

Efecto de la ubicación del sensor y de la variable medida en la correlación entre los exponentes de Lyapunov de marcha humana no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico



Juan David Guzmán Villamarín
Trabajo de Grado de Maestría en Automática

Director: PhD. Carlos Felipe Rengifo Rodas
Codirector: MSc. Diego Enrique Guzmán Villamarín

Universidad del Cauca
Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones
Departamento de Electrónica, Instrumentación y Control
Maestría en Automática
Popayán, Septiembre de 2020

Juan David Guzmán Villamarín

Efecto de la ubicación del sensor y de la variable medida en la correlación entre los exponentes de Lyapunov de marcha humana no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico

Trabajo de grado presentado a la Facultad de Ingeniería Electrónica y Telecomunicaciones de la Universidad del Cauca para la obtención del título de

Magister en:
Automática

Popayán, Septiembre 2020

Dedicatoria

...A mi abuelo Enrique Lemos Barragan en el cielo QEPD
...A mi amigo Cristian Camilo Orozco Alarcón en el cielo QEPD

Agradecimientos

...A Dios por tenerme aquí en este momento y lugar, además de darme la oportunidad de conocer a tan grandes personas con las que comparto día a día.

...A mi Director, mentor, compañero y amigo Carlos Felipe Rengifo por guiarme, la paciencia, el apoyo y sobretodo por todo lo que he aprendido de usted como persona y profesional.

...A mi co-director y hermano Diego Enrique Guzmán por darme una mano cuando la necesitaba, apoyarme y aconsejarme para alcanzar mis metas.

...A mi familia, mis padres y mi hermanos por estar siempre junto a mi.

...A mis compañeros de master por hacer entretenido este periodo.

...A la Universidad del Cauca por ser mi alma mater.

...A Vincent, Randa y al equipo LISSI por la experiencia de trabajar junto a ellos en Paris durante mi estancia como pasante.

Resumen

El propósito de este trabajo es evaluar la incidencia de la ubicación del sensor inercial en la correlación entre los exponentes de Lyapunov (LyE) de marcha no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico. La estabilidad de marcha se analizó en un grupo de usuarios sin ningún tipo de limitación en su capacidad de marcha y sin registro médico de caídas que hayan ocasionado algún tipo de trastorno musculoesquelético. Para la adquisición se realizó un protocolo experimental compuesto de tres "tipos de marcha": marcha normal, con un visor ubicado frente a los ojos o HMD, y adicionando a este último perturbaciones del flujo óptico. En cada configuración los usuarios deben portar los dispositivos desarrollados y caminar por un pasillo de 20m de longitud en línea recta. Con el fin de realizar el experimento se desarrollaron dos plataformas: una que utiliza realidad virtual, y otra con realidad aumentada. Los resultados evidenciaron que la correlación entre los los exponentes de Lyapunov de marcha perturbada y no perturbada, se ven influenciados por la posición del sensor en el cuerpo del usuario.

Palabras clave: Marcha humana, estabilidad, exponentes de Lyapunov

Abstract

The purpose of this work is to evaluate the incidence of inertial sensor location in the correlation between Lyapunov (LyE) exponents of undisturbed gait and disturbances in optical flow. Gait stability was analyzed in a group of users without any limitation in their gait ability and without a medical record of falls that have caused some type of skeletal muscle disorder. For the acquisition, an experimental protocol consisting of three "types of gait" was performed: normal gait, with a visor placed in front of the eyes or HMD, and adding disturbances to the optical flow to the latter. In each configuration, users must carry the developed devices and walk down a 20m long corridor in a straight line. In order to carry out the experiment, two platforms were developed: one that uses virtual reality, and the other with augmented reality. The results showed that the correlation between Lyapunov's exponents of undisturbed and with perturbances in optical flow, are influenced by the position of the sensor in the user's body.

Keywords: Human gait, stability, Lyapunov exponents

Tabla de contenido

Lista de figuras	IX
Lista de tablas	XI
1. Conceptualización del tema de investigación	1
1.1. Exponentes de Lyapunov	1
1.2. Análisis de marcha con LyE	2
1.3. Los LyE y el riesgo de caída	2
1.4. Planteamiento del problema	3
1.5. Objetivos	4
1.6. Publicaciones asociadas a esta tesis	5
1.7. Organización de la tesis	5
2. Algoritmo de los exponentes de Lyapunov	7
2.1. Sistema caótico	7
2.2. Exponentes de Lyapunov.	13
2.2.1. Calculo de los exponentes de Lyapunov a partir del modelo.	13
2.2.2. Calculo de los exponentes de Lyapunov a partir de una señal.	15
3. Plataforma de análisis de estabilidad de marcha humana	19
3.1. Requerimientos del sistema	19
3.2. Selección de herramientas y componentes	20

3.2.1. Matriz de decisión para la selección del dispositivo de adquisición de la velocidad de movimiento	20
3.2.2. Matriz decisión para la selección del dispositivo de medición.	21
3.2.3. Matriz decisión para la selección de la interfaz visual	22
3.3. Plataforma de realidad virtual.	23
3.3.1. Arquitectura del sistema.	23
3.4. Plataforma de realidad aumentada (AR)	26
3.4.1. Motivación para el desarrollo de una plataforma de realidad aumentada . . .	26
3.4.2. Descripción de la plataforma	27
4. Experimentación y resultados	33
4.1. Participantes	33
4.2. Protocolos	34
4.2.1. Protocolo utilizado con la plataforma de realidad virtual	34
4.2.2. Protocolo utilizado con la plataforma de realidad aumentada	35
4.3. Resultados	37
4.3.1. sLyE obtenidos con el protocolo de realidad virtual	37
4.3.2. sLyE para protocolo VR usando diferente calzado	38
4.3.3. sLyE para protocolo AR	39
4.3.4. Correlación entre sLyE de marcha perturbada y no perturbada	41
5. Conclusiones y trabajos futuros	45
5.1. Trabajos futuros	46
A. Anexos	47
A.1. Nombre de la investigación	47
A.2. Participantes	47
A.3. Introducción	47
A.4. Selección de los participantes	48

A.5. Procedimiento	49
A.5.1. Declaración de metodología de experimentación al voluntario	49
A.5.2. Datos demográficos.	49
A.5.3. Proceso de medición.	49
A.5.4. Ubicación de los dispositivos de medición y calibración de los módulos.	49
A.6. Riesgos potenciales	50
A.7. Beneficios	50
A.8. Confidencialidad	50
A.9. Manejo de los resultados	50
A.10.Derecho a negarse o retirarse	50
A.11.Contacto	51

Bibliografía	53
---------------------	-----------

Lista de figuras

2.1. Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 2.95$ y $x(0) = 0.100$	9
2.2. Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 3.2$ y $x(0) = 0.6875001$	10
2.3. Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 3.5$ y $x(0) = 0.7145$	11
2.4. Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 3.75$ y $x(0) = 0.100$	12
2.5. Comportamiento caótico en función del parámetro μ	12
2.6. Dinámica del sistema bajo condiciones iniciales $x_0 = 0.100$ y $x_0 = 0.101$ para $\mu = 3.75$	13
2.7. Dinámica del sistema bajo condiciones iniciales $x_0 = 0.700$ y $x_0 = 0.701$ para $\mu = 3.9$	14
2.8. Espectro de Lyapunov para la ecuación logística.	15
2.9. Regresión lineal que calcula el exponente de Lyapunov.	17
3.1. Diagrama de bloques del sistema de realidad virtual.	23
3.2. Dispositivo de medición de velocidad de marcha sujetado al usuario.	24
3.3. La escena de calibración muestra al usuario como se debe ajustar el HMD para visualizar la figura 3D de la escena. El usuario dispone de 30 segundos para ajustar los lentes del HMD.	24
3.4. Captura del video en 360° desplegada en el entorno de desarrollo.	25
3.5. Modulo de adquisición de datos instalado en la espalda baja del usuario.	25
3.6. Interfaz para enviar el disturbio óptico al entorno virtual.	26
3.7. Interfaz que calcula los sLyE.	27
3.8. Diagrama de bloques del sistema de realidad aumentada.	27
3.9. Ubicación de los módulos en el cuerpo del usuario.	28

3.10. Usuario portando el HMD. Al lado derecho se visualiza entorno real a través de la cámara.	28
3.11. Perturbación de la cámara en el entorno Unity3D.	29
3.12. Diagrama de objetos de la aplicación AR.	30
3.13. Diagrama de flujo para el cálculo de los sLyE.	31
4.1. Diagrama de secuencia para la plataforma de realidad virtual.	35
4.2. Diagrama de secuencia para la plataforma de realidad aumentada.	36
4.3. Regresión lineal entre marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico cuando los sLyE se calculan utilizando la aceleración en el eje de la gravedad.	42
4.4. Regresión lineal entre marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico cuando los sLyE se calculan utilizando la velocidad angular alrededor del antero posterior, considerando la posición del sensor: Pantorrilla (<i>P</i>), Cadera (<i>C</i>) y Espalda (<i>E</i>) . . .	42
4.5. Regresión lineal entre los sLyE de marcha normal y el cambio de los sLyE con perturbaciones del flujo óptico ($\Delta\lambda$) cuando los sLyE se calculan utilizando la aceleración en el eje de la gravedad, considerando la posición del sensor: Pantorrilla (<i>P</i>), Cadera (<i>C</i>) y Espalda (<i>E</i>).	43
4.6. Regresión lineal entre marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico cuando los sLyE se calculan utilizando la velocidad angular alrededor del antero posterior. .	44
A.1. Ubicación de los módulos en el cuerpo del usuario.	49

Lista de tablas

2.1. Tabla de valores de la ecuación logística para $\mu = 2.95$	9
2.2. Tabla de valores de la ecuación logística para $\mu = 3.2$	10
2.3. Tabla de valores de la ecuación logística para $\mu = 3.5$	11
2.4. Exponentes de Lyapunov de tiempo discreto del modelo logístico.	14
2.5. Evolución de la separación entre vecinos más cercanos.	17
2.6. Exponentes de Lyapunov de tiempo discreto de una señal generada por el modelo de ecuación logística.	18
3.1. Módulo de adquisición de velocidad de marcha: Criterios, límites y valoración	20
3.2. Matriz de decisión modulo de adquisicion de velocidad	21
3.3. Modulo de adquisición de datos inerciales: Criterios, límites y valoración	21
3.4. Matriz de decisión modulo de medición inercial.	21
3.5. Modulo de interfaz visual: Criterios, límites y valoración	22
3.6. Matriz de decisión modulo de perturbaciones visuales	22
4.1. Información demográfica. Los valores en la ultima fila indican el valor medio \pm desviación estándar. El indice de grasa corporal (BFI) fue calculado mediante: https://www.calculator.net/body-fat-calculator.html	34
4.2. Promedio de los sLyE obtenidos en cada participante cuando el teléfono que mide la aceleración vertical está ubicado en la espalda baja: Mundo real (N), realidad virtual sin perturbación (VR), y realidad virtual con perturbación del flujo óptico ($VR + P$).	37

4.3. Significancia de las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha (N , VR , $VR + P$) para diferentes variables inerciales.	37
4.4. sLyE calculados usando el mismo conjunto de datos de la Tabla 4.2 considerando 5, 10, 20 y 40 valores para la regresión lineal que estima la tasa de divergencia promedio de dos condiciones iniciales. Los valores corresponden a la marcha realizada en el mundo real.	38
4.5. Promedio de los sLyE obtenidos por los participantes utilizando diferente tipo de calzado: sandalias (S), zapato formal (F), y zapato deportivo (D) bajo diferentes configuraciones.	39
4.6. Promedio de los sLyE obtenidos de los participantes en cada sensor y configuración (N : marcha normal, AR : realidad aumentada sin perturbación, $AR + P$: realidad aumentada con perturbación.	40
4.7. Promedio y desviación estandar de los sLyE obtenidos de los participantes en cada eje de la IMU y su respectiva ubicación (P : pantorrilla, C : cadera, E : espalda superior).	40
4.8. Significancia de las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha (N , AR , $AR + P$) y a la ubicación del sensor (Pantorrilla, cadera, espalda superior) para diferentes variables inerciales.	41

Capítulo 1

Conceptualización del tema de investigación

Esté capítulo busca dar una introducción conceptual a la temática de este proyecto, haciendo una revisión bibliográfica de conceptos relacionados con el análisis de estabilidad local de marcha humana, los dispositivos y herramientas matemáticas utilizadas para ello. Finalmente, se presentan los objetivos del proyecto, publicaciones asociadas a este trabajo y la organización de la tesis.

1.1. Exponentes de Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov (LyE) cuantifican la tasa de convergencia o de divergencia entre trayectorias muy cercanas y pertenecientes a un atractor. Para un sistema dinámico con n estados existen n exponentes de Lyapunov. Cada uno de dichos exponentes está asociado con una dirección en la cual se puede perturbar la condición inicial. Por ejemplo, para un sistema con 3 estados, se puede calcular la tasa de divergencia entre las condiciones iniciales $(0,0,0)$ y $(\varepsilon,0,0)$, o entre $(0,0,0)$ y $(0,\varepsilon,0)$, o entre $(0,0,0)$ y $(0,0,\varepsilon)$, donde ε es un valor tendiente a cero. Para cada uno de los tres pares de condiciones iniciales anteriormente mencionado habrá un exponente de Lyapunov, y estos en general serán distintos. El mayor de ellos es conocido como el exponente máximo de Lyapunov (λ_m). Si λ_m es positivo, entonces el sistema es caótico [1] y en tal caso, entre más alto su valor, mayor es el grado de inestabilidad local de la marcha.¹

¹Existe otro concepto denominado estabilidad orbital, el cual se mide utilizando multiplicadores de Floquet pero no será abordado en esta investigación.

1.2. Análisis de marcha con LyE

En el año 2000, Dingwell y Cusumano [1] proponen la utilización de los LyE para cuantificar la estabilidad de la marcha humana. En dicho trabajo se muestra que en el caso de personas con neuropatía diabética la disminución de la velocidad de marcha conlleva a una disminución del λ_m , lo que indica un menor grado de inestabilidad local.

En 2006, Dingwell y Marin [2] confirman la relación entre velocidad de marcha y LyE obtenida en [1]. Los autores concluyen que también para población joven disminuir la velocidad de marcha conlleva a un descenso en el grado de inestabilidad. Los autores resaltan que los LyE no miden la capacidad de respuesta ante perturbaciones mayores como las generadas por tropiezos o por marcha sobre superficies resbalosas.

En 2009, Kang y Dingwell [3] calculan los LyE para tronco, cadera, muslo, pierna y pie. De la investigación se concluye que los LyE de los segmentos inferiores del cuerpo humano son mayores que aquellos de los segmentos superiores, indicando mayor inestabilidad local en los primeros que en los segundos. Adicionalmente, los investigadores reportan que los LyE se incrementan con la edad. En [3], al igual que en los trabajos citados en el párrafo precedente, se calculan los LyE para marcha no perturbada.

En 2011, McAndrew y colaboradores [4] compararon los LyE para marcha no perturbada y con perturbaciones, bien sea aplicadas a la superficie sobre la cual se camina o al flujo óptico. El resultado obtenido fue que las perturbaciones, independientemente de su naturaleza (mecánica u óptica), incrementan la inestabilidad local de la marcha. Adicionalmente, se evidenció que los participantes son más sensibles a perturbaciones en el eje mediolateral que en el eje anteroposterior.

En 2018, Qiao y colaboradores [5] calcularon los LyE con base en la velocidad según los ejes anteroposterior, mediolateral y vertical de un marcador reflectivo ubicado en la vertebra C7, y encontraron que para marcha sin perturbaciones no existen diferencias significativas entre los LyE de los tres grupos poblacionales estudiados (11 jóvenes, 11 adultos mayores sin historial de caídas y 11 adultos mayores con al menos un reporte de caída en el último año). Para marcha con perturbaciones medio laterales en el flujo óptico, se encontró que las diferencias entre los LyE eran significativas entre grupos con diferentes edades pero no entre grupos con diferente historial de caídas.

1.3. Los LyE y el riesgo de caída

En 2008, Lockhart y Liu [6] encuentran que para la población involucrada en su estudio, los LyE de adultos con historial de caídas son significativamente mayores que los del grupo sin historial

de caídas. Los autores, contrario a lo afirmado en [5] y [4], concluyen que las caídas son debidas a la incapacidad de controlar las perturbaciones cinemáticas propias del ciclo de marcha humano.

En 2012, Toebes y colaboradores [7] utilizaron el vector de velocidad angular entregado por un sensor inercial ubicado debajo de los omóplatos de los participantes, y encontraron, a partir de regresión logística univariada, que los LyE están asociados con el historial de caídas. En este estudio participaron 134 adultos con edades entre 50 y 75 años, 44 de ellos reportaron al menos una caída en el último año.

En 2012, Bruijn y colaboradores [8] simulan el ciclo de marcha de un robot bípedo pasivo para diferentes parámetros (pendiente de descenso, constante del resorte de cadera y radio de los pies) y encuentran que entre mayor es el LyE, menor es el máximo desnivel de terreno que el robot puede tolerar. De esta manera, los autores relacionan estabilidad local con estabilidad global.

