Tipo de aprendizaje significativo evidenciado en los estudiantes de sexto C de la Institución Educativa Técnico Industrial, en la teoría de números en los naturales

Jesús Javier Calvache

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2023

Tipo de aprendizaje significativo evidenciado en los estudiantes de sexto C de la Institución Educativa Técnico Industrial, en la teoría de números en los naturales

Trabajo de grado para optar al título de Licenciado en Matemáticas

Jesús Javier Calvache

Director: Mg. Ángel Hernán Zúñiga

Universidad del Cauca

Facultad de Ciencias Naturales, Exactas y de la Educación

Licenciatura en Matemáticas

Popayán

2023

Nota de Aceptación

____

____

____

____

Evaluador

PhD. Gabriela Inés Arbeláez

____

Director de Práctica Pedagógica

Mg. Ángel Hernán Zúñiga Solarte

____

Coordinador Programa de Licenciatura en Matemáticas

PhD. Aldo Iván Parra

Lugar y fecha de sustentación: Popayán, 07 de noviembre de 2023

Resumen

La siguiente sistematización muestra el trabajo de práctica pedagógica (PP) investigativa realizada en la Institución Educativa Técnico Industrial (ITI) de Popayán cuyo objetivo fue identificar el tipo de aprendizaje significativo en la teoría de números en los Naturales ($\mathbb{N}$) con los estudiantes del grado sexto de secundaria. En esta práctica pedagógica se contó con la participación de treinta y dos (32) estudiantes, atendidos en un intervalo de catorce (14) del calendario escolar. La metodología de esta PP tuvo un enfoque cualitativo y el análisis de los registros obtenidos en la docencia directa fueron analizados desde el marco conceptual de la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel; quien hace referencia a la importancia de los conocimientos previos para adquirir nuevo aprendizaje.

Palabras clave: Aprendizaje significativo, conocimientos previos, teoría de números.

Índice

Lista de figuras

Pág.

Lista de tablas

Pág.

Lista de anexos

Pág.

Introducción

En el programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Cauca, los estudiantes tienen la oportunidad de participar de los procesos formativos de una institución educativa de la básico o media, con el fin de tener una experiencia de docencia directa por un tiempo determinado, es decir, realizar una práctica pedagógica en condiciones reales del ejercicio profesional.

Esta práctica se realizó en la Institución Educativa Técnico Industrial (ITI), en el grado sexto C, con treinta dos (32) estudiantes de estratos uno, dos y tres. Se consideró como base teórica el aprendizaje significativo planteado por David Ausubel, el cual se basa en tener en cuenta los conocimientos previos para generar un nuevo conocimiento, de manera clara y concisa.

La intervención en el aula tuvo como objetivo la identificación del tipo de aprendizaje significativo alcanzado por los estudiantes, al desarrollar diferentes actividades en teoría de números en el conjunto de los números naturales.

Este documento, se divide en cuatro capítulos. En el primero se puede encontrar una descripción sobre el contexto institucional, el currículo y el plan de estudios de matemáticas; el cual fue revisado para determinar la unidad de aprendizaje que sería atendida en la docencia directa: Múltiplos y Divisores, Criterios de divisibilidad, Números primos y compuestos, Máximo común divisor, Mínimo común múltiplo. Para el desarrollo de esta unidad de aprendizaje se explicitaron las consideraciones matemáticas, didácticas y medológicas, que definian la estrategia de enseñanza a seguir.

En el segundo capítulo se encuentra lo relacionado con la descripción de la docencia directa que incluye: el proceso de enseñanza de cada una de las temáticas y lo relacionado con el tipo de evaluación realizada. En el tercer capítulo se encuentra la base teórica del aprendizaje significativo planteado por David Ausubel y se consolida el análisis de los hallazgos en el que se hace un estudio sobre los trabajos del alumnado. Finalmente, en el cuarto capítulo se encuentran las conclusiones de todo el proceso de la práctica pedagógica.

Capítulo 1

Contexto Institucional

Generalidades

La institución educativa Técnico Industrial ubicada en el departamento del Cauca, en el municipio de Popayán. De carácter oficial y mixto con un calendario A y su rector Alirio Vidal atiende en el marco del proyecto de inclusión las siguientes discapacidades: Sordera profunda, baja audición, baja visión, ceguera, parálisis cerebral, síndrome de Down.

La Institución Educativa Técnico Industrial, comprometida, de manera permanente, con el desarrollo social, mediante la educación critica, reflexiva, responsable y creativa, dirigida a estudiantes de todos los estratos en los niveles de educación preescolar, básica y media técnica, tiene establecidas sus metas, objetivos y conjunto de valores sobre los cuales funciona, divididos de la siguiente forma misión, visión y filosofía.

Misión. Formar personas integras capaces de ingresar a la educación superior y al sector productivo, fortaleciendo habilidades, capacidades, competencias académicas y laborales, mediante el conocimiento, adopción y la producción de tecnología que contribuyan al progreso social y económico del país. (Institución Educativa Técnico Industrial, 2010, p. 5)

Visión. "La institución educativa técnico industrial de Popayán será líder en la formación técnica para la solución de necesidades locales, regionales y nacionales a través de la articulación con cadenas de formación y alianzas estratégicas con entidades públicas y privadas". (Institución Educativa Técnico Industrial, 2010, p. 5)

Filosofía. "La Institución educativa forma estudiantes con calidad académica, técnica, investigativa y en valores como: amor al trabajo, respeto, ejercicio de la democracia, responsabilidad, sentido de pertenencia, honestidad, con proyección al sector productivo, a la educación superior y desarrollo comunitario “.(Institución Educativa Técnico Industrial, 2010, p. 6)

Sedes de Popayán: La institución educativa Técnico Industrial está conformada por las siguientes sedes: Mercedes Pardo de Simmond, Jardín Infantil Nacional Piloto, San Camilo, Gerardo Garrido, Principal, Instituto Técnico Industrial, Laura Valencia.

Principios Institucionales. El trabajo técnico y la formación académica; la democracia y la participación responsable, la ciencia y la tecnología; el desarrollo humanista y de conservación del ambiente; el respeto por la diferencia; la solidaridad; la construcción del conocimiento; la proyección social; la formación de líderes emprendedores; la formación en valores; la responsabilidad académica; la formación basada en la motivación de la creatividad participativa; la educación para el desarrollo de aptitudes y habilidades con proyección laboral y empresarial; el desarrollo de la capacidad crítica y analítica; la educación en la responsabilidad, tolerancia y sentido de pertenencia; el respeto a la vida y los derechos humanos. (Institución Educativa Técnico Industrial, 2010, p. 8)

Objetivos de la Institución. Explicitados en el proyecto educativo institucional son:

Actualizar y unificar planes y programas académico-técnicos que contribuyan al mejoramiento de la calidad de la educación.

Fomentar el desarrollo de competencias en el estudiante para que contribuyan en la búsqueda de soluciones de las necesidades personales y sociales de la región a través de la formación técnica.

Establecer convenios interinstitucionales que permitan un mayor desarrollo y actualización en lo académico y técnico que garanticen la ocupación laboral y/o continuación de estudios a nivel tecnológico o profesional de los egresados.

Fomentar la identidad, la pertenencia y la proyección institucional partiendo de la integración de la comunidad educativa en diversas actividades formativas. (Institución Educativa Técnico Industrial, 2010, p. 11)

Currículo y Plan de Estudios de Matemáticas.

En la Educación Secundaria, se busca que los estudiantes "aprendan a valorar la matemática, se sientan seguros de su capacidad para hacer matemática, lleguen a resolver problemas matemáticos, aprendan a comunicarse mediante la matemática y aprendan a razonar matemáticamente" (US Departmen of education, 2014, párr. 3).

Basado en los lineamientos curriculares (Ministerio de Educación Nacional, 1998) y los estándares básicos de competencia (Ministerio de Educación Nacional, 2006) del ministerio de educación nacional, el plan de estudios de la institución educativa técnico industrial, haciendo énfasis en el área de matemáticas, prioriza, el desarrollo de tres capacidades:

- Razonamiento y demostración
- Interpretación de gráficos y/o expresiones simbólicas
- Resolución de problemas

Haciendo una generalización respecto a las unidades temáticas de los diferentes grados de la institución educativa técnico industrial, se puede afirmar:

> Respecto a la formación matemática básica, el énfasis estaría en potenciar el pensamiento matemático mediante la apropiación de contenidos que tienen que ver con ciertos sistemas matemáticos. Tales contenidos se constituyen en herramientas para desarrollar,

> entre otros, el pensamiento numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y el variacional que, por supuesto, incluye al funcional. Aunque al desarrollo de cada tipo de pensamiento se le asocie como indispensable un determinado sistema, este último no agota todas las posibilidades. Otros sistemas pueden contribuir para ampliar y construir significados en cada tipo de pensamiento. En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones a representaciones materiales. En la formulación y desarrollo de las distintas definiciones, comprensiones e interpretaciones, las TIC, son una fuente fundamental para el desarrollo de la unidad en matemáticas. (Ministerio de Educación Nacional, 1998, p. 16)

En el plan de estudios de la I.T.I, se puede observar distintas características, las cuales van desde la ubicación de un título general, así como también respectivos subtítulos de asignatura, grado, docente y periodo.

La constitución de este plan de estudios está dada en una tabla a dos columnas la cual está compuesta por un logro y dos indicadores en su parte inicial. La programación de las actividades matemáticas, está estructurada por semanas, en donde se establece un tema por semana, así como también las actividades a desarrollar respecto a ese tema, cada programación semanal se da por periodo, dividiendo el periodo entre 7 y 10 semanas, esto dependiendo del tema a desarrollar.

Haciendo un contraste comparativo con el plan de estudios de la institución educativa técnico industrial (I.T.I), puedo observar que se generaliza, los lineamientos que son establecidos en los estándares, dado que las consideraciones matemáticas del plan de estudios de la I.T.I, deja a un lado lo que se desea estudiar y enfatizar con este proyecto lo cual será, tener en cuenta los conocimientos previos para dar un paso al entendimiento al conocer nuevos conocimientos, por esto es de vital importancia que estos principios matemáticos sean propuestos de una manera clara y entendible, para poder abarcar los logros o estándares establecidos por la institución educativa y así lograr hacer una relación conveniente entre el plan de estudios de la I.T.I con este proyecto.

Temáticas o Unidad Didáctica a enseñar

Las temáticas o unidades consideradas para aplicar en este proyecto en el grado sexto de la I.T.I son las siguientes: Múltiplos y Divisores, Criterios de divisibilidad, Números primos y compuestos, Máximo común divisor, Mínimo común múltiplo

Consideraciones Matemáticas

En la teoría de números es de vital importancia tener en cuenta algunas consideraciones matemáticas para lograr adquirir un aprendizaje significativo.

En primera instancia para múltiplos y divisores: el múltiplo de un número es el que obtenemos al multiplicar ese número por el conjunto de los números naturales, con lo cual hay que tener los conceptos de multiplicación muy claros para efectuarlas de manera correcta (Barbero, 2004).

Dado un entero a y n un numero natural, na es un múltiplo de a.

El divisor de un número es el número natural que divide a ese número, con lo cual hay que tener muy claro la división de números naturales, para lograr determinar cuándo una división es exacta o no.

Dados a y b, naturales a es divisor de b si a divide a b.

En segunda instancia, se tiene los criterios de divisibilidad, en los cuales se enseña determinadas técnicas para saber o determinar si un número es o no divisible por otro, aquí es en donde conceptos como la suma, resta, multiplicación y división van a estar muy ligados a estas técnicas, con lo cual deben estar bastante trabajados y muy claros (Artacho, 2019).

Sea $a>1$, entonces a es divisible entre 2 si termina en cero o par.

Sea a que pertenece a los naturales, entonces a es divisibles entre 3 si la suma de sus dígitos es múltiplo de 3.

Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son divisibles por 4 o si sus dos últimas cifras son ceros.

Un número es divisible por 5 cuando la cifra de las unidades es 0 ó 5.

Un número es divisible por 6 cuando es divisible por 2 y por 3, a la vez.

Para saber si un número es divisible entre 7, multiplicamos la última cifra por 2 y el producto obtenido lo restamos de las cifras restantes. Este proceso se repite.

Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras son divisibles por 8.

Un número es divisible entre 9 cuando la suma de sus dígitos es 9 o múltiplo de 9.

Un número es divisible por 10 cuando la cifra de las unidades es 0.

Un número es divisible por 11 cuando la suma de las cifras de lugar impar, menos la suma de las cifras de lugar par, es 0 o múltiplo de 11.

En tercera instancia incluimos un conjunto de números con unas características especiales, los cuales se podrán identificar por medio de una división o teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad, estos números son los números primos y los compuestos, para estos números se puede establecer estrategias para determinar si un número es primo o compuesto (Gracia y Silva, 2020).

Sea n>1, entonces n es primo si es divisible únicamente entre 1 y n.

Como última instancia se tiene el máximo común divisor y mínimo común múltiplo, en donde encontraremos conceptos de suma, división y multiplicación, combinados de tal forma que me permitan identificar el máximo común divisor o el mínimo común múltiplo, así como también la descomposición en factores primos y la potenciación, todo lo anterior teniendo en cuenta las definiciones o estrategias que se van a plantear para lograr identificar dichos números (M.C.D y M.C.M) (Muñoz, 2020).

De lo anterior se puede decir que las consideraciones matemáticas a tener en cuenta están ligadas entre sí, con una relación directa que permite la construcción de diferentes conceptos así como también la elaboración de estrategias para solucionar un determinado problema. Estos temas matemáticos ayudan a evidenciar que de manera necesaria se debe ir adquiriendo un aprendizaje significativo ya que a medida que se avanza en los conceptos son de vital importancia tener en cuenta los aprendidos anteriormente.

Consideraciones Didácticas

Dificultades de Aprendizaje de las Matemáticas. El principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es sólo que los niños aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, las unidades de medida y unas nociones geométricas, sino su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conceptos y habilidades matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana. (Ruíz, 2016, p. 1)

Cabe destacar que gran parte de nuestro conocimiento cotidiano se aprende directamente a partir de nuestro entorno. Uno de los problemas de los conceptos matemáticos consiste en su gran capacidad de abstracción, por lo que las matemáticas no pueden aprenderse directamente del entorno cotidiano sino que se necesita un buen profesor de matemáticas que establezca una base adecuada, controlando lo que el estudiante sabe y a qué objetivo lo quiere llevar.

Dificultades Relacionadas con los Procesos del Desarrollo Cognitivo y la Estructuración Matemática. “Los aprendizajes matemáticos constituyen una cadena en la que cada conocimiento va enlazado con los anteriores. Las dificultades iniciales en este aprendizaje pueden llevar a dificultades posteriores aún mayores” (Aranda et al., 2016, p. 15).

Durante el proceso de enseñanza-aprendizaje van apareciendo dificultades que a veces son consecuencias de aprendizajes anteriores que han sido mal asimilados por el estudiante y otras se deben a las exigencias que van surgiendo de los nuevos aprendizajes.

Dificultades en la Adquisición de las Nociones Básicas y Principios Numéricos. Son muchas las investigaciones que indican que las primeras dificultades surgen durante adquisición de las nociones básicas y principios numéricos que son imprescindibles para la comprensión del número y constituyen la base de toda la actividad matemática.

Una consecuencia de estas dificultades es que si estas nociones no se adquieren y dominan eficazmente, ello conlleva repercusiones negativas a lo largo de la escolaridad. Por ello, todo profesor antes de comenzar con la enseñanza de la numeración y las operaciones debe asegurarse de que todos los estudiantes han integrado y comprendido estas nociones básicas.

Dificultades Relacionadas con las Habilidades de Numeración. El autor Geary **(1993)** distingue tres tipos:

a) Dificultades para representar y recuperar los hechos numéricos de la memoria. Los niños que presentan este tipo de problemas muestran grandes dificultades en el aprendizaje y en la automatización de los hechos numéricos. b) Dificultades con los procedimientos de solución. Las manifestaciones de este problema incluyen el uso de procedimientos

> aritméticos evolutivamente inmaduros, retrasos en la adquisición de conceptos básicos de procedimiento y una falta de precisión al ejecutar los procedimientos del cálculo. c) Déficit en la representación espacial y en la interpretación de la información numérica. Los niños con este problema tienden a mostrar dificultades a la hora de leer los signos aritméticos, en alinear los números en problemas aritméticos multidigito y en comprender el valor posicional de los números. (p. 351)

> En cuanto a la práctica de las cuatro operaciones básicas, se puede considerar dos cuestiones.
>
> En primer lugar, respecto a la mecánica de las operaciones, el niño tiene que comprender una serie de reglas que le resultarán tanto más difíciles cuanto menos interiorizadas tengan las nociones anteriores. En segundo lugar, los automatismos para llegar al resultado. Se refieren al aprendizaje y dominio de las tablas con la atención y memoria que esto supone, sobre todo, para la tabla de multiplicar. (Carrillo, 2009, p. 6)

En la suma no suele presentarse dificultades. Empiezan cuando se pasa de 10. En la multiplicación pasa algo parecido, ya que se trata de varias sumas sucesivas.

En la resta y en la división debido a que tienen menos posibilidades de automatización y se necesita además de un proceso lógico que no es posible suplir con la mera automatización.

Ambiente Curricular. La Educación Secundaria tiene como propósito brindar una formación integral, sustentada en una educación en valores, que garantice la realización plena de la persona para la vida en convivencia y en democracia. Los objetivos de la Educación Secundaria orientan y otorgan direccionalidad al currículo, manteniendo coherencia con los fines y objetivos del sistema educativo, expresados en la Constitución Política y la Ley General de Educación. El estudiante y el docente en el ámbito de la Institución Educativa **(Institución Educativa Técnico Industrial, 2010)**, en un ambiente de confianza, establecen una relación de intenso dialogo al incorporar la cultura de su propia comunidad en todas las actividades educativas. De este modo, teniendo como base un currículo abierto y flexible, la escuela se convierte en un "escenario cultural", donde todos los que intervienen construyen nuevos significados y le dan un sentido personal y contextualizado. Es así que el estudiante aprende, a partir de los saberes que posee permitiéndole crecer de manera continua y permanente, en tanto se interese y se sienta motivado y dispuesto a desarrollar al máximo sus capacidades, generando actitudes positivas y asumiendo los valores como referentes de su propio crecimiento.

Consideraciones Metodológicas

Las consideraciones metodológicas están ligadas, o enfocadas a realizar un modelo constructivista, para que los estudiantes sean los que por medio de actividades y análisis hechos en clase sean capaces de entender de manera concreta, para así llegar a obtener un aprendizaje real, el cual está basado en el aprendizaje a largo plazo, para esto tendré en cuenta los siguientes aspectos dentro del aula (Ruíz, 2016).

- Diseñar actividades de aprendizaje que conduzcan al alumnado al descubrimiento.
- Respetar los distintos estados del desarrollo de los niños/as, de tal manera que se procesa de lo concreto a lo abstracto siendo un proceso en espiral.

- La presentación de los contenidos lógicos matemáticos estarán organizados por la secuenciación, la recurrencia y la jerarquía del aprendizaje.
- Principio de la comprensión, después la mecanización o automatización.
- Las reglas, principios y/o generalizadores lógico-matemáticos serán enseñados a los estudiantes partiendo de observaciones y comentarios, para así lograr establecer la definición general de un concepto matemático.
- Propiciar situaciones de aprendizaje que estimulen el conocimiento divergente (creativo).
- Facilitar aprendizajes a través de la interacción social.
- La motivación intrínseca se genera a través de situaciones problemáticas reales y significativas.
- Sacar partido de los errores de los estudiantes.

Teniendo en cuenta el conjunto de consideraciones expuestas, es importante señalar que el conocimiento matemático no se genera de modo rápido, porque todo proceso de aprendizaje es lento y nunca está totalmente concluido; la red de relaciones entre conceptos y estructuras matemáticas es prácticamente interminable y ésta permite generar de manera continua nuevos conocimientos, basados en los conocimientos previos de cada estudiante.

El aprendizaje significativo depende de las motivaciones, intereses y predisposición de los estudiantes, es por esto que el estudiante no puede engañarse a sí mismo aceptando que los conceptos has sido comprendidos en su totalidad en un contexto determinado, cuando en realidad se queda con generalizaciones vagas sin significado psicológico y sin posibilidades de aplicación.

Por eso como primera instancia la metodología a realizar será la motivación continua para poder conectar a los estudiantes con el aprendizaje que se desea, de aquí se desprenden las diferentes maneras que puede traer como base el aprendizaje significativo, una de ellas la cual es tener en cuenta la importancia de lograr relacionar cada concepto matemático con circunstancias que se presentan en la vida diaria de los estudiantes, para ello es de vital importancia que se generen actividades lúdicas y motivadoras, para que vean el aprendizaje como algo necesario para lograr comprender las inquietudes que nacen al momento de aplicar la matemática.

