

“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS POR NIÑOS ESCOLARES: EL
CASO DE LA MEDIA ARITMÉTICA”

DIANA LUCIA FRANCO MUÑOZ



UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2012

“RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ESTADÍSTICOS POR NIÑOS ESCOLARES: EL
CASO DE LA MEDIA ARITMÉTICA”

DIANA LUCÍA FRANCO MUÑOZ

Trabajo presentado como requisito para optar al título de
Licenciada en Matemáticas

Director
Mg. YILTON OVIRNE RIASCOS FORERO

UNIVERSIDAD DEL CAUCA
FACULTAD DE CIENCIAS NATURALES, EXACTAS Y DE LA EDUCACIÓN
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS
POPAYÁN
2012

NOTA DE ACEPTACIÓN:

Director: _____

Jurado: _____

Jurado: _____

Popayán, 2012.

CONTENIDO

	pág.
RESUMEN	6
INTRODUCCIÓN	10
1. CAPÍTULO 1	13
FUNDAMENTOS CONCEPTUALES	13
1.1 INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS	13
1.2 UNA PERSPECTIVA COGNITIVA DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO.....	16
1.3 GÉNESIS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	20
1.3.1 La Moda	21
1.3.2 La Mediana	22
1.3.3 Media aritmética	22
1.3.4 Elementos estructurales de la media	25
2 CAPÍTULO 2	27
ANTECEDENTES	27
3 CAPÍTULO 3	29
EL ESTUDIO	29
3.1 DESCRIPCIÓN DE LA TAREA	30
3.2 SUJETOS PARTICIPANTES	32
3.3 ANÁLISIS DE LOS VIDEOS	32
3.3.1 Revisión y transcripción de registros audiovisuales a rejillas de registro	33
3.3.2 Construcción de categorías jerárquica	34
3.3.3 Explicación y descripción de estrategias	36
4 CAPÍTULO 4	37
RESULTADOS	37

5	CAPÍTULO 5	43
	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	43
5.1	CONCLUSIONES	43
5.2	RECOMENDACIONES	43
	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	32
6	ANEXOS	35

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Foto 1. Formas de presentación de la tarea a los niños	32
Foto 2. Evidencias estrategia 1	38
Foto 3. Evidencias estrategia 2	39
Foto 4. Evidencias estrategia 3	40
Foto 5. Evidencias estrategia 4	41
Foto 6. Evidencias estrategia 5	42

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Listados presentados a los niños	31
Tabla 2. Formatos de rejilla de registro elaborada para sistematizar la información	34
Tabla 3. Formato para clasificar las estrategias	36
Tabla 4. Cuadro de estrategias	37

RESUMEN

La preocupación de la comunidad de Educadores Matemáticos por explicar la problemática de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ha permitido la cabida y creación de una comunidad que se ha preocupado particularmente por todo lo que en este sentido corresponde a la Estadística.

En esta dirección grandes comunidades a nivel mundial se han consolidado y ha generado grandes aportes en esta dirección, llegando a consolidarse en varias partes del mundo, pudiendo citar países como Estados Unidos, España, Italia, entre otros y cerca de Colombia se encuentran las comunidades de México, Brasil y Argentina.

Particularmente en nuestro país, la preocupación por aportar a la explicación en este campo ha alcanzado niveles importantes aunque la comunidad solo hasta ahora comienza a mostrarse y ser reconocida. Este trabajo es un granito que aporta en esta construcción con la esperanza de que en poco tiempo se puedan observar muchos más y que la enseñanza de la Estadística se consolide aún más en el currículo de matemática de las instituciones educativas.

Este trabajo presenta las conclusiones del proceso mediante el cual se realizó el análisis de los resultados que un conjunto de niños, con edades entre 11 y 13 años, realizaron al resolver una situación que involucra el concepto estadístico denominado media aritmética.

Los resultados muestran que este concepto requiere de acompañamiento e instrucción para su construcción, debido a que se identificaron estrategias muy elementales a partir de las cuales es difícil esperar que un sujeto pueda alcanzar

la construcción de este concepto, pero que pueden resultar importantes en este comienzo.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de grado en la modalidad de seminario de investigación, está enmarcado dentro del proyecto titulado “*El Pensamiento Estadístico asociado a las medidas de tendencia central: un estudio psicogenético sobre la media aritmética, la mediana y la moda*”¹, el cual pretende aportar explicaciones al funcionamiento del pensamiento en lo que respecta a la construcción de conceptos estadísticos básicos, específicamente las medidas de tendencia central: media aritmética, mediana y moda.

El proyecto se enfoca desde la perspectiva de la psicología cognitiva con base en un proceso de observación que pretende encontrar y mostrar las evidencias que permitan explicar el funcionamiento y la organización de los instrumentos, procesos y mecanismos mentales utilizados en la construcción de conceptos estadísticos básicos en niños con edades comprendidas entre los 9 y los 14 años.

En este trabajo, en particular, se hace un análisis sobre las estrategias que utilizan los niños para resolver problemas que en su solución involucran las medidas de tendencia central y desea apoyar la propuesta, en cuanto a la identificación, organización, análisis y descripción de los datos obtenidos por los niños de 11 a 13 años de edad, quienes enfrentaron la tarea diseñada para la investigación; específicamente en lo que se refiere al concepto de media aritmética.

Como parte del trabajo se encuentra el compromiso de realizar el análisis de los registros de niños que en su formación académica no muestran ningún tipo de conocimiento en estadística, necesario para la solución de la tarea diseñada. De esta forma, la pregunta que suscitó este trabajo se plantea de la siguiente manera: ¿Cómo los niños escolares de 11 a 13 años de edad, sin instrucción previa,

¹ Esta investigación fue desarrollada como trabajo de tesis de doctorado en psicología cognitiva de la Universidad del Valle por el profesor Yilton Riascos Forero (Riascos, 2012 (en Prensa)).

resuelven situaciones problema que involucran en su solución el concepto de media aritmética?

Para procurar dar respuesta a esta pregunta, este trabajo se ha dividido en cuatro capítulos: en el primer capítulo, denominado Fundamentos Conceptuales, se toman las definiciones de los conceptos básicos en el estudio de la Estadística desde diferentes autores que han indagado la problemática. Se presenta la división clásica de estadística en estadística descriptiva y estadística inferencial; de igual forma se describen los indicadores de tendencia central: Moda, Mediana y Media aritmética por ser los principales y más referenciados en la literatura temática, realizando un énfasis en la Media aritmética, sus notaciones, propiedades y elementos, por ser el objeto central de interés en este trabajo.

En el segundo capítulo denominado Antecedentes, se hace referencia a algunos trabajos que abordan el problema del aprendizaje de los conceptos estadísticos y muestra los avances en el estudio de los procesos cognitivos que contienen explicaciones acerca de la construcción de estos conceptos.