Del presente estado del arte puede evidenciarse que existe información experimental contradictoria acerca de la capacidad de los LyE para valorar el riesgo de caída.

1.4. Planteamiento del problema

Los exponentes de Lyapunov [9],[10] han sido ampliamente utilizados en el análisis de marcha humana [11], [12], [13], [4], [7], [14], [15] [16]. Estos cuantifican la tasa de divergencia o de convergencia entre dos trayectorias con condiciones iniciales infinitesimalmente cercanas y pertenecientes a un atractor [17], [10]. Su importancia radica en que determinan la habilidad del sistema motor para responder ante pequeñas perturbaciones cinemáticas que ocurren naturalmente durante el ciclo de marcha humano [18], [5].

Si se demuestra que los LyE constituyen una herramienta efectiva de valoración del riesgo de caída, estos permitirían complementar exámenes de función motora como *Performance-Oriented Mobility Assessment* (POMA), *Timed up and Go* (TUG) y *Berg Balance Scale* (BBS) por procedimientos completamente automatizados donde la subjetividad en la evaluación sería minimizada gracias al uso de sistemas de captura de movimiento y a algoritmos de procesamiento de datos. Sin embargo, la capacidad de los LyE para predecir el riesgo de caída es aún materia de controversia. El principal argumento en contra es que estos no cuantifican la respuesta ante perturbaciones externas que son las que pueden originar una caída [2].

McAndrew y colaboradores [4] encuentran que los LyE se incrementan ante la adición de perturbaciones externas en la marcha. No obstante, ellos afirman que la relación entre los LyE y el riesgo de caída debe abordarse en estudios posteriores. Qiao y colaboradores [5] concluyen también que estos exponentes se incrementan ante la presencia de perturbaciones. Sin embargo, no encuentran diferencias significativas entre los LyE de un grupo de participantes con historial de caídas y otro sin historial de caídas. Adicionalmente, no encuentran correlación significativa entre

los LyE para marcha perturbada y los LyE para marcha no perturbada. Estos resultados sugieren que estos índices no podrían aplicarse a la valoración del riesgo de caída.

Para descartar la utilización de los LyE como herramientas para la creación de sistemas automáticos (o al menos de mínima intervención humana) de valoración del riesgo de caída, deben existir una amplia variedad de estudios que confirmen si la correlación entre los LyE de marcha perturbada y no perturbada, obtenida en [6], se mantiene al cambiar la posición del sensor y la variable medida. Lo anterior se fundamenta en que los LyE varían de acuerdo a la posición del sensor y a la variable medida [20]. Por ende, este trabajo busca determinar si la correlación presentada en [6] es invariante respecto de la ubicación del sensor en el cuerpo humano y de la variable con la que se calculan los LyE. Basado en lo anterior surge la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué efecto tienen la ubicación del sensor y la selección de la variable medida en la correlación entre los LyE de marcha no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico?

1.5. Objetivos

Con el fin de simplificar la redacción de los objetivos descritos a continuación, se utilizará el término 'configuración experimental' para hacer referencia a la selección de dos de las variables independientes del presente proyecto. La primera de ellas es la ubicación en el cuerpo humano del sensor que captura el movimiento del participante, y la segunda es la naturaleza de la variable a utilizar para el cálculo de los LyE (posición, velocidad lineal, velocidad angular o aceleración).

Objetivo general

Evaluar el efecto de la configuración experimental en la correlación entre los LyE de marcha no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico.

Objetivos específicos

1. Desarrollar una plataforma experimental para captura de datos de marcha humana y aplicación de perturbaciones en el flujo óptico.
2. Determinar los LyE de marcha perturbada y no perturbada para población sin antecedentes de patologías con incidencia en la marcha, considerando diferentes configuraciones experimentales.
3. Analizar la correlación de Pearson y Spearman entre los LyE de marcha no perturbada y con perturbaciones, para diferentes configuraciones experimentales para la población objeto de estudio.

1.6. Publicaciones asociadas a está tesis

A continuación se presenta la producción científica asociada a estos trabajos:

- Aceptación para publicación en revista Q2, Revista Iberoamericana de Tecnologías de Aprendizaje IEEE-RITA, "Affordable human gait analysis using a virtual reality-based platform".

1.7. Organización de la tesis

La presente monografía se divide en 5 capítulos. El Capítulo 1 (ya abordado) presenta una breve introducción conceptual al tema de investigación, para contextualizar al lector. El Capítulo 2 abarca la información relacionada al cálculo matemático e interpretación del exponente de Lyapunov. El Capítulo 3 presenta el proceso de desarrollo de la plataforma software utilizada para la captura de datos. El Capítulo 4 presenta el proceso de experimentación llevado a cabo y los resultados obtenidos. Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Algoritmo de los exponentes de Lyapunov

En este capítulo se abordan los conceptos referentes a los sistemas caóticos. Inicialmente, se explica de forma elemental el concepto de sistema caótico. Posteriormente, se presenta un análisis de la ecuación logística para ejemplificar el comportamiento de un sistema caótico. Seguidamente, se presenta la técnica de los exponentes de Lyapunov aplicados al caso de la ecuación logística.

2.1. Sistema caótico

En la vida cotidiana se presentan sistemas dinámicos deterministas descritos a través de ecuaciones diferenciales, de las cuales se obtienen comportamientos regulares debido a que los estados sucesivos del sistema evolucionan de manera continua dependiendo de los estados pasados. Estos sistemas coinciden con dos tipos de comportamientos: uno donde la dinámica del sistema tiende asintóticamente a un valor constante; y un comportamiento periódico, donde la dinámica del sistema describe una trayectoria periódica limitada [19]. Sin embargo, se resalta que existen sistemas deterministas que no siguen estos comportamientos, en los cuales pequeñas variaciones en las condiciones iniciales conllevan a trayectorias completamente distintas, de apariencia irregular y no periódica. Es este comportamiento determinista aperiódico sensible a las condiciones iniciales lo que se denomina caos [20]. Los sistemas caóticos pueden llegar a tener dinámicas totalmente diferentes según el valor que tomen sus parámetros, o sus condiciones iniciales [21], [22].

Para ejemplificar la influencia de los parámetros y las condiciones iniciales en la dinámica de un sistema caótico, se analizará la ecuación logística. (Ecuación (2.1)). Esta describe el número de

individuos de una población, cuyo crecimiento está limitado por la cantidad de recursos disponibles:

$$x(k+1) = \mu x(k)(1 - x(k)) \quad (2.1)$$

En esta ecuación, el parámetro μ es la tasa de crecimiento de la población ($0 \leq \mu < 4$). Al sistema anterior se le analizará la estabilidad de sus puntos de equilibrio \bar{x} , los cuales están dados por las soluciones de la Ecuación (2.2).

$$\bar{x} = \mu \bar{x}(1 - \bar{x}) \quad (2.2)$$

Dichas soluciones son $\bar{x} = 0$ y $\bar{x} = (\mu - 1)/\mu$. Cualquiera de estos puntos de equilibrio es estable si la derivada de $\mu \bar{x}(1 - \bar{x})$ con respecto a \bar{x} tiene valor absoluto menor que uno.

$$\underbrace{\frac{\partial(\mu \bar{x}(1 - \bar{x}))}{\partial \bar{x}}}_p < 1 \quad \rightarrow \quad |\mu - 2\mu \bar{x}| < 1 \quad (2.3)$$

Al reemplazar $\bar{x} = 0$ en la desigualdad anterior la condición de estabilidad es $|\mu| < 1$. Al considerar que μ es siempre positivo, la condición de estabilidad es $\mu < 1$. La región de atracción de este punto de equilibrio es el intervalo $[0, 1]$. Esto significa que si $\mu < 1$, y $0 \leq x(0) \leq 1$, entonces $x(k)$ converge a 0.

Al reemplazar $\bar{x} = (\mu - 1)/\mu$ en la Ecuación (2.3), se tiene que la condición de estabilidad es $|\mu - 2\mu \bar{x}| < 1$. Al sustituir \bar{x} por $(\mu - 1)/\mu$ se tiene:

$$\begin{aligned} |\mu - 2\mu \bar{x}| &< 1 \\ |\mu - 2(\mu - 1)| &< 1 \\ |\mu - 2\mu + 2| &< 1 \\ |2 - \mu| &< 1 \\ -1 &< 2 - \mu < 1 \\ -3 &< -\mu < -1 \\ 1 &< \mu < 3 \end{aligned} \quad (2.4)$$

La región de atracción de este punto de equilibrio es el intervalo $(0, 1)$. Esto significa que si $1 < \mu < 3$, y $0 < x(0) < 1$, entonces $x(k)$ converge a $(\mu - 1)/\mu$. Considere por ejemplo el valor $\mu = 2.95$. De acuerdo con la Ecuación (2.2), el punto de equilibrio es $\bar{x} = 0.6610$. Al determinar la estabilidad del punto, se verifica que este es estable dado que $p = -0.9499$. La Tabla 2.1 muestra

los valores de la ecuación logística para $\mu = 2.95$. La Figura 2.1 ilustra que el sistema converge al punto de equilibrio cuando se parte de una condición inicial $x(0) = 0.100$.

Paso k	x(k)	x(k+1)
0	0.1000	0.2655
1	0.2655	0.5753
2	0.5753	0.7208
3	0.7208	0.5937
...
132	0.6610	0.6610

Tabla 2.1: Tabla de valores de la ecuación logística para $\mu = 2.95$.

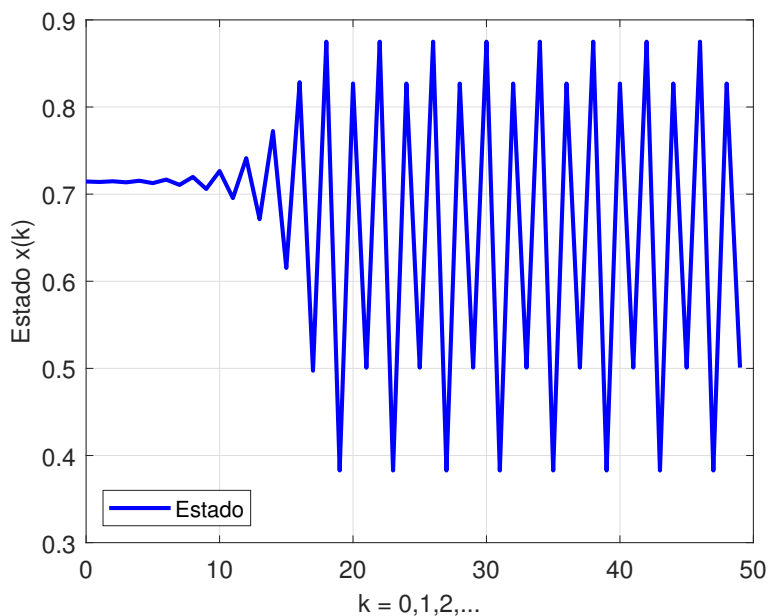


Figura 2.1: Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 2.95$ y $x(0) = 0.100$.

Considere ahora $\mu = 3.2$. El punto de equilibrio para este valor se ubica en $\bar{x} = 0.6875$, y al evaluar su estabilidad, se obtiene que $p = -1.2$, indicando que el punto es inestable. La Tabla 2.2 muestra los valores de la ecuación logística para $\mu = 3.2$. La Figura 2.2 muestra que el sistema no converge al punto de equilibrio aún cuando se parte de una condición inicial muy cercana al mismo ($x(0) = 0.6875001$). Sin embargo, el sistema converge a una órbita de periodo dos definida por los puntos de equilibrio de la siguiente ecuación, la cual se obtiene al aplicar dos veces la ecuación logística a $x(k)$

$$x(k + 2) = -\mu^3 x(k)^4 + 2\mu^3 x(k)^3 - (\mu^3 + \mu^2) x(k)^2 + \mu^2 x(k), \quad \mu = 3.2$$

La anterior ecuación tiene cuatro raíces: 0, 0.6875, 0.5130 y 0.7995. Las dos primeras son puntos de equilibrio inestables, y las dos últimos los componentes de la órbita periódica.

Paso k	$x(k)$	$x(k+1)$
0	0.6875	0.6875
1	0.6875	0.6875
2	0.6875	0.6875
3	0.6875	0.6875
...
91	0.5130	0.7995
92	0.7995	0.5130

Tabla 2.2: Tabla de valores de la ecuación logística para $\mu = 3.2$.

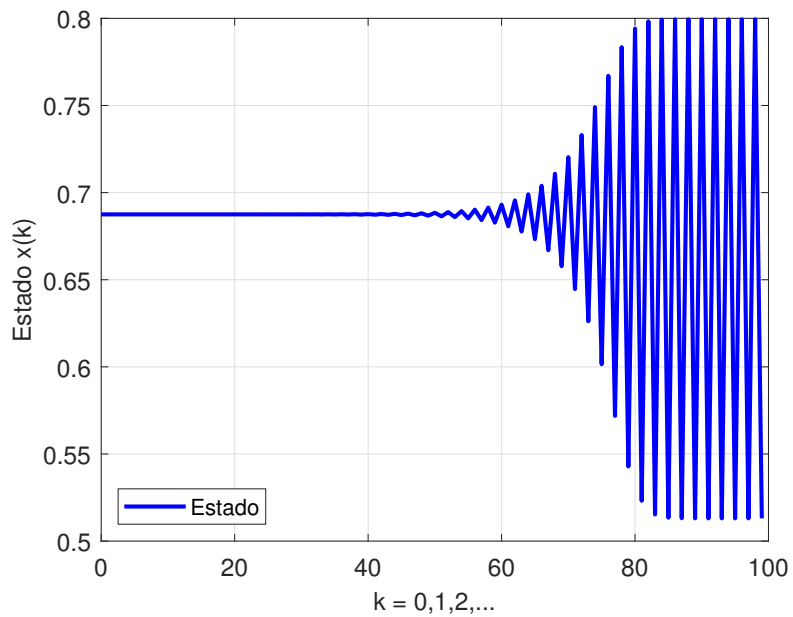


Figura 2.2: Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 3.2$ y $x(0) = 0.6875001$.

Al ajustar el parámetro a $\mu = 3.5$, el punto de equilibrio no nulo es $\bar{x} = 0.714$. Al evaluar la estabilidad de este punto, se obtiene $p = -1.5$, indicando su inestabilidad. La Tabla 2.3 muestra los valores de la ecuación logística para $\mu = 3.5$. La Figura 2.3, ilustra que el sistema converge a una órbita periódica que consta de cuatro valores: 0.3828, 0.8269, 0.5009 y 0.8750.

Paso k	x(k)	x(k+1)
0	0.7145	0.7140
1	0.7140	0.7148
2	0.7148	0.7136
3	0.7136	0.7154
...
31	0.3828	0.8269
32	0.8269	0.5009
33	0.5009	0.8750
34	0.8750	0.3828

Tabla 2.3: Tabla de valores de la ecuación logística para $\mu = 3.5$.

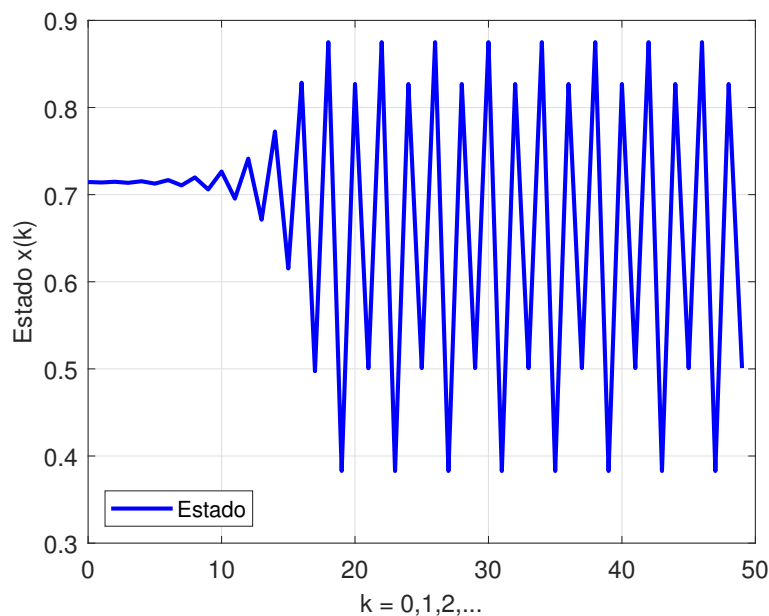


Figura 2.3: Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 3.5$ y $x(0) = 0.7145$.

Para determinados valores de parámetro μ (i.e. $\mu = 3.75$) ya no se presenta ningún tipo de regularidad en la respuesta del sistema (Figura 2.4). El sistema es aperiódico y la señal toma una gran cantidad de valores. Este comportamiento es al que se le denomina caótico.