En segunda instancia, las pruebas y talleres que son las herramientas fundamentales para lograr establecer el tipo de aprendizaje significativo que los estudiantes utilizan para resolver un ejercicio, fueron elaboradas teniendo en cuenta el plan de estudios y las diferentes actividades establecidas por la ITI.

En la ITI se tiene como estrategia metodológica: la aplicación, clasificación y elaboración de estrategias de enseñanza, de este modo la presentación de contenidos, estableciendo ciertas reglas dadas en la matemática, permite que los estudiantes tengan una apropiación de los contenidos matemáticos; así como también las actividades en clase ayudan a que los estudiantes logren aprender mediante los errores cometidos, y con esto logran establecer criterios al momento de resolver un problema de matemáticas. Dado que se da una ejercitación y sustentación, en la I.T.I se muestra un interés evidente, el cual es la operatividad, pero considerando el sentido que el estudiante le da a esa operatividad.

En un principio tener en cuenta las consideraciones metodológicas adoptadas por la ITI, no permite evidenciar de manera clara como se podrá identificar el tipo de aprendizaje significativo que van a utilizar los estudiantes, pero la elaboración de los talleres, las pruebas y las actividades que se realizaron, son las que permitieron establecer el tipo de aprendizaje significativo.

Capítulo 2

Docencia Directa

Rasgos Característicos del Proceso de la Enseñanza

De acuerdo con Rivera (2013) los requisitos para que un aprendizaje se dé en forma significativa, de acuerdo a la teoría de Ausubel, se presentan a continuación:

Significatividad lógica del material: “Esto es el material presentado tenga una estructura interna organizada, que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados. Es decir, importa no sólo el contenido, sino la forma en que éste es presentado”. (Rivera, 2013, párr. 1).

La representación en la que se establece la estructura en que se va a elaborar una estrategia ya sea pedagógica o informal, es muy importante, principalmente si tenemos en cuenta la población en la que vamos a aplicar este proyecto, por ejemplo edad y etapa en la que se encuentran los estudiantes, la elaboración del material debe estar directamente relacionado con el ambiente y con dicha población.

Significatividad psicológica del material: “Esto se refiere a la posibilidad de que el estudiante conecte el conocimiento presentado con los conocimientos previos, ya incluidos en su estructura cognitiva” (Rivera, 2013, párr. 2).

Se debe asegurar de que el contenido a presentar pueda relacionarse con ideas previas, por lo que el conocer qué saben nuestros estudiantes sobre el tema ayudará a intervenir sobre nuestra planeación. El mismo Ausubel et al., (1990) escribe, como frase introductoria de su clásico libro Psicología Educativa: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría éste: el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el estudiante ya sabe. Averígüese esto, y enséñese en consecuencia" (p. 28).

Actitud favorable del estudiante: “Es necesario que pueda aprender (significación lógica y psicológica del material). El aprendizaje no puede darse si el estudiante no quiere aprender. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, maestro puede influir a través de la motivación” (Rivera, 2013, párr. 2).

En tercer lugar está el considerar la importancia de la motivación del alumno. Hay que recordar que si el alumno no quiere, no aprende. Por lo que se debe darle motivos para querer aprender aquello que se le presente. El que el alumno tenga entonces una actitud favorable, el que se sienta contento en la clase, el que estime a su maestro, no son románticas idealizaciones del trabajo en el aula sino que deberán buscarse intencionalmente por quienes se dedican profesionalmente a la educación (Dávila, 2000).

Si tuviera que señalar un indicador y sólo uno de la calidad en nuestras escuelas, escogería éste: que los alumnos se sientan a gusto en la escuela. Pablo Latapí

El modelo de enseñanza que se estableció para la docencia directa en la I.T.I, tuvo los siguientes momentos, haciendo énfasis en que no tuvo un orden estricto.

1. <u>Actividad de iniciación.</u> La cual está dividida en los siguientes pasos:

a. Exploración: exponer los conocimientos previos.
b. Indagación: interrogantes de los estudiantes respecto a la actividad e interrogantes hechos a los estudiantes.
c. Formulación: aquí se tiene en cuenta los conceptos o teoría que los estudiantes expresan, para formular conceptos y definiciones.
d. Institucionalización: establecer de manera general la definición, teniendo en cuenta las expresiones y apreciaciones de los estudiantes.
e. Observaciones matemáticas.

2. Actividad matemática. Desarrollo que estuvo basado en las condiciones institucionales de la I.T.I, así como también cumpliendo los requisitos anteriormente mencionados, para así lograr identificar un tipo de aprendizaje significativo.

Secuencia y Desarrollo de Contenidos.

Actividad de Iniciación con múltiplos y divisores. Se propone las siguientes actividades:

Se escribe en el tablero dos números: 8 y 4

Haciendo preguntas como:

¿Qué pueden realizar con esos dos números?

¿Qué tienen en común estos dos números?

¿Qué pasa si los divido entre 4 y 2?

Después de hacer un análisis de las respuestas dadas por los estudiantes, se confirma que lo dicho por ellos está bien establecido, encontrando que las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, los estudiantes las tienen presentes para este ejemplo.

De esta manera con la actividad propuesta, los estudiantes empezaron a encontrar similitudes entre estos dos números, y además recordar las operaciones básicas que pueden ser aplicadas, de esta manera se pasa a formalizar las definiciones de múltiplo y divisor de un número natural.

Múltiplos de un número. Los múltiplos de un número son los números que obtenemos cuando multiplicamos ese número por los números naturales (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ...).

En la siguiente tabla observamos el desarrollo que se hizo en conjunto con los estudiantes para formalizar ejemplos de múltiplos de un número.

Tabla 1.

Ejemplo de múltiplos

Ejemplos	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10
Múltiplos de 4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
Múltiplos de 5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
Múltiplos de 6	6	12	18	24	30	36	42	48	56	60
Múltiplos de 7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70

Notación: M (4) = {0, 4, 8, 16, 20, 24, 28...}.

En la tabla anterior, podemos observar que en la primera fila, escribimos los números naturales del 1 al 10 por los cuales se va a multiplicar para hallar los múltiplos de 4, 5, 6 y 7 respectivamente mencionados en la segunda fila de la tabla, describiendo de forma escrita los múltiplos de cada número, así como también se determina la notación que vamos a utilizar para identificar el múltiplo de un número.

Teniendo en cuenta el anterior ejemplo podemos determinar 2 características respecto a los múltiplos de un número; los múltiplos de un número son infinitos, el cero es múltiplo de todos los números naturales.

Dado que los estudiantes lograron identificar que existen números iguales que son múltiplos de un número, se logró establecer esta característica, como se hizo a continuación.

Múltiplos comunes de un número. Fíjate en los múltiplos resaltados en color rojo de estos dos números:

M (4) = {0, 4, 8, **12**, 16, 20, **24**, 28, 32, **36**, 40...}

M (6) = {0, 6, **12**, 18, **24**, 30, **36**, 42, 48, 54, 60...}

Múltiplos comunes de 4 y 6 = {12, 24, 36...}

Ahora bien dada la explicación necesaria de múltiplo de un número natural y sin haber ninguna duda en los estudiantes, se dio paso a la formalización de la definición de Divisor de un número natural.

Divisores de un Número. Los divisores de un número son los números naturales que dividen a ese número (división exacta).

Presentada la definición de divisor de un número natural, se lista los divisores de los 10 primeros números naturales, indagando con los estudiantes para llenar la siguiente tabla

Tabla 2.

Números naturales y divisores

Números naturales	**Divisores**
1	1
2	1,2
3	1,3
4	1,2,4
5	1,5
6	1,2,3,6
7	1,7
8	1,2,4,8
9	1,3,9
10	1,2,5,10

Notación: D (8) = {8, 4, 2, 1} Los divisores o factores de 8 son 8, 4, 2 y 1.

Observación: Todo número natural tiene siempre 2 divisores el 1 y el mismo.

Formalizados estos dos conceptos, se ejemplifica con situaciones problema para que los estudiantes logren denotar la comprensión que obtuvieron de estos.

Problema: Roberto tiene 8 flores para colocar en jarras. Desea colocar en cada jarra el mismo número de flores y que no le sobre ninguna. ¿Cuántas flores puede poner en cada jarra?

Solución: Calcula todos los divisores de 8 de la siguiente manera:

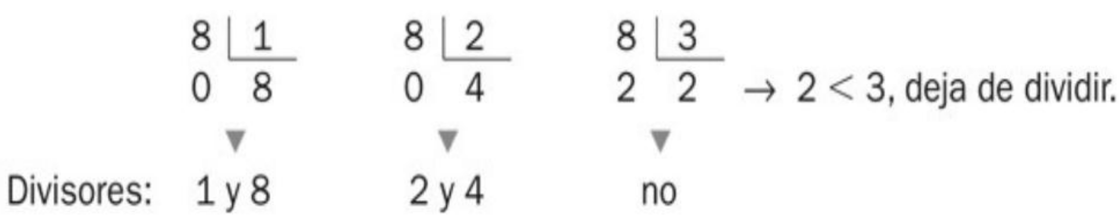
1. Divide 8 entre los números naturales: 1, 2,3,…

   De cada división exacta, obtienes dos divisores: el divisor y el cociente.

2. Deja de dividir cuando el cociente sea igual o menor que el divisor.

Figura 1.

Solución de ejercicio sobre divisores



Los divisores de 8 son: 1, 2, 4,8. Con lo cual puede poner 1, 2,4 u 8 flores en cada jarrón.

Divisores Comunes de un Número. Siguiendo a Cidead (s.f.)

Fíjate en los divisores resaltados en rojo de estos dos números:

D (18) = {**1**, **2**, **3**, **6**, 9, 18}

D (24) = {**1**, **2**, **3**, 4, **6**, 8, 12, 24}

Divisores comunes de 18 y 24 = {1, 2, 3, 6}

Actividad Matemática con múltiplos y divisores.

Problema: Quique hace una colección de naves extraterrestres que venden en la tienda**.** En cada bolsita hay 3 naves. ¿Puede Quique obtener 12 naves exactamente? ¿Y 14 naves exactamente*?*

Solución: en la siguiente tabla podemos observar, el número de naves que Quique puede obtener, si compra 0, 1, 2, 3,4 o 5 bolsas de naves.

Tabla 3.

Procedimiento

N° de bolsas	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
N° de naves	3x0 0	3x1 3	3x2 6	3x3 9	3x4 12	3x5 15

Observando los resultados obtenidos en la tabla 3, Quique puede obtener 12 naves exactamente, pero no puede obtener 14 naves exactamente, ya que las naves vienen en paquetes de 3, solo puede obtener un número de naves exactas que sean múltiplo de 3.

Para comprobar si un número es múltiplo o no de otro hacemos una división.

¿Es 12 múltiplo de 3?

$12 \div 3 = 4$ La división es exacta 12=3x4 por tanto 12 es múltiplo de 3.

¿Es 14 múltiplo de 3?

$14 \div 3 = 4$ La división no es exacta 14= 3 x 4 +2 por tanto 14 no es múltiplo de 3.

Problema: Marta va a pegar 21 fotografías en su álbum. Quiere poner en cada hoja el mismo número de fotos y que no le sobre ninguna. ¿Puede poner 3 fotos en cada hoja exactamente? ¿Y 4 fotos?

Solución: vamos a tener en cuenta las dos opciones que pregunta el problema y determinaremos cual es la opción que responde al problema.

Si pone 3 fotos en cada hoja, lo cual quiere decir que necesita dividir 21 fotos entre 3, que son las que quiere Marta poner en cada hoja, con lo cual obtiene exactamente el número de hojas que va a utilizar para hacer la distribución desaseada. Veamos:

$21 \div 3 = 7$, no sobra ninguna foto. La división es exacta, por tanto si puede poner 3 fotos en cada hoja, el 3 es divisor de 21.

Si pone 4 fotos en cada hoja, lo cual quiere decir que necesita dividir 21 fotos entre 4, que son las que desea poner en cada hoja en este caso, con lo cual obtiene que el resultado de esta división no es exacta, por lo cual y por definición de divisor, Marta no puede pegar 4 fotos en cada hoja del álbum sin que le sobren fotos. Veamos:

$21 \div 4 = 5$, le sobra 1 foto ya que 21= (5x4)+1, la división no es exacta, por tanto no puede poner 4 fotos en cada hoja. El 4 no es divisor de 21.

Ahora, para comprobar si un número es divisor o no de otro hacemos una división.

¿Es 3 divisor de 21?	¿Es 4 divisor de 21?
$21 \div 3 = 7$	$21 \div 4 = 5$
La división es exacta. 3 sí es divisor de 21	La división no es exacta. 4 no es divisor de 21

<u>Actividad de Iniciación con criterios de divisibilidad.</u>

Se da inicio con la clase escribiendo tres números en el tablero:

10 22 30

Preguntados los estudiantes ¿qué tienen en común estos tres números?, se recibieron las siguientes respuestas:

Los tres números son pares

Los tres números son múltiplos de 2

Los tres números son divisibles entre 2.

Las respuestas expresadas son correctas, pero se quiere establecer qué otras similitudes o características se pueden decir de estos números. Luego de un tiempo uno de los estudiantes expresa que hay dos de los números que terminan en cero y otro no; de esta manera se da la introducción a los criterios de divisibilidad, en particular, el criterio de divisibilidad por 2.

Criterios de divisibilidad. Son reglas que nos permiten determinar si un número dado es divisible o no por otro, sin tener que efectuar la división.

Divisibilidad por 2. Un número es divisible por 2 cuando la cifra de las unidades es par.

Divisibilidad por 3. Un número es divisible por 3 cuando la suma de todas sus cifras es múltiplo de 3.

Divisibilidad por 4. Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son divisibles por 4 o si sus dos últimas cifras son ceros.

Divisibilidad por 5. Un número es divisible por 5 cuando la cifra de las unidades es 0 ó 5.

Divisibilidad por 6. Un número es divisible por 6 cuando es divisible por 2 y por 3, a la vez.

Divisibilidad por 7. Multiplicamos la última cifra por 2 y el producto obtenido lo restamos de las cifras restantes. Este proceso se repite.

Divisibilidad por 8. Un número es divisible por 8 cuando sus tres últimas cifras son divisibles por 8.

Divisibilidad por 9. Un número es divisible entre 9 cuando la suma de sus dígitos es 9 o *múltiplo de 9.*

Divisibilidad por 10. Un número es divisible por 10 cuando la cifra de las unidades es 0.

Divisibilidad por 11. Un número es divisible por 11 cuando la suma de las cifras de lugar impar, menos la suma de las cifras de lugar par, es 0 o múltiplo de 11.

<u>Actividad matemática con criterios de divisibilidad</u>. A continuación se ejemplifica con figuras el desarrollo de cada criterio para que los estudiantes logren comprenderlos.

Figura 2.

Divisibilidad por 2

750
438
56
4354

Observa:
Todos estos números son divisibles por 2 porque la cifra de las unidades es par, pues 0, 8, 6 y 4 son pares.

Figura 3.

Divisibilidad por 3

519	5+1+9= **15**
81	8+1 = **9**
2583	2+5+8+3 = **18**
4377	4+3+7+7 = **21**

Observa:
Todos estos números son divisibles por 3 porque al sumar sus cifras se obtiene un múltiplo de 3.

Figura 4.

Divisibilidad por 4

448	48 / **4** = 12 y el resto es **0**.
934600	934600 las dos ultimas cifras son ceros
216	16/**4** =4 y el resto es **0**.
4500	4500 las dos ultimas cifras son ceros.

Observa:
Todos estos números son divisibles por 4 porque sus dos ultimas cifras son cero y sus dos ultimas cifras son divisibles por 4.

Figura 5.

Divisibilidad por 5

750
435
255
4350

Observa:
Todos estos números son divisibles por 5 porque la cifra de las unidades es 0 en unos casos y 5 en otros.

Figura 6.

Divisibilidad por 6

52**8**	5+2+8= **15**
86**4**	8+6+4 = **18**
54**6**	5+4+6 = **15**
42**0**	4+2+0 = **6**

Observa:
Todos estos números son divisibles por 6, porque son divisibles por 2 y por 3, al mismo tiempo.

Figura 7.

Divisibilidad por 7

Determinamos si 3136 es divisible por 7.

313**6** - 6 x 2 = 12

12

30**1** - 1 x 2 = 2

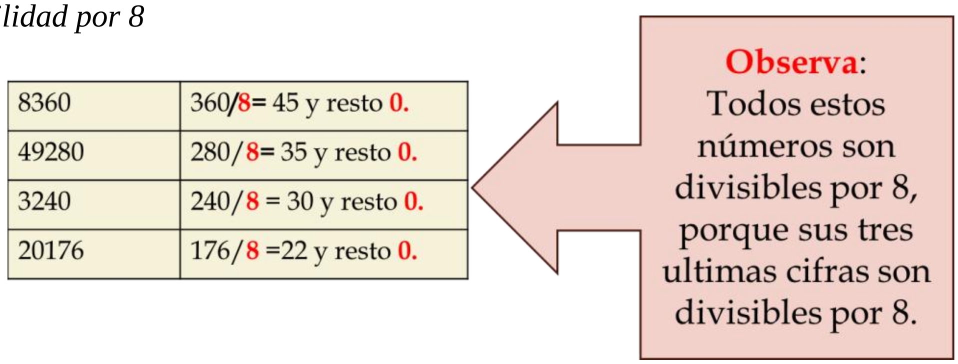
2

28

Como 28 es múltiplo de 7, afirmamos con toda certeza que 3136 es divisible por 7.

Figura 8.

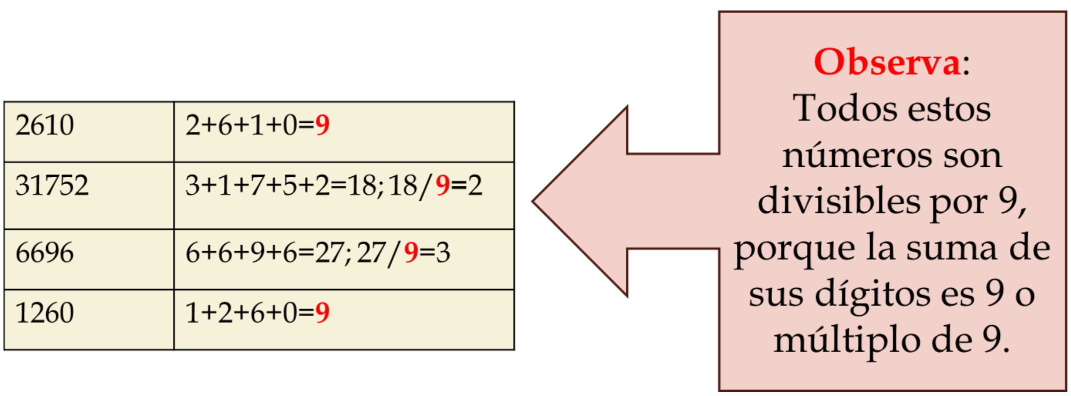
Divisibilidad por 8



8360	360/8= 45 y resto 0.
49280	280/8= 35 y resto 0.
3240	240/8 = 30 y resto 0.
20176	176/8 =22 y resto 0.

Figura 9.

Divisibilidad por 9



2610	2+6+1+0=9
31752	3+1+7+5+2=18; 18/9=2
6696	6+6+9+6=27; 27/9=3
1260	1+2+6+0=9

Figura 10.

Divisibilidad por 10

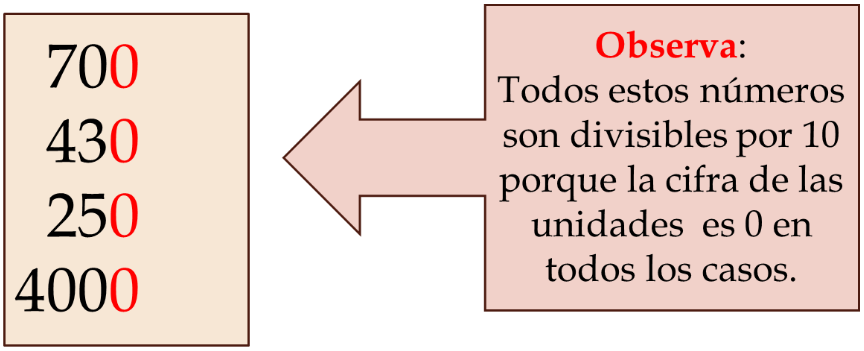
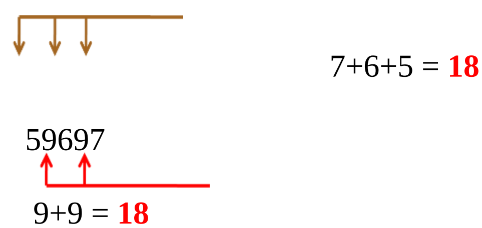


Figura 11.

