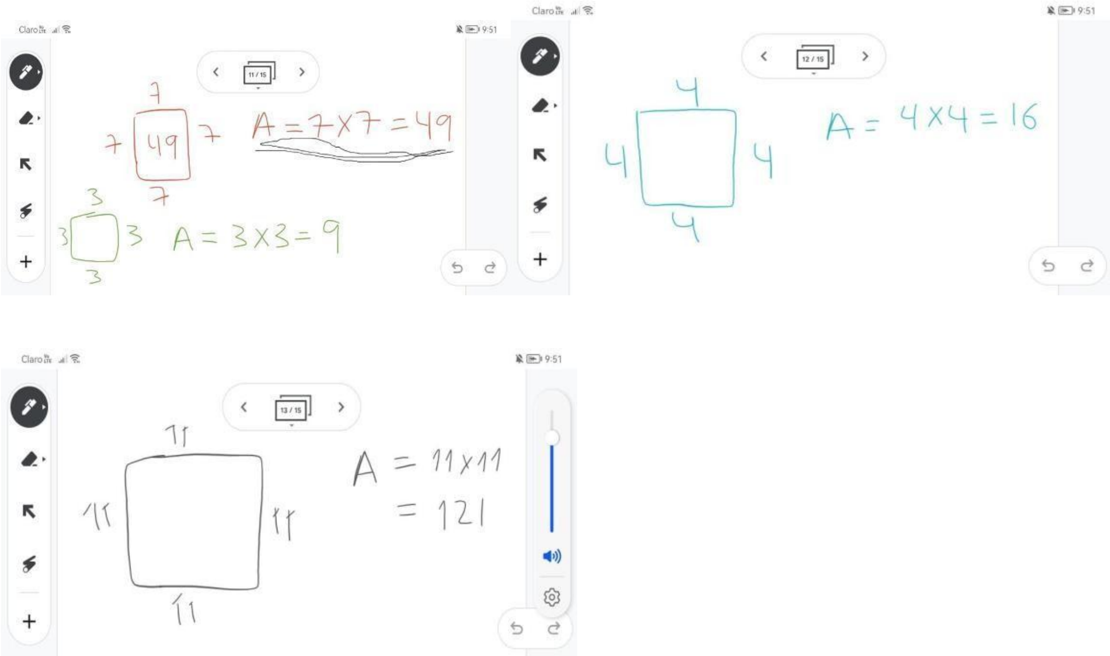
En el caso de este problema planteado, tanto los estudiantes que participaron de manera virtual como presencial, tuvieron una dificultad en común, lo cual fue muy evidente durante la intervención, ante esta problemática se hizo bastante énfasis en el problema, abarcando más de la mitad de una sesión tanto virtual como presencial.

Ilustración 25*.Resultado del problema, con las medidas encontradas por E1, E5, E6 y E9.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

Ilustración 26*.Interpretación área de los cuadrados que forman el rectángulo por E1, E5, E6 y E9.*

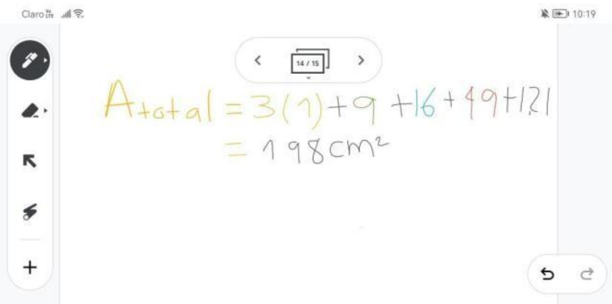


Fuente. Elaboración propia (2022).

Durante el desarrollo del problema los estudiantes empezaron por identificar los lados de los cuadrados de área $1cm^2$, reconocieron que el área de un cuadrado es lado por lado, de esta manera buscaron un número que, multiplicado 2 veces, su resultado debía ser igual a $1cm^2$, en este caso, obtuvieron lo siguiente $A = 1cm \times 1cm = 1cm^2$, la medida del lado de los cuadrados más pequeños igual a un $1cm$. Seguidamente y para poder hallar el resto de lados de los cuadrados restantes, empezaron a sumar los lados de los tres cuadrados más pequeños, de esta manera determinaron que 1 + 1 + 1 = 3, era la medida del cuadrado ubicado en la parte posterior de los tres cuadrados pequeños, seguidamente sumaron la medida del lado del cuadrado de $1cm$ y $3cm$ para así obtener el cuadrado de lado $4cm$, de la misma forma se procedieron para hallar los cuadrados de $7cm$ y $11cm$, con la suma de los lados de los cuadrados que ya tenían establecida una medida. (ver imagen (primera)). Realizado este proceso, para cada figura hallaron su respectiva área.

