

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA BASADA EN LA MODELACIÓN
MATEMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE
FUNCIÓN EN LA EDUCACIÓN MEDIA**

**LEIVY KATERINE LEBAZA PINO
DIEGO FERNANDO MAJIN NARVÁEZ**

**UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA
EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
POPAYÁN**

2009

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA BASADA EN LA MODELACIÓN
MATEMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE
FUNCIÓN EN LA EDUCACIÓN MEDIA**

**LEIVY KATERINE LEBAZA PINO
DIEGO FERNANDO MAJIN NARVÁEZ**

TRABAJO DE GRADO

**En la modalidad de seminario presentado como requisito para optar los
títulos de Licenciada en Educación, Especialidad Matemáticas y
Matemático, respectivamente.**

DIRECTOR

Dr. CARLOS ALBERTO TRUJILLO SOLARTE

UNIVERSIDAD DEL CAUCA

**FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES EXACTAS Y DE LA
EDUCACIÓN**

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS

POPAYÁN

2009

NOTA DE ACEPTACIÓN

Doctor Carlos Alberto Trujillo

Director

Mg Ángel Hernán Zúñiga

Comité de seguimiento y evaluación

Ing. Mario Fernando Solarte S.

Comité de seguimiento y evaluación

Fecha de sustentación: 19 de Agosto de 2009

AGRADECIMIENTOS

Los autores queremos hacer una mención especial a tantos y tantos maestros que han contribuido a nuestra formación integral como personas y profesionales, a nuestros amigos y colaboradores, que fueron y seguirán siendo nuestra voz de aliento para continuar en los momentos difíciles que se presentan en el día a día, a nuestras familias, por su amor, comprensión y sobre todo paciencia en el alcance de este logro.

Por razones de espacio, y temor a olvidarnos de algunos, no hacemos una enumeración de todos aquellos que de una u otra forma han hecho posible los avances en esta estrategia que hoy sale a la luz, aunque no por ello dejemos de reconocer su inestimable participación.

Kathe y Diego

Quiero de manera especial, dedicar este triunfo, en primer lugar a Dios, mi motor, mi sol, mi fuerza, luz en mi camino; a mi madre Ana Amalia Pino, mi fan número uno, patrocinadora oficial de casi todas mis ideas, por su fe en mí, que por momentos creo que es mas de la que siento por mí, por sus bendiciones, amor y apoyo incondicional, etc., a mis amigos Mónica Pino, Astrid Alvares, Sofía Mamian, Diego Burbano y otros.

Doy gracias a mi compañero Diego Majín, por la paciencia en el desarrollo de esta propuesta, por las traspasadas, por las llegadas tarde, y por otros asuntos, que no vienen al caso; a mis jefes y amigos Orlando Rodríguez y Yenny Rosero, por sus gestos de solidaridad, paciencia, consideración, comprensión y apoyo, por permitirme hacer parte de su maravilloso equipo de trabajo; al José Omar Zúñiga, maestro y amigo, por sus valiosos aportes en la revisión final de este documento y apoyo incondicional en otros aspectos; a Mónica Pino, por sus aportes en la valoración cuantitativa de los resultados, revisión, edición y diseño, de este documento y de manera muy especial a los profesores, **Mario Solarte, Ángel Hernán Zúñiga y Carlos Alberto Trujillo**, por sus valiosos y oportunos aportes de opinión, consejos, críticas y reflexiones en torno a la elaboración y sistematización de esta propuesta.

Katerine Lebaza

Quiero agradecer, primero a Dios, por darme la vida, la sabiduría y la fuerza para culminar mi carrera, a mis padres Mery Ismenia Narvaéz y Fernando Majin, a mis hermanos Natalia y Juan Carlos y a mi prima Lilian, por su apoyo incondicional y sus buenas energías en todo momento, que Dios los bendiga y los proteja.

Especial agradecimiento a Katerine Lebaza, por compartir buenos y difíciles momentos, gracias por la paciencia y por los momentos que juntos compartimos, a mis amigos y compañeros de estudio por creer en mí y brindarme su apoyo y amistad.

A todos los profesores que de una u otra manera contribuyeron en mi formación como matemático, pero en especial a los profesores **Mario Solarte, Ángel Hernán Zúñiga y Carlos Alberto Trujillo**, quienes con su experiencia, sabiduría y sobre todo, paciencia, supieron como encaminar mi rumbo hacia la materialización de este proyecto.

Diego Fernando Majín

TABLA DE CONTENIDO

1	CONSIDERACIONES INICIALES.....	3
1.1	PRESENTACIÓN	3
1.2	JUSTIFICACIÓN	4
1.3	OBJETIVOS	7
1.3.1	General.....	7
1.3.2	Específicos	7
1.4	METODOLOGÍA.....	8
1.4.1	Etapa 1	8
1.4.2	Etapa 2	8
1.4.3	Etapa 3	9
2	REFERENTES TEÓRICOS	10
2.1	MODELOS	10
2.1.1	Aspectos a tener en cuenta en la construcción de un modelo	16
2.1.2	Sobre la construcción de modelos y su importancia	17
2.1.3	Clasificación de modelos.....	18
2.1.4	Modelos matemáticos	19
2.1.5	Construcción de modelos matemáticos.....	22
2.2	REFERENTES PEDAGÓGICOS	24
2.2.1	Metodología de Polya	24
2.2.2	Metodología de Shoenfeld	26
2.2.3	Estrategias o técnicas didácticas activas	27
2.2.4	Lineamientos y estándares curriculares para el área de matemáticas. .	30
3	ESTRATEGIA METODOLÓGICA.....	33
3.1	MODELIZACIÓN MATEMÁTICA.....	33
3.2	MODELACIÓN MATEMÁTICA.....	34
3.3	MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA	35
3.4	PRINCIPIOS QUE FUNDAMENTAN LA ESTRATEGIA.....	36
3.5	EJEMPLOS ILUSTRATIVOS	38
3.5.1	Ejemplo1: Análisis del crecimiento diario de la ballena azul.	40
3.5.2	Ejemplo2: Pollos de engorde en la granja de mamá gallina.	43
4	SOCIALIZACIÓN DE LA ESTRETEGIA METODOLÓGICA.....	54
4.1	ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE.....	54
4.1.1	Características de un EVA.....	55

4.1.2	Efectos potenciales de un EVA.....	57
4.1.3	El rol del estudiante	60
4.1.4	El rol del tutor, formador o docente.....	60
4.1.5	Elementos funcionales básicos del EVA	61
4.2	DISEÑO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE	63
4.2.1	Construcción de contenidos	63
4.3	DESARROLLO DEL CURSO	64
4.4	PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	66
4.4.1	Perfil de los estudiantes	67
4.4.2	Uso de tecnología.....	68
4.4.3	Calidad y preferencias educativas.....	71
4.4.4	Motivación para desarrollar el curso.....	72
4.4.5	Diseño del curso.....	73
4.4.6	Contenidos del curso.....	73
4.4.7	Actividades de aprendizaje	74
4.4.8	Acerca del entorno virtual de aprendizaje (EVA).....	75
4.4.9	Evaluación del curso	77
4.5	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DE LA SOCIALIZACIÓN DE LA ESTRATEGIA	81
4.5.1	Recomendaciones para mejorar aspectos académicos	81
4.5.2	Recomendaciones para mejorar el desempeño docente	85
4.5.3	Recomendaciones para mejorar el soporte al estudiante.....	85
5	CONCLUSIONES	87
6	RECOMENDACIONES.....	90
7	BIBLIOGRAFÍA	91
8	ANEXOS	95
8.1	ANEXO 1: Objeto virtual de aprendizaje	95
8.2	ANEXO 2: Encuesta inicial, inscripción al curso virtual.	149
8.3	ANEXO 3: Foro social	150
8.4	ANEXO 4: Foro hablando de modelos.....	151
8.5	ANEXO 5: Foro sugerencias: mejoras al diseño del curso.....	152
8.6	ANEXO 6: Preguntas más frecuentes.....	153
8.7	ANEXO 7: Instrumento para la evaluación del curso virtual, encuesta final 160	
	Instrumento para la evaluación del curso virtual.....	161
	Los tutores del curso, agradecemos su colaboración.	173

1 CONSIDERACIONES INICIALES

1.1 PRESENTACIÓN

Este documento constituye la monografía del trabajo de grado denominado **“ESTRATEGIA METODOLÓGICA BASADA EN LA MODELACIÓN MATEMÁTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN EN LA EDUCACIÓN MEDIA”** que se realizó en la modalidad de seminario bajo la dirección del Dr. Carlos Alberto Trujillo, en el marco de la línea de Educación Matemática, una de las áreas de investigación del grupo de “Álgebra, Teoría de Números y Aplicaciones” (ALTENUA).

Aquí encontrará paso a paso la construcción de la estrategia que se propone, ejemplos y pautas para su uso, así como los referentes teóricos que sustentan la base conceptual de la misma, entre ellos, planteamientos del Ministerio de educación nacional (MEN), desde los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y los Estándares Básicos en Competencias Matemáticas (MEN, 2006), y otros aportes desde la perspectiva de las estrategias didácticas activas, la resolución de problemas, entre otros.

Al final del documento, se incluyen los resultados de la divulgación de esta estrategia en el curso virtual, denominado “Modelación matemática”, dirigido en primera instancia a los interesados en conocer alternativas de enseñanza y para propósitos particulares, a quienes ejercen o desean ejercer la profesión de la docencia en el área de matemáticas, sin excluir a docentes de otras áreas, ya que la estrategia se puede adaptar para la enseñanza de otras áreas, en diferentes niveles de escolaridad.

1.2 JUSTIFICACIÓN

“Toda sociedad necesita que el conocimiento que se adquiere en la escuela sea funcional, es decir, que se integre y se resignifique permanentemente en la vida (fuera de la escuela) para transformarla”

(Suarez, 2004, pág. 1)

“Desde hace algunos años, se están procesando reestructuraciones en el currículum y métodos de enseñanza de la matemática. El objetivo, entre otros, es aumentar el interés por la aplicación de ésta en las situaciones cotidianas” (Biembegut, M., & Hein, N., 2000, pág. 4)

La cita anterior de María Salett Biembegut y Nelson Hein, recoge nuestro sentir, es evidente la necesidad de reestructurar aspectos del currículo y de los métodos de enseñanza de las matemáticas, vigentes por años, cuyos resultados no se ponen en tela de juicio, de manera que se propenda por la aplicación de éstas en situaciones cotidianas, en ese sentido, el uso de la modelación matemática como una alternativa de enseñanza, está tomando cada día más fuerza; principalmente porque permite integrar otras áreas del conocimiento, creando un puente entre el conocimiento que los estudiantes adquieren en los cursos de matemática y su habilidad de aplicar tal conocimiento diseñando o resolviendo situaciones problema.

Entre las características del proceso de modelación matemática están:

- Promueve la aplicación de las matemáticas en diferentes contextos, en la medida en que se analizan y resuelven situaciones reales, expresadas en problemas, casos, etc.
- Estimula la participación activa de los estudiantes, en la construcción de sus conocimientos.
- Promueve un aprendizaje amplio y profundo de los conocimientos, estableciendo relaciones más activas y motivadoras entre los estudiantes y las temáticas a desarrollar.
- Fomenta un aprendizaje práctico ajustado a las necesidades de los estudiantes.
- Favorece un aprendizaje progresivo, partiendo de lo que se domina hasta alcanzar las competencias definidas en objetivos.
- Promueve la búsqueda de información, análisis y selección de la misma.

- Fomenta el aprendizaje colaborativo, validando las experiencias individuales y colectivas así como los diferentes puntos de vista ante determinados planteamientos.
- Facilita la presentación de temáticas en forma ágil y atractiva a los estudiantes.
- Promueve entre los estudiantes y el docente el desempeño de nuevos roles, el docente facilita los aprendizajes, y promueve en sus estudiantes la apropiación del conocimiento, el estudiante por su parte, al convertirse en sujeto activo, adquiere mayor responsabilidad en su proceso formativo, y sobre las consecuencias de sus acciones, lo que conduce al desarrollo de su carácter y autonomía.

Atendiendo a esta necesidad, previo a la formulación de esta estrategia se realizó una exhaustiva búsqueda bibliográfica, sobre estrategias de enseñanza basadas en la modelación matemática en contextos de educación básica y media; en el ámbito nacional, los resultados fueron escasos, en contraste, en países como España, Argentina, Brasil, Chile y México, estrategias de este estilo tienen gran acogida en diferentes niveles educativos (preuniversitario, pregrado y postgrado), mientras que en Colombia, la modelación matemática es comúnmente utilizada en niveles de pregrado y postgrado.

En este sentido se considera importante, avanzar en el diseño de una estrategia metodológica fundamentada en la modelación matemática con el propósito de aplicarla en la educación media, en la enseñanza y el aprendizaje de conceptos, no solo matemáticos, sino también de otros a que haya lugar. Para el caso particular de este seminario, su aplicación se centra en el concepto de función.

Otro aspecto a considerar en el diseño de ésta estrategia, es su pertinencia al interior del currículo y en particular, en el plan de estudio del área de matemáticas, ya que a nivel institucional, el aprendizaje de los estudiantes, es valorado a través de pruebas internas, o pruebas estandarizadas externas, aprobadas por ley, como las pruebas ICFES y SABER, en las que se evalúan competencias matemáticas de comunicación, razonamiento, planteamiento y resolución de problemas, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos y por supuesto, **modelación**; tal como lo dio a conocer el ICFES (2009), en los *lineamientos generales, pruebas SABER 2009 grados 5° Y 9°*, donde se anuncian, los criterios y especificaciones de las pruebas que se aplicarán en todo el país a los estudiantes de los grados quinto y noveno, en las áreas de lenguaje, matemáticas y ciencias. En relación con lo anterior, se consideran como referentes

conceptuales para su formulación, los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en matemáticas, entre otros.

En este sentido, esta estrategia metodológica, es una guía de referencia y orientación para el docente, en la utilización de la modelación matemática con fines formativos; su validez e importancia vienen dadas en torno a planteamientos del MEN, referentes a la modelación, como uno de los procesos generales de la actividad matemática, que en asocio con otros¹, desarrollan y potencian el pensamiento matemático de los estudiantes.

Su estructura gira alrededor del estudio de procesos de variación y cambio, pues se encontró en el pensamiento variacional, una fuente rica en situaciones para la implementación de esta propuesta.

¹ “Los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas son: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos”. (MEN, 2006, pág. 51)

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 General

Proponer una estrategia metodológica fundamentada en la modelación matemática para la enseñanza del concepto de función y sus diferentes aplicaciones en la educación media, apoyada en un entorno virtual de aprendizaje (EVA).

1.3.2 Específicos

- Construir una base conceptual que consolide el proceso de la modelación matemática como método viable en la enseñanza y el aprendizaje de conceptos.
- Elaborar una estrategia metodológica fundamentada en la modelación matemática.
- Divulgar la estrategia metodológica propuesta, a través de un entorno virtual de aprendizaje.

1.4 METODOLOGÍA

Para el desarrollo de las actividades que permitieron el cumplimiento de los lineamientos establecidos, el proceso se dividió en tres etapas, cada una responde a uno de los objetivos específicos.

1.4.1 Etapa 1

1.4.1.1 Actividad 1.1

Búsqueda y revisión bibliográfica de textos y documentos disponibles en Internet y otras fuentes, referentes a modelos, modelación matemática, estrategias didácticas, estrategias metodológicas, etc.

1.4.1.2 Actividad 1.2

Revisión, análisis y selección de textos y documentos, que permitan constituir la base conceptual de la estrategia.

1.4.1.3 Actividad 1.3

Planteamiento del marco conceptual en el que consolide la modelación matemática como método viable en la enseñanza y el aprendizaje de conceptos.

1.4.2 Etapa 2

1.4.2.1 Actividad 2.1

Definición la estructura de la estrategia metodológica a proponer.

1.4.2.2 Actividad 2.1

Diseño y elaboración de la estrategia metodológica, basada en la modelación matemática.

1.4.3 Etapa 3

1.4.3.1 Actividad 3.1

Selección el entorno virtual de aprendizaje, a través del cual se dará a conocer la estrategia.

1.4.3.2 Actividad 3.2

Diseño de los contenidos del curso, que estarán disponibles en la plataforma seleccionada.

1.4.3.3 Actividad 3.3

Ofertar el curso virtual, utilizando diferentes medios de convocatoria (página web de la Universidad del Cauca, visitas a instituciones educativas, volantes, etc.).

2 REFERENTES TEÓRICOS

2.1 MODELOS

“Los modelos son tan antiguos como la humanidad. En particular, la historia de la ciencia constata que la elaboración de modelos es algo inherente a todas las cuestiones científicas”

María Salett Biembengut (2004, pág. 1).

Entre los términos esenciales que se incluyen en este documento se encuentra el de **modelo**. En este sentido en la literatura existen diversas acepciones atendiendo a diferentes puntos de vista. Por ejemplo, hay modelos mentales, históricos, modelos de enseñanza, modelo ejemplar, en el que se idealiza determinado comportamiento, modelo arquetipo, que representa un canon ideal de belleza, modelos procedimiento (pautas para seguir), modelos maqueta, bidimensionales, a escala, modelos esquema, modelos de carros, electrodomésticos, etc.

Muchas de las definiciones anteriores, no son precisas, porque no son cerradas, ni disjuntas.

Tanto así, que “El término **modelo** no tiene el mismo significado en matemática que en la vida cotidiana” (Fundación Empresas Polar, pág. 1); en este sentido, un modelo no será lo mismo para un matemático, un artista, o un sociólogo. Para evitar confusiones, al menos en el ámbito de las ciencias, entre lo que es un modelo y lo que no lo es, se hace necesario dar algunas pautas para precisar su significado.

Los siguientes planteamientos se han tomado de la transcripción del seminario denominado “Los modelos en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias”, ofrecido por Rufina Gutiérrez², (Fundación Castroverde. Madrid. España), dirigido a estudiantes de doctorado en enseñanza de las ciencias, Universidad Autónoma de Barcelona, España (2007).

² Licenciada en ciencias físicas, especialista en psicología del aprendizaje, docente desde el 1974 de la Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona. España, profesora visitante desde el 1996 hasta el 2005, de 2005 a 2007 se desempeña, como profesora colaboradora docente (Gutiérrez, 2007).

En primer lugar, se requiere precisar que un modelo, en general, no es un modelo científico, el modelo científico es una cosa, y el modelo en general es otra.

La importancia de aclarar toda esta confusión es esencial a la hora de plantear una estrategia para enseñar y aprender con modelos, si no, todo esto sería un discusión filosófica más, como la que aparece en los libros; el asunto es, que donde se quiera dejar de lado enseñanza tradicional conceptual, e intentar introducir al currículo los modelos, y por ende a los contenidos, como en este caso, con la estrategia que se propone, éste no es un asunto trivial.

En términos generales, un modelo, tiene diferentes caracterizaciones, a continuación, algunas de ellas:

- Modelo es una representación conceptual, simbólica, indirecta, esquemática, parcial y selectiva de aspectos de esa realidad (Fernández, 1995, pág. 3).
- Un modelo puede entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible (MEN, 2006, pág. 52).
- Modelo es una representación simplificada de una realidad, que da sentido a esta realidad y permite entonces comprenderla (Hypergéó, 2004, pág. 2).
- Un modelo es una representación de la realidad, una expresión simplificada y generalizada de las características de una situación, fenómeno, objeto o sistema del mundo real. Podrá decirse entonces que es una abstracción de la realidad, la cual se puede expresar mediante palabras, números, símbolos, diagramas, íconos, semejanza en cuanto a apariencia o comportamiento entre el modelo y la entidad modelada; y se emplea para obtener una imagen conceptual que reduzca la variedad y la complejidad del mundo real a un nivel que podamos entender y especificar (Fundación Empresas Polar, pág. 2)

Por su puesto hay mas, la que se presenta a continuación es bastante simple, pero acertada, ***“Para un observador B, A* es un modelo de A [objeto real] en la medida en que B pueda utilizar A* para responder a preguntas sobre A”*** (Minsky, 1968, pág.426) citado por Molina, S., & Francisco, A. (Molina, 2000).

Para entender un poco mas ésta definición se propone el siguiente ejemplo, supóngase que usted es el observador B, y que el objeto real A, es una silla cualquiera, si usted tiene problemas de sobrepeso, modela una silla en su cabeza, que tenga patas robustas,

capaces de soportar su peso, en ese momento esa es su necesidad, entonces A* es una silla de patas fuertes (modelo), otro observador, lo primero que verá, es, si es estéticamente bonita y agradable, otros, que sea bajita, etc. así se construyen modelos, según los intereses del usuario.

De la definición anterior se deduce que el modelo no representa toda la realidad del fenómeno modelado, solo incluye los aspectos que son de interés para el usuario, el modelo no es una entidad real, real en el sentido de perteneciente al “mundo exterior”, el modelo es una realidad interna, al observador, que la creo en su cabeza; así mismo, los modelos de una misma realidad pueden ser múltiples; en el ejemplo anterior, se representa una entidad real, la silla, pero los modelos son distintos, pues se consideran dos observadores, incluso, uno solo puede plantear varios modelos del mismo objeto, por ejemplo, considerar la silla de patas fuertes, y otro considerando que la silla tenga el espaldar recto y duro.

Al respecto, Gutiérrez (2007), sostiene que las entidades constitutivas de los modelos son, idealizaciones o abstracciones de las entidades modelizadas; en la realidad, no hay estas simplificaciones, los objetos son lo que son, los modelos no existen en el mundo físico, son abstracciones humanas, lo que existen son los sistemas físicos, que los modelos modelizan, existen, además diferentes escalas de modelización, dependiendo hasta qué nivel se desea indagar, sobre lo que se observa, todas ellas son igual de importantes, y ninguna de ellas es mejor que la otra.

Aclarado, lo que es un modelo, en general, el turno ahora es para los modelos científicos, pero ¿qué es un modelo científico?

De acuerdo a Rufina Gutiérrez (2007), en la literatura de didáctica de las ciencias se habla de modelos científicos y se consideran centrales en la enseñanza actual, pero al parecer no son fáciles de entender por los profesores ni por los estudiantes.

Definir un modelo científico es asunto complicado, inclusive para los expertos en el tema, por lo tanto se hace de manera implícita, la noción de modelo, está ligada fuertemente al concepto de ciencia que tiene la gente y al parecer ese concepto de ciencia también es implícito; en la literatura de la didáctica de las ciencias, incluso la que se refiere expresamente a modelos, se ofrecen pocas definiciones de modelos científicos, es decir, se da por hecho, que el lector lo sabe; en artículos de

investigación, por ejemplo, pocas veces se hace una definición rigurosa, sobre lo que es un modelo científico, y cuando los autores se refieren expresamente a modelos científicos, más que definiciones, lo que ofrecen son listas de características, por supuesto, el que ofrece una lista no ofrece una definición clara, el punto es que quien este manejando este tipo de literatura (profesores o los alumnos), debe construir su propia definición del concepto del texto científico y por cierto, no es fácil construir esa definición a partir de una progresión de datos o de características que se den, y más preocupante aun, en el listado de características, no se distingue entre lo que es fundamental para que sean modelos científicos, y lo que es común a todos los modelos.

Luego para diferenciar un modelo científico de uno que no lo sea, se acude a la ontología, la ontología por su propia naturaleza de ciencia, se encarga de estudiar que son las cosas esencialmente, justamente su objeto es la definición de las cosas, que serán conceptos, con la menor cantidad de palabras posibles, pero de manera que no se confunda con otras, es decir que sea una definición completa, cerrada y unívoca, por supuesto, las cosas que estudia la ontología son objetos de mucho interés, porque en esta profundidad, no se pueden estudiar muchas cosas, se estudian algunas, por ejemplo que es un modelo, la operación de definir es la más difícil que hay en la ciencia, pero los estudios ontológicos tienen la ventaja de prescindir de lo que no es esencial en sus definiciones, y de aspirar al máximo rigor, pero claro, hay distintas escuelas acerca de qué es el mundo, como se conoce el mundo y por lo tanto qué acceso tenemos a las cosas que se quieren nombrar, así, antes de dar una definición formal de modelo científico, hay que decidir a la luz de qué escuela ontológica se dará la definición, en este caso se elige la definición de Bunge³ porque es un hombre que ha estudiado mucho ontología, y porque en la literatura sobre estos temas, es un autor que se entiende, es decir, cuya literatura se entiende, unos libros más, otros libros menos; Bunge hace unas cuantas distinciones para construir el concepto de modelo, el distingue entre, lo que es un esquema, o un **modelo objeto**, que es una *representación esquemática de un sistema real o conjeturado en la que se explicitan las propiedades más importantes, de un objeto de una especie dada*, Bunge es un realista⁴, pero en este caso está definiendo en general, por lo tanto esta definición vale, tanto para los que

³ Bunge, M., físico, filósofo de la ciencia y humanista argentino; destacado defensor del realismo científico y de la filosofía exacta (Wikipedia, junio de 2009). que dedico dos de sus libros dedicados a la ontología de los sistemas físicos, citado en Gutiérrez (2007).

⁴ Los realistas, aceptan la existencia del mundo, y que éste se puede conocer, citado en Gutiérrez (2007).

son realistas, como para los que no, por eso hace referencia al sistema real o conjeturado, por ejemplo, consideramos una llave (objeto), sus propiedades serian, tamaño 5 cm de largo, 2 cm de ancho, de material cobre, de peso 5 gr, que sirve para abrir puertas, etc.

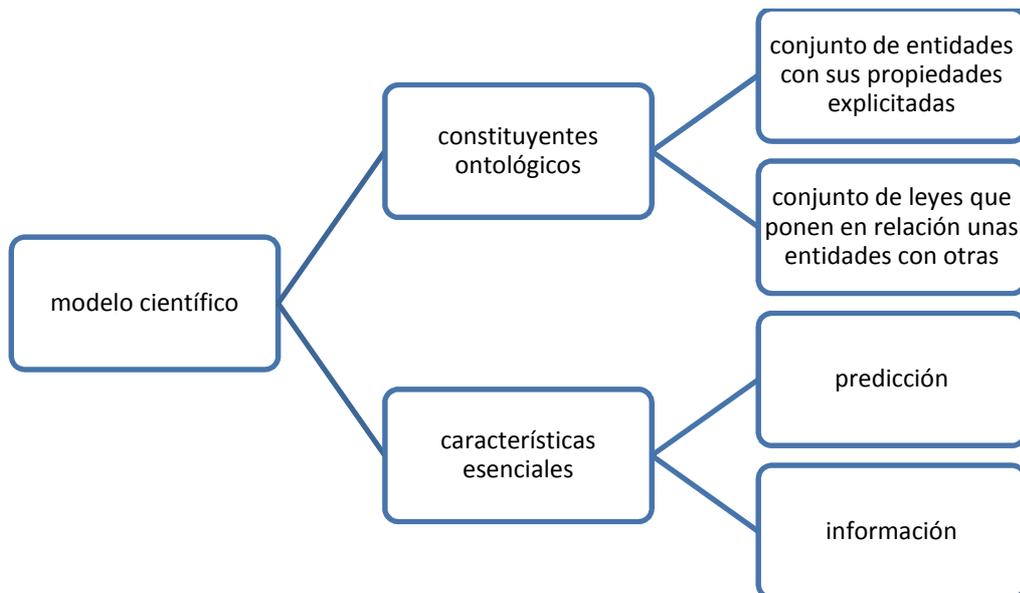
*Un modelo objeto unido a un conjunto de enunciados legales y otras premisas es un **modelo teórico**, del sistema real o conjeturado.* Bunge, aquí no enuncia las premisas, porque los realistas enunciarían unas premisas y los no realistas enunciarían otras.

También distingue lo que es un **diagrama** (sketch) que es un *gráfico de los componentes de un objeto de una especie dada, y sus funciones y relaciones mutuas.* Las definiciones anteriores son definiciones científicas, absolutamente precisas, en donde no da igual elegir una palabra que otra, cada palabra tiene un significado científico.

Un **modelo científico**, desde el punto de vista ontológico, está constituido por *una serie de entidades con sus propiedades explicitadas, y una serie de leyes que ponen en relación unas entidades con otras.*

Las funciones esenciales de un modelo son: la predicción y la explicación.

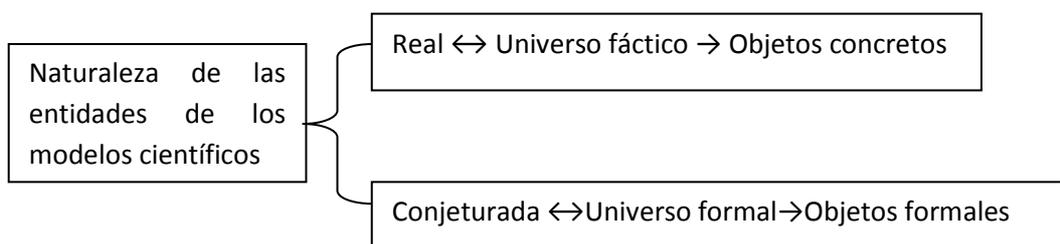
Esquema 1: Modelo científico, definido por Bunge



Se tendría entonces, una definición formal de modelo con todos los elementos necesarios y suficientes.

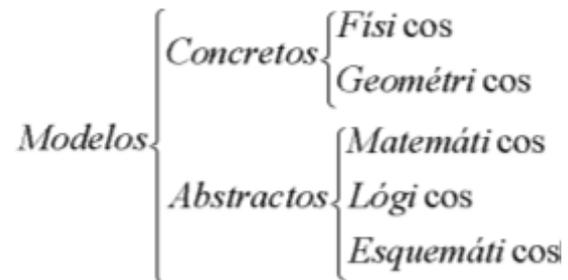
En este sentido, Rufina Gutiérrez (2007) afirma que: “las definiciones científicas son cerradas, son exactamente lo que dicen, y no pueden ser otra cosa, no pueden generar confusión, y son disyuntas, es decir, que no se solapan con otras, si esto es blanco, no puede ser negro, si esto es un átomo no puede ser silla, aunque la silla tiene átomos, es decir, o es una cosa o es otra, no puede ser ambos”

El asunto que nos concierne ahora, es determinar de qué naturaleza son las entidades de los modelos científicos, desde el punto de vista ontológico, Bunge propone dos tipos de entidades, los objetos concretos y constructos u objetos formales, los objetos concretos tienen una existencia autónoma, y existen en el universo fáctico, existen fuera del sujeto, en el mundo físico; los objetos formales, son creaciones de la mente humana, que no existen con independencia de los procesos vitales, los constructos no pesan, no se caen, no se rompen, no se gastan, no tienen aceleración, etc., no tienen realidad fuera del sujeto, es decir, no tienen existencia física, solo sirven para representar cosas, entre estos constructos, están por ejemplo, los conceptos, estos no existen fuera de la mente, pero los conceptos que están en nuestras cabezas, pueden representar a su vez, objetos concretos o formales. Tengo el concepto de lo que es una mesa, o tengo el concepto de lo que es $y = mx + b$, o $y = a + bi$, y no representa nada del universo fáctico (Gutiérrez, 2007).



Autores, como Nelson Hein (2006) plantean una clasificación similar a la que propone Bunge.

Esquema 2: Clasificación general de modelos, atendiendo a su naturaleza.



Un modelo objeto puede representar objetos concretos, cuando los conceptos tienen sus referentes en el universo fáctico, u objetos formales, cuando los conceptos tienen sus referentes en el universo formal, como la matemática, la lógica o las argumentaciones, por ejemplo el concepto de número tiene sus propiedades determinadas, que se enuncian, en el universo formal, mientras que una mesa, un perro o un ordenador tiene propiedades concretas en el mundo físico, entonces estas características del modelo objeto determina si el modelo científico se refiere al universo físico o al mundo formal.

Para efectos de este trabajo, el estudio se centra en situaciones que hacen referencia al universo fáctico.

2.1.1 Aspectos a tener en cuenta en la construcción de un modelo

Construir un modelo totalmente confiable y que permita generalizar todas las observaciones del fenómeno es difícil o imposible de lograr dado que, no es fácil determinar todas las condiciones o en muchos casos el número de variables es tan grande que sólo se puede analizar una muestra de ellas. Esto implica hacer idealizaciones, aproximaciones, simplificaciones y suposiciones; estas actividades adicionales en la construcción de un modelo pueden llevar a cometer errores, los cuales se pueden reducir pero no eliminar, la reducción se puede hacer por medio de una mejor selección de sus componentes, una caracterización detallada de las mismas o aumentando la cantidad de componentes, lo cual, implica mayor complejidad; la eliminación del error implicaría la identificación del modelo con el fenómeno real.