Divisibilidad por 11

Determinamos si 59 697 es múltiplo de 11.



Luego: 18 – 18 = 0

Como la diferencia obtenida es 0; y 0 es múltiplo de 11, afirmamos que 59 697 es múltiplo de 11.

<u>Actividad de Iniciación para identificar números primos.</u>

Se da inicio a la clase, entregando a los estudiantes la siguiente tabla:

Tabla 4.

Actividad de iniciación sin colores

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**

11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Colorea todos los múltiplos de 2 de un mismo color, menos el 2.

Tabla 5.

Actividad de iniciación con múltiplos de 2 coloreados

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Colorea los múltiplos de 3 de un mismo color, menos el 3, si hay un múltiplo ya coloreado no lo vuelvas a colorear.

Tabla 6.

Actividad de iniciación con múltiplos de 3 coloreados

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Colorea los múltiplos de 5 de un mismo color, menos el 5, si hay un múltiplo ya coloreado no lo vuelvas a colorear.

Tabla 7.

Actividad de iniciación con múltiplos de 5 coloreados

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**

31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Colorea los múltiplos de 7 de un mismo color, menos el 7, si hay un múltiplo ya coloreado no lo vuelvas a colorear.

Tabla 8.

Actividad de iniciación con múltiplos de 7 coloreados

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Colorea los múltiplos de 11 de un mismo color, menos el 11, si hay un múltiplo ya coloreado no lo vuelvas a colorear.

De la última tabla de colorear se puede observar que ya todos los múltiplos de 11 estaban coloreados, por tal razón hemos terminado con nuestra tabla.

Seguidamente se pide a los estudiantes que observen los números que no están pintados y determinen cuantos divisores tienen esos números, con lo cual pueden observar que estos números en particular solo tienen dos divisores los cuales son el 1 y ellos mismos.

A continuación, se pide a los estudiantes que listen los números primos que vean entre 1 y 100, haciendo la aclaración que para los números mayores o iguales al 2, los estudiantes escribieron la siguiente lista:

2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,81,83,89,97.

<u>Actividad matemática para identificar números primos.</u>

Despues de tener claro que la lista que acaban de escribir son numeros primos, se indaga sobre caracteristicas que se pueden encontrar sobre estos.

¿Cuál o cuáles números dividen a cada uno de estos números primos?

Si de la lista anterior tomamos los números 3,5,7 y 11, en particular podemos observar que los divisores de estos son solamente el 1 y ellos mismos.

Con esto estamos listos para enunciar una regla que exprese que característica tienen en común los números primos, así mismo podemos enunciar la característica que tiene un número que no es primo.

Número primo. Un número natural distinto de 1 es un número primo si sólo tiene dos divisores, él mismo y la unidad (Portal Educativo, 2020).

Número compuesto. Un número natural es un número compuesto si tiene otros divisores además de él mismo y la unidad (Portal Educativo, 2020).

Ejemplos de número primo

3 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 3.

7 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 7.

23 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 23.

11 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 11.

31 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 31.

43 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 43.

Ejemplos de número compuesto

4 es un número compuesto porque sus divisores son 1,2 y 4.

10 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2, 5, 10.

25 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 5, 25.

35 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 5, 7,35.

42 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2, 3, 6, 7,42.

81 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 3, 9, 81.

Podemos indagar sobre un detalle en particular, ¿Todos los números impares son primos?, ¿Existe un número par que sea primo?, con lo cual podemos afirmar que no necesariamente todos los números impares son primos, observemos algunos ejemplos en la siguiente tabla:

Tabla 9.

Números impares que no son primos

9 es impar	Pero no es primo ya que tiene divisores : 1,3,9
15 es impar	Pero no es primo ya que tiene divisores : 1,3,5,15
21 es impar	Pero no es primo ya que tiene divisores : 1,3,7,21
35 es impar	Pero no es primo ya que tiene divisores : 1,5,7,35

Una característica en particular que tenemos en los numero primos es que el único numero primo y par a la vez es el número 2, así como también que el 1 no es primo, ni compuesto.

Ahora bien, ¿cómo podemos determinar si un número es primo o compuesto?, observemos a continuación:

Para averiguar si un número es primo o compuesto, se divide por la serie de números primos 2, 3, 5, 7, 11, ... Hasta llegar a una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las divisiones tienen el resto distinto de cero, el número propuesto es un número primo (Portal Educativo, 2020)..

Ejemplo: Veamos si el número 101 es primo.

101 no es divisible por 2.

101 no es divisible por 3.

101 no es divisible por 5.

Ahora probemos si es divisible por 7, en la siguiente figura.

Figura 12.

101 divisible entre 7 y 11

101 | 7 ; 101 no es divisible por 7.
31 14 Como 14 > 7, hay que seguir probando.
3

101 | 11 ; 101 no es divisible por 11.
02 9 Como 9 < 11, el número 101 es un número primo.

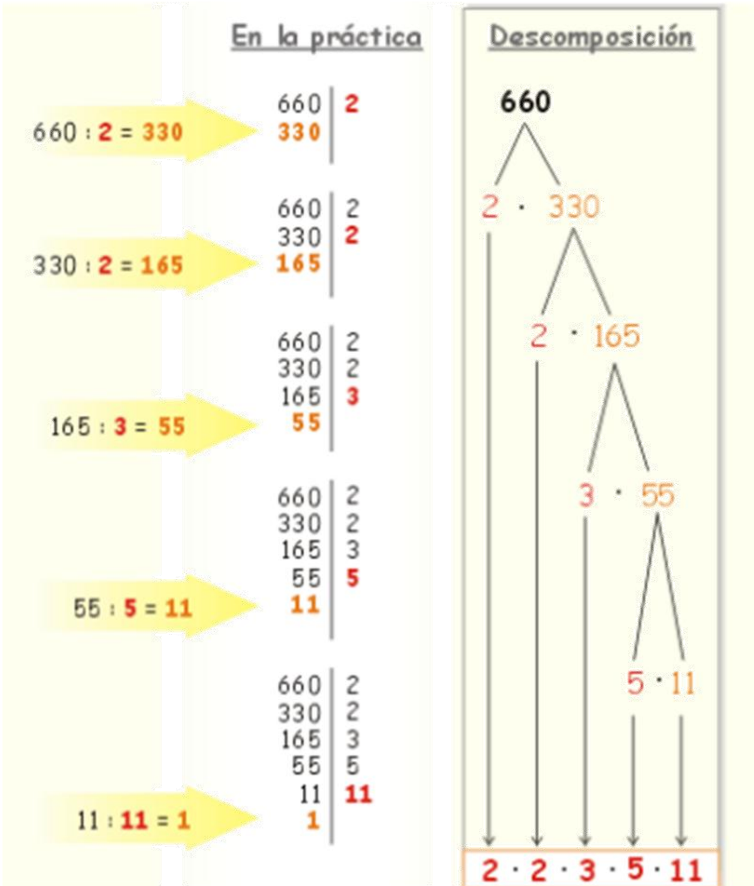
Fuente: Portal Educativo (2020)

<u>Actividad de iniciación en descomposición de un número en producto de factores primos.</u>

Descomponer un número en factores primos es escribir dicho número como un producto formado únicamente por números primos (Xdoc, 2019). La forma más común de descomponer un número en factores primos, por ejemplo el 660, podemos observarla en la siguiente figura:

Figura 13.

Descomposición de un número en producto de factores primos



Fuente: Xdoc (2019)

En las descomposiciones en factores primos se suelen agrupar los factores primos repetidos en potencias. Así, 660 quedaría expresado en factores primos de la siguiente forma:

$$\mathbf{660 = 2^2.3.5.11}$$

Lo mejor es ir probando si el número es divisible por cada número primo menor que él empezando por el 2, para lo que es bueno conocer los criterios de divisibilidad, que se utilizan para comprobar si un número es divisible por otro si necesidad de hacer la división (Xdoc, 2019).

Para descomponer un número en factores primos: Primero se divide el número entre su divisor primo más pequeño, luego se hace lo mismo con el cociente obtenido, este proceso se repite hasta que dicho cociente sea 1. Cada número primo por el que dividamos será un factor de la descomposición.

Todos los números naturales se pueden descomponer en factores primos de la forma que hemos visto antes. Este resultado se llama *Teorema Fundamental de la Aritmética*, y es muy importante en el estudio de la teoría general de los números, ya que nos permite reducirlos a una forma común, lo que nos da una mayor facilidad para su manipulación y comparación (Xdoc, 2019).

Actividad Matemática para identificar número primos y descomposición en factores primos.

Determinar cuáles de los siguientes números son primos:

97, 107, 221, 311, 481.

Descomponer los siguientes números en producto de factores primos.

24, 54, 70, 126, 539, 728.

Actividad de Iniciación máximo común divisor. Teniendo en cuenta los conceptos presentados hasta este instante, se hace un resumen de cada uno de los temas vistos, ya que es de vital importancia cada uno de ellos, para dar inicio al siguiente tema.

Se inicia formalizando el concepto de máximo común divisor, teniendo en cuenta que los temas vistos anteriormente son el desenlace de este nuevo concepto.

Máximo común divisor. El máximo común divisor (m.c.d.) de dos o más números es el mayor de los divisores comunes. Para hallar el máximo común divisor de dos o más números, por ejemplo, m.c.d. (12, 18) (Superprof, 2020), se siguen estos pasos:

Se descompone cada número en producto de factores primos, como se puede observar a continuación:

Figura 14.

Descomposición en producto de factores primos

12	2		18	2
6	2		9	3
3	3		3	3
1			1	

El producto de estos factores comunes elevados al menor exponente es el máximo común divisor de los números dados.

Figura 15.

Producto de factores comunes elevados al menor exponente

$$12 = 2^2 \times 3$$
$$18 = 2 \times 3^2$$

$$\text{m.c.d. } (12, 18) = 2 \times 3 = 6$$

Con lo cual podemos afirmar que el máximo común divisor de 12 y 18 es 6.

Observemos algunos ejemplos:

Halla el m.c.d. de 64 y 100.

Descompuestos en factores primos son: $64 = 2^6$ y $100 = 2^2 \cdot 5^2$

Solución m.c.d. $(64, 100) = 2^2 = 4$

Halla el m.c.d. de 24 y 30

Descompuestos en factores primos son: $24=2^3.3$ y $30=2.3.5$

Solución m.c.d. $(24, 30)= 2.3=6$

Halla el m.c.d. de 65, 30 y 45

Descompuestos en factores primos son: $65=5.13$, $30=2.3.5$ y $45= 5.3^2$

Solución m.c.d. $(65, 30, 45)=5$

<u>Actividad de iniciación de Mínimo común múltiplo.</u> Se inicia formalizando el concepto de mínimo común múltiplo, ya que las características de este concepto son la unión de conceptos ya vistos.

El mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos o más números es el menor múltiplo común distinto de cero, para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m. (30, 45), se siguen estos pasos:

1. Se descompone cada número en producto de factores primos.

Figura 16.

Descomposición en producto de factores primos

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

2. El producto de estos factores comunes elevados al mayor exponente y de los no comunes es el mínimo común múltiplo de los números dados.

Figura 17. *Producto de estos factores comunes elevados al mayor exponente*

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$
$$45 = 3^2 \times 5$$

$$\text{m.c.m. } (30, 45) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

Ejemplos: Halla el m.c.m. de 38 y 8

Descompuestos en factores primos son: $38 = 2.19$ y $8 = 2^3$

Solución m.c.m. (38, 8) = $2^3.19=152$

Halla el m.c.m. de 13 y 30

Descompuestos en factores primos son: $13 = 13$ y $30 = 2.3.5$

Solución m.c.m. (13, 30) = 2.3.5.13=390

Halla el m.c.m. de 86, 64 y 20

Descompuestos en factores primos son: 86 = 2.43, 64 = 2^6 y 20= 2^2.5

Solución m.c.m. (86, 64, 20) = 2^6.5.43=13760

Actividad Matemática de máximo y mínimo común múltiplo. Los estudiantes necesitan lograr denotar conceptos implícitos, por lo cual se proponen ejemplos tipo situación problema, para que logren interiorizar y desarrollar los conceptos aprendidos.

Problema A. Un autobús A sale cada 6 minutos, el B cada 8 minutos y el C cada 10 minutos. Si los tres han coincidido en la parada a las 7:00, ¿cuándo volverán a estar los tres juntos? (Gobierno de Canarias, 2016)

Se trata de calcular el mínimo común múltiplo de los tres números:

6 = 2·3

8 = 2^3

10 = 2·5

m.c.m = 23·3·5·1 = 120

Por lo tanto, los tres autobuses vuelven a coincidir 120 minutos (2 horas) después, es decir, a las 9:00.

Problema B. En el almacén tenemos 100 cartones de zumo, 60 piezas de fruta y 40 bocadillos. Queremos guardarlos en cajas que tengan el mismo número de objetos. ¿Cuántos artículos habrá en cada caja? ¿Cuántas cajas harán falta? (Gobierno de Canarias, 2016)

Ahora tenemos que calcular el máximo común divisor:

100 = 2^2·5^2

60 = 2^2·3·5

$40 = 2^3 \cdot 5$

m.c.d = $2^2 \cdot 5 = 20$ Habrá 20 artículos en cada caja. ¿Cuántas cajas harán falta?

De zumo → 100/20 = 5 cajas

De fruta → 60/20 = 3 cajas

De bocadillos → 40/20 = 3 cajas

Total → 10 cajas

Problema C. Una habitación tiene 230cm de largo por 120cm de largo. Queremos cubrir el suelo con baldosas cuadradas. ¿Cuánto tienen que medir estas baldosas? ¿Cuántas baldosas harán falta? (Gobierno de Canarias, 2016)

En este caso debemos calcular el m.c.d de las dos medidas:

$230 = 2 \cdot 5.23$

$120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

m.c.d = $2 \cdot 5 = 10$

Eso quiere decir que las baldosas tendrán que tener 10 centímetros de lado (recuerda que pide que las baldosas sean cuadradas). ¿Cuántas baldosas harán falta? Un largo de 230cm necesitaría 23 baldosas; un ancho de 120cm, necesitaría 12 baldosas. Por lo tanto, harían falta 23x12 = 276 baldosas.

Problema D. En el colegio hay dos actividades complementarias: un grupo de teatro, que se reúnen cada 4 días para ensayar, y un equipo que elabora una revista, y se reúnen cada 5 días. ¿Cada cuantos días coinciden los dos grupos? Si el día 30 de octubre coincidieron, ¿Cuándo lo volverán a hacer? (Gobierno de Canarias, 2016)

Para calcular cuando coinciden habrá que averiguar el m.c.m.

$4=2^2$

5=5

m.c.m=$2^2.5=20$

Coinciden cada 20 días. Como octubre tiene 31 días, esto quiere decir que volverán a coincidir el 19 de noviembre de ese mismo año.

Sistema de Evaluación y Resultados Curriculares Obtenidos

La evaluación se realizó diariamente y no siempre implica la asignación de una Calificación. Por ejemplo, las preguntas de síntesis al final de una clase, o las preguntas de repaso sobre un tema anterior al inicio de la sesión, permiten verificar si los estudiantes dominan el tema y si es posible avanzar, o si es necesario explicar de otra manera, practicar más, profundizar, etc. La evaluación abre canales a nuestros sentidos para identificar mejor las necesidades de los estudiantes y hacer accesible el conocimiento. La realización de estos instrumentos deben ir ligados a una serie de pasos, vistos dentro de un contexto educativo como la respuesta a preguntas específicas tales como: ¿Qué se evalúa?, ¿Para qué se evalúa?, ¿Cómo se evalúa?, teniendo claro que los contenidos deben ser la base para la elaboración de nuestro instrumento.

La gran discusión que se ha vivido durante décadas, es encontrar la manera correcta de evaluar, haciendo hincapié en que todo depende del contexto sociocultural donde se vaya a evaluar, los diferentes instrumentos que se puedan diseñar no siempre serán los más acertados, puesto que este proceso está lleno de nuevas ideas o maneras de pensar las cuales deben ser tenidas en cuenta a la hora de elaborar una estrategia de evaluación.

En este trabajo se verá una gran enfatización a una evaluación formativa, la cual es la que se hace al estudiante durante el transcurso del programa o curso. Permite obtener información sobre los progresos, comprensión y aprendizaje significativo de los contenidos en cualquier etapa o momento del curso.

De este modo, teniendo en cuenta las estrategias de evaluación establecidas por la I.T.I, asumí esta evaluación para seguir con el mecanismo de la institución, la cual plantea evaluar a los estudiantes mediante talleres, trabajos en clase y exámenes, así como también los diferentes incentivos que se dieron por participación y responsabilidad, criterios que están establecidos por la I.T.I, la cual divide esta evaluación en tres partes: saber, saber hacer y el ser, cada una con un determinado porcentaje, valoraciones que sumadas las tres son el 100%.

Se estableció como estrategias de evaluación para el desarrollo de la teoría de números en N, un taller y un examen por tema visto, dando un porcentaje de 20% el taller y 80% el examen.

El cambio del método de evaluación, incentivó a los estudiantes a crear distintas formas de pensar, así como también entender que siempre que se logra enlazar o hacer una relación ente conocimientos previos para crear o asimilar un nuevo conocimiento, se está haciendo un aprendizaje significativo, del mismo modo el trabajo en equipo (parejas), permitió que los estudiantes obtuvieran cierta confianza al momento de realizar un determinado ejercicio ya que tenían un respaldo en cuanto a estudio y asimilación, ya que siempre dos mentes trabajando sobre un ejercicio debe tener una mayor efectividad. Los estudiantes de la I.T.I, se acomodaron rápidamente a la nueva forma de evaluación, ya que se tuvo más en cuenta el trabajo hecho en clase para la realización de la prueba, los ejercicios propuestos siempre tenían una relación con los hechos en el taller, esto hizo que los estudiantes admitieran la importancia de entender muy bien los conceptos para después aplicar las diferentes definiciones en los problemas propuestos y relacionas los conocimientos previos con los nuevos conocimientos.

Las diferentes respuestas o elaboraciones hechas por los estudiantes de la I.T.I, permitió que se pudiera identificar el tipo de aprendizaje significativo que estaban realizando, esto también gracias al tipo de preguntas que se realizaron a los estudiantes en los talleres y los exámenes.

Hechos Pedagógicos y Didácticos

En el conjunto de acciones, comportamientos y relaciones que presentaron los estudiantes de la I.T.I. con relación al docente y el método establecido para la enseñanza se logró identificar, que los estudiantes asimilaron muy rápidamente las condiciones establecidas en la estructura de trabajo y evaluación, entendiendo y comprendiendo la metodología a trabajar, la cual fue: Mediante interrogaciones a los estudiantes, se los enfrento a situaciones en las cuales ellos establecieran criterios y pudieran elaborar con sus conocimientos previos una definición, que en compañía del profesor se formalizó, la realización de un taller respecto al tema presentado, la evaluación del tema presentado y trabajado en el taller, todo esto en clase, los estudiantes también entendieron que el trabajo matemático era un porcentaje de la nota, ya que la I.T.I, tiene establecido dar una nota por el comportamiento y los valores que los estudiantes demuestren durante las clases.

Dado que desde un principio el practicante estableció que los exámenes serian en parejas, y así lo fue, los estudiantes en algunas ocasiones no estudiaban lo suficiente, sabiendo que su compañero lo iba a hacer. El practicante logró identificar esta situación y determinar que las parejas las conformaba él mismo, de este modo, los estudiantes se mostraron más preocupados e interesados por estudiar para cada examen.

La presentación de los temas en diapositivas muy llamativas, facilitó la socialización de cada tema ya que los estudiantes prestaban más atención al ver las diferentes imágenes que se observaban en las diapositivas.

Por otra parte, en el momento en que los estudiantes procesaron la información presentada y lograron dar sentido a lo presentado, se pudo evidenciar lo siguiente:

Cuando se les presento una situación problema en teoría de números, sabían que operación realizar y la escribían, pero no sabían dar respuesta a lo que se les preguntaba.

La notación que tenían los estudiantes era bastante confusa, escribían muchos símbolos, sin saber qué significado tenían o querían decir.

Los estudiantes presentaron mucha dificultad al momento de dividir, esto en el momento de encontrar divisores o múltiplos de un número.