Las dificultades observadas en la resolución de este problema, evidencian que en el escenario presencial, no hubo una comprensión en el enunciado y por consiguiente no se realizó un análisis de datos correcto.

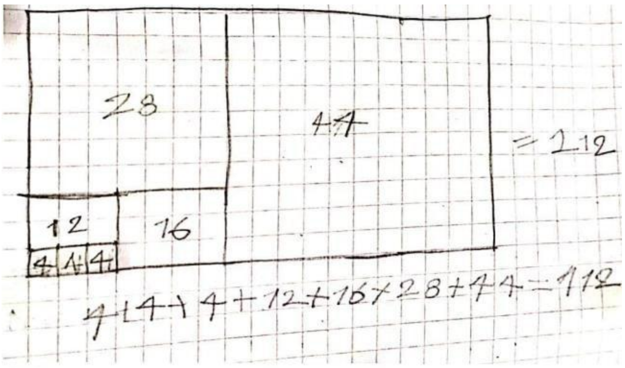
Ilustración 27.*Interpretación de área de una figura plana por E1, E5, E6 y E9.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

De manera presencial se presentó el mismo problema con la diferencia que en la formulación del problema, ya no se pedía el área sino el perímetro. El enunciado para la modalidad presencial fue el siguiente: El rectángulo de mayor tamaño está formado por cuadrados de distintos tamaños como se muestra en la figura. Los tres cuadrados más pequeños son de área $1cm^2$. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?

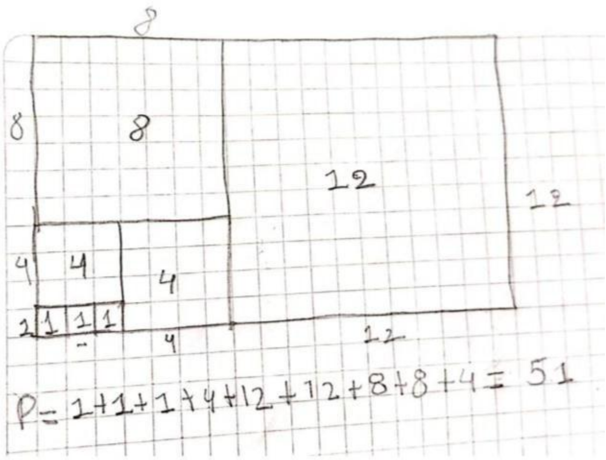
Ilustración 28.*Resultado del problema, con las medidas encontradas por E2.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

Se observa que el estudiante E confunde el perímetro con el área, si bien se sabe que el enunciado " cuadrados de área $1cm^2$" quiere decir que A=L*L =1, que implica que (ya que son cuadrados) cada lado mide 1 cm, por lo que el perímetro es de 4, lo que el estudiante indica como área, para el siguiente resultado tiene el mismo error, si bien sabe que la medida del lado es 3, halla el área de la manera anterior, para los 3 siguiente procedimientos comete el mismo error lo que lo lleva a que el resultado no sea correcto, debido a que suma todos los datos obtenidos, lo que se percibe es que debió a cada resultado restarle el valor de los lados compartidos, para que así se llegará a la solución, por ejemplo a 44 restarle 11, a 28 restarle 14, a 16 restarle 12, a 12 restarle 9, y a los cuadrados pequeños restarle el valor de los lados compartidos, pero las nociones de área y perímetro aún no se tienen claro.

Ilustración 29*.Resultado del problema, con las medidas encontradas por E10.*



Fuente. Elaboración propia (2022).

Se observa que el estudiante comprendió el objetivo del problema, como el A=1, cada lado del cuadrado es 1 cm, se cree que cometió un error de operaciones (suma) para el siguiente resultado, ya que si cada lado de los cuadrados pequeños mide 1 cm, el lado del cuadrado siguiente es 3 y no cuatro, debido a esto siguió cometiendo error, para el resultado final debía sumar 3 veces el 12 pero el estudiante sumo solo dos, y debido al primer error también sumo 4 en lugar de 3, por lo que el resultado 51 no es el correcto.

Los resultados presentados en la solución del problema permiten identificar como los estudiantes asocian las nociones de área y perímetro, teniendo en cuenta las respectivas fórmulas que deben aplicarse. Así mismo, este problema permitió determinar que los estudiantes hacen una aplicación correcta de las operaciones aritméticas.

Prueba ronda 1.