Para representar los valores de un sistema respecto a las variaciones en un parámetro, se realiza la construcción de un diagrama de bifurcaciones. Este se obtiene dibujando en el eje de abscisas los valores del parámetro μ y en el eje de ordenadas los valores a los que tiende el sistema. La Figura 2.5 ilustra el diagrama de bifurcaciones de la ecuación logística.

Se observa que con incrementos del parámetro μ , la convergencia varía de un valor fijo, a un

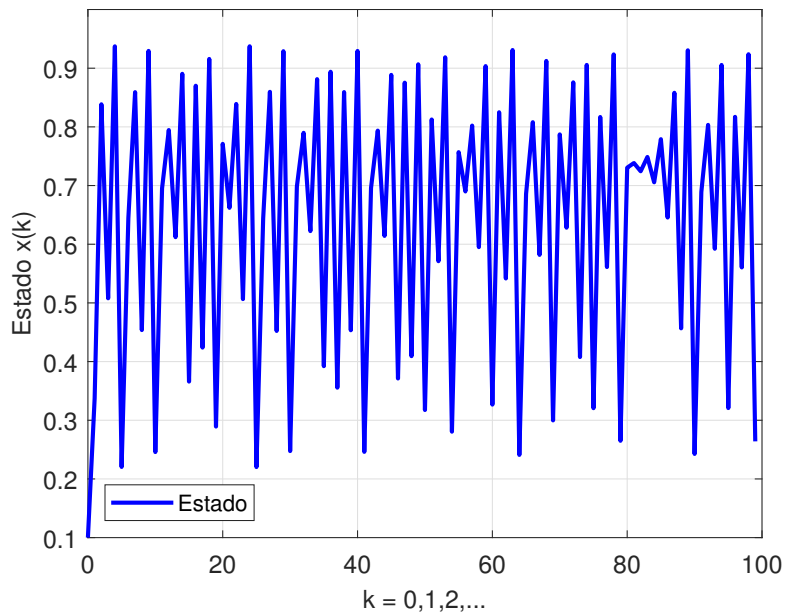


Figura 2.4: Respuesta del sistema de ecuación logística con $u = 3.75$ y $x(0) = 0.100$.

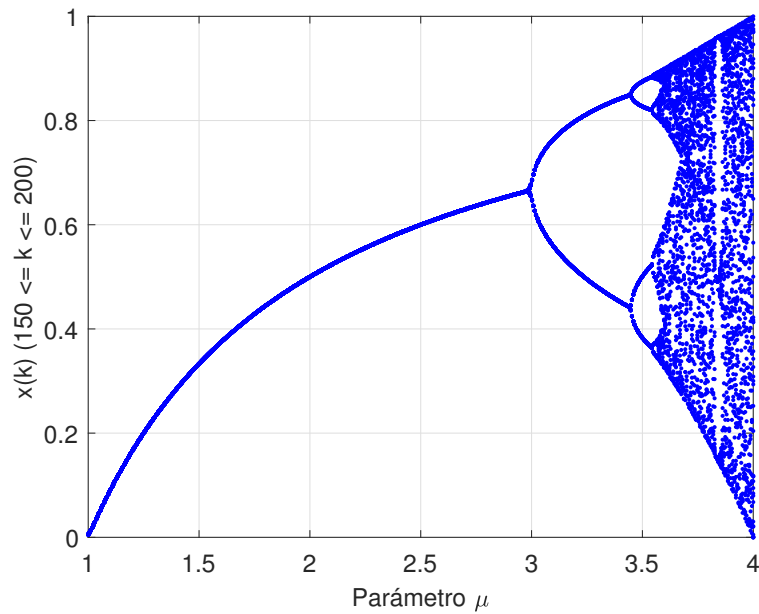


Figura 2.5: Comportamiento caótico en función del parámetro μ .

valor de periodo 2, de periodo 4, etc. Además se observa que para determinados valores ya no se presentan regularidades y se concluye un estado de "caos". Por otra parte, cambios pequeños en las condiciones iniciales en el sistema, alteran dramáticamente sus dinámicas. La Figura 2.6, ilustra la respuesta del sistema considerando dos condiciones iniciales $x_a(0) = 0.100$ y $x_b(0) = 0.101$, en el intervalo $[80, 100]$ de la Figura 2.4.

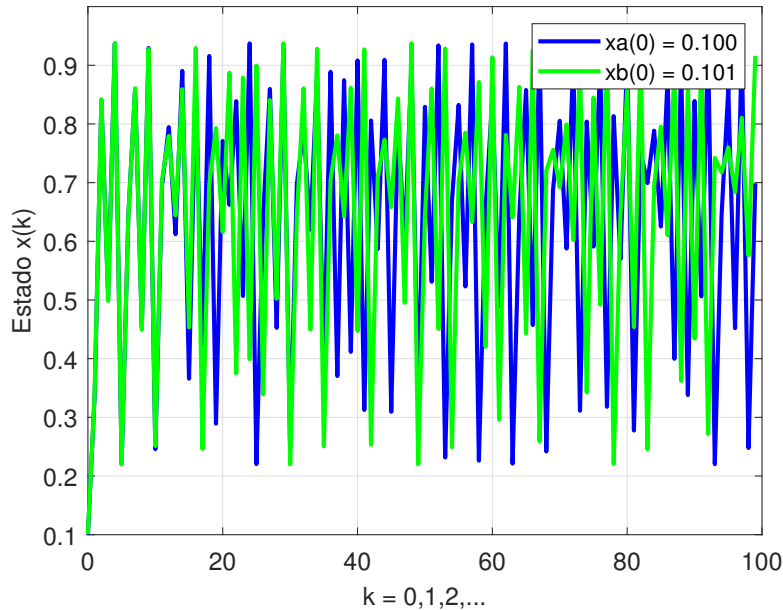


Figura 2.6: Dinámica del sistema bajo condiciones iniciales $x_0 = 0.100$ y $x_0 = 0.101$ para $\mu = 3.75$

La Figura 2.7 muestra otro ejemplo de este comportamiento en la ecuación logística, donde se considera $\mu = 3.9$ bajo condiciones iniciales $x_a(0) = 0.7000$ y $x_b(0) = 0.70001$, en el intervalo $[0, 25]$.

De acuerdo a lo anterior, es necesario establecer una medida capaz de determinar la presencia de caos en un sistema.

2.2. Exponentes de Lyapunov.

2.2.1. Cálculo de los exponentes de Lyapunov a partir del modelo.

Introducida por el célebre matemático ruso *Aleksandr Mijáilovich Liapunov* a principios del siglo XX, los Exponentes de Lyapunov (LyE), son un conjunto de números reales que se emplean para detectar la presencia del caos en sistemas dinámicos. El LyE de un sistema dinámico indica la tasa media de separación de trayectorias infinitesimalmente cercanas [23].

Dos trayectorias acotadas x_a y x_b en espacio de estados, con condiciones iniciales $x_a(0)$ y $x_b(0)$ divergen según la Ecuación (2.5). Donde λ es el exponente de Lyapunov.

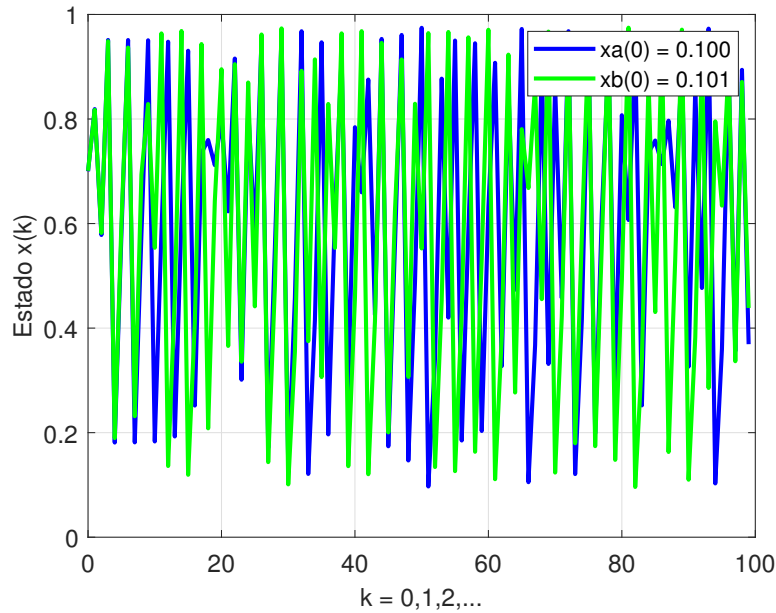


Figura 2.7: Dinámica del sistema bajo condiciones iniciales $x_0 = 0.700$ y $x_0 = 0.701$ para $\mu = 3.9$

$$|x_a(k) - x_b(k)| \approx e^{\lambda k} |x_a(0) - x_b(0)| \quad (2.5)$$

Con el objetivo de determinar los valores para los cuales el sistema presenta o no un comportamiento caótico, se determina el espectro de Lyapunov de tiempo discreto. Dado un sistema dinámico de orden n , $x(k+1) = f(x(k))$, el espectro de Lyapunov es definido mediante los valores propios de la matriz Λ de la Ecuación (2.6). Donde $J(k)$ es la matriz jacobiana de $f(x(k))$, evaluada en el vector de estado en el instante k ($x(k)$).

$$\Lambda = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} \sum_{i=0}^{k-1} \ln |J(i)| \quad J(i) = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=x(i)} \quad (2.6)$$

Para valores de $\lambda > 0$, se dice que el sistema presenta un comportamiento caótico, en caso contrario, no. La Figura 2.8 muestra el espectro de Lyapunov para el sistema de ecuación logística.

La Tabla 2.4 resume los exponentes de Lyapunov obtenidos para los puntos de equilibrio y condiciones iniciales de la Sección 2.1.

Parametro μ	LyE
2.95	-0.0513
3.20	-0.9148
3.50	-0.8700
3.75	+0.3635

Tabla 2.4: Exponentes de Lyapunov de tiempo discreto del modelo logístico.

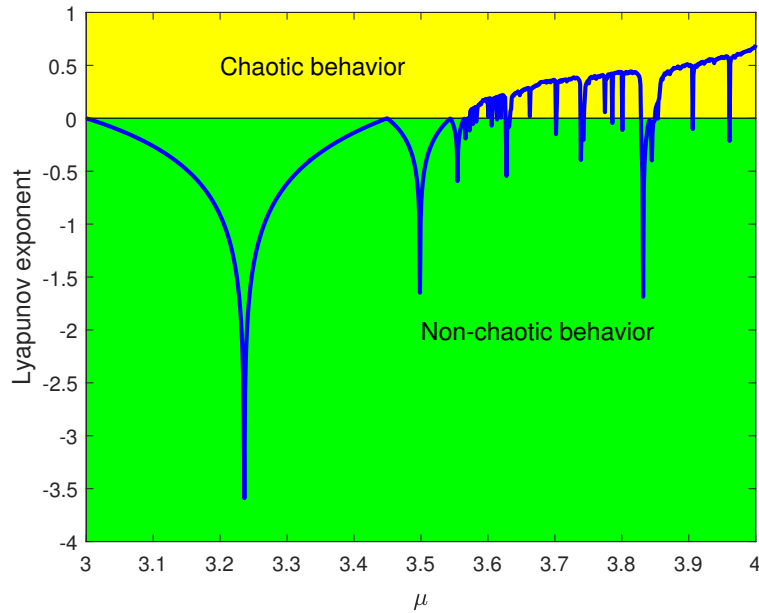


Figura 2.8: Espectro de Lyapunov para la ecuación logística.

De la Tabla 2.4 y la Figura 2.8, puede observarse cómo para los valores $\mu = 2.95$, $\mu = 3.20$ y $\mu = 3.50$, con sus respectivas condiciones iniciales, el exponente de Lyapunov es inferior a cero ($\lambda < 0$), indicando la ausencia del comportamiento caótico. Sin embargo, para el caso $\mu = 3.75$ con condición inicial $x(0) = 0.100$, el exponente de Lyapunov es $\lambda = 0.357$, indicando la presencia de caos.

2.2.2. Cálculo de los exponentes de Lyapunov a partir de una señal.

Es frecuente encontrar dificultades para representar un sistema dinámico a través de un modelo matemático (modelos fisiológicos i.e. marcha humana [24]), por tanto, los exponentes de Lyapunov deben ser calculados a partir de la reconstrucción de los estados del sistema mediante mediciones de señales físicas [25] [26] [27].

Dada una señal $x(1), x(2), \dots, x(N)$, de valores escalares, la reconstrucción de las dinámicas del sistema se describe mediante la Ecuación (2.7). Esta depende de dos parámetros: el retardo de reconstrucción d y la dimensión embebida m . El retardo de reconstrucción es un valor escalar que determina el "re muestreo" de la señal. La dimensión embebida definida como $m < 2d$, determina el número de elementos del vector de estados.

$$X = \begin{bmatrix} x(1) & x(1+d) & \dots & x(1+(m-1)d) \\ x(2) & x(2+d) & \dots & x(1+(m-1)d) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x(M) & x(M+d) & \dots & x(M+(m-1)d) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En la Ecuación (2.7), $M = N - (m - 1)d$. El parámetro d se calcula a partir del primer mínimo de la función de información mutua promedio [28], la cual evalúa la cantidad de bits de información que comparten dos conjuntos de datos para diferentes valores de d . La dimensión embebida m se calcula a partir de la técnica *Global False Nearest Neighbors* [29], la cual compara las distancias entre trayectorias vecinas para diferentes valores de m .

La técnica de los exponentes de Lyapunov requiere solucionar un problema de minimización para cada una de las filas de la matriz X , descrito mediante la Ecuación (2.8). Donde X_p y X_q son la p -ésima y la q -ésima fila de la matriz X , respectivamente. Es necesario tener en cuenta que las muestras deben estar separadas por un margen ($|p - q| > \bar{T}$), ya que al no considerarlo, es probable que el valor más cercano sea el contiguo.

$$l_p = \min_q \|X_p - X_q\| \quad \text{sujeto a} \quad |p - q| > \bar{T} \quad (2.8)$$

El escalar \bar{T} es el periodo medio de la señal, el cual es calculado mediante la Ecuación (2.9), donde a_i es la amplitud del armónico i -ésimo de la señal, y f_i es su correspondiente frecuencia. Los dos coeficientes son obtenidos a través de la transformada rápida de Fourier.

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{a_i^2}{f_i}}{\sum_{i=1}^N a_i^2} \quad (2.9)$$

El q obtenido de la Ecuación (2.8) se denota como q^o . Se busca entonces determinar la separación que existe entre vecinos más cercanos al cabo de $k = 1, 2, \dots$, muestras. Esto se representa mediante la Ecuación (2.10).

$$l_p(k) = \|X_{p+k} - X_{q^o+k}\| \quad (2.10)$$

Para cada valor p ($p = 1, 2, \dots, M$) se determinan $l_p(1), l_p(2), \dots, l_p(10)$ (diez valores son suficientes para estimar el exponente de Lyapunov). Con estos 10 valores por cada fila de la matriz X , se conforma la Tabla 2.5

Los valores $L(1), L(2), \dots, L(10)$ se calculan promediando las columnas de la Tabla 2.5. El LyE es la pendiente, obtenida por mínimos cuadrados, que relaciona los puntos $(1, \ln L(1)), (2, \ln L(2)), \dots, (5, \ln L(5))$. Se utiliza el logaritmo natural de $L(k)$, dado que el parámetro de interés λ es el exponente del número de Euler (Eq.(2.5)). La Figura 2.9 ilustra el cálculo del LyE.

Para comprobar el funcionamiento del algoritmo del calculo de los exponentes de Lyapunov a partir de una señal, se presenta la Tabla 2.6, la cual resume los exponentes de Lyapunov obtenidos

p	$l_p(1)$	$l_p(2)$...	$l_p(10)$
1	$l_1(1)$	$l_1(2)$...	$l_1(10)$
2	$l_2(1)$	$l_2(2)$...	$l_2(10)$
\vdots	\vdots	\vdots	\ddots	$l_3(10)$
M	$l_M(1)$	$l_M(2)$...	$l_M(10)$
Promedio	$L(1)$	$L(2)$...	$L(10)$

Tabla 2.5: Evolución de la separación entre vecinos más cercanos.

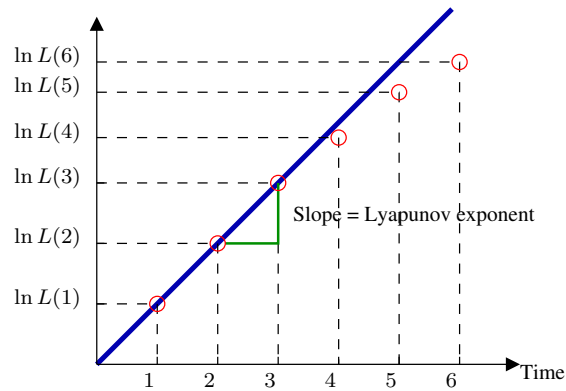


Figura 2.9: Regresión lineal que calcula el exponente de Lyapunov.

a partir de una señal generada mediante el modelo de la ecuación logística.