El Estudio, como se denominó al tercer capítulo, en su primera parte, explica de forma detallada y ordenada la situación que se diseñó en la tesis doctoral y a la que, en el contexto psicológico se denomina con el término tarea, para dar a entender una situación frente a la cual se exige a un sujeto realizar acciones para procurar una solución. En su segunda parte, se realiza una descripción de los sujetos participantes en el estudio y, por último, se describe la forma como se desarrolló el análisis de los registros audiovisuales (videos) que dieron cuenta de las acciones de los sujetos participantes, procurando describir, paso a paso, el proceso desarrollado, desde la transcripción de los videos pasando por la construcción de las rejillas de registro, hasta la clasificación y descripción de las estrategias. (Riascos, 2012)

En el cuarto capítulo, se presentan los resultados obtenidos en esta investigación con la clasificación y descripción de cada una de las estrategias.

Finalmente, en el quinto capítulo, se presenta el conjunto de conclusiones y recomendaciones a los cuales fue posible llegar a partir de la culminación de este trabajo.

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS CONCEPTUALES

1.1 INVESTIGACIÓN EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas se destaca la importancia del diseño y creación de métodos de investigación, sobre todo en los niveles iniciales de formación de profesores, de tal manera que se pueda establecer relación entre los objetivos de los pedagogos y de los didactas; los de estos últimos centrados en la descripción de procesos de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en particular. (Gutiérrez Rodríguez, 1991)

Para Gutiérrez Rodríguez (1991), se reconocen como características de la investigación en Didáctica de las Matemáticas las siguientes: el perfeccionamiento de las formas de actuación de los profesores de Matemáticas y la búsqueda de otras nuevas, y el logro de una mejor comprensión de los mecanismos mentales ligados a la actividad de aprendizaje de las Matemáticas; y como objetivos, promover una mejor enseñanza de conceptos matemáticos a los estudiantes, y organizar buenos entornos formativos para poder proporcionarles los medios necesarios para facilitar su aprendizaje.

Gutiérrez Rodríguez (1991: 3) citando a Lesh (1979), afirma que “el objetivo de la investigación en Didáctica de las Matemáticas es desarrollar un cuerpo de conocimientos útiles relacionado con temas importantes en el área” lo que significa identificar problemas importantes para la enseñanza de las Matemáticas; plantear conjuntos de cuestiones concretas (y resolubles) relacionadas entre sí y que contribuyan a mejorar el conocimiento disponible sobre el problema subyacente; encontrar respuestas a esas cuestiones que sean útiles en una diversidad de contextos, eliminando la información poco válida o inútil; y comunicar los

resultados y conclusiones de forma que sean comprensibles por profesores e investigadores, para aplicar las ideas anteriores a diferentes trabajos de Didáctica de las Matemáticas.

En el extremo superior del abanico de investigaciones se encontrarán entonces las teóricas, algunas de las cuales sobrepasan el ámbito de las Matemáticas; en el extremo opuesto se encuentran los trabajos de los profesores que intentan mejorar sus clases y complementar las ayudas para el aprendizaje de sus estudiantes. Este trabajo de innovación y experimentación didáctica de los profesores es imprescindible para mejorar la calidad de la formación matemática de los estudiantes y permite conectar la investigación con la docencia.

Entre los dos tipos de trabajos ubicados en los espectros del abanico, se puede decir que se encuentra la actividad de aquellas personas que hacen investigación en Didáctica de las Matemáticas, personas que, solas o en pequeños grupos ubicados en Universidades o Centros de investigación, trabajan intercomunicadas permitiendo el flujo de información entre los interesados por un mismo tema.

Para determinar la calidad de una investigación en Didáctica de las Matemáticas se manejan básicamente tres parámetros importantes, los cuales, al tenerse en cuenta, implicarán una mejor selección tanto de los temas de investigación como de los métodos de trabajo, estos parámetros son: el “interés o significación”, el “rigor o fiabilidad” y la “validez”. (Gutiérrez Rodríguez, 1991)

En su presentación, Gutiérrez Rodríguez (1991), distingue seis tipos de investigación, se resalta de este grupo el “análisis de comportamiento de los sujetos”, dentro del cual se encuentra este trabajo, ya que su objetivo principal es el análisis de los procesos y las dificultades en el aprendizaje de conceptos.

Por otro lado, hay que decir, que existen diversos métodos de trabajo para realizar las investigaciones, que están relacionados, en cierto modo, con los diferentes tipos de investigación. Es importante conocer estos métodos ya que su adecuación al tipo de investigación que se realiza es fundamental.

Gutiérrez Rodríguez (1991), ofrece métodos de trabajo tanto de la fase de recogida de información como de la fase de tratamiento de dicha información.

En la fase de recogida de información, distingue un método de trabajo que denomina “estudio de casos”, el cual consiste en hacer un seguimiento continuo, completo y detallado de un número muy reducido de estudiantes durante una actividad. Esta característica, el número reducido de estudiantes, representa la debilidad del estudio de casos, ya que es muy problemático hacer generalizaciones a partir de muestras tan reducidas.

No obstante, existen las técnicas “de rejilla” que permiten clasificar a los individuos de una población heterogénea en una serie de tipos de características muy concretas, en función de sus valores para ciertas variables, de manera que los resultados de un estudio de casos se puede generalizar a los individuos del mismo tipo que los observados. Como se observará más adelante, esta técnica será usada en este trabajo.

En la fase de tratamiento de dicha información se hallan los métodos “cualitativos”. Estos tienen como principios básicos de su forma de entender la educación, que los estudiantes son diferentes y que su comportamiento o su éxito en el aprendizaje no dependen sólo de su habilidad o capacidad, sino que están relacionados con una serie de variables de tipo social que deben ser tenidas en cuenta.

Estos métodos se adaptan a este trabajo ya que “Por su forma de interpretar el aprendizaje de las Matemáticas, los métodos cualitativos se utilizan preferentemente en aquellos estudios centrados en el análisis de la formación de conceptos”. (Gutiérrez Rodríguez, 1991: 10)

Finalmente, otro aspecto a tener en cuenta al desarrollar una investigación, es documentarse sobre qué otras investigaciones se han realizado hasta el momento sobre el problema de interés, cómo han sido desarrolladas y qué resultados han producido.

1.2 UNA PERSPECTIVA COGNITIVA DE LA CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO

Piaget (1936), centra su trabajo en el problema de la construcción del conocimiento y considera que hay que estudiarlo observando cómo pasa un individuo de un estado menor conocimiento a otro estado cualitativamente mayor; con la finalidad de construir una teoría del desarrollo del conocimiento o epistemología, tomando como modelo principal el establecido en la Biología.

Para Piaget (1936), el desarrollo intelectual constituye un proceso de adaptación que es continuación de la adaptación biológica y que presenta dos aspectos: asimilación y acomodación.

En el aspecto de asimilación, el individuo incorpora eventos, objetos o situaciones a su estructura cognitiva total, a través de sus diferente manera de pensar. En la acomodación las estructuras mentales existentes se reorganizan o recrean para incorporar nuevos aspectos del medio ambiente externo.

Según Piaget (1936), cada acto de inteligencia es caracterizado por el equilibrio entre la asimilación y la acomodación. Durante el acto de inteligencia, el individuo adopta requerimientos externos de la realidad, y al mismo tiempo mantiene sus estructuras mentales intactas o las modifica según las necesidades. De esta manera, el individuo incorpora eventos y objetos en su estructura mental.