Debido a que las olimpiadas son diversas y se debe estar preparado para cualquier contexto, solo se hizo una pregunta de carácter geométrico para las dos modalidades. El enunciado 4 de la prueba es el siguiente . "El rectángulo de mayor tamaño está formado por cuadrados de distintos tamaños como se muestra en la figura. Los tres cuadrados más pequeños son del área 1. ¿Cuál es el perímetro del rectángulo?". Como era de esperarse la mayoría de las estudiantes tuvieron un punto positivo respecto a esta pregunta.

Debido a que en la prueba solo fue una pregunta, el análisis de la rúbrica de evaluación de la ronda 1, se hizo mediante el avance que se tuvo desde la prueba diagnóstica hasta la prueba ronda 1.

Análisis de pruebas mediante la rúbrica de evaluación

La prueba diagnóstica fue la primera actividad analizada mediante la rúbrica, en la cual se conocieron conocimientos previos de los estudiantes respecto al tema específico (área-perímetro). Las tres preguntas de la prueba diagnóstica son estudiadas de forma general de acuerdo con la rúbrica de evaluación, expresada en el procedimiento ítem de la metodología. Se hará el análisis para cada una de las modalidades (virtual-presencial), para luego compararlas, con la participación aproximadamente 100 estudiantes en general. En estas preguntas se pide que cada estudiante responda de forma individual las nociones que se tiene acerca de área y perímetro, teniendo en cuenta las operaciones que estas implican.

Surgieron en los dos escenarios dificultades, en el virtual hubo poca participación, debido a la mala conexión a internet y el desconocimiento que se tuvo de las olimpiadas realizadas ya que fue la primera vez que se implementó en grados de primaria, aunque se pidió foto de los procesos realizados fue poca la acogida

Rúbrica de evaluación para la prueba diagnóstica de Olimpiadas de Matemáticas Unicauca 2022 (Modalidad virtual)

TABLA 2. *Rúbrica de evaluación prueba diagnóstica para olimpiadas*

Criterios para evaluar:	Nunca	Pocas veces	Casi siempre	Siempre
Establece diferencias entre las nociones de área y perímetro.				X
Reconoce los distintos tipos de figuras planas.				X
Utiliza adecuadamente las fórmulas en cada figura.				X
Comprende el enunciado del problema planteado.		X		
Aplica la estructura de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división)			X	

Fuente. Elaboración propia (2022).

Ítem 1: se observó que los estudiantes que participaron de forma virtual establecen en su lenguaje natural las diferencias entre las nociones de área y perímetro, asociándolas a su contexto y en cualquier figura, teniendo en cuenta que se contó con la participación de niños de grado quinto y los conocimientos acerca de la geometría son básicos, no construyan conceptos generales estructurados.

Ítem 2: Se encontró que los estudiantes caracterizan las figuras con propiedades de cada una de ellas y en se familiarizaron con operaciones que implican perímetro y área.

Ítem 3: el estudiante comprende y asocia a las distintas figuras planas presentadas su respectiva fórmula tanto de perímetro como área.

Ítem 4: Se pudo identificar que los estudiantes en el enunciado del problema tuvieron dificultades, si bien sabían lo que debían hacer, no asociaron los números de lados de la figura y lo confundieron con el número de cuadrados que esta tiene por lo cual se les dificulto la solución correcta del mismo.

Ítem 5: Se observó que los estudiantes pudieron identificar y realizar la operación aritmética correspondiente al problema planteado, aunque requirieron ayuda de los practicantes, en su mayoría fue satisfactorio el uso que ellos mismos hacían para operar.

Rúbrica de evaluación para la prueba diagnóstica de Olimpiadas de Matemáticas Unicauca 2022 (Modalidad presencial)

TABLA 3. *Rúbrica de evaluación prueba diagnóstica para olimpiadas*

Criterios para evaluar:	Nunca	Pocas veces	Casi siempre	Siempre
Establece diferencias entre las nociones de área y perímetro.		X		
Reconoce los distintos tipos de figuras planas.			X	
Utiliza adecuadamente las fórmulas en cada figura.		x		
Comprende el enunciado del problema planteado.		X		
Aplica la estructura de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división)		X		

Fuente. Elaboración propia (2022).

Ítem 1: Se observó que los estudiantes que participaron de forma presencial tuvieron dificultades para diferenciar las nociones de área y perímetro, según la docente encargada de matemáticas se debió a la emergencia sanitaria covid-19, no alcanzaron a abarcar este tema, por lo que fue nuestro trabajo iniciar con la enseñanza de del tema.