En el momento que se les presentaron los criterios de divisibilidad obtuvieron una habilidad mucho mayor a la que tenían para averiguar si un número es divisible por otro, esto porque en las actividades y problemas presentados se logró observar una mayor comprensión y una mejoría notable en la escritura, así como también más rapidez en la ejecución de las operaciones.

Cuando se presentó el tema de números primos y compuestos, se dio inicio con una actividad llamada: Criba de Eratóstenes, la cual consiste en colorear los múltiplos de un numero sin colorear ese número, en este caso la mayoría de los estudiantes colorearon de manera correcta los múltiplos de un determinado número, esto debían hacerlo teniendo en cuenta los criterios anteriormente vistos, pero algunos de ellos tuvieron errores al momento de colorear ya que todavía no estaban muy claros los conceptos de divisibilidad, por esto mismo los estudiantes debieron repetir el ejercicio.

Por ultimo cuando se presentó el tema de máximo y mínimo común divisor, en un principio los estudiantes no tenían ni idea de cómo aplicar este conocimiento en las situaciones problema presentado, lograron entender el procedimiento para encontrar estos números, pero la dificultad para saber que debían hallar en un problema se evidenció en casi la totalidad de los estudiantes.

Capítulo 3

Reflexión en la Docencia

Objeto de Estudio en la Docencia Directa

Identificar el tipo de aprendizaje significativo evidenciado en los estudiantes de sexto C de la Institución Educativa Técnico Industrial, en la teoría de números en los naturales.

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la "simple conexión" de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la "simple conexión", arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje. Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones (Ausubel y otros, 1990).

Marco Conceptual y Unidades de Análisis del Estudio

Psicología Educativa y la Labor Docente

Para entender la labor educativa, es necesario tener en consideración otros tres elementos del proceso educativo: los profesores y su manera de enseñar; la estructura de los conocimientos que conforman el currículo y el modo en que este se produce y el entramado social en el que se desarrolla el proceso educativo. Lo anterior se desarrolla dentro de un marco psicoeducativo, puesto que la psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos, Ensayo y error, es un procedimiento ciego y, por tanto, innecesariamente difícil y antieconómico (Ausubel et al., 1990).

El planteamiento que hace Ausubel, está basado en que el estudiante aprende solo si él quiere aprender y además si tiene el ambiente adecuado para hacerlo, además se debe tener en cuenta las condiciones en las cuales esta cada estudiante, hablando académicamente y socialmente, ya que el aprendizaje significativo según Ausubel, debe dar un significado a lo que se aprende en cada experiencia sea educativa o social, para que así este aprendizaje sea duradero.

La teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, ofrece en este sentido el marco apropiado para el desarrollo de la labor educativa, así como para el diseño de técnicas educacionales coherentes con tales principios, constituyéndose en un marco teórico que favorecerá dicho proceso.

Teoría del Aprendizaje Significativo

David Ausubel et al., (1990) especialistas en psicología educativa de la universidad de cornell, que tienen como presente a Vygotsky, han diseñado la teoría del aprendizaje significativo, aprendizaje a largo plazo, según la cual para aprender es necesario relacionar los nuevos aprendizajes a partir de las ideas previas de los estudiantes. (Vallori, 2002, p. 16)

El aprendizaje es construcción de conocimiento donde unas piezas encajan con las otras en un todo coherente. Por tanto, es necesario conectar estrategias didácticas del profesorado con las ideas previas de los estudiantes y presentar la información de manera coherente y no arbitraria, construyendo, de manera sólida, los conceptos, interconectando los unos con los otros en forma de red de conocimiento. En la práctica docente es de vital importancia contemplar el conocimiento previo de los estudiantes, poder enlazarlo con ideas nuevas y conseguir un aprendizaje real y, por tanto, aprendizaje significativo. (Vallori, 2002, pp. 16-17)

Los seres humanos estamos dotados de un gran potencial de aprendizaje, que permanece en nosotros sin desarrollarse en la gran mayoría, el aprendizaje significativo proporciona una mayor expansión de este potencial. La disposición de los estudiantes es favorable para este tipo de aprendizaje ya que incrementa la autoestima, potencia el enriquecimiento personal, se ve el resultado del aprendizaje y se mantiene alta motivación para aprender, ya que inicia de esta motivación lo esencial para que el estudiante adquiera un conocimiento real.

Ausubel et al., (1990) explican que "la esencia del aprendizaje significativo reside en el hecho de que las ideas están relacionadas simbólicamente y de manera no arbitraria con lo que los estudiantes ya saben" (p. 23)

Se puede decir, por tanto, que el aprendizaje significativo tiene un desarrollo basado en el modelo constructivista, ya que la adquisición de conocimiento, basado en ideas nuevas que están relacionadas y que se expresan en forma de cadena, para la construcción de nuevas ideas, nos permite una mayor facilidad al momento de intervenir en el aula, ya que tendremos un ambiente adecuado para expresar dichas ideas nuevas de manera eficaz. El aprendizaje significativo permite a los estudiantes retener lo aprendido durante un tiempo relativamente largo, por esto es que es de vital importancia saber cómo aprenden los estudiantes para poder ser eficaces en la labor docente, dado que si se da el caso contrario puede peligrar el aprendizaje de los estudiantes.

Hoy en día, después de las múltiples pruebas empíricas que lo demuestran generadas mayoritariamente a partir de las investigaciones del profesor Novak Cornell y del profesor Gonzales de la Universidad Pública de Navarra, no hay dudas sobre la virtualidad y eficiencia del aprendizaje significativo para conseguir elevados niveles de calidad y de aprendizaje.

Por lo anterior deberíamos esforzarnos todas las personas que estamos implicadas en educación en el compromiso de facilitar y dar a conocer la aplicación práctica en el aula del aprendizaje significativo.

Tipos de Aprendizaje Significativo

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, conceptos y de proposiciones.

Aprendizaje de Representaciones. Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos. Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan. Es cuando el niño adquiere el vocabulario. Primero aprende palabras que representan objetos reales que tienen significado para él. Sin embargo, no los identifica como categorías. (Tayupe, 2009, p. 2)

Aprendizaje de Conceptos. De acuerdo con Ausubel (1990) los conceptos se definen como "objetos, eventos, situaciones o propiedades que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos"(p. 61). Partiendo de ello podemos afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones.

Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva. Un ejemplo de esto es cuando el niño, a partir de experiencias concretas, comprende que la palabra "mamá" puede usarse también por otras personas refiriéndose a sus madres. También se presenta cuando los niños en edad preescolar se someten a contextos de aprendizaje por recepción o por descubrimiento y comprenden conceptos abstractos como "gobierno", "país", "mamífero". (Tayupe, 2009, p. 2)

Aprendizaje de Proposiciones. Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva. Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e idiosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición. Cuando conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo. Así, un concepto nuevo es asimilado al integrarlo en su estructura cognitiva con los conocimientos previos. (Tayupe, 2009, p. 2)

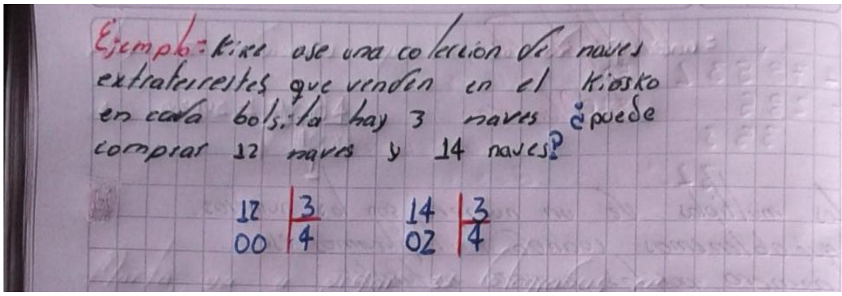
Análisis de los Registros

Temática: Múltiplos y Divisores (ejercicios en clase).

Ejercicio A: Kike hace una colección de naves extraterrestres que venden en el kiosko, en cada bolsita hay tres naves ¿puede comprar 12 naves y 14 naves? Se solicitó responder a la pregunta de este problema.

Figura 18.

Ejemplo de múltiplos y divisores 1



Los estudiantes realizaron las operaciones adecuadas, pero sin hacer ninguna interpretación de estas.

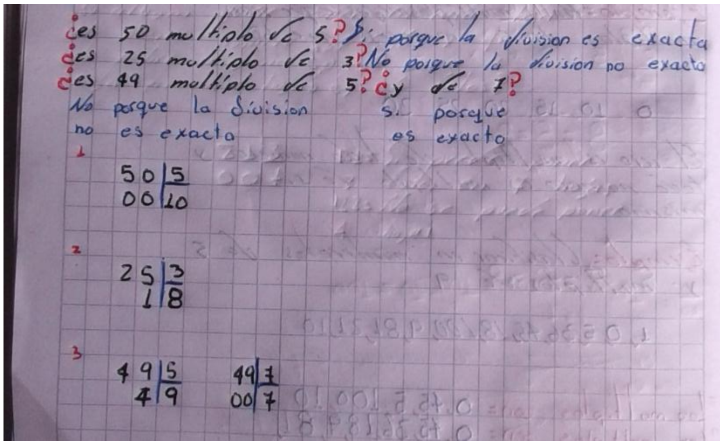
A pesar de que en la parte operativa no se encontró ningún problema, ya sea de posicionamiento al momento de hacer una multiplicación, así como la división (figura 18), el inconveniente estuvo al momento de analizar o razonar respecto a lo que el problema me decía y lo que me preguntaba, ya que los estudiantes lo que en su gran mayoría hicieron fue escribir las operaciones que debían realizar sin dar respuesta a la pregunta del problema.

Teniendo en cuenta lo anterior lo que se podría decir es que: los estudiantes logran relacionar una simbología establecida matemáticamente, la cual es representar la división por medio de rectas horizontales y verticales, lo cual les permite establecer con más claridad, las partes de una división, así como también la operación que deber realizar, sabiendo que el número de la parte izquierda es el dividendo, el número de la parte derecha de arriba el divisor y el número de la parte de abajo en la derecha el cociente. Es también evidente que por la experiencia que los estudiantes tienen respecto al concepto de división saben interpretar y dar solución a este tipo de simbología, ya que relacionan esta teoría con lo representado, con lo cual se puede decir que los estudiantes tuvieron un aprendizaje de representaciones y de conceptos.

Ejercicio B: Responder las siguientes preguntas ¿es 50 múltiplo de 5? ¿es 25 múltiplo de 3? ¿es 49 múltiplo de 5?

Figura 19.

Experiencia operatoria 1



En la Figura 19 se evidencia una mejor escritura y desarrollo en las respuestas de las preguntas, ya se hizo la parte operativa y el análisis necesario.

Los estudiantes lograron establecer categorías respecto a la operación realizada, utilizando la simbología correspondiente para operar, (simbología dicha anteriormente) lo cual les permitió determinar cuándo una división es exacta o no, este resultado los llevo a categorizar cada pregunta para incorporar un significado a cada representación ya sea simbólica o textual.

La experiencia operatoria permite que los estudiantes realicen operaciones de manera correcta, establecer la relación del residuo de la división con el significado de exacta o no, permite implementar nuevos criterios acerca de cuándo un número es múltiplo de otro, lo cual logra, que los estudiantes amplíen su vocabulario respecto a los conocimientos adquiridos, de esta manera puedo afirmar que los estudiantes tuvieron un aprendizaje significativo de representaciones y de conceptos.

Observación: Terminada la clase, se acercan dos estudiantes y me expresan: “profe ósea que para estos temas debemos saber multiplicar y dividir bien cierto?”, [DC(S2)C3] a lo cual respondí, claro que sí, ya que las matemáticas están establecidas a manera de cadena, en donde siempre los conocimientos previos van a estar relacionados para adquirir un nuevo conocimiento, lo cual me llevo a pensar que los estudiantes lograron concientizar de qué se debe tener en claro los conocimientos aprendidos ya que son necesarios para tener un nuevo aprendizaje; estos estudiantes además fueron dos de los que más participaron en clase, por lo cual se evidencia que tener claro los conceptos previos nos implica que el aprendizaje se da satisfactoriamente y con mayor facilidad.

Temática: Múltiplos y Divisores (taller en clase).

Descripción: Para esta sesión se programó un taller ver anexo (Taller 1.) acerca de múltiplos y divisores, teniendo en cuenta algunas preguntas tipo pruebas –SABER.

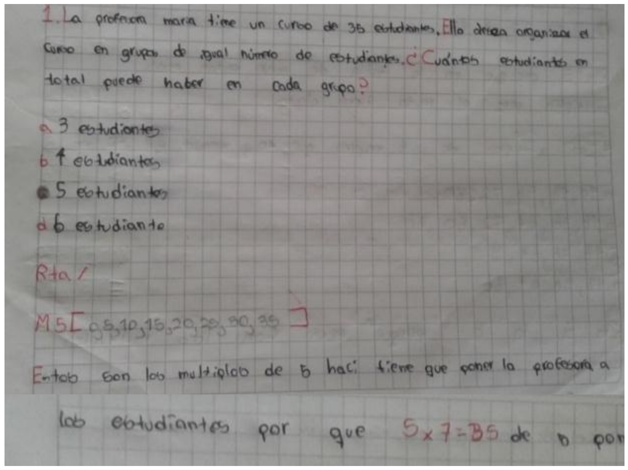
Ejercicio A: la profesora María tiene un curso de 35 estudiantes. Ella desea organizar el curso en grupos de igual número de estudiantes. ¿Cuántos estudiantes en total puede haber en cada grupo?

a. 3 estudiantes
b. 4 estudiantes
c. 5 estudiantes
d. 6 estudiantes

Se solicitó marcar la respuesta correcta y escribir el desarrollo que se necesita para llegar a la respuesta correcta.

Figura 20.

Ejemplo de múltiplos y divisores 2


1. La profesora maria tiene un curso de 35 estudiantes. Ella desea organizar el curso en grupos de igual número de estudiantes. ¿Cuántos estudiantes en total puede haber en cada grupo?

a 3 estudiantes
b 4 estudiantes
c 5 estudiantes
d 6 estudiante

Rta/

M5[0,5,10,15,20,25,30,35]

Estos son los multiplos de 5 haci tiene que poner la profesora a los estudiantes por que 5x7=35 de 5 por

El desarrollo de este ejercicio (Figura 20), evidencia que los estudiantes tienen en cuenta las definiciones, así como la representación establecida en clase para representar el conjunto de múltiplos de un número, en este caso los estudiantes encontraron los múltiplos de 5; M (5) = {0,5,10,15,20,25,30,35} y así poder determinar que podían conformar 7 grupos de 5, ya que 5x7=35.

De lo anterior se puede decir que los estudiantes debido a su experiencia operatoria multiplicaron el numero 5 un cierto número de veces, esto escribiendo de manera horizontal encerrados entres llaves los números que dan como resultado al multiplicar por 5, separándolos por una coma, y también determinando una notación implícita (M5), la cual les permite sintetizar que esos números son los múltiplos de 5, hasta llegar a 35, ya que de los 4 números el único que puede ser operado con otro número y dé como resultado el 35 es el número 5, los estudiantes lograron establecer criterios de significado, en cuanto a la multiplicación de 2 números y un resultado conveniente para el desarrollo del problema propuesto, todo esto para determinar la cantidad de grupos que la profesora podía formar. Por tanto, puedo decir que los estudiantes lograron tener un aprendizaje de representaciones y de conceptos.

Ejercicio B: ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a la secuencia de los múltiplos de 9?

a. 9, 18, 27, 36, 56, …

b. 9, 16, 28, 36, 54, …

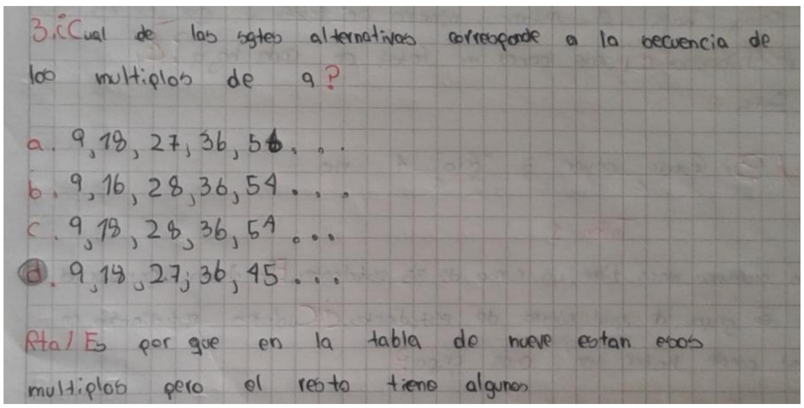
c. 9, 18, 28, 35, 54, …

d. 9, 18, 27, 36, 45, …

Se solicitó a los estudiantes marcar la respuesta correcta y escribir el análisis que necesitaron para el desarrollo del ejercicio.

Figura 21.

Experiencia operatoria 2



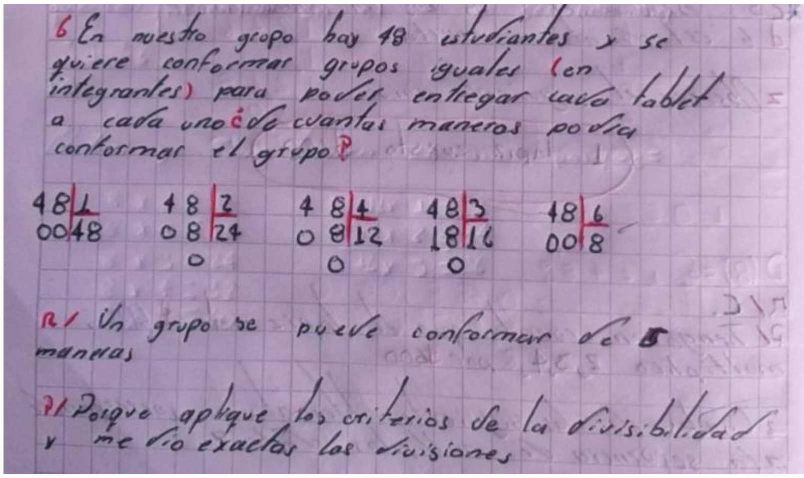
Para dar una respuesta tuvieron en cuenta la tabla del 9, para identificar los múltiplos de este número y marcar la respuesta correcta. (Figura 21).

En este caso tuvieron en cuenta su experiencia operatoria respecto a la tabla del nueve y dada esta operatividad, lograr determinar los atributos que permiten evidenciar criterios, los cuales permitan relacionar el significado de la tabla del nueve con los múltiplos de este número en particular. Así los estudiantes tuvieron un aprendizaje de conceptos al lograr dar atributos a una cierta operatividad y lograr dar significado a cierto conjunto de números.

Ejercicio C: En nuestro grupo hay 48 estudiantes y se quiere conformar grupos iguales (En integrantes), para poder entregar una Tablet a cada integrante del grupo. ¿De cuantas maneras diferentes podrán conformar los grupos? Se solicitó dar respuesta a la pregunta con su respectiva justificación.

Figura 22.

Ejemplo de múltiplos y divisores 3



En el punto 6 (Figura 22), se evidencia una mejor comprensión y manera de abordar el problema ya que se entiende que lo primordial para encontrar la respuesta correcta es determinar los divisores de 48, utilizando una experiencia operatoria representada por una simbolización que ha sido establecida por esta experiencia, los estudiantes lograron atribuir criterios a las 5 divisiones que realizaron para determinar que las divisiones son exactas y con esto dar una hipótesis acerca de lo que esto quiere decir.

Ya que el problema está escrito de manera connotativa, esto porque no se da ningún concepto o definición propia de algún objeto, símbolo o conjunto matemático determinado, también se da un lenguaje coloquial el cual no permite de manera inmediata asignar algún tipo de formalización o descripción conceptual a los hechos descritos en el problema, observando la respuesta se puede afirmar que los estudiantes lograron denotar el problema, ya que determinaron que para la solución de este era necesario tener en cuenta el concepto de múltiplo de un número, así como también el residuo de cada división, por tanto puedo afirmar que se logra evidenciar un aprendizaje de representaciones, conceptos y proposiciones.

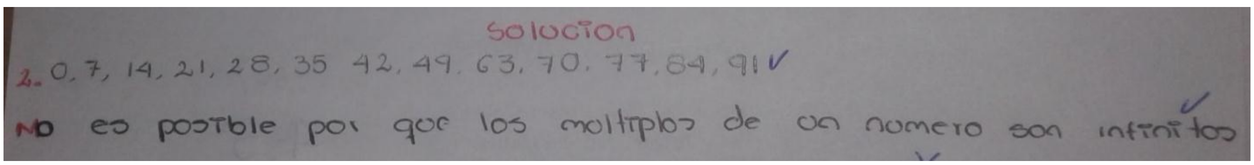
<u>Temática: Múltiplos y Divisores (examen).</u>

Descripción: el examen que se aplicó se presenta en anexos como Examen 1 (múltiplos y divisores).