Piaget (1936), llama esquemas al conjunto de acciones físicas, mentales, conceptos o teorías con los cuales el individuo organiza y adquiere información sobre el mundo. La noción de esquema desempeña un papel importante en la teoría piagetiana ya que en cada sector de la actividad de la inteligencia, se encontrarán esquemas. La finalidad de estos es fundamentalmente la de asegurar la asimilación de nuevos objetos en sus diferentes maneras de pensar.

En sus estudios Piaget (1936), descubrió que el conocimiento evoluciona a lo largo de una serie de etapas, es por esto que en el desarrollo cognitivo del individuo distingue diferentes estadios o períodos de desarrollo (sensoriomotor, preoperatorio, operaciones concretas y operaciones formales).

La noción de estadio subraya la diferente naturaleza del pensamiento del niño y del adulto, lo que supone adaptar los contenidos que se van a enseñar a las capacidades de los niños; las características del estudiante, como sujeto que tiene conceptos y modos concretos de enfrentarse a la realidad y que ha ido construyendo a lo largo de su desarrollo, junto con el principio de que el conocimiento se construye activamente, supone de hecho un cambio crucial en los métodos de enseñanza.

En resumen, Piaget (1936), construye un edificio teórico que aporta un enfoque y una metodología nueva para abordar el problema del conocimiento humano. Su teoría proporciona un modelo de cómo se forman los conocimientos y cómo se produce la formación de las estructuras conceptuales, que puede ser

aprovechadas para desarrollar una pedagogía que se adapta a las necesidades y a la posibilidad de comprensión de los individuos en los diferentes estadios; en este sentido su obra desencadena una gran cantidad de trabajos que revolucionan el mundo de la educación.

Justamente, uno de esos trabajos, es el realizado por Vergnaud (1990), con su teoría de los campos conceptuales.

Esta teoría pretende ofrecer un referencial más específico que el de Piaget para estudiar el desarrollo cognitivo y el aprendizaje de competencias complejas, en particular, aquellas que es necesario movilizar en los ámbitos relacionados con la ciencia y la tecnología. Además, toma en consideración los propios contenidos del conocimiento y el análisis conceptual de su dominio, hecho que no es considerado en la teoría piagetiana.

Desde el punto de vista de la Didáctica de las Matemáticas, Vergnaud (1990), atribuye gran importancia a ideas claves de la teoría piagetiana, como son los conceptos de adaptación, asimilación, acomodación y esquema.

Vergnaud (1990), parte de la premisa de que el conocimiento está organizado en campos conceptuales cuyo dominio, por parte de los individuos, acontece a lo largo de un periodo de tiempo, a través de la experiencia, madurez y aprendizaje. Entiende el campo conceptual como un conjunto de situaciones, conceptos y teoremas.

Para Vergnaud (1990), un concepto adquiere sentido para el niño a través de las situaciones y de los problemas que se pretenden resolver, no simplemente reduciéndolo a su definición, al menos si se está interesado en su aprendizaje y enseñanza.

En cuanto a las situaciones, distingue dos tipos:

Aquellas para las que el individuo dispone de competencias necesarias para el tratamiento relativamente inmediato de la situación y aquellas para las que el individuo no tiene todas las competencias necesarias.

En el primer tipo, se van a observar conductas muy automatizadas por parte del individuo, organizadas por un único esquema; en el segundo tipo el individuo se ve obligado a reflexionar, explorar, realizar tentativas, etc. Esto lo llevara a esbozar varios esquemas que deberán ser acomodados, separados y recombinados para llegar a la solución buscada.

Vergnaud (1990), llama esquemas “a la organización invariante de la conducta para una clase de situaciones dada”. (Vergnaud, 1990: 2)

Los esquemas son frecuentemente eficaces, pero no siempre efectivos. Cuando un niño utiliza un esquema ineficaz para una cierta situación, la experiencia le conduce bien a cambiarlo, bien a modificarlo.

Por otra parte, los esquemas se basan en conceptualizaciones implícitas; así, los errores de los estudiantes muy frecuentemente tienen que ver con una conceptualización errada o insuficiente.

Así pues, la teoría de los campos conceptuales es una teoría compleja, ya que envuelve la complejidad inherente a la necesidad de abarcar, desde una misma perspectiva teórica, todo el desarrollo de situaciones progresivamente dominadas, los conceptos y teoremas necesarios para operar eficientemente en las situaciones, y las palabras y símbolos utilizados para representar eficazmente esos conceptos, de acuerdo con el desarrollo cognitivo del individuo.

1.3 GÉNESIS DE LAS MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

En la tradición clásica, el conocimiento estadístico ha sido considerado compuesto por dos grandes bloques: Estadística Inferencial y Estadística Descriptiva.

La Estadística Inferencial trata del estudio de las conclusiones que a partir de una muestra (porción de una población) se pueden generalizar a la población a la cual pertenece.

La Estadística Descriptiva, trata del estudio de las conclusiones referidas a la muestra. Para ello, presenta tablas (distribuciones) de frecuencias, y sus gráficos asociados, como el primer método de síntesis para tratar un cúmulo de información numérica con el objetivo de sintetizarla para obtener mayor comprensión del fenómeno; sin embargo, aunque con estos métodos se alcanzan, en muchos casos, niveles aceptables de comprensión, generalmente se requieren más y mejores elementos de síntesis para realizar análisis complementarios. Elementos tales como las medidas de tendencia central y las medidas de dispersión.

Estos conceptos se utilizan para caracterizar una distribución de datos estadísticos y permiten realizar comparaciones de la forma y/o la posición de las distribuciones de los datos.

La moda, la mediana y la media aritmética, son los principales indicadores de tendencia central que se utilizan en la estadística. Ellas, en general, reciben el nombre de *estadísticos, características, medidas o indicadores de posición (o tendencia) central*.

Aunque no son las únicas medidas de tendencia central utilizadas en estadística, cumplen, como todas, las características que, según Yule² citado por Calot (1988: 55-56), definió, y la comunidad de estadísticos aceptó, como deseables para una medida de tendencia central. Estas características pueden resumirse así:

1. *Objetividad*: siempre se debe llegar al mismo resultado numérico.
2. *Exhaustividad*: se deben utilizar *todos* los datos.
3. *Significado concreto*: su interpretación debe ser sencilla e inmediata.
4. *Sencillez de cálculo*: debe utilizar relaciones simples entre los datos
5. *Fortaleza matemática*: debe estar dotado de propiedades matemáticas.
6. *Robustez*: debe ser *poco sensible* a las fluctuaciones de los datos.

A partir de estas consideraciones, se presentan y describen los indicadores de tendencia central.

1.3.1 La Moda. También llamada valor dominante, se denota por la sílaba M_o ó en otros casos por M_0 , se define estadísticamente como el dato que presenta la mayor frecuencias o el dato que más se repite; corresponde al valor de la abscisa asociado al máximo en el diagrama diferencial (diagrama de barras o histograma según el caso).