Parámetro μ	sLyE Modelo	sLye Señal	Error (%)
4.0	0.6903	0.6927	0.35
3.9	0.4984	0.4899	1.71
3.8	0.4194	0.4253	1.40
3.7	0.3404	0.3441	1.10
3.6	0.1783	0.1772	0.64

Tabla 2.6: Exponentes de Lyapunov de tiempo discreto de una señal generada por el modelo de ecuación logística.

Para los valores de μ en los cuales no se presenta caos (Por ejemplo $\mu = 2.95$, $\mu = 3.20$ o $\mu = 3.50$), los sLyE no pueden ser calculados con el algoritmo de Rosenstein debido a que el sistema alcanza una órbita periódica al cabo de unas pocas iteraciones, y en consecuencia, las distancias entre vecinos mas cercanos se hacen cero a partir de una determinada fila de la matriz X de la Ecuación (2.7). Esto conlleva a una indeterminación en la regresión lineal que calcula el exponente de Lyapunov (ver Figura 2.9).

Dado que para la marcha humana no se dispone un modelo matemático para cada persona, se implementará el algoritmo de cálculo de los LyE a través de señales provenientes de un sensor inercial (acelerómetro y giróscopo), ubicado en diferentes puntos del cuerpo de una persona. En el siguiente capítulo se describe la plataforma de análisis de estabilidad de marcha humana utilizada para tal propósito.

Capítulo 3

Plataforma de análisis de estabilidad de marcha humana

En el presente capítulo se desglosan todos los aspectos relevantes del proceso de desarrollo, los Modelos de Lenguaje Unificado (UML) diseñados para documentar el sistema y los Entornos de Desarrollo Integrado (IDE's) utilizados en este proyecto. El diagrama en bloques de la plataforma se especifica en las Figuras 3.1 y 3.8.

3.1. Requerimientos del sistema

Partiendo de los estudios realizados en [5] se determinaron los siguientes requerimientos para el sistema de análisis de marcha humana:

- El sistema debe medir la velocidad de marcha de la persona.
- El sistema debe adicionar perturbaciones al flujo óptico de la persona que realiza la marcha.
- El sistema utilizará sensores inerciales como método de captura de movimiento debido a su bajo costo y alta disponibilidad. En consecuencia, las variables medidas serán la aceleración lineal y la velocidad angular.

Se estableció que la plataforma debería ser modular para que cambios en uno de los módulos no afecten a los ya desarrollados.

El sistema utilizará sensores inerciales como método de captura de movimiento debido a su bajo costo y alta disponibilidad. En consecuencia, las variables medidas serán la aceleración lineal y la velocidad angular.

El sistema propuesto se compone de: Un módulo que mide la velocidad de marcha, un módulo de adquisición de datos inerciales, un modulo que adiciona perturbaciones visuales al usuario.

3.2. Selección de herramientas y componentes

Existen múltiples tecnologías que satisfacen los requerimientos descritos en la sección anterior, por ende es necesario determinar qué tecnología implementar. Para ello, se realizó un análisis basado en tablas de decisión.

3.2.1. Matriz de decisión para la selección del dispositivo de adquisición de la velocidad de movimiento

Para el módulo de medición de velocidad se consideraron cuatro opciones: una banda caminadora mecánica, una banda caminadora eléctrica, un dispositivo electrónico de seguimiento automático y un dispositivo electrónico sujetado al usuario.

Los criterios de selección que se tuvieron en cuenta en este módulo fueron: el costo monetario, la capacidad para transportar el sistema, y la influencia del sistema en el proceso de marcha del usuario. Cada uno de estos criterios fueron valorados en un rango de -1 a $+1$, de acuerdo con su influencia en el desarrollo del módulo. La Tabla 3.1 relaciona los criterios, la valoración y los límites establecidos para cada uno de ellos.

Criterio/Valoración	+1	0	-1
Costo	Inferior a \$300.000	Entre \$300.000 y \$500.000	Superior a \$500.000
Portabilidad	Transportable en mano	Transportable en vehículo	Transportable en vehículo de carga
Influencia en la marcha	No afecta la marcha	Afecta parcialmente la marcha	Dificulta la marcha

Tabla 3.1: Módulo de adquisición de velocidad de marcha: Criterios, limites y valoración

La Tabla 3.2 ilustra la matriz de decisión obtenida a partir de los criterios anteriormente mencionados:

A pesar del uso de las bandas caminadoras en múltiples estudios de marcha humana, los autores de [30] han considerado que estas no son apropiadas, puesto que alteran los patrones de marcha (sujeción del usuario por medio de arneses, sujeción por parte del usuario a los soportes de la banda caminadora, uso de fuerza adicional para el movimiento de la banda, velocidad de la banda no coincide con la velocidad de marcha del usuario, etc). Con base en lo anterior, y considerando la complejidad del algoritmo del sistema de seguimiento autónomo, para este módulo se seleccionó el sistema de medición basado en un dispositivo electrónico sujetado al usuario.

Criterios	Banda caminadora mecánica	Banda caminadora eléctrica	Vehículo de seguimiento automático	Vehículo de seguimiento manual
Costo	-1	-1	-1	+1
Portabilidad	-1	-1	+1	+1
Influencia	-1	-1	+1	+1
TOTAL	-3	-3	+1	+3

Tabla 3.2: Matriz de decisión modulo de adquisicion de velocidad

3.2.2. Matriz decisión para la selección del dispositivo de medición.

Para el sistema de medición, se tuvieron en cuenta cuatro soluciones: un sistema basado en cámaras, los sensores inerciales MPU-9250, X-BIMU y el sensor inercial utilizado por un dispositivo celular (Xiaomi Redmi Note 7). Para la selección de la tecnología a implementar, en este módulo se tuvieron en cuenta los siguientes criterios: el costo monetario, la capacidad para transportar el sistema, las conexiones físicas (fuente de alimentación, micro controlador) y la capacidad de almacenar datos. La Tabla 3.3 relaciona los criterios, la valoración y los límites establecidos para cada uno de ellos.

Criterio/Valoración	+1	0	-1
Costo	Inferior a \$100.000	Entre \$100.000 y \$300.000	Superior a \$300.000
Portabilidad	Transportable en mano	Transportable en vehículo	No transportable
Conexiones físicas	No requiere conexiones	N/A	Requiere conexiones
Almacenamiento	En dispositivo + Nube	En dispositivo	Requiere dispositivo adicional

Tabla 3.3: Modulo de adquisición de datos inerciales: Criterios, limites y valoración

La Tabla 3.4 ilustra los criterios tenidos en cuenta para la selección del sensor a utilizar con su respectiva valoración ¹.

Criterios	Sistema Camaras	IMU MPU-9250	X-BIMU	IMU Celular
Costo	-1	+1	-1	+1*
Portabilidad	-1	+1	+1	+1
Conexiones	-1	-1	+1	+1
Almacenamiento	-1	-1	+1	+1
TOTAL	-4	0	+2	+3

Tabla 3.4: Matriz de decisión modulo de medición inercial.

Pese a su sencilla implementación, las IMU MPU-9250 fueron descartadas debido a que necesitan estar conectadas a un micro controlador (Arduino/ESP8266/ESP32-cam) y al sistema de baterías para su funcionamiento, lo cual implicaría conexiones físicas que podrían afectar el proceso de marcha del usuario. Por su parte, la tecnología X-BIMU (NGIMU) es muy eficiente, sin

¹Matriz de decisión: Dispositivo de medición. No se considera el precio del dispositivo móvil, dado que la mayoría de las personas cuentan con uno.

embargo, su alto costo representa una elevada inversión (280 EUR/Unidad). En el caso del módulo basado en cámaras, el costo monetario es elevado, no es un sistema fácilmente transportable, requiere de iluminación controlada y presenta limitación en el rango de medición debido a su campo de visión [31].

Con base en lo anterior, el sensor utilizado para este módulo es el inercial con el que cuenta un dispositivo móvil. Esto debido a su disponibilidad por parte del usuario/administrador, y a que satisface los criterios de selección. Adicionalmente, el dispositivo móvil permite adquirir los datos de los sensores inerciales a una frecuencia de 100Hz, la cual es mucho mayor a la frecuencia del ciclo de marcha, 1 – 5Hz [32].

3.2.3. Matriz decisión para la selección de la interfaz visual

Para el módulo de visualización de perturbaciones se tuvieron en cuenta los estudios presentados en [33], [5], donde se utilizaron pantallas para el despliegue de las perturbaciones de flujo óptico. De igual forma se tuvo en cuenta la posibilidad de utilizar cascos de realidad virtual o aumentada.

Los criterios de selección que se tuvieron en cuenta en este módulo fueron: El costo monetario, la capacidad para transportar el sistema, las conexiones físicas y el efecto de inmersión. La Tabla 3.5 relaciona los criterios, la valoración y los límites establecidos para cada uno de ellos.

Criterio/Valoración	+1	0	-1
Costo	Inferior a \$500.000	Entre \$500.000 y \$1'000.000	Superior a \$1'000.000
Portabilidad	Transportable en mano	Transportable en vehículo	Transportable en vehículo de carga
Inmersión	Angulo de visión 110°	Angulo de visión 90°	Angulo de visión inferior a 90°

Tabla 3.5: Modulo de interfaz visual: Criterios, limites y valoración

La Tabla 3.6 ilustra los criterios tenidos en cuenta para la selección de la interfaz de visualización². Con base en la valoración obtenida, se optó por el *Cardboard*, debido al alto costo de las otras soluciones.

Criterios	Pantalla*	Casco realidad virtual	Cardboard
Costo	-1	-1	+1
Portabilidad	-1	+1	+1
Inmersión	+1	+1	0
TOTAL	-1	1	2

Tabla 3.6: Matriz de decisión modulo de perturbaciones visuales

²En el caso de las pantallas, el costo puede verse incrementado por la adquisición de la banda caminadora asociada.

3.3. Plataforma de realidad virtual.

3.3.1. Arquitectura del sistema.

La plataforma de realidad virtual presentada en la Figura 3.1 consiste en: (1) un dispositivo de medición de velocidad, (2) un entorno de realidad virtual que el usuario visualiza a través de un HMD, (3) un teléfono móvil ubicado en la parte baja de la espalda que actúa como sensor inercial, (4) un programa de computador personal que permite iniciar y terminar la adquisición de datos y programar la amplitud y frecuencia de los disturbios visuales añadidos al entorno virtual, y (5) una aplicación que calcula los sLyE a partir de los datos obtenidos por los sensores inerciales.

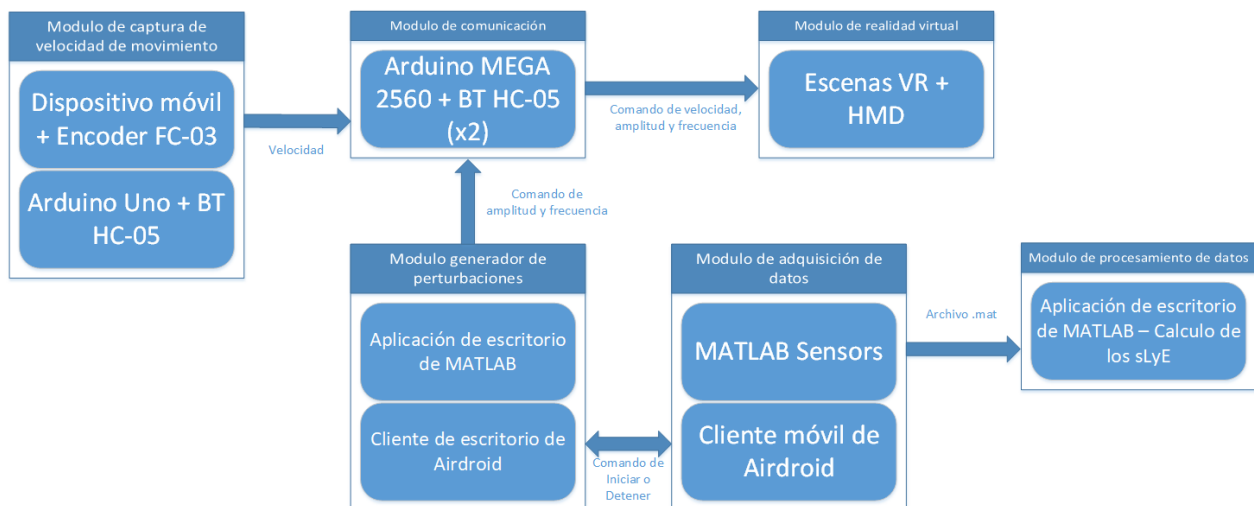


Figura 3.1: Diagrama de bloques del sistema de realidad virtual.

Dispositivo de medida de velocidad de marcha.

Este dispositivo se fija a la parte baja del usuario a través de una barra de madera y un gancho, como ilustra la Figura 3.2. Este consiste de dos llantas, un codificador FC-03 y una tarjeta Arduino Uno. El programa que se ejecuta la tarjeta Arduino cuenta el número de interrupciones generadas por el FC-03 cada 500ms. Estos valores son utilizados para estimar la velocidad de marcha, la cual es enviada a través de una conexión bluetooth al celular en el que se despliega el entorno virtual. La comunicación bluetooth utiliza el módulo HC-05 de Itead Studio.

Modulo de realidad virtual.

El entorno de realidad virtual fue desarrollado en Unity3D y desplegado en un HMD. Este consiste de dos escenas que utilizan el *plugin GoogleVr* para modificar el punto de vista del entorno virtual



Figura 3.2: Dispositivo de medición de velocidad de marcha sujetado al usuario.

de acuerdo a la orientación de la cabeza del usuario. En la primera escena, el usuario calibra el HMD ajustando la distancia entre pupilas y la distancia entre el lente y la pupila. La escena de calibración se muestra en la Figura 3.3.



Figura 3.3: La escena de calibración muestra al usuario como se debe ajustar el HMD para visualizar la figura 3D de la escena. El usuario dispone de 30 segundos para ajustar los lentes del HMD.

La segunda escena consiste en un pasillo de 40m de longitud presentado en la Figura 3.4. En este escenario virtual, el avatar se desplaza a la misma velocidad que marcha el usuario en el mundo real. El *plugin Android Microcontrollers-Bluetooth* es utilizado para recibir la velocidad enviada por la tarjeta Arduino.

Las dos escenas fueron creadas utilizando un *plugin* de captura de video virtual en 360° denominado *VR Capture Pro de RockVR*. El video HD obtenido (1280 x 720) fue descargado a un teléfono móvil (*Xiaomi Redmi Note 7 Snapdragon 660 2.2GHz*). La perspectiva de 360°, presentada en la Figura 3.4, es necesaria debido que la dirección hacia la cual el usuario mira durante la marcha no puede ser conocida con antelación.

Ademas, cuando el usuario se desplaza por el pasillo, oscilaciones en eje lateral pueden ser adicionadas al entorno virtual produciendo un movimiento en el primer plano, el cual es gradualmente reducido en amplitud hasta que el final corredor permanece estacionario.

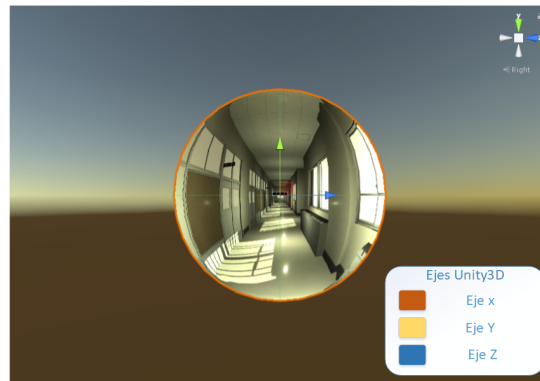


Figura 3.4: Captura del video en 360° desplegada en el entorno de desarrollo.

Modulo de adquisición de datos

Este modulo utiliza SENSORS, una aplicación móvil de MATLAB® para leer las aceleraciones lineales y las velocidades angulares. Esta aplicación corre en un dispositivo celular (*Xiaomi Red Note 7 Snapdragon 660 2.2GHz*) que contiene un sensor de movimiento inercial con una frecuencia de 100Hz, y los almacena en un archivo MATLAB® de extensión MAT. La Figura 3.5 muestra la ubicación del dispositivo en el cuerpo del usuario y la orientación de los ejes del dispositivo. El software SENSORS es controlado desde un ordenador utilizando el cliente de escritorio de *Airdroid®* y una red Wi-Fi. *Airdroid®* replica la interfaz del teléfono móvil en el ordenador de escritorio para que el administrador de la prueba inicie y detenga SENSORS.

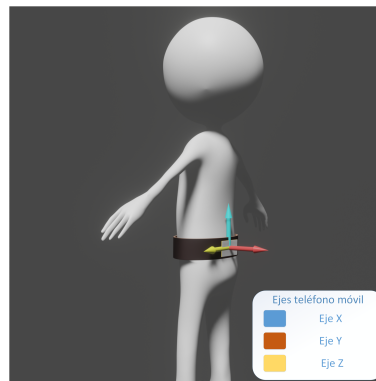


Figura 3.5: Modulo de adquisición de datos instalado en la espalda baja del usuario.