Ítem 2: A pesar de que no reconocían las nociones de área y perímetro, distinguían las formas de la figura básicas, como cuadrado, rectángulo y triángulo. Cabe resaltar que no conocían sus propiedades, ni tampoco los diferentes tipos de triángulos.

Ítem 3: Debido a que conocían las nociones de área y perímetro, por lo tanto, no abordan adecuadamente las fórmulas y las conocen muy poco, excepto las del cuadrado, rectángulo.

Ítem 4: Se observa que la comprensión de lectura es la que más dificultad les causa, se pidió cuando se solucionó la prueba que explicaran en sus palabras y de forma oral que pedía la situación problema.

Ítem 5: Los estudiantes manejan la suma y resta, tienen dificultades en ocasiones con la multiplicación y división, pero en la situación problema no comprenden que operación deben realizar, debido a las fallas anteriores.

Rúbrica de evaluación de las dificultades de Olimpiadas Matemáticas (virtual).

TABLA 4. *Rúbrica de evaluación de los talleres realizados para olimpiadas*

Criterios para evaluar:	Nunca	Pocas veces	Casi siempre	Siempre
Establece diferencias entre las nociones de área y perímetro.				x
Reconoce los distintos tipos de figuras planas.				x
Utiliza adecuadamente las fórmulas en cada figura.				x
Comprende el enunciado del problema planteado.			x	
Aplica la estructura de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división)				x

Fuente. Elaboración propia (2022).

Rúbrica de evaluación de las dificultades de Olimpiadas Matemáticas (presencial).

TABLA 5. *Rúbrica de evaluación de talleres diseñados para olimpiadas*

Criterios para evaluar:	Nunca	Pocas veces	Casi siempre	Siempre
Establece diferencias entre las nociones de área y perímetro.				x
Reconoce los distintos tipos de figuras planas.			x	
Utiliza adecuadamente las fórmulas en cada figura.		X		
Comprende el enunciado del problema planteado.			x	
Aplica la estructura de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división)			x	

Fuente. Elaboración propia (2022).

Rúbrica de comparación entre los participantes virtual (x) y presencial (x).

TABLA 6. *Comparación de las dos rubricas finales*

Criterios para evaluar:	Nunca	Pocas veces	Casi siempre	Siempre
Establece diferencias entre las nociones de área y perímetro.		X		X
Reconoce los distintos tipos de figuras planas.		X		X
Utiliza adecuadamente las fórmulas en cada figura.			X	X
Comprende el enunciado del problema planteado.		X	X	
Aplica la estructura de las operaciones (suma, resta, multiplicación y división)		X	X	

Fuente. Elaboración propia (2022)

Teniendo en cuenta a las anteriores rúbricas, se notó que los estudiantes que participaron en las olimpiadas Unicauca de la modalidad virtual, respecto a las nociones de área y perímetro de las figuras planas, las tienen más claras que los estudiantes que participaron presencial, también se ha notado que la compresión lectora es la mayor dificultad en la resolución de problemas en las dos modalidades. Esta desventaja por parte de los estudiantes del colegio El Mirador se debe a que, en emergencias sanitarias, los estudiantes no abordaron en totalidad la geometría.

Categorización de dificultades

Las dificultades están presentes a la hora de desarrollar un problema de matemáticas, es por eso por lo que se optó por categorizar de la siguiente manera: dificultades lógicas: el más frecuente es el de la compresión lectora, se observó que los estudiantes no comprenden los problemas, no utilizan el razonamiento lógico; dificultades geométricas: los estudiantes no diferencian las nociones de área y perímetro, se les dificulta pasar del lenguaje natural al lenguaje matemático; dificultades aritméticas: aquellas donde el estudiante, realiza de forma incorrecta operaciones como suma, resta, multiplicación y división.

Discusión de resultados

Las investigaciones antecesoras y la descripción teórica del presente trabajo, permitió mostrar un panorama de estudio para la inmersión investigativa del proceso de aprendizaje de las matemáticas en la infancia. En la educación escolar y matemática, el niño debe ser visto como un ser integral que interactúa, cambia y cambia su estructura a medida que crece, porque es un ser social, porque pertenece a los diferentes grupos que comparte; diferentes sistemas de significado, es una persona cultural que recibe, intercambia y crea información, y una persona emocional que expresa sus sentimientos, estos postulados han sido defendidos por Artunduaga y Ortega (2012).