No satisface las condiciones 5 y 6 de Yule citado por Calot (1988), lo que constituye su mayor inconveniente. Depende de la frecuencia del dato y no del valor. Además, la agrupación de los datos en grupos puede hacerla pasar de un valor a otro, según la dimensión de los intervalos que se consideren.

² George Undy Yule (1871 – 1951) fue uno de los personajes que contribuyó a la construcción de la actual teoría estadística.

1.3.2 La Mediana. Si suponemos ordenados todos los datos de una variable estadística, se llama mediana al valor de la variable estadística que divide el conjunto en dos grupos con el mismo número de datos en ellos y se denota por Me o por M_e . Satisface las condiciones 1, 3, 4 y 6 de Yule citado por Calot (1988). Depende de los datos observados solo por su orden y no por su valor ni frecuencia, lo que favorece la condición 6 cuando la distribución puede tener observaciones erróneas, pero perjudica la condición 2.

1.3.3 Media aritmética. También conocida como promedio aritmético, valor promedio y, en teoría de la probabilidad, como valor esperado o esperanza matemática; es considerada, en estadística, la principal medida de tendencia central porque, además de cumplir todas las características propuestas por Yule citado por Calot (1988), posee las mejores características algebraicas.

Simbólicamente se representa por la letra griega μ cuando se habla de la inclusión de todos los posibles datos (población) del fenómeno observado o \bar{x} si se trata de una parte de ellos (muestra). Se define estadísticamente como el valor alrededor del cual oscilan o tienden a concentrarse los datos observados. Para determinar su valor se debe atender al tipo de variable estadística. Matemáticamente, la media, se define como la suma de todos los datos (x_i) de la variable estadística dividida por el número de sumandos³ para el caso de una variable de tipo discreta; ó como la integral, en el rango definido, del producto de la variable estadística por su función de densidad, si se trata de una variable de tipo continua. En símbolos sería:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ Para el caso de una variable de tipo discreta y}$$

³ En la nomenclatura estadística, se utiliza el simbolismo N , para referirse a los datos de la población ó n , para los datos de la muestra.

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx \text{ Para el caso de una variable de tipo continua.}$$

Estas fórmulas se adecúan a las características que presente la colección de datos; por ejemplo, si los valores aparecen en una tabla de frecuencia, el cálculo se realiza multiplicando cada valor de la variable por su frecuencia (f_i) observada.

Simbólicamente, $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m x_i f_i}{n}$ donde m representa el total de categorías o clases

observadas y n el total de datos. Esta forma de la ecuación de la media aritmética se conoce en la literatura como media ponderada o promedio ponderado.

Algunas aproximaciones a descripciones prácticas de la media aritmética, la presentan como *la mejor medida de estimación* de una cantidad desconocida cuando no se puede conocer su valor exacto y se han realizado varias medidas de la misma. Este es, por ejemplo, el caso de la media cuando se usa para calificar el rendimiento de un niño a partir de varias evaluaciones o cuando se estima el tiempo de espera en la parada de un autobús. Otras descripciones afirman que es la *cantidad equitativa* a repartir cuando se tienen diferentes valores y se quiere distribuirlos en forma uniforme; como cuando hablamos del número medio de niños por familia o de la renta per cápita de un país. (Batanero, 2001; Cobo, 2004)

Las principales propiedades matemáticas de la media aritmética según Behar & Yepes (1988) y Calot (1988), son las siguientes:

- 1) La suma de las desviaciones⁴ de los datos con respecto a la media es cero

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0.$$
- 2) La suma de los cuadrados de las desviaciones de los datos con respecto a un valor "a" ($\sum_{i=1}^n (x_i - a)^2$), es mínima cuando $a = \bar{x}$.

⁴ La desviación se refiere a la diferencia matemática entre un dato y el promedio (x-me), de tal forma que cuando el resultado es positivo, indica que el dato será mayor que el promedio, y en caso de ser negativa la diferencia, indicará que el dato es inferior al promedio.

- 3) Si los datos de la variable son constantes ($x_i=k$), entonces la media será igual a la constante ($\bar{x}=k$).
- 4) Si todos los datos de una variable son multiplicados por un valor constante k , el promedio de los nuevos datos resulta multiplicando la media de los datos por el valor constante ($\bar{x}_{nueva} = k\bar{x}$).
- 5) Si $z_i=ax_i+by_i$ para $i= 1, 2, \dots, n$ donde a y b son valores constantes, entonces, la media de la variable Z se obtiene como: $\bar{z} = a\bar{x} + b\bar{y}$
- 6) Si un conjunto de n datos se divide en k subconjuntos excluyentes y exhaustivos, que tienen n_1, n_2, \dots, n_k observaciones cada uno, tal que $n_1+n_2+\dots+n_k=n$; con promedios $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$ respectivamente, entonces el promedio del conjunto global estará dado por:

$$\bar{x} = \frac{n_1\bar{x}_1+n_2\bar{x}_2+\dots+n_k\bar{x}_k}{n}$$
- 7) La suma de los datos es igual al producto del promedio por el total de los mismos: $\sum_{i=1}^n x_i = n\bar{x}$
- 8) La media es un valor comprendido entre los extremos de la distribución:

$$x_{\min} < \bar{x} < x_{\max}$$
- 9) El valor de la media está influenciado por el valor de cada uno de los datos.
- 10) La media no siempre es igual a uno de los datos. Incluso puede no tener "sentido" para los datos considerados (como decir que el número medio de hijos en un conjunto de familias colombianas es 3.1).
- 11) Hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media.
- 12) La media se expresa en las mismas unidades de medida que los datos.

1.3.4 Elementos estructurales de la media. Entendiendo la estructura de un concepto como la distribución, el orden y las relaciones de los elementos que lo componen, y atendiendo a las demandas cognitivas que dicha estructura exige

para su construcción, se puede decir que en su definición matemática $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$, la media aritmética establece un cociente entre dos valores, el dividendo, que se refiere a la suma de los datos⁵ de la variable; y el divisor, que se refiere al total de datos sumados⁶.

Las demandas cognitivas, en términos de procedimientos para calcular la media aritmética, se presenta de la siguiente forma:

El procedimiento de cálculo a partir de un conjunto de datos no agrupados sería:

1. Sumar los datos
2. Contar los datos
3. Calcular la división de la suma de los datos por el total obtenido del conteo.

El procedimiento de cálculo a partir de un conjunto de datos agrupados sería:

1. Calcular la cantidad de datos a partir de la suma de las frecuencias
2. Determinar el total de grupos o clases, a partir del conteo las celdas de las frecuencias
3. Determinar el total de datos en cada grupo o clase
4. Determinar el valor del dato que representa a cada grupo (marca de clase)
5. Calcular, para cada grupo, el producto del total de datos por su representante (marca de clase).

⁵ Datos numéricos que pueden pertenecer a cualquier conjunto numérico (Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales, Reales o Complejos) dependiendo de la naturaleza del fenómeno medido.