La calidad de los resultados que arroje, puede valorarse sometiendo una parte de estos a verificación experimental que, aunque sólo sea parcial, sirve de orientación sobre la magnitud de los errores derivados del modelo y permite hacerle correcciones; este contraste sirve no sólo como un método de control de calidad, sino también para realizar ajustes tanto en la selección de las entidades a modelar, como en las relaciones que se establecen entre ellos.

A pesar que los modelos no son absolutamente confiables, estos no dejan de ser una herramienta útil en la enseñanza y en la investigación, ya que permiten analizar los datos obtenidos del fenómeno, hacer predicciones, controles, obtener soluciones o tomar alguna decisión sobre él. Además no se necesita tener en cuenta todas sus características, tan solo las que están relacionadas directamente con el fenómeno que se estudia.

2.1.2 Sobre la construcción de modelos y su importancia

Bellini (2004), plantea algunos aspectos por los que la construcción de modelos tiene gran importancia, entre estos, los siguientes:

- El proceso de construcción revela, a veces, relaciones que no son evidentes a primera vista.
- Una vez construido el modelo, es posible extraer propiedades y características de las relaciones entre los elementos que de otra forma permanecerían ocultas.
- En la mayoría de las situaciones del mundo real, no es factible experimentar con la realidad, dado que puede ser costoso, peligroso o éticamente prohibido.
- Los modelos no son universalmente útiles, porque son diseñados para propósitos específicos.
- Aprender a modelar es mejor que aprender acerca de modelos. Analizar los modelos existentes es una rica fuente de ideas.

Vale la pena resaltar, que un modelo puede ser utilizado en diferentes situaciones y contextos, esto dependerá del fenómeno a ser modelado, de hecho, diferentes modelos de un mismo fenómeno producirán diferentes simplificaciones de esta realidad y por consiguiente diferentes resultados.

2.1.3 Clasificación de modelos.

Existen diferentes criterios para clasificar modelos, entre estos están:

De acuerdo a Nelson Hein (2006), según su forma de representación se clasifican en:

- **Modelos icónicos:** en este tipo de modelos, la representación del fenómeno se hace por medio de figuras, imágenes, símbolos o gráficas, en donde la escala y los colores generalmente se cambian y los detalles menos relevantes se omiten, la presentación se concentra en los detalles más importantes o que son comunes a la mayor parte de los aspectos que fueron analizados, se conservan las proporciones del objeto real mediante una reducción a escala y una selección de las propiedades representadas

El dibujo, las cámaras fotográficas y de video son excelentes instrumentos para construir modelos icónicos, estos son de gran importancia en áreas tales como la arqueología, la arquitectura, etc. Una maqueta, una fotografía, son ejemplos de modelos icónicos.

- **Modelos Analógicos:** (o modelos análogos), la representación del fenómeno se hace por medio de analogías, es decir, hace referencia a transferir, duplicar, traducir el fenómeno analizado de un sistema a otro que sea de menor complejidad, conservando sus características

Para su construcción se utiliza un conjunto de convenciones que sintetizan las propiedades del objeto real para facilitar la lectura o interpretación de las mismas. Las olas y las ondas, es un ejemplo de este tipo de modelos.

- **Modelos simbólicos:** Estos se caracterizan porque utilizan letras, números y otros símbolos para representar las variables y las relaciones del fenómeno que se estudia; frecuentemente toman la forma de relaciones lógicas o matemáticas. Por ejemplo: El símbolo H₂O para representar el agua.

Por su naturaleza, los modelos pueden ser:

- **Modelos físicos:** Los componentes del fenómeno se representan por medio de medidas físicas tales como: voltaje, la posición de un eje o vector y las actividades

del sistema se reflejan en las leyes físicas (que subyacen al modelo) (Sánchez, 2002, p. 6)

- **Modelos matemáticos:** Son aquellos donde se utiliza el lenguaje y los procedimientos propios de la matemática (ecuaciones, inecuaciones, reglas de la lógica, funciones, gráficas, probabilidades, etc.) para describir determinado fenómeno de la realidad. Son representaciones simbólicas, esto es, un conjunto de proposiciones matemáticas; por tanto, utiliza los símbolos y las reglas de dicha disciplina. Por ejemplo: una ecuación, un algoritmo, etc. (Sánchez, 2002, p. 7)

2.1.4 Modelos matemáticos

El uso de los modelos matemáticos ha trascendido más allá de áreas del conocimiento tradicionales, tales como física e ingeniería; hoy en día se utilizan para estudiar o analizar fenómenos en otras áreas y en diversas situaciones de la vida real; donde muchos de estos tienen un aspecto matemático y cuya solución requiere de un análisis detallado de las variables involucradas.

Según Mesa y Villa (2007, pág. 7), “el concepto de modelo matemático ha estado presente en muchos de los campos de las ciencias en las cuales la matemática tiene amplia aplicación en la resolución de problemas. Al respecto se han planteado algunas definiciones como:

- Modelo matemático es un sistema axiomático constituido por términos indefinidos que son obtenidos por la abstracción y calificación de ideas del mundo real. (MAKI e THOMPSON, 1973, p. 14, GAZZETTA citado por Leal S. 1999 1).
- Se define un modelo matemático como una construcción matemática dirigida a estudiar un sistema o fenómeno particular del “mundo real”. Este modelo puede incluir gráficas, símbolos, simulaciones y construcciones experimentales. (Giordano F. 1997, 34).
- Modelo matemático de un fenómeno es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen de alguna forma el fenómeno en cuestión. (BASSANEZI, 1997, p. 65 citado por Leal S 1999).
- Se define como modelo matemático de un sistema prototipo S (Físico, Biológico, Social, Químico, etc.) a un completo y consistente sistema de ecuaciones matemáticas Σ , que es formulado para expresar las leyes de S y su solución intenta representar algún aspecto de su comportamiento. Para esto se debe hacer una

buena selección de los aspectos más relevantes del fenómeno y una adecuada descripción de sus relaciones, ya que la utilidad de un modelo está sujeta o condicionada a ello; además es importante que conserve algunas de sus cualidades, de tal manera, que se puedan observar los cambios que un proceso realiza sobre el modelo contribuyendo a la comprensión del fenómeno. Rutherford A. (1978, 5).

Todas estas definiciones de modelo hacen referencia a la relación existente entre la matemática y el mundo real, la verdadera importancia de un modelo está en tener un lenguaje preciso que permita expresar las ideas de manera clara y sin ambigüedades”.

Para este trabajo se usará el siguiente concepto: “se denomina **Modelo Matemático** al conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representan de alguna manera, un fenómeno o un problema realista” (Biembengut, M., & Hein, N., 2000, pág. 2).

2.1.4.1 Clasificación de los modelos matemáticos

Existen diferentes criterios para clasificar modelos matemáticos, para efectos de este trabajo, se tendrán en cuenta los siguientes: según su función, dependiendo de las características de sus variables.

Según su función (Bellini, Modelización, 2004, pág. 2), se clasifican en:

- **Modelos Predictivos:** Este tipo de modelo informan del comportamiento de las variables en el futuro. A esta clase pertenecen aquellos basados en técnicas estadísticas y/o económicas, es decir, modelos de previsión
- **Modelos Evaluativos:** A estos modelos les corresponde medir las diferentes alternativas y así poder comparar los resultados. Este tipo de modelos se corresponden con los denominados árboles de decisión.
- **Modelos de Optimización:** Tratan de identificar un óptimo del problema, buscan la mejor de las alternativas posible, son ampliamente utilizados para resolver problemas que por su naturaleza requieren más de una solución; estos métodos generalmente están basados en las técnicas de programación que utilizan una función objetivo y dependiendo de ella, se puede encontrar varias soluciones.

Según las características de sus variables o la realidad que pretenden modelar, se clasifican en:

- **Lineal:** Se llaman modelos lineales a aquellas situaciones que después de haber sido analizadas se representan matemáticamente por medio de una familia de funciones lineales, éstos, sin ser demasiado complejos proporcionan una buena dosis de exactitud en la representación de gran variedad de fenómenos. Son importantes porque permiten analizar aquellos fenómenos que se comportan linealmente y aproximar otros cuya modelación no es lineal.

En algunos casos el modelo coincide con una recta, en otros casos, a pesar de que los valores de las variables de interés no pertenecen todos a la misma recta, es posible encontrar una función lineal que describa mejor el comportamiento de los valores obtenidos.

- **No lineal:** Un modelo será no lineal si no se puede representar por medio de funciones lineales.
- **Determinístico:** Un modelo se dice determinístico, si el estado de sus variables está determinado únicamente por sus parámetros de entrada (condiciones iniciales), en este tipo de modelos todos los datos del problema se conocen con absoluta certeza. Por ejemplo, Programación Lineal.
- **Probabilístico (Estocástico, Aleatorio, no determinístico):** en un modelo probabilístico la aleatoriedad está presente, no se conoce de antemano un resultado particular y el estado de las variables no está descrito por valores únicos. Ej. Cadenas de Markov, Teoría de juegos.

En síntesis, se puede decir que un modelo determinístico supone que el resultado real está determinado por las condiciones bajo las cuales se efectúa el experimento, es decir se conoce de manera puntual la forma del resultado ya que no hay incertidumbre; en cambio en un modelo estocástico, las condiciones experimentales determinan solamente el comportamiento probabilístico de los resultados observables, es decir no se conoce el resultado esperado, sino su probabilidad y existe por tanto incertidumbre.

- **Estático:** En un modelo estático, la variable tiempo no desempeña un papel relevante dentro del proceso.
- **Dinámico:** En los modelos dinámicos, la variable tiempo es fundamental.

2.1.5 Construcción de modelos matemáticos

Los detalles de la construcción de un modelo varían con el tipo de modelo y de su uso. Los siguientes pasos constituyen las etapas fundamentales del *proceso cíclico* utilizado para construir un modelo matemático (Mesa, Y., & Villa, J., 2007, págs. 8-9)

1. Identificación del problema y estudio inicial.

En este primer paso se debe identificar un problema o situación de la vida real, definir los términos del problema, entender las observaciones y las condiciones que influyen en él; esto es, tener una clara percepción de lo que se va a modelar.

Algunos expertos sugieren hacer una breve investigación sobre el tema, no sólo, por medio de libros, revistas, documentos disponibles en Internet, sino, a través de datos experimentales y de ser posible, entrevistas con especialistas en el área. Después de tener un profundo conocimiento de la realidad a modelar, se espera que el modelador, esté en capacidad de representar conceptualmente el problema sin ningún tipo de contradicciones lógicas ni de errores de análisis.

2. Expresar el problema en términos matemáticos.

En esta etapa es donde se hace la “traducción” del fenómeno al lenguaje matemático, al formular el modelo matemático del problema, se establece el problema tan exactamente como sea posible, es decir, se expresa el problema en términos matemáticos.

Los aspectos más importantes de esta etapa son:

- Identificar, seleccionar, y definir cuidadosamente los conceptos considerados como básicos en el análisis del problema.
- Identificar las variables (dependientes e independientes), las limitaciones o restricciones del problema, con el fin de eliminar la información innecesaria y simplificar el problema tanto como sea posible, tratando de no alterarlo (este paso implica hacer algunas aproximaciones o suposiciones).
- Seleccionar los símbolos apropiados para dichas variables, de forma que sean fácilmente reconocibles.
- Describir las relaciones que se establecen en términos matemáticos.

En esta etapa se debe establecer de forma clara y correcta (desde el punto de vista matemático) las relaciones entre los elementos.

3. Resolver el modelo matemático.

Se analiza el sistema matemático, utilizando conceptos, resultados y en general conocimientos matemáticos; para dicho análisis se necesita tener conocimiento sobre los elementos matemáticos usados en la formulación y resolución del modelo. Este análisis da lugar a teoremas, desde el punto de vista matemático y predicciones o conjeturas, desde el punto de vista empírico o intuitivo.

4. Interpretación y validación de datos o resultados.

En esta etapa se comparan los resultados obtenidos en la solución del modelo, con la información del fenómeno del mundo real, si el nivel de aproximación de los datos es confiable se puede decir que el modelo ha sido exitoso. De lo contrario, si el modelo no atiende a las necesidades que lo generó debe reiniciarse el proceso, lo cual implica cambiar algunas hipótesis, variables, etc. El siguiente esquema representa el proceso involucrado en la construcción de un modelo:

Esquema 3: Etapas en el proceso de construcción de un modelo



2.2 REFERENTES PEDAGÓGICOS

Como referentes teórico-pedagógicos para el diseño y elaboración de la estrategia metodológica que se propone, se tiene en cuenta, los estándares básicos de competencias en matemáticas, lineamientos curriculares, propuestos por el MEN, así como planteamientos de autores como Luz Manuel Santos Trigo, José Heber Nieto Said, Hugo Barrantes, Dolores Lankenau Caballero, George Polya, Alan Schoenfeld, etc., quienes con sus resultados de investigación han contribuido al desarrollo del campo de la pedagogía y la didáctica de las matemáticas.

2.2.1 Metodología de Polya

George Polya publicó en 1945 el libro en el que propone una metodología para resolver problemas, considerada como obra pionera en este tipo de propuestas, pero es solo hasta inicios de los 80 que crece el interés de la comunidad de investigación en Educación Matemática por los procesos de modelización y resolución de problemas. (García, F., Bosch, M., Gascón, J., & Ruiz, L., 2005, pág. 1)

Santos Trigo (1997), señala que Polya compartía la idea de que las estrategias y preguntas de un experto al resolver problemas, podían ser modeladas por los maestros en el salón de clases. Así el trabajo de Polya se desarrolló alrededor de la resolución de problemas matemáticos específicamente, pero muchas de las heurísticas que enfatizó eran aplicables a la resolución de problemas en otros dominios, lo cual motivó la noción de que la resolución de problemas podría ser vista como una habilidad general y la resolución de problemas matemáticos simplemente como un caso especial. En el libro Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas, Santos Trigo (1997), describe, de manera general las etapas fundamentales identificadas por Polya en el proceso de resolver problemas, en las que el uso de métodos heurísticos juega un papel importante; éstas cuales se resumen a continuación:

1. **Entendimiento del problema:** En esta fase se ubican las estrategias que ayudan a representar y entender las condiciones del problema. Por ejemplo, ¿cuál es la información dada en el problema (datos)?, ¿cuál es la incógnita? y ¿cuáles son las condiciones que relacionan los datos en el problema? son algunas preguntas que merecen atención en la fase de entendimiento del problema.

Otras estrategias importantes aquí son el dibujar una gráfica o diagrama, e introducir una notación adecuada.

2. **Diseño de un plan:** En esta etapa se recomienda pensar en problemas conocidos que tengan una estructura análoga a la del que se quiere resolver y así establecer un plan de resolución.

Algunas estrategias que pueden ayudar a construir un plan de solución incluyen:

- i. Pensar en un problema conocido que involucre la misma clase de incógnitas pero que sea más simple.
- ii. Simplificar el problema por medio de una transformación a casos especiales.

3. **Ejecución del plan:** Aquí se contemplan aspectos que ayudan a monitorear el proceso de solución. Una idea fundamental es tratar de resolver el problema en una forma diferente y analizar o evaluar la solución obtenida. De hecho esta etapa tiene conexión con lo que Polya denomina una visión retrospectiva del proceso de solución. También es importante establecer conexiones y extensiones del problema original en otros contextos.

Al respecto Nieto, J. (2004) encontró que Polya propone un método de cuatro etapas para resolver cualquier tipo de problema, el cual consiste en asociar a cada etapa una serie de preguntas y sugerencias que aplicadas adecuadamente ayudarán a resolver el problema; el método es el siguiente:

Método de los cuatro pasos:

1. **Comprender el Problema:** Para esta etapa se siguen las siguientes preguntas: ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Es redundante? ¿Es contradictoria?, es decir, esta es la etapa para determinar la incógnita, los datos, las condiciones, y decidir si esas condiciones son suficientes, no redundantes, ni contradictorias.

2. **Concebir un plan:** Algunos interrogantes útiles en esta etapa son: ¿se ha encontrado un problema semejante? ¿ha visto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente? ¿conoce un problema relacionado? ¿conoce algún teorema que le pueda ser útil? ¿podría enunciar el problema de otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente?, en esta etapa del plan el problema debe relacionarse con problemas semejantes, también debe relacionarse con resultados útiles y se debe determinar si se pueden usar problemas similares o sus resultados.

3. **Ejecución del plan:** Se debe examinar todos los detalles y comprobar cada uno de los pasos. Aquí se plantean los siguientes interrogantes: ¿Puede ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede demostrarlo?, esto es, al ejecutar el plan de solución debe comprobarse cada uno de los pasos y verificar que estén correctos.

4. **Visión retrospectiva (o examinar la solución):** En esta parte del proceso es importante detenerse a ver qué fue lo que se hizo, se necesita verificar el resultado y el razonamiento seguido. Debe preguntarse: ¿Puede verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede obtener el resultado en forma diferente? ¿Puede emplear el resultado o el método en algún otro problema?

2.2.2 Metodología de Schoenfeld

Barrantes, H. (2006), plantea que Alan Schoenfeld, identificó los siguientes cuatro factores relevantes para la resolución de problemas:

- **Recursos cognitivos:** Son nuestros conocimientos matemáticos generales, tanto de conceptos y resultados como de procedimientos (algoritmos).
- **Heurística:** Es el conjunto de estrategias y técnicas para resolver problemas que conocemos y estamos en capacidad de aplicar.
- **Control o metacognición:** Es la capacidad de utilizar lo que sabemos para lograr un objetivo.
- **Creencias:** Se refiere a aquellas creencias y opiniones relacionadas con la resolución de problemas y que pueden afectarla favorable o desfavorablemente.

Según Nieto (2004), Schoenfeld elaboró además, la siguiente lista de estrategias más utilizadas en la resolución de problemas (pág. 16).

Tabla 1: Estrategias más utilizadas en la resolución de problemas (Alan Schoenfeld)

ETAPA	ESTRATEGIAS
Análisis	<p>a) Dibuje un diagrama siempre que sea posible</p> <p>b) Examine casos especiales</p> <p>c) Trate de simplificar el problema.</p>
Exploración	<p>d) Considere problemas esencialmente equivalentes</p> <p>e) Considere un problema ligeramente modificado</p> <p>f) Considere problemas sustancialmente modificados</p>
Verificación de la solución	<p>g) ¿Pasa su solución estas pruebas específicas?</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Usa todos los datos pertinentes? • ¿Está de acuerdo con estimaciones o predicciones razonables? <p>h) ¿Pasa estas pruebas generales?</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Puede ser obtenida de manera diferente? • ¿Puede ser reducida a resultados conocidos? • ¿Puede utilizarse para generar algún resultado conocido?

2.2.3 Estrategias o técnicas didácticas activas

Considerando que “toda acción formativa persigue el aprendizaje de determinados contenidos y la consecución de unos objetivos” (Junta andalucia, 2006, pág. 4), las estrategias o técnicas didácticas activas, resultan aliadas de gran utilidad, que facilitan y orientan los procesos de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, no todas las acciones producen los resultados esperados, lo cual básicamente ocurre porque “cada acción formativa persigue unos objetivos distintos y requiere de la puesta en práctica de una metodología diferente” (Junta andalucia, 2006, pág. 4)

Bajo ese panorama, definir la superioridad de una estrategia didáctica sobre otra, no es una tarea fácil, pues todas presentan aspectos formativos positivos; la decisión de tomar tal o cual, o formular otra, depende de las necesidades de quien la requiere.

Según Garza, S. E. (2002), las estrategias didácticas, se definen como un conjunto de actividades ordenadas y articuladas dentro de procesos de enseñanza y aprendizaje, con base en ellas se puede organizar totalmente un curso o ciertos temas o contenidos específicos del mismo, son estrategias globales e integrales y no solo actividades sueltas.

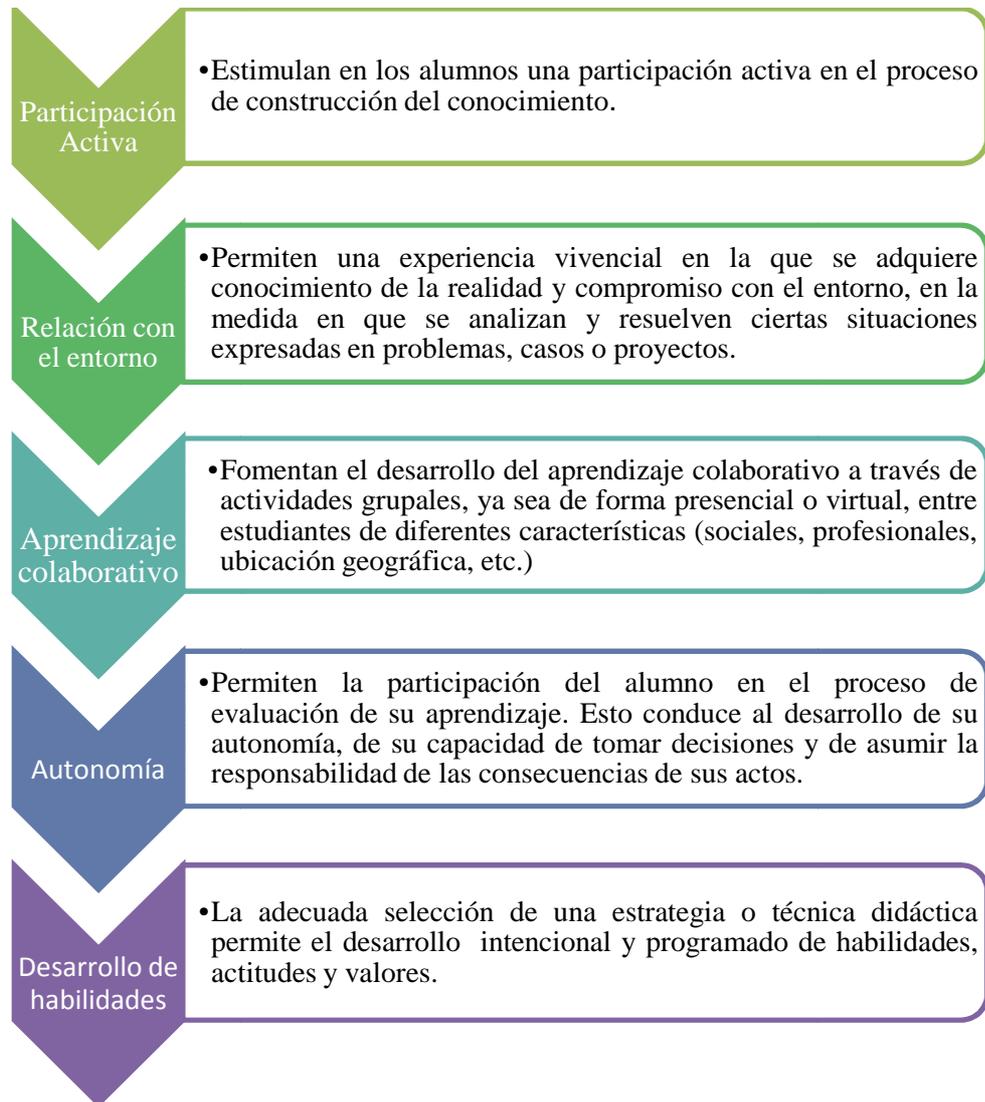
Siguiendo las ideas que se plantean en la Guía de Métodos y Técnicas Didácticas (2006), cualquier estrategia diseñada por el docente, debería partir del apoyo de métodos didácticos básicos, que pueden ser aplicados linealmente o de forma combinada, entre los cuáles se destacan: los métodos que se basan en la demostración práctica, denominados expositivos, los que basan su metodología en la construcción del aprendizaje y la práctica por parte del alumnado y aquellos basados en el trabajo en grupo (pág. 4).

En términos más amplios, autores como Dolores Lankenau Caballero (2008), sostienen que una estrategia es una guía de acción que ofrece orientación para obtener resultados previamente definidos, es decir, la estrategia da sentido y coordinación a todo lo que se hace para llegar a la meta, en estrategias didácticas la meta hace referencia al conjunto de competencias que se desea desarrollar en el aprendiz, y su aplicación en la práctica, requiere del perfeccionamiento de procedimientos y técnicas didácticas cuya elección o diseño, depende del contexto, y son básicamente responsabilidad del maestro. (pág. 2).

Atendiendo a las recomendaciones anteriores y siendo coherentes con lo planteado por la Junta Andalucía, en el 2006, “la eficacia de muchos planes formativos reside en que se desarrollan mediante dos o tres métodos diferentes. Este enfoque integrador es fundamental si se desea conseguir una propuesta formativa útil” (pág. 4), se propone esta estrategia metodológica, basada en la modelación matemática y tomando como punto de referencia para su formulación, otras, como el Método del Caso, el Aprendizaje Orientado a Proyectos y la Resolución de Problemas, de validez reconocida en el ámbito educativo.

A continuación algunas de las características planteadas por Dolores Lankenau Caballero (Instituto Tecnológico de Monterrey, 2008) para las estrategias y técnicas didácticas activas.

Esquema 4: Características de las técnicas didácticas activas



2.2.4 Lineamientos y estándares curriculares para el área de matemáticas.

“Los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias, son base para evaluar lo que los estudiantes saben y saben hacer con lo que aprenden durante su trayectoria escolar”.

(ICFES, 2009)

Según los lineamientos curriculares para el área de matemáticas formulados por el MEN, “El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al estudiante la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás” (1998, pág. 18). Para ello, es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista.

De acuerdo con esta visión global e integral del quehacer matemático, se propone considerar tres grandes aspectos para organizar el currículo en un todo integrado: los procesos generales, los conocimientos básicos y el contexto.

Según el MEN (1998), Los **procesos generales** están ligados al aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Los **Conocimientos básicos** hacen relación a procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas.

Estos procesos específicos se relacionan con el desarrollo del pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional.

Los sistemas son aquéllos propuestos desde la Renovación Curricular: sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas de medida, sistemas de datos y sistemas algebraicos y analíticos.

El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas. (págs. 18-19)

Según los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN 2003, p. 10), se deben tener en cuenta tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática:

- Planteamiento y resolución de problemas.
- Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración)
- Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara y precisa)

Los conceptos de función y derivada están inmersos dentro del Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos, el cual incluye: procesos de cambio, concepto de variable, el álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio, relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas.

Los propósitos establecidos por los estándares de matemáticas para los grados 10 y 11 referidos a los conceptos de función y derivada son los siguientes.

- Analizar en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones polinómicas, racionales y exponenciales.
- Interpretar la noción de derivada como razón de cambio instantánea en contextos matemáticos y no matemáticos.
- Analizar las relaciones y propiedades entre las expresiones algebraicas y las gráficas de funciones polinómicas y racionales.
- Modelar situaciones de variación periódica con funciones trigonométricas.

Tabla 2: Cuadro comparativo Lineamientos curriculares (1998), Estándares básicos de competencias (2003 y 2006).

	Lineamientos curriculares		Estándares básicos de competencias en matemáticas (2003)	Estándares básicos de competencias en matemáticas (2006)
Procesos generales	<ol style="list-style-type: none"> 1. razonamiento 2. la resolución y planteamiento de problemas 3. la comunicación 4. la modelación 5. Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos 		<ol style="list-style-type: none"> 1. Planteamiento y resolución de problemas 2. Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración) 3. Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa) 	<ol style="list-style-type: none"> 1. La formulación, tratamiento y resolución de problemas 2. modelación 3. Comunicación. 4. Razonamiento. 5. Formulación, comparación y ejercitación de procedimientos.
Conocimientos básicos	pensamientos: Numérico Espacial Métrico Aleatorio Variacional	Sistemas: Numéricos Geométrico De medida De datos Algebraicos y analíticos	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pensamiento numérico y sistemas numéricos. 2. Pensamiento espacial y sistemas geométricos. 3. Pensamiento métrico y sistemas de medidas. 4. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos. 5. Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pensamiento numérico y sistemas numéricos. 2. Pensamiento espacial y sistemas geométricos. 3. Pensamiento métrico y sistemas de medidas. 4. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos. 5. Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos
Contexto	“...ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende.”			“El contexto, es el lugar –no sólo físico, sino ante todo sociocultural– desde donde se construye sentido y significado para las actividades y los contenidos matemático...” el contexto inmediato el contexto escolar el contexto extraescolar

3 ESTRATEGIA METODOLÓGICA

“El interés de la modelación matemática se ha incrementado en los tiempos recientes en todas las áreas de conocimiento y específicamente, dentro de la educación desde hace una década por los alcances de las matemáticas en su relación con otras ciencias” (Suarez, 2004, pág. 1).

De acuerdo a Fernández, J. y Orribo, T. (1995), el trabajo como profesor tiene un carácter eminentemente práctico, pero detrás de él debe haber una base conceptual que fundamente y respalde por qué se hace lo que se hace, y el cómo se hace; debe ser así, porque es una oportunidad que se tiene para “corregir” la propia práctica de una manera rigurosa y hasta cierto punto científica, de saber la posibilidad de avance y, estar tranquilos de que no se están dando pasos de ciego.

A continuación se describe un poco como se definió la estrategia y los elementos que la caracterizan, así como aspectos de organización y algunos criterios de cómo prepararse para su aplicación, y otros más generales sobre cómo se aplica, en el capítulo posterior se presentan algunos ejemplos ilustrativos de la misma.

3.1 MODELIZACIÓN MATEMÁTICA

Biembengut y Hein (2006, pág. 2), señalan que “la Modelización Matemática es el proceso envuelto en la obtención de un modelo”. Este requiere una serie de procedimientos, a saber:

- Elección del tema
- Reconocimiento de la situación problema → Delimitación del problema
- Familiarización con el tema a ser modelado → Referencial teórico
- Formulación del problema → Hipótesis
- Formulación de un modelo matemático → Desarrollo
- Resolución del problema a partir del modelo → Aplicación
- Interpretación de la solución y validación del modelo → Evaluación

En la enseñanza formal, algunos factores como el currículo, el horario de clases, el número de estudiantes por curso, la disponibilidad de tiempo para que el profesor

efectúe un acompañamiento simultáneo de los trabajos de los estudiantes, han llevado a efectuar algunas adaptaciones en el proceso de modelización matemática como metodología de enseñanza, estableciendo un método que se denomina modelación matemática. Al método que utiliza la esencia del modelaje en cursos regulares, con programa, se denomina **modelación matemática**. (Biembengut, M., & Hein, N., 2006)

3.2 MODELACIÓN MATEMÁTICA

De acuerdo con lo planteado por Biembengut y Hein, en su artículo *Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática* (2004), La modelación matemática como método de enseñanza, parte de un tema sobre el cual se desarrollan preguntas o cuestiones que se quieran entender, resolver o inferir, las cuales deberán ser respondidas, mediante el uso del conjunto de herramientas matemáticas y la investigación sobre el tema. (pág. 4)

Biembengut y Hein (2004, p. 4), expresan que la Modelación Matemática es un método de enseñanza y de investigación que se vale de la esencia de la Modelización y su punto de partida es una situación problemática real; la cual debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones, suposiciones, y debe precisarse tanto como sea posible, de acuerdo con los intereses del que estudia la situación. Esto conduce a una formulación del problema, que por una parte aún contiene las características esenciales de la situación original, y por otra, está esquematizado y permite una aproximación utilizando medios matemáticos.

Según Mesa y Villa (2007, p. 9), “La diferencia entre los términos modelización y modelación se hace necesaria debido a que en ocasiones, el proceso de modelización no es posible desarrollarlo en todo su sentido en el aula de clase, en parte porque algunas de las situaciones del mundo real a las que se pueden ver enfrentados los estudiantes requieren de herramientas matemáticas que no siempre se encuentran en correspondencia con su desarrollo del pensamiento por tanto, el docente debe realizar un proceso en dos sentidos, primero el de descontextualización y segundo el de recontextualización, de tal manera que la situación, sin perder su esencia e intencionalidad, se transforme en una situación que propicie el aprendizaje de los estudiantes.

En el contexto educativo, estos procesos de descontextualización y recontextualización de un concepto matemático, se asocian al consenso que existe en aceptar que los objetos científicos en su mayoría no pueden abordarse con el mismo nivel de desarrollo de la ciencia en el aula de clase, para lo cual se requiere que los docentes y/o investigadores en educación realicen un proceso de conversión del saber científico en un saber objeto de enseñanza. A este proceso se le llama “Transposición didáctica”. En este sentido es posible entender al proceso de modelación matemática como una “transposición didáctica” del proceso de modelización matemática que aunque no es directamente un objeto científico si se considera como una actividad científica.

3.3 MODELACIÓN MATEMÁTICA COMO ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA

La modelación matemática como estrategia de enseñanza es considerada como una corriente de la educación matemática, cuyo objetivo principal es que el aprendizaje de las matemáticas no se realice explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, sino que se haga en un continuo contacto con las situaciones del mundo real, las cuales fueron y siguen siendo la motivación para el desarrollo de muchos conceptos matemáticos.