Un ejemplo de lo anterior lo han determinado las trayectorias hipotéticas de aprendizaje, que son líneas progresivas que sustentan el aprendizaje activo a partir de los procesos naturales de los niños. Para lograr este objetivo relacionado con los números, Clements y Sarama (2009) propusieron un sistema THA de cinco dígitos a partir del nacimiento. Se desarrollan de diferentes maneras según la experiencia del niño, por lo que las escuelas tienen la responsabilidad de brindar experiencias de aprendizaje digital significativas, estas propuestas de sistemas de mejoramiento apuestan por un incremento en la adecuada resolución de problemas matemáticos.

Así mismo, Aguirre et. Al (2006), describen un entorno de aprendizaje accesible y efectivo que abarca el aprendizaje de todos los involucrados en las prácticas de enseñanza y aprendizaje basado en los principios de educación. Comprender la accesibilidad y las emociones del entorno de aprendizaje requiere investigación y, en el caso de la educación en geometría, la relación entre geometría, aritmética, educación, tecnología y formación profesional (Barrera, 2008). El conocimiento de la geometría es esencial para todos, ya que se utiliza en la vida cotidiana; por ejemplo, estamos rodeados de varios objetos y formas geométricas, y podemos estudiar experimentalmente sus bordes, bordes, ampliando así el conocimiento que adquirimos.

Los problemas están asociados con obstáculos que crean ambigüedad que necesita ser investigada y resuelta. Sin embargo, los métodos para resolverlos dependen del tipo y complejidad del problema (Mayer y Wittrock, 1996). La geometría ha contribuido al arte, la arquitectura, etc. Las habilidades matemáticas enfatizan la resolución de problemas cotidianos, simples y complejos, y la tarea del maestro es preparar a los estudiantes en las aulas de hoy para la vida y el trabajo del mañana, incluidas las matemáticas vivas: medición sistemática, geometría aplicada y probabilidad, estadística y organización y clasificación de datos (Clements y Sarama, 2015).

La revisión bibliográfica en general revisada, concuerda en que la geometría puede trabajar con otras disciplinas desde una perspectiva interdisciplinar; las competencias básicas se pueden aprender a partir de diferentes unidades de aprendizaje de geometría. Esto es sin duda cierto en otras áreas de las matemáticas, para alcanzar un mayor nivel de conocimiento, es necesario aprender y asimilar los conocimientos previos; así mismo, el motor del estudio es el interés y la necesidad del estudiante de aprender a través de actividades de aprendizaje, lo cual concuerda con los resultados obtenidos en la aplicación de las olimpiadas matemáticas, los cuales fueron variables según el contexto de aplicación y el tipo de sujetos.

Conclusiones

Las Olimpiadas Matemáticas como mecanismo para la resolución de problemas, permitieron encontrar dificultades que generaron confusión en los estudiantes, debido a que se observó la falta de comprensión en los datos dados, así como en la formulación del problema planteado, al momento de hallar la solución.

Se evidencio que los estudiantes que participaron presencialmente, en su mayoría no sabían diferenciar la noción que percibían de área y perímetro, lo cual dificulto aún más el proceso de resolución de problemas, debido a que venían de recibir clases de forma virtual, debido a la emergencia ocasionada por el COVID 19, dejando algunas desventajas como la falta de conexión a internet, ocasionando que algunos estudiantes no fueran partícipes de las clases, generando una descontextualización en temas que retomada la presencialidad fueron necesarios, como en este caso las nociones de área y perímetro.

Por otro lado, los participantes de manera virtual no tuvieron dificultades en la diferenciación de las nociones área y perímetro, lo cual permitió que los problemas planteados no tuvieran un grado de complejidad mayor al momento de realizar la solución.

Las dificultades categorizadas en este documento están determinadas por el cambio que los estudiantes deben realizar de un lenguaje natural a un lenguaje matemático

Las olimpiadas matemáticas trabajan diversos problemas matemáticos, con diferentes tipos de razonamiento (lógico, algebraico, geométrico), se observó que para el análisis de los problemas presentados en los talleres, aquellos en los que se necesitaba un razonamiento geométrico fueron los que más tiempo de dedicación requirieron, debido a la poca importancia que la geometría ha tenido en la educación primaria.

La resolución de problemas debe ser una cuestión importante en la enseñanza-aprendizaje de la geometría ya que permiten al estudiante explorar, crear, comprender, cuestionar y evaluar, debido a las dificultades que se presentaron, es evidente que la mayoría de los niños no afronta este tipo de situaciones-problemas, lo cual es importante dentro de la educación básica primaria.

Se considera que al momento del enseñanza-aprendizaje, no sólo influye el docente ni sus metodologías, sino aspectos sociales y afectivos que deben generar motivación a los estudiantes.