Modulo de generación de disturbios

Este modulo define la amplitud y la frecuencia del disturbio de flujo óptico que se añade en el entorno virtual. El modulo utiliza comunicación serial con una tarjeta *Arduino MEGA 2560*, la cual establece el enlace *Bluetooth* con el teléfono móvil utilizado como HMD. La interfaz gráfica desarrollada en MATLAB® se muestra en la Figura 3.6.

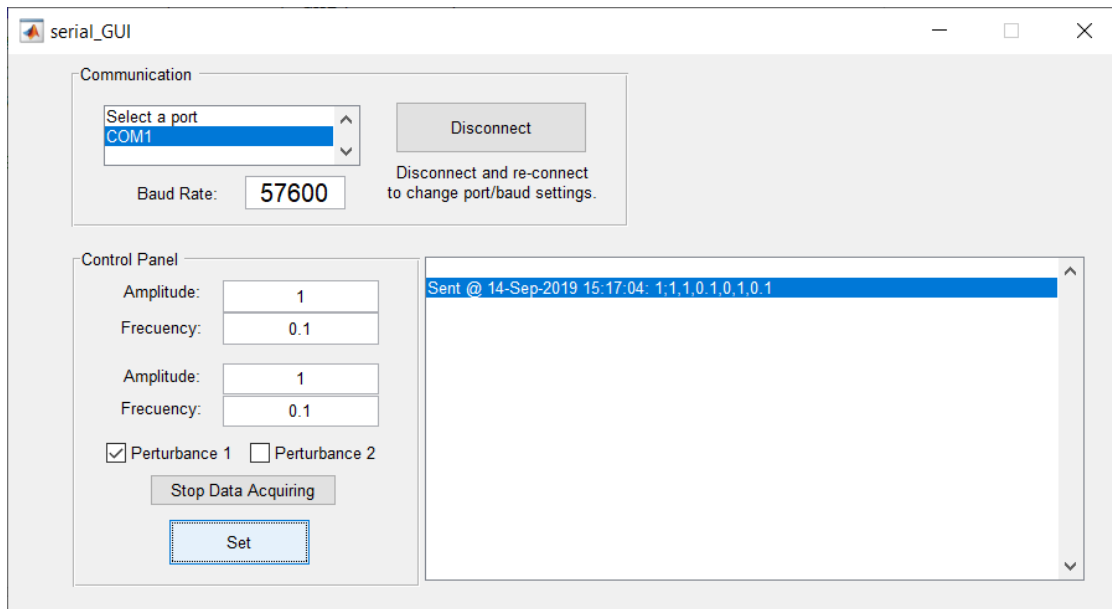


Figura 3.6: Interfaz para enviar el disturbio óptico al entorno virtual.

Modulo de procesamiento de datos

Al igual que el modulo de adquisición de datos, este modulo consiste de una aplicación desarrollada en MATLAB® que corre en un ordenador de escritorio. Sus funcionalidades principales incluyen: (1) seleccionar el archivo de datos a ser procesado, (2) definir la dimensión embebida y el retardo de tiempo, los cuales son parámetros para el calculo de los sLyE descritos en [25] y [34], y (3) mostrar numérica y gráficamente los valores resultantes. La interfaz de procesamiento de datos se presenta en la Figura 3.7.

3.4. Plataforma de realidad aumentada (AR)

3.4.1. Motivación para el desarrollo de una plataforma de realidad aumentada

Se consideró que la plataforma de VR podía resultar peligrosa para los adultos mayores dado que ellos no están visualizando el entorno por el que el caminan. Adicionalmente, realizando pruebas con personas jóvenes, la marcha se realizó en compañía de una persona que evitará que evitaba que el caminante tropezará. Dado que estas condiciones pueden afectar el proceso de marcha, se llevó a cabo la construcción de una plataforma de realidad aumentada que permitiera al usuario ver el pasillo por el que camina.



Figura 3.7: Interfaz que calcula los sLyE.

3.4.2. Descripción de la plataforma

La plataforma de realidad aumentada consta de: (i) Módulo de adquisición de datos inerciales, (ii) módulo de visualización del entorno con perturbaciones visuales, y (iii) un modulo de procesamiento de información. La Figura 3.8 muestra la arquitectura de la plataforma.

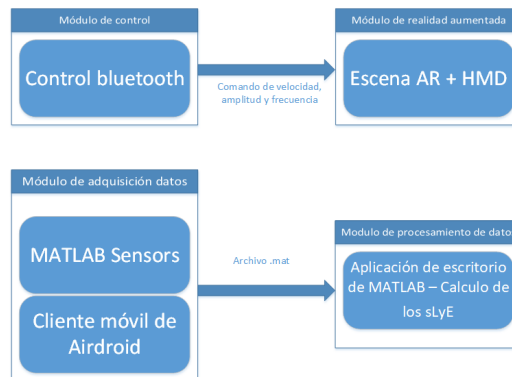


Figura 3.8: Diagrama de bloques del sistema de realidad aumentada.

Módulo de adquisición de datos

Este módulo consta de tres dispositivos celulares: Dos *Xiaomi Redmi Note 7 (Snapdragon 660 2.2GHz)* y un *Xiaomi Redmi Note 9S (Snapdragon 720g 2.3GHz)*, que corren la aplicación SENSORS para leer las aceleraciones lineales y las velocidades angulares. La aplicación almacena

los datos inerciales a una frecuencia de 100Hz en un archivo MATLAB de extensión MAT. La Figura 3.9 muestra la ubicación de los dispositivos celulares en el cuerpo del usuario y la orientación de sus ejes.

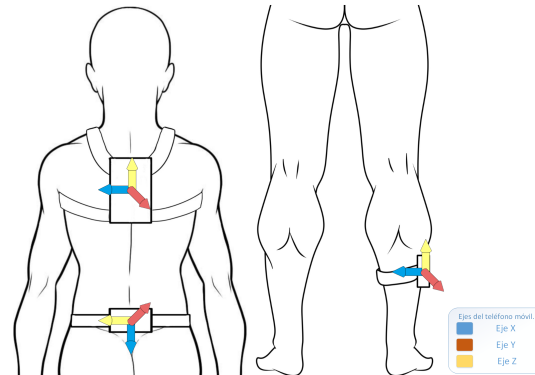


Figura 3.9: Ubicación de los módulos en el cuerpo del usuario.

Módulo de realidad aumentada con control *Bluetooth*

El módulo de visualización del entorno con perturbaciones visuales consta de un dispositivo móvil (Kirin 659 de ocho núcleos a 2,36GHz) ubicado en un HMD, en el que se ejecuta una aplicación desarrollada en Unity3D. La aplicación ejecuta una escena que despliega en un cuadro las imágenes capturadas por la cámara del dispositivo móvil, de esta forma el usuario visualiza el entorno real a través de la cámara del dispositivo. Para el desarrollo fue necesario utilizar el *Vuforia Engine AR*, el cual habilita la cámara del dispositivo móvil e implementa un algoritmo de enfoque a partir de una retícula virtual. La Figura 3.10 ilustra a la izquierda al usuario llevando con sigilo el dispositivo con la aplicación, y en la derecha, lo que visualiza en pantalla.



Figura 3.10: Usuario portando el HMD. Al lado derecho se visualiza entorno real a través de la cámara.

El modulo implementa las perturbaciones de flujo óptico a través de un programa que mueve la escena a una determinada frecuencia y amplitud, siguiendo la dirección de un eje paralelo

al cuadro de despliegue. Dicho programa recibe a través de *Bluetooth* (IPEGA PG-9087): (i) la amplitud y la frecuencia de la perturbación visual, y (ii) las señales de inicio y finalización de la perturbación visual.

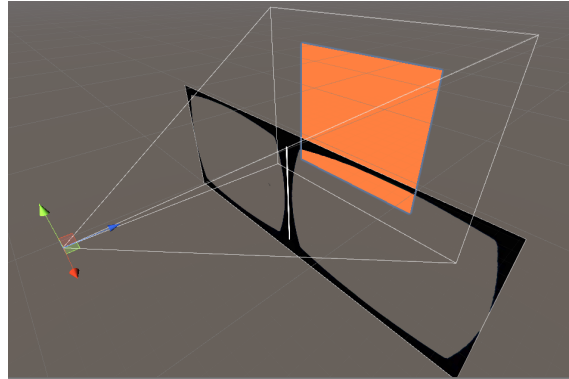


Figura 3.11: Perturbación de la cámara en el entorno Unity3D.

La Figura 3.12 muestra el diagrama de objetos utilizados en la escena desarrollada.

El módulo de procesamiento de información ejecuta un programa desarrollado en MATLAB® para calcular los sLyEs. La Figura 3.13 ilustra el diagrama de flujo de las funciones implementadas.

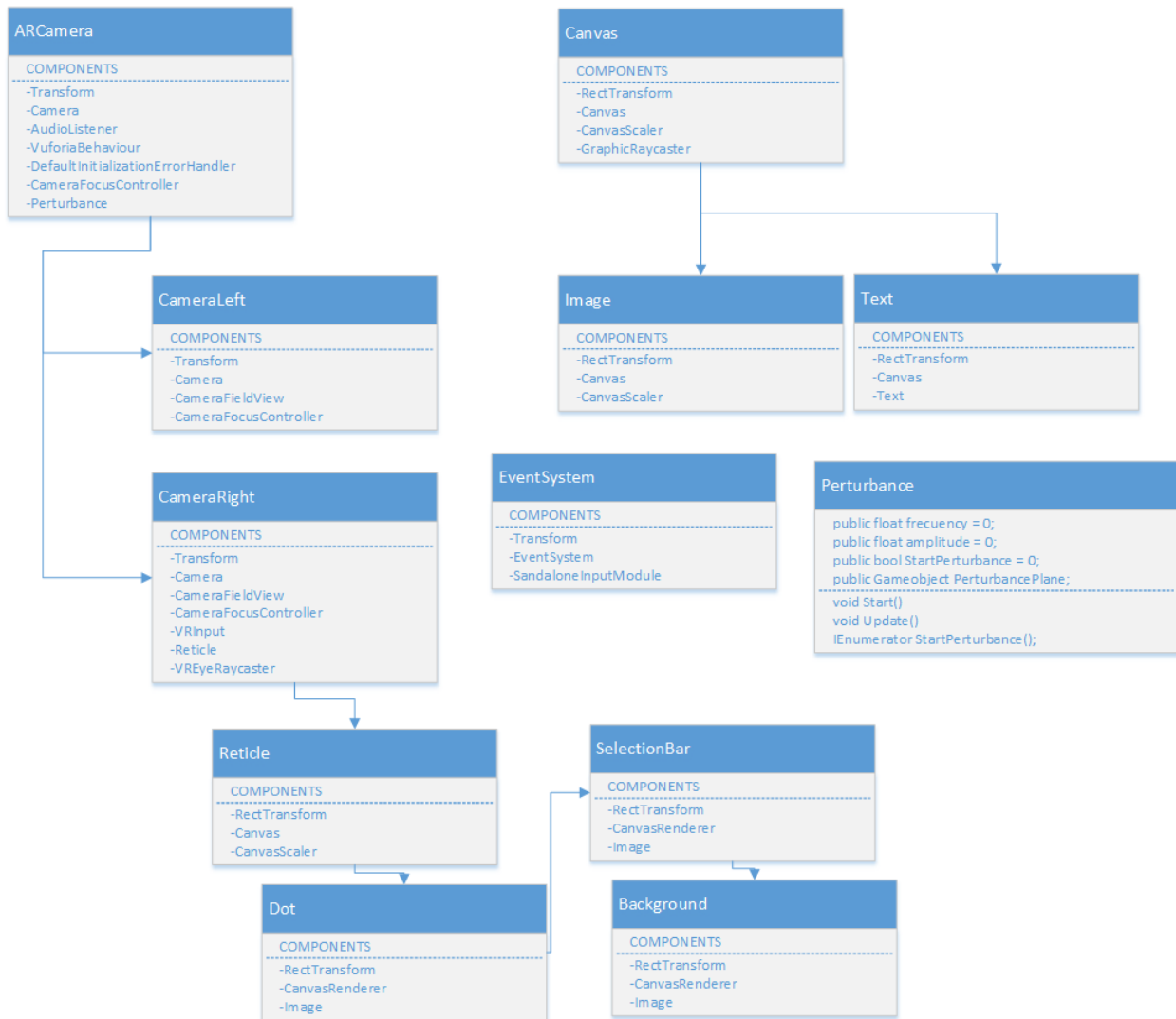


Figura 3.12: Diagrama de objetos de la aplicación AR.

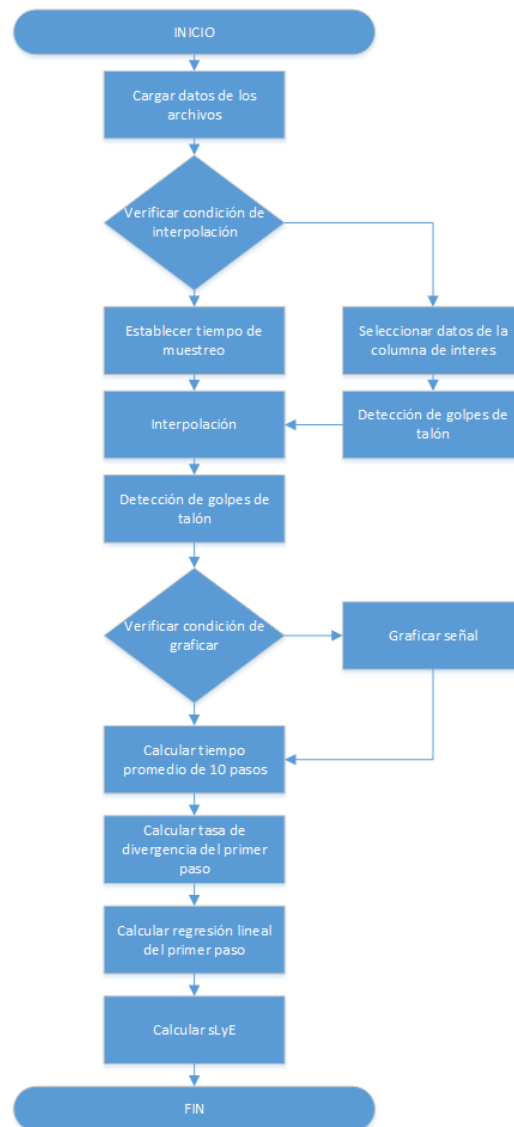


Figura 3.13: Diagrama de flujo para el calculo de los sLyE.

Capítulo 4

Experimentación y resultados

En el presente capítulo se presentan las características de los participantes, el protocolo de experimentación, los resultados obtenidos en las pruebas aplicadas, y las inferencias estadísticas asociadas.

4.1. Participantes

La base de la selección de personas fue realizada considerando su participación voluntaria. Estas fueron seleccionadas teniendo en cuenta su estado de salud y condiciones físicas:

Criterios de inclusión.

- Personas con género biológico masculino y femenino
- Personas con edades entre los 18 y 70 años.

Criterios de exclusión.

- Personas con marcha patológica diagnosticada.
- Personas con antecedentes de desórdenes neurológicos o motores.
- Personas con problemas cognitivos.

El sistema fue probado por 10 adultos jóvenes sin desordenes musculo esqueléticos que afectaran su habilidad para caminar. Los participantes firmaron el consentimiento informado (Anexo 1). La información demográfica de los participantes se resume en la Tabla 4.1.

Sujeto	Edad (años)	Altura (cm)	Peso (kg)	BFI	Deporte (h/semana)	Pie plano
S_1	31	170	70	25.0 %	6	No
S_2	29	168	84	26.6 %	5	Si
S_3	40	173	68	32.3 %	4	No
S_4	31	168	64	18.9 %	8	No
S_5	26	170	72	20.1 %	8	Si
S_6	47	160	84	41.1 %	2	No
S_7	50	170	105	33.4 %	2	No
S_8	24	173	78	19.6 %	9	Si
S_9	26	168	72	20.4 %	7	Si
S_{10}	30	168	86	26.6 %	5	Si
Mean \pm Std	33.4 \pm 9.1	168.8 \pm 3.6	78.3 \pm 12.0	26.4 % \pm 7.3 %	5.6 \pm 2.5	

Tabla 4.1: Información demográfica. Los valores en la ultima fila indican el valor medio \pm desviación estándar. El indice de grasa corporal (BFI) fue calculado mediante: <https://www.calculator.net/body-fat-calculator.html>

4.2. Protocolos

4.2.1. Protocolo utilizado con la plataforma de realidad virtual

El proceso de adquisición de datos consistió de tres fases: (1) el usuario camina a través de un pasillo llevando consigo un dispositivo móvil que adquiere los datos, (2) el usuario camina a través del mismo pasillo llevando consigo el dispositivo de medición de velocidad y el HMD, (3) el usuario repite la configuración previa con la perturbación de flujo óptico. El protocolo experimental se detalla a continuación:

- El administrador de la prueba: (i) ubica el módulo de adquisición de datos y el dispositivo de velocidad en la cadera del usuario, y (ii) explica al usuario como utilizar los botones del HMD para calibrar los lentes.
- El administrador de la prueba inicia la escena de calibración, con lo que el usuario dispondrá de 30s para ajustar los lentes del HMD hasta visualizar correctamente el elemento 3-D ubicado en el centro de la Figura 3.3. Consecuentemente, la escena de marcha es ejecutada automáticamente.
- El administrador de la prueba instruye al participante a caminar naturalmente a lo largo de un pasillo libre de obstáculos, mientras inicia la adquisición de los datos utilizando *Airdroid*. Durante la prueba, el administrador verifica que el usuario no tropiece. En la fase (3), la perturbación de flujo óptico se adiciona 5s después de que el usuario empieza a caminar.
- Al final del pasillo, el administrador de la prueba finaliza la adquisición de los datos y le informa al usuario que se detenga.
- Finalmente, el administrador de la prueba retira los módulos del usuario.