⁶ Es un valor que, por provenir de un conteo, pertenece al conjunto de los números Naturales

6. Sumar los valores de los cálculos del punto anterior.
7. Calcular la división de la suma del punto anterior por la cantidad de datos.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

El reconocimiento que se le ha dado últimamente a la estadística la ha llevado a considerarse parte importante del currículo de matemáticas en todos los niveles de educación, primero en el universitario, luego, en básica secundaria y media académica, y actualmente, en algunos casos, en básica primaria.

En la actualidad los currículos de matemáticas, de enseñanza básica y media, han incorporado la estadística, por lo cual, se requiere dirigir la atención hacia el análisis en los procesos que los estudiantes siguen en su camino de construcción de estos conocimientos, no de los resultados que en estos niveles iniciales de formación se están obteniendo; puesto que para procurar nuevas contribuciones que apunten al mejoramiento de estos resultados, se requiere identificar, las características del desarrollo de los esquemas cognitivos, ligados a conceptos estadísticos, que los niños construyen cuando enfrentan situaciones problema ligados a la cotidianidad.

Dentro del conjunto de investigaciones que abordan el problema del aprendizaje de conceptos estadísticos elementales, se encuentran los trabajos de Pollatsek, Lima & Well (1981); Mevarech (1983); Batanero, Godino, Green, Holmes, & Vallecillos, (1994) y Watson & Morritz (1999 y 2000) que presentan un esbozo de la forma como desde la didáctica se han trabajado los problemas del aprendizaje de conceptos estadísticos, haciendo énfasis en los significados y los errores que los niños evidencian cuando, dentro de procesos de formación, enfrentan situaciones problema que involucran conceptos estadísticos elementales.

Aunque el trabajo ha avanzado en esta dirección, lo que se refiere a los procesos cognitivos que subyacen a la construcción de estos conceptos no ha avanzado

más allá de las investigaciones que de manera general plantearon Piaget & Inhelder (1951) y Fischbein (1978).

De esta forma, resulta interesante retomar inquietudes en esta dirección indagando en la forma como los sujetos construyen esquemas mentales asociados a los conceptos estadísticos básicos, particularmente la media aritmética, en niños escolares con edades comprendidas entre 11 y 13 años.

En el campo de la Didáctica de las Matemáticas, a pesar de no encontrarse muchos estudios que enfatizan en la construcción de esquemas mentales, no ha sido extraño el término, aunque éste no siempre ha sido bien comprendido y utilizado, cabe destacar, en esta dirección, los trabajos de autores como Tall y Vinner (1981), quienes instauran su *Advanced Mathematical Thinking*; Brousseau (1986), con su Teoría de las Situaciones Didácticas; Dubinsky (1992), con la teoría APOS (Action, Process, Object, Squem), Artigue (1996), con la teoría de la dualidad herramienta–objeto y Delgado (1998), con un estudio micro genético de los esquemas asociados al concepto de límite; quienes apoyados en la definición del concepto de esquema que dio Piaget, plantearon metodologías audaces y estrategias novedosas para explicar fenómenos en el caso particular del aprendizaje de las matemáticas.

Un artículo que presenta una reflexión del concepto, desde la perspectiva de la representación, en este campo, es el escrito por Font (2002), en el cual contrasta las propuestas de Tall & Vinner (1981), Brousseau (1986), Vergnaud (1990), Artigue (1996) y Delgado & Azcárate, (1996) mostrando cómo ha sido utilizado por ellos el concepto de esquema, con un enfoque claramente cognitivo, pero con sus intereses en la perspectiva didáctica.

CAPÍTULO 3

EL ESTUDIO

Tomando como base los datos recogidos en el trabajo doctoral en el cual se enmarca este proyecto donde, empleando la entrevista clínica en un ambiente escolarizado, a través de un diseño transversal, se tomó 20 niños y niñas de edades comprendidas entre 11 y 13 años, niños de instituciones educativas rurales y urbanos de nivel socioeconómico medio y bajo de los municipios de Cali y Popayán (capitales de los Departamentos de Valle del Cauca y Cauca, respectivamente), y de los grados 4^o a 8^o del Sistema Educativo Colombiano, se les solicitó resolver una situación problema que involucraba una medida de tendencia central: la Media Aritmética. (Riascos, 2012)

Particularmente, para este trabajo, se propuso como objetivo general Describir y caracterizar estrategias que niños escolarizados, de 11 a 13 años de edad sin instrucción previa en estadística, desarrollan para resolver situaciones problema que involucran el concepto de media aritmética.

El cumplimiento de este objetivo general se pensó en razón de dos objetivos específicos, los cuales se centraron en construir categorías jerárquicas y analizarlas y explicarlas para organizar las estrategias de niños escolarizados de 11 a 13 años de edad, sin instrucción previa en estadística, cuando resuelven situaciones problema que involucran el concepto de media aritmética.

Para ello, se aprovechando el hecho de que todas las entrevistas fueron registradas en video y procesadas utilizando una metodología cualitativa, lo que hizo posible la construcción de tablas a través de las cuales se logró la identificación de las estrategias empleadas por los niños y niñas, así como su clasificación en categorías jerárquicas.

El análisis de los datos se realizó mediante la lectura de los videos, transcribiendo cada acción y respuesta verbal del niño, a continuación se identificaron las estrategias y por último se describieron y clasificaron en orden jerárquico, de acuerdo a la complejidad de los conceptos utilizados para resolver la situación.

3.1 DESCRIPCIÓN DE LA TAREA

El objetivo de las tareas del proyecto de investigación doctoral es permitir observar, a través de los desempeños y estrategias que los niños utilizan, el funcionamiento cognitivo en una situación de resolución de problemas relacionada con el uso de los indicadores de tendencia central.

Para cumplir los objetivos de este proyecto, se considerará trabajar con la tarea asociada a la Media Aritmética.

El objetivo de la tarea es permitir observar, a través de los desempeños y estrategias que los niños utilizan, el funcionamiento cognitivo en una situación de resolución de problemas relacionada con el uso de los indicadores de tendencia central.

La tarea ha sido diseñada tomando un tipo de situación cotidiana para los niños; se refiere a la verificación del contenido de fósforos que regularmente se encuentra en una cajita cuyo valor ofrecido es de 40 fósforos por caja. Se exige la comparación del contenido promedio de dos conjuntos de cajas de distinta marca. La situación ha sido ajustada a las características de la Media Aritmética.

La tarea está diseñada en dos formas de presentación; una escrita, utilizando tablas numéricas encabezadas con el nombre de la marca de fósforos, cuyos

elementos son las cantidades de contenido de fósforos de cada caja; y una presentación con material concreto, que corresponde a las cajas de fósforos, etiquetadas con la cantidad de contenido.

Los datos para la situación se encuentran en el rango 37 a 41.