Se caracteriza porque permite la integración de la matemática con otras áreas del conocimiento, estimula la creatividad en la formulación y resolución de problemas, además, busca que la introducción de los conceptos matemáticos se dé como una respuesta necesaria a problemas reales, permitiendo una mejor comprensión de estos y aumentando el interés por las aplicaciones.

Biembengut y Hein (2006, p. 3), señalan que en las últimas décadas, en diversos países viene creciendo un movimiento en pro de esta metodología en el proceso de enseñanza de la matemática y surge gracias a que desde hace algunos años, se están procesando reestructuraciones en los métodos de enseñanza de la matemática. El objetivo, entre otros fines, es aumentar el interés por la aplicación de ésta en las situaciones cotidianas.

La modelación matemática como método de enseñanza tiene su norte en la enseñanza del contenido programático a partir de modelos matemáticos aplicados a las más diversas áreas del conocimiento y, paralelamente en la orientación de los alumnos hacia la investigación. Puede ser implementada en cualquier nivel de escolaridad desde la primaria, hasta el superior. (Biembengut S. M., 2004)

La modelación es vista como una estrategia de aprendizaje de conceptos matemáticos que se basa en los principios básicos de la Modelización y propende por la construcción de modelos matemáticos a nivel de los estudiantes en el salón de clase, en este sentido, Biembengut, M. Hein, N. (2004) consideran que con la aplicación de la modelación matemática se espera propiciar en el estudiante:

- Integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento,
- Interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad, en la medida en que se analizan y resuelven situaciones reales, estimulando su creatividad.
- Mejoría de la aprehensión de los contenidos matemáticos
- Capacidad para leer, interpretar, formular y resolver situaciones problema
- Orientación para la realización de la investigación, promoviendo la búsqueda de información, análisis y selección de la misma.
- Participación activa, en la construcción de sus conocimientos.
- Aprendizaje práctico ajustado a sus necesidades.
- Aprendizaje progresivo, partiendo de lo que se domina hasta alcanzar las competencias definidas en objetivos.
- Aprendizaje colaborativo, validando las experiencias individuales y colectivas así como los diferentes puntos de vista ante determinados planteamientos.
- El desempeño de un nuevo rol en el que adquiere mayor responsabilidad en su proceso formativo, lo que conduce al desarrollo de su carácter y autonomía.

3.4 PRINCIPIOS QUE FUNDAMENTAN LA ESTRATEGIA

La modelación matemática, originalmente como metodología de enseñanza, parte de un tema y sobre él desarrolla una serie de preguntas que quiere comprender, resolver o inferir. Esas preguntas deberán ser respondidas mediante el uso del conjunto de herramientas matemáticas y de la investigación sobre el tema.

Para desarrollar el contenido, el profesor elige un tema o situación problema de alguna área del conocimiento que sea de interés para los alumnos y elabora un modelo matemático, adaptándolo a la enseñanza. O, al contrario, elige un modelo matemático ya listo y lo adapta al desarrollo del contenido programático. (Biembengut S. M., 2004)

El tema o situación problema puede ser único para todas las clases y de él se extrae el contenido programático o se pueden utilizar temas diferentes para presentar cada contenido matemático. Si se opta por un tema único para el periodo lectivo, es importante que sea lo suficientemente amplio para poder tratar todos los contenidos y que sea del interés de los estudiantes.

En la construcción del modelo guía se deben tener en cuenta las siguientes etapas:

1. **Elección del tema:** Se debe elegir un tema o asunto particular, este debe ser amplio, motivador y que se puedan obtener datos o información fácilmente; el profesor puede pedir a los estudiantes que sugieran temas para una posterior elección, esto permitirá que se sientan partícipes del proceso.
2. **Delimitación del problema:** Se deben seleccionar una o varias preguntas que permitan desarrollar el contenido del tema seleccionado, éstas pueden ser formuladas por el docente y pedir que los estudiantes indiquen sugerencias sobre lo que se puede estudiar o proponer que ellos mismos indiquen los interrogantes; además, se puede proponer a los estudiantes que realicen una investigación sobre el tema, por medio de bibliografía, en la Internet o una entrevista a un especialista en el área.
3. **Formulación del problema:** Ésta es quizás la parte más importante y compleja del proceso, es aquí donde se da la “traducción” de la situación problema al lenguaje matemático, se pasa a plantear el problema, construyendo hipótesis, planteando ecuaciones u organizando los datos de la forma en que el contenido matemático lo requiere para la resolución del problema. En la formulación del problema es necesario:
 - Clasificar la información (relevante y no relevante)
 - Seleccionar las variables relevantes
 - Seleccionar los símbolos apropiados para describir la relación de dichas variables.
 - Describir las relaciones que se establezcan en términos matemáticos.

4. Desarrollo del contenido: En este momento se presenta el contenido (los conceptos, las definiciones, los teoremas, las propiedades, etc.) estableciendo una conexión con la pregunta que generó el proceso.

5. Formulación del modelo y resolución del problema a partir del modelo: Ya se cuenta con un problema en términos matemáticos y con el contenido matemático necesario para resolverlo, en esta etapa se pasa a analizar la situación con las herramientas matemáticas que se tienen. Se elabora un modelo que permita dar solución al problema que generó el proceso, y además, que sirva para encontrar otras soluciones o hacer predicciones.

Se debe concluir esta etapa con un conjunto de expresiones aritméticas y fórmulas, ecuaciones algebraicas, gráficas o representaciones que lleven a la solución o permitan deducir una.

6. Interpretación y validación: Se debe analizar, evaluar e interpretar los resultados en relación con la situación original, esto permite una mejor comprensión o discernimiento de los resultados obtenidos.

Estas seis etapas no necesitan ser implementadas en una única clase, se pueden planificar para diversas clases en un periodo lectivo. Por ejemplo, las dos primeras etapas en una clase y dejando como tarea, consultas sobre el tema seleccionado, las dos etapas siguientes en una segunda clase, y las dos últimas etapas, en el momento en el que el docente juzgue que los estudiantes ya alcanzaron el objetivo (apropiaron el contenido propuesto). (Biembengut S. M., 2004)

3.5 EJEMPLOS ILUSTRATIVOS

A continuación se presentan ejemplos con los que se pretende ilustrar el proceso de modelación matemática en el entorno escolar.

Los estudiantes podrán completar el ciclo del proceso de modelación, extrayendo los datos a partir de situaciones reales.

Para formular el modelo, a partir de estas situaciones, el estudiante deberá seleccionar los aspectos más relevantes, formular conjeturas, que finalmente serán validadas, para establecer conclusiones. “Al hacer sus propias pruebas los alumnos consolidarán los

conocimientos adquiridos e incorporarán nuevos con un mayor nivel de significatividad” (Aguirre, 2006).

Tabla 3: Estándares curriculares del área de matemáticas, asociados a las situaciones planteadas

Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	Pensamiento aleatorio y sistemas de datos	Pensamiento métrico y sistemas de medidas
<ul style="list-style-type: none"> • Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas. • Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. • Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Resuelvo y formulo problemas seleccionando información relevante en conjuntos de datos provenientes de fuentes diversas. (Prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas). • Reconozco tendencias que se presentan en conjuntos de variables relacionadas. 	<ul style="list-style-type: none"> • Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias.

Competencias a desarrollar:

- Desarrollo capacidad de análisis síntesis y evaluación de información.
- Represento gráficamente datos y resultados.
- Tomo decisiones, en contextos específicos.
- Desarrollo habilidades del pensamiento crítico, reflexivo y creativo.
- Profundizo y utilizo conocimientos previamente adquiridos.
- Participo en trabajos colaborativos
- Aumento mis habilidades, conocimientos, actitudes y valores en torno a la situación planteada.

Objetivos de aprendizaje (resultados de aprendizaje):

Se espera que al finalizar esta actividad, el estudiante haya profundizado sus conceptos sobre el conjunto de los números reales, plano cartesiano, relaciones, e interiorizado nociones de: función, dominio, rango, tipos de función: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, funciones lineales, gráfica de funciones lineales, pendiente de una recta, interpretación de la pendiente, ecuación de una función lineal, interceptos con los ejes, función creciente, decreciente, constante, rectas paralelas, rectas perpendiculares, etc. Se espera además, avances en las interacciones interpersonales, procesos de razonamiento grupal, participación activa, entre otros.

Contenidos:

- Interpretación y gráfico de datos
- Relaciones directa e inversamente proporcionales
- Funciones
- Clases de funciones.
- Sistemas de ecuaciones.

3.5.1 Ejemplo1: Análisis del crecimiento diario de la ballena azul.

- 1. Elección del tema:** La Ballena Azul es el animal más grande del planeta, y el mayor que haya vivido jamás en mar o tierra. Puede crecer hasta los 31 metros de longitud y pesar alrededor de 84 toneladas, aunque se han registrado ejemplares de 150 toneladas y más de 32 metros de longitud. Las medidas promedio son 23,4 metros las hembras y 22,6 metros los machos.

Se llaman así a causa de su piel azul-grisácea, éstas paren una sola cría cada año y ésta permanece junto a la madre durante casi otro año más, se reproducen en alta mar, en aguas templadas, entre julio y agosto. Tras 11 meses de gestación las hembras paren un ballenato de unos 7 m. de longitud, tras lo cual pueden volver a quedar preñadas nuevamente. La madurez sexual la adquieren entre los 8 y 10 años. Se estima que la ballena azul puede llegar a vivir noventa años.

Se estima que la cría de una ballena azul en el momento de su nacimiento mide aproximadamente 7 metros, y a los 210 días mide aproximadamente 16 metros. (Instituto de conservación de ballenas: “la ballena azul”)

2. Delimitación del problema: Se selecciona una o varias preguntas que permitan desarrollar el contenido matemático (función lineal). Para este ejemplo, la pregunta será: ¿determinar el crecimiento diario de una ballena azul?

3. Formulación del problema:

Suponiendo que se satisfacen las condiciones alimenticias de la ballena, se tiene que otras variables que inciden directamente en el crecimiento, son el tiempo y la longitud, donde la variable independiente es el tiempo y la variable dependiente es la longitud.

4. Desarrollo del contenido matemático:

El estudiante debe tener conocimientos previos sobre el conjunto de los números reales, plano cartesiano, relaciones y se desarrollarán los contenidos de: función, dominio, rango, funciones lineales, gráfica de funciones lineales, pendiente de una recta, interpretación de la pendiente, ecuación de una función lineal.

5. Formulación del modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo.

Se define que las variables que se tendrán en cuenta para determinar el crecimiento de la ballena son el tiempo y la longitud, en este caso se considera satisfechas las condiciones alimenticias, se puede realizar una gráfica con los datos obtenidos, establecer la relación entre las variables y la ecuación que represente los datos.

Los datos del análisis del tema se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 4: Ejemplo1-Datos iniciales

Tiempo (días)	Longitud (metros)
0	7
210	16

Dado que dos puntos en el plano determinan una línea recta, con los puntos de la tabla anterior se puede determinar la ecuación y la gráfica de recta que pasa por dichos puntos.

Suponiendo que el crecimiento de la ballena esta dado por una función lineal, su ecuación debe ser de la forma: $l = mt + b$ donde, l es la longitud, m es la pendiente, t es el tiempo y b es el intercepto con el eje Y.

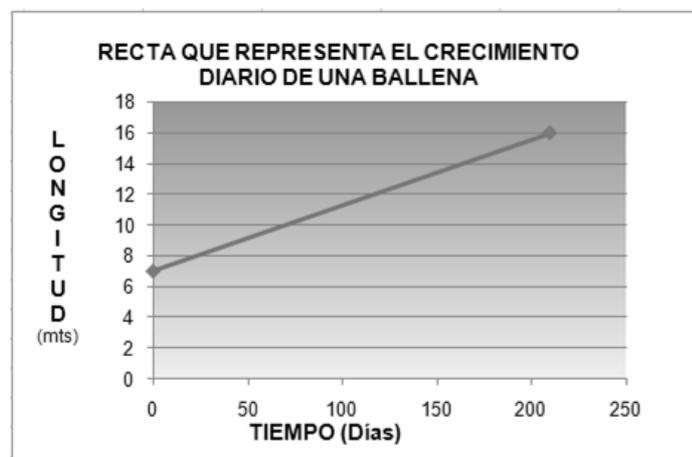
Se tiene que la pendiente m , está dada por: $m = \frac{16-7}{210-0}$, así que $m = \frac{9}{210}$.

Y por tanto la ecuación está dada por: $l = \frac{9}{210}t + 7$

Ahora, el aumento diario de la longitud de una ballena joven, esta dado por: $l = \frac{9}{210} \cdot 1 + 7$, es decir: $l = 7,042$. Por lo tanto el aumento diario de la longitud de una ballena es: $7,042 - 7 = 0.042$ metros, lo cuál equivale a 4,2 cm.

Utilizando Excel se obtiene la siguiente gráfica:

Ilustración 1: Ejemplo 1 Comportamiento del crecimiento diario de una ballena



En el ejemplo, solo se considera el crecimiento de la ballena hasta los 210 días porque es en este periodo de tiempo donde la ballena crece con mayor rapidez, pasado este tiempo la ballena sigue creciendo pero con menor frecuencia.

Vale la pena aclarar que ésta, es tan sólo una aproximación, que por cierto no es la mejor; porque el crecimiento diario de una ballena no es constante. Sin embargo es un muy buen ejemplo para empezar a trabajar la Modelación Matemática, una vez se haya adquirido una mayor experiencia se puede buscar una función que represente mejor esta situación.

6. Interpretación de la solución y validación del modelo:

Del modelo anterior se puede inferir que la cría de una ballena azul crece 4,2 centímetros cada día, durante los primeros 210 días de vida. Para validar el modelo, una posibilidad es consultar con un especialista en la materia o buscar referencias bibliográficas o información en Internet.

3.5.2 Ejemplo2: Pollos de engorde en la granja de mamá gallina.

Teniendo en cuenta los seis pasos que fundamentan el proceso de la modelación matemática como estrategia de enseñanza, en primer lugar hay que seleccionar un tema; para el ejemplo será los pollos de engorde.

1. Elección del tema:

Las gallinas proporcionan a la canasta familiar una fuente de proteína, vitaminas, minerales y grasas, indispensables en la dieta diaria. Además, la carne de pollo es un alimento sabroso y por ser baja en grasa es mucho más saludable que la de otras especies de animales.

La crianza de gallinas suministra una cantidad de alimento nutritivo aportado por los huevos y, al finalizar el ciclo productivo, su carne sirve como alimento. Otro beneficio, no menos importante, es la producción de estiércol llamado también gallinaza; esta gallinaza es uno de los mejores abonos orgánicos que se produce en una granja y se utiliza no sólo como abono para plantas, hortalizas y frutales, sino para otros usos poco convencionales como abonar estanques.

La producción avícola, es una fuente de recursos y beneficios no sólo a nivel familiar sino industrial; granjas y empresas productoras y/o comercializadoras de productos avícolas utilizan técnicas o estrategias que contribuyan a minimizar el costo de producción, sin comprometer la calidad de los productos principales (carne y huevos)

En ese sentido se hace relevante encontrar un modelo matemático en torno al tema planteado, pues con este se busca determinar la edad propicia para el sacrificio de los pollos de engorde, pues según datos extraídos de la biblioteca del campo (1998), después de determinado tiempo, la tasa de aumento de peso de los pollos de engorde disminuye; por tanto la ración de alimento que le corresponde a este pollo, podría ser aprovechada por otro, lo que se representa en aumento de costos para el productor.

Situación problema

El dueño de *La granja de mamá gallina*, naciente empresa dedicada a la producción y comercialización de productos avícolas, está interesado en pagar un estudio para determinar cuál es la edad optima para el sacrificio de los pollos de engorde de su granja, ya que esta situación, empieza a generar pérdidas a su empresa.

De la información preliminar que le suministra la empresa, se deduce que el crecimiento de pollos de engorde de La granja de mamá gallina, depende entre otros aspectos de la ración consumida en un periodo de tiempo determinado; por lo tanto un alimento balanceado para los pollos debe atender los requerimientos mínimos nutricionales que debe recibir este animal. La ración debe cumplir con ciertos requerimientos en cuanto a vitaminas, proteínas, fósforo, etc.

Un estudio posterior en campo, arroja los resultados que se muestran a continuación:

Tabla 5: Ejemplo2-Peso y consumo de ración, en función de los días de vida.

EDAD (Días)	PESO (gr)	Consumo de ración (gr)
7	100	84
14	260	259
21	480	378
28	760	525
35	1050	605
42	1340	672
49	1640	749
56	1940	791

2. Delimitación del problema

En este paso se debe seleccionar una o varias preguntas que permitan desarrollar el contenido matemático que se quiere trabajar (se delimita el problema).

Con la información suministrada en la tabla anterior, determinar ¿Cuál es la edad ideal para efectuar el sacrificio de los pollos?

Su grupo, como encargado de plantear solución a esta problemática, debe presentar a los socios de la granja, un informe en el que especifique (reporte):

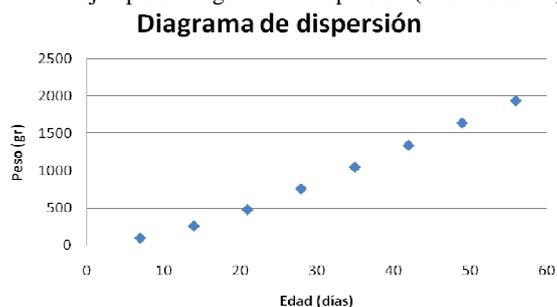
1. Análisis completo, previo a la solución propuesta.
2. Presentar la solución, demostrando los resultados del análisis anterior.

3. Formulación del problema

El primer paso para resolver la pregunta planteada, es “traducir” la información relevante para la solución del problema, es decir se debe reformular el problema en términos matemáticos. Para ello el grupo requiere (recomendaciones para el desarrollo):

- Determinar las variables que inciden en el aumento de peso de los pollos (edad y cantidad de alimento consumido).
- Determinar la relación (directa, inversa) entre las variables del paso anterior.
- Elegir los símbolos apropiados para denominar estas variables. Por ejemplo, la variable t , para representar los días de vida de los pollos; p , para el peso y $p(t)$ el peso en función del tiempo.
- Para comprender mejor la situación, se sugiere hacer un diagrama de dispersión, donde cada punto es un valor particular de la variable aleatoria bidimensional (p, t) , el grupo, deberá sacar conclusiones de dicho diagrama, por ejemplo: que el peso aumenta con la edad, es decir, que la edad y el peso están en relación de forma directa o creciente.

Ilustración 2: Ejemplo2-Diagrama de dispersión (Peso Vs Edad)



- El siguiente paso es encontrar la función que represente mejor los datos, teniendo en cuenta que al conocer un conjunto finito de datos es posible encontrar una expresión algebraica de una *función* que aproxime sus valores a la realidad planteada; las funciones que se pueden obtener son de diferentes tipos como: lineales, polinómicas, exponenciales, logarítmicas, etc. Se debe encontrar una función que interpole la nube de datos y eso significa construir una expresión algebraica que revele las tendencias de todo el conjunto y que pase por los puntos que se consideran en la construcción de la expresión analítica.

Pero, ¿qué es una función? ¿Cuál es la función que representa mejor los datos? ¿De qué tipo será?, es en este momento en donde se pasa al desarrollo del contenido matemático.

4. Desarrollo del contenido matemático.

El estudiante debe tener conocimientos previos sobre el conjunto de los números reales, plano cartesiano, relaciones y se desarrollarán los conceptos de: función, dominio, rango, tipos de función: inyectiva, sobreyectiva, biyectiva, funciones lineales, gráfica de funciones lineales, pendiente de una recta, interpretación de la pendiente, ecuación de una función lineal, interceptos con los ejes, función creciente, decreciente, constante, rectas paralelas, rectas perpendiculares, etc.

5. Formulación del modelo matemático y solución del problema a partir del modelo

Si piensan en una función lineal, deben saber que dos puntos del plano determinan una recta, por tanto es necesario escoger dos puntos. ¿Cualquiera de ellos? No. Hay que recordar que la función debe ajustar lo mejor posible los datos, por esto, se debe elegir dos puntos de modo que la recta que los contenga sea la más próxima posible a los puntos restantes, se sugiere buscar en diferentes medios, información que considere necesaria para resolver el problema (funciones, tipos de funciones, etc).

Si la función es lineal, esta debe ser de la forma $p = at + b$, donde se tiene que hallar el valor de los parámetros a y b , p representa el peso de los pollos en gramos y t es la edad en días ¿Para qué valores de t , la función buscada tiene sentido? (dominio de la función).

Supongamos que se escogen los puntos (14, 260) y (49, 1640), reemplazando p y t por las respectivas coordenadas de los puntos resulta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 260 = 14a + b \\ 1640 = 49a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se tiene que $a = 39,42$ y $b = -292$.

Por tanto la expresión algebraica de la función de primer grado es:

$$p = 39,42t - 292, \quad 1 \leq t \leq 56$$

Donde p representa el peso de los pollos en gramos y t es la edad en días.

Encontrados los parámetros a y b , *¿Será esta la función lineal que mejor representa o se ajusta a los datos?*

La respuesta es No, en esta parte del proceso, la utilización de algunos recursos didácticos como las calculadoras gráficas o algún tipo de software puede ser de gran ayuda; estos vistos no como la herramienta que proporciona resultados con rapidez sino, como instrumentos que contribuyen a la reflexión y el aprendizaje. Estas herramientas pueden realizar cálculos complejos, dibujar gráficas y obtener curvas de regresión con gran facilidad, pero la creación de modelos es mucho más que eso, el modelador debe interpretar los resultados parciales que va obteniendo e integrarlos al proceso general de la resolución del problema.

Excel es una aplicación clasificada como hoja electrónica u hoja de cálculo que permite la realización de una extensa variedad de cálculos y operaciones lógico-matemáticas, posee poderosas herramientas para hacer seguimiento y análisis de modelos cuantitativos, entre ellas está la capacidad de representar gráficamente datos y resultados, facilitando su interpretación y por consiguiente la toma de decisiones.

Esta herramienta permite encontrar la función que mejor se ajuste a un conjunto de datos dibujado en un diagrama de dispersión, además presenta los interceptos, la ecuación y coeficiente de determinación, utiliza el método de regresión lineal para encontrar la función; el cual estudia la relación lineal entre dos o más variables, dicho análisis da lugar a una ecuación matemática que describe la relación.

Tabla 6: Ejemplo2-Datos y cálculos para el ajuste lineal

	A	B	C	D	E	F
1	Número	EDAD	PESO			
2	de datos	(días)	(gramos)			
3		t	p	p*t	t^2	p^2
4	1	7	100	700	49	10000
5	2	14	260	3640	196	67600
6	3	21	480	10080	441	230400
7	4	28	760	21280	784	577600
8	5	35	1050	36750	1225	1102500
9	6	42	1340	56280	1764	1795600
10	7	49	1640	80360	2401	2689600
11	8	56	1940	108640	3136	3763600
12	Σ	252	7570	317730	9996	10236900

De acuerdo a la ecuación general de la recta $p = at + b$, en la que se tiene como incógnitas (a y b), requiere para su solución de dos ecuaciones normales, la primera de ellas se obtiene anteponiendo a cada término el signo de la sumatoria. La segunda ecuación, se logra multiplicando la ecuación general por t , es decir: $pt = at^2 + bt$ y luego se le antepone el signo de sumatoria.

$$(1) \quad \sum_{n=1}^8 p = a \sum_{n=1}^8 t + nb$$

$$(2) \quad \sum_{n=1}^8 pt = a \sum_{n=1}^8 t^2 + b \sum_{n=1}^8 t$$

Reemplazando los datos obtenidos en la tabla 5, en las ecuaciones (1) y (2) se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$7570 = 252a + 8b$$

$$317730 = 9996a + 252b$$

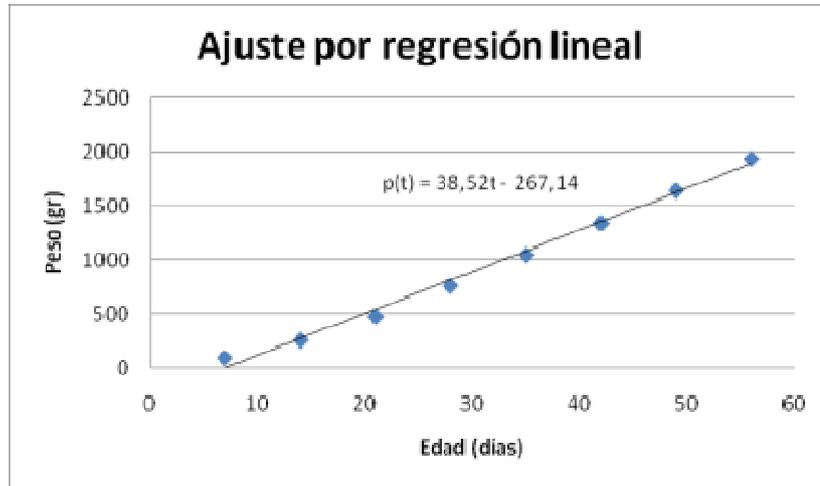
Resolviendo el sistema, se tiene que: $a = 38,5204$ y $b = -267,1428$.

(Excel también permite resolver sistemas de ecuaciones lo cual facilita los cálculos y reduce el tiempo para hallar los valores de los parámetros cuando se tienen sistemas de ecuaciones más grandes. Así que, la función lineal que mejor representa los datos está dada por la ecuación

$$p(t) = 38,52t - 267,14, \quad 7 \leq t \leq 56$$

Donde p representa el peso de los pollos en gramos y t es la edad en días.

Ilustración 3:Ejemplo2-Ajuste por regresión lineal de los datos iniciales.



Este tipo de ajuste, es útil para encontrar nuevos valores situados entre los que ya se conocen (interpolación), pero es poco útil para encontrar valores alejados del rango de los datos utilizados (extrapolación), pero no hay que olvidar que el objetivo es estudiar cuál de los modelos funcionales se adapta mejor a la situación planteada.

Es importante analizar los significados de los parámetros, dominio y ritmo de crecimiento:

- El parámetro a , la pendiente (tangente del ángulo de inclinación o razón de cambio) representa la tasa media semanal de aumento de peso de los pollos.
- Es decir, que los pollos están aumentando de peso a un ritmo de 38,52 gramos por semana. Si la función es lineal, implica que el ritmo de aumento de los pollos es constante. ¿Es esto cierto?
- El dominio de la función es el conjunto $\{t: 7 \leq t \leq 56\}$, para otros valores de t los cálculos no tienen sentido, por ejemplo si se piensa en el momento del nacimiento de los pollos, $t = 0$ y $p = -297,14$ gramos, lo cual es imposible.

Analicemos la pregunta planteada anteriormente, ¿el aumento de peso de los pollos es constante?, para responder a ella se calcula la tasa de aumento de peso semana a semana, obteniendo la siguiente tabla:

Tabla 7: Ejemplo2-Tasa de aumento de peso semanal, ajuste por regresión lineal

Edad (días)	Peso(gr)	Tasa de aumento de peso semanal
7	2,5	
14	272,14	269,64
21	541,78	269,64
28	811,42	269,64
35	1081,06	269,64
42	1350,7	269,64
49	1620,34	269,64
56	1889,98	269,64

De la tabla anterior se puede inferir que el aumento de peso si es constante, pero si se comparan estos valores con los valores reales (ver tabla 5), éstos presentan diferencias significativas. Esto indica que la función que representa el aumento de peso en relación al tiempo no es lineal.

Tabla 8: Ejemplo2-Tasa de aumento de los pollos (gr)

	A	B	C
1	EDAD (días)	PESO (gr)	TASA DE AUMENTO DE PESO (gr)
2			
3	7	100	
4	14	260	160
5	21	480	220
6	28	760	280
7	35	1050	290
8	42	1340	290
9	49	1640	300
10	56	1940	300

Estos valores se obtienen, restando el peso de los pollos de la semana n , del peso de los pollos en la semana anterior $(n-1)$
 $2 \leq n \leq 8, n \in N$

Dado que la función encontrada, no describe adecuadamente el comportamiento de los datos; se debe pensar en otro tipo de función, por ejemplo una función de segundo grado.

En esta etapa, se debe desarrollar el contenido matemático relativo a funciones de segundo grado, su ecuación y su gráfica, raíces, simetrías, etc.

Si la función buscada, es de segundo grado, debe ser de la forma:

$$p(t) = at^2 + bt + c$$

Para encontrar la expresión analítica se necesita los valores de tres parámetros, a, b, c para esto se debe considerar tres puntos cualquiera (ver tabla 4) , sean estos: (14,260), (28,760), (42,1340), reemplazando resulta el siguiente sistema de

ecuaciones:
$$\begin{cases} 196a + 14b + c = 260 \\ 784a + 28b + c = 760 \\ 1764a + 42b + c = 1340 \end{cases}$$

Este sistema se puede escribir de la siguiente manera:

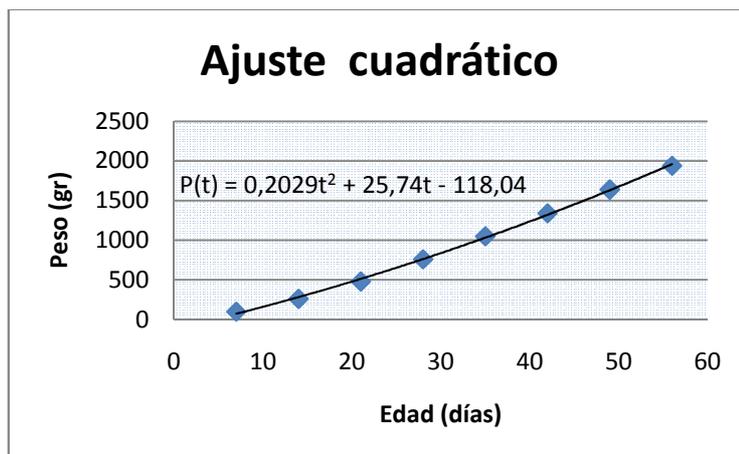
$$\begin{pmatrix} 196 & 14 & 1 \\ 784 & 28 & 1 \\ 1764 & 42 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 260 \\ 760 \\ 1340 \end{pmatrix}$$

Resolviendo el sistema se obtienen los parámetros: $a = 0,2040$, $b = 27,1428$ $c = -160$ y por tanto la ecuación de la función estaría dada por:

$$p(t) = 0,2040t^2 + 27,1428t - 160, \quad 7 \leq t \leq 56$$

Gráficamente el ajuste utilizando Excel es el siguiente:

Ilustración 4: Ejemplo2-Ajuste cuadrático



A primera vista el ajuste parece ser muy bueno, veamos qué pasa con el ritmo de aumento de peso de los pollos. Para esto se calcula la diferencia $p(t) - p(t - 1)$, cuyos valores aparecen en la siguiente tabla.

Tabla 9: Ejemplo2-Relación tasa de aumento de peso semanal, ajuste cuadrático

Edad (días)	Peso(gr)	Tasa de aumento de peso semanal (gr)
7	72,0821	
14	282,0884	210,0063
21	511,9789	229,8905
28	761,7536	249,7747
35	1031,4125	269,6589
42	1320,9556	289,5431
49	1630,3829	309,4273
56	1959,6944	329,3115

De los resultados obtenidos en la tabla anterior, se puede deducir, que el aumento de peso de los pollos, en relación con la tabla 6, ya no es constante, pero presenta diferencias significativas con relación a los datos verdaderos. (Ver tabla 7).

Al igual que en el ajuste lineal, ésta no es la función cuadrática que mejor representa los datos. Por lo anterior, se debe seguir en la búsqueda de una función que represente un comportamiento más próximo a la realidad.

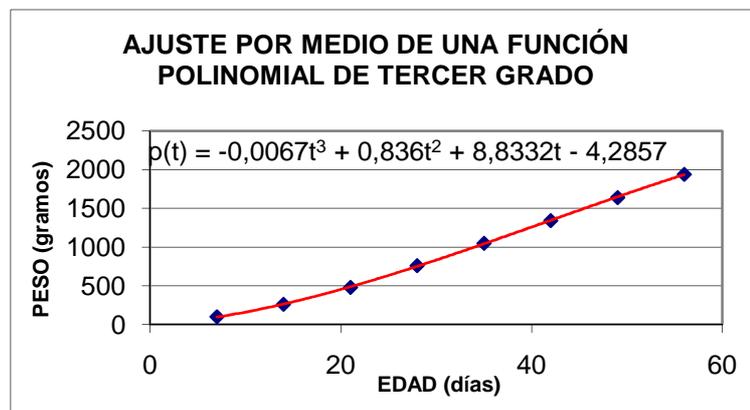
Si se piensa en una función polinomial de tercer grado:

$$p(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$$

Utilizando Excel para encontrar la línea de tendencia polinomial de orden 3, se obtiene la siguiente ecuación:

$$p(t) = -0,0067t^3 + 0,836t^2 + 8,8332t - 4,2857$$

Ilustración 5: Ejemplo2-Ajuste polinomial de orden 3



La función obtenida se aproxima mucho mejor a los datos reales que las anteriores, analicemos el ritmo de cambio de peso de los pollos, la siguiente tabla muestra los valores.