En este contexto, es importante considerar que la enseñanza en geometría debe estar determinada por la definición de conceptos en forma adecuada para los alumnos de infancia que se encuentran en un periodo de adquisición de conocimientos básicos como pilares de enseñanza para su futuro. Es importante fortalecer los procesos (modelar y resolver problemas en el entorno del estudiante) de la docencia en la enseñanza de la geometría, puesto que es en un salón de clases, en donde los maestros describen gráficos dando definiciones matemáticas y ejemplos, enfatizando en las definiciones más que los ejemplos, sin darse cuenta de que estos últimos son los que tienen el mayor impacto en los estudiantes y son las fuentes que soportan los conceptos; lo cual en los resultados obtenidos, al aplicar los talleres se logró identificar que muchas de las dificultades parten de la falta de conocimiento de los conceptos como en el caso de área y perímetro.

Recomendaciones

Después de concluir el presente trabajo, se considera relevante continuar sobre la investigación en aspectos relacionados con la resolución de problemas matemáticos, más específicamente los que tienen que ver con área y perímetro para la población infantil; de esta manera incrementar los índices de mejoramiento en aprendizaje matemático en las aulas de estudio primario y básico en Colombia. Se recomienda extender los estudios expuestos en el presente trabajo al estudio del mejoramiento de la resolución de problemas geométricos en la infancia, focalizándose en la interpretación correcta de los conceptos generales tales como área y perímetro. También es necesario trabajar en el modelo dinámico utilizado en este trabajo, para determinar la variación de los procesos de aprendizaje.

Teniendo en cuenta lo anterior es importante dar respuesta a lo siguiente, ¿Las Olimpiadas Matemáticas pueden implementarse como una estrategia para mejorar la educación matemática? ¿Se debe hacer un mayor énfasis a la geometría dentro de los salones de clase? ¿Cómo combatir las dificultades presentadas en este documento?

Bibliografía

Aguirre, L. (2006). *Desarrollo del pensamiento espacial y la formulación de problemas geométricos.* Medellín, 106 h. Trabajo de grado. Universidad de Antioquia. Facultad de educación.

Artunduaga, S. y Ortega, K. (2012). *Identificación de competencias asociadas a la resolución de problemas matemáticos en un grupo de estudiantes sordos de la educación media colombiana*. Universidad del Valle, Cali, Colombia.

Barrantes, M., & Zapata, M. A. (2015). *Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas*. Campo Abierto. Revista de Educación, 27(1), 55–71.

Barrantes Campos, H. , & Alfaro Carvajal, C. (2008).*¿QUÉ ES UN PROBLEMA MATEMÁTICO? PERCEPCIONES EN LA ENSEÑANZA MEDIA COSTARRICENSE*. Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, Año 3, Número 4, pp. 83-98

Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas. El trabajo de Allan Schoenfeld.* Cuadernos de Investigación y Formación En Educación Matemática, 1(1).

Bravo, M. (2014).*Secuencias didácticas para el aprendizaje de las razones trigonométricas.* Universidad Católica de Manizales, Santiago de Cali, Colombia.

Castiblanco, A., y León Corredor, O. (2018). *Fundamento Conceptual Accesibilidad*. Recuperado de https://acacia.red/udfjc/wp-content/uploads/sites/5/2019/05/AA-Accesibilidad.pdf

Chilito, L. Ruiz, M. (2021). *El Proceso de Tratar y Convertir Problemas Matemáticos, Realizado por Estudiantes de Grado Sexto y Séptimo Partícipes de la Segunda Olimpiada de Matemática Unicauca Modalidad Virtual Periodo 2020-2.* Universidad del Cauca.

Clements, D., y Sarama, J. (2015). *El Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas a Temprana edad: El Enfoque de las Trayectorias de Aprendizaje*. Dember: Learning Tools LLC.

Flórez, T. (2022). *Olimpiadas Iberoamericanas de Matemáticas: este año la sede es Colombia.* Revista El Universal, oficial web.

Falk de Losada, M. (2001). *Olimpiadas de Matemáticas: retos, logros (y frustraciones).* Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, Vol. 8, Nº. 1, pp. 15-26

Guerrero, F. J. (2010). *La importancia de la geometría en primaria*. Innovación y Experiencias Educativas, 36.

Martínez, L. Negrete, M. Sierra, I. (2011). *Estrategias heurísticas en la solución de problemas matemáticos: DESARROLLO DE HABILIDADES METACOGNITIVAS EN EDUCACIÓN INFANTIL*. Universidad de Córdoba.