La tarea, se presenta inicialmente a través de material escrito en dos listados, a tres columnas, uno de 20 números, de dimensión 6 cm de ancho por 13,5 cm de largo y otro de 30 números, este último con dimensión 8 cm de ancho por 15 cm de largo. (Ver Tabla 1)

Tabla 1. Listados presentados a los niños

Póker				El Sol		
39	39	39	39	39	41	40
39	41	40	37	37	38	40
39	39	40	40	39	41	39
40	39	39	39	39	38	39
37	38	39	37	41	39	38
37	41	41	38	39	37	38
40	40	38	37	39	41	
	39	37				

Fuente: propia del estudio

Foto 1. Formas de presentación de la tarea a los niños



(a)

(b)

La presentación de la tarea con material concreto (Foto 2 b) conserva equivalencia con las cantidades de contenido (valores numéricos) de los listados (Foto 2 a), a través de la cantidad de cajas de fósforos. Esta segunda presentación sólo se hace con los niños que no puedan resolver la tarea en la primera presentación.

3.2 SUJETOS PARTICIPANTES

El grupo de sujetos participantes estuvo conformado por un total de 20 niños y niñas, repartidos de la siguiente manera: 7 de 11 años, 7 de 12 años y 6 de 13 años, de instituciones educativas rurales y urbanas de los municipios de Cali y Popayán los cuales fueron incluidos a partir del consentimiento informado tanto de padres de familia como de directivos de colegios.

3.3 ANÁLISIS DE LOS VIDEOS

El análisis de los videos se realizó de la siguiente manera:

3.3.1 Revisión y transcripción de registros audiovisuales a rejillas de registro. Las actuaciones de los niños fueron registradas en medios audiovisuales. La tarea diseñada se implementó con una metodología de entrevista clínica, iniciando con una presentación que describe la situación y los datos en formato escrito, utilizando tablas numéricas y, en caso que el niño no pueda resolver la situación y lo requiera, se le permite el material concreto (cajas de fósforos).

La observación es el eje fundamental en la transcripción de los datos, puesto que se trata de una investigación de tipo cualitativo donde lo importante es lograr identificar las estrategias que utilizan los niños para resolver una situación o tarea que involucre el concepto de media aritmética.

Así, la información de los videos se transcribió en tablas denominadas “Rejillas de registro” constituidas por 5 columnas, en cuyo encabezado se reportan los datos del niño, que son: código de registro, edad, grado escolar, código de registro de la institución educativa, código de la ciudad y código de la tarea. Las rejillas de registro fueron organizadas de la siguiente manera:

En la primera columna, denominada “Preguntas del entrevistador” se consignan las preguntas que el entrevistador hace al niño a medida que transcurre la entrevista, la pregunta inicial en todos los casos, después de presentada la situación, fue ¿Cuál crees tú que es la marca que trae más fósforos por cajita?

En la segunda columna denominada, “Configuración” se presenta la descripción de los elementos con los cuales el niño intentaba resolver la tarea.

En la tercera columna denominada, “Respuestas verbales del niño” se registraron todas las expresiones verbales que ofreció el niño a medida que realizaba la tarea.

En la cuarta columna denominada, “Acciones del niño” se describen todas las acciones que el niño realizó para dar solución a la tarea.

En la quinta y última columna denominada, “Estrategias” se organiza y da forma a las respuestas verbales y acciones realizadas por el niño.

Las rejillas de registro elaboradas a partir del trabajo realizado por los niños en la tarea tienen la forma de la Figura 3.

Tabla 2. Formatos de rejilla de registro elaborada para sistematizar la información

Preguntas del entrevistador	Configuración	Respuestas verbales del niño	Acciones del niño	Estrategias
¿Cuál crees tú que es la marca que trae más fósforos por cajita?	Dos listado de los contenidos de fósforos de las marcas Póker y El Sol El Sol 39, 41, 40 37, 38, 40 39, 41, 39 39, 38, 39 41, 39, 38 39, 37, 38 39, 41 Póker 39, 39, 39, 39 39, 41, 40, 37 39, 39, 40, 40 40, 39, 39, 39 37, 38, 39, 37 37, 41, 41, 38 40, 40, 38, 37 39, 37			

Fuente: propia del estudio

3.3.2 Construcción de categorías jerárquica. El diseño de las rejillas permitió realizar un tipo de análisis objetivo y uno subjetivo.

Análisis objetivo: el cuál se hace a través de una descripción de las tareas y procedimientos (entrevista general y estructura de la tarea).

Análisis subjetivo: en el cual se estudia la demanda cognitiva de la tarea y los niveles de desempeño.

A partir de la información contenida en las rejillas de registro, se procedió a identificar en forma jerárquica, las estrategias que los niños desarrollaron durante el proceso de solución de la situación problema propuesta.

Las estrategias desarrolladas por los niños se agruparon, de tal forma que se pudo observar un avance progresivo de las mismas en virtud de los elementos involucrados y registrados en el proceso de solución de la tarea.

Este avance progresivo, fue considerado desde estrategias en las cuales se observa la imposibilidad de resolver la situación, hasta aquellas en las que aparecen formas más elaboradas de solución, considerando igualmente tanto el uso de lista de datos como de cajas de fósforo.

A partir de esta agrupación se construyen niveles; esta construcción produjo como resultado un conjunto de tablas que se denominaron “Rejillas de análisis”, las cuales constan de 4 columnas, así:

En la primera columna denominada “Estrategia” se presenta el nombre asignado a cada estrategia en orden progresivo de acuerdo al grado de complejidad de la estrategia.

La segunda columna denominada “Descripción”, presenta la descripción de cada una de las estrategias encontradas en el estudio.

En la tercera columna denominada “Cantidad” se presenta la frecuencia de niños que utilizaron cada estrategia en la solución de la tarea.

La cuarta y última columna denominada “Porcentaje”, representa el porcentaje de niños que utilizaron dicha estrategia.

Tabla 3. Formato para clasificar las estrategias

Estrategia		Descripción	%
1			
2			
3			
4			
5			

3.3.3 Explicación y descripción de estrategias. La identificación de estrategias jerárquicas, permitió categorizar el desempeño cognitivo de los sujetos participantes e inferir desempeños generales que son presentados en los resultados con los cuales se planteó el análisis, las conclusiones y recomendaciones de este estudio.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

Posterior a la presentación de la situación problema, los datos que a continuación se exponen, no fueron separados de acuerdo al género, debido a que no se plantean diferencias en esta característica en el grupo participante; tampoco en relación a la edad. En este sentido, los datos siempre serán considerados como pertenecientes a un solo grupo.

Las estrategias se clasificaron en forma creciente, desde la más sencilla hasta la más compleja, teniendo en cuenta los elementos matemáticos empleados en cada una de ellas. Siendo las primeras las que realizan acciones más simples y las últimas permiten observar la aparición de acciones de carácter más elaborado y que permiten alcanzar la solución.

La clasificación y descripción de cada estrategia se presenta en la Tabla 5.

Tabla 4. Cuadro de estrategias

Estrategia		Descripción	%
1	Comparar el número de datos en cada listado.	Elegir la marca a partir de la cantidad de datos en cada listado.	40%
2	Compara la suma de los datos entre listados.	Sumar los datos en cada uno de los listados por separado y comparar los totales.	10%
3	Reconocer la heterogeneidad entre los listados de cada marca.	Indicar la imposibilidad de comparar grupos con diferente cantidad de datos.	15%
4	Comparar las frecuencias de los	Escoger la marca que presenta mayor	25%

Estrategia		Descripción	%
	datos entre marcas.	cantidad de valores más altos.	
5	Elegir listado a partir de las sumas de los datos agrupados en frecuencias.	Encontrar frecuencias de datos y calcular la suma de los mismos, comparar total entre listados.	10%

Fuente: propia del estudio

La estrategia 1 denominada, “Comparar el número de datos en cada listado” presenta el mayor porcentaje, alcanzando a agrupar el 40% de los niños. Consiste en elegir la marca a partir de la cantidad de datos en cada listado.