Tabla 10: Ejemplo2-Tasa de aumento de peso semanal

Edad (días)	Peso(gr)	Tasa de aumento de peso semanal
7	96,2126	
14	264,8503	168,6377
21	487,8388	222,9885
28	751,3895	263,5507
35	1041,7138	290,3243
42	1345,0231	303,3093
49	1647,5288	302,5057
56	1935,4423	287,9135

El máximo aumento logrado es de 303,29 gramos y se da a los 42 días de vida, a partir de allí, aunque el pollo sigue aumentando de peso, la tasa de aumento de peso disminuye, por tanto la ración de alimento que le corresponde a este animal podría ser aprovechada por otro, lo que permite concluir que edad optima para el sacrificio de los pollos, ocurre a los 42 días de vida.

6. Interpretación de la solución y validación del modelo

En esta etapa del proceso se busca junto con los estudiantes verificar la validez de los resultados. Una posibilidad puede ser visitar una granja, entrevistar a un especialista en la materia o que los estudiantes busquen referencias bibliográficas o información en Internet.

4 SOCIALIZACIÓN DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA

El Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA), de la Universidad del Cauca, fue la plataforma de E-learning seleccionada para la socialización de la estrategia metodológica, en el proceso participaron docentes de matemáticas de instituciones educativas de la ciudad de Popayán, estudiantes de los programas de matemáticas y de la licenciatura en matemáticas de la Universidad del Cauca y profesionales en otras áreas como Ingeniería Física e ingeniería electrónica y telecomunicaciones.

4.1 ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE

La plataforma EVA de la universidad del Cauca, fue desarrollada en el marco del proyecto E-LANE, (European and Latin-American New Education), iniciativa de instituciones europeas y latinoamericanas, financiada por la Comisión Europea dentro del Programa @lis (Alianza Sociedad de la Información) en la línea de demostración en educación electrónica. El propósito de E-LANE es promover un ambiente integrado de aprendizaje en el marco de la sociedad de la información, en las modalidades presencial, semi-presencial y a distancia, en niveles formales y no formales de educación. El proyecto propone el desarrollo de una plataforma de e-learning mediante la integración de aplicaciones consolidadas de software libre, el diseño de una metodología innovadora de aprendizaje orientada y soportada en dicha plataforma, y la integración de contenidos de cursos de las más prestigiosas instituciones educativas en Europa y Latinoamérica, con el objetivo de proporcionar a la sociedad hispano-hablante material educacional de excelente calidad a bajo costo. (Solarte, 2006)

Según Ayala, Gonzales, Ruiz, y Vásquez (2006), definir un entorno virtual de aprendizaje (EVA), no es sencillo, en términos generales es catalogado, como un espacio tipo "campus virtual", soportado en una plataforma tecnológica on-line, que permite la interacción permanente, asíncrona o sincrónica, entre sus usuarios, posibilita las interrelaciones humanas, promueve la construcción y el flujo de conocimientos, el trabajo y aprendizaje colaborativo, la divulgación, intercambio y seguimiento de resultados de iniciativa individual o colectiva, etc.

Es característica de un EVA (Ayala, 2006), permitir la interacción entre sus usuarios mediante una serie de servicios o aplicaciones diseñados para ello, como: foros, salas

de conversación (chat), cafetería, calendario, noticias, preguntas más frecuentes, agenda, servicio de correo, almacenamiento de archivos, entre otros.

4.1.1 Características de un EVA

De acuerdo a Ayala Et al. (2006), son características de un EVA:

- **EVA como espacio social:** un sistema de páginas Web no constituyen un EVA a menos que haya interacción social sobre o alrededor de la información, ya sea de manera sincrónica (cuando se coincide en el espacio y en el tiempo), asincrónica o mediante comunicación indirecta (compartir objetos).

Lo característico de un EVA, comparado con cualquier espacio de información en la web, son los espacios diseñados para la interacción: foros, noticias, chat, etc. en la medida en que los usuarios encuentren intereses comunes, el espacio llega a ser intrínsecamente social.

- **EVA como espacio de información:** tiene como componente esencial la información, la cual puede ser presentada en diferentes formatos digitales: DOC, DOCX, XLS, XLSX, XML, PDF, HTML, RTF, TXT ANSI, MCW, WRI, WPD, WK4, WPS, SAM, RFT, WSD, hipertexto, enlaces, etc. En estos espacios se busca, a la información una configuración atractiva para el usuario, por tanto se hace énfasis a la arquitectura de la información en vez de la estructura (la forma como se organiza).

La información almacenada es el centro de reflexión de estos espacios, guiada bajo propósitos de formación, alrededor de la cual se debe generar interacción entre los usuarios (producciones, críticas, reflexiones, etc.)

- **El espacio virtual se representa explícitamente:** la representación del EVA abarca desde el texto en interfaces (diseño de presentación en pantalla para interactuar y comunicar información) hasta la reproducción de gráficas complejas en tercera dimensión.

La razón fundamental para usar este tipo de representaciones es la motivación, influenciando el trabajo de los estudiantes. Sin embargo, la cuestión clave no es la representación por sí misma, sino, lo que los actores hacen con esa representación.

Existe una variedad de mecanismos mediante los cuales el espacio virtual tiene un impacto en las interacciones para el aprendizaje, por eso el tema principal de su diseño debe responder a ciertas necesidades, por ejemplo: ¿qué información se debe considerar para alcanzar los propósitos? o ¿cuál es la relación estructural entre la representación espacial y el espacio para la información?

- **Los usuarios no son solamente participantes, sino también actores:** lo más específico en un EVA son las actividades de aprendizaje, en las cuales los estudiantes construyen y comparten ideas abiertamente, donde no solamente crean textos y páginas Web, sino que dan una dinámica al EVA al gestionar y proponer nuevos espacios de interacción.

La noción de actividad de aprendizaje en un EVA se refiere a algo más que un curso, está ligada a la noción de proyecto, así lo que potencialmente ofrece un EVA puede ser descrito como elaboración de los estudiantes, quienes se convierten en miembros y contribuidores del espacio social y de la información.

- **Un EVA no está restringido a la educación a distancia:** la educación soportada en páginas Web, se asocia a menudo con la educación a distancia, pero también puede ser usada como soporte en el aprendizaje presencial. En la escuela primaria y secundaria, las actividades apoyadas en Internet se utilizan para enriquecer el aprendizaje presencial, no para sustituirlo y con el objetivo de renovar los métodos de enseñanza.
- **Un EVA integra múltiples herramientas:** foros, chat, espacio para depositar textos, entre otros, son herramientas con las que se cuenta y que soportan múltiples funciones: información, comunicación, colaboración y manipulación. Estos recursos deben ser trabajados bajo una integración técnica y pedagógica, por ejemplo cuando se utiliza un software como soporte de una estrategia pedagógica orientado por un propósito educativo; la integración técnica soporta la pedagógica.
- **Un EVA es un espacio que se traslapa con el entorno físico:** un EVA integra no solamente una variedad de recursos tecnológicos, sino también herramientas físicas que se pueden encontrar en un salón de clases, por ejemplo recursos de aprendizaje no computarizados (libros, instrumentos), interacciones que no son mediadas por computadores (conferencias, discusiones en grupo, escritos), actividades no mediadas por equipos tecnológicos (dinámicas de grupo).

Establecer dónde termina el entorno físico y dónde inicia el virtual es un asunto filosófico complejo, de ahí, que no se pretende trazar un límite entre los objetos físicos y virtuales, sino completarlos. (2006, págs. 23-26)

4.1.2 Efectos potenciales de un EVA

“En términos educativos, surge la inquietud sobre si un EVA contribuye o no, a mejorar la calidad de la educación” (Ayala, 2006, pág. 23). Frente a ello, Ayala et al. (2006) describen algunos de efectos potenciales que un EVA ofrece, por ejemplo: son medios que no tienen efectos específicos pero ofrecen alternativas, fomentan las interacciones sociales, permiten un acceso ilimitado a la información, promueven el aprendizaje colaborativo, donde la calidad del material con el que se trabaja, es fundamental, entre otros.

Un EVA por sus características hace inferir que contiene elementos potenciales que contribuyen a mejorar la calidad de la educación. Sin embargo, todo depende del uso eficiente y eficaz que se haga de ellos.

- ***Los medios no tienen efectos específicos, pero ofrecen posibilidades:*** puede parecer trivial decir que un medio no tiene ningún efecto en general, pero la historia de la tecnología en la educación, demuestra que toda tecnología (televisión, computadoras, hipertexto, multimedia, Internet, realidad virtual, etc.) genera expectativas con respecto a los efectos que por sí misma produce.

Así por ejemplo: la efectividad de un curso virtual usualmente está limitada al contexto pedagógico donde se desarrolle, al escenario pedagógico en el cuál se integre, al grado de compromiso del profesor, a la disponibilidad de tiempo y la infraestructura técnica.

La tecnología por sí sola no cambia el modelo tradicional de enseñanza, su efecto es potencial en el sentido en que se incorporen estas herramientas a nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje.

- ***Las interacciones sociales:*** los EVA se apoyan en la interacción social de muchas maneras: sincrónica, asincrónica, texto, video, audio, etc. A continuación se muestra que el desafío pedagógico no sólo se limita a la interacción cara a cara, sino a explorar, qué tan eficientes son las nuevas funcionalidades de la comunicación en un EVA.

- ✓ **Los lugares virtuales definen el contexto conversacional de tal modo que implícitamente transmiten la comunicación:** el contexto social donde ocurren las interacciones tiene un impacto fuerte en la manera como el estudiante participa, inclusive mayor que las características tecnológicas. La variable dominante no es la sincronización sino el contrato de la comunicación, a menudo implícito entre los interlocutores. El escenario implícito de las reglas de comunicación es una de las posibilidades sociales de los lugares virtuales, así por ejemplo, los estudiantes no cuentan con las mismas reglas para la conversación en un café que en una oficina.
- ✓ **Para ser eficaz las interacciones virtuales no tienen que imitar la comunicación cara a cara:** los diseños del espacio virtual no intentan necesariamente imitar el espacio físico, buscan crear nuevas posibilidades. En el mismo sentido, el modo más relevante de la comunicación no es necesariamente el que imita conversaciones cara a cara. Así por ejemplo, los usuarios pueden participar en múltiples conversaciones paralelas, donde el profesor interactúa con varios estudiantes situados en diferentes lugares virtuales, cada lugar manteniendo su propio contexto de conversación. El desafío es entender estas posibilidades e integrarlas donde son pedagógicamente relevantes.
- ✓ **Comunicación no verbal:** la especificidad de un EVA es que, más allá de los mensajes de texto, voz o vídeo, los usuarios pueden comunicarse de otras maneras: cambiando objetos, moviéndose en el espacio, suprimiendo y agregando objetos en la interfaz, entre otros.
- ✓ **Construcción de comunidades virtuales:** cuando se interactúa recíprocamente en cierto medio, se construye progresivamente una comunidad. La idea de comunidad en un EVA no surge porque los grupos utilicen la comunicación electrónica, es necesario además de la interacción, compartir metas, experiencias, y todo lo del medio.

El surgimiento de una comunidad educativa está relacionado con la cultura, tomada aquí en su dimensión cognoscitiva. Por tanto, un EVA no debe ser un lugar donde el estudiante absorba la cultura, sino sitios donde se construye una nueva cultura o se encuentra por lo menos la posibilidad de ampliar la ya existente.

- ***El acceso ilimitado de información:*** la Web permite a los usuarios tener acceso a una gran cantidad de información, pero frente a ella surgen inquietudes tales como: la validez de la información, su posible desbordamiento, la información que contradice los valores morales y éticos de los profesores y la ausencia de una estructura para ella. Sin embargo, no se debe ocultar el hecho de que este acceso es una nueva oportunidad para conocer varias fuentes de información, su eficiencia dependerá de la manera como el diseñador explote estas oportunidades, así por ejemplo se puede hacer una preselección de la información o enseñar a los estudiantes cómo buscar la información y a la vez ser críticos frente a ella.
- ***El aprendizaje colaborativo, no es una fórmula:*** un EVA proporciona posibilidades para un aprendizaje colaborativo, éste será efectivo si los miembros del grupo emplean actividades productivas, es decir cuando se expresan en términos de conceptos y no simplemente de respuestas, cuando discuten sobre el significado de términos y representaciones.

En un EVA se puede regular el proceso colaborativo para favorecer la aparición de interacciones productivas mediante:

- ✓ **Una colaboración estructurada**, donde el tutor propone algunas actividades a desarrollar con el objeto de incentivar el análisis, crítica y reflexión acerca de lo que se está haciendo.
- ✓ **Interacciones reguladas**, para precisar elementos de la discusión y controlar que todos participen.
- ***El espacio virtual, es un espacio para la información:*** aunque no se puede predecir cómo un EVA influye en la eficiencia del aprendizaje, un punto importante a considerar es que para los profesores, éste es un espacio abierto, donde se pueden intentar nuevos acercamientos.

Uno de los principales efectos del EVA, en los sistemas educativos es poder revitalizar la enseñanza por fuera de la Web.

Aprovechar las posibilidades que brinda el EVA como instrumento mediador en procesos de aprendizaje y enseñanza requiere de una estrategia metodológica que integre el aspecto tecnológico y pedagógico, bajo la orientación de propósitos de formación establecidos.

- **Servicios:** es característica de los EVA, permitir y facilitar la interacción entre los usuarios (tutor, formador o docente, estudiante, administradores, etc.) mediante una serie de servicios o aplicaciones diseñados para ello, entre estas están: foros, salas de conversación (chat), calendario, noticias, preguntas más frecuentes, agenda, almacenamiento de archivos, envío masivo de correo electrónico, y otros como asignaciones, evaluaciones, seguimiento de actividades de aprendizaje, etc. que facilitan la acción del docente. (Solarte, 2006).

Antes de entrar a describir características de estas aplicaciones se hace necesario definir el rol que desempeñan los actores involucrados en la acción formativa en un Entorno Virtual de Aprendizaje, al respecto Ayala et al. (2006), señalan:

4.1.3 El rol del estudiante

En la formación on-line, se debe partir del hecho de que los estudiantes disponen de las aptitudes y habilidades necesarias para seguir el proceso de aprendizaje atendiendo al modelo propuesto y proveer las posibles acciones para solventar distancias entre lo que se espera de ellos y lo que pueden o creen aportar.

Aprender mediante un EVA implica seguir un proceso pedagógico centrado en el aprendizaje del estudiante, donde él debe asumir un rol activo y autónomo con tendencia al autoaprendizaje, es decir donde él participa, investiga, propone, discute, pregunta, critica, analiza, reflexiona y sintetiza.

4.1.4 El rol del tutor, formador o docente

El papel del formador en un EVA está dirigido a ser un guía facilitador, orientador o mediador del aprendizaje de los estudiantes, garantizando una formación personalizada.

El formador no solo debe conocer la materia, sobre la que realiza la formación, sino que también, es necesario que sea consciente de las peculiaridades propias de la formación no presencial, es decir, éste junto con otros elementos facilita la formación de estudiantes críticos, de pensamiento creativo, dentro de un entorno de aprendizaje colaborativo.

El formador debe ser capaz de cambiar sus estrategias de comunicación, pues es distinto comunicarse con un auditorio presencial que hacerlo con un auditorio virtual,

el canal y las estrategias a utilizar son diferentes. La comunicación verbal dependerá de la calidad de las comunicaciones y de la fluidez del orador; mientras que la comunicación no verbal debe ser muy explícita y precisa de tal forma que no dé lugar a confusión a la hora de ser leída por los estudiantes.

El grupo de estudiantes generalmente es diverso (diferentes edades, condición social, económica, política, etc.), por ello se hace necesaria la figura del formador bien preparado temáticamente y dispuesto a utilizar las estrategias didácticas más adecuadas para facilitar el progreso cualitativo y cuantitativo de los estudiantes.

Tanto formadores como estudiantes desempeñan papeles particulares, relevantes y trascendentales para el éxito de la acción formativa, de la que depende en gran medida, el logro de los objetivos propuestos y de las expectativas de cada uno de los actores.

4.1.5 Elementos funcionales básicos del EVA

A continuación se hace una breve reseña de la descripción que se hace en la propuesta metodológica referida al pensamiento variacional desarrollada en un entorno virtual de aprendizaje (Ayala, 2006) sobre algunos elementos funcionales de la plataforma EVA de la Universidad del Cauca.

Este entorno virtual ofrece una serie de sitios que sólo pueden ser administrados por el tutor y otros a los que tienen acceso los estudiantes, estos son parte de la estrategia de comunicación proporcionada por el entorno virtual y es función del tutor ponerlos en juego para lograr un verdadero aprendizaje.

En el primer grupo (administrados por el tutor) se tienen:

- **Documentos:** Espacio donde se ubica textos en diferentes formatos digitales (Word, Excel, html, zip, etc), que serán utilizados como material de referencia.
- **Panel de control:** permite al tutor administrar una serie de servicios destinados a la comunicación no formal entre los participantes, así como la conformación de grupos de trabajo.

Entre los servicios que se pueden administrar desde el panel de control están:

- ✓ **Foros:** este espacio se presta para la relación social del grupo, se pueden tratar temas relacionados con el contenido del curso, como intervenciones de tipo personal y de opinión.
- ✓ **Noticias:** espacio destinado a la comunicación directa con los estudiantes, tiene por objeto notificar eventos de interés para los participantes del curso virtual, como informar, recordar o dar indicaciones y pautas sobre la metodología a llevar a cabo para desarrollar ciertos temas, etc.
- ✓ **Asignaciones:** espacio para la asignación de tareas previstas dentro del plan de trabajo de la acción formativa.
- ✓ **Evaluaciones:** sitio donde se almacena las tareas enviadas por los estudiantes y permite llevar un control sobre la entrega de éstas.
- ✓ **Preguntas Frecuentes (FAQs):** espacio donde se plantean y resuelven algunas posibles preguntas que podrían surgir a la mayoría de los estudiantes.
- ✓ **Seguimiento:** paquete que informa con detalle las actividades y el tiempo dedicado a cada una de estas cuando los estudiantes utilizan la plataforma de aprendizaje.

Estas aplicaciones permiten, al tutor manipular y organizar la información concerniente al desarrollo del curso.

Entre los servicios a los que tienen acceso los estudiantes están:

- **Documentos:** espacio donde se encuentra la bibliografía propuesta por los tutores, que se utiliza como guía para el desarrollo del curso. Este espacio permite la descarga de archivos.
- **Foros:** espacio diseñado para plantear y debatir inquietudes, opiniones e interrogantes frente a determinado tema.
- **Noticias:** espacio de información frente a la dinámica y actividades del curso.
- **Asignaciones:** Espacio para depositar las actividades realizadas por cada estudiante. Ésta opción permite conocer a los tutores, el desempeño de cada estudiante en el curso (fecha y hora de entrega de tareas, etc.).

4.2 DISEÑO DEL OBJETO DE APRENDIZAJE

En el desarrollo de los contenidos del curso, se propusieron actividades de aprendizaje, con las que se pretendía motivar a los estudiantes hacia la reflexión, análisis y profundización de los temas tratados.

“Un objeto de aprendizaje es un conjunto de recursos digitales (documentos, presentaciones, videos e imágenes en diferentes formatos) que pueden ser utilizados en diversos contextos con un propósito educativo”. (MEN, 2008)

Este objeto de aprendizaje, denominado “**Modelación Matemática**” tiene texto e imágenes, que facilitan el diseño y mejoran la presentación de los contenidos, la interactividad y utilización de aplicaciones del EVA que permiten manipular y organizar la información concerniente al desarrollo del curso.

4.2.1 Construcción de contenidos

Los contenidos se organizan en una estructura que sugiere la segmentación de la información con el fin de aumentar su reusabilidad, es decir, se plantea una estructura jerárquica en forma de árbol en la que los contenidos constituyen un libro, dividido en capítulos, cada uno de los cuales, está constituido por secciones.

La información y los recursos adicionales (imágenes, animaciones, videos, etc.) están contenidos en secciones y cada capítulo será un índice de las secciones que a él pertenecen y el libro (que es un único archivo por cada curso) constituirá un índice de los capítulos en los que haya sido dividido el curso. (Solarte, 2006)

Ilustración 6: Módulo publicado en EVA



Figura 1.1. Enseñanza utilizando el método tradicional

Los contenidos deben ser cortos, claros, que encierren la idea central, utilizando lenguaje sencillo, fácil de entender, apoyado en imágenes, videos u otros recursos que faciliten su comprensión, procurando que el trato sea lo menos distante posible. (Ver anexo 1)

4.3 DESARROLLO DEL CURSO

Diseñados los contenidos del curso, y llevados en la plataforma EVA, sigue el proceso de promoción del curso; para ello se aprovecharon distintos escenarios como instituciones de carácter público y privado de la ciudad de Popayán, aula de sistemas del departamento de Matemáticas (Facultad de Ciencias Naturales Exactas y de la Educación - Universidad del Cauca), la página web de la Universidad del Cauca y se recurrió además, a diferentes estrategias de divulgación, entre las cuales están:

- En las visitas a diferentes Instituciones Educativas de la ciudad de Popayán, se dio a conocer la plataforma y propuesta (objetivos, contenidos, etc.) en reunión de docentes o a través de los coordinadores, la cual se ofrece de manera gratuita, en la modalidad de curso virtual en el EVA, de la Universidad del Cauca, los interesados se inscribían diligenciando una encuesta (ver anexo 2), en los días en que se hizo la divulgación, se recibieron inscripciones de cerca de 30 personas, interesadas en acceder al curso, la experiencia a este respecto fue exitosa ya que muchos docentes desconocían la existencia la plataforma y este tipo de cursos, y menos que fuera tan fácil acceder a ellos.

Con el objetivo de orientar a los usuarios en la exploración de servicios y recursos del EVA, se ofreció asesoría en estos aspectos, semanas antes de iniciar el curso, a este grupo en particular, iba dirigida dicha asesoría en el uso de la plataforma del EVA, si bien, algunos la aprovecharon, la mayoría no participaron de ella, quizá, porque ésta se ofreció algunos meses después de la inscripción.

- A través de volantes, se dio a conocer la propuesta entre los estudiantes de los programas de Matemáticas y Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca, mientras recibían clase en la sala de sistemas del departamento de Matemáticas (Facultad de Educación).
- Se enviaron invitaciones, vía correo electrónico, a usuarios de la plataforma tecnológica de REDUMAC (Red de Educación Matemática del Cauca).

- Para la comunidad en general, se publico una noticia en la página web de la Universidad del Cauca (www.unicauca.edu.co/noticias).

El curso tuvo gran acogida entre los interesados, ya que se inscribieron 91 personas, de las cuáles, 88 se desempeñarían en rol de estudiantes, 2 tutores y el administrador del curso; entre los inscritos se encuentran docentes de la Universidad del Cauca, docentes de Instituciones Educativas de carácter público y privado de la ciudad de Popayán, estudiantes de los programas de Matemáticas y licenciatura en matemáticas de la Universidad del Cauca y profesionales en otras áreas como ingeniería física e ingeniería electrónica y telecomunicaciones.

En el desarrollo del curso se propusieron una serie de foros y actividades que se describen a continuación:

Foros:

1. **Foro social**, la primera actividad que se propuso fue la participación en este foro, donde cada participante debía hacer una breve descripción de su persona (nombre, profesión u oficio, áreas de interés, hobbies, etc.) y escribir cualquier otro tipo de información que quisiera compartir (ver anexo 3).
2. **Un mejor modelo**, en este foro se adjunto una imagen, los participantes debían proponer otra imagen, que se ajustara mejor al concepto de "modelo matemático", para estimular su participación en este foro, la mejor imagen sería incluida en la próxima versión de los contenidos del curso (ver anexo 4).
3. **Mejoras al diseño del curso**, se invitó a los participantes a contribuir con el mejoramiento de los contenidos y actividades del curso de futuras versiones (ver anexo 5).

Actividades complementarias

Preguntas frecuentes: otra de las actividades que se planteo, previo al desarrollo del los contenidos del curso, fue visitar el servicio (Porlet FQAs) de preguntas frecuentes (ver anexo 6).

Actividades de aprendizaje: estas actividades, se diseñaron bajo propósitos formativos, con el fin de poner en juego la actividad cognitiva de los participantes y

reforzar el estudio y comprensión de los contenidos del curso, dichas actividades se proponen al final de los capítulos II, III y VII, se recomienda seguir el planteamiento de las mismas, en el anexo 1.

Encuesta final: en esta encuesta se indaga información de carácter personal, apreciaciones de los participantes de carácter conceptual y metodológico de los contenidos del curso, así como aspectos de presentación de los mismos (aspectos técnicos del curso: diseño, estructura y organización de la información, actividades, etc.) (Ver anexo 7).

4.4 PRESENTACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la evaluación del curso virtual denominado “Modelación matemática”, se empleó como técnica de recolección de información una encuesta (ver anexo 7). Dicho instrumento se organizó en dos secciones, en la primera se indagó sobre apreciaciones de los participantes referentes a preferencias y calidad educativa, tecnología etc., así como información de carácter personal, en la segunda sección, se evaluaron aspectos técnicos y metodológicos del curso (diseño, contenidos, actividades de aprendizaje, uso de la plataforma, etc.).

El análisis estadístico de los datos fue efectuado con el paquete de programas SPSS versión 14.00 (Norusis, 1990; Lizasoain y Joaristi, 2004). (Norusis & Lizasoain & Joaristi)

Las técnicas utilizadas en el análisis de los datos fueron: análisis estadísticos descriptivos de frecuencia y dentro de éste, análisis de frecuencias múltiples.

A continuación se muestran los resultados obtenidos de las secciones propuestas en la encuesta, para la evaluación del curso. En primera instancia se presenta el perfil de los estudiantes que la diligenciaron y algunas apreciaciones de carácter general, en segundo lugar, los resultados de aspectos técnicos y metodológicos de curso y en tercer lugar las conclusiones y recomendaciones finales.

4.4.1 Perfil de los estudiantes

El 75% de los encuestados son docentes varones y el 25% son mujeres que se desempeñan en el área de investigación (gráfico 1 y gráfico 2, respectivamente).

Gráfico 1

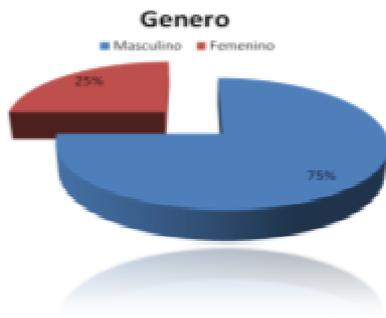


Gráfico 2



En el gráfico 3 se observa que el 100% de los encuestados cuentan con estudios superiores, el 75% de ellos, son egresados o estudiantes de la Universidad del Cauca, profesionales en áreas como contaduría e ingeniería física y el 25%, estudiantes de la licenciatura en matemáticas (gráfico 4), cuyas edades oscilan entre 26 y 47 años (gráfico 5).

Gráfico 3



Gráfico 4: Indique, para su último nivel de escolaridad, institución y programa

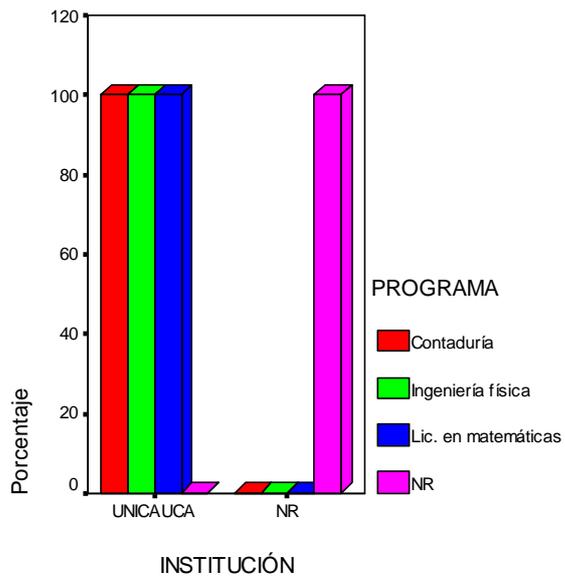
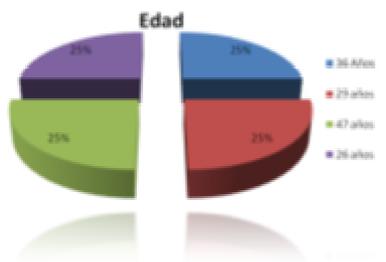


Gráfico 5



4.4.2 Uso de tecnología

Un aspecto que parece determinante, en el momento de iniciar un curso virtual, es que el estudiante cuente con elementos básicos que reflejen su apropiación personal⁵ (MEN, 2008), en el uso de herramientas tecnológicas, cuando se habla de esta apropiación se hace referencia específicamente a adquisición y uso de las mismas.

En este sentido se encontró, que el 100% de los encuestados accede a Internet desde diferentes sitios, los más frecuentemente utilizados son: café Internet, lugar de estudio, lugar de trabajo y la casa (Ver gráfico 6). La frecuencia con que acceden, varía de la siguiente manera: el 75% accede entre dos y tres veces a la semana, y tan solo un 25% accede varias veces al día. (Ver gráfico 7), destacando que el 75% de los encuestados cuentan con computador en casa (gráfico 8).

Gráfico 6



Gráfico 7

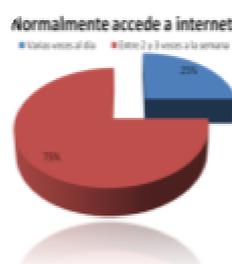


Gráfico 8



En relación a otros aspectos sobre tecnología, al preguntar por su experiencia en educación virtual y sobre su participación en foros o grupos de noticias, antes de empezar el curso, el 50% respondió que sí, el 50% restante, que no (gráfico 9 y gráfico 10). Sin embargo, todos afirmaron tener experiencia en el uso y manejo de herramientas de conversación en línea como chats (gráfico 11), lo cual, sumado a los aspectos anteriores, permiten crear una idea del nivel de apropiación personal de los participantes referente al uso de medios y recursos tecnológicos, en este caso, computacionales.

⁵ Apropiación personal de TIC es la incorporación básica de ellas en su diario vivir. Programa nacional de uso de medios y nuevas tecnologías. Apropiación de TIC en el desarrollo profesional docente. Pág. 2.

Gráfico 9



Gráfico 10



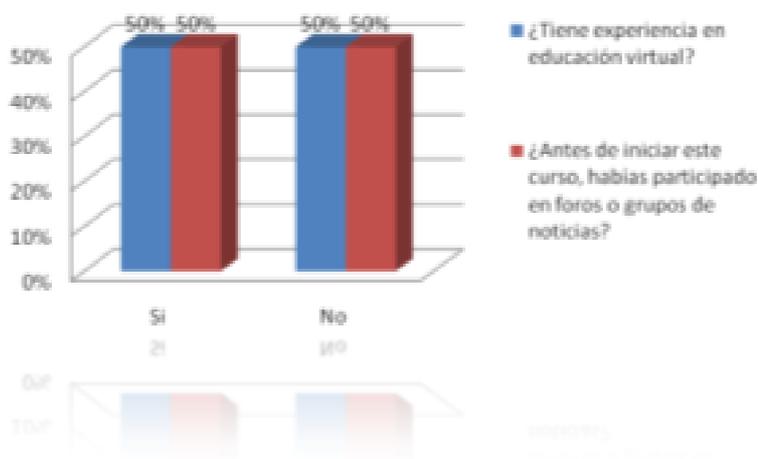
Gráfico 11



Un análisis combinado de las preguntas, “¿tiene experiencia en educación virtual?” y “¿antes de comenzar este curso, había participado en foros o grupos de noticias?”, (gráfico 12) indica que el 100% de quienes afirmaron tener experiencia en educación virtual, también ha participado en foros o grupos de noticias, lo que permite constatar que existe una relación entre educación virtual y el uso de foros como mecanismo para establecer comunicación sincrónica o asincrónica entre tutor(es) y estudiantes.