La Figura 4.1 ilustra, mediante un diagrama de secuencia, la interacción del usuario y el administrador de la prueba con los módulos desarrollados.

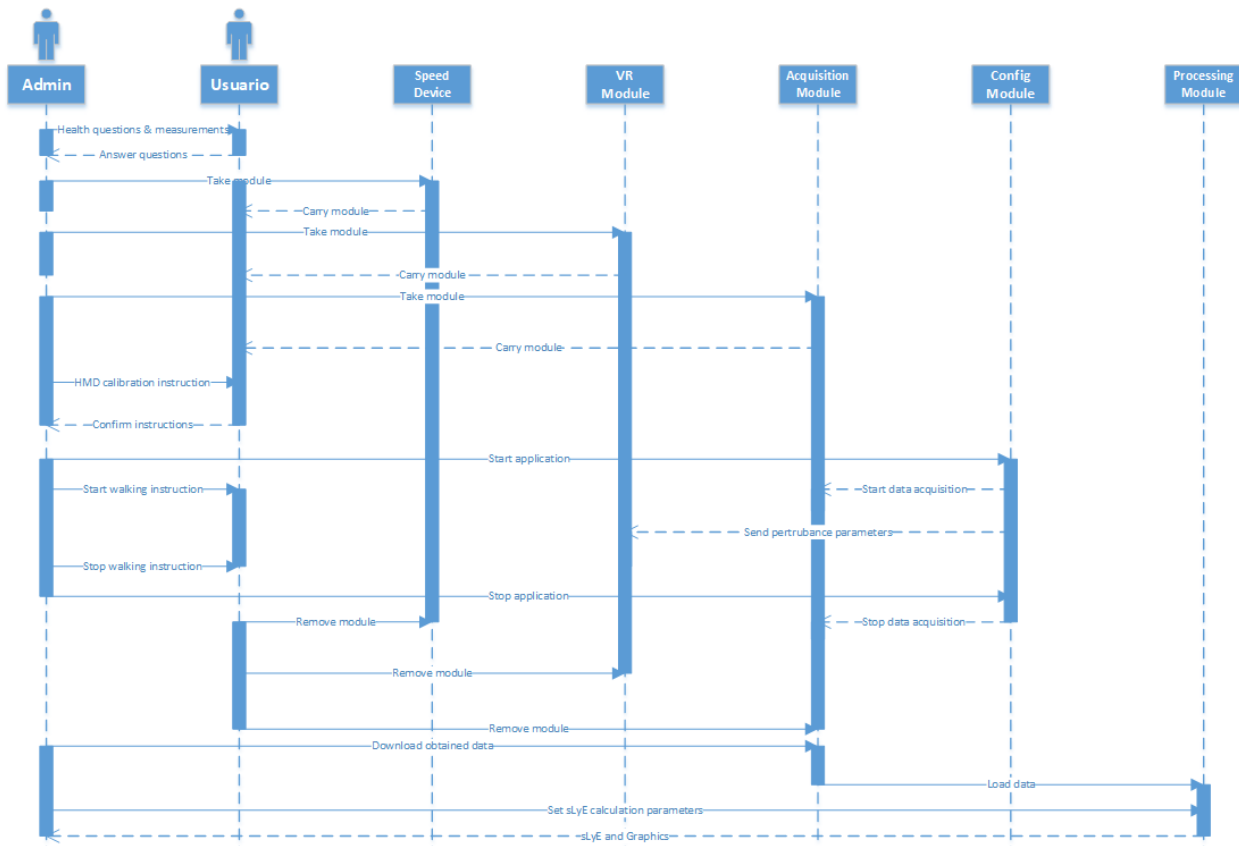


Figura 4.1: Diagrama de secuencia para la plataforma de realidad virtual.

4.2.2. Protocolo utilizado con la plataforma de realidad aumentada

De forma similar al protocolo experimental realizado para la plataforma VR, la adquisición de datos con la plataforma AR se lleva a cabo en tres fases: (1) el usuario camina a través de un pasillo llevando consigo un dispositivo móvil que adquiere los datos, (2) el usuario camina a través del mismo pasillo llevando consigo el HMD, (3) el usuario repite la configuración previa con la perturbación de flujo óptico. Sin embargo, el protocolo experimental presenta algunos cambios menores. El protocolo es detallado a continuación:

- El administrador de la prueba: (i) ubica los módulos de adquisición de datos en el cuerpo del usuario, tal y como lo ilustra la Figura 3.9 y (ii) explica al usuario como utilizar los botones del HMD para calibrar los lentes.
- El administrador de la prueba solicita al usuario permanecer inmóvil mientras inicia la adquisición de datos en los tres módulos. En la fase (3), el administrador inicia el conteo de 5s

que agrega la perturbación al flujo óptico.

- El administrador de la prueba le indica al participante que camine naturalmente a lo largo de un pasillo libre de obstáculos. Durante la prueba, el administrador verifica que el usuario no tropiece. En la fase (3), la perturbación de flujo óptico se adiciona 5s después de que el usuario inicia la caminata.
- Al final del pasillo, el administrador de la prueba finaliza la adquisición de los datos y le informa al usuario que se detenga.
- Finalmente, el administrador de la prueba retira los módulos del usuario.

La Figura 4.2 ilustra, mediante diagrama de secuencia, el protocolo experimental en configuración AR, junto con la interacción del usuario y el administrador de la prueba con los módulos desarrollados.

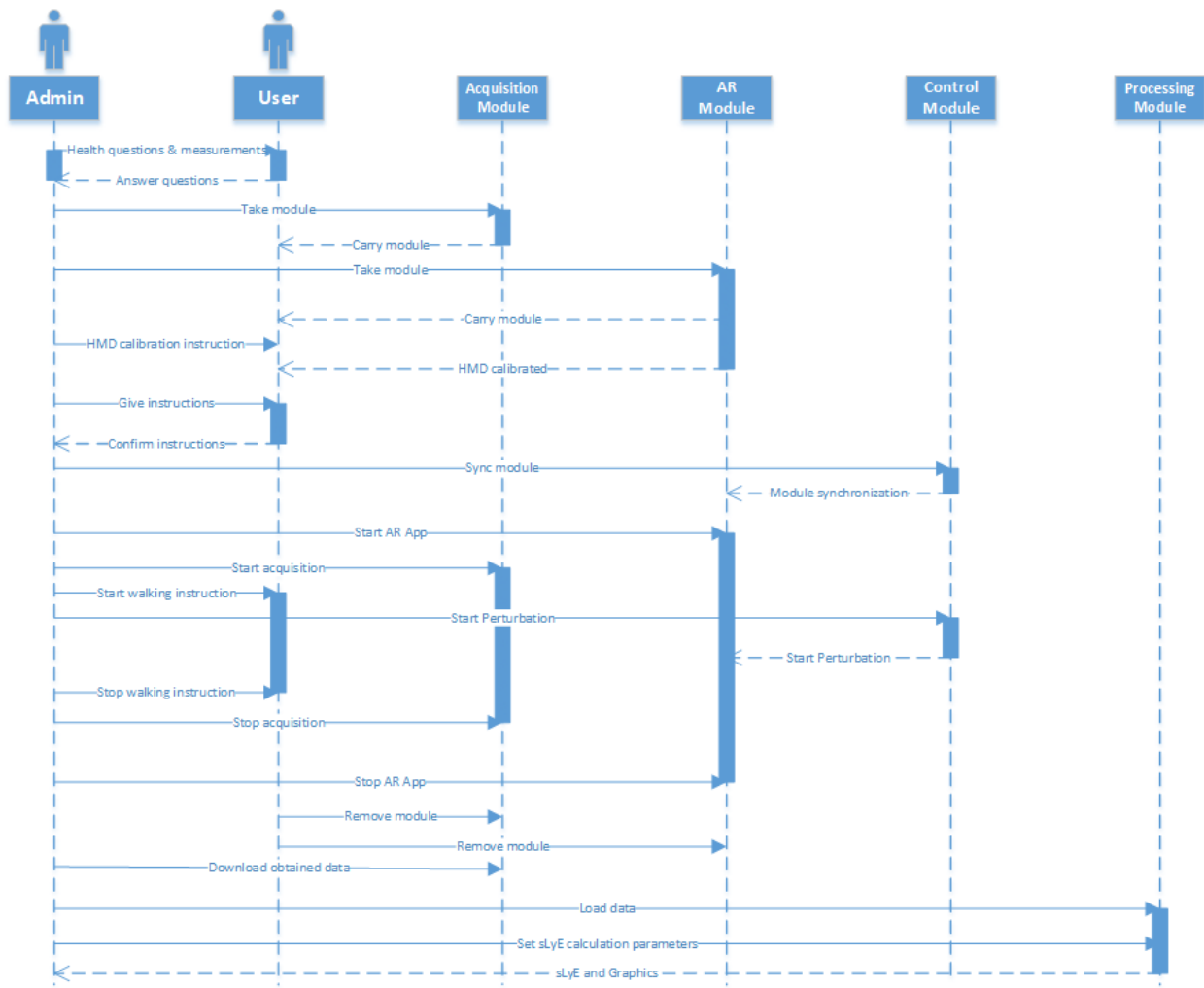


Figura 4.2: Diagrama de secuencia para la plataforma de realidad aumentada.

4.3. Resultados

4.3.1. sLyE obtenidos con el protocolo de realidad virtual

Los resultados obtenidos aplicando el algoritmo de Rosenstein [25] a las aceleraciones lineales en el eje vertical de la espalda baja son mostrados en la Tabla 4.2. En cada caso, el número de muestras fue de 2000, con una frecuencia de muestreo de 100 Hz. Para implementar el algoritmo, se definió un tiempo de retardo de $d = 10$ ms y una dimensión embebida de $m = 5$ [35] [36].

Sujeto	N	VR	$VR + P$
S_1	0.98	1.27	1.24
S_2	0.92	1.32	1.09
S_3	1.38	1.25	0.95
S_4	1.26	1.19	1.12
S_5	1.71	1.91	1.58
S_6	1.41	1.89	1.91
S_7	1.13	1.54	1.05
S_8	1.32	1.42	1.99
S_9	1.08	1.79	1.51
S_{10}	1.78	1.75	1.61
Mean \pm Std	1.30 ± 0.29	1.53 ± 0.28	1.44 ± 0.34

Tabla 4.2: Promedio de los sLyE obtenidos en cada participante cuando el teléfono que mide la aceleración vertical está ubicado en la espalda baja: Mundo real (N), realidad virtual sin perturbación (VR), y realidad virtual con perturbación del flujo óptico ($VR + P$).

Al aplicar la función ANOVA1 de MATLAB® a la Tabla 4.2 se obtuvo que las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha (Marcha normal N , marcha con realidad virtual VR , marcha con realidad virtual y perturbaciones de flujo óptico $VR + P$) no fueron significativas ($p = 0.2410$). La normalidad de los datos se verificó con la función LILLIETEST de MATLAB® ($p = 0.4813$). El mismo procedimiento se aplicó a las otras variables entregadas por el sensor inercial, y en todos los casos, excepto para la velocidad angular en el eje antero-posterior, las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha no fueron significativas (Tabla 4.3).

Variables	Significancia
Aceleración antero posterior	0.4297
Aceleración medio lateral	0.3521
Velocidad angular vertical	0.1116
Velocidad angular antero posterior	0.0484
Velocidad angular medio lateral	0.4373

Tabla 4.3: Significancia de las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha (N , VR , $VR + P$) para diferentes variables inerciales.

Los sLyE presentados en la primera columna de la Tabla 4.2 son mas altos que los reportados en experimentos similares, donde se midieron las aceleraciones verticales de los sujetos que

Sujeto	5	10	20	40
S_1	0.98	0.84	0.71	0.56
S_2	0.92	0.74	0.63	0.54
S_3	1.38	1.20	0.92	0.85
S_4	1.26	0.93	0.78	0.66
S_5	1.71	1.27	1.03	0.96
S_6	1.41	1.26	0.89	0.80
S_7	1.13	0.87	0.55	0.45
S_8	1.32	1.02	0.66	0.50
S_9	1.08	0.82	0.66	0.55
S_{10}	1.78	1.33	1.07	1.02
Mean \pm Std	1.30 ± 0.29	1.03 ± 0.22	0.79 ± 0.18	0.69 ± 0.20

Tabla 4.4: sLyE calculados usando el mismo conjunto de datos de la Tabla 4.2 considerando 5, 10, 20 y 40 valores para la regresión lineal que estima la tasa de divergencia promedio de dos condiciones iniciales. Los valores corresponden a la marcha realizada en el mundo real.

caminan sobre el suelo utilizando un sensor inercial ubicado en el cadera. En [37], la población estaba compuesta por 51 sujetos jóvenes (23.00 ± 3.00 años) los cuales obtuvieron un sLyE de 0.79 ± 0.02 . En [38], el promedio de los sLyE de 21 sujetos jóvenes (27.70 ± 3.30 años) fue de 27.70 ± 3.30 , mientras que en [39], este valor, considerando 40 sujetos (40.00 ± 9.00 años), fue de 0.5 ± 0.09 . Otro reporte con una población similar a la de [39] es el de [40], el cual incluye 40 sujetos (37.00 ± 10.00 años) con un promedio de los sLyE de 0.62 ± 0.10 . Las fuentes de estas diferencias son los parámetros usados en la implementan del algoritmo de Rosenstein. Este es especialmente sensible al número de valores usados para la regresión lineal que calcula los sLyE. Para ilustrar esta afirmación, la Tabla 4.4 presenta los sLyEs considerando la regresión lineal con 5, 10, 20 y 40 valores. El valor medio de los sLyEs para los participantes disminuyeron dramáticamente al incrementar el numero de valores de la regresión. Por lo tanto, la dificultad principal en comparar los sLyEs obtenidos por diferentes autores es el hecho de que solo se informan unos pocos parámetros relacionados con el cálculo del ellos.

4.3.2. sLyE para protocolo VR usando diferente calzado

Los promedios de los SLyE obtenidos de cinco participantes usando diferente tipo de calzado (Sandalia (S), zapato formal (F) y zapato deportivo (D)) y para cada tipo de marcha (Marcha normal N , marcha con realidad virtual VR , marcha con realidad virtual y perturbaciones de flujo óptico $VR + P$) se muestran en la Tabla 4.5.

Al aplicar la función ANOVA2 de MATLAB® a la Tabla 4.5 se obtuvo que las diferencias de los sLyE debidas al tipo de calzado no eran significativas ($p = 0.8372$), al igual que las debidas al tipo de marcha ($p = 0.2368$). Adicionalmente, la función ANOVA2 indicó que la interacción entre el tipo de calzado y el tipo de marcha tampoco era significativa ($p = 0.3670$). La normalidad de los datos se verificó con la función LILLIETEST de MATLAB® ($p = 0.0755$).

Sujeto	Marcha	S	F	D
S_6	N	1.39	1.69	1.41
S_7	N	1.71	1.27	1.13
S_8	N	1.34	1.57	1.32
S_9	N	1.77	1.30	1.08
S_{10}	N	1.31	1.36	1.78
Mean \pm Std		1.50 ± 0.22	1.44 ± 0.18	1.34 ± 0.28
S_6	VR	1.30	1.97	1.89
S_7	VR	1.44	1.33	1.54
S_8	VR	1.88	1.29	1.42
S_9	VR	1.69	1.10	1.79
S_{10}	VR	1.61	1.58	1.75
Mean \pm Std		1.62 ± 0.30	1.45 ± 0.34	1.68 ± 0.19
S_6	$VR + P$	1.54	1.80	1.91
S_7	$VR + P$	1.39	1.43	1.05
S_8	$VR + P$	1.44	1.53	1.99
S_9	$VR + P$	1.28	1.45	1.51
S_{10}	$VR + P$	1.46	1.68	1.61
Mean \pm Std		1.42 ± 0.10	1.58 ± 0.16	1.61 ± 0.37

Tabla 4.5: Promedio de los sLyE obtenidos por los participantes utilizando diferente tipo de calzado: sandalias (S), zapato formal (F), y zapato deportivo (D) bajo diferentes configuraciones.