En esta estrategia se observa que las acciones que los niños realizan para lograr encontrar una solución a la tarea, no evidencian un manejo de elementos matemáticos más allá de la comparación en la cantidad de los datos, es decir, en su mayoría eligen la marca que tiene el listado más grande (mayor número de datos). (Foto 2)

Foto 2. Evidencias estrategia 1



Fuente: propia del estudio

Algunas de las acciones que los niños realizaron en esta estrategia son: “mirar los dos listados de números”, aquí el niño se limita solamente a observar los listados; “pone los listados juntos y los recorre con la mirada”, se observa que el niño mira más detalladamente los datos, sin llegar a realizar otra acción que le permita tomar una decisión. “Cuenta para cada marca la cantidad de valores en el listado”, el estudiante además de observar los listados cuenta la cantidad de datos en cada uno, aunque llega a contar las frecuencias para cada marca no va más allá de hacer una comparación en la cantidad de datos.

La estrategia 2 llamada, “Compara la suma de los datos entre listados” que consiste en sumar los datos en cada uno de los listados por separado y comparar los totales, reúne el 10% de los niños (Foto 3).

En esta estrategia se observa la aparición de nuevos elementos cognitivos y una clasificación simple basada en una característica, en este caso, la marca o la cantidad de contenido.

Foto 3. Evidencias estrategia 2



Fuente: propia del estudio

Ya se evidencia aquí que los niños realizan sumas de valores y comparan sus resultados para emitir un juicio acerca de la decisión a tomar, ejemplo de ello son acciones tales como: “escribe en papel los valores de póker y sol y empieza a sumarlos por separado”

La estrategia 3, “No comparar listados de diferentes cantidades” consiste en indicar la imposibilidad de comparar grupos con diferente cantidad de datos, fue utilizada por el 15% de los niños (Foto 4).

Foto 4. Evidencias estrategia 3



Fuente: propia del estudio

Se evidencia en esta estrategia que los niños además de observar y sumar los datos por listado, comparan esos resultados y concluyen que como sus valores son diferentes, no es posible encontrar una solución.

La estrategia 4 denominada, “Comparar las frecuencias de los datos entre marcas” se destaca por escoger la marca que presenta mayor cantidad de valores más altos y fue utilizada por 25% de los niños (Foto 5).

Foto 5. Evidencias estrategia 4



Fuente: propia del estudio

En esta estrategia los niños realizaron acciones como: “contar la cantidad de datos por valor en cada listado”, es decir, contaron la cantidad de datos diferentes y hallaron su frecuencia por marca. Se evidencia con esto que los niños hicieron una comparación tanto de frecuencias como de marcas, lo que les permitió tomar una decisión más acertada y un poco más cerca de lo que se esperaba de esta tarea. La estrategia 5 llamada, “Elegir listado a partir de las sumas de los datos agrupados en frecuencias” consiste en encontrar frecuencias de datos y calcular la suma de los mismos, comparar total entre listados reúne al 10% de los niños.

Foto 6. Evidencias estrategia 5



Fuente: propia del estudio

Esta es la estrategia más elaborada y en ella se incorpora una clasificación múltiple, realizada secuencialmente, primero por marca y posteriormente por cantidad de contenido.

Todos los niños fueron capaces de encontrar una solución a partir de las listas de datos, el uso de lápiz y papel para establecer la estrategia de solución se observó sólo en niños que utilizaron las estrategias 2 y 3, los otros muestran más la utilización de la observación y los cálculos mentales para alcanzar la solución.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

En una primera etapa se observa la ausencia de esquemas operatorios, donde la observación cobra la mayor importancia, se evidencia la aparición de dichos esquemas en estrategias más complejas, donde sin llegar análisis muy elaborados los niños logran hacer comparaciones y clasificaciones.

Se aprecia que el concepto de media aritmética no se consigue mediante la experiencia, se requiere tener una orientación adecuada y un conocimiento previo para poder utilizarlo en la solución de una tarea que requiera de su aplicación, es decir el concepto de media aritmética solo se consigue mediante la instrucción.

No se encuentran evidencias de que exista diferencia entre niños y niñas, pero si se observa que a mayor edad de los niños sus soluciones son mucho más avanzadas y elaboradas.

El docente tiene que reconocer que los niños en el aula ponen en juego sus conocimientos, confrontándolos e indagando sobre su aplicación, lo que se convierte en una fuente de información importante para la actividad docente.

5.2 RECOMENDACIONES

Respecto a la tarea se recomienda trabajar una sola parte de ella, es decir, trabajar con los listados sin necesidad de proveer a los niños de las cajas de fósforos, ya que todos fueron capaces de resolver la tarea utilizando únicamente

las listas y ninguno de ellos manifestó el deseo de trabajar con el material concreto.

Se recomienda darle continuidad al estudio y así observar en qué momento aparece el esquema para construir el concepto de media aritmética.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Batanero, C. (2000b). *Significado y comprensión de las medidas de posición central*. UNO
- Batanero, C. (2000c). *¿Hacia dónde va la Educación Estadística?* Blaix
- Batanero, C. (2001). *Análisis de Datos y su Didáctica*. Recuperado el 23 de febrero de 2006, disponible en www.ugr.es/~batanero
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Recuperado el 14 de febrero de 2006, disponible en www.ugr.es/~batanero
- Batanero, C. (2001). *Presente y Futuro de la Educación Estadística. Jornades europees d'estadística. L'ensenyament i la difusó de l'estadística*. Sant Feliu: Conselleria d'Economia, Comerç i Indústria. Govern de les Illes Balears.
- Batanero, C. (2002). *Los retos de la cultura estadística. Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística*. Buenos Aires.
- Batanero, C. (2003). *Veinte años de conferencias internacionales de Educación Estadística. 27 Congreso Nacional de Investigación Operativa*.
- Batanero, C., & Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para Maestros*. Recuperado el 7 de 3 de 2006, disponible en www.ugr.es/~batanero
- Batanero, C., Garfield, J. B., Ottaviani, M. G., & Truran, J. (2000). *Investigación en Educación Estadística: Algunas Cuestiones Prioritarias*. Statistical Education Research Newsletter
- Batanero, C., Godino, J. D., & Navas, F. (1997). *Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios*. En H. Salmerón (Ed.), *VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa*, Granada.
- Batanero, C., Godino, J. D., Holmes, R., & Vallecillos, A. (1993). *Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales*. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology
- Behar, R. (1997). *Comprendiendo la estadística usando el sentido común*. Cali: Universidad del Valle.