Gráfico 12

Experiencia en educación virtual Vs participación en foros



Un análisis similar entre las preguntas “¿tiene experiencia en educación virtual?” y “¿antes de comenzar este curso, había usado herramientas de conversación en línea como chats?” (gráfico 13), indica que el uso de estas herramientas es independiente de

la experiencia en educación virtual, pues, el 100% de los encuestados afirma haberlas usado, frente al 50%, quienes manifestaron tener experiencia en educación virtual, de lo cual se infiere además, que herramientas de conversación en línea como el chat, son más frecuentemente utilizadas por los participantes, que los foros o grupos de noticias (gráfico 14), y dicha preferencia es independiente de su intervención en cursos virtuales (gráfico 15).

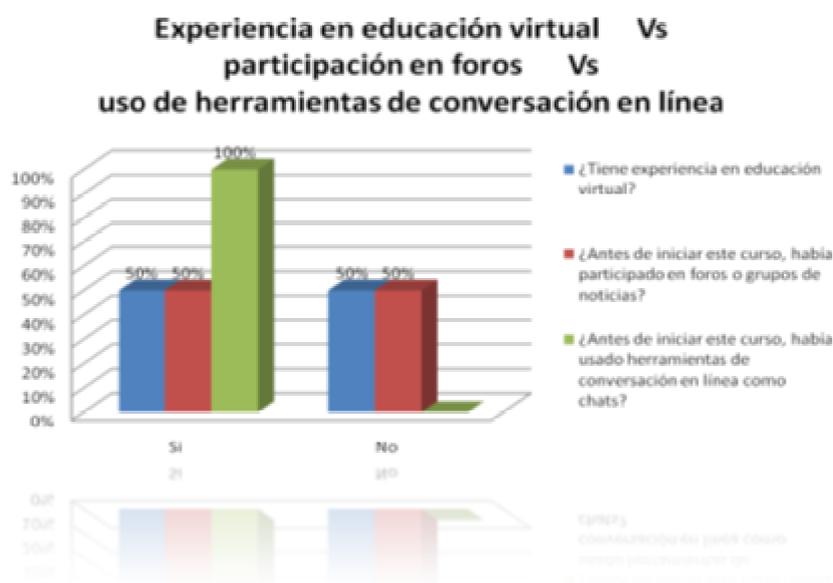
Gráfico 13



Gráfico 14



Gráfico 15



Referente al uso y manejo de EVA, el 75% de los encuestados manifestó no tener experiencia (gráfico 16), pese a ello, solo un 25% necesito, capacitación sobre su uso (gráfico 17), el 100% del porcentaje restante, consideran que no se requiere capacitación adicional para su uso (gráfico 19), cabe resaltar que un 33% tenía experiencia en el manejo de EVA (gráfico 18), puede intuirse entonces, que para los

participantes que no habían trabajado en EVA, les resulto intuitiva y relativamente fácil de utilizar.

Gráfico 16

¿Antes de comenzar este curso, tenía experiencia en el uso y manejo de EVA?

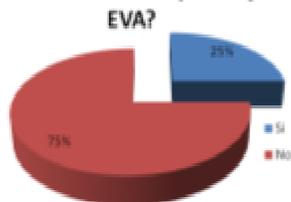


Gráfico 17

Iniciado el curso, necesito capacitación sobre cómo utilizar EVA

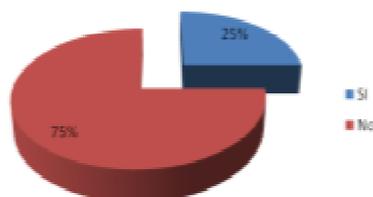


Gráfico 18

¿Por qué?

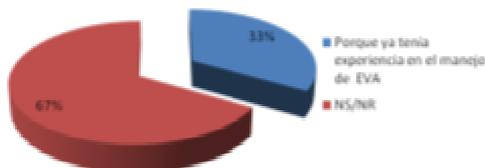
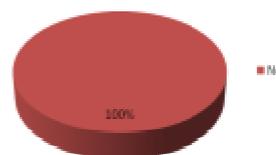


Gráfico 19

¿Considera que requiere capacitación adicional para su uso?



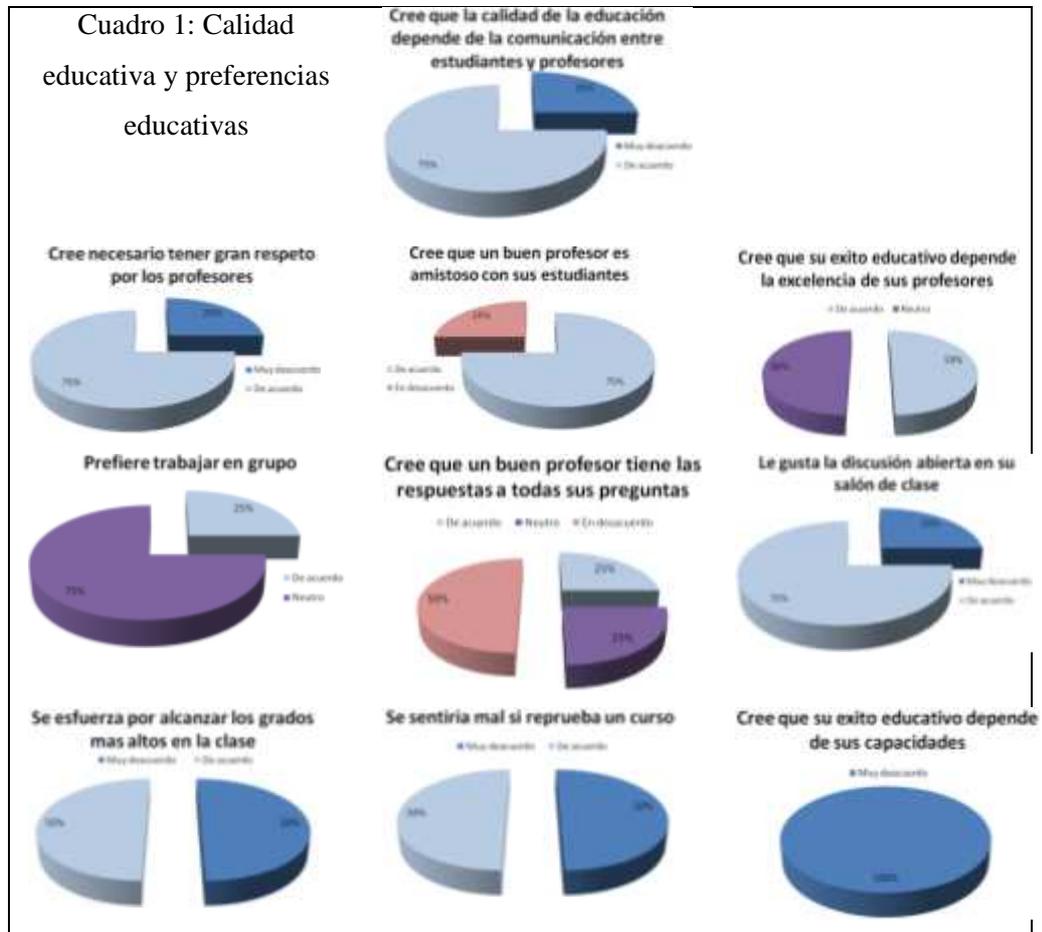
4.4.3 Calidad y preferencias educativas

Los resultados muestran que los participantes consideran que los aspectos que contribuyen en mayor medida a mejorar la calidad de su educación, están relacionados fundamentalmente, en primer lugar, con aspectos de organización y comunicación, en segundo lugar, con aspectos relacionados con su desempeño y desarrollo personal, y, en tercer lugar, con las practicas pedagógicas⁶.

Ya que el éxito de la enseñanza y el aprendizaje depende, de las funciones y desempeños tanto del estudiante como del tutor, lo anterior permite encaminar al participante hacia el desarrollo de su propio aprendizaje (auto aprendizaje), y al tutor a mejorar su estilo de enseñanza en un entorno virtual, buscando fortalecer aspectos

⁶ Las Practicas pedagógicas, corresponden a procedimientos y técnicas de los que se vale el profesor para generar aprendizajes entre sus alumnos. Prácticas pedagógicas y evaluación de los aprendizajes ¿Existe relación entre las clases que hacemos y la forma en que evaluamos los aprendizajes de los alumnos? Víctor Hugo Sanz M, red tutores de tutores, http://www.rmm.cl/index_sub0.php?id_portal=832, consultado el 9 de junio de 2009.

como: la comunicación entre tutor(es) y estudiantes, la autoformación, el aprendizaje colaborativo, el desempeño docente. (Ver cuadro 1)



4.4.4 Motivación para desarrollar el curso

El 50% de los encuestados afirma que su motivación para desarrollar este curso, obedece a intereses personales por buscar mecanismos que permitan mejorar procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, mientras que un 25% afirma que el tema de modelación matemática es de su interés profesional, el porcentaje restante no respondió la pregunta (ver gráfico 20).

Gráfico 20



4.4.5 Diseño del curso

Los siguientes resultados son evidencia de un alto grado de satisfacción de los participantes con respecto al diseño y presentación de los contenidos del curso, pues en su totalidad, los encuestados opinan que la presentación global del curso fue clara, y los objetivos precisos y alcanzables (ver cuadro 2).

Cuadro 2: Apreciaciones sobre el diseño del curso

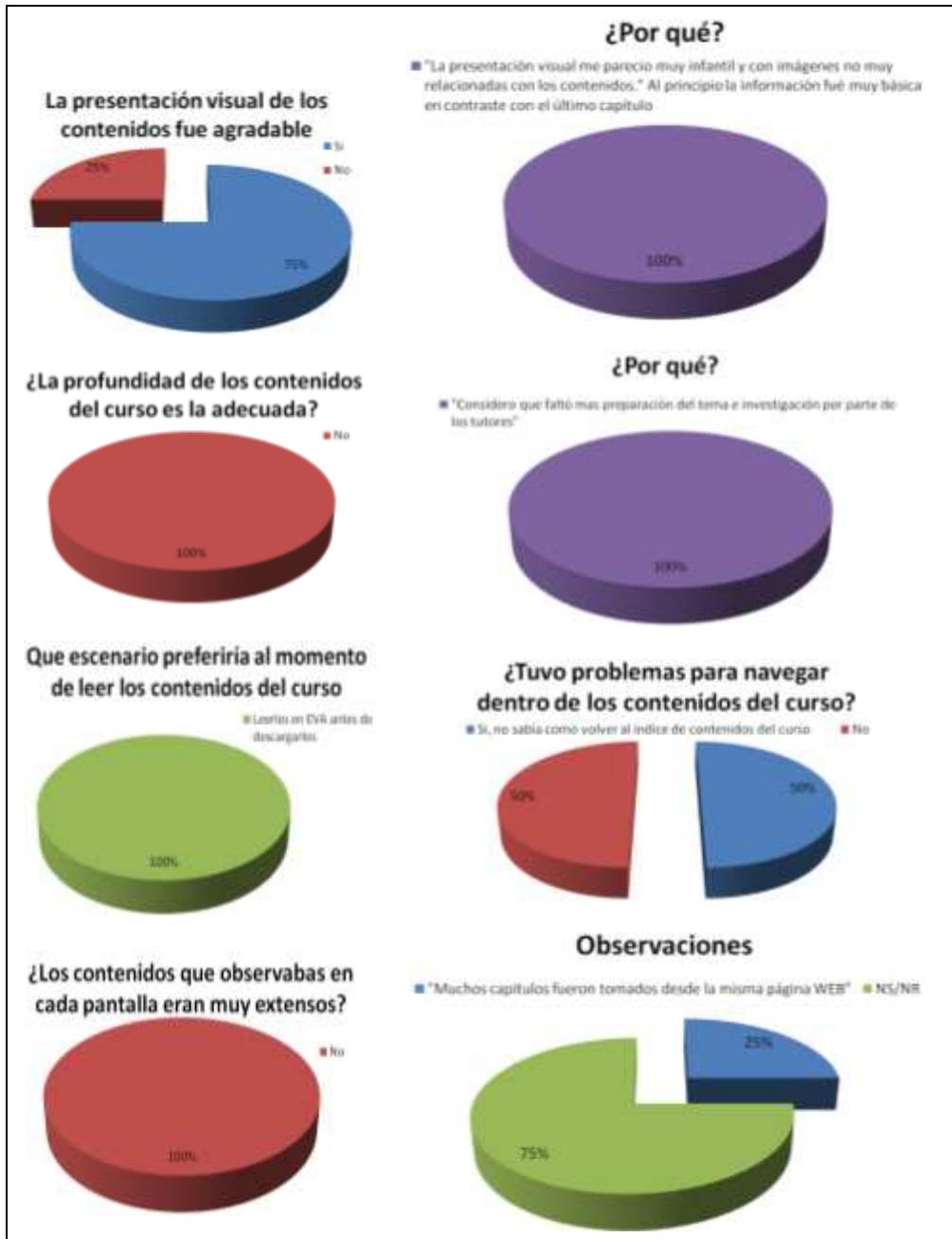


4.4.6 Contenidos del curso

Como se puede observar en el cuadro 3, los contenidos del curso no han sido por completo satisfactorios, lo que implica que se debe revisar y mejorar aspectos como:

- La presentación visual de los contenidos ya que para el 25% de los encuestados, fue muy infantil y contenía imágenes poco relacionadas con los contenidos.
- La profundidad de los contenidos, principalmente en cuanto a preparación del tema por parte de los tutores.
- Acceso a los contenidos de curso, ya que se presentaron inconvenientes para volver al índice de contenidos del curso.
- Revisar el contenido de cada capítulo.

Cuadro 3: Apreciaciones de los participantes respecto a los contenidos del curso.



4.4.7 Actividades de aprendizaje

En cuanto a las *actividades de aprendizaje* como se puede observar en los gráficos 21, 22 y 23, se encuentra una alta valoración (grado de satisfacción), prácticamente unánime respecto a la coherencia de su estructura, así como el orden y claridad de cada actividad.

Gráfico 21



Gráfico 22

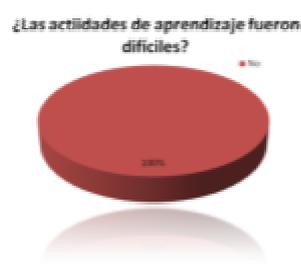
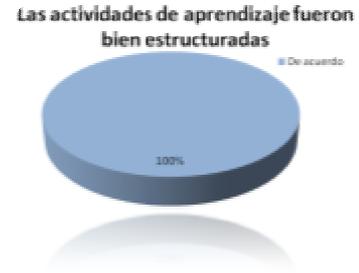


Gráfico 23



4.4.8 Acerca del entorno virtual de aprendizaje (EVA)

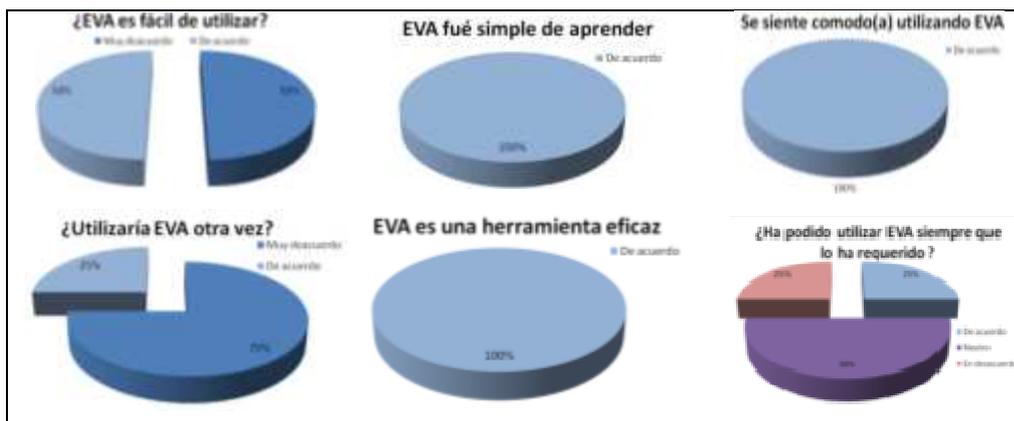
En lo referente al entorno virtual de aprendizaje EVA, se indagan aspectos relacionados con uso de la plataforma, grado de satisfacción de algunos recursos, así como recomendaciones generales para próximas versiones del curso.

Uso de la plataforma

La aceptación en cuanto al uso de la plataforma del EVA ha sido satisfactoria, en aspectos como: interfaz, ayuda en línea, navegación, mensajes de error, oferta de servicios, de igual forma, los encuestados expresaron estar de acuerdo en aspectos como: EVA es fácil de utilizar, simple de aprender, de navegación intuitiva, expresaron además, sentirse cómodos utilizando EVA, utilizarían EVA otra vez, y consideran que es una herramienta eficaz, aunque cuando se ha requerido, no siempre fue posible acceder a ella, sintetizando los resultados se puede decir que los participantes están de acuerdo en un 91.6% de los planteamientos anteriores, tal como se puede observar en el siguiente cuadro (cuadro 4).

Cuadro 4: Apreciaciones de los participantes respecto al uso de la plataforma





En relación a otros aspectos de EVA, los encuestados están de acuerdo en que EVA ha agregado valor a su experiencia de aprendizaje (gráfico 24), respecto al uso de EVA como herramienta para desarrollar cursos virtuales, los participantes sugieren que se debe mejorar la accesibilidad, ya que se percibe cierta molestia por no poder acceder a EVA, cuando lo han requerido (gráfico 25).

Gráfico 24

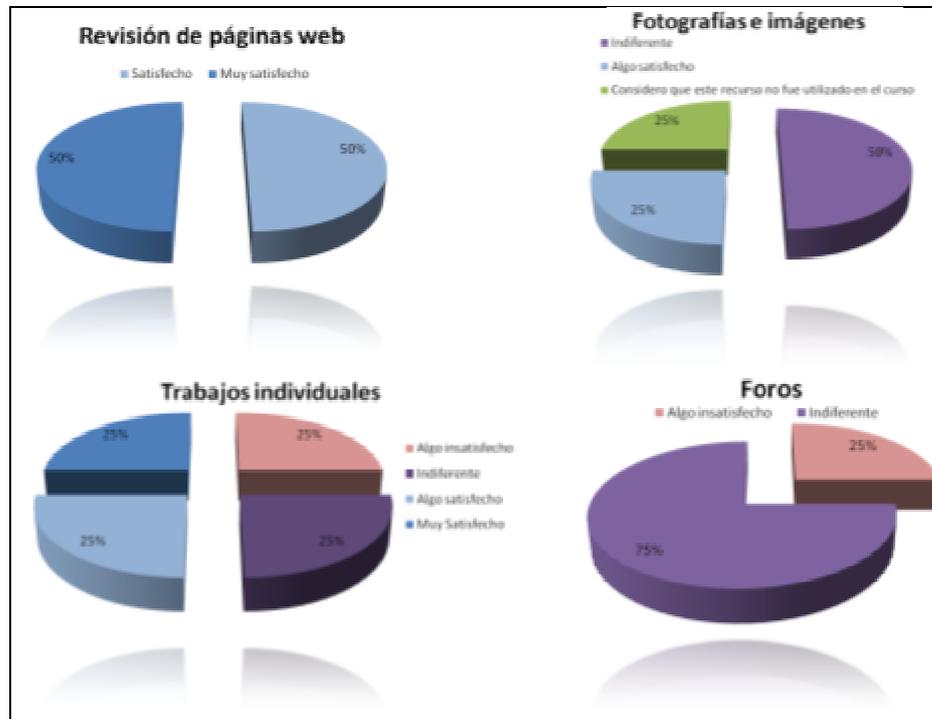


Gráfico 25



Al preguntar a los participantes por el grado de satisfacción de recursos que utilizaron durante el desarrollo del curso, los resultados obtenidos indican satisfacción y preferencia por la revisión de páginas web, en relación a foros, trabajos individuales y fotografías e imágenes.

Cuadro 5: Grado de satisfacción en relación a recursos utilizados en el desarrollo del curso



4.4.9 Evaluación del curso

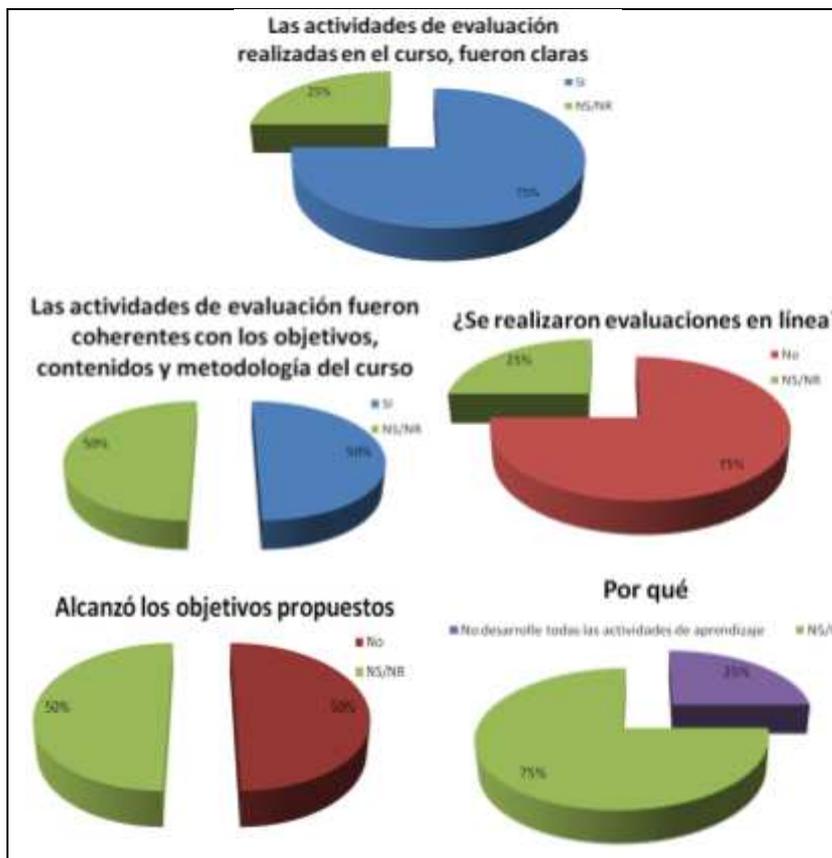
Los aspectos referentes a la evaluación del curso constituyen uno de sus pilares para comprobar su eficacia y contar con la información que permita mejorar su calidad.

En el caso que nos ocupa, tal evaluación se justifica por varias razones: no sólo para comprobar en qué medida los objetivos planteados se han cumplido, sino también, para conocer si el esfuerzo realizado por los tutores y por los participantes corresponden con los logros alcanzados. En definitiva, se trata de obtener la opinión y valoración que los propios actores hacen de las diferentes dimensiones que componen el curso y detectar los fallos o errores cometidos en orden a subsanarlos.

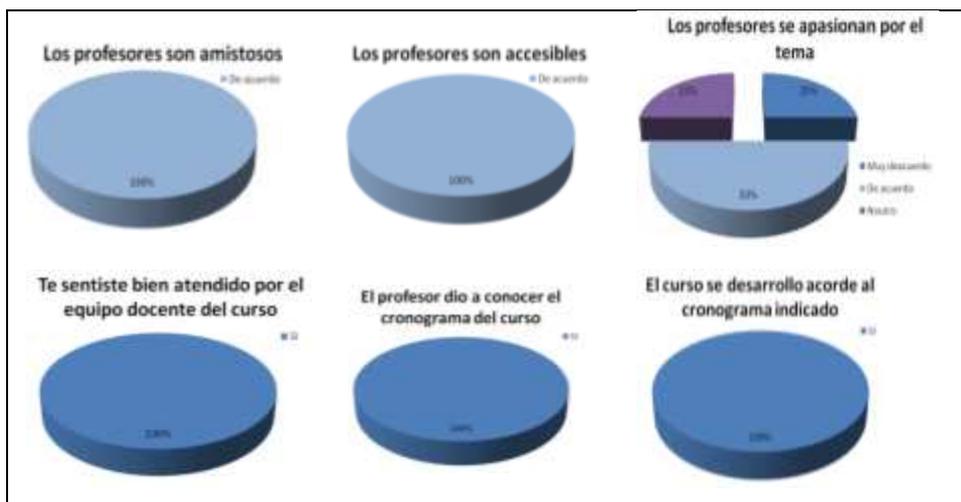
Se han evaluado dos aspectos fundamentales, responsables del curso (tutores y estudiantes) y seguimiento y evaluación.

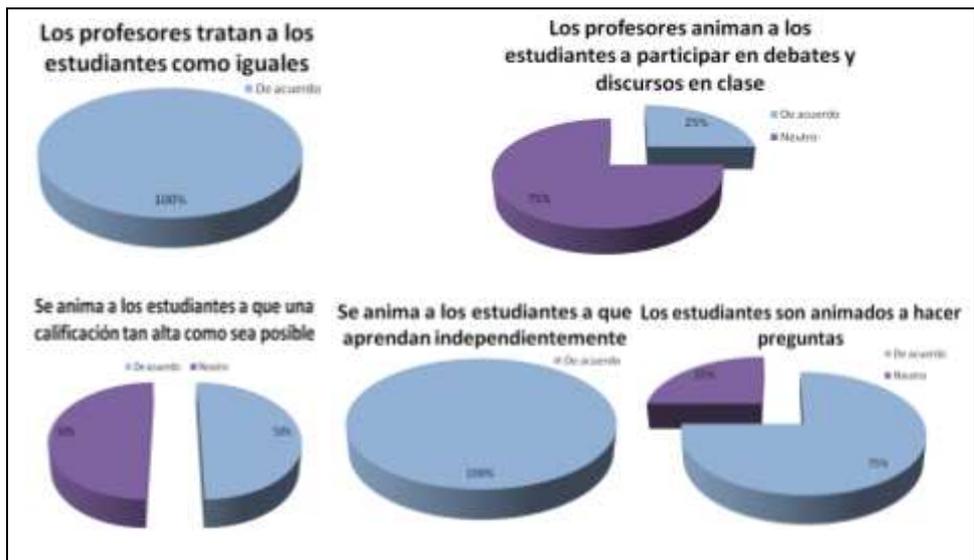
A continuación se presentan gráficamente los principales resultados:

Cuadro 6: Acerca de la evaluación

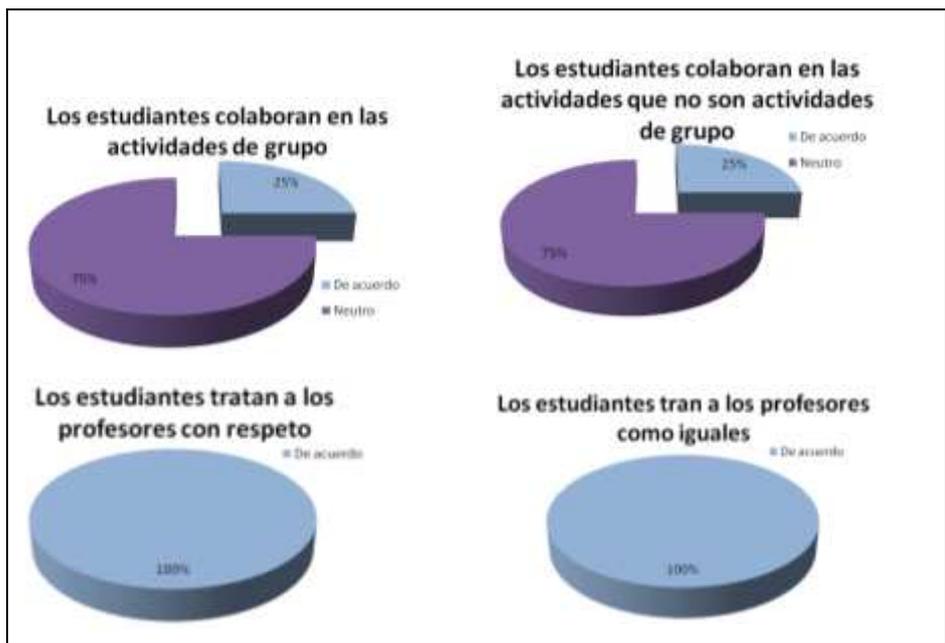


Cuadro 7: Acerca de la actividad del profesor.





Cuadro 8: Acerca de la actividad del estudiante



Cuadro 9: Acerca del curso



Como se puede observar en los cuadros anteriores (cuadro 6, cuadro 7, cuadro 8 y cuadro 9), hay aspectos del curso como: actividades de aprendizaje claras, facilidad en el proceso de inscripción, estructura del curso, lenguaje utilizado claro, respeto y buen trato entre estudiantes y profesores, atención de los tutores hacia los estudiantes, cumplimiento del cronograma propuesto, etc. en los cuales, las opiniones de los participantes revelan su grado de aceptación pero hay otros, fundamentales en la educación virtual que se deben mejorar, ya que según los participantes no se cumplieron a cabalidad, entre estos tenemos:

- La comunicación entre los participantes del curso. (Entre estudiantes y tutor y entre estudiantes).
- La motivación permanente a los participantes y
- Procesos de seguimiento y evaluación de las actividades del curso.

4.5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES DE LA SOCIALIZACIÓN DE LA ESTRATEGIA

En el desarrollo del curso virtual denominado “Modelación matemática”, las estrategias de convocatoria fueron excelentes, pues las estadísticas del curso revelan que se inscribieron 88 participantes, pese a tan buenos resultados, el nivel de deserción fue demasiado alto, ya que empezando el curso, solo se logró la participación activa de 10 estudiantes, de los cuales, solo 4 diligenciaron la encuesta de evaluación del curso, cabe resaltar, que esa fue la última actividad propuesta, dentro de los contenidos del curso, de lo anterior se concluye que la principal dificultad en el desarrollo del curso, fue la deserción.

Según lo anterior, los resultados presentados arrojan información relevante para identificar las probables causas del alto índice de deserción, las cuales contribuyen a mejorar, en primera instancia, aspectos técnicos y metodológicos de futuras versiones del curso virtual, así como el rol de los tutores en futuros procesos de formación virtual.

En los factores académicos, y de desempeño docente, que forman parte del ambiente virtual de aprendizaje, se detecta la necesidad de estar más abiertos a esta modalidad y comprender que sus procesos difieren a los cursos presenciales, esto especialmente en cuanto al desarrollo de actividades, producción de contenidos, utilización de una metodología de aprendizaje coherente a la formación virtual y el seguimiento y la evaluación del progreso del participante.

4.5.1 Recomendaciones para mejorar aspectos académicos

Entre los aspectos a fortalecer, para mejorar la calidad académica del curso, están: desarrollo de actividades y producción de contenidos, metodologías de aprendizaje coherentes a la formación virtual, seguimiento y evaluación de actividades, estrategias de interactividad e interacción entre estudiantes, entre estudiantes y el material didáctico de estudio, entre estudiantes y tutores, etc.

- **Desarrollo de actividades y producción de contenidos**

Las actividades y los contenidos deben ser muy didácticos para atraer la atención de los estudiantes, por lo cual sería mejor utilizar material interactivo multimedia

optimizado para montaje web en un ambiente virtual de aprendizaje. El cual debe adaptarse e integrarse a las necesidades que se requieren para asegurar el logro de las competencias en los estudiantes en las temáticas virtuales a integrar.

Los Objetos Virtuales de Aprendizaje preferiblemente deben ser realizados utilizando todos los medios interactivos necesarios para una mejor captación por parte del estudiante (animación Flash, Video tutoriales, Hipertexto, Podcast⁷, Broadcast⁸).

- **Metodología de aprendizaje coherente a la formación virtual**

La formación virtual requiere de una metodología de aprendizaje basada en la comunicación y participación, para lograr esto se debe tener en cuenta dos aspectos fundamentales: el diálogo didáctico mediado por herramientas de comunicación (sincrónica o asincrónica) como el correo electrónico, conferencia electrónica, chat, videoconferencia, audio conferencia y el desarrollo de técnicas didácticas como aprendizaje colaborativo, estudio de casos, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje basado en proyectos, etc.

- **Estrategias de interactividad e interacción**

En este sentido las actividades encaminadas a la generación de la interactividad e interacción que se pueden adoptar son:

- **Entre estudiantes y el material didáctico de trabajo o estudio**

Utilización de material didáctico interactivo: tutoriales, simulaciones, ejercicios basados en la solución de problemas, experimentación, ejercicios de autovaloración, materiales escritos, laboratorios.

Selección y evaluación de información: Evaluar soluciones potenciales, análisis de lecturas y creación de gráficos de información. (Mapas

⁷ **Podcast:** consiste en la creación de archivos de sonido (generalmente en formato mp3 o AAC, y en algunos casos el formato libre ogg) o de video (llamados videocasts o vodcasts) y su distribución mediante un sistema de sindicación que permita suscribirse y usar un programa que lo descarga de Internet para que el usuario lo escuche en el momento que quiera, generalmente en un reproductor portátil.