Pérez Porto, J., Merino, M. (18 de septiembre de 2008). *Definición de dificultad - Qué es, Significado y Concepto*. Definicion.de. Última actualización el 16 de noviembre de 2021. Recuperado el 17 de marzo de 2023 de https://definicion.de/dificultad/

Portocarrero, L. (2008). *La geometría y su importancia en el desarrollo de la matemática en la educación primaria*. Universidad Nacional Toribio Rodríguez de Mendoza de Amazonas, Chachapoyas, Perú.

Rangel Martínez, M. Y., & Murcia Pardo, S. M. (2017). *Concepciones de estudiantes de Educación Básica sobre perímetro y área*. Eco Matemático, 8(1).

REAL ACADEMIA ESPAÑOLA: *Diccionario de la lengua española*, 23.ª ed., [versión 23.6 en línea]. <https://dle.rae.es> [21 de diciembre del 2022]

Rojas, M. (2014). *¿El género en las matemáticas? Un análisis de los resultados de las olimpiadas matemáticas*. Escenarios (12) Núm. 1.

Sánchez, C. (2001). *50 años de matemáticas modernas en Colombia.* Boletín de matemáticas. VIII. (2) p. 3 – 28.

Santos, L. (1992). *Resolución de problemas; el trabajo de Alan Schoenfeld: una propuesta a considerar en el aprendizaje de las matemáticas.* Educación Matemática, 04(02)

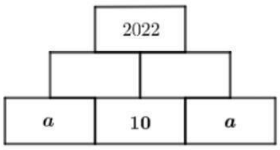
ANEXOS

ANEXOS 1. Evento Bolívar

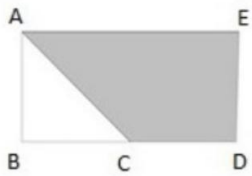
Evento de Olimpiadas en Matemáticas
Instituto Educativo "*Santa Catalina Labouré* "
Bolivar-Cauca
Departamento de Matemáticas
Universidad del Cauca
07 de octubre de 2022

Taller Nivel I (grados 5 al 7).

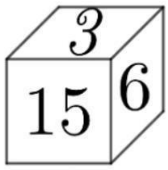
1. Sobre cada bloque que se apoya en otros dos, se escribe un número que es la suma de los escritos en los bloques sobre los cuales se apoya. ¿Cuál es el valor de $\boldsymbol{a}$ en esta pirámide de bloques?



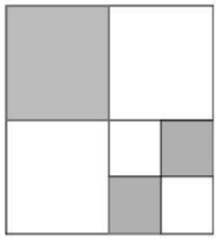
2. El perímetro y el área del rectángulo $ABDE$ tienen el mismo valor numérico. El Triángulo ABC es isósceles. Si $AE = 6\,cm$, ¿cuál es el valor área del trapecio $ACDE$?



3. Se observa sólo tres caras de un dado singular. Estas tres caras tiene los números $3, 6$ y 15, respectivamente. Si el producto de cualesquiera dos caras opuestas es el mismo, ¿Cuál es la suma más pequeña posible de los seis números del cubo?



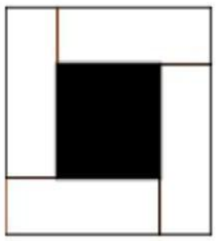
4. El cuadrado grande que se muestra en la figura se dividió en cuatro cuadrados iguales, y uno de estos se dividió de nuevo en cuatro cuadraditos iguales. ¿ Qué fracción del cuadrado grande está sombreada?



5. En la figura, ¿Cuál es la razón entre el área sombreada y el área del rectángulo?

6. A cada letra distinta de la palabra **CATALINA**, se le asigna un dígito distinto del 1 al 6. Al sumar todos estos dígitos, el resultado es un múltiplo de 9. ¿Cuál dígito representa la letra A?

7. En la figura, los lados de los rectángulos son números enteros y su perímetro es 8 cm, ¿Cuál es el área de la figura saombreada?



8. Ana tiene una cierta cantidad de galletas. Ella quiere hacer paquetes de tres y le sobran dos. Luego intenta hacer paquetes de cinco y también le sobran dos. ¿Cuál es la cantidad mínima de galletas que debe agregar para poder formar paquetes de tres y también paquetes de cinco, si así lo prefiere?