4.3.3. sLyE para protocolo AR

Los resultados obtenidos aplicando el algoritmo de Rosenstein [25] a las aceleraciones lineales en el eje vertical de la pantorrilla (P), la cadera (E) y la espalda superior (T), bajo las tres configuraciones del entorno, son mostrados en la Tabla 4.6. Al igual que en el análisis realizado para los datos obtenidos en la plataforma VR, en cada caso el número de muestras fue de 2000, con una frecuencia de muestreo de 100 Hz. Se definió un tiempo de retardo de $d = 10ms$ y una dimensión embebida de $m = 5$. La Tabla 4.7 ilustra los valores medios y la desviación estándar de los sLyE de los 5 participantes, para una determinada combinación de ubicación del sensor y eje de la IMU.

Nota: Debido al aislamiento obligatorio solo se pudieron contactar los participantes S_1 a S_5 de las pruebas con el sistema VR. Por esta razón en las tablas de AR solo se incluyen los participantes restantes (S_6 a S_{10}).

Al aplicar la función ANOVA2 de MATLAB® a la Tabla 4.6 se obtuvo que las diferencias de los sLyE debidas a la ubicación del sensor eran significativas ($p < 0.001$); sin embargo, se encontró que las diferencias debidas al tipo de marcha (N , AR , $AR + P$) no lo eran ($p = 0.3909$). Adicionalmente, la función ANOVA2 indicó que la interacción entre la ubicación del sensor y el tipo de marcha tampoco era significativa ($p = 0.5950$). La normalidad de los datos se verificó con la función LILLIETEST de MATLAB® ($p = 0.5000$). El mismo procedimiento se aplicó a las otras variables entregadas por el sensor inercial, y en todos los casos, excepto para la velocidad angular en el eje antero-posterior, las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha no fueron signifi-

Participante	Marcha	Pantorrilla	Cadera	Espalda
S_6	N	1.44	1.97	1.95
S_7	N	1.19	1.83	1.88
S_8	N	1.51	1.89	2.33
S_9	N	1.54	1.56	2.25
S_{10}	N	1.35	1.99	2.27
Media \pm Std	N	1.41 ± 0.14	1.85 ± 0.17	2.13 ± 0.21
S_6	AR	1.74	1.69	1.53
S_7	AR	1.19	1.83	1.88
S_8	AR	1.51	1.89	2.33
S_9	AR	1.54	1.56	2.25
S_{10}	AR	1.35	1.99	2.27
Media \pm Std	AR	1.51 ± 0.20	1.85 ± 0.10	1.96 ± 0.25
S_6	$AR + P$	1.63	1.93	1.86
S_7	$AR + P$	1.33	2.16	1.89
S_8	$AR + P$	2.16	1.97	2.16
S_9	$AR + P$	1.64	1.90	2.11
S_{10}	$AR + P$	1.33	1.66	2.40
Media \pm Std	$AR + P$	1.62 ± 0.34	1.92 ± 0.18	2.13 ± 0.21

Tabla 4.6: Promedio de los sLye obtenidos de los participantes en cada sensor y configuración (N : marcha normal, AR : realidad aumentada sin perturbación, $AR + P$: realidad aumentada con perturbación).

Eje de la IMU	Ubicación del sensor	sLyE aceleración	sLyE velocidad angular
Antero posterior	P	1.21 ± 0.23	1.27 ± 0.24
Medio lateral	P	1.32 ± 0.20	1.21 ± 0.21
Vertical	P	1.51 ± 0.24	1.20 ± 0.19
Antero posterior	C	1.92 ± 0.16	2.15 ± 0.32
Medio lateral	C	2.19 ± 0.23	1.84 ± 0.14
Vertical	C	1.87 ± 0.15	1.92 ± 0.23
Antero posterior	E	2.01 ± 0.25	1.98 ± 0.24
Medio lateral	E	2.07 ± 0.27	1.71 ± 0.20
Vertical	E	2.06 ± 0.22	1.92 ± 0.24

Tabla 4.7: Promedio y desviación estandar de los sLye obtenidos de los participantes en cada eje de la IMU y su respectiva ubicación (P : pantorrilla, C : cadera, E : espalda superior).

cativas (Tabla 4.8). Estos resultados concuerdan con los presentados en la Tabla 4.3, en donde la velocidad angular en el eje antero-posterior presentó diferencias significativas para los diferentes tipos de marcha.

Variables	Ubicación	Marcha	Interacción
Aceleración antero posterior	< 0.001	0.8188	0.6101
Aceleración medio lateral	< 0.001	0.3950	0.2538
Velocidad angular vertical	< 0.001	0.6240	0.2748
Velocidad angular antero posterior	< 0.001	0.0399	0.6583
Velocidad angular medio lateral	< 0.001	0.5228	0.7884

Tabla 4.8: Significancia de las diferencias de los sLyE debidas al tipo de marcha (N , AR , $AR + P$) y a la ubicación del sensor (Pantorrilla, cadera, espalda superior) para diferentes variables inerciales.

Al aplicar la función *multcompare* de MATLAB® a los datos de la Tabla 4.6, considerando las configuraciones que presentaron diferencias significativas (aceleración del eje vertical y velocidad angular del eje antero-posterior), se obtuvo que para todos los casos, los valores medios para la configuración de marcha con HMD y adicionando a estas las perturbaciones de flujo óptico, son significativamente diferentes a los de la marcha normal ($p < 0.0001$).

4.3.4. Correlación entre sLyE de marcha perturbada y no perturbada

La Figura 4.3 muestra la regresión lineal entre los sLyE de marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico, cuando los sLyE se calculan utilizando la aceleración en el eje de la gravedad. Para las tres posiciones de sensores consideradas, el coeficiente de correlación de *Pearson* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = 0.7291$, $p = 0.1622$), cadera ($r = -0.2594$, $p = 0.6735$) y espalda superior ($r = 0.8404$, $p = 0.0747$). Para estas mismas tres posiciones el coeficiente de correlación de *Spearman* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = 0.9000$, $p = 0.0833$), cadera ($r = -0.4000$, $p = 0.5167$) y espalda superior ($r = 0.8000$, $p = 0.1333$). En los seis casos, los valores p son mayores a 0.05, lo que indica que los valores de r no son estadísticamente significativos. Adicionalmente, se observar que los sLyE de pantorrilla son menores a los de espalda, y estos a su vez más bajos que los de tronco.

La Figura 4.4 muestra la regresión lineal entre los sLyE de marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico, cuando los sLyE se calculan utilizando la velocidad angular alrededor del eje antero posterior. Para las tres posiciones de sensores consideradas, el coeficiente de correlación de *Pearson* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = 0.4211$, $p = 0.4801$), cadera ($r = 0.0382$, $p = 0.9514$) y espalda superior ($r = 0.7618$, $p = 0.1345$). Para estas mismas tres posiciones el coeficiente de correlación de *Spearman* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = 0.2000$, $p = 0.7833$), cadera ($r = 0.0000$, $p = 1.0000$) y espalda superior ($r = 0.7000$, $p = 0.2333$). En los seis casos, los valores p son mayores a 0.05, lo que indica que los valores de r no son estadísticamente significativos.

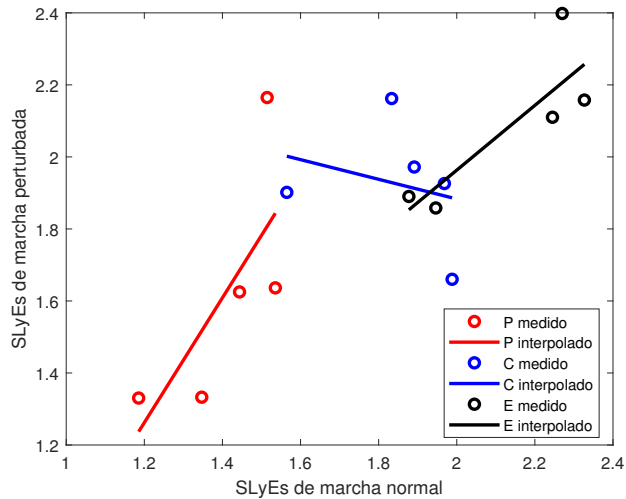


Figura 4.3: Regresión lineal entre marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico cuando los sLyE se calculan utilizando la aceleración en el eje de la gravedad.

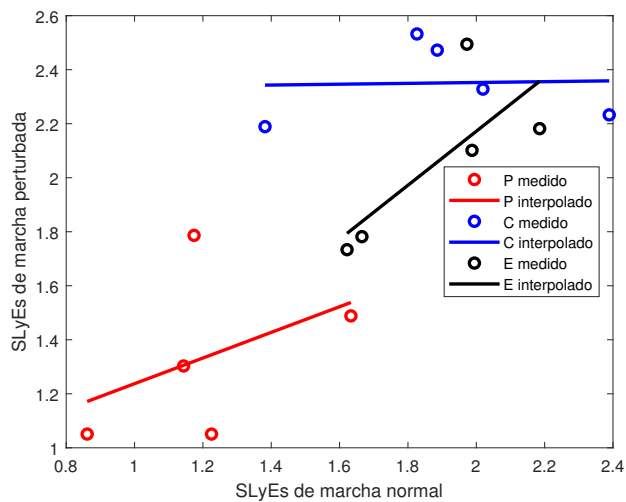


Figura 4.4: Regresión lineal entre marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico cuando los sLyE se calculan utilizando la velocidad angular alrededor del antero posterior, considerando la posición del sensor: Pantorrilla (*P*), Cadera (*C*) y Espalda (*E*)

La Figura 4.5 muestra la regresión lineal entre los sLyE de marcha normal y el cambio del sLyE frente a las perturbaciones de flujo óptico ($\Delta\lambda = \lambda_{perturbada} - \lambda_{no-perturbada}$), cuando los sLyE se calculan utilizando la aceleración del eje de la gravedad. Para las tres posiciones de sensores consideradas, el coeficiente de correlación de *Pearson* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = 0.4109$, $p = 0.4920$), cadera ($r = -0.7813$, $p = 0.1187$) y espalda superior ($r = -0.1715$, $p = 0.7827$). Para estas mismas tres posiciones el coeficiente de correlación de *Spearman* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = 0.2000$, $p = 0.7833$), cadera ($r = -1.0000$, $p = 0.0167$) y espalda superior ($r = -0.4000$, $p = 0.5167$).

En los tres casos del coeficiente de *Pearson*, los valores p son mayores a 0.05, lo que indica que los valores de r no son estadísticamente significativos. Para el caso de los coeficientes de *Spearman*, el caso de la ubicación del sensor en la pantorrilla y la espalda superior, los valores p son mayores a 0.05, lo que indica que los valores de r no son estadísticamente significativos. Sin embargo, para el caso donde el sensor se ubica en la cadera del usuario, el valor de p es menor a 0.05, indicando que los valores de r son significativos.

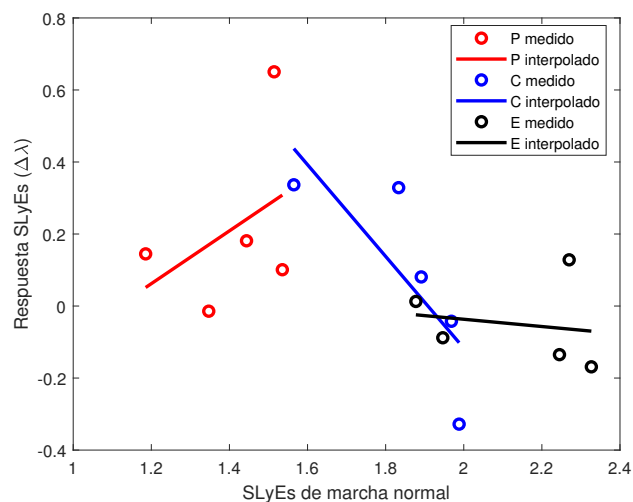


Figura 4.5: Regresión lineal entre los sLyE de marcha normal y el cambio de los sLyE con perturbaciones del flujo óptico ($\Delta\lambda$) cuando los sLyE se calculan utilizando la aceleración en el eje de la gravedad, considerando la posición del sensor: Pantorrilla (P), Cadera (C) y Espalda (E).

La Figura 4.6 muestra la regresión lineal entre los sLyE de marcha normal y el cambio del sLyE frente a las perturbaciones de flujo óptico ($\Delta\lambda$), cuando los sLyE se calculan utilizando la velocidad angular del eje antero posterior. Para las tres posiciones de sensores consideradas, el coeficiente de correlación de *Pearson* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = -0.4567$, $p = 0.4395$), cadera ($r = -0.9235$, $p = 0.0251$) y espalda superior ($r = -0.0005$, $p = 0.9994$). Para estas mismas tres posiciones el coeficiente de correlación de *Spearman* r y la significancia p son: pantorrilla ($r = -0.6000$, $p = 0.3500$), cadera ($r = -1.0000$, $p = 0.0167$) y espalda superior ($r = 0.3000$, $p = 0.6833$).

En el caso de la correlación de *Pearson* y *Spearman*, el caso de la ubicación en la pantorrilla y

la espalda superior, los valores p son mayores a 0.05, lo que indica que los valores de r no son estadísticamente significativos. Sin embargo, para el caso donde el sensor se ubica en la cadera del usuario, el valor de p es menor a 0.05, indicando que los valores de r son significativos.

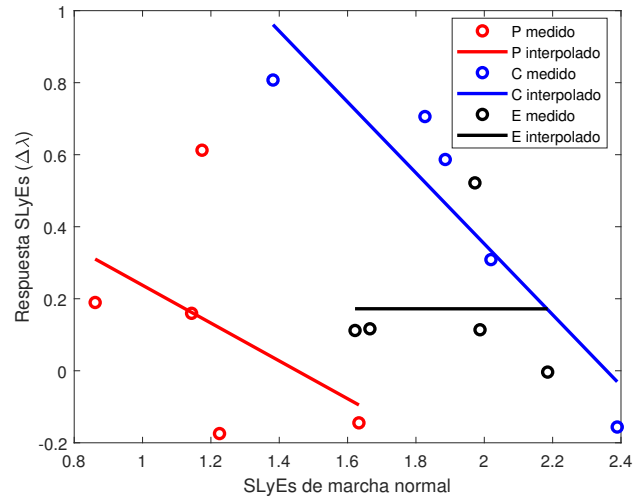


Figura 4.6: Regresión lineal entre marcha normal y con perturbaciones del flujo óptico cuando los sLyE se calculan utilizando la velocidad angular alrededor del antero posterior.

El ejecutar la función multicompare de MATLAB indicó que las medias

Capítulo 5

Conclusiones y trabajos futuros

A partir de los experimentos con las aplicaciones de realidad virtual y realidad aumentada, los sLyE evidenciaron que no hay diferencias significativas frente al tipo de marcha (N, VR/AR, VR/AR + P). Sin embargo, el estudio realizado en [5] muestra que los sLyE para las poblaciones de estudio (jóvenes, adultos mayores y con registro de caídas) presentan diferencias significativas para marcha normal y perturbada. Estas diferencias pueden deberse a las configuraciones experimentales llevadas a cabo. En [5], el sistema de perturbaciones consistía de una pantalla curva (1.45m radio x 2.54m altura), en vez de un sistema inmersivo mediante HMD, lo cual pudo incidir en la percepción del usuario frente a las perturbaciones. Por otra parte, la marcha realizada por la persona se efectuó sobre una banda caminadora, y no sobre un corredor, lo cual, de acuerdo a [30], puede afectar el patrón de marcha. Además, en [5], las variables medidas fueron las velocidades lineales de un marcador óptico ubicado en la vertebra C9, y en nuestro caso variables provenientes de sistemas inerciales.

El experimento llevado a cabo en la Sección 4.3.2 mostró que las diferencias en los sLyE para diferentes tipos de calzado no son significativas. Esto concuerda con los resultados obtenidos en [41], donde se realiza una comparación de estabilidad local manipulando grosor y la rigidez de la plantilla del calzado en un grupo de corredores novatos y entrenados. En el estudio se concluye que estas características no influyeron en la estabilidad local de la marcha. Por otra parte, en [42] se realizó un estudio para comparar la incidencia del calzado (pies descalzos o con calzado) en la estabilidad de marcha. El estudio mostró que no existen diferencias significativas en la estabilidad frente a este parámetro.

Cuando la variable medida fue la aceleración lineal, no se encontró correlación significativa entre el cambio de los sLyE debido a la perturbación y los sLyE de marcha no perturbada. El anterior resultado fue el mismo para las tres ubicaciones de sensor consideradas (Figura 4.5). Sin embargo, cuando los sLyE se calcularon a partir de la velocidad angular del eje antero posterior, la anteriormente mencionada correlación fue significativa y negativa para el sensor de la cadera (Figura 4.6). Lo cual, contrario a lo que podría pensarse, sugiere que las personas con los grados

de inestabilidad más altos, presentan los menores cambios en sus sLyE cuando se adicionan perturbaciones al flujo óptico. Estos resultados concuerdan con lo reportado en [5], quien también obtiene una correlación negativa entre el cambio de los sLyE y los sLyE de marcha no perturbada.