⁸ **Broadcast:** en castellano difusión, es un modo de transmisión de información donde un nodo emisor envía información a una multitud de nodos receptores de manera simultánea, sin necesidad de reproducir la misma transmisión nodo por nodo.

conceptuales, diagramas, modelos, esquemas, generación y análisis de ideas realizadas individualmente o en foro)

○ **Entre estudiantes y los tutores**

Comunicación y acompañamiento permanente: Respuesta inmediata a las diferentes dudas presentadas por el estudiante.

Asesoría asincrónica o sincrónica para la elaboración de las actividades.

Motivación constante para la participación.

Creación de un café virtual para discutir diferentes temas que son periféricos o de otros temas relacionados con la academia o para socializar.

○ **Entre los estudiantes**

Realización de proyectos colaborativos: sesiones de charla y grupos de estudio.

Exposición en foros de los resultados de los proyectos donde los estudiantes realizan aportes argumentativos y constructivos.

Estrategias de gestión para mantener la comunicación activa dentro del grupo de estudiantes:

- Realización de sesiones para desarrollar habilidades en cuanto al uso y manejo de la plataforma.
- Dar a conocer los diferentes espacios de comunicación y sus funciones;
- Establecimiento de la agenda de las actividades y guía de estudio de cada materia.
- Brindar la información necesaria para realizar la actividad: documentación, estructura de la actividad, calendario de las actividades, objetivos, información que puede ser consultada desde una web.
- Envío de mensajes de bienvenida a cada estudiante.
- Realización de actividad de tipo social para crear cierto sentimiento de pertenencia al “grupo clase”, que permita a los estudiantes intercambiar inquietudes, expectativas, adquirir información de tipo personal;

- Realización de actividades iniciales individuales o por parejas para intentar extraer afinidades entre las personas que posteriormente formaran grupos de trabajo;
- Motivar la participación, contactar a los estudiantes que no participan para conocer las causas;
- Envío de mensajes individuales de aprobación en las primeras intervenciones
- Requerir participaciones regularmente.
- Desarrollar actividades de respuesta obligada.
- Comunicación del desarrollo de cada actividad: inicio, final, a modo de agenda
- Variación del contenido de participación.
- Seguimiento diario de las participaciones

Evaluación de las estrategias de interactividad e interacción:

Los parámetros para la evaluación de la interacción del estudiante serían:

- Frecuencia de participación del estudiante
- Respuesta a otros mensajes
- Congruencia de la respuesta
- Tono de los mensajes
- Actitud cooperativa

- **Seguimiento y evaluación**

Se debe programar y realizará diferentes actividades para el proceso de seguimiento y evaluación de los estudiantes. Antes de mencionar las diferentes actividades es importante tener en cuenta que la estrategia será evaluar el desempeño del estudiante lo cual implica que estos demuestren sus capacidades en forma directa ya sea creando algún producto o involucrándose en alguna actividad.

Seguimiento diario al progreso de los estudiantes, por parte del equipo docente, donde se evidenciara el grado y la calidad de su participación en las diferentes actividades (foros, correos, video conferencias, etc.) desarrolladas en el aula virtual.

Realización de pruebas o actividades de autoevaluación, las cuales serán entregadas dentro del material de estudio.

Realización y cumplimiento de las actividades y trabajos, ya sean colaborativos o individuales, que se realizaran durante cada semestre.

Pruebas escritas para medir el grado de apropiación de los contenidos.

Presentación de trabajo final del curso.

En cuanto al desempeño docente, se detectó que existe la necesidad de mayor formación como facilitadores y desarrolladores para elevar la calidad de los cursos virtuales.

4.5.2 Recomendaciones para mejorar el desempeño docente

Para mejorar el desempeño docente es importante desarrollar un proceso de inducción para la formación virtual, el cual requiere de la autoformación y formación dirigida en ambientes virtuales de aprendizaje, experimentando la metodología y el espacio en que sus futuros estudiantes desarrollarán la formación.

El proceso de inducción debe estar constituido por las siguientes áreas de estudio:

- Estrategias técnico pedagógicas aplicadas en ambientes virtuales de aprendizaje.
- Reconocimiento del sistema de gestión de aprendizaje.
- Ventajas y características de los ambientes virtuales de aprendizaje.
- Configuración de la plataforma de educación virtual

En el aspecto de soporte al estudiante se detectó que no se tenía un área exclusivamente dedicada a este punto, para que el estudiante sintiera siempre el respaldo de la institución.

4.5.3 Recomendaciones para mejorar el soporte al estudiante

Es conveniente crear un espacio especializado dentro de la plataforma virtual de aprendizaje donde se brinde la oportunidad de consolidar nuevos roles en las funciones de orientación, seguimiento, acompañamiento y apoyo al estudiante, relacionadas con la autogestión del proceso de aprendizaje autónomo y colaborativo y

con la consolidación de una actitud de compromiso con su proyecto de desarrollo académico en los escenarios virtuales de aprendizaje.

De igual forma crear un espacio **administrativo virtual** donde el estudiante podrá tener acceso a la información académica y administrativa, además de realizar consultas, actualizaciones de datos, trámites y demás.

En conclusión estos resultados muestran las dificultades en la implementación de cursos en ambientes virtuales de aprendizaje y la forma posible de minimizar esas dificultades, para lograr en próximos cursos de formación un aprendizaje dinámico y de calidad.

5 CONCLUSIONES

Del proceso de conceptualización, diseño, construcción y socialización de la estrategia metodológica basada en la Modelación Matemática, se concluye de manera general lo siguiente:

- En la enseñanza tradicional, entendida como aquella en la que el estudiante es un receptor pasivo, de lo que “enseña” el profesor, difícilmente se promueve en él, la lectura del contexto, en este sentido, tal como lo señalan Biembegut y Hein (2004), cuando el estudiante es colocado frente a un texto o un contexto, presenta serias dificultades para leer, entender e interpretar; seguramente no pasaría lo mismo si se cambiara la enseñanza conceptual tradicional, por el trabajo en el aula con modelos.
- En el ámbito cognitivo podemos establecer que la modelación matemática es una buena estrategia para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, pues se privilegia el papel del estudiante, convirtiéndolo en protagonista de su proceso formativo, pues se propende por una participación más activa en torno a su aprendizaje y evaluación, siendo más crítico y responsable de sus acciones, se promueve un aprendizaje más amplio y profundo, donde el entorno juega un papel relevante ya que sirve de puente activo y motivador entre el estudiante y el tema de estudio, facilita de manera intencional el desarrollo de actitudes, habilidades y valores (respeto por la opinión del otro, intercambio de conocimiento, trabajo colaborativo, pensamiento crítico, análisis, síntesis, capacidad para tomar decisiones y resolver problemas, comunicar y expresar ideas, etc.)
- Es realmente satisfactorio contribuir en beneficio de la comunidad educativa, con la formulación de una estrategia de este estilo (adaptada a nuestro contexto), ya que como se mencionó inicialmente, se encontró que en el ámbito nacional son pocos los trabajos publicados sobre modelación matemática en la formación básica y media.
- La formulación de esta estrategia metodológica contribuye a nuestra formación como docentes, pues nos permitió conocer alternativas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, mientras que la socialización, nos obligo a explorar un escenario diferente, del que no teníamos referencia alguna, como lo es el EVA de

la Universidad del Cauca, y que a nuestro juicio, es una excelente opción para dinamizar procesos y conocimientos.

- La formulación de esta propuesta metodológica hace explícita la necesidad de poner en práctica estrategias de enseñanza y aprendizaje, que están siendo utilizadas en países como México, Brasil, Argentina, Chile, España, etc., con excelentes resultados, y cuyos propósitos formativos son los mismos, procurar que la matemática sea agradable, dinámica y significativa.
- La estrategia metodológica pretende ser en sí misma, una alternativa de enseñanza de contenidos curriculares, no necesariamente del área de Matemáticas.
- En esta estrategia, la enseñanza se enfoca en los intereses y necesidades prácticas de los estudiantes, desde este punto de vista, se integra las matemáticas con otras ciencias, haciéndola mucho más motivadora y utilizable, ya que al partir de situaciones reales, prácticas y de su interés, se tiene la oportunidad de producir y crear, no solo de repetir.
- La búsqueda de una estrategia metodológica “perfecta” que resuelva todos los problemas educativos es una utopía, pues no existe estrategia capaz de hacer frente a todos los tipos y estilos de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, la propuesta que se ofrece, al igual que otras existentes, constituyen la amplia gama de opciones que los profesores pueden utilizar, adaptar o combinar, para el logro de las metas formativas, previamente establecidas.
- La Modelación Matemática, como estrategia que se nutre de experiencias del contexto, facilita el desarrollo de competencias matemáticas y refuerza el conocimiento multidisciplinar a través de actividades que involucran conceptos y métodos de diferentes ciencias, haciéndolo más significativo.
- La Modelación Matemática implica poner en juego habilidades que normalmente no son evaluadas en la clase tradicional de matemáticas y que son fundamentales para la formación integral del estudiante, tales como: espíritu crítico y reflexivo, trabajo en equipo, creatividad, capacidad de búsqueda, selección y síntesis de información, valores, proponer y resolver problemas, expresar ideas, etc.

- La Modelación Matemática ofrece un sentido práctico a las matemáticas, lo que aumenta claramente la motivación de los estudiantes, fomentando el gusto por ésta y sus aplicaciones.
- La implementación de la estrategia metodológica requiere de un cambio en el rol del profesor, viéndose menos como proveedor de conocimiento, para ser un facilitador de este, se convierte entonces, en un buscador de puentes entre la teoría y la práctica.
- En el proceso de modelación se abordan los conocimientos a partir de una situación real, así, los conceptos son producto de una construcción (utilización de diversas estrategias, ideas, preconceptos, cálculos, etc.) por parte del estudiante y no a partir de resultados inmediatos.

6 RECOMENDACIONES

Con el ánimo de generar confianza en el docente en la implementación de lo que aquí se plantea y conscientes de que ésta se genera de forma gradual a partir de resultados positivos concretos; el curso virtual y esta monografía pueden resultar necesarios, pero no suficientes para persuadirlo, pensando en ello, con el ánimo de causar el impacto esperado, se proponen una serie de eventos posteriores, que podrían contribuir con su dinamización y aceptación en el contexto educativo.

- Trabajar en una versión impresa de esta estrategia (Cartilla, folleto, etc.), así como en talleres de formación para docentes, con el ánimo de orientar su implementación, entre los interesados (instituciones educativas, profesores, personas naturales, etc.).
- Recolectar, analizar y sistematizar resultados obtenidos de algunos maestros participantes de los talleres de formación, que implementen ésta estrategia metodológica con estudiantes, ello contribuye al fortalecimiento de la misma.
- Ofrecer entre los servicios de la plataforma de la Red De Educación Matemática del Cauca (REDUMAC), un banco de modelos, fruto del trabajo colaborativo de la comunidad interesada.
- Buscar mecanismos que avalen la propuesta en otras instancias, por ejemplo, dada la pertinencia al interior del currículo, darla a conocer al Ministerio de Educación Nacional.
- Distribuir la en portales educativos como www.colombiaprende.edu.co, www.eduteka.org, etc.

7 BIBLIOGRAFÍA

Aguirre, E. R. (2006). *El proceso de modelación en el diseño de actividades Matemáticas*. Provincia de Córdoba, Argentina: Universidad Nacional de Río Cuarto.

Alfaro, C. (2006). *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática: Las ideas de Polya en la resolución de problemas*. Obtenido de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%202.pdf>

Arce, C. J., Castrillon C. G., & Obando Z. G. (1998). Documentos de trabajo: ingeniería didáctica I. *Lecturas en didáctica de las matemáticas*. Santiago de Cali: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, área de Educación Matemática.

Ayala, L. G. (2006). Propuesta metodológica referida al pensamiento variacional desarrollada en un entorno virtual de aprendizaje. Popayán, Cauca, Colombia.

Barrantes, H. (2006). *Resolución de problemas, el trabajo de Alan Schoenfeld*. Recuperado en 2007, de <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%204.pdf>

Bellini, F. (2004). *Modelización*. Recuperado en 2007, de <http://tiesmexico.cals.cornell.edu/courses/shortcourse3/minisite/pdf/Programaci%C3%B3n%20Lineal/Bellini%202004.pdf>

Biblioteca del campo granja integral autosuficiente (Tercera edición ed.). (1998). Disloque editores.

Biembengut, M., & Hein, N. (2006). *Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas*. Recuperado en 2007, de <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf>

Biembengut, M., & Hein, N. (15 de Julio de 2000). Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. *Qubo Boletín de Matemática*.

Biembengut, S. M. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Red de Revistas Científicas de America Latina y el Caribe, España y Portugal (REDIALIC)*, 16 (002), 105 - 125.

Biembengut, S. M. (2004). *Modelización matemática: una herramienta de aprendizaje*. Recuperado en 2007, de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/405/40516206.pdf>

Fernández, J. &. (Septiembre de 1995). Los modelos didácticos en la enseñanza de la Física. *Ponencia IX Congreso de la Didáctica de la Física*. Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia.

Fundación POLAR. (s.f.). *Fascículo 16: El mundo de los modelos matemáticos*. (Autor, Ed.) Recuperado en 2007, de <http://www.fpolar.org.ve/matematica2>

García, F., Bosch, M., Gascón, J., & Ruiz, L. (13 de Octubre de 2005). Integración de la proporcionalidad escolar en una organización matemática regional en torno a la modelización funcional: los planes de ahorro.

Garza, S. E. (2002). *Las Técnicas Didácticas en el Modelo Educativo del Tecnológico de Monterrey*. Monterrey, Nuevo León, México.

Gutiérrez, R. (1 y 2 de Febrero de 2007). Los modelos en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. Barcelona, España.

Hein, N. (2006). *Modelaje matemático en la enseñanza un tratado teórico y un ejemplo didáctico*. Recuperado el 2007, de <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-Hein.pdf>

Hypergé. (06 de Agosto de 2004). Modelos.

ICFES. (Marzo de 2009). *Lineamientos generales, Pruebas SABER 2009 grados 5º Y 9º*. Recuperado el Junio de 2009, de <http://www.icfes.gov.co/>

Instituto de conservación de ballenas: "la ballena azul". (s.f.). Recuperado en 2008, de http://www.icbargentina.com.ar/template.asp?op=5_3_2

Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey. (Septiembre de 2000). *Las técnicas didácticas en el modelo educativo del Tec de Monterrey*. Monterrey, Mexico.

Junta Andalucía. (27 de Marzo de 2006). *Guía de métodos y técnicas didácticas*. Recuperado en Enero de 2009, de

http://www.juntadeandalucia.es/agenciadecalidadsanitaria/asca_formacion/html/ficheros/Guia_de_Metodos_y_Tecnicas_Didactica.pdf

Lankenau, C. D. (2008). *Aplicación de Técnicas Didácticas en cursos virtuales*, Instituto Tecnológico de Monterrey. Monterrey, Nuevo León, México.

MEN. (2008). *Apropiación de TIC en el desarrollo profesional docente*. (M. d. Nacional, Ed.) Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (2008). *Colombia Aprende, la red del conocimiento*. Recuperado en 2009, de <http://www.colombiaprende.edu.co/objetos>

MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en matemáticas*. En M. d. Nacional (Ed.), *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas, lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden* (Primera edición ed., Vol. Documento No. 3, págs. 46-95). Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.

MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares, Matemáticas*. (Autor, Ed.) Obtenido de <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-89869.html>

Mesa, Y., & Villa, J. (2007). Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática. *Revista Virtual Universidad Católica del norte* .

Molina, S. &. (2000). *Formación de modelos mentales en la resolución de problemas de genética*. Recuperado en Mayo de 2009, de <http://www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/view/21694/21528>

Nieto, S. J. (31 de Julio de 2004). *Talleres de Formación matemática: Resolución de problemas matemáticos*. Recuperado en 2007, de <http://www.omocolima.ucof.mx/guias/TallerdeResolucionproblemas.pdf>

Norusis, 1., & Lizasoain & Joaristi, 2. (s.f.). *Análisis estadísticos en el paquete de programas SPSS, versión 14.00*.

Sánchez, R. J. (31 de Julio de 2002). *Recursos multimediales en ingeniería del transporte, simulación y modelamiento computacional*. Recuperado el 2007, de http://www.material_simulacion.ucv.cl/enPDF/Intro_model11.pdf

Santos T, M. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Mexico: Editorial Iberoamérica.

Sanz, V. H. (s.f.). *Red tutors de tutors*. Recuperado el 09 de Junio de 2009, de http://www.rmm.cl/index_sub0.php?id_portal=832

Solarte, M. &. (18 de Octubre de 2006). *Desarrollo de entornos virtuales para la educación: E-LANE*. Recuperado en 2008, de <http://www.unicauca.edu.co/grupomantis/libro/capitulo8.pdf>

Suarez, T. L. (2004). *Modelación en Matemática educativa*. México: Cinvestav del IPN.

Wikipedia. (s.f.). *Wikipedia, la enciclopedia libre*. Recuperado el 2 de junio de 2009, de http://es.wikipedia.org/wiki/Mario_Bunge

8 ANEXOS

8.1 ANEXO 1: Objeto virtual de aprendizaje

Modelación Matemática

Contenido:

1. Introducción

Presentación

Ubicación

Objetivos:

Población objetivo y requisitos

Metodología

Recomendaciones generales

2. Modelos y Modelos Matemáticos

Introducción

Definición de Modelo y Modelo Matemático

Tipos de Modelos

Modelos Icónicos

Modelos Análogos y simbólicos

Modelos físicos y Modelos matemáticos

Actividades de aprendizaje

3. Clasificación de los Modelos Matemáticos

Modelos Predictivos

Modelos evaluativos y de optimización

Modelo lineal y no lineal

Modelo Determinístico y Probabilístico

Actividades de Aprendizaje

4. Creación de un Modelo Matemático

Identificación del problema y estudio inicial

Expresar el problema en términos matemáticos

Resolver el modelo matemático

Interpretación y validación de datos o resultados

Diagrama de la construcción de un modelo

5. Modelación Matemática

Introducción

Modelización Matemática y Modelación Matemática

Diferencia entre Modelización y Modelación

La Modelación Matemática como estrategia de enseñanza

Principios que fundamentan la estrategia

Formulación del problema

Desarrollo del contenido y presentación de ejemplos

Formulación del modelo y resolución del problema

Interpretación y validación de los resultados

6. Ejemplo ilustrativo: elección del tema

Delimitación del problema

Formulación del problema

Desarrollo del contenido

Presentación de ejemplos

Formulación de un modelo matemático

Resolución del problema a partir del modelo 1/6

...

Resolución del problema a partir del modelo 6/6

Interpretación de la solución

Validación del modelo

7. Actividades y referencias

Actividades de aprendizaje

Referencias bibliográficas

Créditos

Agradecimientos

CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

Presentación



Ilustración 7: Enseñanza utilizando el método tradicional.

Tomado de:

<http://www.itc.mx/nuestroinst/galeria/MVC-106S.jpg>

Las matemáticas son una herramienta potente y eficaz en la interpretación y resolución de problemas y fenómenos, además, permiten la creación y utilización de modelos de gran aplicabilidad; de aquí que los procesos de su enseñanza y aprendizaje son de vital importancia en la comprensión, interpretación y desarrollo de nuestro mundo.

Su enseñanza se continúa haciendo de manera expositiva y rutinaria (método tradicional), salvo contadas excepciones donde se aplican métodos que permiten modificar estas prácticas.

Por su parte la modelación matemática como estrategia de enseñanza facilita la construcción de conceptos matemáticos y su aplicabilidad en diversos escenarios.

Por ello, con el ánimo de contribuir en la formación de docentes de esta disciplina, se plantea dar a conocer esta alternativa que contribuya con el mejoramiento de su labor.

La siguiente guía metodológica se basa en la modelación matemática como estrategia de enseñanza, que propone desarrollar conceptos matemáticos a partir de la construcción de Modelos Matemáticos de situaciones reales, como alternativa pedagógica facilita la relación teórico-práctica y puede proyectarse como una metodología de enseñanza de contenidos útiles para resolver problemas de la vida diaria, de las matemáticas y de otras áreas del conocimiento.

Ubicación

 <p data-bbox="440 824 794 853">Ilustración 8: Proyecto REDUMAC.</p> <p data-bbox="545 992 687 1021">Tomado de:</p> <p data-bbox="357 1081 877 1162">http://eva.unicauca.edu.co/imgs/faq/redumac.gif</p>	<p data-bbox="904 320 1353 450">Este curso y sus contenidos se encuentran en el marco de desarrollo del trabajo de grado titulado:</p> <p data-bbox="904 506 1353 837">“Estrategia metodológica basada en la Modelación Matemática para la enseñanza del concepto de función en la educación media, apoyada en la plataforma tecnológica del proyecto REDUMAC”</p> <p data-bbox="904 896 1353 1227">Desarrollado por los estudiantes: Leivy Katerine Lebaza y Diego Fernando Majin, para optar a los títulos de Licenciada en Matemáticas y Matemático respectivamente, bajo la dirección del Dr. Carlos Alberto Trujillo Solarte.</p>
---	---

Objetivos

Objetivo General

Proponer una estrategia metodológica fundamentada en la modelación matemática para la enseñanza del concepto de función, derivada y sus diferentes aplicaciones en la educación media, apoyada en la plataforma tecnológica del proyecto REDUMAC.

Objetivos Específicos

- Construir la base conceptual que fundamenta el proceso de la modelación matemática y la estrategia metodológica.
- Elaborar la estrategia metodológica fundamentada en la modelación matemática.
- Validar la estrategia metodológica propuesta a través de la plataforma tecnológica del proyecto REDUMAC con docentes de matemáticas de algunas Instituciones Educativas de Popayán.

Población objetivo y requisitos



Ilustración 9: EVA (Entorno Virtual de Aprendizaje)

tomado de:

<http://eva.unicauca.edu.co/imgs/faq/eva2.gif>

El curso está dirigido, en primera instancia, a cualquier persona que le apasione la matemática y a quienes quieran conocer otra alternativa de enseñanza, y para propósitos particulares, a quienes ejercen o desean ejercer la profesión de la docencia, ya que como su nombre lo indica, ésta es una guía metodológica basada en la modelación matemática, sin pretender excluir a docentes de otras áreas, ya que la estrategia se puede aplicar a cualquier área del conocimiento y en cualquier nivel de escolaridad.

Metodología

Estimado lector: Los presentes contenidos constituyen un recurso educativo que han sido desarrollados como parte del trabajo de grado titulado: **“Estrategia metodológica basada en la Modelación Matemática para la enseñanza del concepto de función y derivada en la educación media, apoyada en la plataforma tecnológica del proyecto REDUMAC”**.

Por motivos ajenos a nuestra voluntad, la validación de esta estrategia no estará apoyada en la plataforma tecnológica de REDUMAC, la validación se hará a través del entorno virtual de aprendizaje (EVA) de la universidad del Cauca y posteriormente se hará la implementación en la plataforma tecnológica de REDUMAC.

Por ello se seguirá la Metodología general de los cursos virtuales desarrollados en el EVA de la universidad.

A continuación se hace una breve descripción de dicha metodología:

El procedimiento que se recomienda para el desarrollo de este tipo de curso es el siguiente:

1. Ingresar al sitio del **Entorno Virtual de Aprendizaje** del proveedor del servicio educativo, en este caso, al sitio en EVA disponible en <http://eva.unicauca.edu.co>
2. Ingresar a la plataforma con el nombre de usuario y la contraseña que envió el administrador del proveedor del servicio a cada cuenta de correo con la que se realizó la inscripción al curso.

Nota: el nombre de usuario, generalmente coincide con la dirección de correo con la que se inscribió al curso, pero la contraseña NO es la misma con la que usted entra a su cuenta de correo, sino la que envía el proveedor del servicio a dicha cuenta.

3. Ingresar a los contenidos del curso.
4. Entrar al **capítulo** que se quiera leer.
5. Lea y analice los **contenidos** propios del capítulo, para efectos de este curso, un capítulo está dividido en varias **secciones**.

6. Si los temas son de su interés, puede **buscar** o **consultar** otras fuentes en Internet.
7. Al final de algunos capítulos se encuentra una sección con **actividades**, a través de las cuales se espera consolidar los conocimientos adquiridos.
8. En este punto hay que salir de la interfaz de los contenidos y volver al sitio del proveedor del servicio educativo, para ingresar a los servicios de comunicación que éste haya definido para la interacción entre participantes.
9. Las **actividades** propuestas son de tipo voluntario y normalmente requieren de mayor tiempo y dedicación, así que se dejan a la disponibilidad e interés de los participantes.

Tiempo total de desarrollo: 5 semanas.

En las cuatro primeras semanas se estudiarán los contenidos de los materiales de aprendizaje del curso y los soportes producto de las reflexiones sobre los conceptos tratados en estos materiales, serán ubicados en los respectivos foros o hilos de discusión puestos a disposición de los participantes.

En la quinta y última semana mientras se continúa con los aportes y reflexiones en los foros, de manera paralela los participantes crear un modelo matemático de cualquiera de los temas propuestos en la sección de actividades del capítulo 7.

Recomendaciones generales

Se recomienda que primero lea con detalle y cuidado los contenidos, y que amplíe en otras fuentes si desea tener mayor información al respecto.

Participar activamente en los foros y respetar las opiniones de los demás.

Si el contenido del curso le parece incompleto o superficial, es porque así fue diseñado, en algunos casos, para facilitar su lectura a través de Internet; en otros casos, se ha preferido no proporcionar cierta información relevante para los temas tratados, pues se busca que los participantes sean capaces de encontrarla a través de procesos de búsqueda y escogencia selectiva de los referentes bibliográficos, pues de esa manera, se pretende potenciar las habilidades de los participantes en dichos aspectos.

CAPITULO 2: MODELOS Y MODELOS MATEMÁTICOS

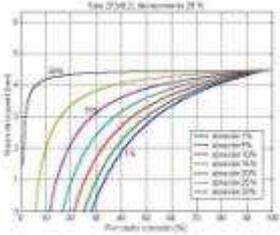
Introducción

Ahora que has leído detenidamente los aspectos tratados en la Introducción al curso, estudiaremos el capítulo 2: Modelos y Modelos Matemáticos.

Con el estudio de este capítulo nos proponemos:

- **Conocer la definición de modelo y diferentes maneras de clasificación de los modelos.**

Definición de modelo y modelo matemático

 <p>Ilustración 10: Ejemplos de modelos.</p> <p>Tomado de:</p> <p>http://www.fundacionempresaspolar.org/matematica2/index.html</p>  <p>Ilustración 11: Modelo Matemático</p> <p>Tomado de:</p> <p>http://www.abegu.cz/obsah.php?sub_id=5&id=105</p>	<p>El término modelo, tiene diferentes significados según el contexto donde se analice, a continuación se presenta una definición bastante generalizada de modelo, originada en ámbitos geográficos que se ajusta a los propósitos de este curso.</p> <p>Modelo, es <i>"una representación simplificada de la realidad en la que aparecen algunas de sus propiedades"</i></p> <p>Un modelo es por tanto una expresión simplificada y generalizada de las características de una situación, fenómeno, objeto o sistema del mundo real, la cual se puede expresar mediante palabras, números, símbolos, diagramas, íconos, semejanza en cuanto a apariencia o comportamiento entre el modelo y la entidad modelada; y se emplea para obtener una imagen conceptual que reduzca su complejidad.</p> <p>Se denomina Modelo Matemático al conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que traducen, de alguna manera, un fenómeno o un problema realista.</p>
--	--

Tipos de modelos

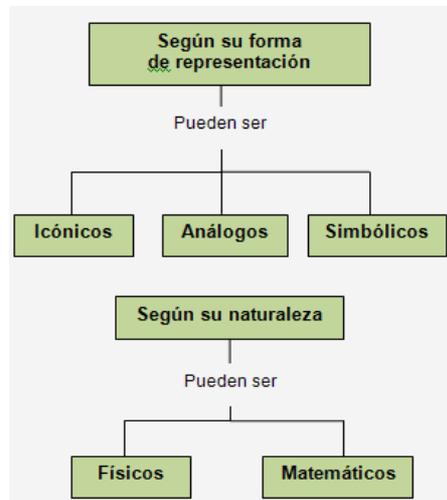


Ilustración 12: Clasificación de los Modelos Matemáticos

Existen varias clasificaciones para los modelos, ninguna de las cuales permite establecer realmente unas categorías estrictamente excluyentes.

Según su forma de representación se clasifican en:

- **Modelos icónicos**
- **Modelos análogos**
- **Modelos simbólicos**

Según su naturaleza, los modelos pueden ser:

- **Físicos**
- **Matemáticos**

Clasificación según su forma de representación, Modelos icónicos



Ilustración 13: Modelo Icónico.

Tomado de:

<http://tec.nologia.com/category/globos-terraqueos/>

Modelos icónicos: la

representación del fenómeno se hace por medio de figuras, imágenes, símbolos o gráficas.

En un modelo icónico se conservan las proporciones del objeto real mediante una reducción de escala y una selección de las propiedades representadas.

El dibujo, las cámaras fotográficas y de video son excelentes instrumentos para construir modelos icónicos, estos son de gran importancia en áreas tales como la arqueología, la arquitectura, etc. Una maqueta, una fotografía, son algunos ejemplos de modelos icónicos.

Según su forma de representación, Modelos Análogos y simbólicos



Ilustración 14: Modelo Análogo

Tomado de: www.col.ops-oms.org/docs/estadisticasmps/

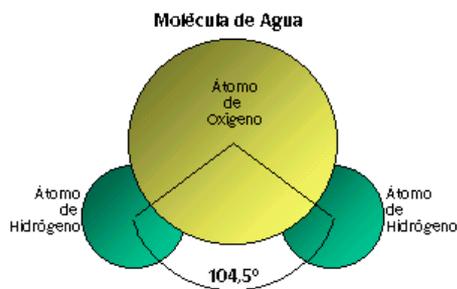


Ilustración 15: Modelo Simbólico

Tomado de: viaxx7.blogspot.com/.../fabriquemos-queso.html

Modelos Análogos: la representación del fenómeno se hace por medio de analogías, es decir, hace referencia a transferir, duplicar, traducir algunas propiedades del fenómeno analizado de un sistema a otro que sea de menor complejidad, conservando sus características.

Un ejemplo de modelo análogo es un mapa impreso, que se construye mediante un conjunto de convenciones cartográficas relativamente complejas, que conducen a un resultado final claramente distinto del objeto representado

Modelos simbólicos:

Estos se caracterizan porque utilizan letras, números y otros símbolos para representar las variables y las relaciones del fenómeno que se estudia.

Frecuentemente toman la forma de relaciones lógicas o matemáticas. Por ejemplo: El símbolo H₂O para representar el agua.

Según su naturaleza, Modelos físicos y Modelos matemáticos

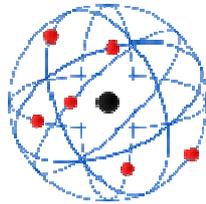


Ilustración 16: Modelo Físico (Modelo de un átomo).

Tomado de:

astrored.org/enciclopedia/wiki/Modelo_at%C3%B1...



Ilustración 17: Modelo Matemático

Tomado de:

juanamaol.wordpress.com/sistemas-complejos/

Modelos físicos: Los componentes del fenómeno se representan por medio de medidas físicas tales como: voltaje, la posición de un eje o vector y las actividades del sistema se reflejan en las leyes físicas (que subyacen al modelo).

Modelos matemáticos: Son aquellos donde se utiliza el lenguaje y los procedimientos propios de la matemática (ecuaciones, inecuaciones, reglas de la lógica, funciones, gráficas, probabilidades, diagramas, etc.) para describir determinado fenómeno de la realidad. Son representaciones aritméticas, esto es, un conjunto de proposiciones matemáticas; por tanto, utiliza los símbolos y las reglas de dicha disciplina. Por ejemplo: una ecuación, un algoritmo, etc.