9. En la siguiente suma, las letras representan alguno de los dígitos $1, 3, 4, 7$ y 8. Letras diferentes representan dígitos diferentes. ¿Cuánto vale cada letra? Explica el procedimiento para obtener la respuesta.

$$\begin{array}{cccc} & & \mathrm{A} & \mathrm{D}\ \mathrm{D} \\ + & \mathrm{M} & \mathrm{A} & \mathrm{D} \\ \hline & \mathrm{S} & \mathrm{U} & \mathrm{M} \end{array}$$

10. Se desea llenar los cuadrados vacíos de la figura que se muestra con números enteros positivos, sabiendo que a partir del tercer cuadrado, el número que aparece es la suma de los números que se encuentran en los dos cuadrados anteriores. ¿Qué número va en el segundo cuadrado?

	?				27

ANEXOS 2. Evento institución Don Bosco "**GOMOSOS POR LA MATEMATICA"**

OLIMPIADAS E INTEGRALES UNICAUCA

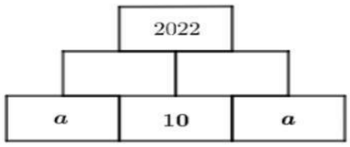
Grupo Espacios Funcionales

Institución Educativa Don Bosco
SALESIANOS DE DON BOSCO - POPAYÁN

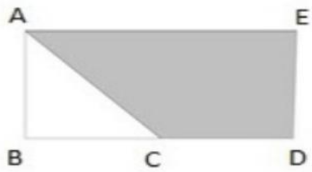
Evento "*Gomosos por la Matemática*"
Instituto Educativo Don Bosco
Popayán-Cauca
Departamento de Matemáticas
Universidad del Cauca
28 de octubre de 2022

Taller Nivel Básico (grados 6 y 7).

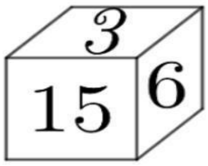
1. Sobre cada bloque que se apoya en otros dos, se escribe un número que es la suma de los escritos en los bloques sobre los cuales se apoya. ¿Cuál es el valor de $\boldsymbol{a}$ en esta pirámide de bloques?



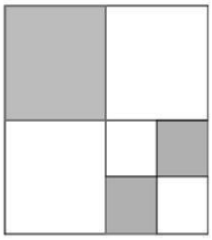
2. El perímetro y el área del rectángulo $ABDE$ tienen el mismo valor numérico. El Triángulo ABC es isósceles. Si $AE = 6\,cm$, ¿cuál es el valor área del trapecio $ACDE$?



3. Se observa sólo tres caras de un dado singular. Estas tres caras tienen los números 3, 6 y 15, respectivamente. Si el producto de cualesquiera dos caras opuestas es el mismo, ¿Cuál es la suma más pequeña posible de los seis números del cubo?



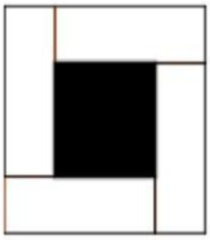
4. El cuadrado grande que se muestra en la figura se dividió en cuatro cuadrados iguales, y uno de estos se dividió de nuevo en cuatro cuadraditos iguales. ¿ Qué fracción del cuadrado grande está sombreada?



5. En la figura, ¿Cuál es la razón entre el área sombreada y el área del rectángulo?

6. A cada letra distinta de la palabra **GOMOSOS**, se le asigna un dígito distinto del 1 al 4. Al sumar todos estos dígitos, el resultado es un múltiplo de 9. ¿Qué dígitos representan las letras O y S?

7. En la figura, los cuatro rectángulos son identicos, los lados de cada rectángulo son números enteros y su perímetro es $8\,cm$, ¿Cuál es el área de la figura sombreada?



8. Ana tiene una cierta cantidad de galletas. Ella quiere hacer paquetes de tres y le sobran dos. Luego intenta hacer paquetes de cinco y también le sobran dos. ¿Cuál es la cantidad mínima de galletas que debe agregar para poder formar paquetes de tres y también paquetes de cinco, si así lo prefiere?

9. En la siguiente suma, las letras representan alguno de los dígitos $1, 3, 4, 7$ y 8. Letras diferentes representan dígitos diferentes. ¿Cuánto vale cada letra? Explica el procedimiento para obtener la respuesta.

$$\begin{array}{r} \mathrm{A\ D\ D} \\ +\ \ \mathrm{M\ A\ D} \\ \hline \mathrm{S\ U\ M} \end{array}$$

10. Se desea llenar los cuadrados vacíos de la figura que se muestra con números enteros positivos, sabiendo que a partir del tercer cuadrado, el número que aparece es la suma de los números que se encuentran en los dos cuadrados anteriores. ¿Qué número va en el segundo cuadrado?

	?				27