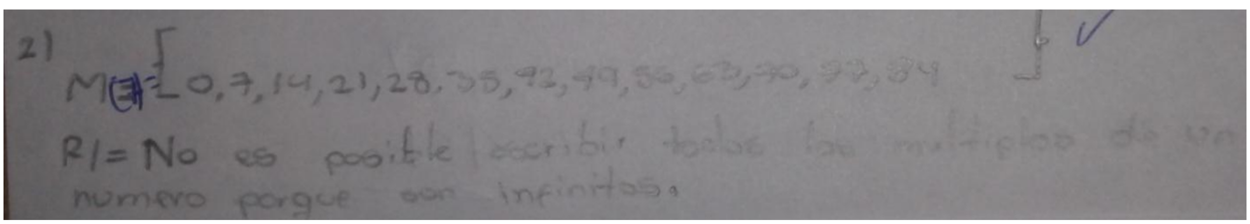
Ejercicio A: escribe los trece primeros múltiplos de 7. ¿Es posible escribir absolutamente todos los múltiplos de un número? Se solicitó dar respuesta al ejercicio con su respectiva justificación.

Figura 23.

Respuestas de estudiante 1



Respuesta de estudiante 2



Los estudiantes escribieron algunos de los múltiplos de 7 (Figura 23), de tal forma que se dieron cuenta que no podían escribirlos todos, ya que son infinitos.

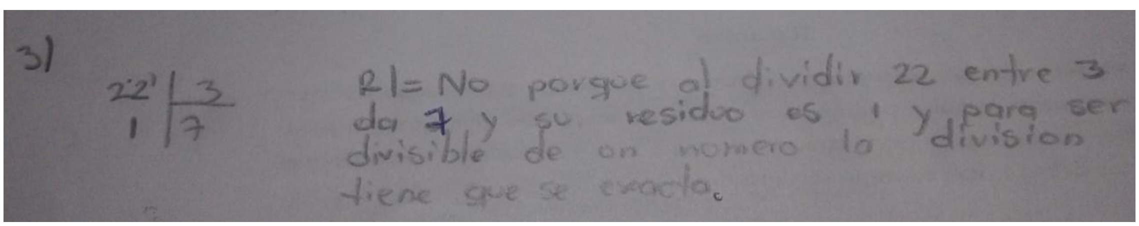
Dado un símbolo en este caso el número 7, (Figura 23, respuesta de estudiante 1) el estudiante debe determinar cuál es el conjunto de múltiplos que se le puede asociar a este símbolo, dada una definición. Esta situación se identifica también en la (Figura 23, respuesta estudiante 2), con una analogía a lo dicho anteriormente, pero de manera adicional, esta pareja asigno al conjunto de múltiplos de un número (en este caso los múltiplos de 7) una notación asignada en clase para lograr identificar un conjunto de múltiplos de un determinado número, así dada una simbología se puede observar que los estudiantes entienden que esta notación permite representar múltiplos de 7,por tanto puedo decir que se identifica un aprendizaje de representaciones.

Presentada la pregunta, el estudiante escribe un conjunto de números (símbolos), (Figura 23), a los cuales dada una notación o simbología se puede generalizar esta representación y asignar un concepto el cual es el de múltiplos de 7, con lo anterior se puede afirmar que hay también un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio B: luisa quiere repartir 22 golosinas entre sus tres hermanos pequeños, de manera que todos tengan el mismo número de golosinas y que no sobre ninguna. ¿Podrá hacerlo? Se solicita a los estudiantes que den respuesta al ejercicio con su respectiva justificación.

Figura 24.

Respuestas de estudiante 3



Los estudiantes tomaron el número de golosinas y lo dividieron entre 3, se dieron cuenta que obtuvieron residuo 1, lo que les permitió concluir que la división no es exacta por tanto 22 no es divisible entre 3. (Figura 24).

En la solución del problema (Figura 24), dado que este problema está escrito de forma connotativa, no se da ningún concepto o definición propia de algún objeto, símbolo o conjunto determinado, también se da un lenguaje coloquial el cual no permite de manera inmediata asignar algún tipo de formalización o descripción conceptual a los hechos descritos en el problema. De los anterior observando la respuesta se puede afirmar que los estudiantes lograron denotar el problema, ya que determinaron que para la solución de este era necesario tener en cuenta el concepto de divisor de un número, con lo cual lograron explicitar que como la división de 22 entre 3 no es exacta entonces Luisa no podrá repartir las golosinas entres sus tres hermanos sin que sobre ninguna porque 22 no es múltiplo o divisor de 3, con lo anterior puedo afirmar que hubo un aprendizaje de proposiciones.

Puedo añadir que el aprendizaje de conceptos también está presente ya que el estudiante, dadas ciertas palabras o frases las cuales tenían un sentido común, logro asignar cierto concepto en este caso el de divisor de un número natural para poder dar una respuesta correcta. Al haber un aprendizaje de conceptos, también hay un aprendizaje de representaciones ya que al entender que la operación a realizar es la división, se nota la escritura o simbología para hacer la operación, notación que permite identificar el residuo, lo cual es lo que el estudiante necesita observar.

Observación: De lo anterior puedo concluir que con las respuestas hechas por estos estudiantes se logró identificar los tres tipos de aprendizaje significativo.

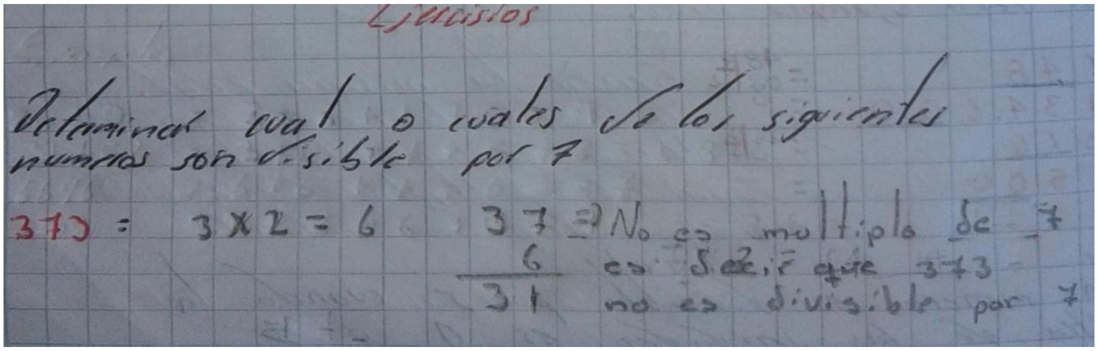
Temática: Criterios de Divisibilidad (ejemplos en clase).

Descripción: En los criterios de divisibilidad del 7, tuvieron algunas dificultades por tener condiciones más complejas, con lo cual fue necesario hacer una aclaración mucho más minuciosa, así como también plantear algunos ejercicios adicionales, ejercicios que se presentan a continuación:

Ejercicio A: determinar cuál o cuáles de los siguientes números son divisibles por 7; 373, 3951, 14256

Figura 25.

Respuestas de estudiante 4



En la (Figura 25) se expresa una simbología a la cual se le da un significado para llegar a un cierto resultado, esto se puede observar en las dos operaciones escritas en este ejercicio la multiplicación y la resta. Hay una representación en este caso: lineal para la multiplicación con su determinado símbolo (x) y sus factores al lado izquierdo y derecho del símbolo y vertical para la resta donde se toma la ubicación de los números tradicionalmente, un numero bajo el otro, para poder efectuar esta operación sin mayor dificultad, así como también se incorpora la palabra “divisible” a ciertos procesos que están plasmados en el criterio de divisibilidad entre 7, con lo anterior en el ejercicio A, también se evidencia un aprendizaje de representaciones.

También se observa un vocabulario más amplio esto por las características o categorías dadas por la experiencia y la asimilación para lograr determinar cuándo un número es múltiplo de otro, así como la aplicación de la multiplicación y la resta, las cuales se han venido formando dadas sus definiciones por la experiencia de operatividad del estudiante, con lo cual se puede decir que hubo un aprendizaje de conceptos.

En la (figura 25) se puede evidenciar un poco de desorden en el ejercicio en cuanto a símbolos mal ubicados (373=3x2=6) y falta se simbología, en la resta de 37-6, pero si hacemos un análisis más profundo acerca de lo realizado podríamos decir que dado el criterio de divisibilidad por 7, el estudiante puede hacer una denotación ya que hace mención a su significado objetivo, es decir, acorde con la realidad objetiva, el estudiante conoce las condiciones establecidas para determinar que un número es divisible entre 7 y los procedimientos necesarios para determinar si es o no divisible entre 7.

Hechos los procedimientos necesarios llega a un determinado resultado (numero 31), es aquí donde el estudiante connota, ya que dada la definición o criterio de divisibilidad por 7 (Multiplicamos la última cifra por 2 y el producto obtenido lo restamos de las cifras restantes. Este proceso se repite hasta encontrar si el resultado de esa diferencia es o no múltiplo de siete, si lo es entonces el número es divisible entre siete, si no es múltiplo de 7 el número no será divisible entre 7) el estudiante interpreta que el número 31 no es un múltiplo de 7 esto lo hace con la intención de determinar si el 373 es o no divisible entre 7, con lo cual se hace alusión a la definición de múltiplo para determinar la divisibilidad de un numero en este caso 373, con lo cual se puede identificar un aprendizaje de proposiciones.

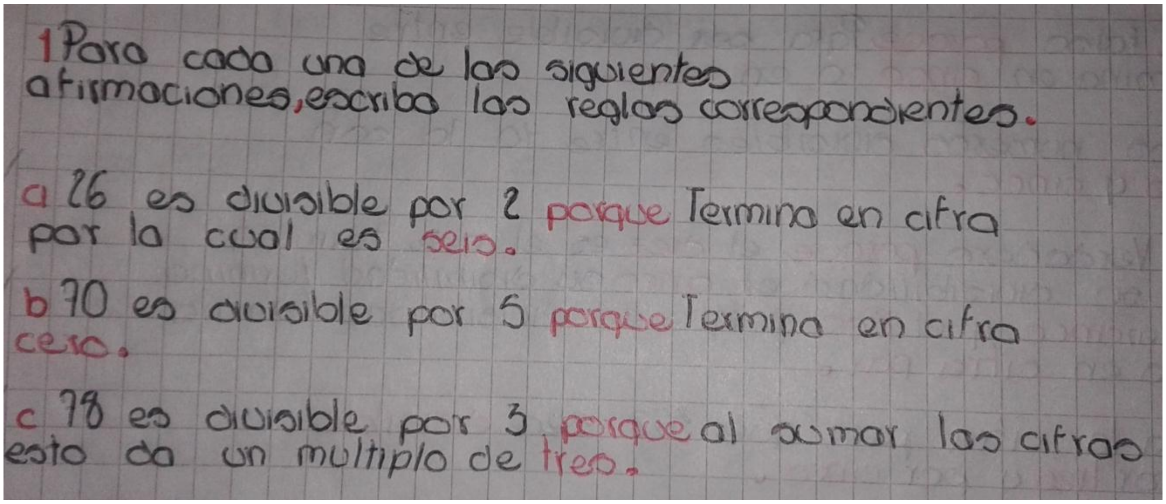
Temática: Criterios de Divisibilidad. (Taller en clase)

Descripción: se realizó un taller ver anexos Taller 2.

Ejercicio A: Se solicitó a los estudiantes que en cada pregunta deben completar las frases, para determinar la divisibilidad de ciertos números. (Figura 26).

Figura 26.

Respuestas de estudiante 5

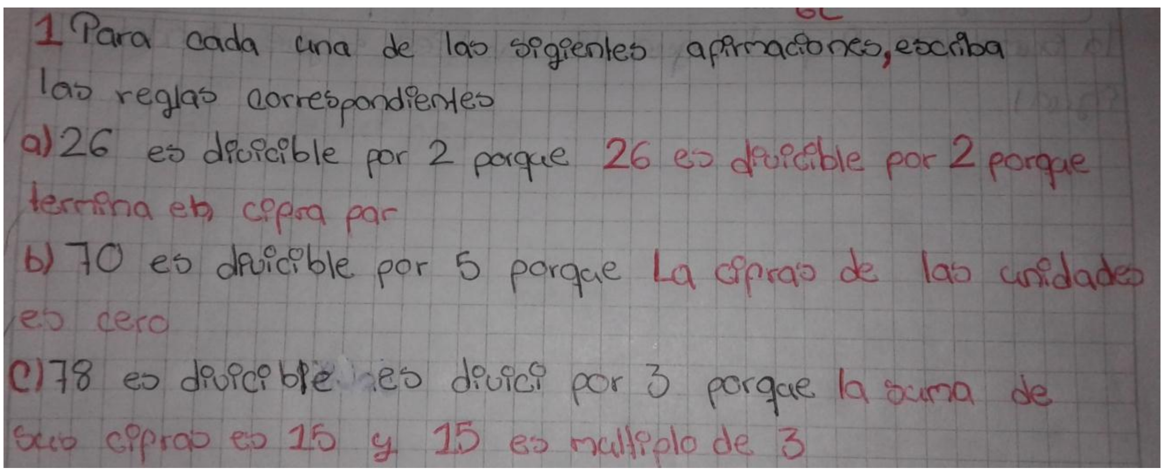

1 Para cada una de las siguientes afirmaciones, escriba las reglas correspondientes.

a 26 es divisible por 2 porque Termina en cifra por la cual es seis.

b 70 es divisible por 5 porque Termina en cifra cero.

c 78 es divisible por 3 porque al sumar las cifras esto da un multiplo de tres.

Respuesta de Estudiante 6


1 Para cada una de las sigientes afirmaciones, escriba las reglas correspondientes

a) 26 es divicible por 2 porque 26 es divicible por 2 porque termina en cifra par

b) 70 es divicible por 5 porque La cifras de las unidades es cero

c) 78 es divicible es divici por 3 porque la suma de sus cifras es 15 y 15 es multiplo de 3

Se le atribuye un significado a la última cifra (numero), (Figura 26) observando si es par o no, así lograr determinar si es o no divisible entre 2, de manera análoga en los punto b y c, ya que dado el símbolo cero, se le asigna cierto objetivo el cual será determinar si es o no divisible entre 5, y también que al tomar las dos cifras de 78 y sumarlas da como resultado un múltiplo de 3, al número 78 se da un objeto, el cual será sumar sus cifras para lograr determina la divisibilidad entre 3, así por lo anterior puedo decir que hay un aprendizaje de representaciones.

Ejercicio B: De entre los siguientes números: 405, 316, 814, 1085, 340, responder.

a. ¿hay alguno que sea divisible por tres?

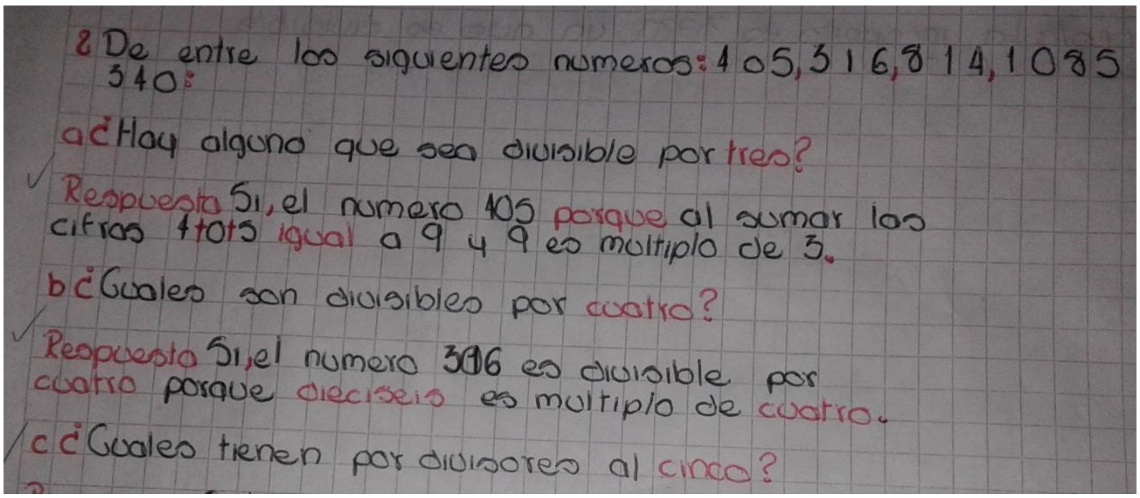
b. ¿Cuáles son divisibles por cuatro?

c. ¿Cuáles tienen como divisor al 5?

Se solicitó a los estudiantes que den respuesta a estas preguntas con su respectiva justificación.

Figura 27.

Respuestas de estudiante 7



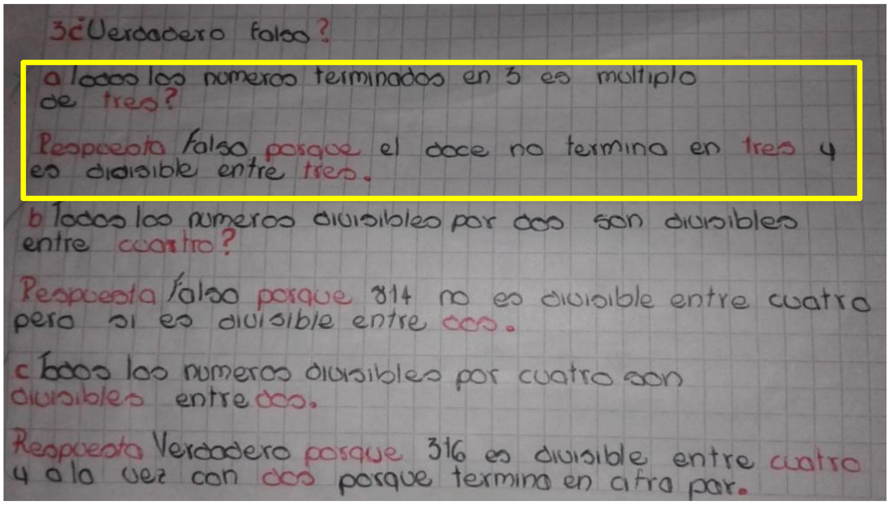
Dados ciertos números que los podemos ver como símbolos u objetos, (Figura 27) se les va a atribuir un cierto concepto o definición, para determinar la divisibilidad de cada uno de ellos, con lo cual se puede evidenciar un aprendizaje de representaciones.

Se puede evidenciar un concepto por formación, ya que dada las experiencias de operatividad y observando las similitudes entre algunos números con respecto a sus criterios que puede expresar ciertas hipótesis para determinar la divisibilidad de cada uno de ellos, así como también se da un concepto por asimilación, ya que se puede listar características de estos números para poder determinar su divisibilidad, por tanto, puedo decir que hay un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio C: En este ejercicio se solicitó a los estudiantes que determinen si las expresiones son verdaderas o falsas, justificando la respuesta. (Figura 28)

Figura 28.

Respuestas de estudiante 8



3¿Verdadero falso?

a Todos los numeros terminados en 3 es multiplo de tres?

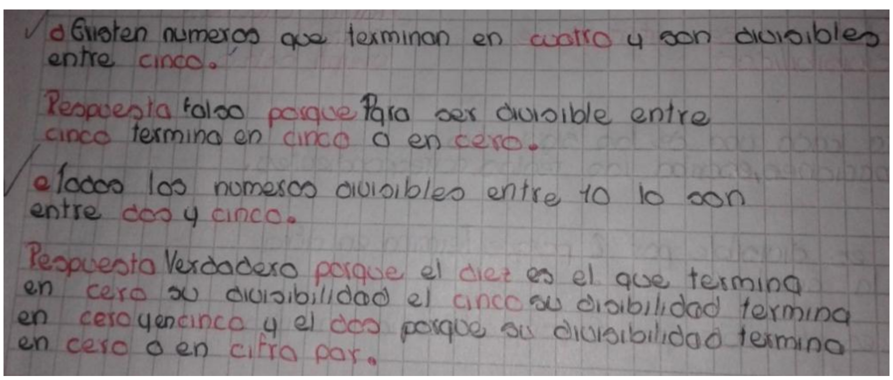
Respuesta falso porque el doce no termina en tres y es divisible entre tres.

b Todos los numeros divisibles por dos son divisibles entre cuatro?

Respuesta falso porque 314 no es divisible entre cuatro pero si es divisible entre dos.

c Todos los numeros divisibles por cuatro son divisibles entre dos.