Actividades de aprendizaje

Como actividad de refuerzo y preparación para el estudio de los capítulos siguientes, proponemos consultar en la Internet o en otras fuentes sobre los siguientes aspectos:

- **La clasificación de los modelos según la información disponible, Modelos de caja blanca y de caja negra, compara esta clasificación con las anteriores. ¿Qué tienen en común?**
- **Haz un pequeño resumen sobre otros tipos de clasificaciones para los modelos.**

CAPÍTULO 3: CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS MATEMÁTICOS

Introducción

Con el estudio del capítulo 2, seguramente habrás comprendido de manera general la definición de modelo y algunas de las maneras de clasificarlos. Con el estudio de este tercer capítulo nos proponemos:

- **Conocer la clasificación de los modelos matemáticos según su función.**
- **Conocer la clasificación de los modelos matemáticos según las características de sus variables.**

Según su función, modelos predictivos

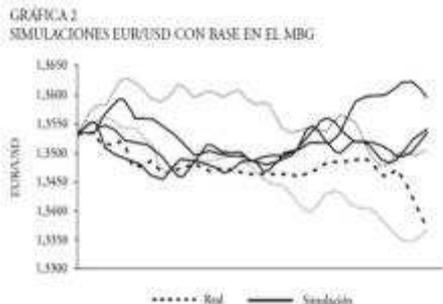


Ilustración 18: Modelo Predictivo

Tomado de:

www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_artte.

Según su función se clasifican en:

Modelos Predictivos: Este tipo de modelo informa del comportamiento de las variables en el futuro.

A esta clase pertenecen aquellos basados en técnicas estadísticas y/o económicas, es decir, modelos de previsión.

Según su función, Modelos evaluativos y de optimización



Ilustración 19: Modelo Evaluativo, árbol de decisión

www.cs.us.es/.../pag-lumnos/web2/con_teor.html

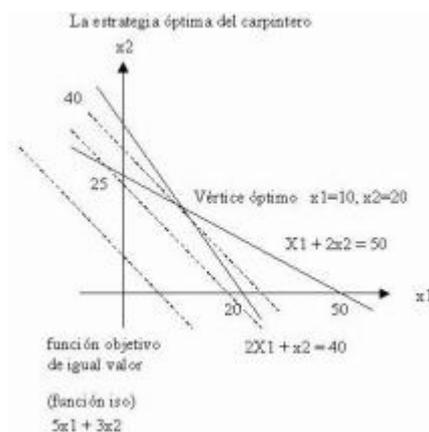


Ilustración 20: Modelo de Optimización

tomado de:

www.mirror-service.org/.../opre/SpanishD.htm

Modelos Evaluativos: A estos modelos les corresponde medir las diferentes alternativas y así poder comparar los resultados.

Este tipo de modelos se corresponden con los denominados árboles de decisión.

Modelos de Optimización: Son ampliamente utilizados para resolver problemas que por su naturaleza requieren más de una solución; estos métodos generalmente están basados en las técnicas de programación que utilizan una función objetivo y dependiendo de ella, se puede encontrar varias soluciones, la mejor de las alternativas posible, es considerada como óptima.

Según las características de sus variables, Modelo lineal y no lineal

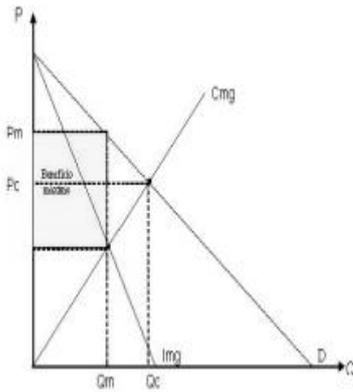


Ilustración 21: Modelo Matemático
Lineal

Tomado de:

recursostic.javeriana.edu.co/multimedia/itiblogs/micro...

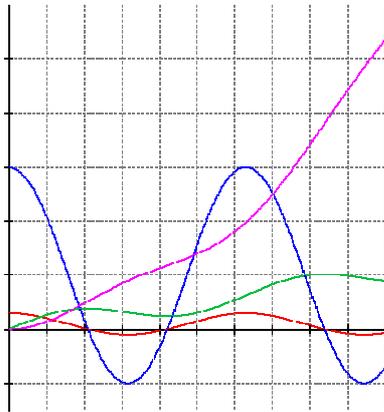


Ilustración 22: Modelo Matemático no
lineal

Tomado de:

www.itpuebla.edu.mx/.../FocED1-001.htm

Según las características de sus variables o la realidad que pretenden modelar, se clasifican en:

Lineal: Se llaman modelos lineales a aquellas situaciones que después de haber sido analizadas matemáticamente se representan por medio de una familia de funciones lineales.

Estos, sin ser demasiado complejos proporcionan una buena dosis de exactitud en la representación de una gran variedad de fenómenos. Son importantes porque permiten analizar aquellos fenómenos que se comportan linealmente y aproximar otros cuya modelación no es lineal.

No lineal: Un modelo será no lineal si no se puede representar por medio de funciones lineales.

Según las características de sus variables, Determinístico y Probabilístico

- **Determinístico:** Un modelo se dice determinístico, si el estado de sus variables está determinado únicamente por sus parámetros de entrada (condiciones iniciales), en este tipo de modelos todos los datos del problema se conocen con absoluta certeza.
- **Probabilístico:** La aleatoriedad está presente, no se conoce de antemano un resultado particular y el estado de las variables no está descrito por valores únicos.

Actividades de Aprendizaje

La presente actividad de aprendizaje se propone reforzar la comprensión de los conceptos estudiados en el capítulo anterior y mostrar otras maneras de clasificar los modelos matemáticos.

- **Consulta sobre los modelos matemáticos dinámicos y estáticos. ¿Cuál es la variable principal en este tipo de modelos?**
- **Existen otras maneras de clasificar de los modelos matemáticos. Muestra algunos ejemplos.**

CAPITULO 4: CREACIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO

Introducción

Ahora que has leído el capítulo 3, seguramente ya tienes una idea de lo que es un modelo matemático y como se clasifican. Con el estudio del cuarto capítulo nos proponemos:

- **Conocer los pasos que constituyen las etapas fundamentales del proceso *cíclico* utilizado para construir un modelo matemático.**

Identificación del problema y estudio inicial

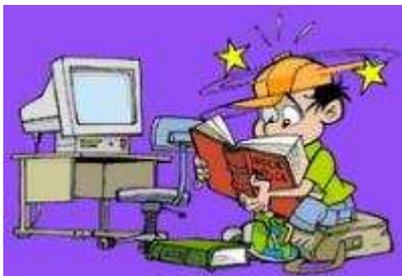


Ilustración 23: Identificación del problema.

Tomado de:

[www.phpwebquest.org/wq25/webquest/soporte tab...](http://www.phpwebquest.org/wq25/webquest/soporte-tab...)



Ilustración 24: Identificación del problema.

Tomado de:

<http://www.paisrural.org/molino/9/identificacion.htm>

Los siguientes pasos constituyen las etapas fundamentales del *proceso cíclico* utilizado para construir un modelo matemático:

1. **Identificación del problema y estudio inicial:** En este primer paso se debe identificar un problema o situación de la vida real, definir los términos del problema, entender las observaciones y las condiciones que influyen en él; esto es, tener una clara percepción de lo que se va a modelar.

Algunos expertos sugieren hacer una breve investigación sobre el tema, no sólo, por medio de libros, revistas, documentos disponibles en Internet, sino, a través de datos experimentales y de ser posible, entrevistas con especialistas en el área. Después de tener un profundo conocimiento de la realidad a modelar, se espera que se esté en capacidad de representar conceptualmente el problema sin ningún tipo de contradicciones lógicas ni de errores de análisis.

Expresar el problema en términos matemáticos

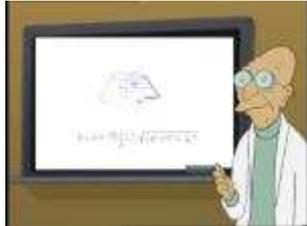


Ilustración 25: Expresar el problema en términos matemáticos.

Tomado de:

www.blogadicto-home.blogspot.com/



Ilustración 26: Expresar el problema en términos matemáticos

Tomado de :

matosas.typepad.com/.../2007/01/index.html

2. Expresar el problema en términos matemáticos:

En esta etapa es donde se da la “traducción” del fenómeno al lenguaje matemático, al formular el modelo matemático acerca del problema, se tiene que establecer el problema tan exactamente como sea posible, es decir, se debe expresar el problema en términos matemáticos. Los aspectos más importantes de esta etapa son:

- Identificar, seleccionar, y definir cuidadosamente los conceptos considerados como básicos en el análisis del problema.
- Identificar las variables (dependientes e independientes), las limitaciones o restricciones del problema, con el fin de eliminar la información innecesaria y simplificar el problema tanto como sea posible, tratando de no alterarlo (este paso implica hacer algunas aproximaciones o suposiciones).
- Seleccionar los símbolos apropiados para dichas variables.
- Describir las relaciones que se establecen en términos matemáticos.

En esta etapa se debe establecer de forma clara y correcta (desde el punto de vista matemático) las relaciones entre los elementos.

Resolver el modelo matemático.

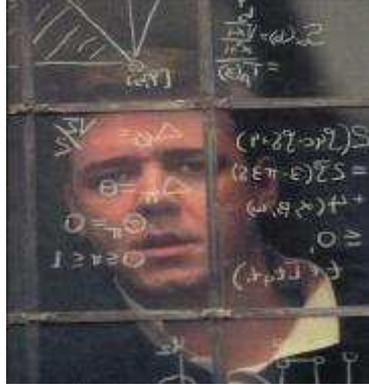


Ilustración 27: Resolver el modelo Matemático

Tomado de:

<http://sonidosdeverdad.blogspot.com/2006/03/una-mente-brillante-y-belleza.html>

3. Resolver el modelo matemático:

Se analiza el sistema matemático, utilizando conceptos, resultados y en general conocimientos matemáticos; para dicho análisis se necesita tener conocimiento sobre los elementos matemáticos usados en la formulación y resolución del modelo. Este análisis da lugar a teoremas, desde el punto de vista matemático y predicciones o conjeturas, desde el punto de vista empírico.

Interpretación y validación de datos o resultados.



Ilustración 28: Interpretación y validación de los resultados

Tomado de:

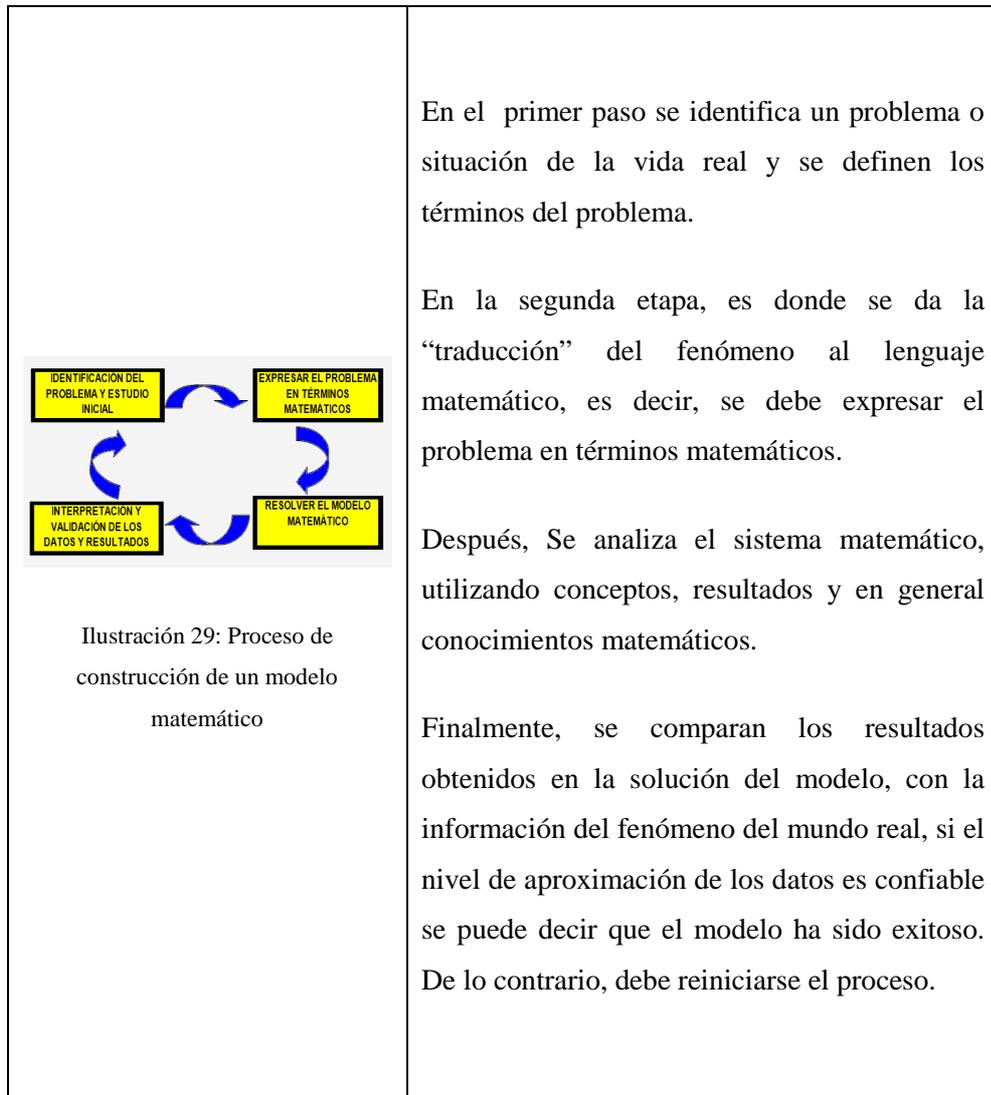
http://www.word-business.com/mm5/merchant.mvc?Screen=PROD&Store_Code=W&Product_Code=81FSVDGLT0101&Category_Code=list_serv

4. Interpretación y validación de datos o resultados:

En esta etapa se comparan los datos o resultados obtenidos en la solución del modelo, con la información del fenómeno del mundo real, si el nivel de aproximación de los datos es confiable podemos decir que el modelo ha sido exitoso. De lo contrario, es decir, si el modelo no atiende a las necesidades que lo generó debe reiniciarse el proceso, lo cual implica cambiar algunas hipótesis, variables, etc.

Es importante resaltar que un modelo matemático no representa exactamente una situación o fenómeno de la vida real; es sólo una idealización o una visión simplificada del fenómeno.

Diagrama de la construcción de un modelo



CAPITULO 5: MODELACIÓN MATEMATICA

Introducción

El estudio de los capítulos anteriores nos da una idea de lo que es un modelo, como se clasifican y cuáles son las etapas fundamentales para su construcción.

Con el estudio del quinto capítulo nos proponemos:

- **Conocer la estrategia de enseñanza denominada: Modelación Matemática**
- **Conocer los principios que fundamentan la estrategia.**

Modelización Matemática y Modelación Matemática



Ilustración 30:
Modelización Matemática

Tomado de:
<http://www.cmm.uchile.cl/dev/index.php>

La **Modelización Matemática** se puede definir como el conjunto de procedimientos necesarios para la obtención del modelo matemático.

Este proceso envuelve una serie de procedimientos a saber:

Elección del tema, reconocimiento de la situación problema, familiarización con el tema a ser modelado, formulación del problema, formulación de un modelo matemático, resolución del problema a partir del modelo, Interpretación de la solución y validación del modelo. En la enseñanza formal, algunos factores como el currículo, el horario de clases, el número de estudiantes por curso, entre otros, han llevado a efectuar algunas adaptaciones al proceso de modelización matemática como metodología de enseñanza, estableciendo un método que se denomina **modelación matemática**.

Al método que utiliza la esencia de la Modelización Matemática en cursos regulares, con programa, se denomina **modelación matemática**.

Su punto de partida es una situación problema, para efectos metodológicos preferiblemente de la vida real; la cual debe ser simplificada, idealizada, estructurada, sujeta a condiciones, suposiciones, y debe precisarse tanto como sea posible, de acuerdo con los intereses del que estudia la situación.

Esto conduce a una formulación del problema, que por una parte aún contiene características esenciales de la situación original, y por otra, está esquematizado y permite una aproximación utilizando medios matemáticos.

Diferencia entre Modelización y Modelación



Ilustración 31: Diferencia entre Modelización y Modelación

Tomado de:
lindasenorita.wordpress.com

La diferencia entre los términos modelización y modelación se hace necesaria ya que en ocasiones, el proceso de modelización no es posible desarrollarlo en todo su sentido en el aula de clase, en parte porque algunas de las situaciones del mundo real a las que se pueden ver enfrentados los estudiantes requieren de herramientas matemáticas, que no siempre se encuentran en correspondencia con el desarrollo de los contenidos del grado en el que se encuentra.

Por lo tanto, el docente debe realizar un proceso en dos sentidos, primero el de descontextualización y segundo el de recontextualización, de tal manera que la situación, sin perder su esencia e intencionalidad, se transforme en una situación que propicie el aprendizaje de los estudiantes.

La Modelación Matemática como estrategia de enseñanza



Ilustración 32: La modelación Matemática como estrategia de enseñanza

Tomado de:
<http://www.itc.mx/nuestroinst/galeria/MVC-106S.jpg>

Cuando se trabaja con modelación matemática el objetivo principal es que el aprendizaje de las matemáticas no se realice explorando las construcciones matemáticas en sí mismas, sino que se haga en un continuo contacto con las situaciones del mundo real.

Con su aplicación se espera:

Propiciar en el estudiante la integración de las matemáticas con otras áreas del conocimiento, interés por las matemáticas frente a su aplicabilidad, facilitar la aprehensión de los contenidos matemáticos, la capacidad para leer, interpretar, argumentar, proponer y resolver situaciones problema; en la búsqueda de soluciones y respuestas a estos problemas se estimula la creatividad, el trabajo individual y/o colectivo, la orientación para realización de la investigación y la capacidad para la redacción de esa investigación.

La modelación matemática como estrategia de enseñanza parte de un tema significativo y sobre él se desarrollan una serie de preguntas que deberán ser respondidas mediante el uso del conjunto de herramientas matemáticas y de la investigación sobre el tema.

Para desarrollar el contenido programático, el profesor elige un tema o situación problema de alguna área del conocimiento que sea de interés para los estudiantes, elabora un modelo matemático y lo adapta a la enseñanza.

Principios que fundamentan la estrategia



Ilustración 33: Elección del tema

Tomado de:

www.faq-mac.com



tomado de: www.equinoxio.org

En la construcción del modelo guía se deben tener en cuenta las siguientes etapas:

- a) **Elección del tema:** Se elige un tema o situación problema, que sea amplio, motivador y del que se puedan obtener datos o informaciones; el profesor puede pedir a los estudiantes que sugieran temas para una posterior elección, esto permitirá que se sientan partícipes del proceso.
- b) **Delimitación del problema:** Se diseñan algunas preguntas que permitan desarrollar el contenido del tema seleccionado, éstas pueden ser formuladas por el docente y pedir a los estudiantes sugerencias sobre lo que se puede estudiar, que ellos mismos indiquen los interrogantes; además, se puede proponer que realicen una investigación sobre el tema, en la Internet o por medio de una entrevista a un especialista en el área, o por el medio que ellos prefieran.

Formulación del problema



Ilustración 34: Formulación del problema

Tomado de:

www.oei.es/salactsi/mullin1.jpg



Ilustración 35: Modelación Matemática

Tomado de:

[www.uam.es/otros/hojavol/hoja13/
modelo13.html](http://www.uam.es/otros/hojavol/hoja13/modelo13.html)

c) **Formulación del problema:** Ésta es quizás la parte más importante y compleja del proceso, es aquí donde se da la *traducción* de la situación problema al lenguaje matemático, se pasa a plantear el problema, construyendo hipótesis, planteando ecuaciones u organizando los datos de la forma en que el contenido matemático lo requiere para la resolución del problema. En la formulación del problema es necesario:

- Clasificar las informaciones (relevantes y no relevantes)
- seleccionar las variables.
- Seleccionar los símbolos apropiados para dichas variables.
- Describir las relaciones que se establezcan en términos matemáticos.

Desarrollo del contenido y presentación de ejemplos

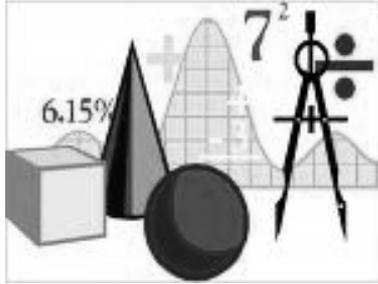


Ilustración 36: Desarrollo del contenido Matemático

Tomado de:

www.ed.gov/.../ORAD/KAD/expert_panel/2mathgr.gif



Ilustración 37: Presentación de ejemplos

Tomado de: blogs.sun.com

d) Desarrollo del contenido: En este momento se presenta el contenido matemático (los conceptos, las definiciones, los teoremas, las propiedades, etc.) estableciendo una conexión con la pregunta que generó el proceso.

e) Presentación de ejemplos: Después de desarrollar el contenido matemático suficiente o necesario para responder o resolver esta etapa, se proponen ejemplos análogos, ampliando el conjunto de aplicaciones, y para que el contenido no se restrinja al modelo, estos darán una visión más clara sobre el tema (concepto), supliendo deficiencias y llenando posibles lagunas en lo referente a la comprensión del contenido.

Formulación del modelo y resolución del problema



Ilustración 38: Solución del problema a partir del modelo

Tomado de: 3 www.pitodoble.com

f) Formulación del modelo y resolución del problema a partir del modelo: Ya se cuenta con un problema en términos matemáticos y con el contenido matemático necesario para resolverlo, en esta etapa se pasa a analizar la situación con las herramientas matemáticas que se tienen. Se elabora un modelo que permita dar solución al problema que generó el proceso, y además, que sirva para encontrar otras soluciones o hacer predicciones.

Se debe concluir esta etapa con un conjunto de expresiones aritméticas y fórmulas, ecuaciones algebraicas, gráficas o representaciones que lleven a la solución o permitan deducir una.

Interpretación y validación de los resultados



Ilustración 39: Interpretación y validación

Tomado de:
rosemarilogiketc.spaces.live.com

g) Interpretación y validación: Se debe analizar, evaluar e interpretar los resultados en relación con la situación original, esto permite una mejor comprensión o discernimiento de los resultados obtenidos.

Estas siete etapas no necesitan ser implementadas en una única clase, se pueden planificar para diversas clases en un periodo lectivo. Por ejemplo, las dos primeras etapas en una clase y dejando como tarea, hacer una investigación sobre el tema seleccionado, las tres etapas siguientes en una segunda clase, y las dos últimas etapas, en el momento en el que el docente juzgue que los estudiantes ya alcanzaron el objetivo (aprendieron el contenido propuesto)

CAPÍTULO 6: EJEMPLO ILUSTRATIVO

Elección del tema



Ilustración 40: Pollos de engorde

Tomado de:

www.jpe.org/pics/systems/voerp_an_1.jpg



Ilustración 41: Gallina de engorde

Tomado de:

www.hubbardbreeders.com

Teniendo en cuenta los siete pasos que fundamentan el proceso de la Modelación Matemática como método de enseñanza, se debe en primer lugar seleccionar un tema; para el ejemplo será: los pollos de engorde.

1. Elección y exposición del tema: Se empieza la clase haciendo una breve exposición sobre el tema.

La carne de pollo es rica en proteínas de alta calidad, vitaminas y minerales, y su consumo aporta poca carga calórica y colesterol, por ser baja en grasa es mucho más saludable que la de otras especies de animales.

Hoy en día, las técnicas de crianza y comercialización de estas pequeñas aves han convertido su carne en uno de los ingredientes más utilizados en la cocina diaria.

La producción avícola, es importantes no sólo a nivel familiar sino industrial; esto ha llevado a las empresas y/o granjas productoras de esta carne y en general de productos avícolas a mejorar su calidad y al mismo tiempo a minimizar el costo de producción sin comprometer la calidad de la carne.

Delimitación del problema

EDAD Días	PESO Gramos	CONSUMO DE RACIÓN Gramos
7	100	84
14	260	259
21	480	378
28	760	525
35	1050	605
42	1340	672
49	1640	749
56	1940	791

Tabla 1: relación edad, peso y consumo

La tabla muestra el peso y el consumo de ración de los pollos en función de los días de vida.

2. Delimitación del problema: Se selecciona una o varias preguntas que permitan desarrollar el contenido matemático que se quiera tratar. Para el ejemplo la pregunta será: ¿Cuál es la edad en la que los pollos alcanzan su peso máximo?

Formulación del problema

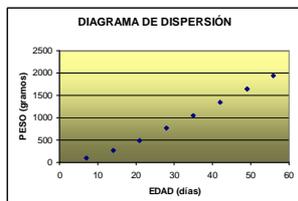


Ilustración 42: Diagrama de dispersión

3. Formulación del problema: se debe formular el problema en términos de un modelo matemático.

Para el ejemplo, se tiene que buscar una relación entre los factores (variables) que inciden en el aumento de peso de los pollos, los cuales son la edad y la cantidad de alimento consumido y si es posible predecir el comportamiento de una de ellas en función de la otra. Además, se debe elegir los símbolos apropiados para denominar estas variables. Así: t : días de vida, p : peso y $p(t)$ el peso en función del tiempo.

Con los datos de la tabla 1 se puede realizar un diagrama de dispersión que se muestra a la izquierda de esta sección.

Donde cada punto es un valor particular de la variable aleatoria bidimensional (x, y) , de este diagrama se puede deducir que el peso aumenta con la edad, es decir, que la edad y el peso están en relación directa o creciente.

Se debe construir una función que represente lo mejor posible los datos, eso significa construir una expresión algebraica que revele las tendencias de todo el conjunto y que pase por los puntos que se consideran en el gráfico.

Pero, ¿qué es una función? ¿Cuál es la función que representa mejor los datos? ¿De qué tipo será?, es en este momento en donde se pasa a la siguiente etapa.

Desarrollo del contenido



Ilustración 43: Desarrollo del contenido matemático

Tomado de:

<http://www.iesdolmendesoto.org/wiki/imagenes/b/b9/Refuerzo.jpg>

4. Desarrollo del contenido: se presenta el contenido matemático necesario para desarrollar la pregunta; función, dominio, rango, función lineal, ecuación de una función lineal, gráfica de una función lineal, pendiente e interpretación de la pendiente, etc.

Presentación de ejemplos



Ilustración 44: Presentación de ejemplos análogos

Tomado de:

http://ccp.ucr.ac.cr/cursos/demografia_03

[/Imagenes.gif](#)

5. Presentación de ejemplos: La presentación de ejemplos se hace para ampliar el conjunto de aplicaciones y para evitar que el contenido se restrinja al problema planteado. Se puede mostrar diferentes relaciones funcionales, algunas funciones elementales y sus propiedades.

Formulación de un modelo matemático

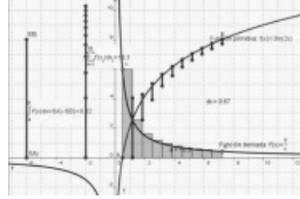


Ilustración 45: Formulación de un Modelo Matemático

Tomado de:

<http://enmarchaconlasti.c.educarex.es/wp-content/uploads/2008/02/integral.jpg>

6. Formulación de un modelo matemático y resolución del problema a partir del modelo.

Si se piensa en una función lineal, se sabe que dos puntos del plano determinan una recta, por tanto es necesario escoger dos puntos. ¿Cualquiera de ellos? No. Hay que recordar que la función debe ajustar lo mejor posible los datos, por esto, se debe elegir dos puntos de modo que la recta que los contenga sea la más próxima posible a los puntos restantes. Si la función es lineal, esta debe ser de la forma $p = at + b$, donde se tiene que hallar el valor de los parámetros a y b . Si se escogen los puntos $(14, 260)$ y $(49, 1640)$, reemplazando p y t por las respectivas coordenadas de los puntos resulta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 260 = 14a + b \\ 1640 = 49a + b \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se tiene que $a = 39.42$ y $b = -292$. Por tanto la expresión algebraica de la función de primer grado es:

$$p = 39.42t - 292, 1 \leq t \leq 56$$

Donde p representa el peso de los pollos en gramos y t es la edad en días. Pero, ¿será esta la función que mejor representa o se ajusta a los datos? La respuesta es No. En esta parte del proceso, la utilización de algunos recursos didácticos como las calculadoras gráficas o algún tipo de software puede ser de ayuda.

Resolución del problema a partir del modelo 1/6

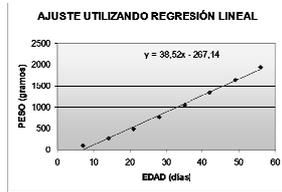


Ilustración 46: Ajuste lineal de los datos

Se ha obtenido la función $p = 39,42 t - 292$, $1 \leq t \leq 56$ pero esta no es la función lineal que mejor representa los datos, con la ayuda de Excel podemos obtener dicha función, la cual es; $y = 38,52x - 267,14$ y el ajuste se muestra en la gráfica de la presente sección. Este tipo de ajuste, es útil para encontrar nuevos valores situados entre los que ya se conocen (interpolar), pero es poco útil para encontrar valores alejados del rango de los datos utilizados (extrapolar), no hay que olvidar que el objetivo es estudiar cuál de los modelos funcionales se adapta mejor a la situación planteada (que tipo de función se adapta mejor a la situación planteada). Es importante analizar los significados de los parámetros, dominio y ritmo de crecimiento.

- El parámetro a , la pendiente (tangente del ángulo de inclinación o razón de cambio) representa la tasa media semanal de aumento de peso de los pollos. Es decir, que los pollos están aumentando de peso a un ritmo de 39,42 gramos por semana. Si la función es lineal, implica que el ritmo de aumento de los pollos es constante. **¿Es esto cierto?**
- El dominio de la función es el conjunto $\{t : 7 \leq t \leq 56\}$, para otros valores de t los cálculos no tienen sentido, por ejemplo si se piensa en el momento del nacimiento de los pollos. **¿Qué pasa con la variable p ?**

Resolución del problema a partir del modelo 2/6

EDAD (días)	TASA DE AUMENTO DE PESO (gramos)
7	
14	160
21	220
28	280
35	290
42	290
49	300
56	300

Tabla 2. relación edad y aumento en peso según ajuste lineal

Para responder la primera pregunta planteada anteriormente se calcula la tasa de aumento de peso semana a semana, obteniendo la tabla que se ilustra a la izquierda.

De la cual se puede inferir que el aumento de peso no es constante, esto indica que la función que representa el aumento de peso en relación al tiempo no es lineal.

Dado que este tipo de función no es la adecuada; se debe pensar en otro tipo de función, por ejemplo una función de segundo grado.

Este es el momento preciso para desarrollar el contenido matemático relativo a la función de segundo grado, su ecuación y su gráfica, raíces, propiedades, aplicaciones, etc.

Resolución del problema a partir del modelo 3/6

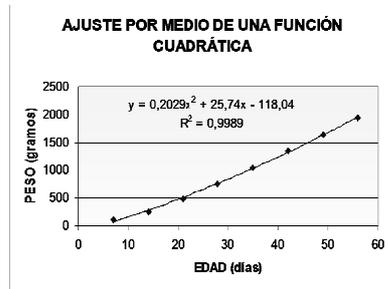


Ilustración 47: Ajuste de datos mediante función cuadrática

Si la función es de segundo grado, debe ser de la forma $p(t) = at^2 + bt + c$, para encontrar la expresión analítica necesitamos los valores de tres parámetros, a, b, c para esto se debe considerar tres puntos cualquiera, sean estos: $(14,100), (28,760), (42,1340)$,

reemplazando resulta el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 196a + 14b + c = 100 \\ 784a + 28b + c = 760 \\ 1764a + 42b + c = 1340 \end{cases}$$

Resolviendo el sistema se obtienen los parámetros:

$a = -0,2041$, $b = 55,7143$, $c = -640$ y por tanto la ecuación de la función estaría dada por:

$$p(t) = -0,2041t^2 + 55,7143t - 640, \quad 1 \leq t \leq 56.$$

Pero, al igual que en el ajuste lineal ésta no es la función cuadrática que mejor representa los datos, utilizando Excel se puede encontrar dicha función, la cual es: $y = 0,2029x^2 + 25,74x - 118,04$ gráficamente el ajuste es el mostrado en la gráfica de la izquierda.

Resolución del problema a partir del modelo 4/6

EDAD (días)	TASA DE AUMENTO DE PESO (gramos)
7	
14	210
21	229,89
28	249,78
35	269,66
42	289,54
49	309,43
56	329,31

Tabla 3. relación edad y aumento de peso según ajuste por función cuadrática

A primera vista el ajuste parece ser muy bueno, veamos que pasa con el ritmo de aumento de peso de los pollos. Para esto se calcula la diferencia $p(t) - p(t - 1)$, cuyos valores aparecen en la siguiente tabla.

De los resultados obtenidos en la tabla 3 se puede deducir que el aumento de peso ya no es constante, pero presenta diferencias significativas con relación a los datos verdaderos. (Ver tabla 2).

Por lo anterior, se debe seguir en la búsqueda de una función que represente un comportamiento más próximo a la realidad.

En esta etapa se debe presentar el contenido matemático relativo a funciones de grado mayor que dos.