Respecto a la pregunta de investigación de este trabajo: ¿Qué efecto tienen la ubicación del sensor y la selección de la variable medida en la correlación entre los LyE de marcha no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico?, se concluye que ni las ubicaciones del sensor, ni las variables medidas consideradas tienen efecto en la correlación entre los LyE de marcha no perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico. Sin embargo, se encontró que existe una correlación significativa y negativa entre el cambio de los sLyE debido a la perturbación y los sLyE de marcha no perturbada, cuando los sLyE se calcularon a partir de la velocidad angular del eje antero posterior.

Finalmente, los resultados presentados en este trabajo dejan algunas incógnitas por resolver: ¿Cómo influenciaría a las correlaciones diferentes configuraciones de amplitud y frecuencia de la perturbación? ¿Qué resultados se obtendrían para diferentes grupos etarios?.

5.1. Trabajos futuros

En esta sección se proponen otros trabajos para llevar a cabo:

- Realizar estudios con más usuarios sobre la incidencia de las perturbaciones visuales en la estabilidad local de la marcha humana.
- Realizar estudios comparativos utilizando diferentes frecuencias y amplitudes en la perturbación visual para concluir sobre su incidencia en la estabilidad local de la marcha humana.
- Comparar los sLyEs obtenidos con las plataformas desarrolladas frente a los obtenidos con una plataforma con banda caminadora bajo los mismos parámetros de configuración del algoritmo (dimensión embebida, retardo de tiempo, valores de la linealización).

Capítulo A

Anexos

CONSENTIMIENTO INFORMADO

A.1. Nombre de la investigación

"Efecto de la ubicación del sensor y de la variable medida en la correlación entre los exponentes de Lyapunov de marcha humana No perturbada y con perturbaciones en el flujo óptico".

A.2. Participantes

Investigador	Institución	Correo electrónico
Juan David Guzman Villamarin	Universidad del Cauca	jdguzman@unicauca.edu.co
Carlos Felipe Rengifo Rodas	Universidad del Cauca	caferen@unicauca.edu.co
Diego Enrique Guzman Villamarin	Universidad del Cauca	dguzman@unicauca.edu.co

A.3. Introducción

Actualmente, la evaluación del riesgo de caídas se enseña a través de pruebas de función motora, como performance oriented mobility assessment (POMA), la escala de equilibrio de Berg (BBS) [5] o el Time Up and Go (TUG) [6]. Sin embargo, la aplicabilidad de estas pruebas a poblaciones con determinadas patologías es limitada, y se ve influenciada por la subjetividad de la persona que las realiza. Una alternativa a las pruebas de función motora descritas anteriormente es el análisis de la marcha basado en técnicas de series de tiempo no lineales en las que los sistemas

de captura de movimiento (plataformas ópticas, inerciales y de fuerza) proporcionan mediciones para procesar algoritmos que cuantifican la inestabilidad de la marcha, dentro de estos algoritmos se encuentran los Exponentes de Lyapunov.

Si se demuestra que los Exponentes de Lyapunov constituyen una herramienta efectiva de valoración del riesgo de caída, estos permitirían complementar exámenes de función motora por procedimientos completamente automatizados donde la subjetividad en la evaluación sería minimizada gracias al uso de sistemas de captura de movimiento y a algoritmos de procesamiento de datos. Por tanto, este proyecto busca determinar la utilización de los Exponentes de Lyapunov como herramienta para la creación de sistemas automáticos (o al menos de mínima intervención humana) para la valoración del riesgo de caída, considerando diferentes variables para su cálculo. (Ubicación de los sensores y variable de medición).

El experimento requiere la participación de voluntarios que utilizando un conjunto de sensores inerciales y un visor, realizarán una serie de caminatas en un ambiente controlado. La captura de la información es no invasiva, dado que los sensores son colocados sobre la vestimenta del participante.

A.4. Selección de los participantes

La base de la selección de personas será realizada según personas que deseen participar voluntariamente en el proyecto. Estas serán seleccionadas teniendo en cuenta su estado de salud y condiciones físicas.

Criterios de inclusión.

- Personas con género biológico masculino y femenino
- Personas con edades entre los 18 y 70 años.

Criterios de exclusión.

- Personas con marcha patológica diagnosticada.
- Personas con antecedentes de desórdenes neurológicos o motores.
- Personas con problemas cognitivos.

A.5. Procedimiento

A.5.1. Declaración de metodología de experimentación al voluntario

En este punto del protocolo se presenta al participante, y al profesional en la salud, el consentimiento informado y la metodología de trabajo. Una vez se ha leído, se solicita al participante que lo firme.

A.5.2. Datos demográficos.

En este punto se toman medidas antropométricas del participante: Edad, Peso, Altura, Medida en centímetros del radio de la cintura, cadera y cuello. Se pregunta al participante si presenta alguna patología física o neurológica que influya en la capacidad de caminar.

A.5.3. Proceso de medición.

El proceso de experimentación se lleva a cabo en tres fases: (1) el usuario camina a través de un pasillo llevando consigo un dispositivo móvil que adquiere los datos, (2) el usuario camina a través del mismo pasillo llevando consigo el dispositivo de medición de velocidad y el HMD, (3) el usuario repite la configuración previa con la perturbación de flujo óptico

A.5.4. Ubicación de los dispositivos de medición y calibración de los módulos.

Una vez se toman las medidas antropométricas, se procede a equipar al participante con los dispositivos de medición inercial en las posiciones especificadas en la siguiente figura:

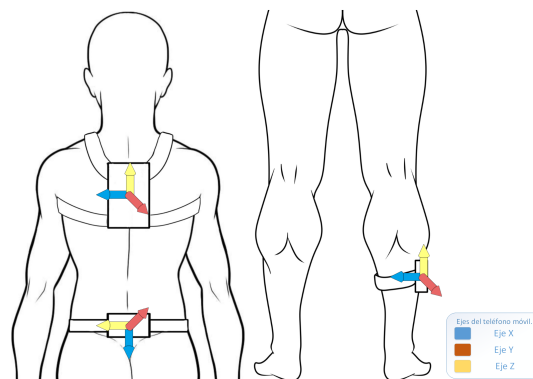


Figura A.1: Ubicación de los módulos en el cuerpo del usuario.

Se equipa al participante con un visor Head-Mounted Display (HMD) y se instruye su calibración y el procedimiento a realizar.

A.6. Riesgos potenciales

Los riesgos o molestias a los que el participante será expuesto son mínimos.

A.7. Beneficios

Su participación en el desarrollo de este proyecto no tendrá un beneficio para su salud, pero permitirá proporcionar información importante en el campo de la investigación.

A.8. Confidencialidad

En este proyecto la información será vinculada, es decir, la información puede relacionarse conectarse con la persona a quien se refiere. Sin embargo, esta información será registrada de forma anónima, en este caso se puede vincular con la persona a quien se refiere únicamente mediante un código u otros medios conocidos sólo por el titular de la información. De esta forma se protege la información personal de los sujetos participantes. Su identidad nunca será revelada o publicada.

A.9. Manejo de los resultados

Durante el estudio, los participantes podrán conocer en todo momento el estado del proyecto de investigación y los resultados preliminares.

A.10. Derecho a negarse o retirarse

Si decide participar, usted puede abandonar la experimentación en cualquier momento, pudiendo informar o no sus razones.

A.11. Contacto

Si tiene cualquier pregunta, puede hacerla ahora o en cualquier momento, incluso después de haberse iniciado el estudio. Si desea hacer preguntas más tarde, puede contactar a los investigadores relacionados en la primera página de este documento.

Firma: _____

Nombre: _____

Cédula: _____

Teléfono: _____

Bibliografía

- [1] J. B. Dingwell and J. P. Cusumano, “Nonlinear time series analysis of normal and pathological human walking,” *Chaos*, vol. 10, no. 4, 2000.
- [2] J. B. Dingwell and L. C. Marin, “Kinematic variability and local dynamic stability of upper body motions when walking at different speeds,” *Journal of Biomechanics*, vol. 39, no. 3, pp. 444 – 452, 2006.
- [3] H. G. Kang and J. B. Dingwell, “Dynamic stability of superior vs. inferior segments during walking in young and older adults,” *Gait & Posture*, vol. 30, no. 2, pp. 260 – 263, 2009.
- [4] P. M. McAndrew, J. M. Wilken, and J. B. Dingwell, “Dynamic stability of human walking in visually and mechanically destabilizing environments,” *Journal of Biomechanics*, vol. 44, no. 4, pp. 644 – 649, 2011.
- [5] M. Qiao, K. N. Truong, and J. R. Franz, “Does local dynamic stability during unperturbed walking predict the response to balance perturbations? an examination across age and falls history,” *Gait & Posture*, vol. 62, pp. 80 – 85, 2018.
- [6] T. E. Lockhart and J. Liu, “Differentiating fall-prone and healthy adults using local dynamic stability,” *Ergonomics*, vol. 51, no. 12, pp. 1860–1872, 2008, PMID: 19034782.
- [7] M. J. Toebes, M. J. Hoozemans, R. Furrer, J. Dekker, and J. H. van Dieën, “Local dynamic stability and variability of gait are associated with fall history in elderly subjects,” *Gait & Posture*, vol. 36, no. 3, pp. 527 – 531, 2012.
- [8] S. M. Bruijn, D. J. Bregman, O. G. Meijer, P. J. Beek, and J. H. van Dieën, “Maximum lyapunov exponents as predictors of global gait stability: A modelling approach,” *Medical Engineering & Physics*, vol. 34, no. 4, pp. 428 – 436, 2012.
- [9] A. M. Lyapunov, “The general problem of the stability of motion,” *International Journal of Control*, vol. 55, no. 3, pp. 531–534, 1992.
- [10] J. B. Dingwell, *Wiley Encyclopedia of Biomedical Engineering*. American Cancer Society, 2006, ch. Lyapunov Exponents.

- [11] A. Ekizos, A. Santuz, A. Schroll, and A. Arampatzis, “The maximum lyapunov exponent during walking and running: reliability assessment of different marker-sets,” *Frontiers in physiology*, vol. 9, p. 1101, 2018.
- [12] S. Mehdizadeh and M. A. Sanjari, “Effect of noise and filtering on largest lyapunov exponent of time series associated with human walking,” *Journal of biomechanics*, vol. 64, pp. 236–239, 2017.
- [13] W. Hoogkamer, S. M. Bruijn, S. Sunaert, S. P. Swinnen, F. Van Calenbergh, and J. Duysens, “Toward new sensitive measures to evaluate gait stability in focal cerebellar lesion patients,” *Gait & posture*, vol. 41, no. 2, pp. 592–596, 2015.
- [14] S. M. Bruijn, M. Millard, L. van Gestel, P. Meyns, I. Jonkers, and K. Desloovere, “Gait stability in children with cerebral palsy,” *Research in Developmental Disabilities*, vol. 34, no. 5, pp. 1689 – 1699, 2013.
- [15] P. Terrier and F. Reynard, “Effect of age on the variability and stability of gait: a cross-sectional treadmill study in healthy individuals between 20 and 69 years of age,” *Gait & posture*, vol. 41, no. 1, pp. 170–174, 2015.
- [16] E. A. Ihlen, K. S. van Schooten, S. M. Bruijn, M. Pijnappels, and J. H. van Dieën, “Fractional stability of trunk acceleration dynamics of daily-life walking: toward a unified concept of gait stability,” *Frontiers in physiology*, vol. 8, p. 516, 2017.
- [17] S. H. Strogatz, *Nonlinear Dynamics and Chaos: With Applications to Physics, Biology, Chemistry, and Engineering*. Addison-Wesley, 1994.
- [18] S. Mehdizadeh, “The largest lyapunov exponent of gait in young and elderly individuals: A systematic review,” *Gait & Posture*, vol. 60, pp. 241 – 250, 2018.
- [19] J. M. T. Thompson and H. B. Stewart, *Nonlinear dynamics and chaos*. John Wiley & Sons, 2002.
- [20] R. C. Robinson, *An introduction to dynamical systems: continuous and discrete*. American Mathematical Soc., 2012, vol. 19.
- [21] M. Lakshmanan and S. Rajaseekar, *Nonlinear dynamics: integrability, chaos and patterns*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [22] S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos with student solutions manual: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. CRC press, 2018.
- [23] L. Barreira and Y. B. Pesin, *Lyapunov exponents and smooth ergodic theory*. American Mathematical Soc., 2002, vol. 23.
- [24] D. T.-W. Hau and E. W. Coiera, “Learning qualitative models from physiological signals,” Master’s thesis, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Electrical Engineering and . . . , 1994.

- [25] M. T. Rosenstein, J. J. Collins, and C. J. De Luca, "A practical method for calculating largest lyapunov exponents from small data sets," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 65, no. 1-2, pp. 117–134, 1993.
- [26] P. Grassberger and I. Procaccia, "Characterization of strange attractors," *Physical review letters*, vol. 50, no. 5, p. 346, 1983.
- [27] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A. Vastano, "Determining lyapunov exponents from a time series," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 16, no. 3, pp. 285–317, 1985.
- [28] A. M. Fraser and H. L. Swinney, "Independent coordinates for strange attractors from mutual information," *Phys. Rev. A*, vol. 33, pp. 1134–1140, Feb 1986. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.33.1134>
- [29] M. B. Kennel, R. Brown, and H. D. I. Abarbanel, "Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction," *Phys. Rev. A*, vol. 45, pp. 3403–3411, Mar 1992. [Online]. Available: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.3403>
- [30] J. Dingwell, J. Cusumano, D. Sternad, and P. Cavanagh, "Slower speeds in patients with diabetic neuropathy lead to improved local dynamic stability of continuous overground walking," *Journal of biomechanics*, vol. 33, no. 10, pp. 1269–1277, 2000.
- [31] A. Villa Moreno, E. Gutiérrez Gutiérrez, and J. C. Pérez Moreno, "Consideraciones para el análisis de la marcha humana. técnicas de videogrametría, electromiografía y dinamometría," *Revista ingeniería biomédica*, vol. 2, no. 3, pp. 16–26, 2008.
- [32] F. Danion, E. Varraine, M. Bonnard, and J. Pailhous, "Stride variability in human gait: the effect of stride frequency and stride length," *Gait and Posture*, vol. 18, no. 1, pp. 69 – 77, 2003. [Online]. Available: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0966636203000304>
- [33] P. M. McAndrew, J. M. Wilken, and J. B. Dingwell, "Dynamic stability of human walking in visually and mechanically destabilizing environments," *Journal of biomechanics*, vol. 44, no. 4, pp. 644–649, 2011.
- [34] S. Mehdizadeh, "A robust method to estimate the largest lyapunov exponent of noisy signals: A revision to the rosenstein's algorithm," *Journal of Biomechanics*, vol. 85, pp. 84 – 91, 2019.
- [35] F. Riva, E. Grimpampi, C. Mazzà, and R. Stagni, "Are gait variability and stability measures influenced by directional changes?" *BioMedical Engineering OnLine*, vol. 13, no. 1, p. 56, May 2014.
- [36] M. Punt, S. M. Bruijn, H. Wittink, and J. H. van Dieën, "Effect of arm swing strategy on local dynamic stability of human gait," *Gait & Posture*, vol. 41, no. 2, pp. 504 – 509, 2015.
- [37] F. Riva, M. Bisi, and R. Stagni, "Gait variability and stability measures: Minimum number of strides and within-session reliability," *Computers in Biology and Medicine*, vol. 50, pp. 9 – 13, 2014.

- [38] S. M. Rispens, M. Pijnappels, K. S. van Schooten, P. J. Beek, A. Daffertshofer, and J. H. van Dieën, “Consistency of gait characteristics as determined from acceleration data collected at different trunk locations,” *Gait & Posture*, vol. 40, no. 1, pp. 187 – 192, 2014.
- [39] F. Reynard, P. Vuadens, O. Deriaz, and P. Terrier, “Could local dynamic stability serve as an early predictor of falls in patients with moderate neurological gait disorders? a reliability and comparison study in healthy individuals and in patients with paresis of the lower extremities,” *PLOS ONE*, vol. 9, no. 6, pp. 1–9, 06 2014.
- [40] P. Terrier and F. Reynard, “To what extent does not wearing shoes affect the local dynamic stability of walking?: Effect size and intrasession repeatability,” *Journal of Applied Biomechanics*, vol. 30, no. 2, pp. 305 – 309, 2014.
- [41] N. S. Frank, S. D. Prentice, and J. P. Callaghan, “Local dynamic stability of the lower extremity in novice and trained runners while running intraditional and minimal footwear,” *Gait & posture*, vol. 68, pp. 50–54, 2019.
- [42] P. Terrier and F. Reynard, “To what extent does not wearing shoes affect the local dynamic stability of walking?: effect size and intrasession repeatability,” *Journal of applied biomechanics*, vol. 30, no. 2, pp. 305–309, 2014.