Respuesta Verdadero porque 316 es divisible entre cuatro y a la vez con dos porque termina en cifra par.



d Existen numeros que terminan en cuatro y son divisibles entre cinco.

Respuesta falso porque Para ser divisible entre cinco termina en cinco o en cero.

e Todos los numeros divisibles entre 10 lo son entre dos y cinco.

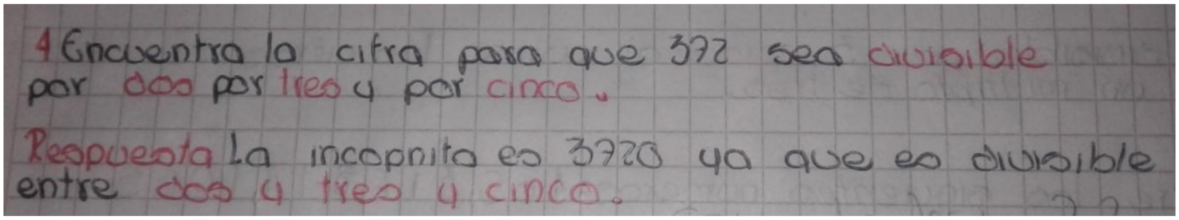
Respuesta Verdadero porque el diez es el que termina en cero su divisibilidad el cinco su divisibilidad termina en cero y en cinco y el dos porque su divisibilidad termina en cero o en cifra par.

Las expresiones en las (Figura 28), tienen un significado connotativo ya que no están ligadas a la definición si no que se debe determinar si estas son verdaderas o falsas, con lo cual se debe denotar cada criterio de divisibilidad, para así poder determinar la falsedad o verdad de las expresiones, lo cual este grupo lo hizo de manera correcta ya que se tuvo en cuenta cada criterio para determinar la falsedad o verdad de cada expresión, teniendo en cuenta que lo expresado podía o no tener validez, esto se determinó teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad, con lo cual puedo decir hay un aprendizaje de proposiciones.

Ejercicio D: Encuentra la cifra *a* para que 372*a* sea divisible por 2, 3 y 5.

Figura 29.

Respuestas de estudiante 9



En la pregunta 4 se dio una respuesta correcta, (Figura 29) aunque hizo falta justificar la respuesta.

Hay una incógnita o símbolo, a la cual por medio de la aplicación de los criterios de divisibilidad debe asignársele un valor para que cumpla con las condiciones del problema, y así poder atribuirle un significado, esto dado a su representación numérica (372a), se puede decir que hay un aprendizaje de representaciones.

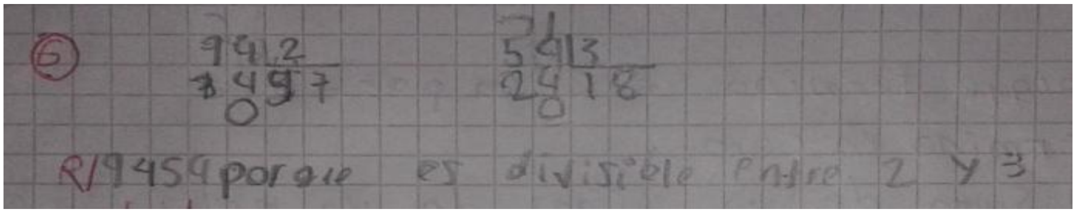
Para obtener el valor de a, se debe tener en cuenta una experiencia operatoria, así como también la de recordar cada criterio según las condiciones que debe tener el número, de la misma manera se puede plantear ciertas hipótesis que se pueden encontrar observando cada criterio y lo que debe cumplir el número dado (372a) para que se cumpla cada uno de ellos y así poder determinar las características que debe tener 372a para que cumpla las condiciones del problema, por lo tanto también hay un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio E: el número de dos cifras 9*a* es divisible por 2 y el número de dos cifras 5*a* es divisible por 3. Hallar el valor de *a*.

Se solicitó a los estudiantes que den respuesta a la pregunta con su respectiva justificación.

Figura 30.

Respuestas de estudiante 10

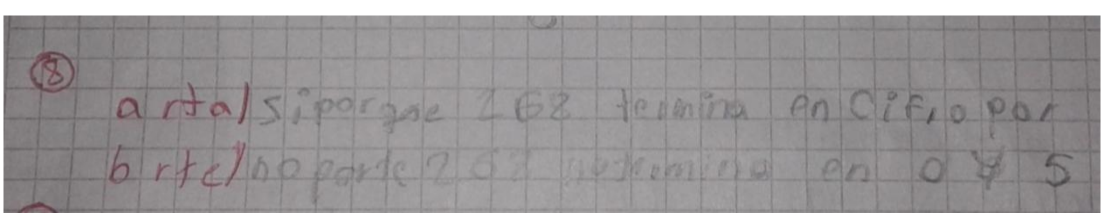


En la (Figura 30), se dio una respuesta correcta pero no se encuentra una justificación lo bastante clara que determine como llegaron a esa respuesta. Haciendo un análisis más profundo de la (Figura 30), se evidencia que aplicaron la definición de divisor, tal vez sin tener en cuenta los criterios de divisibilidad, lo cual no es erróneo. Sin embargo, dada una incógnita se encontró el valor de esta para que cumpliera las condiciones del problema. Dado un símbolo (incógnita) teniendo en cuenta algunas condiciones se pudo obtener ciertas hipótesis, las cuales permitirían caracterizar el número que debía tomar a para cumplir con las condiciones así, poder determinar después de esto la divisibilidad de los dos números, con lo anterior se puede decir que hay un aprendizaje de representaciones y un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio F: si en la playa hay 268 niños que quieren participar en el concurso de castillo de arena por equipos. ¿Podrían formarse 2 equipos con la misma cantidad de niños cada uno y que ningún niño se quede sin equipo?, ¿podrían formarse 5 equipos con las mismas condiciones? Se solicitó a los estudiantes que den respuesta a las preguntas, justificando su respuesta.

Figura 31.

Respuestas de estudiante 11



En la (Figura 31), se evidencia una respuesta de manera correcta y adecuada, ya que se aplica de manera correcta los criterios determinados en el problema.

El problema se da con un significado connotativo ya que en este se utilizan palabras y expresiones que se salen o se liberan de su significado real en este caso los criterios de divisibilidad, y la intención es que los estudiantes denoten teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad del 2 y del 5, lo cual se puede observar muy claro en las repuestas dadas, ya que el grupo, dada la complejidad del problema y la utilización de un lenguaje no totalmente matemático, logro interpretar de manera correcta la intención la cual era solamente determinar si 268 era divisible entre 2 y 5, con lo cual se evidencia un aprendizaje de proposiciones.

Ahora bien a manera de conclusión puedo decir que en este taller se pudo identificar los tres tipos de aprendizaje significativo, lo cual me permite afirmar que la herramienta utilizada está brindando las herramientas para hacer una buena investigación y lograr alcanzar los objetivos propuestos.

Temática: Examen de Criterios de Divisibilidad.

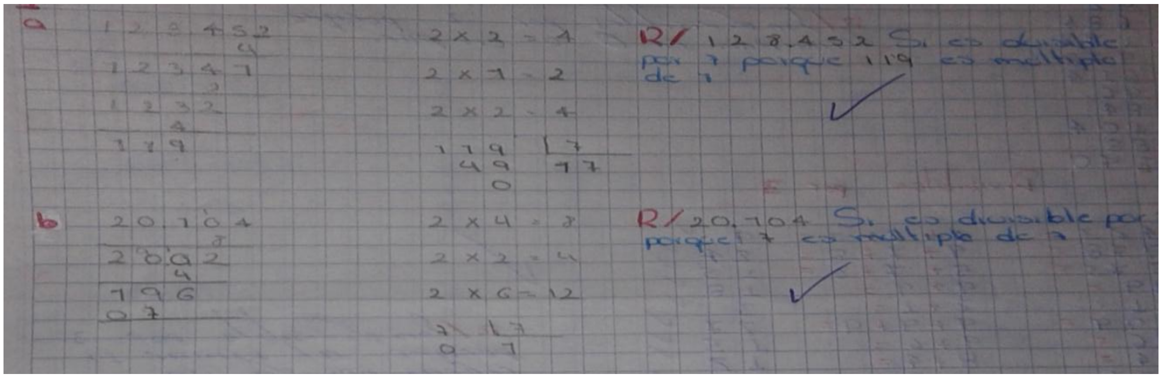
Descripción: El examen que se realizó se puede observar en anexos como examen 2 (criterios de divisibilidad).

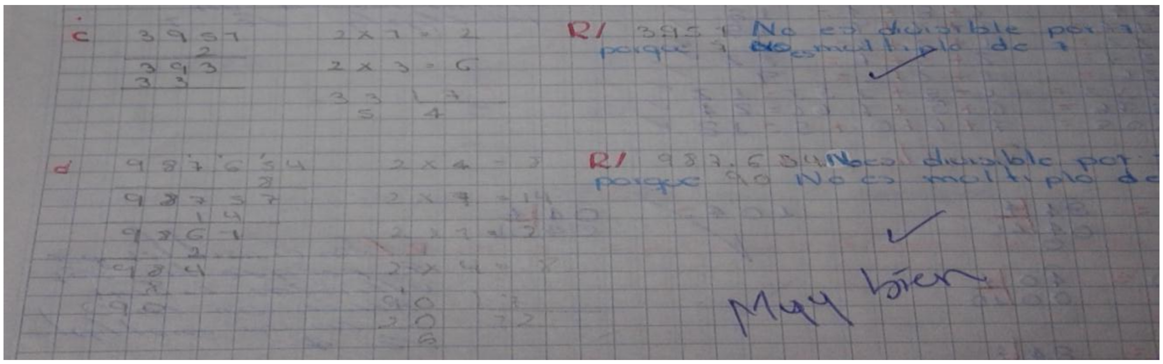
Para poder hacer el análisis correspondiente a la solución del examen tome tres exámenes, donde se evidencio al menos un tipo de aprendizaje significativo.

Ejercicio A: determinar cuál de los siguientes números es divisible por 7: 123.452, 20.104, 3.951, 987.654. Se solicitó a los estudiantes que den respuesta al ejercicio con su respectivo procedimiento.

Figura 32.

Respuestas de estudiante 12





Se logra evidenciar en la (Figura 32), que los estudiantes aplicaron de manera correcta los criterios establecidos en clase y en el taller, ya que se observa una respuesta justificada del porque un determinado número es o no divisible por el número que se pide.

Los estudiantes, dada su experiencia con las operaciones matemáticas fundamentales (multiplicación, resta y división), necesarias para aplicar de manera correcta el criterio pueden formular hipótesis acerca de cuándo un número es o no divisible entre 7, con lo cual los estudiantes lograron afirmar cuales de los números eran divisibles entre 7, porque al aplicar el criterio este permite distinguir distintos atributos que tienen los números, que lleva a los estudiantes a saber si el número es o no divisible entre 7, con lo cual dado el análisis anterior a esta pregunta puedo decir que hay un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio B: considere los números de la siguiente tabla.

92	61	205	423	107

172	431	978	573	99
21	614	999	671	96
84	684	177	123	237
126	361	104	88	713
740	1533	2506	6576	7605

Utilizando los criterios de divisibilidad:

a. Anote los números divisibles por 2

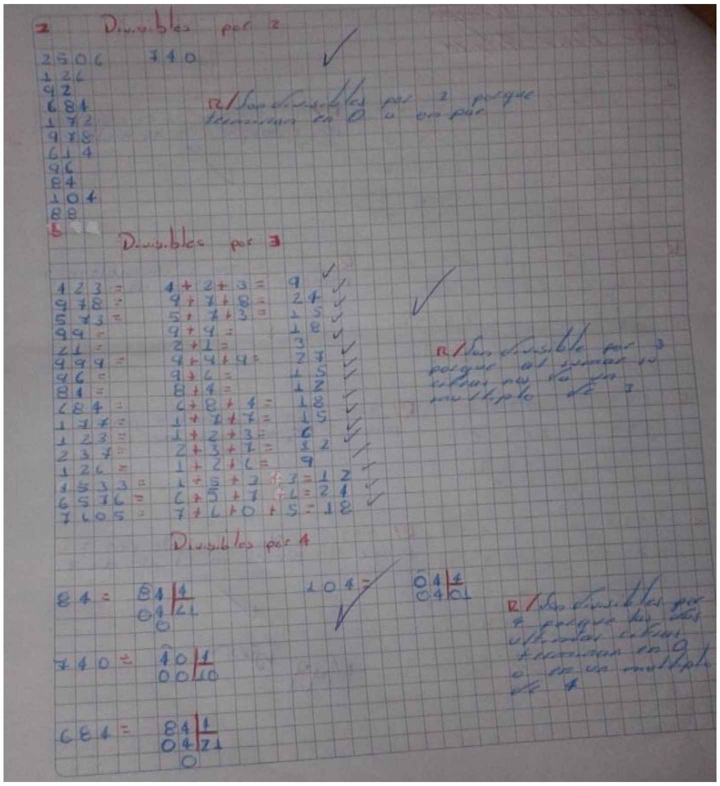
b. Anote los números que son divisibles por 3

c. ¿Cuantos números de la tabla son divisibles por 4?

Se solicitó a los estudiantes que dieran respuesta a la pregunta con su respectivo procedimiento y justificación.

Figura 33.

Respuestas de estudiante 13



Se evidencia en la (Figura 33), que los estudiantes están teniendo muy en cuenta las condiciones que tiene cada criterio, ya que escriben la justificación con más contundencia y se nota más seguridad en la escritura.

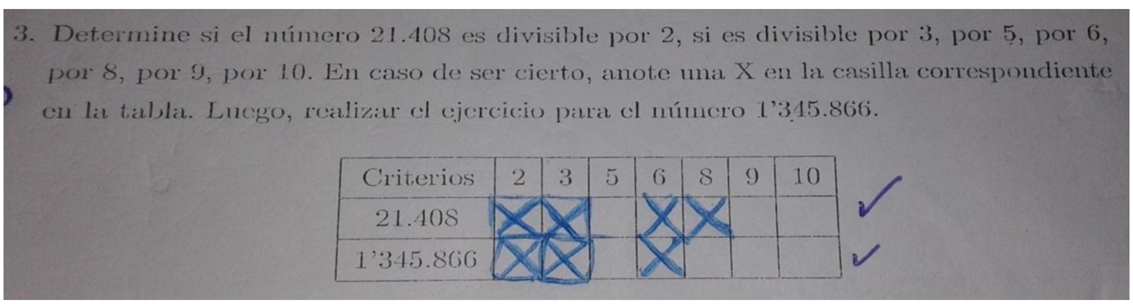
En el criterio de divisibilidad por dos, los estudiantes deben identificar la última cifra del número dado y determinar si es par o cero, así de esta manera según el símbolo en este caso el número, se podrá asignar un significado de divisibilidad en este caso divisible por 2, esto observando si la última cifra es par o cero, del mismo modo dada la tabla con diferentes números los estudiantes identificaron y dieron significado a los diferentes números presentes en esta, con lo cual puedo decir que hubo un aprendizaje de representaciones.

Dados ciertos atributos de cada número, los estudiantes adquieren una experiencia directa para la formulación de un determinado concepto, lo cual permite que los estudiantes hagan hipótesis respecto al concepto a aplicar, de la misma manera dada esta experiencia los estudiantes amplían mucho más su vocabulario lo cual les permite hacer distinciones acerca de cada número, por lo tanto según lo anterior se puede afirmar que hubo un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio C: Determine si el número 21.408 es divisible por 2, si es divisible por3, por 5, por 6, por 8, por 9, por 10. En caso de ser cierto, anote con una X en la casilla correspondiente en la tabla. Luego, realizar el ejercicio para el número 1'.345.866, se solicitó a los estudiantes que escriban el respectivo procedimiento en cada caso y posteriormente marcar la casilla que correspondiese.

Figura 34.

Respuestas de estudiante 14


3. Determine si el número 21.408 es divisible por 2, si es divisible por 3, por 5, por 6, por 8, por 9, por 10. En caso de ser cierto, anote una X en la casilla correspondiente en la tabla. Luego, realizar el ejercicio para el número 1'345.866.

Criterios	2	3	5	6	8	9	10
21.408	X	X		X	X		
1'345.866	X	X		X			

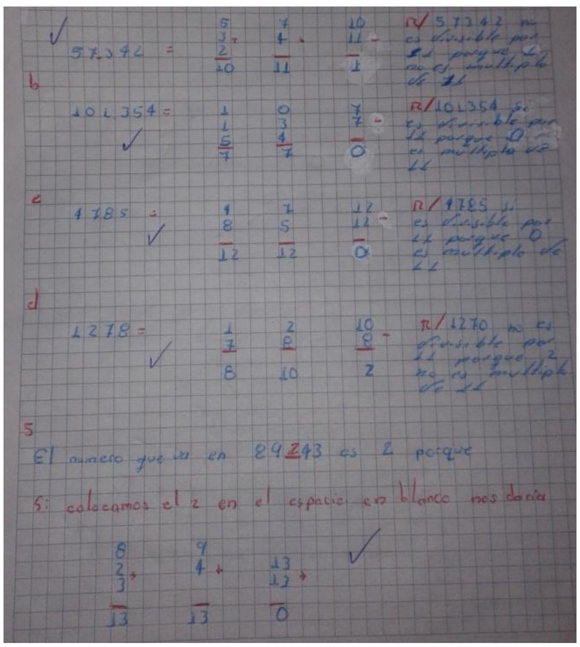
Los estudiantes marcaron la respuesta correcta (Figura 34) a, aunque no se evidencia lo que realizaron, la pregunta la abordaron como se pedía.

Los estudiantes deben marcar con un determinado símbolo X, teniendo en cuenta los criterios de divisibilidad expresados en la pregunta, si los dos números que están en la tabla cumplen o se les puede asignar un significado de divisibilidad, los estudiantes lo hicieron de manera correcta, así también dada su experiencia obtenida en el aprendizaje de los criterios se puede determinar hipótesis y atributos que permiten dar atributos de la divisibilidad de estos números. Por lo anterior se evidencio un aprendizaje de representaciones y un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio D: Probar cuales de los siguientes números con divisibles por 11: 57.342, 101.354, 4.785, 1.278 y que cifra se debe colocar en el número 89__43 para que sea divisible por 11.

Figura 35.

Respuestas de estudiante 15



Los estudiantes aplicaron el criterio de divisibilidad por 11, de manera correcta, teniendo en cuenta cada una de sus condiciones, para determinar esto, lo que se evidencia en la (Figura 35)

Los estudiantes dada su experiencia en operatividad e identificados los atributos que se deben tener en cuenta en el criterio de divisibilidad por 11, pueden hacer hipótesis, acerca de los conceptos explícitos que pide este criterio los cuales deben ser aplicados, teniendo en cuenta las características de los números presentados, por tanto, puedo decir que hubo un aprendizaje de conceptos.

A manera de conclusión puedo decir que en este examen, según las respuestas hechas por los estudiantes y la formulación de las preguntas se evidencio dos tipos de aprendizaje significativo, los cuales se pudieron determinar sin que la respuesta fuera correcta en su totalidad, así como también con este examen se reforzó o se recordó las operaciones fundamentales, también de cuando un número es par.

El aprendizaje significativo prioriza que este se da cuando se logra relacionar los conocimientos previos para adquirir nuevos conocimientos, en este tema de criterios se debe tener muy claros el concepto de múltiplo, divisor y numero par, con lo cual el aprendizaje de estos criterios se ve relacionado con los conocimientos previos adquiridos anteriormente.

Temática: Teoría de Números: Numero primo y compuesto.

Descripción: Se da inicio a la clase, entregando a los estudiantes la siguiente (Tabla 10):

Tabla 10.

Actividad de iniciación sin colorear

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**

71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Se da inicio a la actividad pidiendo a los estudiantes que pinten todos los múltiplos de 2 que estén en la tabla excepto el 2, el paso siguiente es pintar los múltiplos de 3 excepto el 3, haciendo la aclaración que, si ya encuentran múltiplos de tres pintados, no volver a pintar, así de la misma forma los múltiplos de 5, 7 y 11 hasta tener la siguiente tabla coloreada:

Tabla 11.

Actividad de iniciación con múltiplos coloreados

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**	**19**	**20**
21	**22**	**23**	**24**	**25**	**26**	**27**	**28**	**29**	**30**
31	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**
41	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
51	**52**	**53**	**54**	**55**	**56**	**57**	**58**	**59**	**60**
61	**62**	**63**	**64**	**65**	**66**	**67**	**68**	**69**	**70**
71	**72**	**73**	**74**	**75**	**76**	**77**	**78**	**79**	**80**
81	**82**	**83**	**84**	**85**	**86**	**87**	**88**	**89**	**90**
91	**92**	**93**	**94**	**95**	**96**	**97**	**98**	**99**	**100**

Después de esto se pide a los estudiantes que observen los números pintados y determinen cuantos divisores tienen esos números.