Resolución del problema a partir del modelo 5/6

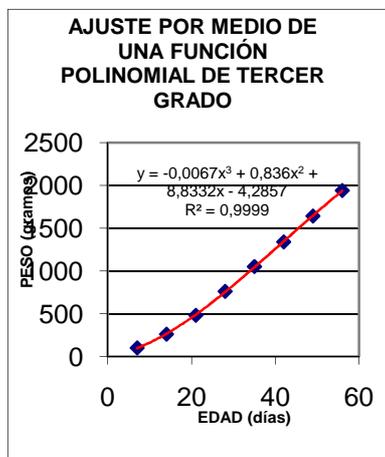


Ilustración 48: Ajuste mediante función polinómica

Si se piensa en una función polinomial de tercer grado:

$$p(t) = at^3 + bt^2 + ct + d,$$

utilizando Excel, se obtiene la siguiente ecuación:

$$p(t) = -0,0067t^3 + 0,836t^2 + 8,8332t - 4,2857$$

Gráficamente el ajuste es el ilustrado en la primera gráfica de la izquierda.

Resolución del problema a partir del modelo 6/6

EDAD (días)	TASA DE AUMENTO DE PESO (gramos)
7	
14	168,63
21	222,98
28	263.55
35	290.34
42	303.29
49	302.50
56	287.91

Tabla 4. relación edad y aumento de peso según ajuste por función polinómica

La función obtenida se aproxima mucho mejor a los datos reales que las anteriores, analicemos el ritmo de cambio de peso de los pollos, la tabla 4 nos muestra los valores.

El máximo aumento logrado es de 303,29 gramos y se da a los 42 días de vida, a partir de allí, aunque el pollo sigue aumentando de peso, la tasa de aumento de peso disminuye, por tanto la ración de alimento que le corresponde a este animal podría ser aprovechada por otro, lo cual permite concluir que los pollos deben sacrificarse después de los 42 días de vida.

Interpretación de la solución y validación del modelo

7. Interpretación de la solución y validación del modelo.

En esta etapa del proceso se busca junto con los estudiantes verificar la validez de los resultados. Una posibilidad puede ser visitar una granja, entrevistar a un especialista en la materia o que los estudiantes busquen referencias bibliográficas o información en la Internet.

CAPÍTULO 7: ACTIVIDADES, REFERENCIAS, CRÉDITOS, Y AGRADECIMIENTOS

ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE

En los capítulos 5 y 6 se estudio la modelación matemática y se analizó un ejemplo ilustrativo de cómo se utiliza este método, esta actividad de aprendizaje se propone reforzar la comprensión de estos conceptos.

- Crear un modelo matemático que permita establecer el crecimiento diario de una ballena azul o del animal que usted desee.
- En base a la información suministrada en la página:

<http://www.minminas.gov.co/minminas/sectores.nsf/2a84e89f4d73f130052567be0052c75a/0f8cf4749f0ccd630525733900756caf?OpenDocument>,

elabore un modelo matemático que permita predecir el precio de la gasolina en el mes Diciembre de 2008.

¿Se puede utilizar este modelo para predecir el precio de la gasolina en agosto de 2010?

¿Es este modelo confiable?

BIBLIOGRAFÍA

- Alfaro, C. (2006). Cuadernos de investigación y formación en educación matemática: Las ideas de Polya en la resolución de problemas. <http://www.cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno1/Cuadernos%201%20c%202.pdf>
- Barrantes, H. (2006). Resolución de problemas, el trabajo de Alan Schoenfeld, Centro de investigaciones matemáticas y meta-matemáticas, UCR. www.cimm.ucr.ac.cr/hbarrantes
- Biembengut, M. Hein, N. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clases de matemáticas, V festival internacional de Matemática de costa a costa 2006. <http://www.cientec.or.cr/matematica/pdf/P-2-Hein.pdf>
- Biembengut, M. Hein, N. (2003) Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas, <http://cecte.ilce.edu.mx/docs/mate/modelacion.pdf>
- Biembengut, M. Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los desafíos para enseñar matemática. <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/405/40516206.pdf>
- El mundo de los modelos matemáticos, www.fundacionpolar.org/matematica2
- Mesa, Y. Villa, J. (2007). Elementos históricos, epistemológicos y didácticos para la construcción del concepto de función cuadrática, tomado de la Revista Virtual Universidad Católica del norte, http://www.ucn.edu.co/portal/uzine/volumen21/articulos/5_Funciones_cuadr%C3%A1ticas.pdf
- Modelo Matemático”. Artículo publicado en “Wikipedia la enciclopedia libre”, al http://es.wikipedia.org/wiki/Modelo_matem%C3%A1tico.
- Nieto, J. (2004) Talleres de Formación matemática: Resolución de problemas matemáticos. <http://ommcollima.uco.mx/guias/TallerdeResolucionproblemas.pdf>

CRÉDITOS

Los presentes contenidos fueron elaborados por Katerine Lebaza (katherinz9@gmail.com) y Diego Fernando Majin (diegomajin@gmail.com), como parte del trabajo de grado titulado: **Estrategia metodológica basada en la Modelación Matemática para la enseñanza del concepto de función en la educación media, apoyada en la plataforma tecnológica del proyecto REDUMAC**, para optar a los títulos de Licenciada en Matemáticas y Matemático respectivamente, bajo la dirección del Dr. Carlos Alberto Trujillo Solarte.

Los usuarios de estos contenidos:

- Deberán reconocer los créditos del objeto de aprendizaje de la forma especificada los autores.
- Podrán copiar, distribuir, y comunicar públicamente el objeto de aprendizaje.
- No podrán hacer uso comercial del objeto de aprendizaje, ni cobrar por su acceso.
- Si producen una obra nueva a partir de estos contenidos, deberán liberarla bajo licencia Creative Commons Attribution Non Commercial ShareAlike 2.5 Colombia.
- Si realizan modificaciones a la obra original, deberán informar y compartir dichos cambios a los autores.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la participación y colaboración de las siguientes personas y organizaciones, para la construcción de los contenidos de este curso:

- Al Ingeniero Mario Fernando Solarte por su valiosa colaboración, dedicación y entrega en el diseño y construcción de este objeto de aprendizaje, quien además se desempeñó como asesor de toda la propuesta.
- Al profesor Carlos Trujillo, por su trabajo como director de la propuesta.
- Al profesor Ángel Hernán Zúñiga por sus valiosos aportes para el mejoramiento de la estrategia metodológica.
- Al monitor Javier Ordóñez por su trabajo en la elaboración y empaquetado del objeto de aprendizaje.
- A todas aquellas personas que siguieron semana a semana los contenidos de este curso.
- A la **Universidad del Cauca** y al **proyecto E-LANE** por el alojamiento de este contenido y el soporte para el ofrecimiento del curso virtual en el servidor EVA.

Y en especial a todas las personas que de alguna manera han contribuido a nuestra formación integral a lo largo de nuestra carrera.

8.3 ANEXO 3: Foro social

Ilustración 49: Foro social

Inicio | Cursos | Comunidades | Panel de control | **Modelación Matemática**

Principal | Agenda digital | Documentos | Participantes | Actividades | Admin

Foro Foro Social: Presentación personal

• [Regresar a Foro Social](#)

Mostrar como: Buscar:

 [Solicitar notificaciones](#)

▼ **1: Presentación personal**

Enviado por [Katerine Lebaza](#) on 01/12/08 12:12

Hemos abierto este espacio, para que todos y cada uno de los participantes hagan una breve exposición sobre su persona.

¿Quién eres?, ¿estudias o trabajas?, ¿qué y dónde?, ¿cuáles son tus expectativas con el curso? y cualquier otra información que quieras compartir.

▼ **2: Re: Res: Presentación personal (response to 1)**

Enviado por [Eduar Ordoñez Meza](#) on 01/12/08 13:18

Mi nombre es Eduar, soy de Granada (Nariño), tengo 26 años actualmente estudio en la unicauca licenciatura en Matemáticas, en noveno semestre, me gusta el deporte en tanto que lo practico y lo observo en tv, en cuanto a un comida favorita una bandeja paisa.

Las expectativas como en todo curso siempre es aprender algo novedoso; en esta ocasión espero o me imagino esta relacionado con el modelo de situaciones cotidianas de contextos significativos a partir de las matemáticas y desde luego compartir con otros compañeros cuestiones académicas relacionadas a las matemáticas.

▼ **3: Re: Res: Presentación personal (response to 1)**

Enviado por [Oliveres Quigua Becerra](#) on 02/12/08 14:03

Hola a todos , mi nombre es Oliveres Quigua, vivo en las Cruces Timbio, estudiante de el programa de licenciatura en matematicas de unicauca, en este momento solo me dedico a estudiar; en cuanto al curso espero sea provechoso para nuestra formacion, tanto profesional como personal.

8.4 ANEXO 4: Foro hablando de modelos

Ilustración 50: Foro, hablando de modelos, un mejor modelo matemático

Inicio | Cursos | Comunidades | Panel de control | **Modelación Matemática**

Principal | Agenda digital | Documentos | Participantes | Actividades | Admin

Foro Hablando de modelos...: Un mejor modelo...

• [Regresar a Hablando de modelos..](#)

Mostrar como: Buscar:

 Solicitar notificaciones

▼ 1: Un mejor modelo...

Enviado por Mario F. Solarte S. on 10/12/08 17:43

Para romper el hielo (y a solicitud de Katerine y Diego que en estos momentos no tienen acceso a Internet) propongo un ejercicio bastante simple:

A continuación se adjunta la figura 2.8 de los contenidos del curso.

¿Crees que es la mejor representación del concepto "modelo matemático"?

¿Puedes adjuntar una imagen que represente de manera más adecuada dicho concepto?

Como premio, la mejor respuesta será incluida en la versión 2.0 de los contenidos de este curso....así que ¡a participar!

Archivos adjuntos:

- [Modelo matemático](#)

▼ 2: Un mejor modelo... (response to 1)

Enviado por Eduar Ordoñez Meza on 11/12/08 15:47

Si bien es cierto la representación de alguna forma muestra un ejemplo ilustrativo de lo que es un modelo matemático, considero que no es la mejor representación del concepto de modelo matemático argumento que desde luego la encuentro en la siguiente definición:

Un modelo matemático es una representación de la realidad, es una expresión simplificada y generalizada de las características de una situación, fenómeno, objeto o sistema del mundo real. Es una abstracción de la realidad, la cual se expresa a través de símbolos, números, palabras, diagramas o gráficos.

Los modelos matemáticos son importantes pues permiten formarnos conceptos de la realidad, al ser más simples y específicos que ésta.1

Terminado

8.5 ANEXO 5: Foro sugerencias: mejoras al diseño del curso

Ilustración 51: Foros sugerencias, mejoras al diseño del curso

Inicio | Cursos | Comunidades | Panel de control | **Modelación Matemática**

Principal | Agenda digital | Documentos | Participantes | Actividades | Admin

Foro Sugerencias...: Comentarios sobre el curso

• [Regresar a Sugerencias...](#) Buscar:

Solicitar notificaciones

▼ 1: [Comentarios sobre el curso](#) Contestar | Reenviar | Editar | Eliminar | Mover hilo a otro foro | Mover hilo a otro t

Enviado por [Rene Chilito Burbano](#) on 30/01/09 13:41

Creo que el EVA es una plataforma muy útil y que es una gran herramienta, pero me gustaría que los cursos tuvieran una versión en pdf para poder descargar y así no tener que conectarse a internet, cada vez que uno vaya a leer los contenidos del curso.

Me gustaría que como apoyo para los usuarios del curso, se ponga a su disposición material de referencia, para poder descargarlo y así ampliar los contenidos curso.

8.6 ANEXO 6: Preguntas más frecuentes

P: ¿Cuándo empieza el curso?

P: ¿Cuándo finaliza el curso?

P: ¿Hasta cuándo estarán disponibles los contenidos del curso?

P: ¿Qué pasará con el curso después del 19 de diciembre?

P: ¿Cómo se llama el curso?

P: ¿A quién va dirigido el curso?

P: ¿Cuál es el requisito para tener acceso a los contenidos del curso?

P: ¿Hay que diligenciar algún formulario para inscripción al curso?

P: ¿Cómo se evaluará el curso?

P: ¿Quién tiene derecho a recibir la certificación de participación en el curso?

P: ¿Hay que pagar los derechos de certificación del curso?

P: ¿Cuáles son los propósitos del curso?

P: ¿Cuál será la dinámica de desarrollo del curso?

P: ¿Cuales son los temas del curso?

P: ¿Dónde puedo ver un manual sobre uso de los servicios de EVA? P: ¿Cuál es el cronograma sugerido para el desarrollo del curso?

P: ¿Debo diligenciar la encuesta inicial o final?, dónde la consigo y cómo la entrego?

P: ¿Cuándo empieza el curso?

A: El curso "MODELACIÓN MATEMÁTICA" inicia formalmente el lunes primero de diciembre noviembre de 2008.

P: ¿Cuándo finaliza el curso?

A: De manera formal, el curso culmina el viernes 19 de diciembre de 2008.

P: ¿Hasta cuándo estarán disponibles los contenidos del curso?

A: Los contenidos del curso, siempre estarán disponibles para los usuarios de EVA.

P: ¿Qué pasará con el curso después del 19 de diciembre?

A: Si bien los contenidos del curso estarán disponibles siempre, a partir del 20 de diciembre, los responsables del curso no se comprometen en adelantar las actividades

de acompañamiento y asesoría a los participantes. El curso se podrá seguir desarrollando luego de dicha fecha, con la interacción y aporte de los participantes.

P: ¿Cómo se llama el curso?

A: El curso oficialmente se denomina modelación matemática, la socialización de éste, en EVA hace parte de los objetivos del trabajo de grado denominado Estrategia metodológica basada en la Modelación Matemática para la enseñanza del concepto de función en la educación media, apoyada en la plataforma tecnológica del proyecto REDUMAC.

P: ¿A quién va dirigido el curso?

A: El curso está dirigido, en primera instancia, a cualquier persona que le apasione la matemática y a quienes quieran conocer otra alternativa de enseñanza, y para propósitos particulares, a quienes ejercen o desean ejercer la profesión de la docencia, ya que como su nombre lo indica, ésta es una guía metodológica basada en la modelación matemática, sin pretender excluir a docentes de otras áreas, ya que la estrategia se puede aplicar a cualquier área del conocimiento y en cualquier nivel de escolaridad.

P: ¿Cuál es el requisito para tener acceso a los contenidos del curso?

A: El único requisito para tener acceso a los contenidos del curso, es tener cuenta para ingresar al Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) de la Universidad del Cauca, o enviar a katherinz9@gmail.com ó diegomajin@gmail.com una solicitud para registrarse.

Se aceptarán como solicitudes de participación en el curso, las realizadas hasta las 6:00 p.m. del viernes 5 de diciembre de 2008.

P: ¿Hay que diligenciar algún formulario para inscripción al curso?

A: Para facilitar la participación de personas que no necesariamente sean expertos en manejar herramientas de Internet, para esta versión del curso no se ha fijado como condición el hecho de diligenciar un formulario previo, basta con hacer la solicitud por correo electrónico a katherinz9@gmail.com ó diegomajin@gmail.com

P: ¿Cómo se evaluará el curso?

A: Las actividades corresponderán al 60%. La participación en los foros equivale al 40% de la valoración final.

P: ¿Quién tiene derecho a recibir la certificación de participación en el curso?

A: Las condiciones para emitir una certificación de participación en el curso, en su orden son:

- Haber desarrollado al menos el 70% de las actividades de aprendizaje obligatorias del curso.
- Haber participado en al menos el 80% de las actividades que involucran la participación en los foros.
- Haber diligenciado la encuesta final del curso.

P: ¿Hay que pagar los derechos de certificación del curso?

A: Los derechos de certificación del curso NO requieren inversión económica.

P: ¿Si he cumplido con los requisitos establecidos, cómo puedo acceder al Certificado?

A: Habrán dos maneras de acceder al certificado:

- 1.- Puede ser enviado a tu correo en un formato para imprimir (jpg, pdf, etc). Esta versión digital incluirá las firmas escaneadas de los responsables del curso y personas que avalan el curso.
- 2.- Debes confirmar a los responsables del curso Katerine Lebaza (katherinz9@gmail.com) o Diego Majin (diegomajin@gmail.com) y manifestar que deseas tu certificado físico. Una vez el certificado esté listo te será informara el lugar, la hora y fecha en la que puedes pasar a recibirlo.

P ¿Cuáles son los propósitos del curso?

A: Es propósito de este curso, socializar la estrategia metodológica fundamentada en la modelación matemática para la enseñanza del concepto de función y diferentes aplicaciones en la educación media.

P: ¿Cuál será la dinámica de desarrollo del curso?

A: La dinámica es bastante sencilla y se da a conocer junto a los contenidos, en resumen:

- El curso está dividido en capítulos y secciones que serán publicados desde el inicio del curso.
- Al final de algunos capítulos encontraras actividades de aprendizaje para reforzar los conocimientos y destrezas que queremos desarrollar en los participantes.
- Dentro de las actividades, hay algunas que son de carácter obligatorio, pues el desarrollo de éstas harán parte de la evaluación.

P: ¿Cuales son los temas del curso?

A: A continuación, se expone una lista de los temas que constituyen el curso:

- Introducción
 - Presentación
 - Ubicación
 - Objetivos
 - Población objetivo y requisitos
 - Metodología
 - Recomendaciones generales
- Modelos y Modelos Matemáticos
 - Introducción
 - Definición de Modelo y Modelo Matemático
 - Tipos de Modelos

Modelos Icónicos

Modelos Análogos y simbólicos

Modelos físicos y Modelos matemáticos

Actividades de aprendizaje

- Clasificación de los Modelos Matemáticos

Modelos Predictivos

Modelos evaluativos y de optimización

Modelo lineal y no lineal

Modelo Determinístico y Probabilístico

Actividades de Aprendizaje

- Creación de un Modelo Matemático

Identificación del problema y estudio inicial

Expresar el problema en términos matemáticos

Resolver el modelo matemático

Interpretación y validación de datos o resultados

Diagrama de la construcción de un modelo

- Modelación Matemática

Introducción

Modelización Matemática y Modelación Matemática

Diferencia entre Modelización y Modelación

La Modelación Matemática como estrategia de enseñanza

Principios que fundamentan la estrategia

Formulación del problema

Desarrollo del contenido y presentación de ejemplos

Formulación del modelo y resolución del problema

Interpretación y validación de los resultados

- Ejemplo ilustrativo: elección del tema

Delimitación del problema

Formulación del problema

Desarrollo del contenido
Presentación de ejemplos
Formulación de un modelo matemático
Resolución del problema a partir del modelo (1/6 - 6/6)
Interpretación de la solución
Interpretación de la solución y validación del modelo Elección del tema

- Actividades y referencias

Actividades de aprendizaje
Referencias bibliográficas
Créditos
Agradecimientos

P: ¿Dónde puedo ver un manual sobre uso de los servicios de EVA?

A: Un manual multimedia sobre uso de los servicios de EVA se puede ver en línea visitando el siguiente link:

<http://eva.unicauca.edu.co/dotLRN%20Manual/ManualBasicoUsuarioEVA.pdf>

P: ¿Cuál es el cronograma sugerido para el desarrollo del curso?

A: Para el desarrollo del curso y la elaboración de las actividades de aprendizaje te proponemos el siguiente cronograma:

Del 1 al 5 de diciembre, capítulos 1, 2 y 3.

Del 9 al 13 de diciembre, capítulos 4 y 5.

Del 15 al 19 de diciembre capítulos 6 y 7.

Los contenidos del curso siempre estarán a disposición de los usuarios de EVA, inscritos en él, acceso a la plataforma es permanente, todos los días de la semana, 24 horas por día, así que se pueden acceder a ellos en cualquier momento.

P: ¿Debo diligenciar una encuesta inicial o final?, ¿dónde la consigo y cómo la entrego?

A: Para los autores del curso es importante conocer el perfil de sus usuarios, para la publicación de los resultados en el informe final, razón por la cual se sugiere diligenciar la encuesta final, pues es el instrumento a través del cual se obtiene dicha información.

Recuerden que para los usuarios que deseen certificación, el diligenciamiento de la encuesta final es de carácter obligatorio.

La información sobre donde se puede conseguir el instrumento se publicara al finalizar el curso.

Una vez descargado el archivo y diligenciado fuera de línea, se debe subir a EVA a través del enlace Enviar respuesta que se encuentra en la misma ruta de donde se descargo, o enviar al correo electrónico de los autores del curso.

8.7 ANEXO 7: Instrumento para la evaluación del curso virtual, encuesta final

Ilustración 52: Encuesta final, evaluación del curso

The screenshot displays the interface of the EVA (Entorno Virtual de Aprendizaje) system. At the top, there is a header with the Universidad del Cauca logo on the left, a central banner image of a building, and the 'evo' logo on the right. Below the header, the text 'EVA - Entorno Virtual de Aprendizaje' is centered, with the date 'Miércoles, 20 de Mayo de 2009' on the right. A navigation bar includes 'Inicio', 'Cursos', 'Comunidades', 'Panel de control', and 'Modelación Matemática' (which is highlighted). Below this, a secondary navigation bar contains 'Principal', 'Agenda digital', 'Documentos', 'Participantes', 'Actividades', and 'Admin'. The main content area is titled 'Encuesta final' and contains the following text:

Estimados compañeros, les solicitamos el favor de diligenciar la encuesta que se encuentra en la sección de actividades, la información que proporcionen es de carácter confidencial y será utilizada únicamente con fines académicos para la publicación de los resultados en el informe final y la evaluación del curso.

Nota: Para los participantes que hayan finalizado el curso y desean recibir el certificado de participación, es estrictamente necesario que respondan la encuesta.

Muchas gracias.

Enviado por [Diego Majin](#)

- [Añadir comentario](#)
- [Revisar](#)

At the bottom of the page, the word 'Terminado' is displayed.

Instrumento para la evaluación del curso virtual

La información que proporciona es de carácter confidencial y será utilizada únicamente con fines académicos para la publicación de los resultados en el informe final y la evaluación del curso.

Esta encuesta está dividida en dos secciones, en la primera se indaga sobre las apreciaciones de los participantes, así como información de carácter personal, en la segunda sección, se indaga sobre aspectos técnicos del curso (diseño, contenidos, actividades, etc.).

INSTRUCCIONES

- Ésta encuesta debe ser diligenciada por los participantes que hayan finalizado el curso.
- Lea atentamente los enunciados y preguntas antes de responderlas, siga las indicaciones que en ellos encuentre.

La información de los siguientes dos campos, es necesaria para expedir los certificados de participación del curso (si usted no está interesado en recibir certificado, no es necesario que proporcione dicha información):

1. Nombre completo	
2. Número de Cédula	

SECCIÓN I

Datos personales

Por favor responde la siguiente información:

3. Correo electrónico		
4. País y ciudad de residencia		
5. Edad		
6. Idioma		
7. Máximo Nivel de escolaridad alcanzado	Primaria	()
	Secundaria	()
	Superior	()
	Postgrado	()
8 Indica para tu último nivel de escolaridad	Institución	
	Programa	
	Año	
9. Profesión u oficio		

10. Indica por favor tu motivación para desarrollar este curso:

--

Tecnología

Conteste las siguientes preguntas, seleccionando con **X** la respuesta según corresponda:

	Sí	No
11. ¿Tienes experiencia en educación virtual?		
12. ¿Antes de comenzar este curso, habías participado en foros o grupos de noticias?		
13. ¿Antes de comenzar este curso, habías usado herramientas de conversación en línea como chats?		
14. ¿Antes de comenzar el curso, tenías experiencia en el uso y manejo de EVA?		
15. ¿Tienes computador en casa?		

Ordena de mayor a menor según la frecuencia de uso que hace de cada uno de los siguientes elementos (1 = el más frecuente 5 = el menos frecuente)

16. Normalmente accede a Internet:

- Varias veces al día ()
- Una vez al día ()
- Entre 4 y 6 veces a la semana ()
- Entre 2 y 3 veces a la semana ()
- Entre una y 2 veces cada 15 días ()
- Una vez al mes ()
- Menos de una vez al mes ()

17. Regularmente el acceso a Internet lo hace:

- Desde tu casa ()
- Desde tu trabajo ()
- Desde tu lugar de estudio ()
- Desde un café Internet o telecentro ()
- Desde la casa de un amigo o conocido ()
- Otro:

Preferencias educativas

Señale frente a cada afirmación, la alternativa que más represente su forma de pensar:

	Muy de acuerdo	De acuerdo	Neutro	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
18. Creo que la calidad de la educación depende de la comunicación entre los estudiantes y los profesores					
19. Creo que mi éxito educativo depende de la excelencia de mis profesores					
20. Creo que mi éxito educativo depende de mi propia capacidad					
21. Creo que los profesores son socios en el proceso de aprendizaje					
22. Creo que mi éxito educativo depende de qué tanto me empeño en mi trabajo educativo					
23. Creo que la suerte puede jugar un papel importante si deseo conseguir un buen resultado					
24. Creo necesario tener gran respeto por los profesores					
25. Me gusta la discusión abierta en el salón de clase					
26. Un buen profesor tiene las respuestas a todas mis preguntas					
27. Me siento cómodo haciendo preguntas en clase cuando no entiendo algo					

28. Prefiero trabajar en un grupo					
29. Un buen profesor es amistoso con sus estudiantes					
30. Me haría sentir mal reprobado un curso					
31. Me esfuerzo por alcanzar los grados más altos de la clase					

Observaciones

32. Indica por favor sus observaciones o sugerencias para los responsables del curso:

SECCIÓN II

Acerca del diseño del curso

Por favor conteste las siguientes preguntas, seleccionando la opción, según corresponda:

	Sí	No
1. ¿La presentación global del curso fue clara?		
2. ¿Los objetivos del curso fueron precisos?		
3. ¿Los objetivos del curso fueron alcanzables?		

4. Observaciones:

Acerca de los contenidos y actividades de aprendizaje del curso.

	Sí	No
5. ¿La presentación visual de los contenidos fue agradable?		
6. ¿La extensión de los contenidos del curso es adecuada?		

Si su respuesta a ésta última pregunta fue Sí, salta a la pregunta 13.

7. ¿Por qué?:

--	--	--

	Sí	No
8. ¿La profundidad de los contenidos del curso es adecuada?		

Si su respuesta a ésta última pregunta fue Sí, salta a la pregunta 15.

9. ¿Por qué?:

--	--	--

	Sí	No
10. ¿Las actividades de aprendizaje fueron claras?		
11. ¿Las actividades de aprendizaje fueron difíciles?		

Si la respuesta a ésta última pregunta fue No, salta a la pregunta 17.

12. ¿Por qué?:

--	--	--

Acerca de la actividad del profesor	Sí	No
13. ¿El lenguaje utilizado en el curso fue claro?		
14. ¿La comunicación desarrollada entre los participantes durante el curso fue fluida?		
15. ¿El profesor dio a conocer el calendario del curso?		
16. ¿El curso se desarrolló acorde al calendario indicado?		
17. ¿Te sentiste bien atendido(a) por el equipo docente del curso?		

Si la respuesta a ésta última pregunta fue Si, salta a la pregunta 23 (Lea el enunciado anterior antes de empezar).

18. ¿Por qué?:

--

Acerca de las actividades de aprendizaje

	Sí	No
19. ¿Las actividades de evaluación realizadas en el curso fueron claras?		
20. ¿Las actividades de evaluación fueron coherentes con los objetivos, contenidos, y metodología del curso?		
21. ¿Alcanzaste los objetivos propuestos?		

22. ¿Por qué?:

--

Acerca del Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA)

En una escala de 1 a 5 evalúa los recursos que hayas utilizado durante el desarrollo del curso (siendo 1 la puntuación más baja y 5 la más alta). Si deseas añadir comentarios para algunos de los recursos utilizados, puedes hacerlo en el espacio de comentarios que aparece al final de la tabla, procurando ser breve y conciso. Si consideras que el recurso señalado no fue utilizado en este curso, NO le asignes puntaje.

	1	2	3	4	5
23. Foros					
24. Revisión de páginas web					
25. Trabajos individuales					
26. Fotografías e imágenes					

27. Comentarios:

	Sí	No
28. ¿Iniciado el curso, necesitaste capacitación sobre cómo utilizar el EVA?		

*Si la respuesta a ésta última pregunta fue **Sí**, salta a la pregunta 38.*

29. ¿Por qué?:

	Sí	No
30. ¿Consideras se requiere capacitación adicional para su uso?		
31. ¿Es fácil inscribirse en el curso?		

*Si tu respuesta a ésta última pregunta fue **Sí**, salta a la pregunta 41.*

32. ¿Por qué?:

	Sí	No
33. ¿Encontraste dificultades al utilizar alguna sección particular del EVA?		

*Si su respuesta a ésta última pregunta fue **No**, salta a la pregunta 43.*

34. ¿Cuál(es)? Describe brevemente la dificultad.

--	--	--

	Sí	No
35. ¿El lenguaje utilizado por el EVA es difícil de entender? Nota: No se está preguntando por el lenguaje utilizado en los cursos, sino por la interfaz gráfica		

Si tu respuesta a ésta última pregunta fue No, salta a la pregunta 45.

36. Justifica brevemente

--

37. ¿Cuál es la razón más importante por la cual no la utilizarías nuevamente?

--

38. ¿Qué escenario preferías al momento de leer los contenidos del curso?

Leerlos en EVA antes que descargarlos ()

Descargarlos antes que leerlos en EVA ()

Otro: _____

39. Estima el promedio de horas semanales dedicadas a atender todas las actividades del curso.

--	--	--

	Sí	No
40. ¿Los contenidos que observabas en cada pantalla eran muy extensos?		

41. ¿Has tenido problemas para navegar dentro de los contenidos del curso?

Selecciona todas las que corresponda

Sí, no sabía cómo pasar a la siguiente o a la anterior pantalla ()

Sí, no sabía cómo volver al índice de contenidos del curso ()

Sí, no sabía cómo pasar de un capítulo a otro ()

No ()

Acerca de las evaluaciones

	Sí	No
42. ¿Se realizaron evaluaciones en línea?		

43. ¿Qué fue lo que más le gustó del curso y lo que menos te gusto, en relación al uso de EVA como herramienta para desarrollar cursos virtuales?

Seleccione de las declaraciones siguientes todas las que reflejan sus experiencias de aprendizaje en este curso (selecciona todas las que corresponda)

Uso de EVA	Muy de Acuerdo	De acuerdo	Neutro	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
44. EVA es fácil de utilizar					
45. La interfaz de EVA es agradable					
46. Puedo terminar todas las tareas que se requiere de mí en EVA eficientemente.					
47. Me siento cómodo(a) usando EVA.					
48. La ayuda en línea de EVA es clara					

49. La navegación en EVA es intuitiva					
50. Los mensajes de error son claros y me ayudan a resolver los problemas					
51. EVA fue simple de aprender					
52. Recibí entrenamiento adecuado para usar EVA					
53. EVA tiene suficiente funcionalidad para mis necesidades					
54. He podido utilizar EVA siempre que lo he necesitado					
55. Los tiempos de transferencia entre mi navegador y EVA son aceptables					
56. EVA ha agregado valor a mi experiencia de aprendizaje					
57. EVA es una herramienta eficaz					
58. Utilizaría EVA otra vez					

Seleccione de las declaraciones siguientes todas las que reflejan sus experiencias de aprendizaje en este curso (selecciona todas las que corresponda)

El curso y sus responsables

	Muy de Acuerdo	De acuerdo	Neutro	En desacuerdo	Muy en desacuerdo
59. Los profesores animan a los estudiantes a participar en debates y discursos en clase					
60. Los estudiantes tratan a los profesores con respeto					
61. Los profesores tratan a los estudiantes como iguales					
62. Los estudiantes tratan a los profesores como iguales					
63. Se anima a los estudiantes a que hagan preguntas libremente en el curso					
64. Se anima a los estudiantes a que aprendan independientemente					
65. Los estudiantes son animados a hacer preguntas					
66. Los estudiantes colaboran bien en las actividades del grupo					
67. Los estudiantes colaboran en las actividades que no son actividades de grupo					

68. Se anima a los estudiantes que alcancen una calificación tan alta como sea posible					
69. Los profesores se apasionan por su tema					
70. Los profesores son amistosos					
71. Los profesores son accesibles					
72. Los horarios del curso se cumplieron					
73. Se estructuran las actividades					
74. El curso se encuentra bien estructurado					

Otros servicios

46. ¿Qué otros productos o servicios te gustaría que se ofrecieran en versiones futuras del curso?

Enviar el formulario diligenciado a katherinz9@gmail.com ó subirla a la plataforma, cómo el desarrollo de otra actividad.

Los tutores del curso, agradecemos su colaboración.