- Behar, R., & Yepes, M. (1988). *Estadística Un enfoque descriptivo*. Cali: Universidad del Valle, segunda edición
- Cobo, B., & Batanero, C. (2000). *La mediana en la educación secundaria obligatoria: ¿un concepto sencillo?* UNO
- Curcio, F. R. (1989). *Developing graph comprehension*. Reston: VA: N. C. T. M.
- Estepa, A. (2003). *Actividades de Educación Estadística difundidas en lengua Española y Portuguesa. 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*. Lleida.
- Garfield, J. (1995). *How Students Learn Statistics*. International Statistical Review
- Gutiérrez Rodríguez, A. (1991). *La investigación en didáctica de las matemáticas. Matemáticas: Cultura y aprendizaje*
- Gutiérrez, C. S. (1983). *Filosofía de la Estadística*. Madrid: Tebar Flores.
- Inhelder, B. (1978). *Las estrategias Cognitivas: Aproximación al estudio de los procedimientos de resolución de problemas*. Anuario de Psicología
- M. M. (1998). *Lineamientos Curriculares en Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa editorial Magisterio.
- Mayén, S., Cobo, B., Batanero, C., & Balderas, P. (2007). *Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato*. Union, Revista Iberoamericana de Educación Estadística
- Piaget, J. (1936). *El nacimiento de la inteligencia en el niño*. Madrid.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1951). *A origem da idéia do acaso na criança*. (A. M. Cohelo, Trad.) Rio de Janeiro: Record Cultural.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1982). *El desarrollo de las cantidades en el niño*. Barcelona España: Hogar del libro.
- Posada, F., Jimenez, A., & Vásquez, N. (2004). *Estandares básicos de matemáticas: un propuesta de análisis e implementación en el aula de clase*. IV encuentro nacional y I internacional de matemáticas. Popayán : FUNDEMAR.
- Riascos, Y. (2009). *El muestreo estadístico en las prácticas investigativas de estudiante universitarios*. Cali: Universidad del Valle.

- Riascos, Y. (2012 (en Prensa)). *El pensamiento estadístico asociado a las medidas de tendencia central: Un estudio psicogenético sobre la media aritmética, la mediana y la moda*. Cali: Universidad del Valle.
- Riascos, Y., & Fávero, M. H. (2010). *La resolución de problemas que involucran conceptos estadísticos: Un estudio que articula datos cognitivos e implicaciones educativas*. UNION Revista Iberoamericana de Educación Matemática
- Strauss, S. (1982). *Desarrollo cognitivo en y fuera de la escuela*. En: *Lecturas preparatorias al Simposio inaugural de CLEPS*
- Vallecillos, A. (1995). *Consideraciones epistemológicas sobre la inferencia estadística: Implicaciones para la práctica*. UNO
- Vergnaud, G. (1990). *La teoría de los campos conceptuales*. *Recherches en didactique des Mathématiques*

ANEXOS

Anexo 1. Fichas de registro de las estrategias

Código: N07113263

Edad: 11 años

Tarea: 3

Nombre: Eldher

Grado: 6°

Ciudad: 2

Lizyamith

Colegio: 3

Preguntas del entrevistador	Configuración	Respuestas verbales del niño	Acciones del niño	Estrategias
¿Cuál crees tú que es la marca que trae más fósforos por cajita?	Dos listado de los contenidos de fósforos de las marcas Póker y El Sol	Ésta (Póker)	Mira los listados uno seguido del otro en forma repetida, y señala el listado de Póker.	Comparar el número de datos en cada listado.
¿Cómo sabe que esa marca es la que tiene las cajas con más contenido que la otra?	El Sol 39, 41, 40 37, 38, 40 39, 41, 39 39, 38, 39 41, 39, 38 39, 37, 38 39, 41 Póker 39, 39, 39, 39 39, 41, 40, 37 39, 39, 40, 40 40, 39, 39, 39 37, 38, 39, 37 37, 41, 41, 38 40, 40, 38, 37 39, 37	Porque éste (El Sol) trae menos contenido y éste (Póker) trae más.	Mira los listados	Comparar, entre las marcas, la cantidad de valores de contenido en los dos listados.
Y ¿cómo te das cuenta que Póker trae más?		Porque aquí (El Sol) hay menos, hay 20 contenidos y aquí (Póker) hay más 30.	Cuenta para cada marca (S y P) la cantidad de valores en el listado	

Código: N04123243

Edad: 12 años

Tarea: 3

Nombre: Iván René

Grado: 4°

Ciudad: 2

Valencia

Colegio: 3

Preguntas del entrevistador	Configuración	Respuestas verbales del niño	Acciones del niño	Estrategias
¿Cuál crees tú que es la marca que trae más fósforos por cajita?	Dos listado de los contenidos de fósforos de las marcas Póker y El Sol El Sol 39, 41, 40 37, 38, 40 39, 41, 39 39, 38, 39 41, 39, 38 39, 37, 38 39, 41		Pone los dos listados juntos sobre la mesa. Señala y cuenta la cantidad de 41 en el listado del sol. Hace exactamente lo mismo en el listado de póker.	Centra su atención en el dato de mayor contenido por caja y toma su decisión basado en ese análisis
	Póker 39, 39, 39, 39 39, 41, 40, 37 39, 39, 40, 40 40, 39, 39, 39 37, 38, 39, 37 37, 41, 41, 38 40, 40, 38, 37 39, 37	Esta (sol) trae más.	Levanta el listado del sol y se lo muestra al profesor.	Compara las frecuencias de los datos entre marcas.
¿Porque?		Porque el sol trae más y póker trae poquitos.	Cuenta nuevamente la cantidad de 41 en los dos listados.	

Código: N09132153

Edad: 12 años

Tarea: 3

Nombre: Jessica

Grado: 4°

Ciudad: 1

Torres Molina

Colegio: 2

Preguntas del entrevistador	Configuración	Respuestas verbales del niño	Acciones del niño	Estrategias
¿Cuál crees tú que es la marca que trae más fósforos por cajita?	Dos listado de los contenidos de fósforos de las marcas Póker y El Sol El Sol 39, 41, 40 37, 38, 40 39, 41, 39 39, 38, 39 41, 39, 38 39, 37, 38 39, 41 Póker 39, 39, 39, 39	Esta (póker). Porque acá (sol) la mayoría de todos los números son treinta y algo, y acá (póker) hay más 41. Acá (póker) también hay treinta y algo pero tiene más cantidad en los 39.	Observa los dos listados sobre la mesa.	Categorizar los menores de 40 y los mayores.
¿Este tiene más cantidad (póker)?	39, 41, 40, 37 39, 39, 40, 40 40, 39, 39, 39 37, 38, 39, 37 37, 41, 41, 38 40, 40, 38, 37	Sí. Y este (sol) tiene: un, dos, tres, ..., seis. Tiene seis. Y ...uno, dos, ..., doce.	Cuenta la cantidad de 39 en el listado del sol.	Establece el conteo de los menores de 40 y compara para decidir.
Entonces tú dices póker, porque tiene más cantidad de fósforos que el sol.		Sí.		Comparar las frecuencias de los datos entre marcas