Recibiendo respuestas como: “profe tienen tres divisores” otros: “profe tienen 4 divisores”, respuestas a ese estilo en su gran mayoría.

Por otro lado, se les pidió que observaran los números que estaban sin colorear y que determinaran cuantos divisores tienen esos números.

Recibiendo respuestas como: “profe solo el 1 y el mismo número”, “profe solo dos divisores”.

Algunos estudiantes empezaron a decir que esos números eran números primos.

Escuchando estos aportes pase a confirmar que los números que están pintados son los números compuestos y los que no son los números primos.

De esta manera se pudo caracterizar o formalizar las definiciones de estos tipos de números, esto se puede ver en [DC (S5) C9].

De lo anterior, dada una cierta representación en este caso la (Tabla 11), el estudiante teniendo en cuenta su experiencia acerca de divisor de un número, logro generalizar esta representación y así identificar que los números en color eran números compuestos y los que no tenían color se les denominaba números primos, con lo cual se puede determinar que en esta actividad se evidencio un aprendizaje de conceptos.

Así como también dada la tabla 10 y la tabla 11, como representación, y características específicas de los símbolos expuestos (números) se logró asociar a esta representación un tipo de concepto en este caso número primo y número compuesto, con lo anterior se puede decir que hay un aprendizaje de representaciones.

<u>Temática: Numero primo, compuesto y descomposición en factores primos.</u>

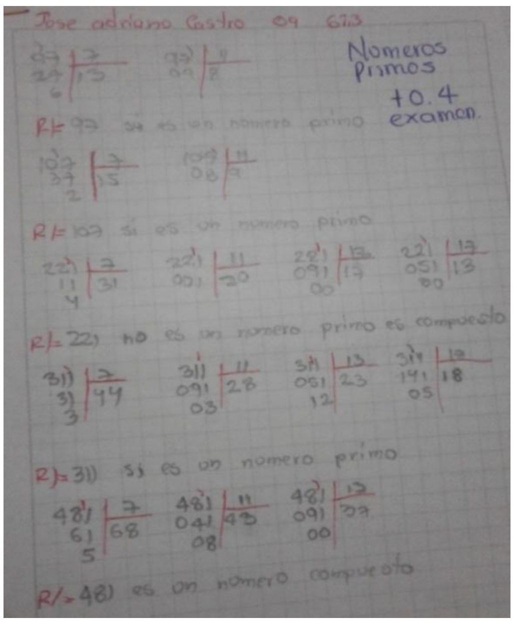
Descripción: se coloca a los estudiantes ejercicios para que logren entender este procedimiento, para estos ejercicios se determinó un tiempo de 10 minutos de tal manera que los

10 primeros estudiantes que entregaran la solución, se les sumaria 0.4 décimas al examen de primos y compuestos.

Ejercicio A: determinar cuáles de los siguientes números son primos: 97, 107, 221, 311, 481. Se solicitó a los estudiantes que se escriba el procedimiento con su respectiva respuesta.

Figura 36.

Respuestas de estudiante 16



Los estudiantes aplicaron de manera correcta el procedimiento expuesto en clase para determinar cuándo un número es o no primo. (Figura 36)

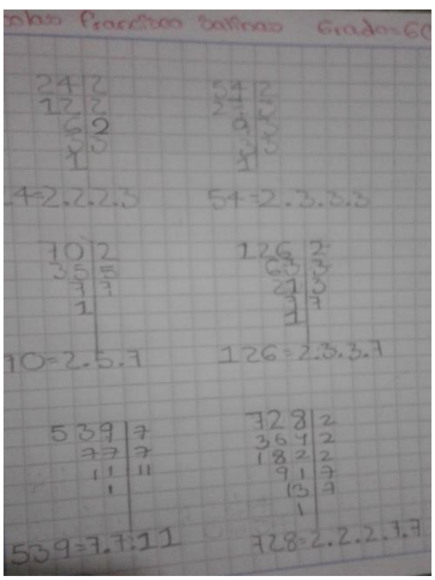
Desde un inicio la palabra primo o compuesto está representando un conjunto de números que cumplen con unas determinadas características específicas. Dado el procedimiento para averiguar si un número es primo o compuesto (Figura 36), el estudiante debe identificar en la división a realizar; que numero es el residuo, el cociente y el divisor, cuyos nombres son las representaciones asignadas a determinados números presentes en la división , identificados estos números el estudiante sea capaz de saber cuándo dejar de hacer divisiones, así como también observando el residuo cuando ese número es primo o compuesto , dadas las condiciones establecidas para averiguar si un número es primo o compuesto, con el análisis anterior se puede afirmar que se evidencio un aprendizaje de representaciones.

El hecho de que solo deben hacer estas divisiones por números primos (Figura 36), los cuales tienen unas características específicas, que se pueden determinar con la experiencia del estudiante respecto a los criterios de divisibilidad y para así lograr llegar hipotéticamente a cuales son números primos o compuestos, y así formalizar su definición y lograr efectuar las divisiones necesarias, por tanto se evidencia también un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio B: se solicitó a los estudiantes que dado los números: 24, 54, 70, 126, 539, 728, descomponer en sus factores primos, escribiendo y detallando el procedimiento.

Figura 37.

Respuestas de estudiante 17



Los estudiantes establecieron una caracterización específica para representar la descomposición de un número, en factores primos, lo cual les permite evidenciar en cuantos números primos se descompone un número específico. (Figura 37)

Dada cierta notación (Figura 37), que esta explicita, para la descomposición, lograron identificar que esta simbología específica la cual es hacer un segmento vertical al lado del número a descomponer, les permite saber que representa cada número que van escribiendo, a lado y lado de este segmento, así como también identificar que para el producto de números repetidos existe una representación en forma de potencia, en la cual se pueden identificar símbolos (exponente y base), y saber que representa cada uno de ellos, con lo cual se puede decir que hubo un aprendizaje de representaciones.

Los estudiantes dada esta representación para hacer la descomposición de un número en sus factores primos, adquieren una experiencia que les va permitir hacer una generalización, cada vez que observen esta representación, sabrán que se está haciendo una descomposición de un número en sus factores primos, por tanto, dado el análisis anterior se puede afirmar que hubo un aprendizaje de conceptos

Puedo concluir que dadas las actividades realizadas por los estudiantes se logró identificar dos de los tres tipos de aprendizaje significativo.

<u>Temática: Numero primo, compuesto y descomposición en factores primos. (Taller)</u>

En esta sesión se realizó un taller correspondiente a la teoría de número primo, compuesto y descomposición en factores primos, el cual se puede observar en el anexo como taller 3 (primos y compuestos).

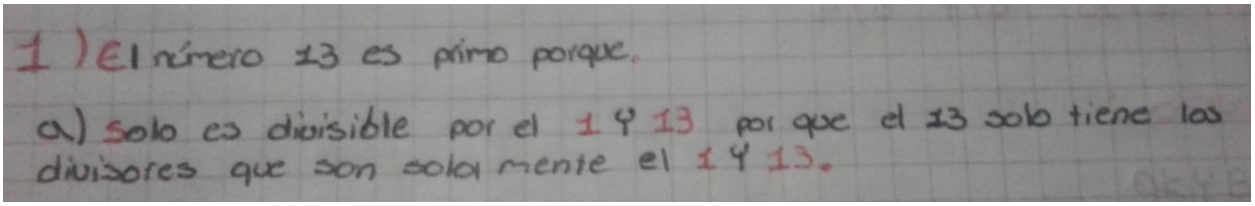
Ejercicio A: el número 13 es primo porque:

a. Solo es divisible por 1 y 13
b. No tiene divisores distintos de 1
c. Solo es divisor de 1 y 13

Se solicitó que marcaran la respuesta correcta con su respectiva justificación.

Figura 38.

Respuestas de estudiante 16

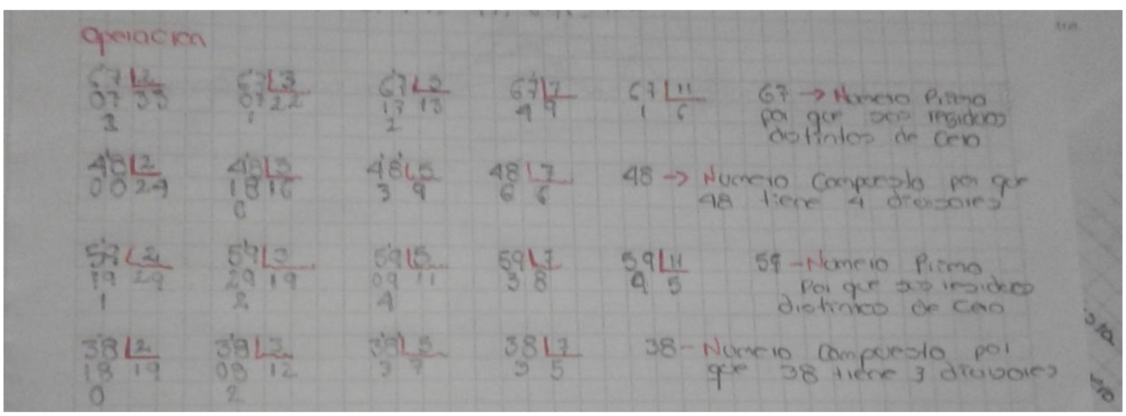


Dado un enunciado el cual representa cierta afirmación de un número primo, el estudiante asigno a este enunciado (representación) (Figura 38), un concepto, en este caso la definición de ser número primo, con lo cual se puede afirmar que hubo un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio B: Averigua cuales de los siguientes números son primos y cuales son compuestos: 67, 48, 59, 38, 79, 97, 641, 722.

Figura 39.

Respuestas de estudiante 17



Los estudiantes aplicaron de manera correcta las distintas divisiones que debían hacer, para lograr determinar la primalidad de diferentes números. (Figura 39)

En la (Figura 39), dada la división, con esta representación simbólica y sus respectivas partes: Residuo, cociente y divisor, las cuales son las representaciones de números, los estudiantes lograron asignar a estas representaciones determinadas condiciones que los llevan a decir, si un número es primo o compuesto, teniendo en cuenta el residuo de cada división, es así que analizando la respuesta se identifica un aprendizaje de representaciones.

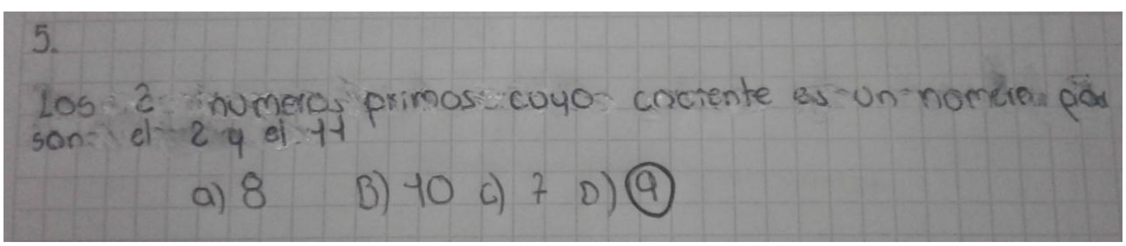
La experiencia que tienen los estudiantes con respecto a la división y sus respectivas partes, se puede determinar el concepto de cada una de ellas, de la misma forma asignarle un concepto a la palabra primo y así cuando los estudiantes observen este proceso sabrán que se está averiguando si dicho o determinado número es primo o compuesto, con lo cual se puede concluir que en este punto hay un aprendizaje de conceptos.

Ejercicio C: Las edades de dos niños son 2 números primos cuyo producto es un número par. ¿Cuál puede ser la diferencia de sus edades?

a. 8
b. 10
c. 7
d. 9

Figura 40.

Respuestas de estudiante 18.



En la (Figura 40), la pregunta está formulada de manera connotativa, ya que se da en un lenguaje común, nombrando términos matemáticos concernientes a una situación cotidiana, la pareja que dio respuesta a esta pregunta a pesar de que la justificación no está en su totalidad correcta, lograron encontrar esos dos números que cumplieran con lo que decía el ejercicio, para esto debieron hacer uso de las definiciones de numero primo y numero par, así como también tener en cuenta la operación resta y el producto, con lo cual al dar una respuesta correcta con lo dicho anteriormente el estudiante logro denotar lo que para él era necesario para dar solución a este ejercicio, por tanto se evidencio un aprendizaje de proposiciones.

Puedo decir que se logró identificar los tres tipos de aprendizaje significativo, así como también que, los estudiantes han ido evolucionando en la manera de realizar los procesos de un determinado ejercicio, también al momento de escribir su respuesta, lo cual ha facilitado la identificación del tipo de aprendizaje significativo que se evidencia.

<u>Temática: Máximo común divisor. (Ejercicio en Clase)</u>

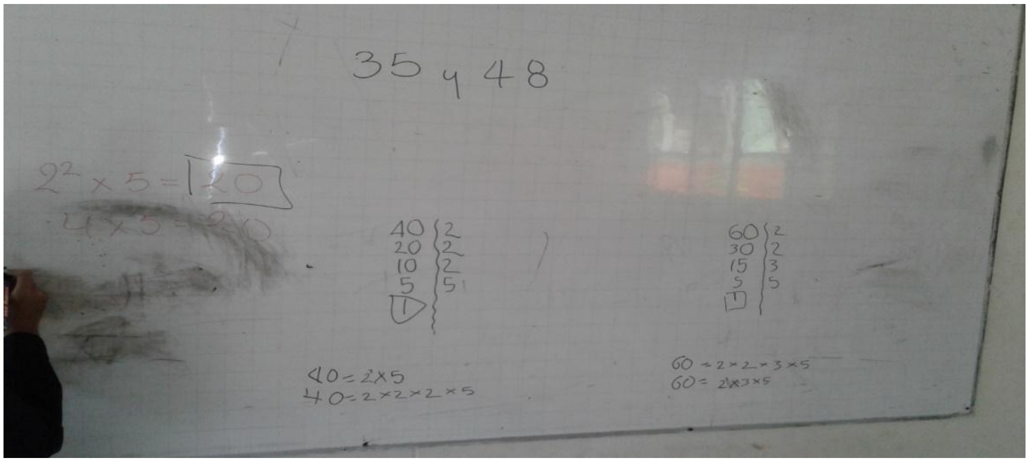
Se dio inicio a la clase identificando divisores comunes, que se podían identificar en la descomposición de factores primos, para así poder observar, escribiendo el número a manera de potencia, cuáles eran sus divisores comunes los cuales tenían menor exponente, de esta manera fue como los estudiantes identificaron estos números (divisores comunes con el menor exponente), dado el ejemplo en el tablero.

Así dado lo anterior se mencionó que ese número o números en particular conformaban el máximo común divisor, lo conformaban porque cuando hay más de dos divisores comunes se multiplican para saber quién es el máximo común divisor, esto teniendo en cuenta los divisores comunes con el menor exponente.

Ejercicio A: Descomponer en sus factores primos los siguientes números: 40 y 60, observando los divisores que tienen en común que sea de menor exponente.

Figura 40.

Respuestas de estudiante 19



Teniendo en cuenta el ejercicio, hecho en el tablero, se puede decir que los estudiantes en gran parte comprendieron bien la descomposición en factores primos. (Figura 41).

Dada una cierta notación al momento de hacer la descomposición el estudiante asocio una línea vertical (Figura 41), para determinar los divisores primos al lado derecho, de un cierto número al lado izquierdo de esta línea vertical, así como también la representación en potencia que se puede simplificar de: **2x2x2** a $\mathbf{2^3}$ con lo cual el estudiante puede identificar dada esta representación cuál de los números es la base y el exponente que es necesario para hallar el máximo común divisor, con lo cual se puede decir que hubo un aprendizaje significativo de representaciones.

<u>Temática: Máximo común divisor y mínimo común múltiplo.</u> (Taller)

Descripción**:** El taller propuesto puede ser observado en el anexo como taller 4 (máximo y mínimo).

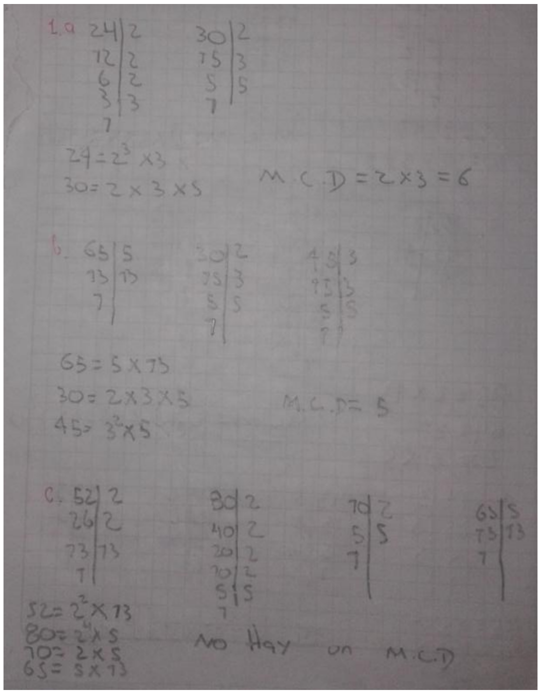
Ejercicio A: halla el máximo común divisor de los siguientes grupos de números:

a. 24 y 30
b. 65, 30 y 45
c. 52, 80, 10 y 65

Se solicitó dar respuesta al ejercicio con su respectiva justificación en cada ítem.

Figura 41.

Respuestas de estudiante 20



Los estudiantes relacionaron una determinada notación simbólica (M.C.D), la cual fue establecida en clase para identificar el máximo común divisor (Figura 42), lo cual les permite identificar por medio de esta representación cual es el máximo común divisor. También se puede observar una representación la cual es trazar un línea vertical, escribiendo al lado izquierdo el número que vamos a descomponer y al lado derecho de la línea se van escribiendo sus divisores, cada vez que el primer número se divide por el primer divisor se va colocando abajo del primer número a descomponer y al lado derecho se va escribiendo su divisor correspondiente, y así sucesivamente hasta que obtengamos un residuo ya sea cero o uno, esto lo realizamos para identificar el máximo común divisor. Por otro lado, también se observa una representación en manera de potencia en la multiplicación repetitiva de un número, para lo cual los estudiantes tienen y escriben la representación correspondiente, identificando la base y el exponente, sobre todo el exponente que es necesario para determinar el máximo común divisor, por tanto, se evidencio un aprendizaje de representaciones.

Dada una experiencia operacional que tienen los estudiantes, la aplican a esta representación por medio de divisiones y multiplicaciones, lo cual les permite determinar hipótesis acerca de que numero es el máximo común divisor de un determinado conjunto de números, las representaciones (línea, exponente, base, notación), permite que los estudiantes establezcan atributos comunes entre los números, con los cual los estudiantes podrán reconocer con más rapidez en otro ejercicio o ejemplo cual es el máximo común divisor de cierto conjunto de números, entonces se puede afirmar que hubo un aprendizaje de conceptos.

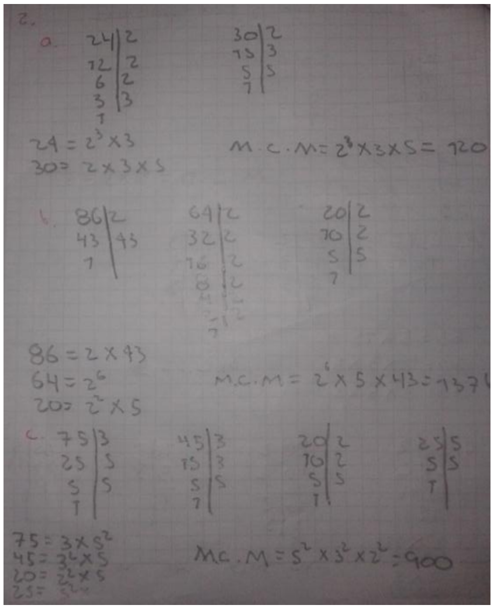
Ejercicio B: halla el mínimo común múltiplo de los siguientes grupos de números.

a. 38 y 8
b. 86, 64, y 20
c. 75, 45, 20 y 25

Se solicitó dar respuesta al ejercicio con su respectiva justificación en cada ítem.

Figura 42.

Respuestas de estudiante 21



Al momento de hacer la descomposición los estudiantes lo hacen mediante una representación simbólica (Figura 43), la cual les permite observar que mediante una línea pueden identificar los divisores comunes de un cierto o ciertos números.

Al momento de hacer la notación (M.C.M), con lo cual están representando el mínimo común múltiplo (Figura 43), de otro lado está la notación a manera de potencias, lo cual dada la definición los estudiantes deben identificar y determinar el divisor común de menor exponente, dado este análisis a el procedimiento hecho por la pareja en esta pregunta, se evidencia un aprendizaje de representaciones.

Dada una experiencia operacional que tienen los estudiantes, la aplican a cierta representación por medio de divisiones y multiplicaciones, lo cual les permite determinar hipótesis acerca de que numero es el mínimo común múltiplo de un determinado conjunto de números, las representaciones (línea, exponente, base, notación) (Figura 30.), permite que los estudiantes establezcan ciertos atributos comunes entre los números, con los cual los estudiantes podrán reconocer con más rapidez en otro ejercicio o ejemplo cual es el mínimo común múltiplo de cierto conjunto de números, así como también establecer que para hallar el mínimo común múltiplo dada la definición en clase deben multiplicar por el resto de divisores comunes, por tanto se evidencia un aprendizaje de conceptos.

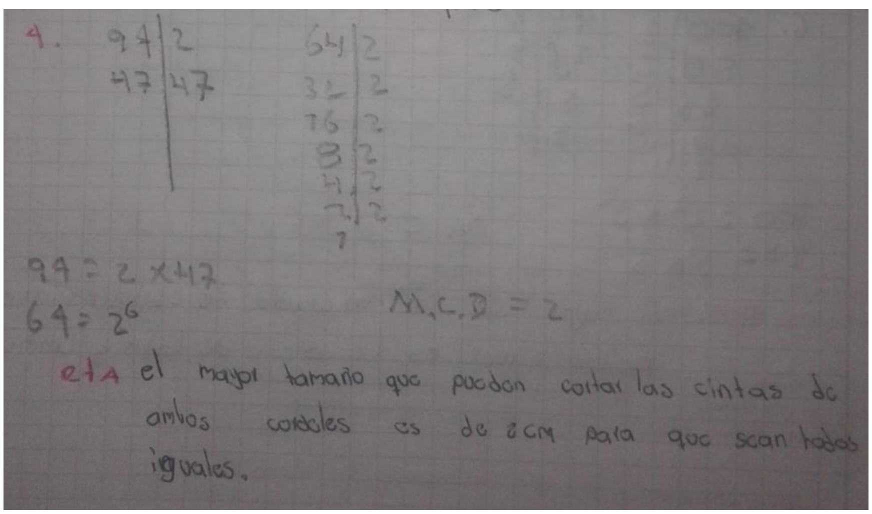
Nota: Dado que el objeto de estudio, se establece en identificar donde se evidencia un tipo de aprendizaje significativo de representaciones, conceptos o proposiciones, no se tiene en cuenta si el desarrollo tiene o tuvo errores de operatividad o escritura.

Ejercicio C: una de las unidades del grupo scout necesita preparar cintas para una de las pruebas del campamento. Si tienen dos cordeles, uno de 94 cm y otro de 64 cm. ¿Cuál es el mayor tamaño en que pueden cortar las cintas de ambos cordeles, para que sean todas iguales?

Se solicitó dar respuesta al problema con su respectiva justificación.

Figura 43.

Respuestas de estudiante 22



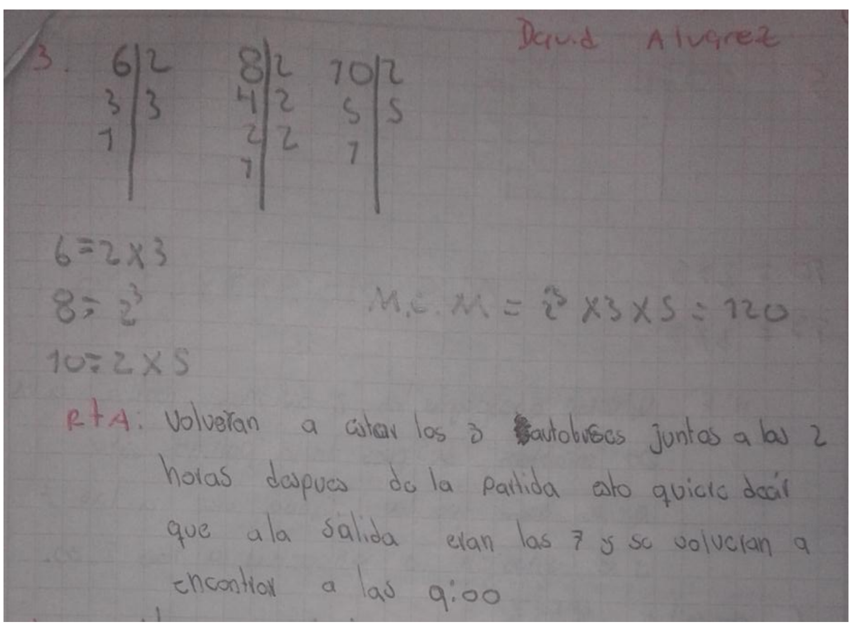
De un principio el problema esta propuesta de manera connotativa (Figura 44), ya que se da en un lenguaje cotidiano donde solo se evidencia lo matemático en la escritura de los números, y lo que el estudiante debe hacer es denotar es decir hacer un análisis correspondiente para determinar que definiciones y procedimientos deben utilizar ante esta situación problema para poder llegar a una solución que este sustentada teóricamente. Como primera instancia los estudiantes lograron determinar correctamente que era lo que debían hallar si el M.C.D o el M.CM, con lo cual lograron denotar lo que estaba implícitamente en el problema, así como también al momento que hallaron el M.C.M, reconocer que ese número quería decir 120 minutos, lo cual correspondía a dos horas, lo cual les permitió determinar según lo respondido por ellos que los autobuses se encontrarían dos horas después es decir a las 9:00 am, por tanto se puede evidenciar un aprendizaje de proposiciones.

Ejercicio D: un autobús A sale cada 6 minutos, el B cada 8 minutos y el C cada 10 minutos. Si los tres han coincidido en la parada a las 7:00 am, ¿Cuándo volverán a estar los tres juntos?

Se solicitó dar respuesta al problema con su respectiva justificación.

Figura 44.

Respuestas de estudiante 23



Dado el ejercicio (figura 45), los estudiantes lograron interpretar la consigna dada, para así determinar el procedimiento que necesitaban aplicar para resolver el ejercicio.

El problema como primera instancia esta expresado de manera connotativa (Figura 45), ya que se da en un lenguaje común el cual no incluye ninguna propiedad matemática explicita, solamente la escritura de ciertos números, con lo cual los estudiantes deben realizar un análisis para así lograr denotar, y así expresar las definiciones, notaciones y expresiones matemáticas necesarias para solucionar el problema.

Ahora bien, observando la solución de los estudiantes es claro que en primer lugar lograron determinar qué era lo que debían hallar, lo cual era el M.C.D, entonces lograron denotar, con un análisis que les permitía determinar esto. Como segundo lugar hallado el M.C.D, lograron interpretar de manera correcta el resultado obtenido y con esto explicitar el significado que interactúa en este resultado, para así dar una respuesta en un lenguaje connotativo, pero apoyado en una denotación hecha en las distintas operaciones y expresiones necesarias para tal respuesta, con lo que se puede evidenciar un aprendizaje de proposiciones.

En este taller se logró evidenciar los tres tipos de aprendizaje significativo, esto ya que la representación que requería cada ejercicio era fundamental, así como también darle un significado a esta representación, para así lograr operar y llegar a ciertas hipótesis que permitieran dar una respuestas a las distintas representaciones presentes en cada ejercicio, por otro lado lograr interpretar y analizar lo implícitamente expresado en los problemas los cuales están en un lenguaje connotativo, lo cual exige al estudiante a realizar nuevas proposiciones que le permitan identificar los procedimientos matemáticos que son necesarios para dar una respuesta adecuada a estos problemas.

Hechos de la Perspectiva Investigativa

En la perspectiva investigativa, dadas las herramientas establecidas para evidenciar un tipo de aprendizaje significativo, se logró identificar cada tipo de aprendizaje algunas veces los tres y otras solo uno o dos tipos de aprendizaje.

Como hechos específicos puedo nombrar los siguientes:

Siempre que hubo un aprendizaje de conceptos también se evidencio un aprendizaje de representaciones.

Para que el aprendizaje de proposiciones sea evidenciado, depende de la formulación del problema propuesto.

Los estudiantes de la I.T.I, asimilaron en una pequeña parte la necesidad de tener en cuenta los conocimientos previos, para adquirir un nuevo conocimiento.

El aprendizaje de representaciones se evidenció en todos los análisis de las respuestas y ejercicios hechos por los estudiantes de la I.T.I.

Capítulo 4

Conclusiones

Se evidenció que los estudiantes hacen referencia a los conocimientos previos de manera recurrente para la generación de uno nuevo; ya que preguntaban si los conceptos vistos en otras clases eran necesarios para el desarrollo del nuevo tema. Así como sucedió en la clase inicial de múltiplos y divisores.

A medida que se avanzaba en la práctica pedagógica los estudiantes de la ITI lograron fortalecer la escritura de símbolos y redacción para dar respuesta a los ejercicios matemáticos propuestos.

A partir de la presentación y la asimilación de los criterios de divisibilidad los estudiantes obtuvieron rapidez y efectividad en el momento de averiguar si un número es o no divisible por otro. Esto se puede evidenciar en el desarrollo de la temática de criterios de divisibilidad y del mismo modo en el tema de MCD y MCM.

Según los tres tipos de aprendizaje significativo de Ausubel podemos confirmar con la práctica vivida en la ITI indica que cuando hay un aprendizaje de conceptos o proposiciones también existe un aprendizaje de representaciones, dado que, de este aprendizaje dependen los demás.

La estructura de los ejercicios propuestos en la práctica pedagógica facilitó evidenciar si hay un aprendizaje de proposiciones. Presentado un ejercicio de forma connotativa el estudiante logró denotar la solución como manifestación de un aprendizaje de tipo proposicional.

En el desarrollo de este trabajo investigativo una de las características fue la presentación de los temas en diapositivas llamativas: con dibujos animados, caricaturas y personajes favoritos; lo cual facilitó el desarrollo y la comprensión de los contenidos ya que captaba la atención de los estudiantes. Se puede concluir que es de importancia pensar en el estudiante y en su bienestar dentro del aula de clase, teniendo en cuenta su motivación y su interés sobre lo presentado por el docente.

También es importante mencionar que viví situaciones que me llevaron a interrogar mis conocimientos y mi proceso de práctica. Los estudiantes con los que desarrollé mi PP son niños adolescentes que apenas salen de la escuela, que vienen a enfrentarse con el cambio actitudinal del conjunto de otros estudiantes del colegio; habilidades como poner atención y escuchar, les costaba hacerlo. Por otro lado, los estudiantes vienen de diferentes Instituciones Educativas en donde la exigencia no es la misma; por consiguiente algunos de ellos presentaban dificultades con las operaciones básicas, como con la suma y la multiplicación.

La práctica docente fue una experiencia enriquecedora en mi proceso de formación: las situaciones vividas en cada clase, el contexto y el ritmo de aprendizaje de los estudiantes desafiaron y ampliaron mis saberes. Además, en cada clase conté con total autonomía para el desarrollo de los temas, el manejo de grupo y la elaboración de ejercicios y evaluaciones, es por eso que pude elaborar más de diez registros por clase en los que evidencié la presencia de distintos tipos de aprendizaje significativo.

Referencias

Aranda, M., Pérez, I., & Sánchez, B. (2016). *Bases psicopedagógicas de la educación especial. Dificultades en el aprendizaje matemático*. Obtenido de https://www.academia.edu/17511760/Dificultades_Matematicas_Lenguaje1

Artacho, A. (2019). *Criterios de divisibilidad.* Obtenido de Matemáticas cercanas: https://matematicascercanas.com/2019/07/29/criterios-de-divisibilidad/

Ausubel, D., Novak, J., & Hanesian, H. (1990). *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo.* Trillas.

Barbero, E. (2004). *Múltiplos y divisores. Números primos.* Obtenido de Descartes 2D: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Multiplos_divisores/multiplo.htm

Carrillo, B. (2009). *Dificultades en el aprendizaje matemático.* Obtenido de Innovación y experiencias educativas: https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_16/BEATRIZ_CARRILLO_2.pdf

Cidead. (s.f.). *Multiplos y Divisores.* Obtenido de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/EDAD_1eso_multiplos_y_divisores/1quincena2.pdf

Dávila, S. (2000). *El aprendizaje significativo. Esa extraña expresión*. Recuperado el 14 de 09 de 2016, de http://online.aliat.edu.mx/adistancia/TeorContemEduc/U6/lecturas/T4_SEM%206_El%20aprendizaje%20significativo.pdf

Espinoza, S. D. (s.f.). El Aprendizaje Significativo.

Geary, D. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychol Bull*, *114*(2), 345-362.

Gobierno de Canarias. (2016). *Problemas de M.C.D. y M.C.M.* Obtenido de https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/gmenalv/files/2016/11/problemas-m-c-m-y-mcd.pdf

Gracia, M., & Silva, D. (2020). *Los números primos.* Obtenido de https://www.mundoprimaria.com/recursos-matematicas/numeros-primos

Institución Educativa Técnico Industrial. (2010). *Manuel de Convivencia.* Popayán: IE técnico industrial.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencia.* Obtenido de https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Muñoz, L. (2020). *Cartilla didáctica para la enseñanza del máximo común divisor (M.C.D) y el mínimo común múltiplo.* Obtenido de [Tesis de pregrado, Universidad Nacional de Colombia] Repositorio Unal: https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/78648/32256597.2020.pdf?sequence=4&isAllowed=y

Portal Educativo. (2020). *Números primos y compuestos*. Recuperado el 7 de mayo de 2016, de https://www.portaleducativo.net/contenidos/516/Numeros-primos-compuestos

Rivera, J. (2013). *Requisitos para lograr el Aprendizaje Significativo.*

Ruíz, Y. (2016). Dificultades en el Aprendizaje Matemático. *Revista digital para profesionales en enseñanza*(14), 1-8.

Superprof. (2020). *Máximo común divisor.* Obtenido de https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/aritmetica/divisibilidad/maximo-comun-divisor.html

Tayupe, A. (2009). *Teoría del aprendizaje significativo de "David Paul Ausubel"*. Recuperado el 29 de Agosto de 2016, de https://www.monografias.com/trabajos75/teoria-aprendizaje-significativo-david-ausubel/teoria-aprendizaje-significativo-david-ausubel

US Departmen of education. (2014). *Cómo ayudar a su hijo con las matemáticas.* Obtenido de https://www2.ed.gov/espanol/parents/academic/matematicas/part_pg3.html

Vallori, A. B. (2002). *Aprendizaje significativo en la práctica.* Obtenido de https://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/ElAprendizajeSignificativoEnLaPractica.pdf

Xdoc. (2019). *Descomposición de un número en factores primos.* Obtenido de https://xdoc.mx/preview/09-descomposicion-de-un-numero-en-factores-primos-5e9e0bc56bdcf

Anexos

Anexo 1. *Talleres realizados en clase*

Múltiplos y divisores

1. La profesora María tiene un curso de 35 estudiantes. Ella desea organizar el curso en grupos de igual número de estudiantes. ¿Cuántos estudiantes en total puede haber en cada grupo?

   a. 3 estudiantes.

   b. 4 estudiantes.

c. 5 estudiantes.

d. 6 estudiantes.

2. Observa el siguiente aviso:

El precio de un lápiz: $600

¿Cuál de las siguientes tablas representa correctamente el precio de 2, 3 y 4 lápices?

A.

Número de lápices	Precio ($)
2	600
3	700
4	800

B.

Número de lápices	Precio ($)
2	620
3	630
4	640

C.

Número de lápices	Precio ($)
2	1.200
3	1.800
4	2.400

D.

Número de lápices	Precio ($)
2	1.200
3	2.400
4	4.800

3. ¿Cuál de las siguientes alternativas corresponde a la secuencia de los múltiplos del 9?

a. 9, 18, 27, 36, 56…

b. 9, 16, 28, 36, 54…

c. 9, 18, 28, 36, 54…

d. 9, 18, 27, 36, 45…

4. Los múltiplos de 8 mayores que 40 y menores que 90 son:

a. 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88

b. 48, 56, 60, 64, 72, 80, 88

c. 48, 56, 64, 72, 80, 88

d. 48, 56, 64, 70, 78, 86

5. Los divisores de 32 son:

   a. 2,4,8 y 16

   b. 1,2,4,8 y 16

   c. 1,2,4,8,16 y 32

   d. 0,1,2,4,8,16,32

6. En nuestro grupo hay 48 estudiantes y se quiere conformar grupos iguales (en integrantes), para poder entregar una Tablet a cada integrante del grupo

   ¿De cuantas maneras diferentes podrán conformar los grupos?

7. Si __ x 7 = 14, quiere decir que 14 es múltiplo de __ y de __

8. Radamel Falcao tiene 12 camisetas y quiere saber de cuantas formas diferentes puede organizarlas en bolsas de regalo de tal forma que las bolsas tengan la misma cantidad de camisetas.

9. Si James Rodríguez, Juan Guillermo Cuadrado y Shakira asisten al gimnasio de la siguiente manera:

James: cada 2 días

Cuadrado: cada 3 días

Shakira: cada 4 días

¿En qué días coinciden los tres en el gimnasio en un mes?

10. Matías y Juan tienen la misma edad. Son menores que María, que tiene 35 años. Si la edad de Matías es múltiplo de 8 y la de Juan es múltiplo de 12. ¿Qué edad tienen Matías y Juan?

TALLER 3 NUMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

1. El número 13 es primo porque:

   a) Sólo es divisible por el 1 y 13.
   b) No tiene divisores distintos de 1.
   c) Sólo es divisor de 1 y 13.

2. Averigua cuáles de los siguientes números son primos y cuáles son compuestos.

   67, 48, 59, 38, 79, 97, 641, 722

3. Calcula todos los divisores de estos números y relaciona.

Solo tiene dos divisores	15	Es un numero primo
	23	
	18	
Tiene más de dos divisores	32	Es un numero compu
	37	

4. Contesta verdadero o falso con su respectiva justificación.

   a) Si un número tiene más de dos factores, el número es primo.
   b) El 1 es un número primo.
   c) El 0 es un número compuesto.
   d) Todos los números impares son primos.

5. Las edades de dos niños son 2 números primos cuyo producto es un numero par. ¿Cuál puede ser la diferencia de sus edades?

   a) 8 b) 10 c) 7 d) 9

6. Escriba los siguientes números en su máxima descomposición de factores. Guíese por el ejemplo.

   a) 12=2.2.3 b) 6 c) 15 d) 19 e) 25

7. Descomponga en factores primos los siguientes números.

   a) 15 b) 24 c) 60 d) 45 e) 120

8. Escriba 3 ejemplos de número primo y 3 de número compuesto.

9. Escriba tres números que se puedan descomponer como producto de tres factores primos.

Anexo 2. *Examen realizado en clase*

Examen 2
Criterios de Divisibilidad
Profesor: Jesús Javier Calvache
Universidad del Cauca
12 de Mayo de 2016

Resumen

En el siguiente examen encontraran ejercicios y problemas que deberán resolver en parejas, así como también podrán hacer uso de los materiales que necesiten para elaborar este, el tiempo para este examen es de una 1 hora y 30 minutos, recuerde que las respuestas deben ir con su respectiva justificación.

1. Determinar cuales de los siguientes numeros son divisibles por 7.

   123.452, 20.104, 3.951, 987.654

2. Considere los números de la siguiente tabla:

92	61	205	423	107
172	431	978	573	99
21	614	999	671	96
84	684	177	123	237
126	361	104	88	713
740	1533	2506	6576	7605

   Utilizando lo criterios de divisibilidad:

   a) Anote los números que son divisibles por 2.

   b) Anote los números que son divisibles por 3, aplicando el criterio de divisibilidad.

   c) ¿Cuántos números de la tabla son divisibles por 4?

3. Determine si el número 21.408 es divisible por 2, si es divisible por 3, por 5, por 6, por 8, por 9, por 10. En caso de ser cierto, anote una X en la casilla correspondiente en la tabla. Luego, realizar el ejercicio para el número 1'345.866.

Criterios	2	3	5	6	8	9	10
21.408							
1'345.866							

4. *a*) Probar cuales de los siguientes números son divisibles por 11:

   57.342, 101.354, 4.785, 1.278

   b) ¿Qué cifra se debe colocar en el número 89_43 para que sea divisible por 11?

¡Éxitos!